

Fundamentos de Hidrogeología

P. E. Martínez Alfaro
P. Martínez Santos
S. Castaño Castaño



Los autores ponen a disposición de las personas de habla castellana este texto que se caracteriza, como consecuencia de la experiencia de muchos años de docencia, investigación y práctica hidrogeológica, por su carácter didáctico. Está escrito en lenguaje sencillo haciendo hincapié en la aplicación práctica de los conceptos teóricos. Es un libro especialmente indicado para alumnos de licenciaturas e ingenierías y para los titulados que se inician en el estudio del agua en la naturaleza.

A lo largo del texto, estructurado en cinco capítulos, se aborda el estudio de la fase externa del ciclo hidrológico, el comportamiento del agua en el subsuelo –tanto en la zona saturada como en la no saturada– los procesos que condicionan la calidad química de las aguas naturales y su contaminación como consecuencia de las actividades humanas. Finalmente se explican algunos métodos útiles para el tratamiento de datos hidrogeológicos.

Pedro Emilio Martínez Alfaro es Doctor en Geología Económica y Catedrático de Hidrogeología en la Facultad de Ciencias Geológicas de la Universidad Complutense desde 1991.

Silvino Castaño Castaño es Doctor en Ciencias Geológicas. Tras haber trabajado en temas hidrogeológicos durante más de veinte años en la empresa privada, pertenece actualmente a la Escala de Investigadores del Instituto Geológico y Minero de España.

Pedro Martínez Santos es Ingeniero Civil y Masters of Technology Management por la University of New South Wales de Sydney (Australia). Actualmente desarrolla su actividad investigadora en la Universidad Complutense de Madrid.



ISBN: 84-8476-239-4

www.mundiprensa.com



Pedro E. MARTÍNEZ ALFARO
Pedro MARTÍNEZ SANTOS
Silvino CASTAÑO CASTAÑO

Fundamentos de Hidrogeología



Ediciones Mundi-Prensa

Madrid • Barcelona • México

2006

Grupo Mundi-Prensa

- **Mundi-Prensa Libros, s. a.**

Castelló, 37 - 28001 Madrid
Tel. 914 36 37 00 - Fax 915 75 39 98
E-mail: libreria@mundiprensa.es

- Internet: www.mundiprensa.com

- **Mundi-Prensa Barcelona**

- **Editorial Aedos, s. a.**

Consell de Cent, 391 - 08009 Barcelona
Tel. 934 88 34 92 - Fax 934 87 76 59
E-mail: barcelona@mundiprensa.es

- **Mundi-Prensa México, s. a. de C. V.**

Río Pánuco, 141 - Col. Cuauhtémoc
06500 México, D. F.
Tel. 00 525 55 533 56 58 - Fax 00 525 55 514 67 99
E-mail: mundiprensa@mundiprensa.com.mx

© 2005, Pedro E. Martínez Alfaro
Pedro Martínez Santos
Silyino Castaño Castaño

© 2005, Ediciones Mundi-Prensa
Depósito legal: M. 47.044-2005
ISBN: 84-8476-239-4

No se permite la reproducción total o parcial de este libro ni el almacenamiento en un sistema informático, ni la transmisión de cualquier forma o cualquier medio, electrónico, mecánico, fotocopia, registro u otros medios sin el permiso previo y por escrito de los titulares del Copyright.

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

Artes Gráficas Cuesta, S. A. - Seseña, 13 - 28024 Madrid

ÍNDICE

Presentación	11
Capítulo 1. El agua en la Naturaleza	13
Contenido general del capítulo	15
1.1. Distribución del agua en la Naturaleza	15
1.2. Movimiento del agua en la Naturaleza	17
1.3. El balance hidrológico	22
1.4. Cuantificación de las componentes del balance hidrológico	24
1.4.1. La precipitación	24
1.4.1.1. Medida de la precipitación	24
1.4.1.2. Validación de los datos y obtención de series de precipitación	26
1.4.1.3. Determinación de secuencias de años secos y húmedos	35
1.4.1.4. Cálculo del volumen de agua precipitado sobre una cuenca	38
1.4.2. La evapotranspiración	44
1.4.2.1. Contenido de agua en el suelo	45
1.4.2.2. Cálculo de la evapotranspiración	47
1.4.3. La escorrentía	59
1.4.3.1. El hidrograma y sus características	59
1.4.3.2. Caracterización del régimen de un río	65
Capítulo 2. El agua en las rocas	73
Contenido general del capítulo	75
2.1. Clasificación de las rocas desde el punto de vista hidrogeológico ..	75
2.2. Tipos de acuíferos	75
2.3. Energía del agua en los acuíferos	79
2.4. Parámetros que definen a una roca como acuífero	81
2.4.1. Capacidad de una roca para almacenar agua	81
2.4.1.1. Coeficiente de almacenamiento en los acuíferos libres	81
2.4.1.2. Coeficiente de almacenamiento en acuíferos confinados y semiconfinados	86

2.4.2.	El movimiento del agua a través de las rocas	89
2.5.	Homogeneidad y heterogeneidad, isotropía y anisotropía	91
2.6.	Generalización de la Ley de Darcy	93
2.7.	El agua en la zona no saturada	95
2.7.1.	La energía del agua en la zona no saturada	95
2.7.2.	El flujo del agua en la zona no saturada	100
Capítulo 3. La ecuación general de flujo subterráneo y su resolución . .		103
Contenido general del capítulo		105
3.1.	La ecuación general del flujo en régimen transitorio y en régimen permanente	105
3.2.	La resolución de la ecuación general del flujo	108
3.2.1.	Resolución gráfica de la ecuación general de flujo.	109
3.2.1.1.	Definición de red de flujo	109
3.2.1.2.	Obtención de una red de flujo en un medio homogéneo e isótropo	112
3.2.1.3.	Redes de flujo en medios heterogéneos y anisótropos	114
3.2.1.4.	Transformación de un medio heterogéneo y anisótropo en un medio homogéneo y anisótropo	116
3.2.1.5.	Transformación de un medio homogéneo y anisótropo en un medio homogéneo e isótropo	120
3.2.2.	Soluciones analíticas de la ecuación general del flujo	122
3.2.2.1.	Acuífero confinado en régimen permanente. Ecuación de Thiem (1906)	125
3.2.2.2.	Acuífero semiconfinado en régimen permanente. Ecuación de De Glee (1930)	128
3.2.2.3.	Acuífero libre en régimen permanente. Ecuación de Dupuit (1863)	131
3.2.2.4.	Acuífero confinado en régimen transitorio. Ecuación de Theis (1935)	134
3.2.2.5.	Acuífero confinado en régimen transitorio. Ecuación de Cooper y Jacob (1946)	138
3.2.2.6.	Acuífero semiconfinado en régimen transitorio. Ecuación de Hantush (1964)	140
3.2.2.7.	Acuífero libre en régimen transitorio. Ecuación de Neuman (1975)	144
3.2.2.8.	Ensayos de bombeo en pozo único: los «slug test»	146
3.2.2.8.1.	Método de Hvorslev (1951)	147
3.2.2.8.2.	Método de Cooper–Bredehoeft–Papadopoulos (1967)	150
3.2.2.8.3.	Método de Bouwer y Rice (1976) y Bouwer (1989)	151
3.2.2.9.	Interferencia de pozos	153

3.2.2.10.	Ensayos de recuperación	154
3.2.2.11.	Pozos en acuíferos limitados	155
3.2.3.	Resolución de la ecuación general del flujo por métodos numéricos	157
Capítulo 4.	Química y contaminación de las aguas en el subsuelo	163
	Contenido general del capítulo	165
4.1.	Propiedades físico-químicas de la molécula de agua	165
4.2.	Medida de los elementos disueltos en el agua	166
4.3.	El análisis físico-químico	168
4.4.	Utilidad y manejo de los resultados de los análisis físico-químicos	174
4.5.	Evolución del quimismo de las aguas subterráneas en la naturaleza	180
4.6.	Leyes y factores que regulan el contenido químico de las aguas subterráneas	182
4.6.1.	La Ley de acción de masas	182
4.6.2.	El producto de solubilidad	183
4.6.3.	Efecto del ion común	184
4.6.4.	Energía libre de los elementos que intervienen en las reacciones	184
4.6.5.	El potencial redox	185
4.6.6.	Hidrólisis	187
4.6.7.	Intercambio iónico	188
4.7.	Isótopos ambientales en Hidrogeología	190
4.7.1.	Isótopos estables	190
4.7.1.1.	Isótopos estables del Oxígeno y del Hidrógeno	190
4.7.1.2.	Isótopos estables del Carbono	192
4.7.2.	Isótopos ambientales radiactivos en las aguas naturales	192
4.8.	La contaminación de las aguas subterráneas	195
4.8.1.	Concepto y peculiaridades de la contaminación de las aguas subterráneas	195
4.8.2.	El transporte de masa de contaminantes en los acuíferos	199
4.8.3.	La ecuación general del transporte de masa	202
4.8.4.	Reacciones	202
4.8.4.1.	Reacciones de sorción	202
4.8.4.2.	Reacciones de desintegración radiactiva	207
4.8.4.3.	Reacciones de biodegradación	207
4.8.5.	Resolución de la ecuación general del transporte	208
4.9.	Transporte de masa en la zona no saturada	209
4.10.	Contaminación de acuíferos por fases líquidas no miscibles con el agua (NAPL)	211
4.10.1.	Conceptos y definiciones	211
4.10.2.	Comportamiento en el subsuelo de una LNAPL	213
4.10.3.	Comportamiento en el subsuelo de una DNAPL	214

Capítulo 5. Caracterización de acuíferos y tratamiento de datos hidrogeológicos	217
Contenido general del capítulo	219
5.1. Identificación de unidades acuíferas	219
5.2. Inventario de puntos de agua	220
5.3. Elaboración de datos hidrogeológicos	223
5.3.1. Geometría de las unidades hidrogeológicas. Condiciones en los límites	223
5.3.2. Modelo conceptual de flujo	227
5.3.3. Calidad química de las aguas subterráneas y sus usos potenciales	239
5.3.4. Tratamiento estadístico de datos hidrogeológicos	240
5.3.4.1. Características exigibles a una muestra e identificación de la población a la que representa	244
5.3.4.2. Comparación de muestras	247
5.3.4.3. Relación entre poblaciones	248
5.4. Valor socioeconómico de las aguas subterráneas	260
5.4.1. Uso intensivo de las aguas subterráneas	260
5.4.2. Beneficios y problemas asociados al uso intensivo del agua subterránea	261
5.4.3. Cálculo del coste del m ³ de agua subterránea	263
Fuentes de información	269
Anexos	279

PRESENTACIÓN

Cuentan de un viejo profesor que cada año comenzaba sus clases diciendo que la trayectoria docente pasa por tres etapas claramente diferenciadas:

En la primera etapa, de más energía e ilusión que experiencia, identificaba al profesor con Sancho el Fuerte. En la segunda, de plenitud del conocimiento, con Sancho el Grande; y en la última, en la que la experiencia y el sentido común están a la par de la ciencia, con Sancho Panza. Yo, personalmente, ya estoy en esta última etapa.

El segundo de los autores, Pedro, formado en la New South Wales University de Sydney (Australia), con un inglés envidiable, con dominio pleno de la informática, capaz de trabajar 25 horas diarias (se levanta una hora antes) y ciudadano del mundo, es, actualmente, Sancho el Fuerte. Él se ha encargado de elaborar todos los problemas y los gráficos de este libro, de corregir los originales y de animarme y empujarme continuamente a escribir la parte que me ha correspondido a mí.

El tercer autor, Silvino, Investigador del Instituto Geológico y Minero de España, es amante del estudio, de la Geología de campo y de la fotografía científica (tiene un don especial a la hora de elegir los «encuadres»). Él ha revisado el texto y las figuras originales «matizando y precisando» conceptos. Está claramente en la plenitud del conocimiento: es Sancho el Grande.

Entre los tres hemos preparado estos *Fundamentos de Hidrogeología*, que únicamente pretenden hacer más fácil al estudiante castellano parlante su introducción al mundo de las aguas subterráneas. Nos hemos esforzado, en la medida de lo posible, en definir con claridad y sencillez los conceptos, acompañándolos con ejemplos que ayuden a su comprensión. Éste no es un libro para especialistas en Hidrogeología.

Queremos hacer un modesto homenaje a los pioneros de esta ciencia que, a partir de que Henry Darcy (1856) enunciara su ley, definieron por primera vez los conceptos que aquí se exponen. En la medida de lo posible hemos preferido citar los trabajos originales de estos autores como recuerdo dedicado a ellos. Nos han sido muy útiles, en este sentido, los trabajos de Freeze y Back (1983) y Back y Freeze (1983).

También queremos tener un recuerdo agradecido a Alberto Benítez (1972) que escribió el primer libro de Hidrogeología en castellano con criterios modernos, y muy especialmente a todos los autores del tratado *Hidrología Subterránea* (1976

y 1983). Con su ayuda nos hemos formado la inmensa mayoría de los hidrogeólogos de habla castellana en los últimos casi treinta años. Yo, en concreto, cuando era Sancho el Fuerte, aprendí en sus dos volúmenes multitud de conceptos y definiciones que con el paso del tiempo he asimilado y he hecho «míos». Es posible que si las páginas que siguen son leídas por alguno de los autores del tratado original, encuentren alguna frase que les suene familiar o que consideren como suya. Si es así, les ruego lo tomen como un homenaje lleno de agradecimiento.

El libro consta de cinco capítulos, que son el resultado de agrupar conceptos homogéneos:

El primer capítulo se dedica especialmente a la fase externa del «ciclo hidrológico» y sirve para situar dentro de él a las aguas subterráneas.

En el segundo capítulo se estudian las rocas desde el punto de vista de su capacidad para almacenar y dejar pasar el agua a su través. También se estudia el movimiento del agua a través de las rocas.

En el tercer capítulo se aborda la ecuación general del flujo, que caracteriza y cuantifica los procesos hidrogeológicos, y su resolución.

El cuarto capítulo se dedica a la físico-química de las aguas subterráneas, a su contaminación, y al estudio del transporte de contaminantes en los acuíferos.

El quinto capítulo quiere ser un compendio de aplicaciones prácticas útiles en los estudios hidrogeológicos. Se habla del Inventario de Puntos de Agua como base fundamental para la caracterización de las unidades hidrogeológicas, del tratamiento de los datos hidrogeológicos, de la importancia económica de las aguas subterráneas y del cálculo del coste de su puesta en explotación.

Queremos agradecer a nuestros amigos Fermín Villarroya Gil (Universidad Complutense de Madrid) y Luis Martínez Cortina (Instituto Geológico y Minero de España) sus sugerencias y el tiempo dedicado a revisar los manuscritos originales.

Gracias al orden que viven Esperanza Montero (Universidad Complutense de Madrid) y Juan Fornés (Instituto Geológico y Minero de España) hemos podido recuperar los enunciados de algunas prácticas que dábamos por perdidos y que nos han sido muy útiles a la hora de desarrollar muchos conceptos.

Asimismo, la laboriosidad y dedicación de M.R. Llamas, maestro y amigo, a la Hidrogeología, ha sido un constante acicate para seguir adelante y terminar el trabajo.

Finalmente queremos agradecer a las generaciones de alumnos que han cursado la asignatura de Hidrogeología en la Universidad Complutense de Madrid sus preguntas, a veces «ingenuas», que nos han hecho reflexionar y nos han ayudado a aprender a exponer los conceptos de manera más inteligible para ellos.

Madrid, enero 2005.

Pedro Emilio Martínez Alfaro
Catedrático de Hidrogeología



EL AGUA
EN LA
NATURALEZA **1**

CONTENIDO GENERAL DEL CAPÍTULO

Se inicia este primer capítulo comentando, como introducción, *la distribución del agua en la hidrosfera*. A continuación se pasa al estudio del *movimiento del agua en la Naturaleza* accionada por la fuerza de la gravedad y por la energía procedente de la radiación solar. Finalmente se aborda el concepto de *balance hidrológico* y se estudian en particular cada una de sus componentes: *precipitación, evapotranspiración y escorrentía*. En resumen, se analiza el ciclo hidrológico en su conjunto y se presta especial atención a su fase externa.

1.1. Distribución del agua en la Naturaleza

La mayor parte del agua que existe en la Naturaleza, el 97.5 %, es agua salada almacenada en los océanos y algunos lagos (Foto 1.1). Sólo el 2.5 % restante es el agua dulce que se encuentra almacenada en las rocas, en casquetes polares y glaciares, ríos, lagos, biomasa y atmósfera en forma de vapor.

El agua dulce en la hidrosfera se reparte de la siguiente manera (Shiklomanov, 1997), ver figura 1.1:

• Glaciares y casquetes polares	68.7%
• Aguas subterráneas dulces	30.1%
• Lagos de agua dulce	0.26%
• Ríos	0.006%
• Biomasa	0.003%
• Vapor en la atmósfera	0.04%
• Ciénagas y suelo	0.891%

Según este mismo autor el tiempo medio de permanencia de una molécula de agua en los océanos es de 2 500 años, en los glaciares y casquetes polares de 9 700 años, en los acuíferos de decenas a miles de años, en los lagos de agua dulce de unos 17 años, en los lagos de agua salada unos 150 años, en los ríos de unos 15 a 20 días, en la atmósfera de 8 a 10 días, y en la biomasa de algunas horas.



Foto 1.1. El mayor volumen de agua en la Naturaleza se encuentra en los mares y océanos. Sin embargo, su elevada salinidad no permite su aprovechamiento directo por parte del hombre. Foto: Comillas (Cantabria), 1996.

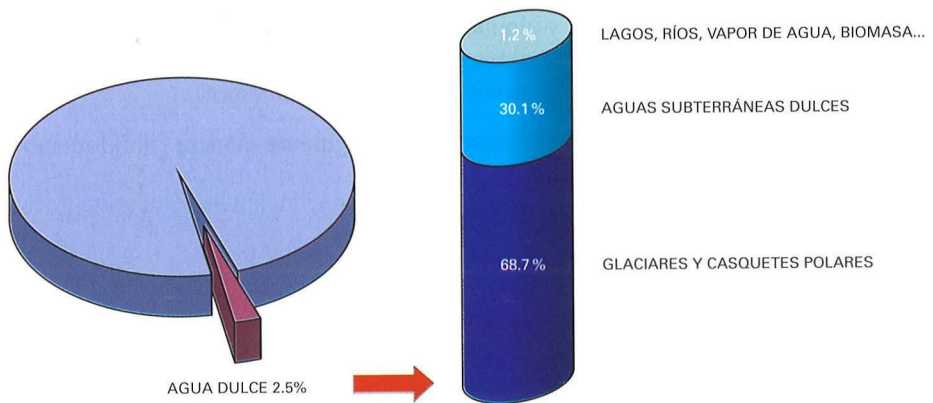


Fig. 1.1. El agua en la hidrosfera.

El volumen de agua dulce en la Naturaleza es, pues, muy inferior al de agua salada, alrededor de 40 veces. Además, la mayor parte del agua dulce se encuentra congelada en glaciares y casquetes polares por lo que el volumen de agua dulce «disponible» es aún menor, pero se está regenerando continuamente (Foto 1.2).

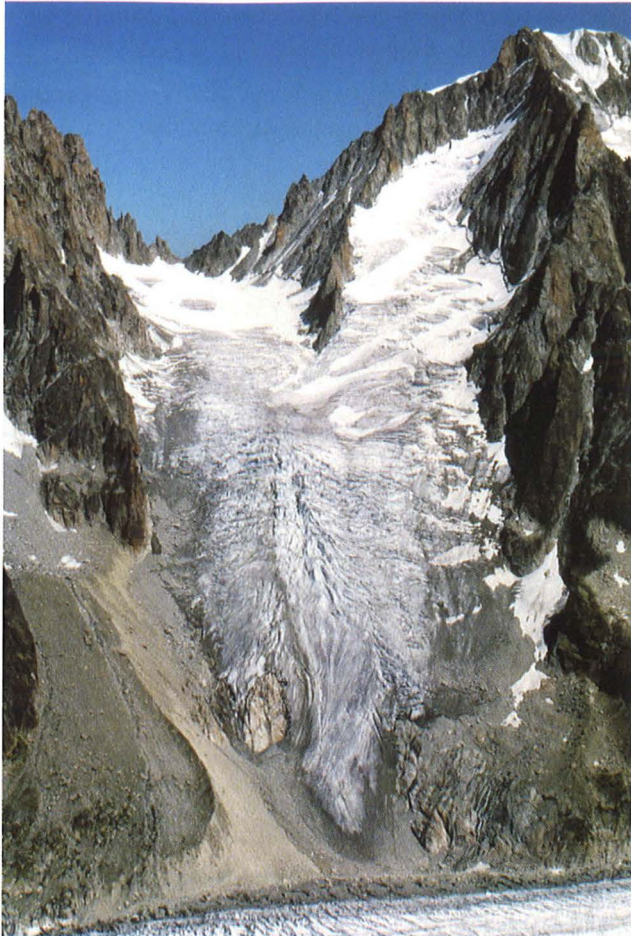


Foto 1.2. La gran reserva de agua dulce en la Tierra la constituyen los hielos continentales de los casquetes polares y los glaciares. Se originan por acumulación de precipitación sólida. Foto: Argentière (Alpes franceses), 1991.

1.2. Movimiento del agua en la Naturaleza

La molécula de agua, aunque eléctricamente neutra, tiene las cargas positivas y negativas distribuidas asimétricamente en su estructura: es un *dipolo*. La consecuencia inmediata de este hecho es la atracción de las moléculas entre sí.

Cuando la energía procedente de la radiación solar actúa sobre la superficie de las masas de agua en estado sólido o líquido o sobre el suelo húmedo, y es suficiente para romper esta fuerza de atracción, el agua pasa a estado gaseoso mediante los procesos de *sublimación* (paso hielo a vapor) y *evaporación* (paso lí-

quido a vapor). Si no se indica lo contrario, a partir de aquí, se englobarán ambos conceptos bajo el nombre de evaporación.

El vapor de agua asciende en la atmósfera y se enfría, lo que da lugar, por **condensación**, a la formación de las pequeñas partículas de agua que originan las nubes (Foto 1.3).



Foto 1.3. El contenido de vapor de agua en la atmósfera es relativamente escaso. En determinadas condiciones el vapor de agua se condensa en pequeñas gotas que se concentran formando nubes o nieblas. Foto: Altea (Alicante), 2000.

Las nubes son arrastradas hacia el continente donde como consecuencia de un proceso termodinámico, en parte adiabático y en parte no adiabático, las pequeñas partículas de agua aumentan considerablemente su tamaño. Cuando éste es suficiente para vencer la resistencia del aire, caen hacia la superficie de la Tierra atraídas por la fuerza de la gravedad. Es lo que se conoce con el nombre de **precipitación**. Según la magnitud y la velocidad del cambio de presión y temperatura durante el proceso termodinámico, la precipitación puede ser en forma líquida o en forma sólida cristalizada o amorfa (Foto 1.4).

Parte del agua que precipita desde las nubes nunca alcanza el suelo porque queda interceptada en su trayectoria por algún obstáculo (árboles, edificios, etc.) y vuelve otra vez a la atmósfera por evaporación.

Del agua que alcanza la superficie del terreno una parte se evapora desde los charcos en los que queda detenida; otra parte atraviesa la superficie de la Tierra,



Foto 1.4. Cuando el peso de las gotas de agua de las nubes es suficiente para vencer la resistencia del aire se producen precipitaciones en forma líquida o sólida. Foto: Alcántara (Cáceres), 1988.

es lo que se denomina *infiltración*; y finalmente otra parte discurre siempre por la superficie de la Tierra, primero en pequeños regueros y luego a través de cauces cada vez más importantes hasta que alcanza de nuevo el mar, es la *escorrentía superficial* (Foto 1.5).

El agua infiltrada penetra en la *zona no saturada* y humedece primeramente el suelo, entendiéndose como tal la zona más superficial de la corteza terrestre donde la acción de una serie de procesos físicos, químicos y biológicos la ha hecho apta para ser soporte de la vida vegetal. El desarrollo de las raíces de las plantas limita esta zona en profundidad. El agua retenida en el suelo vuelve a la atmósfera en forma de vapor bien por evaporación directa o bien por *transpiración* de las plantas (Fig. 1.2).

El proceso de evaporación actúa continuamente mientras es efectiva la energía que procede de la radiación solar. En la práctica, es muy difícil separar el volumen de agua que pasa a la atmósfera por evaporación del que lo hace por transpiración. Ambos se suelen tratar en conjunto en un único concepto denominado *evapotranspiración*.

Una vez saturado el suelo, si continúa el aporte externo y existen condiciones favorables para el flujo, el agua percola hacia zonas más profundas a través de los huecos existentes en la *zona vadosa* donde coexisten materia mineral, agua, aire



Foto 1.5. Parte del agua líquida que cae sobre el terreno se puede acumular y circular a favor de la pendiente en forma de escorrentía superficial, cuyo destino final suele ser el océano, cerrando el ciclo hidrológico. En la formación de este tipo de escorrentía también pueden intervenir la fusión de la nieve o glaciares y la descarga de agua de acuíferos. Foto: *Garganta Mayor, en Garganta la Olla (Cáceres), 2003.*

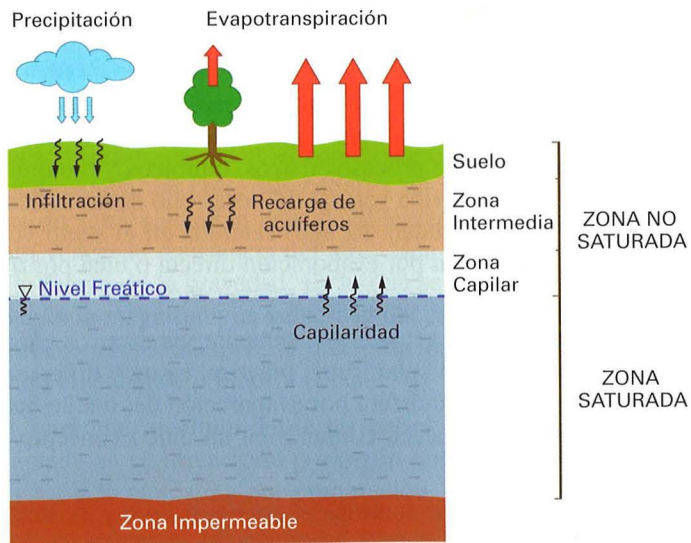


Fig. 1.2. Zonas en el subsuelo según el comportamiento del agua que se infiltra.

y otros gases. Esta zona puede no existir en regiones muy húmedas o tener varios centenares de metros de espesor en las regiones áridas.

Si continúa el movimiento descendente el agua alcanzará la *zona saturada* en la que todos los poros de la roca se encuentran llenos de agua. Al límite superior de la zona saturada se le denomina *superficie freática* o *nivel freático*, que se define como el lugar geométrico de los puntos en los que el agua del subsuelo se encuentra a la presión atmosférica. Inmediatamente por encima de la superficie freática el efecto de las fuerzas capilares origina una franja de terreno saturado en la que la presión es ligeramente inferior a la atmosférica: es la *zona capilar*. Por debajo del nivel freático la presión del agua es superior a la atmosférica (es la atmosférica más el peso de la columna de agua que carga sobre el punto de la zona saturada que se considere).

En la zona saturada el agua también se mueve como *escorrentía subterránea* (Foto 1.6) en función de un balance de energías terminando su trayectoria en ríos, manantiales, directamente en el mar, o evapotranspirándose cuando el nivel freático está muy próximo a la superficie del terreno.

El agua en la Naturaleza está en continuo movimiento accionada por la energía de la radiación solar y por la fuerza de la gravedad, describiendo un



Foto 1.6. Las aguas subterráneas constituyen la reserva natural de agua dulce líquida más importante de la Naturaleza. En la imagen puede observarse una surgencia de agua subterránea en el cauce del río Jarama. Foto: Carretera Torrelaguna-Atazar (Madrid), 1997.

ciclo, *ciclo hidrológico*, que suele explicarse considerando que empieza y termina en el mar (Fig. 1.3). Es fácil comprender que no todas las moléculas de agua recorren el ciclo completo. En Martínez Alfaro (2004) se hace una exposición de la evolución del concepto de ciclo hidrológico a lo largo de la historia.

Precipitación, evapotranspiración y escorrentía son las *componentes del ciclo hidrológico*.

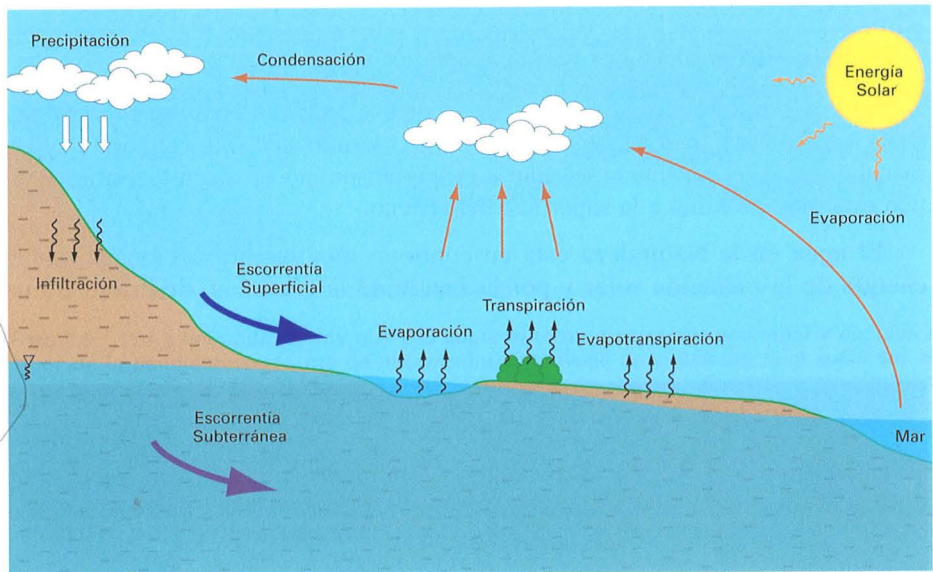


Fig. 1.3. Visión esquemática del ciclo hidrológico.

1.3. El balance hidrológico

Admitiendo a efectos prácticos que la precipitación es la única fuente de agua en la Naturaleza, ha de cumplirse, para cualquier cuenca cerrada y para un intervalo de tiempo determinado, el principio de conservación de la masa (Fig. 1.4):

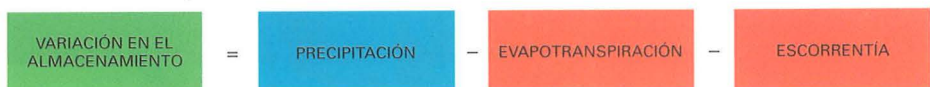


Fig. 1.4. Balance hidrológico en una cuenca cerrada para un intervalo de tiempo determinado (Ley de la Conservación de la Masa).

Si las condiciones hídricas en la cuenca son las mismas al inicio y al final del intervalo de tiempo considerado, la variación en el almacenamiento es cero y ha de cumplirse:

$$\text{PRECIPITACIÓN} = \text{ESCORRENTÍA} + \text{EVAPOTRANSPIRACIÓN}$$

El término escorrentía incluye, en ambos casos, tanto la superficial como la subterránea.

A la expresión de la figura 1.4. se la conoce con el nombre de **balance hidrológico en una cuenca**, y es fiel reflejo del principio de conservación de la masa ($\text{ENTRADAS} - \text{SALIDAS} = \text{VARIACIÓN EN EL ALMACENAMIENTO}$).

La expresión puede complicarse si la cuenca no es cerrada, es decir, si hay intercambio de agua, natural o artificialmente, con otras cuencas más o menos lejanas. Un aspecto que siempre ha de quedar claro a la hora de plantear un balance hidrológico es el **lugar** para el que se realiza y el **intervalo de tiempo** que se considera. El balance sólo es válido para esas condiciones de espacio y tiempo.

EJEMPLO: Una cuenca hidrográfica tiene una superficie aproximada de 500 km^2 , y recibe una precipitación anual (P) de $3 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{año}$. También se ha estimado que la escorrentía total (E) asciende a unos 120 Mm^3 en un año. Si el volumen almacenado en la cuenca se mantiene aproximadamente constante al cabo de dicho período de tiempo, calcular la evapotranspiración real (ETR) en mm.

Atendiendo a la Ley de la Conservación de la Masa:

$$\text{Entradas} - \text{Salidas} = \Delta \text{Almacenamiento}$$

En este caso:

$$P - E - ETR = \Delta V = 0$$

Para poder calcular la ETR será necesario trabajar con unidades homogéneas (mm/año). Teniendo en cuenta que:

$$1 \text{ mm} = 1 \text{ L/m}^2$$

La precipitación en mm/año será:

$$P = 3 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{año} \times 1000 \text{ L/m}^3 = 3 \cdot 10^{11} \text{ L/año}$$

$$500 \text{ km}^2 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{km}^2 = 5 \cdot 10^8 \text{ m}^2$$

$$P (\text{mm}) = \frac{3 \cdot 10^{11} \text{ L/año}}{5 \cdot 10^8 \text{ m}^2} = 600 \text{ mm/año}$$

Y la escorrentía:

$$E \text{ (mm)} = \frac{120 \text{ Mm}^3 \times 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{Mm}^3} \times 10^3 \frac{\text{L}}{\text{m}^3}}{500 \text{ km}^2 \times 10^6 \frac{\text{m}^2}{\text{km}^2}} = 240 \frac{\text{L}}{\text{m}^2} = 240 \text{ mm}$$

Aplicando ahora la Ley de la Conservación de la Masa, se calcula la evapotranspiración real:

$$600 \frac{\text{mm}}{\text{año}} - 240 \frac{\text{mm}}{\text{año}} - ETR = 0$$

$$ETR = 360 \frac{\text{mm}}{\text{año}}$$

1.4. Cuantificación de las componentes del balance hidrológico

1.4.1. La precipitación

1.4.1.1. Medida de la precipitación

Los «pluviómetros» son los aparatos destinados a medir la precipitación que se produce en un intervalo de tiempo determinado (Foto 1.7).

Según el intervalo de tiempo que se considere hay:

Pluviómetros no registradores: registran la precipitación caída en un punto durante un intervalo de tiempo generalmente diario. Proporcionan el volumen total de agua precipitada pero no dan información sobre la distribución de la precipitación en el intervalo de tiempo considerado.

Pluviómetros registradores o pluviógrafos: proporcionan una gráfica, *pluviograma*, que es una curva continua de precipitación acumulada a lo largo del intervalo de tiempo que se considere. De un pluviograma puede obtenerse la siguiente información:

- Volumen total de agua precipitada.
- Hora de comienzo y fin de cada aguacero.
- Intensidad máxima de precipitación (volumen máximo de agua caída en la unidad de tiempo). Coincide con la máxima pendiente del pluviograma.
- Intensidad para cualquier intervalo de tiempo registrado en el pluviograma.
- Curvas de intensidad-duración-frecuencia, que se utilizan para el cálculo de periodos de retorno de duración de aguaceros de diferentes intensidades.



Foto 1.7. Los pluviómetros en su forma más simple (pluviómetros no registradores), consisten en un receptáculo de forma cilíndrica que finaliza en un embudo por el que el agua llega a un depósito diseñado para reducir la evaporación. Foto: Estación meteorológica del Centro de Visitantes de la Laguna de Fuente de Piedra (Málaga), 2004.

Pluviómetros totalizadores: son pluviómetros no registradores de gran capacidad que se instalan en lugares de difícil acceso, por ejemplo en lugares que van a estar aislados por la nieve durante largos periodos de tiempo. Se les suele añadir un fundente, para evitar la congelación del agua recogida y facilitar la fusión de la nieve, y una pequeña cantidad de aceite, que al flotar por encima del agua recogida, impide su evaporación. El desarrollo tecnológico y en comunicaciones experimentado en los últimos años ha permitido que en la actualidad sea posible la instalación de pluviómetros registradores en estas áreas de difícil acceso.

Las medidas de precipitación, que han de referirse a un intervalo de tiempo concreto, suelen expresarse en unidades de altura de agua sobre una superficie plana horizontal, generalmente mm o cm, y más raramente m. Un mm es la altura que alcanza un litro de agua sobre una superficie de un m², por lo tanto 1 mm de lluvia equivale a 1 L/m².

Al ser la precipitación una variable discontinua en el espacio y en el tiempo, los valores medidos en una estación sólo son representativos para el punto de medida y su entorno. Es por esto por lo que para caracterizar la precipitación de una zona es necesario contar con una red de pluviómetros. La densidad de la red pluviométrica depende de la orografía. La Organización Meteorológica Mundial recomienda un pluviómetro cada 250 km² en zonas de topografía suave.

1.4.1.2. *Validación de los datos y obtención de series de precipitación*

En toda red pluviométrica existen estaciones especialmente cuidadas en lo que se refiere a la fiabilidad de sus datos. Son las denominadas habitualmente *estaciones base*, que se utilizan para validar los datos obtenidos en otras estaciones de su entorno. Esta validación es la primera tarea a realizar con los datos obtenidos en un pluviómetro. Se hace mediante el método de las *dobles masas o dobles acumulaciones*, comparando la serie pluviométrica de la estación problema con la misma serie medida en la estación base.

Sean:

- $b_1, b_2 \dots b_n$, los datos de precipitación para la estación base, correspondientes a los años 1, 2 ... n .
- $x_1, x_2 \dots x_n$, los datos de precipitación en el pluviómetro X (a validar) para los mismos años.

Se representan en unos ejes de coordenadas cartesianas las parejas de puntos:

$$\begin{aligned} & (x_1, b_1) \\ & (x_1 + x_2, b_1 + b_2) \\ & \dots \\ & \dots \\ & \dots \\ & (x_1 + \dots + x_n, b_1 + \dots + b_n) \end{aligned}$$

Si esta nube de puntos se alinea según una recta, los datos de la estación X se validan como fiables. Un cambio de pendiente en la recta implica la aparición o desaparición de un error sistemático, tal como el cambio de pluviómetro, el cambio del operario encargado de medir, un cambio en la horizontalidad del pluviómetro, etc. Detectada la causa es fácil corregir este tipo de error adecuando la pendiente de la recta a su valor libre de error.

Una nube de puntos a la que no se le puede ajustar una recta implica errores aleatorios, y por lo tanto la invalidez de los datos de la estación problema (Fig. 1.5).

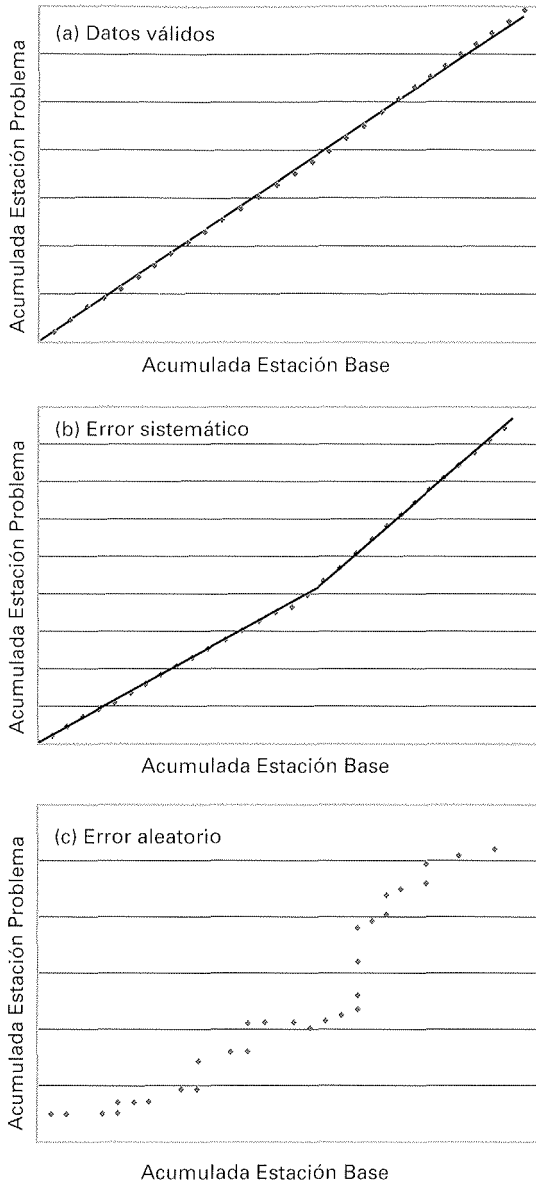


Fig. 1.5. Validación de datos de precipitación por el método de las dobles masas.

EJEMPLO: Durante el período 1973-2002 se midieron los siguientes datos de precipitación (en mm). Suponiendo que las medidas de la estación base B puedan ser consideradas fiables, se pide analizar y corregir si fuera necesario los datos medidos en la estación problema X .

Año	Estación base (B)	Estación problema (X)
1973	801	687
1974	783	589
1975	899	700
1976	775	620
1977	804	690
1978	786	592
1979	902	703
1980	778	623
1981	782	502
1982	1 077	1 205
1983	908	959
1984	677	635
1985	812	969
1986	861	792
1987	727	889
1988	901	790
1989	930	1 048
1990	947	895
1991	955	1 046
1992	710	718
1993	903	956
1994	672	632
1995	807	966
1996	856	789
1997	722	886
1998	896	787
1999	925	1 045
2000	942	892
2001	950	1 043
2002	705	715

En primer lugar, es necesario calcular para cada año las precipitaciones acumuladas de todos los antecedentes de la serie en la estación base y en la estación problema:

Año	PPT acumulada Base	PPT acumulada Problema
1973	801	687
1974 + 1973	1 584	1 276
1975 + 1974 + 1973	2 483	1 976
1976 + 1975 + ...	3 258	2 596
1977 + ...	4 062	3 286
1978 + ...	4 848	3 878
1979 + ...	5 750	4 581
1980 + ...	6 528	5 204
1981 + ...	7 310	5 706
1982 + ...	8 387	6 911
1983 + ...	9 295	7 870
1984 + ...	9 972	8 505

Año	PPT acumulada Base	PPT acumulada Problema
1985 + ...	10 784	9 474
1986 + ...	11 645	10 266
1987 + ...	12 372	11 155
1988 + ...	13 273	11 945
1989 + ...	14 203	12 993
1990 + ...	15 150	13 888
1991 + ...	16 105	14 934
1992 + ...	16 815	15 652
1993 + ...	17 718	16 608
1994 + ...	18 390	17 240
1995 + ...	19 197	18 206
1996 + ...	20 053	18 995
1997 + ...	20 775	19 881
1998 + ...	21 671	20 668
1999 + ...	22 596	21 713
2000 + ...	23 538	22 605
2001 + ...	24 488	23 648
2002 + ...	25 193	24 363

Llevadas ambas a unos ejes cartesianos:

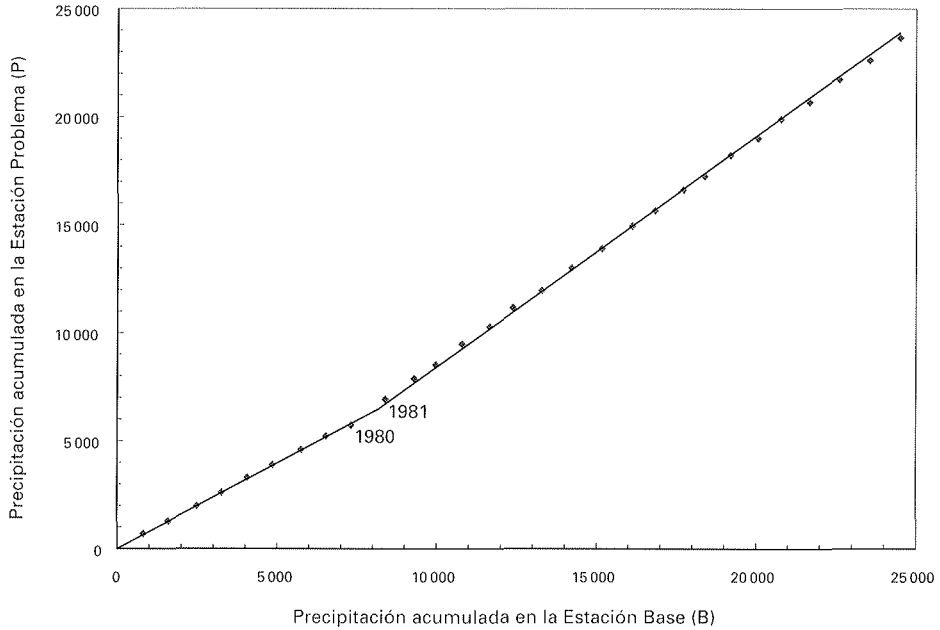


Fig. 1.6. Gráfico de precipitaciones acumuladas para las estaciones Base y Problema.

En la figura 1.6 puede observarse un cambio acusado de pendiente entre las series de años 1973-1980 (pendiente = 0.80) y 1981-2002 (pen-

diente = 1.03). Llegados a este punto se haría necesaria una vista a la estación problema con el fin de verificar si se dio algún cambio significativo que pudiera justificar esta alteración de pendiente (a efectos del presente ejemplo, se supone que el pluviómetro utilizado hasta 1980 presentaba fugas, por lo que fue reemplazado por uno nuevo, y que desde entonces los valores se vienen midiendo correctamente).

Por lo tanto, sería necesario aplicar un factor de corrección a los datos 1973-1980 igual a:

$$\frac{\text{Pendiente}_{1981-2002}}{\text{Pendiente}_{1973-1980}} = \frac{1.03}{0.80} = 1.28$$

Aplicando dicho factor a la tabla de valores:

Año	Estación Base (B)	Estación Problema (X)	PPT acumulada Base	PPT acumulada Problema
1973	801	879	801	879
1974	783	754	1 584	1 633
1975	899	896	2 483	2 529
1976	775	794	3 258	3 323
1977	804	883	4 062	4 206
1978	786	758	4 848	4 964
1979	902	900	5 750	5 864
1980	778	797	6 528	6 661
1981	782	502	7 310	7 163
1982	1 077	1 205	8 387	8 368
1983	908	959	9 295	9 327
1984	677	635	9 972	9 962
1985	812	969	10 784	10 931
1986	861	792	11 645	11 723
1987	727	889	12 372	12 612
1988	901	790	13 273	13 402
1989	930	1 048	14 203	14 450
1990	947	895	15 150	15 345
1991	955	1 046	16 105	16 391
1992	710	718	16 815	17 109
1993	903	956	17 718	18 065
1994	672	632	18 390	18 697
1995	807	966	19 197	19 663
1996	856	789	20 053	20 452
1997	722	886	20 775	21 338
1998	896	787	21 671	22 125
1999	925	1 045	22 596	23 170
2000	942	892	23 538	24 062
2001	950	1 043	24 488	25 105
2002	705	715	25 193	25 820

Ahora la representación gráfica de la correlación entre la estación base y la estación problema quedaría como en la figura 1.7:

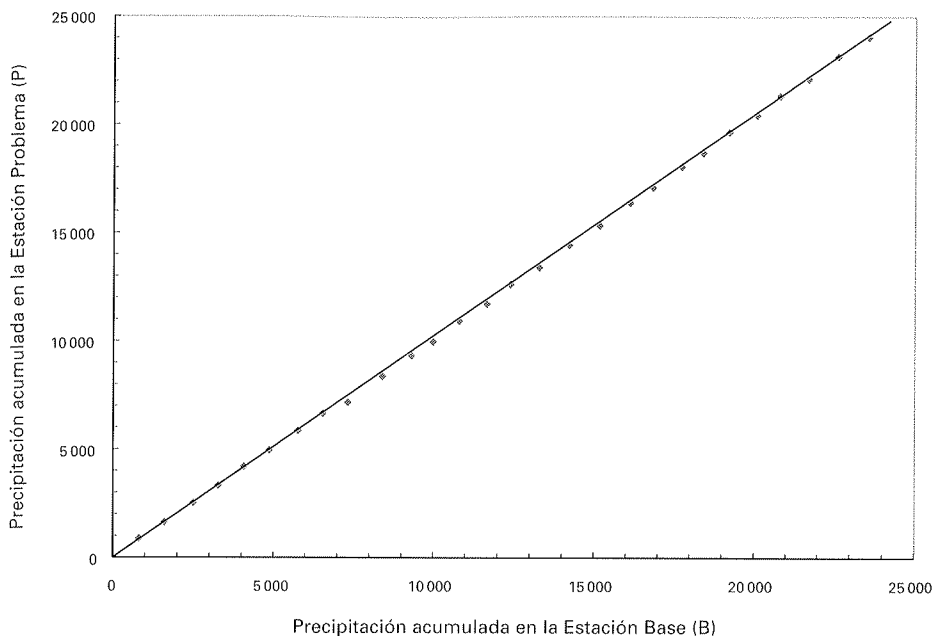


Fig. 1.7. Validación de datos para las estaciones Base y Problema una vez aplicado el factor de corrección.

Validados los valores de precipitación de las diferentes estaciones correspondientes a una misma cuenca hidrográfica y a su entorno próximo, se está en disposición de caracterizar la **precipitación sobre esa cuenca**. En primer lugar hay que seleccionar la serie pluviométrica que se va a utilizar a tal efecto. En este sentido la Organización Meteorológica Mundial recomienda el uso de series pluviométricas de al menos treinta años de duración.

Los años que constituyen una serie pluviométrica han de ser los mismos para todas las estaciones a utilizar en el trabajo. Es frecuente la necesidad de completar los datos correspondientes a la serie en algunas estaciones en las que pueden existir lagunas en las medidas. El método más habitual para resolver este problema es establecer una **correlación lineal** (ver Capítulo 5) entre una estación y otra, de análogas características climáticas, que cuente con los datos correspondientes a las lagunas en la estación problema.

La fiabilidad de los datos obtenidos puede medirse a partir del **coeficiente de correlación** entre las dos series. Al no ser la precipitación una variable continua ni en el espacio ni en el tiempo, no cabe la aplicación de métodos geoestadísticos de interpolación.

EJEMPLO: Como se muestra en la tabla siguiente, la serie de precipitaciones anuales para la estación pluviométrica de Mora de Toledo

está incompleta entre los años hidrológicos 1954/55 y 1961/62. Completar dicha serie a partir de la de la cercana estación de Toledo, cuyos datos se estiman fiables.

Año hidrol.	PPT Toledo (mm)	PPT Mora (mm)	Año hidrol.	PPT Toledo (mm)	PPT Mora (mm)
1952/53	255	226	1969/70	322	291
1953/54	215	192	1970/71	353	430
1954/55	430	—	1971/72	422	369
1955/56	617	—	1972/73	360	307
1956/57	332	—	1973/74	390	435
1957/58	273	—	1974/75	427	439
1958/59	512	—	1975/76	328	432
1959/60	329	—	1976/77	459	410
1960/61	482	—	1977/78	505	507
1961/62	387	—	1978/79	445	535
1962/63	389	467	1979/80	337	266
1963/64	415	392	1980/81	355	304
1964/65	245	286	1981/82	360	338
1965/66	399	421	1982/83	262	250
1966/67	323	265	1983/84	479	350
1967/68	398	289	1984/85	283	265
1968/69	457	474			

Antes de completar los datos que faltan, es necesario comprobar el grado de correlación existente entre los datos de ambas estaciones. Aunque esto de ordinario se lleva a cabo mediante una hoja de cálculo, es conveniente recordar algunos conceptos básicos de estadística (ver Capítulo 5).

Para el caso concreto de las estaciones de este ejemplo, el coeficiente de correlación es de 0.78, lo cual se considera suficiente para completar la serie de Mora de Toledo. Como puede observarse en la figura 1.8, la ecuación de la línea de regresión es:

$$y = 0.973x$$

Donde la variable independiente x es la precipitación en la estación de Toledo, a partir de la cual puede calcularse la variable dependiente y , que corresponde a la precipitación en Mora de Toledo.

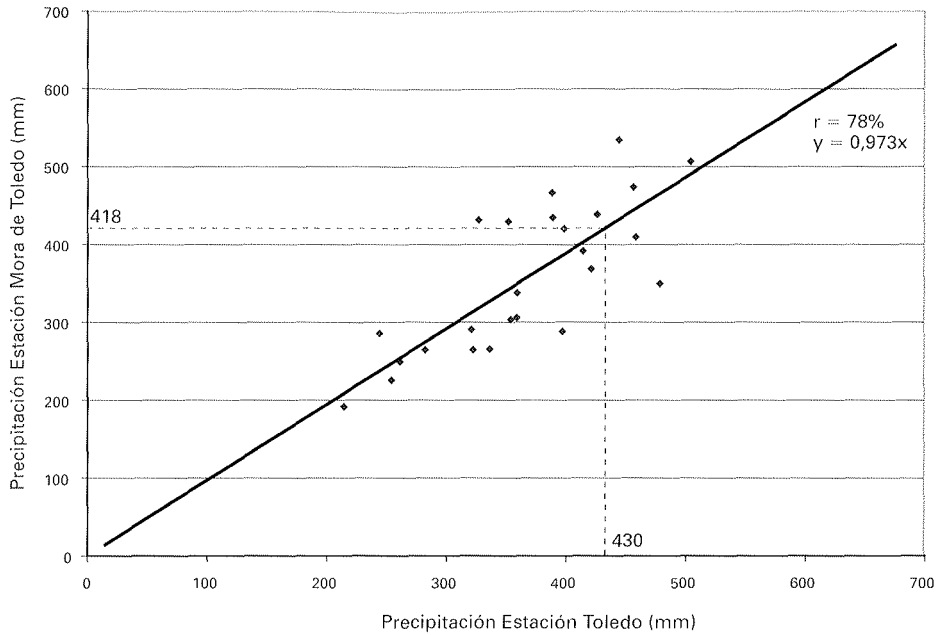


Fig. 1.8. Correlación de las series de precipitación en las estaciones de Toledo y Mora de Toledo.

Por lo tanto, a partir de dicha ecuación es posible completar los valores que faltan de la tabla inicial:

Año hidrol.	PPT Toledo (mm)	PPT Mora (mm)	Año hidrol.	PPT Toledo (mm)	PPT Mora (mm)
1952/53	255	226	1969/70	322	291
1953/54	215	192	1970/71	353	430
1954/55	430	418	1971/72	422	369
1955/56	617	600	1972/73	360	307
1956/57	332	323	1973/74	390	435
1957/58	273	266	1974/75	427	439
1958/59	512	498	1975/76	328	432
1959/60	329	320	1976/77	459	410
1960/61	482	469	1977/78	505	507
1961/62	387	377	1978/79	445	535
1962/63	389	467	1979/80	337	266
1963/64	415	392	1980/81	355	304
1964/65	245	286	1981/82	360	338
1965/66	399	421	1982/83	262	250
1966/67	323	265	1983/84	479	350
1967/68	398	289	1984/85	283	265
1968/69	457	474			

Es usual representar los datos de precipitación de una serie, en una estación, mediante un gráfico de barras en unos ejes cartesianos (años/mm de precipitación), denominado *yetograma*. Sobre este gráfico se suele dibujar una línea horizontal indicando la precipitación media del periodo. El yetograma es muy útil para comparar visualmente la precipitación de unos años y otros y para determinar años húmedos (precipitación por encima de la media) y años secos (precipitación por debajo de la media).

EJEMPLO: Conocida la precipitación anual en la estación meteorológica de las Tablas de Daimiel para el período de tiempo 1950-2000, representar el yetograma para dicho período, señalando los años húmedos y secos.

Año	PPTN (mm)	Año	PPTN (mm)
1950	328	1976	482
1951	472	1977	608
1952	514	1978	634
1953	353	1979	370
1954	348	1980	350
1955	577	1981	417
1956	339	1982	452
1957	637	1983	258
1958	478	1984	486
1959	576	1985	407
1960	601	1986	325
1961	416	1987	514
1962	593	1988	373
1963	639	1989	592
1964	365	1990	294
1965	439	1991	288
1966	441	1992	421
1967	389	1993	308
1968	442	1994	292
1969	493	1995	424
1970	367	1996	860
1971	487	1997	526
1972	503	1998	331
1973	446	1999	364
1974	368	2000	383
1975	422		

El yetograma para la estación correspondiente se representa en un gráfico de barras, de la siguiente manera:

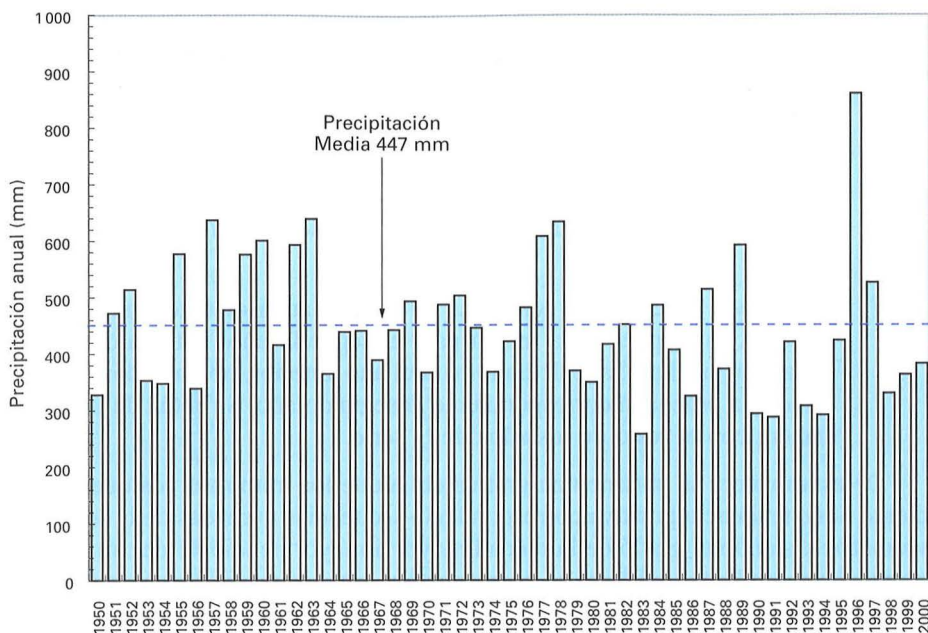


Fig. 1.9. Yetograma de la Estación Meteorológica de las Tablas de Daimiel (1950-2000).

Los años húmedos son aquellos que quedan por encima de la precipitación media (por ejemplo: 1957, 1959, 1960, 1989 y 1996), mientras que años secos son los que quedan por debajo (como 1950, 1954, 1970, 1983 y 1994). Se pueden denominar «años medios» a aquellos que quedan próximos a la precipitación media (como 1966 y 1982).

1.4.1.3. Determinación de secuencias de años secos y húmedos

En países áridos y semiáridos es frecuente la alternancia de secuencias de años secos seguidas de otras de años húmedos, ambas de amplitud variable. Es necesario, a la hora de valorar e interpretar las aportaciones de agua a una cuenca como consecuencia de la precipitación, conocer dentro de que tipo de secuencia se encuadran esas aportaciones. Para ello se puede utilizar la llamada *curva de desviaciones acumuladas con respecto a la media*, que se obtiene para cada estación pluviométrica de la siguiente manera:

- a) Se preparan unos ejes coordenados cartesianos. En la parte positiva del eje de abscisas se colocan, a intervalos regulares, cada uno de los años que integran la serie pluviométrica. En el eje de ordenadas se irán colocando, como se explica a continuación, las desviaciones acumuladas de precipitación con respecto a la media teniendo en cuenta su signo. La desviación cero, correspondiente a la media, es el origen de coordenadas.

- b) Se calcula la precipitación media anual como suma de la precipitación de todos los años de la serie dividida por el número de años considerado.
- c) Se resta esta media del primer año de la serie. Si esta diferencia es positiva (desviación positiva) este año ha llovido más que la media y por lo tanto es un año húmedo. De lo contrario la diferencia será negativa y el año será seco. El valor de la desviación es la ordenada, con su signo, correspondiente al primer año de la serie, y así se lleva al gráfico.
- d) Se procede exactamente igual que en el caso anterior obteniendo la desviación con respecto a la media para el segundo año. Este valor se acumula, con su signo, al calculado para el año anterior, obteniéndose de esta manera la ordenada correspondiente al segundo año. Se actúa de la misma manera con el resto de los años de la serie.

De esta manera se obtiene una gráfica en la que los tramos en los que la pendiente tiene tendencia positiva corresponden a secuencias húmedas de la serie pluviométrica, siendo el grado de humedad mayor a mayor pendiente del tramo. Los tramos con pendiente negativa se corresponden con secuencias secas y el grado de sequedad será mayor a mayor pendiente. Los tramos en los que la pendiente tiende a ser nula señalan secuencias con precipitación en torno a la media. Los años marcados en el eje de abscisas señalan el inicio, el final y la duración de cada secuencia.

EJEMPLO: Para los datos del ejemplo anterior (Tablas de Daimiel), representar la curva de desviaciones acumuladas respecto de la precipitación media, identificando las secuencias húmedas y secas.

Para identificar las secuencias húmedas y secas es necesario ir calculando una por una las desviaciones acumuladas de precipitación anual con respecto a la media:

Año	Precipitación anual (mm)	Precipitación media (mm)	Desviación simple (mm)	Desviación acumulada (mm)
1950	328	447	-119	-119
1951	472	447	25	-94
1952	514	447	67	-27
1953	353	447	-94	-121
1954	348	447	-99	-220
1955	577	447	130	-89
1956	339	447	-108	-197
1957	637	447	190	-7
1958	478	447	31	24
1959	576	447	129	153
1960	601	447	154	307

Año	Precipitación anual (mm)	Precipitación media (mm)	Desviación simple (mm)	Desviación acumulada (mm)
1961	416	447	-31	276
1962	593	447	146	422
1963	639	447	192	614
1964	365	447	-82	532
1965	439	447	-8	525
1966	441	447	-6	519
1967	389	447	-58	461
1968	442	447	-5	456
1969	493	447	46	502
1970	367	447	-80	422
1971	487	447	40	462
1972	503	447	56	518
1973	446	447	-1	517
1974	368	447	-79	438
1975	422	447	-25	414
1976	482	447	35	449
1977	608	447	161	610
1978	634	447	187	797
1979	370	447	-77	720
1980	350	447	-97	623
1981	417	447	-30	593
1982	452	447	5	598
1983	258	447	-189	409
1984	486	447	39	448
1985	407	447	-40	409
1986	325	447	-122	287
1987	514	447	67	354
1988	373	447	-74	280
1989	592	447	145	425
1990	294	447	-153	272
1991	288	447	-159	113
1992	421	447	-26	87
1993	308	447	-139	-52
1994	292	447	-155	-207
1995	424	447	-23	-229
1996	860	447	413	184
1997	526	447	79	263
1998	331	447	-116	147
1999	364	447	-83	64
2000	383	447	-64	0

Una vez obtenidas las desviaciones acumuladas, se representan en un sistema de ejes cartesianos como el de la figura 1.10. En él pueden apreciarse las distintas secuencias.

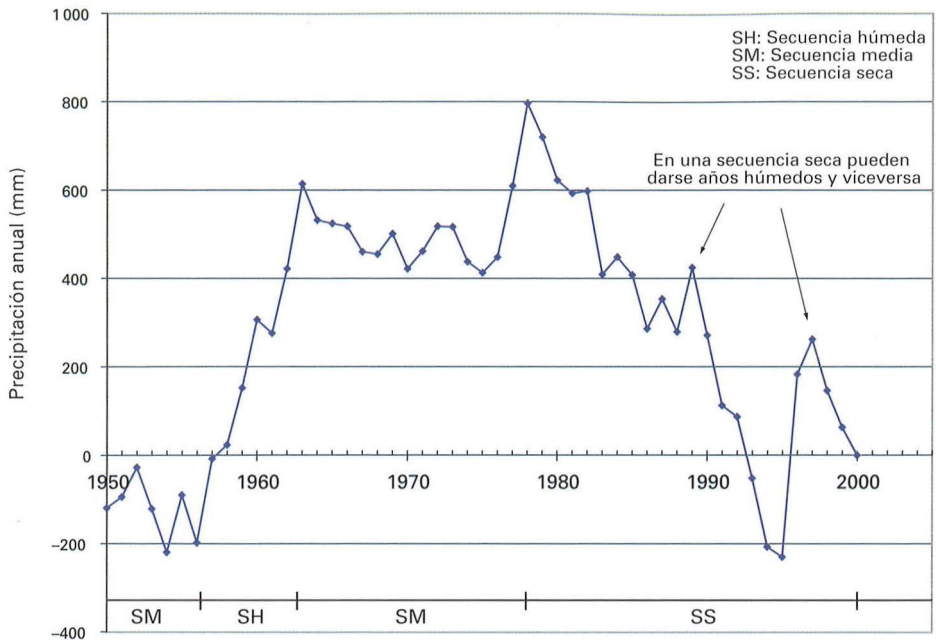


Fig. 1.10. Curva de desviaciones acumuladas de precipitación en las Tablas de Daimiel (1950-2000).

1.4.1.4. Cálculo del volumen de agua precipitado sobre una cuenca

Los objetivos del estudio a realizar marcarán la elección del intervalo de tiempo y sus características, a utilizar para calcular el volumen de agua precipitado sobre la cuenca. Generalmente el cálculo se realiza para la precipitación media de toda la serie considerada, para la media de una secuencia seca representativa, para la media de una secuencia húmeda representativa, para el año más seco del periodo y para el año más húmedo del periodo.

A escala de cuenca se considera como *año más seco* del periodo al año con menor precipitación en el mayor número de estaciones pluviométricas, y como *año más húmedo* al de mayor precipitación en el mayor número de estaciones.

El volumen de agua precipitado en el intervalo de tiempo seleccionado se calcula, en litros, multiplicando la precipitación en mm por el área de la cuenca en m². Como se suele obtener una cifra muy elevada, se suele expresar en hm³ (1 hm³ = 10⁶ m³ = 10⁹ L).

Los métodos clásicos para calcular el volumen de agua precipitado sobre una cuenca son tres:

- Media aritmética.
- Polígonos de Thiessen.
- Isoyetas.

El método de la *media aritmética* calcula la precipitación sobre la cuenca como la media aritmética de la precipitación de todas las estaciones para el periodo de tiempo considerado. Es un método rápido que proporciona buenos resultados cuando existe una homogeneidad climática en la cuenca, puesto que da el mismo peso a la precipitación de todas las estaciones. Fuera de estos casos suele utilizarse para estimar en una primera aproximación el orden de magnitud del volumen de agua originado por la precipitación.

El método de los *polígonos de Thiessen* es en esencia una media ponderada. A cada estación pluviométrica se le asigna un área de influencia delimitada por un polígono que se obtiene de la siguiente manera:

- a) Se realiza una triangulación de la cuenca uniendo cada estación pluviométrica con las adyacentes a ella. Se trazan las mediatrices (perpendiculares por el punto medio) de cada uno de los lados de los triángulos dibujados. Estas mediatrices definen una serie de polígonos y cada uno de ellos encierra en su interior una estación pluviométrica. Se supone que la precipitación medida en esa estación define la del área del polígono asociado a ella.
- b) Se multiplica la precipitación en cada estación por el área de su polígono asociado, obteniéndose el volumen de agua precipitado en cada polígono. La suma de todos estos volúmenes es el volumen total precipitado en la cuenca. Si se quiere dar el equivalente en mm basta dividir el volumen total precipitado por la superficie total de la cuenca en las unidades correspondientes.

Se trata de un método en el que el peso a asignar a cada estación se obtiene de manera puramente geométrica, y por lo tanto no tiene en cuenta para nada la fisiografía de la cuenca, que es el factor fundamental en la variabilidad de la precipitación. Da buenos resultados en zonas en las que la fisiografía es homogénea. A medida que va aumentando el número de zonas de topografía accidentada es necesario un incremento en la densidad de estaciones, en esas zonas, para obtener datos fiables.

Se define *isoyeta* como el lugar geométrico de los puntos de igual precipitación. A partir de datos puntuales de precipitación en una cuenca se pueden dibujar ^{del terreno con} isoyetas de igual precipitación (isoyetas) espaciadas entre sí por intervalos constantes de cantidad de precipitación.

La obtención de la precipitación sobre una cuenca utilizando el *método de las isoyetas* es también el cálculo de una media ponderada. Al área entre cada dos isoyetas se le aplica la precipitación de la isoyeta media de las dos que limitan ese área. La suma de los volúmenes de agua así calculados proporciona el volumen total de agua precipitado sobre la cuenca.

Si el criterio para dibujar las isoyetas es únicamente un criterio geométrico, este método presenta los mismos inconvenientes que el de los polígonos de Thiessen. Si el trazado de las isoyetas se hace teniendo en cuenta la meteorología de la zona (fisiografía de la cuenca, altitud de las estaciones, etc.), este método es el que proporciona resultados más ajustados a la realidad.

EJEMPLO: La cuenca fluvial que se representa en la figura 1.11 corresponde a la del río Manzanares (cuenca del Tajo). En el plano se señalan, por su número, una serie de estaciones pluviométricas cuyas características se dan en la siguiente tabla. Calcular la precipitación media anual según los métodos de media simple de las estaciones, de polígonos de Thiessen y de isoyetas.

Número	Estación	Cota (m s.n.m.)	Número años	Precipitación media (mm)
33	Boalo	939	22	626
36	Soto del Real	910	22	650
37	Manzanares	908	23	621
38	Hoyo de Manzanares	1 010	23	721
39	Madrid-Retiro	667	23	456
40	Cuatro Vientos	690	23	468
41	Getafe	620	23	423
47	Torrelodones	843	22	548

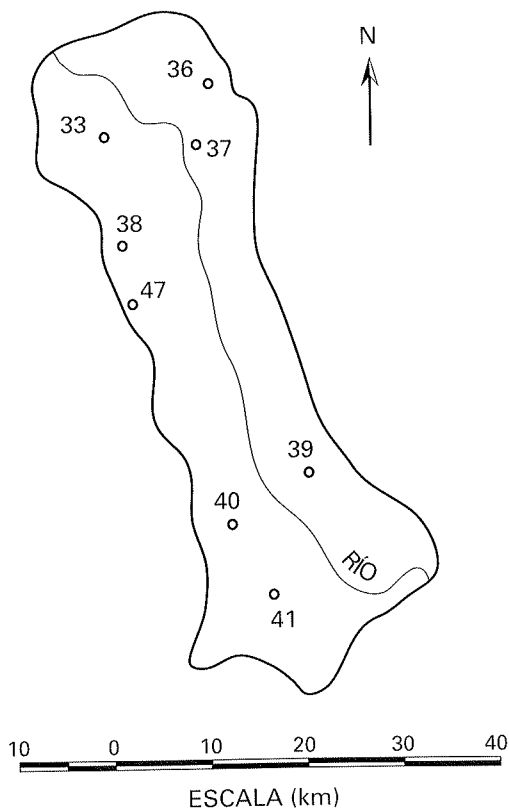


Fig. 1.11. Cuenca del río Manzanares.

a) *Media aritmética simple de las estaciones*

La media aritmética se obtiene dividiendo la suma de todas las precipitaciones anuales entre el número total de estaciones:

$$P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i$$

Donde:

P = Precipitación media sobre la cuenca (mm).

P_i = Precipitación para cada estación i (mm).

n = Número de estaciones.

En este caso:

$$P = \frac{1}{8} (626 + 650 + 621 + 721 + 456 + 468 + 423 + 548)$$

$$P = \frac{4\ 513}{8} = 564 \text{ mm}$$

b) *Polígonos de Thiessen*

Los polígonos de Thiessen no son sino una manera de establecer el «área de influencia» de cada estación, a fin de poder calcular luego la precipitación sobre toda la cuenca mediante una media ponderada.

En primer lugar es necesario situar las estaciones en el mapa y unir las formando triángulos. La triangulación queda al arbitrio del técnico, aunque por regla general es bueno huir de los ángulos de pocos grados, dado que estos en la práctica dificultan la traza de los polígonos.

Para cada triángulo, se traza la mediatriz de cada uno de sus lados, prolongándolas hasta encontrarse. Este punto de intersección (o circuncentro) debe unirse con los de los triángulos circundantes, formando así polígonos («áreas de influencia») alrededor de cada estación (Fig. 1.12).

Si bien existen métodos para medir el área de los polígonos (planímetro), en la práctica éstas se obtienen más fácilmente mediante el uso de tabletas digitalizadoras y software especializado. En el ejemplo que nos ocupa, el área de cada polígono de influencia es la siguiente:

Estación	33	36	37	38	39	40	41	47
Área (km ²)	162	90	140	92	255	120	220	186

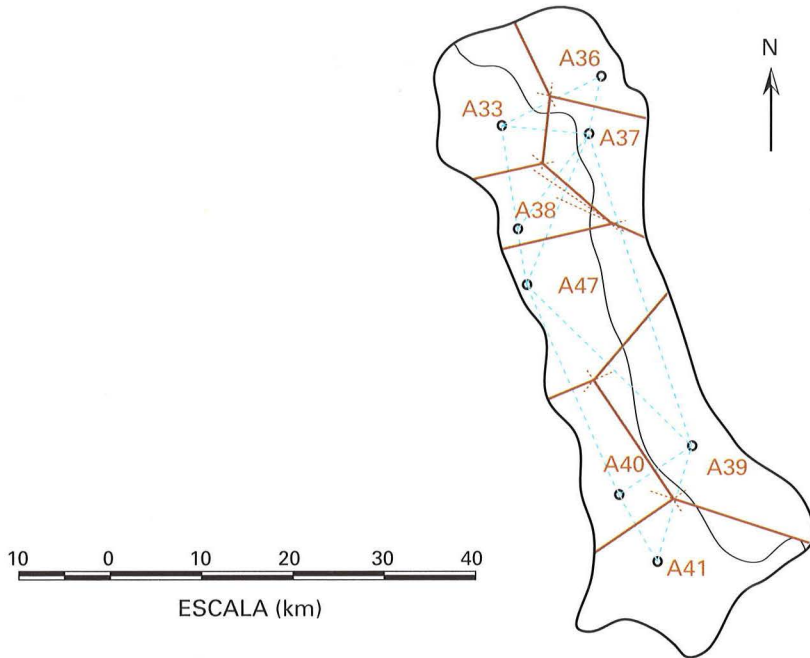


Fig. 1.12. Cálculo de la precipitación media sobre la cuenca del río Manzanares por el método de polígonos de Thiessen.

A partir de estos datos, ya es posible calcular la precipitación media ponderada, es decir, la media de la precipitación dando mayor peso a las estaciones que sean representativas de un área mayor:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n P_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

Donde:

P = Precipitación regional (mm).

P_i = Precipitación para cada estación i (mm).

A_i = Área de cada estación i (km²).

n = Número de estaciones.

Por lo tanto:

$$P = \frac{(626 \times 162 + 650 \times 90 + 621 \times 140 + 721 \times 92 + 456 \times 255 + 468 \times 120 + 423 \times 220 + 548 \times 186)}{162 + 90 + 140 + 92 + 255 + 120 + 220 + 186}$$

$$P = \frac{680\ 612}{1\ 265} = 538 \text{ mm}$$

c) *Método de isoyetas*

Para calcular la precipitación de acuerdo con el método de isoyetas, la fisiografía de la cuenca juega un papel importante. En el caso de la cuenca del Manzanares, es necesario tener en cuenta la diferencia topográfica existente desde las montañas del extremo norte (sierra de Guadarrama) a la orografía suave del sur (confluencia con el río Jarama).

Trazando las cotas topográficas de la cuenca es posible ver que existe una correlación importante entre cota y precipitación. Esto ha de tenerse en cuenta al trazar el mapa de isoyetas (líneas de igual precipitación), puesto que será razonable atribuir, en lo posible, un valor de precipitación similar a zonas de cota similar (Fig. 1.13).

COTA DE LAS ESTACIONES
(cotas en m.s.n.m.)

MAPA DE ISOYETAS
(precipitación en mm)

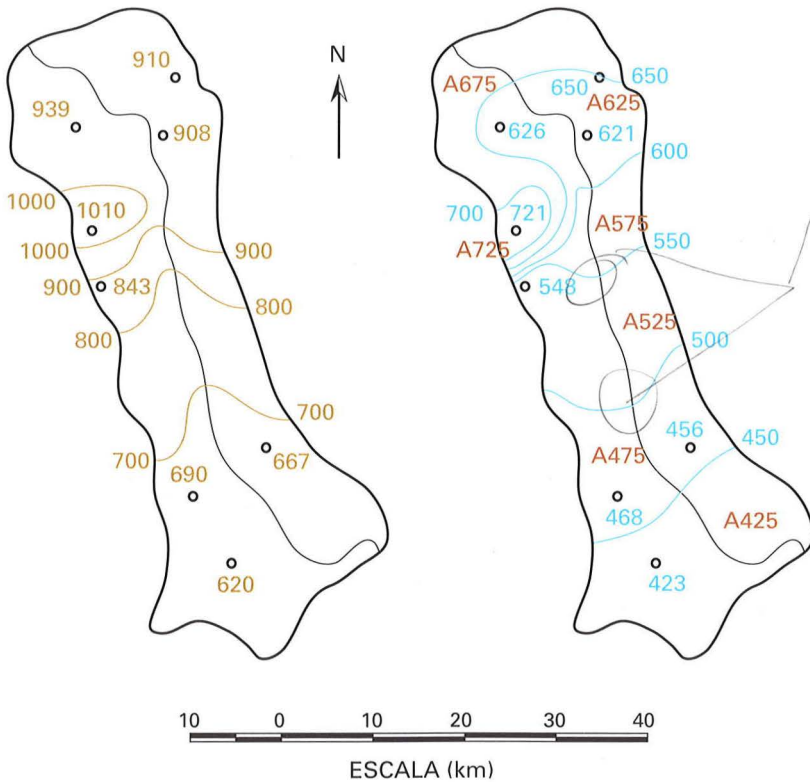


Fig. 1.13. Cálculo de la precipitación media sobre la cuenca del río Manzanares por el método de las isoyetas.

Una vez representadas las isoyetas, es posible calcular la precipitación media de la cuenca mediante una media ponderada:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n P_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

Donde:

P = Precipitación regional (mm).

P_i = Precipitación media entre cada dos isoyetas (mm).

A_i = Área entre cada dos isoyetas (km²).

n = Número de estaciones.

Si a partir del mapa se obtienen los siguientes valores:

Isoyetas (mm)	400-450	450-500	500-550	550-600	600-650	650-700	700-750
Ppt media (mm)	425	475	525	575	625	675	725
Área (km ²)	333	210	200	160	177	180	18

Entonces:

$$P = \frac{(425 \times 333 + 475 \times 210 + 525 \times 200 + 575 \times 160 + 625 \times 177 + 675 \times 180 + 725 \times 18)}{333 + 210 + 200 + 160 + 177 + 180 + 18}$$

$$P = \frac{683\ 450}{1\ 265} = 535 \text{ mm}$$

1.4.2. La evapotranspiración

Se define *evapotranspiración* como el volumen de agua que desde el estado sólido o líquido pasa a la atmósfera a estado de vapor, bien por evaporación directa bien por transpiración de las plantas. Habitualmente se expresa en mm para un tiempo determinado.

La evapotranspiración es un parámetro difícil de estimar con precisión pues depende de factores ligados a la meteorología (precipitación, radiación solar y humedad del aire), de factores ligados a la vegetación (densidad, tipo y grado de desarrollo) y de factores ligados al suelo (textura y estructura), que condicionan su capacidad de almacenamiento de agua.

Thornthwaite (1948) distingue entre *evapotranspiración potencial* (ETP) y *evapotranspiración real* (ETR).

La ETP es el volumen de agua que pasaría a la atmósfera en forma de vapor como consecuencia de la evaporación directa y de la transpiración de las plantas

en el supuesto caso de que siempre hubiese la cantidad de agua necesaria disponible a tales efectos. No depende por lo tanto del valor de la precipitación ni de la cantidad de agua contenida en el suelo a disposición de las plantas.

La *ETP* es el volumen de agua que pasa a la atmósfera en forma de vapor como consecuencia de la evaporación directa y de la transpiración de las plantas en función del volumen de agua disponible. De su definición se desprende que la *ETP* será siempre mayor o igual que la *ETR*.

La *ETR* está condicionada por la cantidad de agua disponible en un momento determinado (precipitación y contenido de humedad en el suelo).

1.4.2.1. *Contenido de agua en el suelo*

El contenido de agua en el suelo se mide por su *grado de humedad*, que es el peso de agua contenido en una muestra de suelo expresado en tanto por ciento con respecto al peso de la muestra desecada en un horno a 105° C:

$$G_h = \frac{P_h - P_s}{P_s} \cdot 100$$

Donde:

G_h = Grado de humedad (%).

P_h = Peso de la muestra húmeda.

P_s = Peso de la muestra desecada en horno a 105° C.

El máximo contenido de agua en un terreno se produce cuando todos sus poros están llenos de agua. En este caso el grado de humedad es del 100 %. Si en este caso en lugar de la relación de pesos se considera la relación volumétrica, definimos la porosidad total de la roca como:

$$m = \frac{\text{Volumen}_{\text{huecos}}}{\text{Volumen}_{\text{total}}} \cdot 100$$

EJEMPLO: Una muestra de suelo tomada en el campo pesa 305 g, y tras secarse en un horno a 105° C, su peso pasa a ser de 287 g. Calcular el grado de humedad de dicha muestra.

El grado de humedad (G_h) del suelo viene dado por la siguiente expresión:

$$G_h = \frac{305 - 287}{287} \times 100$$

$$G_h = 6,3 \%$$

¡Ojo!
¡Cuidado!
como es común
V. 14 p. 57

En agricultura es frecuente el uso del concepto de *punto de marchitez permanente*, que es el grado de humedad de un suelo en el que la fuerza de succión de las raíces de las plantas ya no es capaz de extraer agua.

El grado de humedad de un suelo que una vez saturado es drenado por la acción de la fuerza de la gravedad se denomina *capacidad de campo*.

$$Cc = \frac{P_h^* - P_s}{P_s} \cdot 100$$

Donde P_h^* es el peso de la muestra que después de saturada es drenada por gravedad.

En algunas ocasiones es necesario utilizar la humedad con criterio volumétrico en lugar de másico. En este caso se define la *humedad volumétrica* como:

$$\theta = \frac{V_a}{V_t}$$

en donde V_a es el volumen de agua contenido en un volumen de terreno V_t . La humedad volumétrica varía entre 0 y la porosidad total. θ también puede expresarse en porcentaje.

Si la densidad del agua es 1 g/cm^3 , se puede relacionar el grado de humedad con la humedad volumétrica introduciendo el concepto de *densidad aparente* del terreno $\rho_a = \frac{\text{Masa}_{\text{terreno}}}{\text{Volumen}_{\text{terreno}}}$. En el volumen de terreno se incluye el de los poros existentes en él. Sustituyendo pesos por volúmenes en G_h , quedaría:

$$\theta = \rho_a \cdot \frac{G_h}{100}$$

El contenido en agua existente en un suelo para cualquier grado de humedad expresado en mm (L/m^2) sería:

$$C_A = \frac{V_s (\text{m}^3) \cdot 1000 \cdot \rho_a \cdot G_h/100}{S_s (\text{m}^2)}$$

Donde:

V_s = Volumen del suelo.

ρ_a = Densidad aparente del suelo.

S_s = Superficie del suelo.

G_h = Grado de humedad del suelo correspondiente a la cantidad de agua a determinar (%).

Las unidades de la *densidad aparente* del terreno deben ser homogéneas con las utilizadas en los demás parámetros.

El contenido de humedad de un terreno con respecto al máximo contenido en agua que puede almacenar ese terreno (porosidad total) se llama *grado de saturación*, y varía entre 0 y 1.

En un suelo el *agua utilizable por las plantas* será la diferencia entre el grado de humedad del suelo en un momento determinado y el grado de humedad correspondiente al punto de marchitez permanente de ese suelo, por lo tanto el *máximo de agua utilizable por las plantas* será la diferencia entre capacidad de campo y punto de marchitez permanente.

EJEMPLO: La muestra del ejemplo anterior se satura por completo de agua y después se drena por gravedad, quedando con un peso de 310 g. La parcela de procedencia tiene superficie igual a una hectárea y una potencia media de suelo igual a 2 m. Calcular el contenido en agua, correspondiente a la capacidad de campo, existente en dicho suelo. La densidad aparente del suelo es 1,5 g/cm³. Suponiendo que el punto de marchitez permanente sea por término medio de 5 mm, ¿cuál sería el volumen máximo de agua utilizable por las plantas?

El grado de humedad (G_h) correspondiente a la capacidad de campo (C_c) se calcula de manera similar al ejemplo anterior:

$$G_h = \frac{310 - 287}{287} \times 100$$

$$G_h = 8 \%$$

Por lo tanto, el contenido en agua correspondiente a la capacidad de campo vendrá dado por:

$$V_{Cc} \text{ (mm)} = \frac{10\,000 \frac{\text{m}^2}{\text{ha}} \times 2 \text{ m} \times 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 10^{-3} \frac{\text{l}}{\text{g}} \times 10^6 \frac{\text{cm}^3}{\text{m}^3} \times \frac{8}{100}}{10\,000 \frac{\text{m}^2}{\text{ha}}} = 240 \frac{\text{l}}{\text{g}} = 240 \text{ mm}$$

El punto de marchitez permanente se define como el volumen marginal de agua contenida en los poros del suelo que las raíces de las plantas no tienen capacidad de succión para extraer. Por lo tanto, el volumen utilizable por las plantas sería:

$$V = V_{Cc} - PM = 240 - 5 = 235 \text{ mm}$$

1.4.2.2. *Cálculo de la evapotranspiración*

La evapotranspiración se calcula mediante *medidas directas, balances de agua en el suelo y métodos empíricos*.

Las *medidas directas de la evapotranspiración* se basan en la realización de balances de agua en cuencas experimentales y en aparatos especialmente diseñados para medir la evapotranspiración.

Las *cuencas experimentales* son, como su nombre indica, pequeñas cuencas en las que se miden, para un intervalo de tiempo determinado, los aportes de agua, la escorrentía y la variación del agua almacenada en la cuenca, y se obtiene por diferencia la evapotranspiración real para ese intervalo de tiempo:

$$ETR = A - E \pm \Delta W$$

Donde:

- A son las aportaciones de agua (generalmente precipitación y riego).
- E es la suma de escorrentía superficial y subterránea.
- ETR es la evapotranspiración real.
- ΔW es la variación en el agua almacenada en la cuenca.

Para conocer A es necesario tener instalados pluviómetros en la cuenca experimental y cuantificar el agua usada para riego.

El valor de E , escorrentía que se produce en la cuenca durante el tiempo para el que se realiza el balance medida en el punto de cierre de la cuenca, se obtiene a partir de los caudales de agua circulantes por ese punto de cierre durante el intervalo de tiempo considerado.

En ΔW se incluye la variación en el almacenamiento de aguas superficiales, la variación en el almacenamiento de aguas subterráneas y la variación de agua en el suelo. Se puede obtener por diferencia entre el estado del agua embalsada en los tiempos inicial y final del periodo para el que se realiza el balance. En el caso de las aguas superficiales será necesario conocer los estados inicial y final de los embalses o estanques que pudiesen existir. La variación del agua almacenada en el suelo se determinará a partir de los correspondientes muestreos. La variación del almacenamiento de agua subterránea deberá determinarse a partir de la geometría de la cuenca, la porosidad de los materiales que la constituyen y la oscilación del nivel freático medida en una serie de sondeos instalados a tal efecto.

En la aplicación de este método es preferible que la cuenca sea cerrada, es decir que no existan trasvases de agua hacia o desde otras cuencas, puesto que la magnitud de estos trasvases, sobre todo si se trata de aguas subterráneas, suele ser difícil de cuantificar.

Cuando el método se aplica a largos periodos de tiempo puede aceptarse que las épocas húmedas y las secas se compensan entre sí y que por lo tanto, a efectos prácticos, la variación del agua almacenada en la cuenca es cero. En este caso la evapotranspiración real será la diferencia entre las aportaciones y la escorrentía, es decir el *déficit de escorrentía*. Este método suele usarse con frecuencia para obtener la evapotranspiración real media en las grandes cuencas hidrográficas.

Los *evapotranspirómetros* y *lisímetros* son aparatos diseñados para la medida de la evapotranspiración. El funcionamiento de ambos se basa en establecer, para un tiempo determinado, un balance de agua en un perfil de suelo introducido en un recipiente y sobre el que se ha plantado un determinado tipo de vegetación. La ecuación que se plantea es:

$$ET = A - E \pm \Delta R$$

En el caso del *evapotranspirómetro* se mide evapotranspiración potencial y entonces:

- ET es evapotranspiración potencial.
- A es la aportación de agua al suelo, lluvia y riego, de manera que se haya mantenido siempre el grado de humedad igual a la capacidad de campo.
- E es el exceso de agua que puede producirse y que se mide mediante un sistema de drenaje instalado en el aparato.
- ΔR es la variación de la reserva de agua en el suelo. En este caso es cero puesto que el grado de humedad del suelo se ha mantenido siempre igual a la capacidad de campo.

En el caso del *lisímetro* se aplica la misma ecuación del balance, aunque en este caso las aportaciones se reducen exclusivamente al agua de precipitación. El exceso de agua se mide de igual manera que en el caso anterior. Es necesario medir la variación de la reserva de agua en el suelo; para ello es frecuente instalar el lisímetro sobre una balanza de precisión y determinar dicho valor por diferencias entre pesadas sucesivas.

El método de los *balances de agua en el suelo* se utiliza para calcular evapotranspiración real. Consiste en cuantificar la evolución del grado de humedad del suelo a lo largo del tiempo. Se suelen considerar intervalos de tiempo durante los que no haya habido aportes de agua al suelo (generalmente ausencia de precipitación y riego). En estas circunstancias las pérdidas de agua en el suelo se deben exclusivamente a la evapotranspiración, que se mide por la diferencia entre los grados de humedad correspondientes a los tiempos inicial y final del intervalo considerado. El grado de humedad del suelo se mide en laboratorio a partir de muestras de suelo tomadas a intervalos de tiempo definidos, o bien a partir de medidas periódicas sistemáticas mediante el empleo de bloques porosos, tensiómetros o con sonda de neutrones.

Las *fórmulas empíricas* estrictamente sólo son válidas para el lugar en el que han sido desarrolladas y validadas. Sin embargo, al constituir una manera cómoda y rápida de obtener un parámetro cuya medida por cualquier otro método implica asumir errores considerables, son utilizadas con mucha frecuencia en los estudios encaminados a la obtención de balances en las cuencas hidrográficas.

Entre las numerosas fórmulas empíricas desarrolladas se incluyen aquí las que probablemente han merecido una difusión mayor a escala mundial. En todas ellas es preciso prestar especial atención a las correspondientes unidades utilizadas en

la medida de los parámetros que intervienen en ellas y en las de los resultados que proporcionan.

J. Almorox de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de Madrid proporciona algunas fórmulas empíricas programadas en hojas electrónicas de cálculo para el cálculo de la evapotranspiración. Entre ellas se encuentran varias de las indicadas aquí (www.eda.etsia.upm.es/climatologia/evapotranspiracion/).

La fórmula de **Thornthwaite** (Thornthwaite y Wilms, 1944; Thornthwaite, 1948), expresa la evapotranspiración potencial en función de la temperatura media mensual y el índice de calor anual:

$$ETP = 16 c \left(\frac{10 t}{I} \right)^a$$

Donde:

ETP = evapotranspiración potencial en mm/mes.

c = una constante que vale $c = \frac{n}{12} \cdot \frac{d^2}{30}$.

n = número máximo de horas de sol según la latitud (tabla 1.1)

d = número de días del mes.

I = índice de calor anual que vale $\sum i$.

i = índice de calor mensual $i = (t/5)^{1.514}$.

t = temperatura media diaria del mes °C.

$$a = 675 \cdot 10^{-9} \cdot I^3 - 771 \cdot 10^{-7} \cdot I^2 - 1972 \cdot 10^{-5} \cdot I + 0.49239$$

TABLA 1.1

Número de horas de sol máximas diarias, según la latitud, calculadas para el día quince de cada mes. Datos en h/día (J. Almorox. ETSIA, Madrid)

HEMISFERIO NORTE												
° H.N.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
0	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1
1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.2	12.2	12.2	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1
2	12.0	12.1	12.1	12.2	12.2	12.2	12.2	12.2	12.1	12.1	12.0	12.0
3	12.0	12.0	12.1	12.2	12.3	12.3	12.3	12.2	12.1	12.1	12.0	11.9
4	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.3	12.3	12.1	12.0	11.9	11.9
5	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4	12.4	12.3	12.2	12.0	11.9	11.8
6	11.8	11.9	12.1	12.2	12.4	12.5	12.4	12.3	12.2	12.0	11.9	11.8
7	11.8	11.9	12.1	12.3	12.4	12.5	12.5	12.4	12.2	12.0	11.8	11.7
8	11.7	11.9	12.1	12.3	12.5	12.6	12.5	12.4	12.2	12.0	11.8	11.7
9	11.6	11.8	12.1	12.3	12.5	12.6	12.6	12.4	12.2	11.9	11.7	11.6
10	11.6	11.8	12.1	12.3	12.6	12.7	12.7	12.5	12.2	11.9	11.7	11.5
11	11.5	11.8	12.0	12.4	12.6	12.8	12.7	12.5	12.2	11.9	11.6	11.5
12	11.5	11.7	12.0	12.4	12.7	12.8	12.8	12.5	12.2	11.9	11.6	11.4
13	11.4	11.7	12.0	12.4	12.7	12.9	12.8	12.6	12.2	11.9	11.5	11.4

HEMISFERIO NORTE

° H.N.	Enc.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
14	11.4	11.7	12.0	12.4	12.8	12.9	12.9	12.6	12.2	11.8	11.5	11.3
15	11.3	11.6	12.0	12.5	12.8	13.0	12.9	12.6	12.2	11.8	11.4	11.2
16	11.3	11.6	12.0	12.5	12.9	13.1	13.0	12.7	12.2	11.8	11.4	11.2
17	11.2	11.6	12.0	12.5	12.9	13.1	13.1	12.7	12.3	11.8	11.4	11.1
18	11.2	11.5	12.0	12.5	13.0	13.2	13.1	12.8	12.3	11.8	11.3	11.1
19	11.1	11.5	12.0	12.6	13.0	13.3	13.2	12.8	12.3	11.7	11.3	11.0
20	11.0	11.5	12.0	12.6	13.1	13.3	13.2	12.8	12.3	11.7	11.2	10.9
21	11.0	11.4	12.0	12.6	13.1	13.4	13.3	12.9	12.3	11.7	11.2	10.9
22	10.9	11.4	12.0	12.6	13.2	13.5	13.4	12.9	12.3	11.7	11.1	10.8
23	10.9	11.4	12.0	12.7	13.2	13.5	13.4	13.0	12.3	11.7	11.1	10.7
24	10.8	11.3	12.0	12.7	13.3	13.6	13.5	13.0	12.3	11.6	11.0	10.7
25	10.7	11.3	12.0	12.7	13.3	13.7	13.6	13.0	12.3	11.6	10.9	10.6
26	10.7	11.3	12.0	12.7	13.4	13.8	13.6	13.1	12.3	11.6	10.9	10.5
27	10.6	11.2	12.0	12.8	13.5	13.8	13.7	13.1	12.4	11.6	10.8	10.5
28	10.5	11.2	12.0	12.8	13.5	13.9	13.8	13.2	12.4	11.5	10.8	10.4
29	10.5	11.2	11.9	12.8	13.6	14.0	13.8	13.2	12.4	11.5	10.7	10.3
30	10.4	11.1	11.9	12.9	13.6	14.1	13.9	13.3	12.4	11.5	10.7	10.2
31	10.3	11.1	11.9	12.9	13.7	14.1	14.0	13.3	12.4	11.5	10.6	10.2
32	10.3	11.0	11.9	12.9	13.8	14.2	14.1	13.4	12.4	11.4	10.6	10.1
33	10.2	11.0	11.9	13.0	13.8	14.3	14.1	13.4	12.4	11.4	10.5	10.0
34	10.1	10.9	11.9	13.0	13.9	14.4	14.2	13.5	12.4	11.4	10.4	9.9
35	10.0	10.9	11.9	13.0	14.0	14.5	14.3	13.5	12.4	11.4	10.4	9.8
36	10.0	10.9	11.9	13.1	14.0	14.6	14.4	13.6	12.5	11.3	10.3	9.7
37	9.9	10.8	11.9	13.1	14.1	14.7	14.5	13.6	12.5	11.3	10.2	9.6
38	9.8	10.8	11.9	13.1	14.2	14.8	14.6	13.7	12.5	11.3	10.2	9.6
39	9.7	10.7	11.9	13.2	14.3	14.9	14.7	13.7	12.5	11.3	10.1	9.5
40	9.6	10.7	11.9	13.2	14.4	15.0	14.8	13.8	12.5	11.2	10.0	9.4
41	9.5	10.6	11.9	13.3	14.4	15.1	14.9	13.9	12.5	11.2	9.9	9.3
42	9.4	10.6	11.9	13.3	14.5	15.2	15.0	13.9	12.5	11.2	9.9	9.1
43	9.3	10.5	11.8	13.3	14.6	15.3	15.1	14.0	12.6	11.1	9.8	9.0
45	9.1	10.4	11.8	13.4	14.8	15.6	15.3	14.1	12.6	11.1	9.6	8.8
46	9.0	10.3	11.8	13.5	14.9	15.7	15.4	14.2	12.6	11.0	9.5	8.7
47	8.9	10.3	11.8	13.5	15.0	15.9	15.6	14.3	12.6	11.0	9.4	8.5
48	8.8	10.2	11.8	13.6	15.1	16.0	15.7	14.4	12.7	10.9	9.3	8.4
49	8.7	10.1	11.8	13.6	15.2	16.2	15.8	14.5	12.7	10.9	9.2	8.3
50	8.5	10.1	11.8	13.7	15.4	16.3	16.0	14.6	12.7	10.9	9.1	8.1
51	8.4	10.0	11.8	13.8	15.5	16.5	16.1	14.6	12.7	10.8	9.0	8.0
52	8.2	9.9	11.8	13.8	15.6	16.7	16.3	14.7	12.7	10.8	8.9	7.8
53	8.1	9.8	11.7	13.9	15.8	16.9	16.5	14.8	12.8	10.7	8.7	7.6
54	7.9	9.7	11.7	14.0	15.9	17.1	16.7	15.0	12.8	10.7	8.6	7.4
55	7.7	9.7	11.7	14.0	16.1	17.3	16.9	15.1	12.8	10.6	8.5	7.2
56	7.6	9.6	11.7	14.1	16.3	17.6	17.1	15.2	12.9	10.6	8.3	7.0
57	7.4	9.5	11.7	14.2	16.4	17.8	17.3	15.3	12.9	10.5	8.2	6.8
58	7.1	9.4	11.7	14.3	16.6	18.1	17.6	15.5	12.9	10.4	8.0	6.5
59	6.9	9.2	11.7	14.4	16.8	18.4	17.8	15.6	13.0	10.4	7.8	6.3
60	6.7	9.1	11.7	14.5	17.1	18.8	18.1	15.8	13.0	10.3	7.6	6.0

Nota: se ha considerado el efecto de la refracción atmosférica en los cálculos.

HEMISFERIO SUR

° H.S.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
0	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1
1	12.2	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.1	12.2	12.2
2	12.2	12.2	12.1	12.1	12.0	12.0	12.0	12.0	12.1	12.2	12.2	12.2
3	12.3	12.2	12.1	12.0	12.0	11.9	12.0	12.0	12.1	12.2	12.2	12.3
4	12.3	12.2	12.1	12.0	11.9	11.9	11.9	12.0	12.1	12.2	12.3	12.4
5	12.4	12.3	12.1	12.0	11.9	11.8	11.9	11.9	12.1	12.2	12.3	12.4
6	12.4	12.3	12.1	12.0	11.8	11.8	11.8	11.9	12.1	12.2	12.4	12.5
7	12.5	12.3	12.2	12.0	11.8	11.7	11.7	11.9	12.1	12.2	12.4	12.5
8	12.5	12.4	12.2	11.9	11.8	11.7	11.7	11.8	12.1	12.3	12.5	12.6
9	12.6	12.4	12.2	11.9	11.7	11.6	11.6	11.8	12.0	12.3	12.5	12.6
10	12.6	12.4	12.2	11.9	11.7	11.5	11.6	11.8	12.0	12.3	12.6	12.7
11	12.7	12.5	12.2	11.9	11.6	11.5	11.5	11.7	12.0	12.3	12.6	12.8
12	12.8	12.5	12.2	11.8	11.6	11.4	11.5	11.7	12.0	12.3	12.7	12.8
13	12.8	12.5	12.2	11.8	11.5	11.4	11.4	11.7	12.0	12.4	12.7	12.9
14	12.9	12.6	12.2	11.8	11.5	11.3	11.4	11.6	12.0	12.4	12.8	12.9
15	12.9	12.6	12.2	11.8	11.4	11.2	11.3	11.6	12.0	12.4	12.8	13.0
16	13.0	12.6	12.2	11.8	11.4	11.2	11.3	11.6	12.0	12.4	12.8	13.1
17	13.0	12.7	12.2	11.7	11.3	11.1	11.2	11.5	12.0	12.5	12.9	13.1
18	13.1	12.7	12.2	11.7	11.3	11.1	11.1	11.5	12.0	12.5	12.9	13.2
19	13.2	12.7	12.2	11.7	11.2	11.0	11.1	11.4	12.0	12.5	13.0	13.3
20	13.2	12.8	12.2	11.7	11.2	10.9	11.0	11.4	12.0	12.5	13.0	13.3
21	13.3	12.8	12.2	11.6	11.1	10.9	11.0	11.4	11.9	12.5	13.1	13.4
22	13.3	12.8	12.3	11.6	11.1	10.8	10.9	11.3	11.9	12.6	13.1	13.5
23	13.4	12.9	12.3	11.6	11.0	10.7	10.8	11.3	11.9	12.6	13.2	13.5
24	13.5	12.9	12.3	11.6	11.0	10.7	10.8	11.3	11.9	12.6	13.3	13.6
25	13.5	12.9	12.3	11.5	10.9	10.6	10.7	11.2	11.9	12.6	13.3	13.7
26	13.6	13.0	12.3	11.5	10.9	10.5	10.6	11.2	11.9	12.7	13.4	13.7
27	13.7	13.0	12.3	11.5	10.8	10.5	10.6	11.1	11.9	12.7	13.4	13.8
28	13.7	13.1	12.3	11.5	10.8	10.4	10.5	11.1	11.9	12.7	13.5	13.9
29	13.8	13.1	12.3	11.4	10.7	10.3	10.4	11.0	11.9	12.7	13.5	14.0
30	13.9	13.2	12.3	11.4	10.6	10.2	10.4	11.0	11.9	12.8	13.6	14.1
31	13.9	13.2	12.3	11.4	10.6	10.1	10.3	11.0	11.9	12.8	13.7	14.1
32	14.0	13.2	12.3	11.3	10.5	10.1	10.2	10.9	11.9	12.8	13.7	14.2
33	14.1	13.3	12.3	11.3	10.5	10.0	10.2	10.9	11.8	12.8	13.8	14.3
34	14.2	13.3	12.4	11.3	10.4	9.9	10.1	10.8	11.8	12.9	13.9	14.4
35	14.3	13.4	12.4	11.2	10.3	9.8	10.0	10.8	11.8	12.9	13.9	14.5
36	14.3	13.4	12.4	11.2	10.3	9.7	9.9	10.7	11.8	12.9	14.0	14.6
37	14.4	13.5	12.4	11.2	10.2	9.6	9.8	10.7	11.8	13.0	14.1	14.7
38	14.5	13.5	12.4	11.1	10.1	9.5	9.7	10.6	11.8	13.0	14.1	14.8
39	14.6	13.6	12.4	11.1	10.0	9.4	9.7	10.6	11.8	13.0	14.2	14.9
40	14.7	13.6	12.4	11.1	10.0	9.3	9.6	10.5	11.8	13.1	14.3	15.0
41	14.8	13.7	12.4	11.0	9.9	9.2	9.5	10.4	11.8	13.1	14.4	15.1
42	14.9	13.8	12.4	11.0	9.8	9.1	9.4	10.4	11.8	13.1	14.5	15.2
43	15.0	13.8	12.5	11.0	9.7	9.0	9.3	10.3	11.7	13.2	14.6	15.3
45	15.2	13.9	12.5	10.9	9.5	8.8	9.1	10.2	11.7	13.3	14.7	15.6
46	15.4	14.0	12.5	10.8	9.4	8.7	9.0	10.1	11.7	13.3	14.8	15.7
47	15.5	14.1	12.5	10.8	9.3	8.5	8.8	10.1	11.7	13.4	15.0	15.9

HEMISFERIO SUR												
° H.S.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
48	15.6	14.1	12.5	10.7	9.2	8.4	8.7	10.0	11.7	13.4	15.1	16.0
49	15.7	14.2	12.5	10.7	9.1	8.3	8.6	9.9	11.7	13.4	15.2	16.2
50	15.9	14.3	12.6	10.7	9.0	8.1	8.4	9.8	11.6	13.5	15.3	16.3
51	16.0	14.4	12.6	10.6	8.9	7.9	8.3	9.7	11.6	13.5	15.4	16.5
52	16.2	14.5	12.6	10.5	8.8	7.8	8.2	9.7	11.6	13.6	15.5	16.7
53	16.4	14.6	12.6	10.5	8.7	7.6	8.0	9.6	11.6	13.7	15.7	16.9
54	16.6	14.7	12.6	10.4	8.5	7.4	7.8	9.5	11.6	13.7	15.8	17.1
55	16.8	14.8	12.7	10.4	8.4	7.2	7.6	9.4	11.6	13.8	16.0	17.3
56	17.0	14.9	12.7	10.3	8.2	7.0	7.5	9.3	11.5	13.8	16.2	17.5
57	17.2	15.0	12.7	10.2	8.1	6.8	7.2	9.1	11.5	13.9	16.3	17.8
58	17.4	15.1	12.7	10.2	7.9	6.5	7.0	9.0	11.5	14.0	16.5	18.1
59	17.7	15.2	12.8	10.1	7.7	6.2	6.8	8.9	11.5	14.1	16.7	18.4
60	18.0	15.4	12.8	10.0	7.5	5.9	6.5	8.8	11.5	14.2	16.9	18.8

Nota: se ha considerado el efecto de la refracción atmosférica en los cálculos.

La fórmula de **Blaney y Criddle** (1950 y 1962) relaciona la evapotranspiración potencial con las horas de luz y la duración del periodo de crecimiento de las plantas:

$$ETP = K \cdot P \cdot (0,457 \cdot t + 8,13)$$

Donde:

ETP = Evapotranspiración potencial en mm/mes.

K = Depende del tipo de vegetación y su grado de desarrollo (tabla 1.3).

P = Porcentaje máximo de horas de sol en un mes con respecto al total anual (tabla 1.3).

t = temperatura media diaria del mes en °C.

Para obtener el coeficiente *K* es necesario tener en cuenta que el desarrollo total de un cultivo puede dividirse en cuatro etapas (tabla 1.2) (Brouwer y Heibloem, 1986):

1. **El estado inicial:** es la primera etapa, desde el nacimiento de la planta hasta que la cubierta vegetal es del orden del 10 % del área de cultivo.
2. **El estado de desarrollo:** es la segunda etapa, desde el final de la anterior hasta que la cubierta vegetal alcanza su máximo (70-80 % del área de cultivo).
3. **Estado intermedio:** es la tercera etapa, desde el final de la anterior hasta la madurez. Incluye la floración y la formación de los frutos (granación).
4. **Maduración:** etapa final. Desde el final de la anterior hasta la recolección del fruto.

TABLA 1.2

Duración (días) aproximada de los estados de crecimiento para los cultivos más importantes. En el total de días se dan los límites extremos entre los que suele oscilar el desarrollo completo de los cultivos (Brouwer y Heibloem, 1986)

Cultivo	Total	Primera etapa	Segunda etapa	Tercera etapa	Cuarta etapa
Cereales	120	15	25	50	30
	150	15	30	65	40
Judías verdes	75	15	25	25	10
	90	20	30	30	10
Judías secas	95	15	25	35	20
	110	20	30	40	20
Coles	120	20	25	60	15
	140	25	30	65	20
Zanahorias	100	20	30	30	20
	150	25	35	70	20
Algodón y lino	180	30	50	55	45
	195	30	50	65	50
Pepino	105	20	30	40	15
	130	25	35	50	20
Berenjena	130	30	40	40	20
	140	30	40	45	25
Gramíneas	150	20	30	60	40
	165	25	35	65	40
Lentejas	150	20	30	60	40
	170	25	35	70	40
Lechuga	75	20	30	15	10
	140	35	50	45	10
Maíz dulce	80	20	25	25	10
	110	20	30	50	10
Maíz	125	20	35	40	30
	180	30	50	60	40
Melón	120	25	35	40	20
	160	30	45	65	20
Mijo	105	15	25	40	25
	140	20	30	55	35
Cebolletas	70	25	30	10	5
	95	25	40	20	10
Cebollas	150	15	25	70	40
	210	20	35	110	45
Frutos secos	130	25	35	45	25
	140	30	40	45	25
Guisantes	90	15	25	35	15
	100	20	30	35	15
Pimienta	120	25	35	40	20
	210	30	40	110	30
Patatas	105	25	30	30	20
	145	30	35	50	30
Rábano	35	5	10	15	5
	40	10	10	15	5

Cultivo	Total	Primera etapa	Segunda etapa	Tercera etapa	Cuarta etapa
Sorgo	120	20	30	40	30
	130	20	35	45	30
Soja	135	20	30	60	25
	150	20	30	70	30
Espinacas	60	20	20	15	5
	100	20	30	40	10
Calabaza	95	20	30	30	15
	120	25	35	35	25
Caña de azúcar	160	25	35	60	40
	230	45	65	80	40
Girasol	125	20	35	45	25
	130	25	35	45	25
Tomate	135	30	40	40	25
	180	35	45	70	30

TABLA 1.3

Valores del factor de crecimiento K para los distintos cultivos según su estado de crecimiento (Brouwer y Heibloem, 1986)

Cultivo	Primera etapa	Segunda etapa	Tercera etapa	Cuarta etapa
Cereales	0.35	0.75	1.15	0.45
Judías verdes	0.35	0.70	1.10	0.90
Judías secas	0.35	0.70	1.10	0.30
Col y zanahoria	0.45	0.75	1.05	0.90
Algodón y lino	0.45	0.75	1.15	0.75
Pepino y calabaza	0.45	0.70	0.90	0.75
Berenjena, tomate	0.45	0.75	1.15	0.80
Gramíneas	0.35	0.75	1.10	0.65
Lentejas	0.45	0.75	1.10	0.50
Lechuga, espinaca	0.45	0.60	1.00	0.90
Maíz dulce	0.40	0.80	1.15	1.00
Maíz	0.40	0.80	1.15	0.70
Melón	0.45	0.75	1.00	0.75
Mijo	0.35	0.70	1.10	0.65
Cebolletas	0.50	0.70	1.00	1.00
Cebollas	0.50	0.75	1.05	0.85
Frutos secos	0.45	0.75	1.05	0.70
Guisantes	0.45	0.80	1.15	1.05
Pimienta	0.35	0.70	1.05	0.90
Patata	0.45	0.75	1.15	0.85
Rábano	0.45	0.60	0.90	0.90
Sorgo	0.35	0.75	1.10	0.65
Soja	0.35	0.75	1.10	0.60
Caña azúcar	0.45	0.80	1.15	0.80
Girasol	0.35	0.75	1.15	0.55
Tabaco	0.35	0.75	1.10	0.90

K también depende de la humedad relativa y de la velocidad del viento. Los valores anteriores deben reducirse un 5 % si la humedad relativa es superior al 80 % y la velocidad del viento inferior a 2 m/s. Así, por ejemplo, $K = 1.15$ pasará a ser $K = 1.10$.

Los valores deben incrementarse en un 5 % si la humedad relativa es inferior al 50 % y la velocidad del viento superior a 5 m/s.

TABLA 1.4

Media diaria del porcentaje de horas de sol con respecto al total anual para cada mes y para diferentes grados de latitud (Brouwer y Heibloem, 1986)

Latitud (°)	Norte	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Jun.	Jul.	Ago.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.
	Sur	Jul.	Ago.	Sept.	Oct.	Nov.	Dic.	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Mayo	Jun.
60		.15	.20	.26	.32	.38	.41	.40	.34	.28	.22	.17	.13
55		.17	.21	.26	.32	.36	.39	.38	.33	.28	.23	.18	.16
50		.19	.23	.27	.31	.34	.36	.35	.32	.28	.24	.20	.18
45		.20	.23	.27	.30	.34	.35	.34	.32	.28	.24	.21	.20
40		.22	.24	.27	.30	.32	.34	.33	.31	.28	.25	.22	.21
35		.23	.25	.27	.29	.31	.32	.32	.30	.28	.25	.23	.22
30		.24	.25	.27	.29	.31	.32	.31	.30	.28	.26	.24	.23
25		.24	.26	.27	.29	.30	.31	.31	.29	.28	.26	.25	.24
20		.25	.26	.27	.28	.29	.30	.30	.29	.28	.26	.25	.25
15		.26	.26	.27	.28	.29	.29	.29	.28	.28	.27	.26	.25
10		.26	.27	.27	.28	.28	.29	.29	.28	.28	.27	.26	.26
5		.27	.27	.27	.28	.28	.28	.28	.28	.28	.27	.27	.27
0		.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27

La fórmula de **Turc** (1961) proporciona la evapotranspiración potencial de acuerdo con la expresión:

$$ETP = 0.40 \frac{t}{t + 15} (R_i + 50)$$

Donde:

ETP = Evapotranspiración potencial en mm/mes.

t = Temperatura media diaria del mes (°C).

R_i = Radiación incidente media diaria del mes en cal/cm²·día.

H_R = Humedad relativa del aire (%).

Para el mes de febrero la constante 0.40 se sustituye por 0.37.

Si la humedad relativa del aire es menor del 50% se introduce un factor de corrección:

$$ETP = 0.40 \frac{t}{t + 15} (R_i + 50) \left(1 - \frac{50 - H_R}{70} \right)$$

La fórmula de **Penman** (1948, 1949, 1956) calcula la evapotranspiración potencial multiplicando la evaporación en superficie de agua libre por un factor reductor deducido del grado de correlación entre los valores de evapotranspiración y evaporación medidos experimentalmente.

$$ETP = FdE_v$$

- *ETP* es la evapotranspiración potencial en mm/mes.
- *d* es el número de días del mes.
- *E_v* es la evaporación en superficie de agua libre (mm/día).
- *F* es el factor reductor del mes correspondiente.

El factor *F* vale:

- 0.6 desde noviembre hasta febrero.
- 0.7 para marzo, abril, septiembre y octubre.
- 0.8 desde mayo hasta agosto.

En realidad se trata de un método semiempírico puesto que exige medir experimentalmente la evaporación diaria en superficie de agua libre.

Una explicación, en lengua castellana, más detallada sobre el origen y desarrollo de todas estas fórmulas empíricas se puede encontrar en Elías y Jiménez (1965). Estos mismos autores indican que el uso de estas fórmulas debe hacerse en condiciones que se aproximen lo más posible a aquellas para las que han sido definidas, debiendo tomarse todo tipo de precauciones al extrapolar los resultados que proporcionan a otras zonas o países, indicando los siguientes criterios generales para su aplicación:

La fórmula de Thornthwaite es generalmente aplicable a zonas de latitudes medias con precipitaciones abundantes en la estación estival. En regiones áridas y semiáridas, con lluvias en otoño e invierno y veranos secos, proporciona valores sensiblemente inferiores a los reales. Las fórmulas basadas en el déficit de saturación de la atmósfera, como lo es la de Penman, dan en general resultados aceptables independientemente de su lugar de aplicación. La fórmula de Blaney y Criddle también da buenos resultados si se tiene bien ajustado el coeficiente *K* dependiente de la vegetación. La fórmula de Turc suele dar, en una misma zona, valores algo más elevados que los determinados experimentalmente.

Conocidos los valores mensuales de precipitación, evapotranspiración potencial y la capacidad de campo del suelo es posible, realizando un **balance de agua en el suelo**, obtener la evapotranspiración real, el excedente de agua y el déficit de agua mensuales.

Suele empezarse el balance al final del periodo de estiaje al objeto de poder suponer que en ese mes la reserva de agua en el suelo es nula. Esto es posible en países de clima árido o semiárido. De no ser así habría que determinar este parámetro de la forma explicada anteriormente para tenerlo en cuenta en las operaciones subsiguientes.

El balance se realiza comparando, mes a mes, los valores de precipitación y los de evapotranspiración potencial teniendo en cuenta la reserva de agua almacenada en el suelo:

Si la precipitación es mayor que la *ETP*, la evapotranspiración real será igual a la potencial. El volumen de agua sobrante irá a almacenarse en el suelo hasta completar la capacidad de campo. Cuando ésta esté completa, el resto de agua se transformará en escorrentía (superficial y subterránea).

Cuando la precipitación sea menor que la evapotranspiración potencial, toda el agua precipitada ese mes se transformará en evapotranspiración real y se tomará de la reserva en el suelo la cantidad de agua necesaria para tratar de igualar la evapotranspiración real a la potencial. Si no fuese posible igualar *ETR* a *ETP* la reserva de agua en el suelo sería cero y la diferencia entre *ETP* y *ETR* déficit de agua en ese mes. También puede aplicarse a escala diaria.

Es habitual utilizar el año hidrológico, que comienza el 1 de octubre (fecha en la que puede suponerse que por tratarse del final del estiaje la reserva de agua en el suelo es cero) y termina el 30 de septiembre del año siguiente.

Para facilitar los cálculos, los diferentes parámetros que intervienen en el balance suelen expresarse en mm/mes o mm/d.

EJEMPLO: Teniendo en cuenta los valores medios mensuales (en mm) de precipitación (*P*) y de evapotranspiración potencial según Thornthwaite (*ETP*) obtenidos en la estación Madrid-Retiro para el período 1901/02-1959/60, calcular el balance hídrico en el suelo. Se supone que la capacidad de campo es de 100 mm.

	Oct.	Nov.	Dic.	Enero	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agos.	Sep.	Total Año
<i>P</i>	48.4	54.1	44.7	31.3	38.5	41.2	41.6	42.5	32.0	9.8	9.9	33.3	
<i>ETP</i>	51.8	23.3	14.5	10.0	14.9	30.9	46.6	82.2	116.7	148.6	135.1	84.7	
<i>ETR</i>													
ΔRE													
Esc													
Def													

Para completar el balance, es necesario tener en cuenta lo siguiente:

- Se asume que la reserva inicial en el suelo es 0, dado que se empieza a contar justo después de los meses de estiaje.
- Si la precipitación en un mes determinado supera la evaporación potencial, se puede considerar que ésta será idéntica a la evapotranspiración real. El resto de la precipitación pasa enton-

ces a engrosar las reservas del suelo (hasta alcanzar su capacidad de campo de 100 mm, volumen a partir del cuál se produce escorrentía).

- Si por el contrario la precipitación es inferior a la evapotranspiración potencial, la evapotranspiración real será igual a todo lo que haya llovido más el volumen necesario de la reserva hasta alcanzar el valor de la evapotranspiración potencial. En el caso de que entre precipitación y reserva no se llegue a la evapotranspiración potencial, se toma la diferencia como *déficit*.

De esta manera:

	Oct.	Nov.	Dic.	Enero	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agos.	Sep.	Total Año
<i>P</i>	48.4	54.1	44.7	31.3	38.5	41.2	41.6	42.5	32.0	9.8	9.9	33.3	427.3
<i>ETP</i>	51.8	23.3	14.5	10.0	14.9	30.9	46.6	82.2	116.7	148.6	135.1	84.7	759.3
<i>ETR</i>	48.4	23.3	14.5	10.0	14.9	30.9	46.6	82.2	87.3	9.8	9.9	33.3	411.1
ΔRE	0.0	30.8	61.0	82.3	100.0	100.0	95.0	55.3	0.0	0.0	0.0	0.0	
Esc	0.0	0.0	0.0	0.0	5.9	10.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	16.2
Def	3.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	29.4	138.8	125.2	51.4	348.2

1.4.3. La escorrentía

Llamamos *escorrentía* al agua que circula por los cauces de los ríos. A los volúmenes circulantes en unidades de tiempo pequeñas (generalmente segundos) se les denomina *caudales instantáneos* del río en el punto del cauce en el que se miden, expresándose el volumen de agua generalmente en m³. Para intervalos de tiempo de mayor magnitud (días, semanas, meses o años) suele hablarse de *aportaciones* y el volumen de agua correspondiente suele expresarse generalmente en hm³.

1.4.3.1. El hidrograma y sus características

Si se representan gráficamente los caudales circulantes por un punto del cauce de un río en función del tiempo, se obtiene una curva denominada *hidrograma*, del máximo interés en el estudio hidrológico de las cuencas.

El hidrograma refleja el efecto de la precipitación sobre una cuenca en un punto del cauce del río que la drena. Si consideramos, a efectos de claridad en la exposición, el caso más sencillo de una tormenta de un único aguacero sobre una cuenca, en un punto del río podremos observar cómo en un momento determinado empiezan a incrementarse los caudales circulantes (es el momento en el que se pone de manifiesto la llegada de las primeras aguas procedentes del aguacero). Los caudales continúan aumentando hasta alcanzar un máximo y a partir de ahí comienzan a decrecer tendiendo a alcanzar valores del orden de magnitud de los circulantes antes de la tormenta.

La evolución de los caudales del río, consecuencia del efecto de la tormenta, daría lugar a un hidrograma del estilo del representado en la figura 1.14 (en cuya margen superior izquierda se presenta el yetograma de la tormenta que lo ha originado).

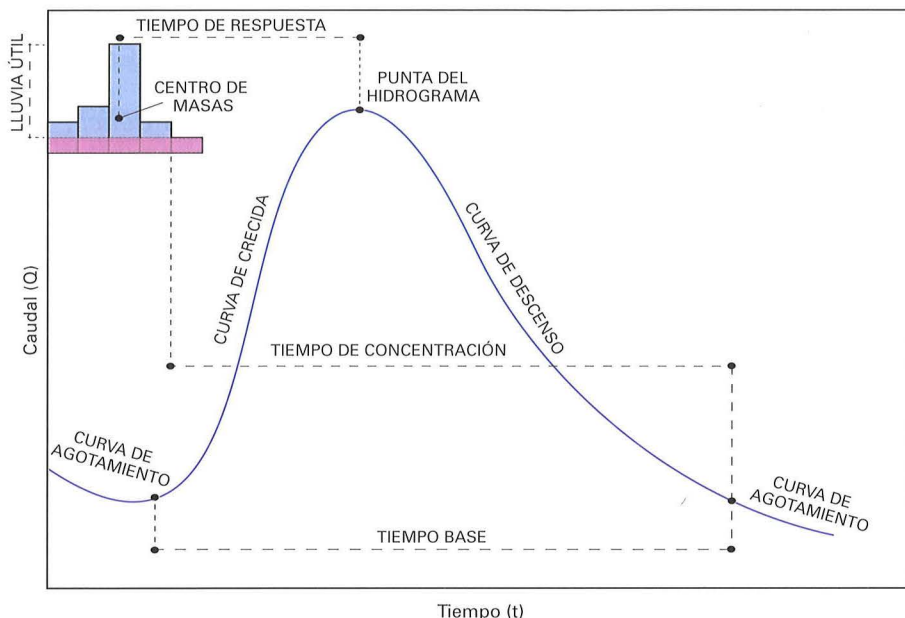


Fig. 1.14. Estructura esquemática de un hidrograma, consecuencia de una tormenta en un punto de un río.

No toda el agua de la tormenta alcanza el cauce del río puesto que una parte de la misma vuelve a la atmósfera por evapotranspiración. Al volumen de agua de la tormenta que alcanza el cauce del río se le denomina *lluvia útil*.

Se llama *curva de crecida* a la parte del hidrograma que pone de manifiesto el aumento continuo de caudal, consecuencia de la tormenta. Al máximo caudal registrado se le denomina *punta* del hidrograma. A partir de la punta comienzan a decrecer los caudales (*curva de descenso*), hasta que cesa el efecto de la tormenta en el punto del río considerado. Este hecho se manifiesta por una ruptura de pendiente en el hidrograma que marca el inicio de la *curva de agotamiento*, que se extiende hasta el inicio de la siguiente curva de crecida.

La curva de agotamiento indica la evolución de los caudales, en el punto del río considerado, una vez que ha cesado el efecto de la tormenta. Estos caudales proceden bien del agua subterránea de los acuíferos conectados al río, bien de la fusión de las nieves, o bien de ambos a la vez. Si no hay nuevas tormentas, como consecuencia de la disminución del volumen de nieve y del volumen de agua al-

macenada en los acuíferos, el caudal en el punto del río va disminuyendo a lo largo del tiempo según una ley del tipo:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$$

Tomando logaritmos:

$$\ln Q = \ln Q_0 - \alpha t$$

O lo que es lo mismo:

$$\ln Q = \ln Q_0 - \frac{\alpha t}{2.3}$$

Donde:

- Q_0 es el caudal medido en el punto del río considerado en un momento determinado.
- Q es el caudal en el mismo punto del río al cabo de un tiempo t .
- α es el **coeficiente de agotamiento** que tiene de dimensiones $[T^{-1}]$. Puede determinarse experimentalmente, para un punto del río, midiendo los caudales en un intervalo de tiempo dado.

Si representamos en papel semilogarítmico la curva de agotamiento (caudales en la escala logarítmica y tiempos en la escala natural) obtendremos una recta de pendiente:

$$m = - \frac{\alpha t}{2.3}$$

EJEMPLO: La siguiente tabla muestra los datos mensuales de caudal del río Guadiana a su paso por la estación de aforos de Villarrubia de los Ojos durante el año hidrológico 1996/97. Representar el hidrograma del río e interpretar el resultado.

Mes	Caudal (Mm ³)
oct-96	0
nov-96	0
dic-96	0.668
ene-97	36.823
feb-97	44.021
mar-97	22.790
abr-97	7.619
may-97	4.541
jun-97	3.931
jul-97	1.533
ago-97	0.164
sep-97	0.239
oct-97	0

La representación gráfica de los datos da lugar al hidrograma de la figura 1.15, en el cual puede observarse el régimen típico de un río perdedor: durante el estiaje, el río se seca. En este caso, los bombeos para uso agrícola han anulado las aportaciones del acuífero al río.

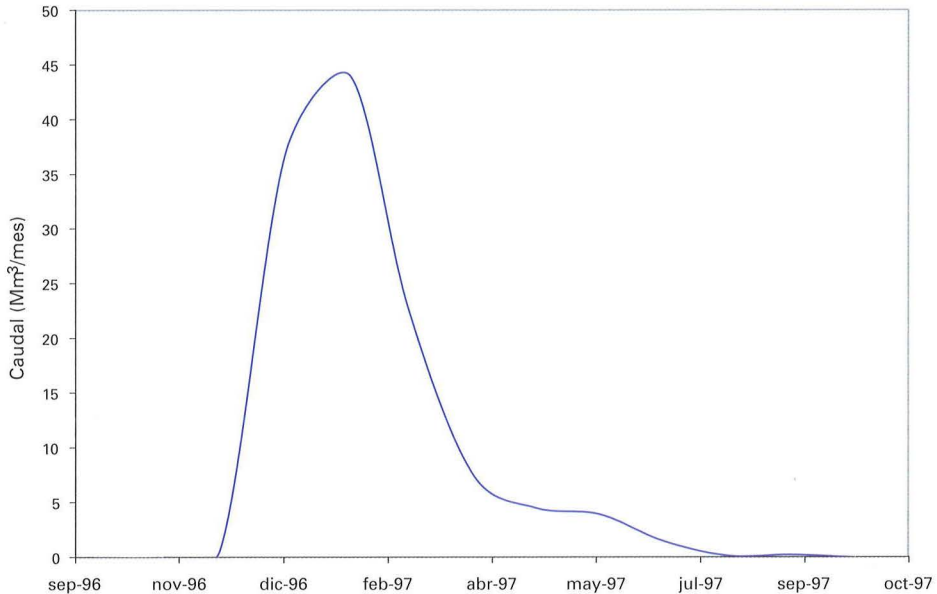


Fig. 1.15. Hidrograma correspondiente al río Guadiana para el año hidrológico 1996/97.

A veces sucede que una fracción del agua que procede de la tormenta alcanza el cauce del río, recorre parte del camino como escorrentía superficial y parte como escorrentía subterránea. Sería el caso del agua que en un principio se infiltra pero que posteriormente sale al exterior en forma de manantiales que dan origen a pequeños arroyos que terminan tributando al río principal. A este tipo de escorrentía se le denomina *escorrentía mixta* y su existencia marca otra ruptura de pendiente en la curva de descenso del hidrograma (Fig. 1.16).

El área bajo el hidrograma desde el inicio de la curva de crecida hasta el inicio de la curva de agotamiento mide la *aportación de agua proporcionada por la tormenta* en el punto para el que se ha elaborado el hidrograma. Es suma de *escorrentía superficial*, *escorrentía subterránea*, y en su caso, *de escorrentía mixta*.

Se puede estimar la componente subterránea del caudal circulante haciendo aforos en dos puntos de un tramo del río de longitud conocida y sin aportes o derivaciones. La diferencia entre los caudales aforados será la aportación subterránea en ese tramo del río.

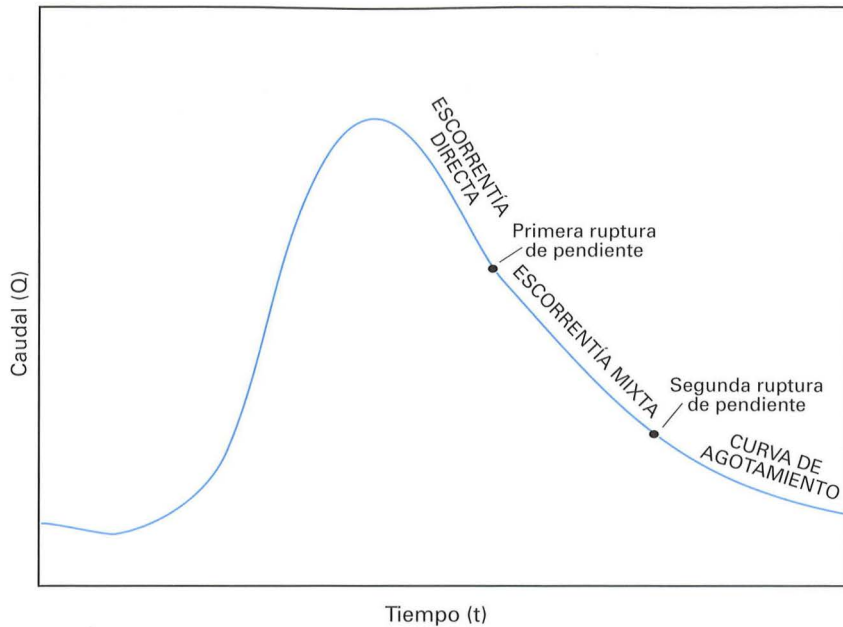


Fig. 1.16. Estructura esquemática de un hidrograma cuando la escorrentía mixta es significativa.

También se puede estimar la componente subterránea del caudal de un río a partir de la descomposición del hidrograma. El método más sencillo consiste en unir mediante una línea recta el punto final de la curva de agotamiento del hidrograma anterior con el inicio de la curva de agotamiento del hidrograma en estudio. El área bajo la recta se considera escorrentía subterránea y la de encima escorrentía superficial (Fig. 1.17).

Otro método más sofisticado es el de Barnes. Consiste en prolongar hacia atrás la curva de agotamiento del hidrograma. Desde el punto de inflexión de la curva de descenso se traza una vertical hasta cortar a la prolongación de la curva de agotamiento. El punto de corte es la punta del hidrograma de escorrentía subterránea, que queda definido uniendo este punto con el final de la curva de agotamiento del hidrograma anterior y el inicio de la del hidrograma en estudio (Fig. 1.18).

La escorrentía subterránea medida por descomposición de hidrogramas es la correspondiente a la cuenca vertiente al punto donde se miden los caudales que sirven para dibujar el hidrograma. En estos métodos hay que tener en cuenta, para evitar confusiones y efectuar las correcciones necesarias, que el efecto de fusión de la nieve es muy semejante, en los hidrogramas, al de la escorrentía subterránea.

La escorrentía superficial se mueve a velocidades del orden de los m/s, la escorrentía subterránea a velocidades que oscilan entre los m/d, en flujos rápidos, a unos pocos metros en miles de años, o incluso a menor velocidad, en flujos len-

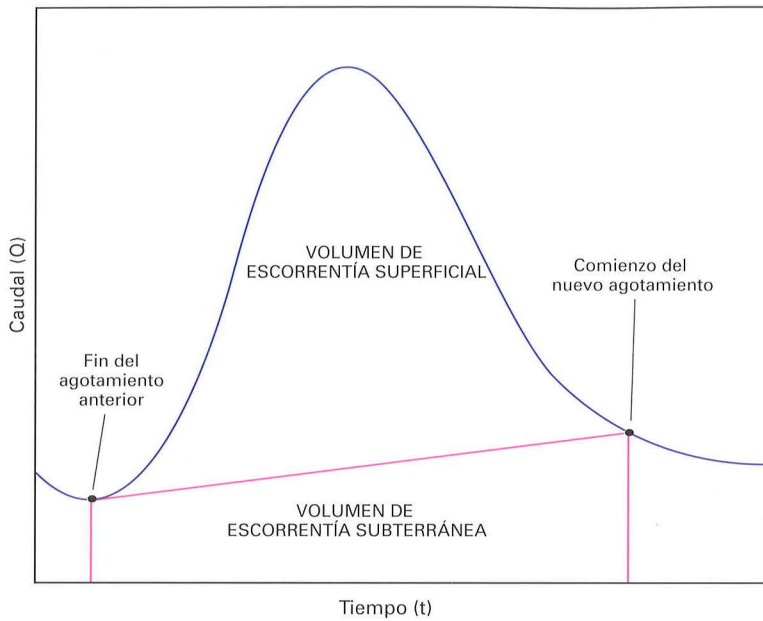


Fig. 1.17. Separación de escorrentía superficial y subterránea en un hidrograma: método simple.

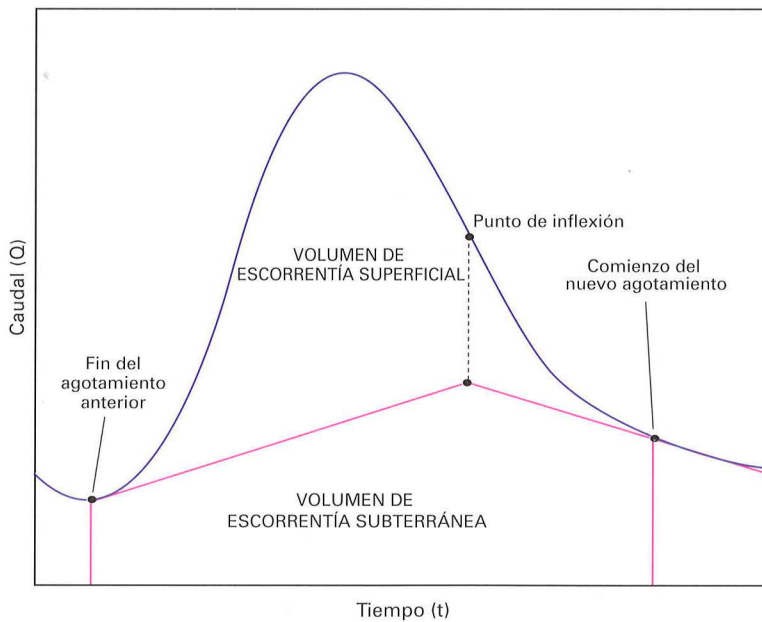


Fig. 1.18. Separación de escorrentía superficial y subterránea en un hidrograma: método de Barnes.

tos. De acuerdo con esto la primera en llegar al cauce del río será la escorrentía superficial, luego llegará la escorrentía mixta y finalmente la subterránea. Generalmente la escorrentía subterránea es la que mantiene los caudales circulantes por el río en épocas de estiaje y corresponde a aguaceros anteriores o muy anteriores al momento de su medida.

El **tiempo base** del hidrograma mide la duración del efecto de la tormenta en el correspondiente punto del cauce del río. Es el tiempo que transcurre desde el inicio de la curva de crecida al inicio de la curva de agotamiento.

El **tiempo de respuesta** va desde el centro de gravedad del yetograma de lluvia útil hasta la punta del hidrograma. Representa el tiempo medio que tarda el agua de la tormenta en llegar al punto del cauce del río en el que se obtiene el hidrograma.

El **tiempo de concentración** se mide desde el final del yetograma de lluvia útil hasta el comienzo de la curva de agotamiento. Representa el tiempo que tarda en llegar al punto del río considerado la última gota de lluvia útil, generalmente la que ha caído en último lugar en el punto más alejado del de medida.

1.4.3.2. Caracterización del régimen de un río

En la realidad y en un intervalo de tiempo considerable (meses o años) en un punto del cauce de un río se genera una serie continuada de hidrogramas, manifestación de las tormentas ocurridas en la cuenca. A la evolución temporal de los caudales a lo largo del tiempo en un punto de un río se la conoce como **régimen del río** en ese punto.

Para periodos largos de tiempo en los que pueda suponerse que los años secos y los húmedos se compensan entre sí, la escorrentía subterránea obtenida a partir de los hidrogramas correspondientes a ese periodo de tiempo representaría la recarga media de los acuíferos existentes en la cuenca aguas arriba de la estación de aforos. En estas mismas condiciones puede estimarse la evapotranspiración media en la cuenca como el déficit de escorrentía (volumen de agua de precipitación menos volumen de escorrentía total medido en la estación de aforos).

El régimen de los ríos se controla mediante una serie de **estaciones de aforo** situadas en puntos seleccionados de la red fluvial (Foto 1.8). **En esas estaciones se realizan las medidas de los caudales por métodos directos, indirectos o químicos.**

Los **métodos directos** proporcionan el caudal circulante a partir del producto de la velocidad del agua por la sección delimitada por el perímetro mojado.

El conocimiento de la geometría del cauce, para conocer con precisión la sección por la que circula el agua, presenta el problema de un mantenimiento de limpieza en el tramo del río que se considere.

Determinar con precisión la velocidad a la que circula el agua por el cauce del río es un poco más complejo. Es necesario que el flujo sea laminar y hay que te-



Foto 1.8. Las estaciones de aforos de escorrentía superficial se instalan en tramos de cauce especialmente preparados para la medida directa o indirecta de los caudales de agua que circulan por el mismo. Pueden tener varias secciones, para caudales en aguas altas y caudales en aguas bajas, y diversos instrumentos asociados, como escalas o limnigrafos. *Foto: Estación de aforos del río Záncara; Carretera Alcázar de San Juan-Tomelloso (Ciudad Real), 2004.*

ner en cuenta que la velocidad del agua aumenta, en superficie, desde las orillas hasta el centro del cauce y disminuye en profundidad progresivamente hacia el fondo del río. La variación de velocidad es consecuencia de las pérdidas de energía por rozamiento.

→ El **método del flotador** consiste en medir el tiempo que tarda en recorrer una distancia medida previamente, un flotador lanzado al río. La velocidad calculada depende de la línea de corriente por la que circule el flotador. Para obtener una mejor aproximación se suele lanzar el flotador varias veces, a distintas distancias de la orilla, y utilizar como velocidad la media de las medidas. Presenta el inconveniente de utilizar sólo las velocidades con las que circula la lámina de agua más superficial, pero es un método sencillo de llevar a la práctica, rápido y muy útil para obtener un primer orden de magnitud de los caudales circulantes.

El **método del molinete** consiste en introducir una hélice en el cauce del río y medir la velocidad lineal de la corriente de agua en ese punto a partir de la velocidad de giro de la hélice. El molinete lleva adosados sus correspondientes

estabilizadores de tal manera que permanece estable en el punto de medida y siempre cara al flujo del agua en el río. Su posición en el cauce se conoce en todo momento por las coordenadas del punto en que se encuentra, referidas generalmente a la orilla y a la superficie del agua en el río. Estas coordenadas son proporcionadas directamente por el instrumental asociado al método de medida. La traducción de la velocidad angular de la hélice a la lineal del flujo de agua se realiza a partir de una fórmula propia de cada molinete y proporcionada por el fabricante.

El modo de operar consiste en dividir en zonas la sección por la que circula el flujo del río y medir, con el molinete, la velocidad del agua en diferentes puntos de cada zona. La media de estas velocidades multiplicada por el área de la zona nos da el caudal circulante por ella. El caudal total se obtiene sumando los caudales circulantes por cada una de las zonas.

Otra manera de actuar consiste en medir velocidades en diferentes puntos del cauce convenientemente distribuidos. Luego se trazan las correspondientes isolíneas de velocidades. El área entre dos isolíneas consecutivas multiplicada por la velocidad media entre ellas da el caudal circulante por ese área. El caudal total circulante sería la suma de los caudales parciales calculados.

Los *aforos químicos* calculan el caudal circulante por el río realizando un balance de masas entre dos puntos del río a partir de la inyección de una disolución de trazador de concentración conocida. Según se realice la inyección del trazador en el río el método se denomina de *inyección instantánea* o de *inyección continua*. En ambos casos es necesario seleccionar dos puntos del río separados entre sí una determinada distancia. Entre ambos puntos del cauce no deben existir ni aportaciones ni detracciones de agua. Dicho de otra manera: el caudal circulante por el cauce entre los dos puntos seleccionados debe permanecer constante.

En el método de *inyección instantánea* se introduce, en un punto del cauce del río, un volumen de disolución de trazador V_T de concentración C_T . El volumen V_T debe ser despreciable con relación al caudal circulante por el río. La masa de trazador introducida instantáneamente será

$$M_T = V_T \cdot C_T$$

En un punto aguas abajo del río se toman muestras de agua a intervalos constantes de tiempo Δt desde que comienza a pasar la nube de trazador hasta que termina de hacerlo. Se calcula, en laboratorio, la concentración de trazador en cada una de las muestras tomadas. Si se representa gráficamente la evolución de la concentración en este punto del río a lo largo del tiempo se obtendrá una curva del estilo de la de la figura 1.19.a.

La masa M_i de trazador que circula por el punto donde se han tomado las muestras en cada uno de los intervalos de tiempo considerados será, siendo Q_R el

caudal de agua constante circulante por el río y C_i las concentraciones en cada intervalo de tiempo:

$$M_1 = Q_R \cdot \Delta t \cdot C_1 \quad \text{para el primer intervalo de tiempo.}$$

$$M_2 = Q_R \cdot \Delta t \cdot C_2 \quad \text{para el segundo intervalo de tiempo.}$$

.....

$$M_n = Q_R \cdot \Delta t \cdot C_n \quad \text{para el n-simo intervalo de tiempo.}$$

La suma de las M_i será la masa total del trazador M_T , y por lo tanto:

$$Q_R = \frac{M_T}{\Delta t \cdot \sum C_i}$$

En el método de *inyección continua* se vierte un caudal constante Q_T —de magnitud conocida y despreciable en relación al caudal circulante por el río— de concentración C_T de trazador en un punto del cauce de un río. El vertido es continuo y de la duración necesaria para alcanzar el régimen permanente de concentraciones en otro punto aguas abajo del primero. Entre ambos puntos el caudal del río debe permanecer constante.

La masa de trazador inyectada por unidad de tiempo en el primer punto será:

$$M_T = Q_T \cdot C_T$$

Una vez alcanzado el régimen permanente de concentraciones (figura 1.19.b), en el segundo punto ha de cumplirse:

$$M_T = Q_R \cdot C_R$$

Siendo:

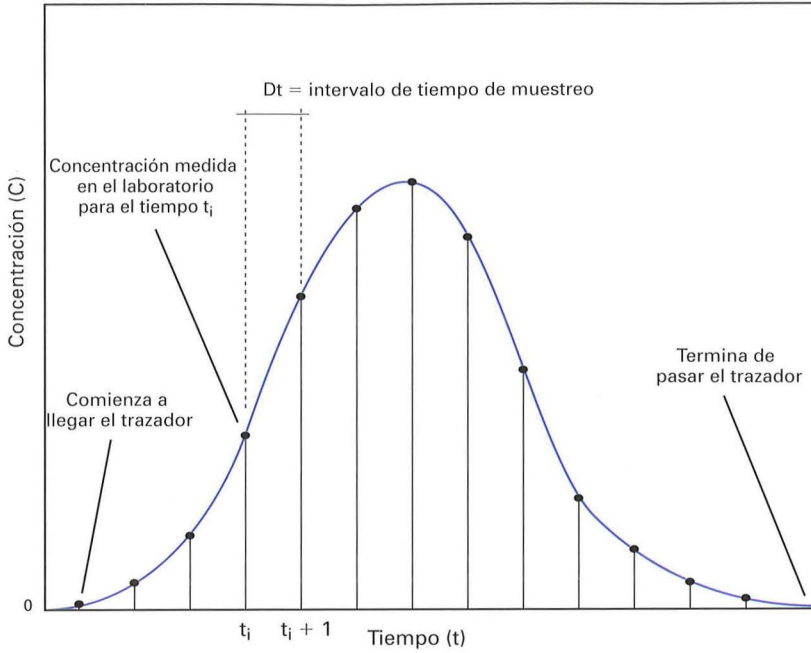
Q_R el caudal circulante por el río y C_R la concentración del trazador en este segundo punto del río. Determinada C_R , la obtención de Q_R es inmediata sin más que igualar ambas expresiones:

$$Q_R = Q_T \frac{C_T}{C_R}$$

En lo expuesto aquí, tanto para el caso de inyección instantánea como de inyección continua, se supone que la concentración natural del trazador en el agua del río es nula. De no ser así sería necesario tenerla en cuenta a la hora de hacer el balance de masas.

La medida directa del caudal de los ríos, aunque no presenta especial dificultad, es laboriosa. Habitualmente se utilizan los *métodos indirectos*, consistentes en esencia en obtener el valor de una variable directamente relacionada con el caudal y mucho más fácil de medir. Esta variable es la altura de la lámina de agua sobre el fondo del río.

(a) Inyección instantánea



(b) Inyección continua

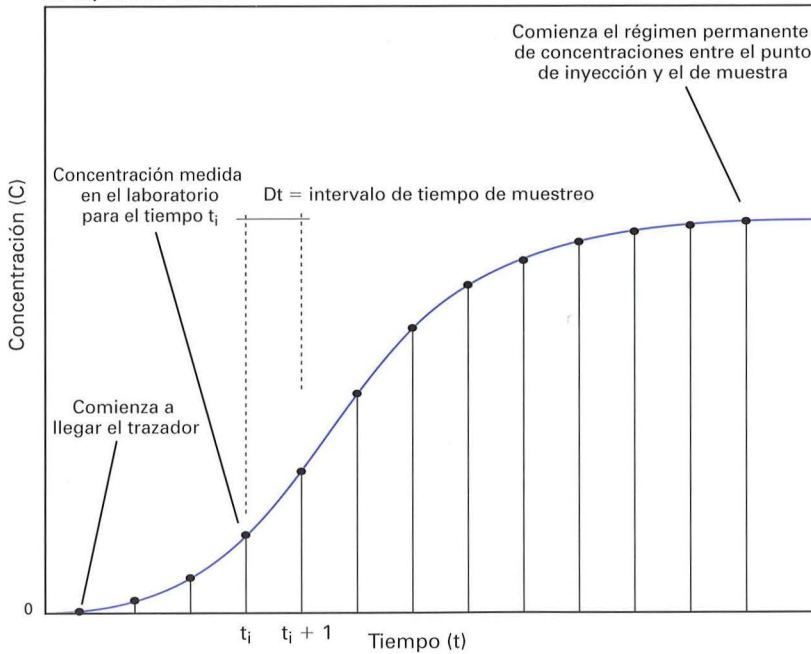


Fig. 1.19. Aforos de un río mediante métodos químicos: curva tipo de la evolución de la concentración del trazador en el punto de toma de muestras.

Esta metodología requiere la canalización del cauce en el tramo en el que se van a efectuar las medidas, generalmente un canal de estiaje y otro de inundación y la instalación de *escalas*, una en cada canal, con el «cero» en el fondo del cauce, que darán posteriormente la altura de la lámina de agua en los tramos canalizados (Foto 1.9).



Foto 1.9. La medida indirecta de caudales se realiza a través de las medidas del nivel del agua en una escala. Foto: Estación de aforos de La Cubeta, Ruidera (Ciudad Real), 1997.

Una vez acondicionado el cauce se efectúa una serie de aforos directos y se correlacionan con sus respectivas alturas de lámina de agua. A la nube de puntos se le ajusta una curva, llamada *curva de gastos* (figura 1.20), que se utilizará en lo sucesivo para obtener caudales a partir de las alturas de lámina de agua medidas en la escala. La curva de gastos sólo es válida para el punto del cauce para el que ha sido obtenida y para las condiciones del cauce en las que se midieron alturas y caudales, por lo tanto es necesario el mantenimiento del cauce en las condiciones debidas.

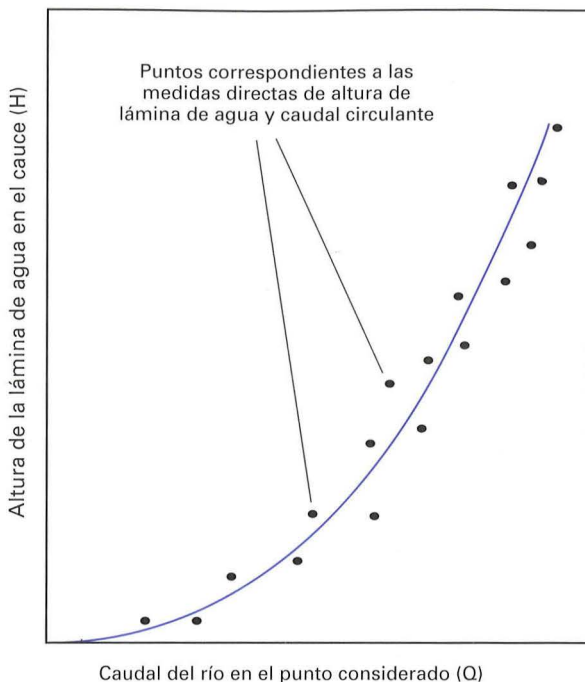


Fig. 1.20. Curva de gastos.

La medida puntual de caudales presenta el inconveniente de que no es posible conocer la evolución del caudal en el río entre dos medidas consecutivas. Para obtener esta información es preciso obtener un registro continuo de caudales. Los *limnígrafos* obtienen un registro continuo de la evolución de la altura de la lámina de agua en el río, llamado *limnigrama*.

En esencia un limnígrafo consiste en un rodillo que gira a una velocidad ajustada a un tiempo determinado, semana o mes generalmente, al que se acopla un papel milimetrado sobre el que una plumilla va dibujando las oscilaciones de una boya que flota sobre la superficie del agua del río. Actualmente también se utilizan transductores de presión asociados a data-logger.

El limnigrama así obtenido se transforma en hidrograma a partir de la curva de gastos.



**EL AGUA
EN LAS
ROCAS** **2**

CONTENIDO GENERAL DEL CAPÍTULO

Se inicia aquí la *fase subterránea del ciclo hidrológico* comenzando por clasificar las *rocas por su capacidad para almacenar y transmitir el agua* y por definir los distintos *tipos de acuíferos* según la energía que tiene el agua almacenada en sus poros. A continuación se estudia la *Ley de Darcy*, que caracteriza el movimiento del agua subterránea, y finalmente se trata la *zona no saturada* como zona de paso del flujo del agua que constituye la recarga de los acuíferos.

2.1. Clasificación de las rocas desde el punto de vista hidrogeológico

Desde el punto de vista de su comportamiento hidrogeológico, es clásica la clasificación de las rocas en:

Acuíferos, rocas que almacenan y transmiten agua en cantidades significativas.

Acuitardos, rocas que almacenan agua y la transmiten lentamente.

Acuicludos, rocas con una capacidad de almacenamiento apreciable pero con capacidad de transmisión prácticamente nula.

Acuífugos, rocas que ni almacenan ni transmiten agua.

El límite entre unos y otros tipos de roca no está claramente definido, y en la práctica la consideración de una unidad geológica como acuífero suele establecerse en función de la naturaleza del resto de las unidades geológicas de la región.

La palabra acuífero (del latín *aqua* = agua y *ferre* = llevar), no hace referencia ni a la naturaleza litológica ni a la edad de la unidad geológica, sino sólo a su capacidad de «llevar agua». El agua almacenada en estas unidades geológicas es conocida con el nombre de *agua subterránea*.

2.2. Tipos de acuíferos

Cuando el agua almacenada en un acuífero está en contacto directo con la atmósfera a través de los poros y fisuras de la roca, el acuífero se denomina



Foto 2.1. En los acuíferos libres la zona saturada está limitada en su parte superior por una superficie en la que el agua se encuentra a la presión atmosférica, conocida como superficie freática. Si ésta aflora puede dar lugar a rezumes, manantiales o depresiones encharcadas. Un ejemplo típico de acuífero libre son los aluviales de ríos; en algunos de ellos, la explotación de áridos provoca la aparición del agua subterránea en los huecos excavados. Foto: Velilla de San Antonio (Madrid), 1996.

acuífero libre (Foto 2.1). Como ya se vio en el capítulo anterior se cumple que el límite superior de la zona saturada, la **superficie freática**, es una superficie física lugar geométrico de los puntos en los que el agua subterránea se encuentra a la presión atmosférica. En cualquier punto por debajo de la superficie freática el agua está a una presión mayor que la atmosférica (está a la presión atmosférica más la correspondiente al peso de la columna de agua que carga sobre ese punto). Se supone que el peso de la roca no ejerce ninguna presión sobre el agua que en ella se almacena, es decir, que el esqueleto del acuífero es una estructura independiente y estable (si se vacía de agua, la roca no se desmorona).

Cuando un acuífero está aislado de la atmósfera por unidades geológicas impermeables se le denomina **acuífero confinado**. Un acuífero confinado está siempre saturado de agua y en todos sus puntos el agua se encuentra a una presión mayor que la atmosférica. Debido a ello si se perfora un sondeo hasta alcanzar un acuífero confinado, el agua del acuífero ascenderá en el interior de



Foto 2.2. La perforación de sondeos en acuíferos confinados puede dar lugar a pozos surgentes, como el existente en Hormaza (Burgos) que penetra en materiales mesozoicos sobre el que se sitúan otros terciarios de conductividad hidráulica mucho menor. La gran profundidad del sondeo (del orden de 2000 m) y el rápido ascenso del agua por éste origina que la temperatura de surgencia sea muy elevada. *Foto: Hormaza (Burgos), 1997.*

ese sondeo hasta alcanzar un equilibrio entre la presión a la que se encuentra sometida y la presión atmosférica. A este fenómeno se le denomina *artesianismo*. Si la presión fuese suficiente el agua podría ascender por encima de la superficie del terreno originándose un fenómeno de *surgencia* (Foto 2.2). A la cota que alcanzaría el agua en el interior de un sondeo ranurado en un punto del acuífero confinado se le denomina *nivel piezométrico*, y al lugar geométrico del nivel piezométrico de todos los puntos de un acuífero confinado se le denomina *superficie piezométrica*. Puesto que la presión del agua en todos los puntos de un acuífero confinado es mayor que la atmosférica, la superficie piezométrica estará siempre por encima del techo del acuífero y será, por lo tanto, una superficie virtual. Si las unidades confinantes permiten un cierto flujo de agua desde el acuífero hacia el exterior o viceversa, al acuífero se le llama *semiconfinado* (Figs. 2.1. y 2.2).

La explicación de que la estructura geológica de los acuíferos es la que condiciona los fenómenos de artesianismo parece que fue dada por Vallisnieri en 1615. A partir de entonces se empieza a distinguir entre acuíferos libres y acuíferos confinados.

Cuando en un acuífero confinado o semiconfinado el nivel piezométrico desciende por debajo de su techo, el acuífero adquiere la condición de libre.

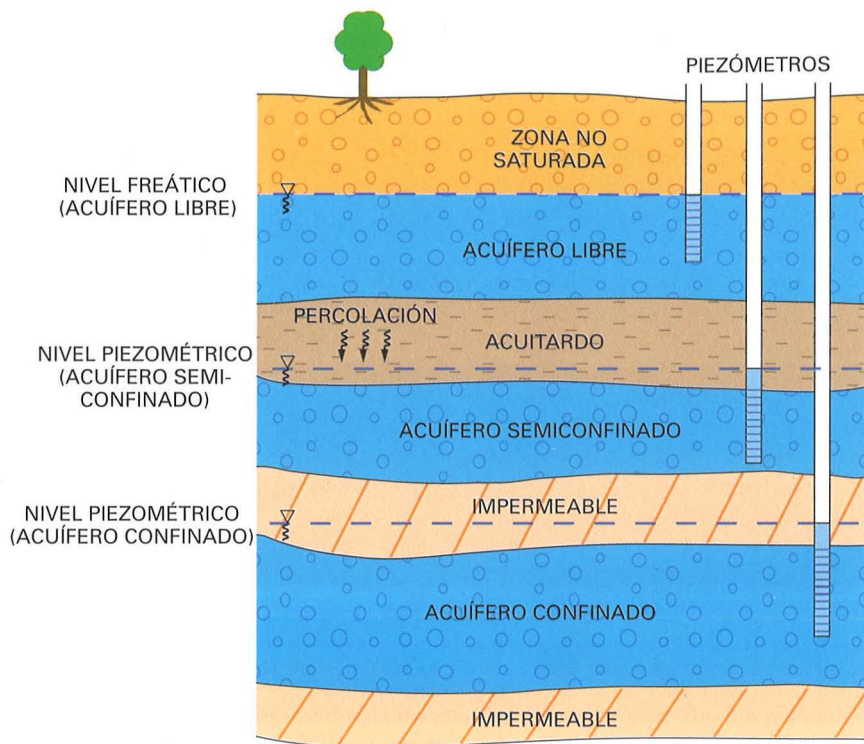


Fig. 2.1. Distintos tipos de unidades acuíferas según su disposición.

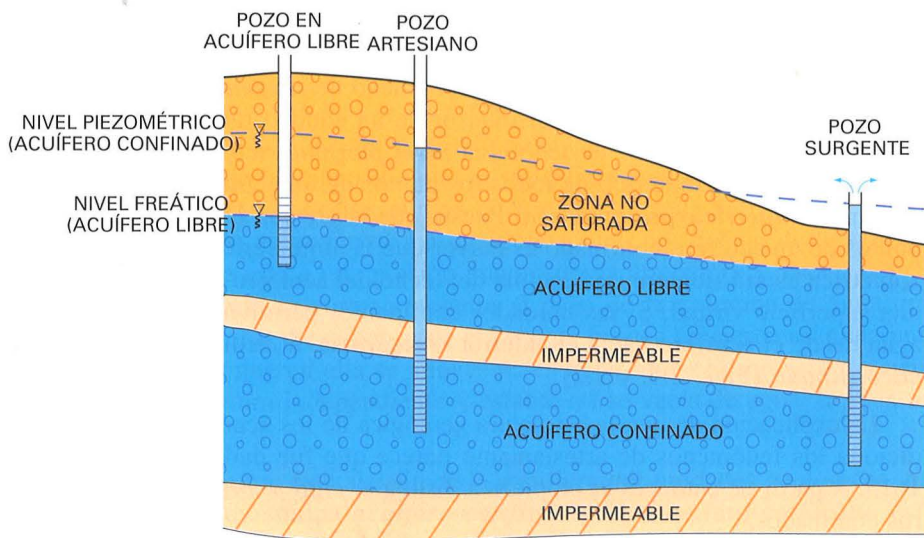


Fig. 2.2. Esquema del comportamiento de los distintos tipos de pozos según el potencial hidráulico.

2.3. Energía del agua en los acuíferos

Tanto el nivel piezométrico como el nivel freático, es decir la altura que alcanza el agua subterránea en el interior de un sondeo ranurado exclusivamente en un punto de un acuífero, son consecuencia directa de la energía que tiene el agua en ese punto. A esta energía se le denomina *potencial hidráulico* en ese punto. El concepto como tal fue definido por Hubbert (1940). Como se manifiesta en una altura de agua en un sondeo, se mide en unidades de longitud.

A efectos de poder establecer relaciones entre los niveles piezométricos o freáticos en diferentes puntos de un acuífero se dan todos ellos según una referencia común. Esta referencia suele ser la misma que se toma como origen para la medida de las cotas topográficas.

El potencial hidráulico es suma de una energía potencial, consecuencia de la posición del punto en el espacio, y una energía consecuencia de la presión a la que se encuentra el agua en el punto que se considere (Fig. 2.3):

$$h = z + \frac{p}{\gamma}$$

Donde:

- h es el potencial hidráulico [L].
- z es la cota del punto del acuífero sobre un plano de referencia [L].
- p es la presión a la que se encuentra sometida el agua en el punto del acuífero, o presión intersticial [$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$].
- γ es el peso específico del agua [$\text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}$].

En un sistema estático el potencial hidráulico tiene el mismo valor en todos sus puntos (de no ser así el agua se movería de las zonas de mayor energía a las de menor energía).

En un sistema dinámico hay que tener en cuenta la energía cinética consecuencia de la velocidad del movimiento. Al ser, en la generalidad de los casos, la velocidad del flujo subterráneo muy lenta, este término suele ser despreciable.

Cuando un acuífero en condiciones ideales de rigidez aflora en una zona que constituye el área de recarga y en otra que constituye el área de descarga, estando confinado en el área intermedia por materiales que se han depositado posteriormente sobre él, el nivel piezométrico en la zona de confinamiento viene condicionado por el potencial hidráulico en las áreas de recarga y descarga. Cuando se trata de materiales no consolidados, en condiciones no ideales de rigidez, la presión del agua en los poros, y como consecuencia el nivel piezométrico, también vienen condicionados por el peso de los materiales que confinan al acuífero.

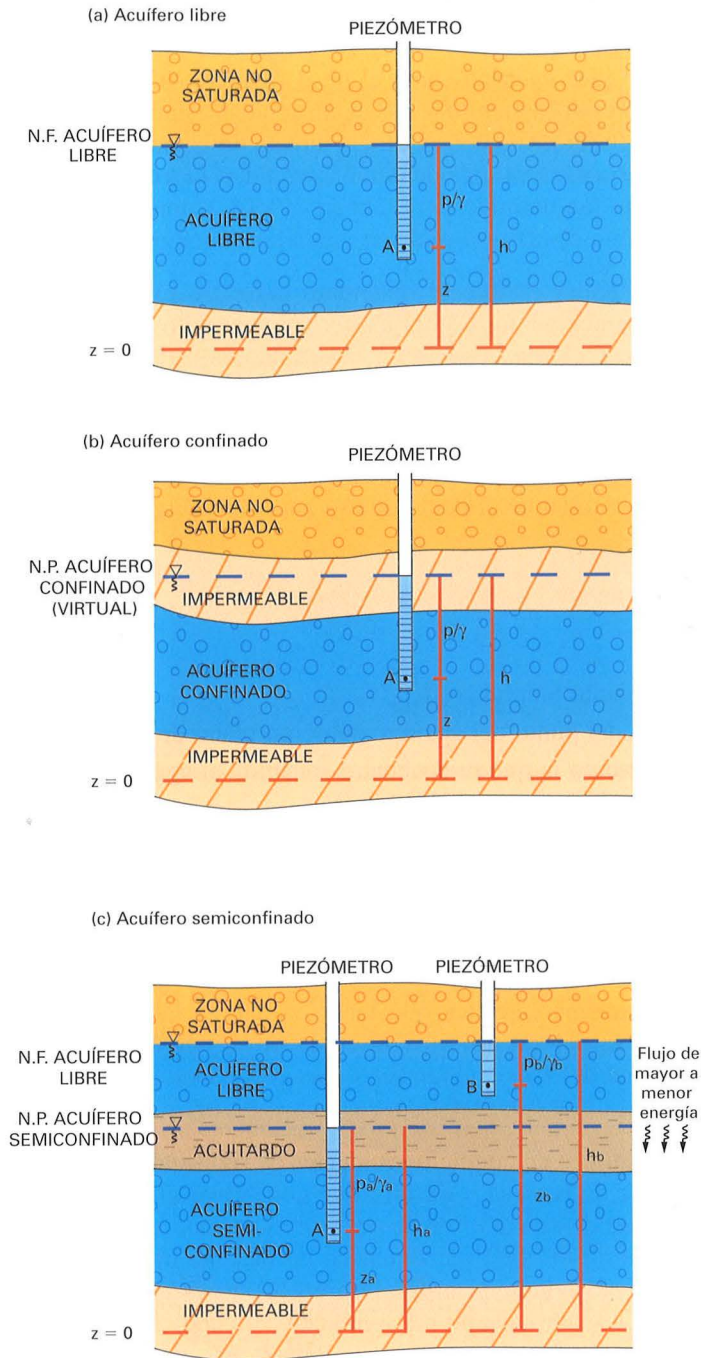


Fig. 2.3. Potencial hidráulico en los distintos tipos de acuíferos: (a) acuífero libre (b) acuífero confinado (c) acuífero semiconfinado.

2.4. Parámetros que definen a una roca como acuífero

De acuerdo con la definición de acuífero dos son los parámetros que permiten considerar a los acuíferos como verdaderos embalses subterráneos: su capacidad de almacenar agua y su capacidad para permitir que el agua circule en su interior.

2.4.1. Capacidad de una roca para almacenar agua

La capacidad para almacenar agua se mide a partir del *coeficiente de almacenamiento*, S , que se define como el volumen de agua que proporciona una columna de acuífero de base unitaria y altura el espesor saturado del acuífero al descender en una unidad el potencial hidráulico.

2.4.1.1. Coeficiente de almacenamiento en los acuíferos libres

En el caso de un acuífero libre el volumen de agua que puede obtenerse de acuerdo con la definición de coeficiente de almacenamiento se corresponde con el agua almacenada en los poros interconectados del medio y que puede ser drenada por gravedad. Es el *specific yield* definido por Meinzer (1923b). Una vez drenada la muestra por gravedad, queda en el interior de la roca un cierto contenido en agua sorbida por la superficie de los poros y rellenando los capilares más finos. A este volumen de agua se le denomina de *retención específica* (Meinzer, 1923b) y está sometida a unas fuerzas de succión mayores que las correspondientes al potencial gravífico.

La *porosidad eficaz* de la roca (volumen de poros interconectados con relación al volumen de roca, expresado en porcentaje), puede considerarse equivalente al *specific yield* cuando el volumen de agua correspondiente a la *retención específica* es despreciable.

Obsérvese la diferencia con la porosidad total de una roca que se refiere al número total de huecos, interconectados entre sí o no. La porosidad eficaz será menor que la total. Solo serán equivalentes en el caso de que todos los huecos estuviesen interconectados.

El drenaje por gravedad supone un vaciado físico del acuífero. El orden de magnitud del valor del coeficiente de almacenamiento en un acuífero libre es del orden de 10^{-1} a 10^{-2} y se expresa en tanto por ciento.

EJEMPLO: ¿Qué volumen de agua puede extraerse por gravedad de 1 m^3 de material poroso, saturado al 20 % y con una porosidad drenable por gravedad del 8 %?

Que el volumen en consideración esté saturado al 20 % implica que el agua tan sólo ocupa 0.2 m^3 . De ese volumen, el 8 % corresponde al agua drenable por gravedad. El volumen total de agua será:

$$V = 1 \text{ m}^3 \times 0.2 \times 0.08 = 0.016 \text{ m}^3 = 16 \text{ L}$$

La porosidad presenta características particulares según los distintos tipos de rocas, pudiéndose distinguir (Fig. 2.4):

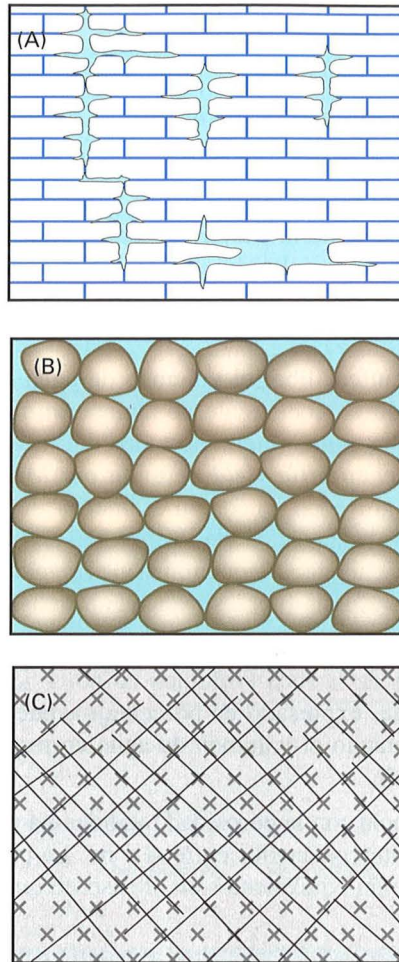


Fig. 2.4. Tipos de porosidad en los acuíferos: (A) Porosidad por disolución. (B) Porosidad intergranular. (C) Porosidad por fisuración.

a) *Porosidad intergranular*

Este tipo de porosidad es típico de las rocas detríticas no consolidadas (Foto 2.3). En ellas los poros constituyen una intrincada red de canales de pequeño diámetro por los que circula el agua subterránea. Generalmente esta red de canales está distribuida por todo el volumen de la roca.

Según Peyton (1986) en este tipo de rocas la práctica totalidad de poros están interconectados entre sí. Es el tamaño de las moléculas circulantes con el agua el



Foto 2.3. En los acuíferos detríticos, el agua subterránea ocupa los pequeños intersticios (poros) que deja el esqueleto sólido formado por los clastos y la matriz del material. Los acuíferos detríticos han sido los medios en los que se han desarrollado la mayor parte de los métodos de estudio de las aguas subterráneas. *Foto: Carretera R-5 en km 95 (Toledo), 1992.*

que condiciona que algunos canalículos se obstruyan impidiendo en algunas zonas la circulación.

La heterogeneidad de tamaño de los clastos tiene un efecto directo sobre la porosidad (Fig. 2.5).

Para clastos esféricos de igual tamaño y con empaquetamiento cúbico la porosidad es máxima, un 47.65 %. Para el mismo tipo de clastos, si el empaquetamiento es romboédrico (los clastos de la capa superior se adaptan a los huecos dejados entre sí por los de la capa inferior) la porosidad disminuye hasta el 25.95 %, según Meinzer (1923a).

Ejemplos de acuíferos con este tipo de porosidad son:

- Depósitos fluviales.
- Las fosas tectónicas rellenas de materiales no consolidados.
- Los depósitos eólicos.
- Las llanuras o «planas» costeras.
- Los depósitos glaciares.

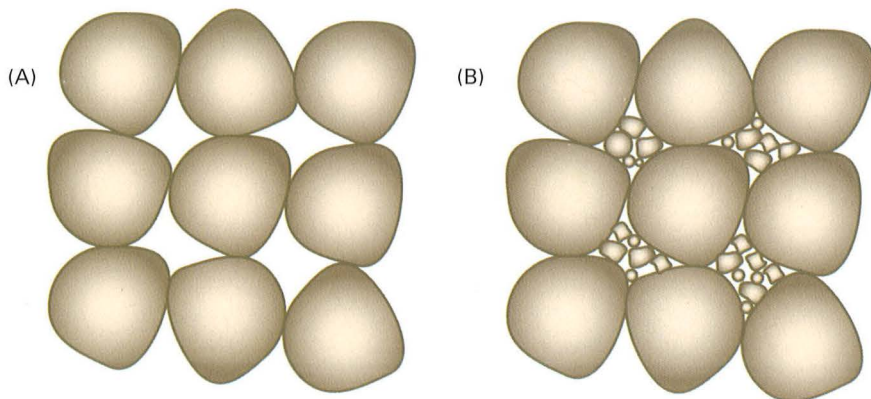


Fig. 2.5. (A) Porosidad alta en medio intergranular homogéneo. (B) Porosidad baja por heterogeneidad granulométrica.

b) *Porosidad por fisuración*

Este tipo de porosidad suele ser el característico de las rocas sedimentarias consolidadas, plutónicas y metamórficas (*hard rock*). Como consecuencia de una serie de procesos tectónicos las rocas presentan una red de fisuras de mayor o menor entidad y de mayor o menor densidad. Las fisuras no suelen estar distribuidas homogéneamente en todo el volumen de la roca en donde generalmente se encuentran zonas fisuradas junto a zonas en las que la ausencia de fisuras es total (Foto 2.4). Cuando la densidad de la red de fracturas es muy elevada y homogénea en todo el volumen de roca (medio continuo) el comportamiento hidrogeológico de este tipo de rocas puede asimilarse al de las rocas con porosidad intergranular. La porosidad de este tipo de macizos rocosos suele ser inferior al 5 %, según Davis (1969).

En las rocas volcánicas la porosidad es muy variable (Foto 2.5). Por ejemplo, en basaltos oscila entre un 1 % y un 12 % (Schoeller, 1962), mientras que en la pumita puede llegar al 87 % si bien la mayoría de los poros no están interconectados entre sí, siendo la porosidad por fisuración la que juega el papel más relevante.

c) *Porosidad por disolución*

Es la porosidad de los medios kársticos en los que a partir de pequeñas fisuras y planos de estratificación el agua va disolviendo la roca y acaban por formarse verdaderas redes de drenaje tridimensionales por las que pueden circular auténticos ríos de agua subterránea (Foto 2.6).

Los aparatos kársticos, cuando no están muy desarrollados, pueden asimilarse a medios fracturados o a medios equivalentes de porosidad intergranular. Si no es así, los karst pueden tratarse como sistemas tipo «caja negra» que, a partir de unas entradas de agua al sistema conocidas, reproducen los hidrogramas de las surgencias reales.



Foto 2.4. La fracturación de las rocas consolidadas crea zonas abiertas o alteradas por las que puede circular el agua. El número y tamaño de las fracturas, su grado de conexión, y la naturaleza y propiedades hidráulicas de su relleno condicionan su capacidad de funcionamiento como acuífero. *Foto: Viandar de la Vera (Cáceres), 1986.*



Foto 2.5. En los terrenos volcánicos se suelen superponer materiales muy diversos (coladas, piroclastos, diques, cenizas, volcanosedimentarios, etc.). Aparecen conjuntamente materiales permeables por porosidad «intergranular» o fisuración, impermeables, impermeabilizados por la vitrificación de coladas sucesivas, etc. *Foto: Barranco Draguillo, Teide (Gran Canaria), 2003.*

En casos más complejos pueden presentarse en un mismo sistema hidrogeológico más de un tipo de porosidad y la exploración de aguas subterráneas debe desarrollarse de acuerdo con técnicas adecuadas a las características de cada tipo de acuífero. El valor de la porosidad es muy variable oscilando generalmente entre un 1 % y un 30 % (Davis, 1969).

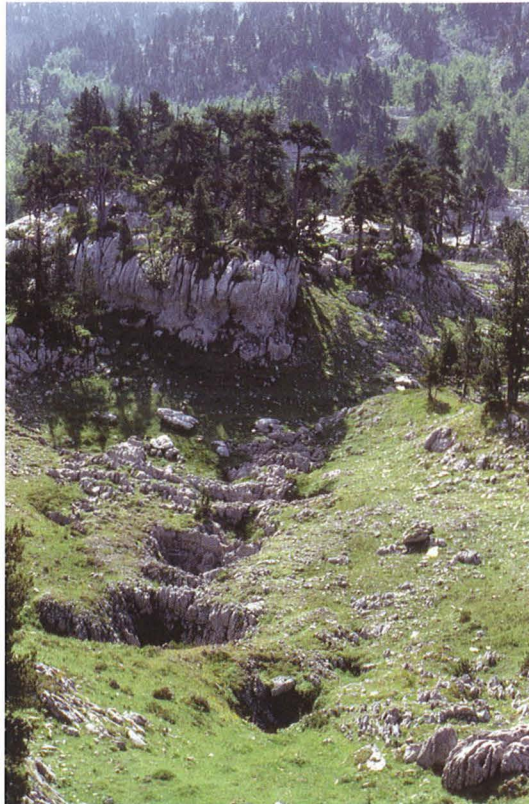


Foto 2.6. En rocas solubles (carbonatos, yesos y otras sales) el agua crea conductos progresivamente mayores a partir de zonas de debilidad. Las rocas solubles más frecuentes son las rocas carbonatadas, en las que se crea un paisaje especial conocido como karst, representado en superficie por lapiaces, simas y dolinas, y en profundidad por pozos y galerías. Foto: Collado Ernaz, Belagua (Navarra), 1992.

2.4.1.2. Coeficiente de almacenamiento en acuíferos confinados y semiconfinados

En el caso de acuífero confinado o semiconfinado el volumen de agua que puede liberarse, según la definición de este parámetro, está en relación con los fenómenos elásticos que se producen en el sistema como consecuencia de la variación de la presión intersticial al disminuir el potencial hidráulico. Este hecho, que puso de manifiesto por primera vez Meinzer (1928), no supone el vaciado físico

del acuífero (Fig. 2.6). Si el nivel piezométrico alcanzara el techo del acuífero éste pasaría a ser libre.

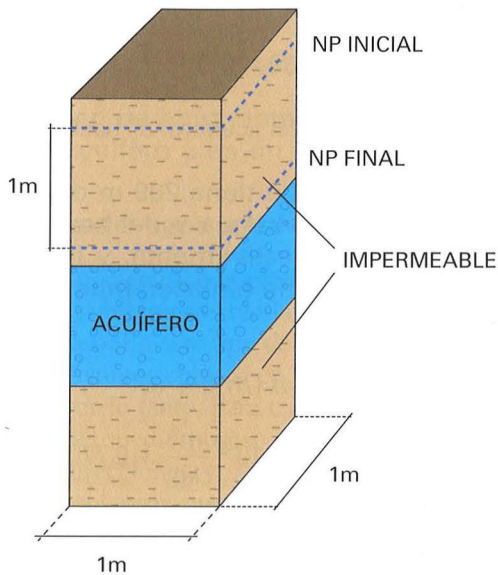


Fig. 2.6. Coeficiente de almacenamiento en un acuífero confinado.

Su orden de magnitud está muy condicionado por los valores de los coeficientes de compresibilidad del agua y del acuífero. En la generalidad de los casos suele estar entre 10^{-3} y 10^{-5} . Se expresa como:

$$S = \gamma b (m_e \cdot \beta + \alpha)$$

Donde:

- S es el coeficiente de almacenamiento (adimensional).
- γ es el peso específico del agua [$ML^{-2}T^{-2}$].
- m_e es la porosidad eficaz (adimensional).
- β es el módulo de compresibilidad del agua [$L^2 M^{-1}$].
- α es el módulo de compresibilidad del acuífero [$L^2 M^{-1}T^2$].
- b es el espesor saturado del acuífero [L].

También puede considerarse que:

$$S = \gamma b m_e \beta + \gamma b \alpha$$

En donde el primer sumando indica, de acuerdo con las condiciones de la definición de coeficiente de almacenamiento, el volumen liberado como consecuencia de la compresibilidad del agua y el segundo como consecuencia de la del acuífero.

El coeficiente de almacenamiento no tiene dimensiones (volumen de agua que puede extraerse de un volumen de acuífero [L^3/L^3]). Para el volumen de agua que puede extraerse por unidad de espesor saturado del acuífero se define el *coeficiente de almacenamiento específico* que vale (Jacob, 1940, 1950; Cooper, 1966):

$$S^* = \frac{S}{b}$$

Donde b es el espesor saturado del acuífero. S^* tiene dimensiones de [L^{-1}].

EJEMPLO: Un acuífero confinado tiene 200 m de espesor. Si los coeficientes de compresibilidad del agua y del acuífero son $4.76 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{kg}$ y $0.77 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{kg}$ respectivamente, y la porosidad eficaz es del 6 %, calcular el coeficiente de almacenamiento.

Aplicando la expresión:

$$S = \gamma b (m_e \beta + \alpha)$$

$$S = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 200 \text{ m} \left(0.06 \cdot 4.76 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} + 0.77 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \right) = 2.1 \cdot 10^{-4}$$

EJEMPLO: Si el acuífero del ejemplo anterior tiene un área aproximada de 980 km^2 , calcular:

- a) Volumen de agua que puede obtenerse bajando el nivel piezométrico una media de 10 m en todo el acuífero.
 - b) ¿Qué volumen de agua se debe a la compresibilidad del acuífero y qué volumen a la del agua?
- a) El volumen total correspondiente al descenso de 10 m es:

$$V_T = 10 \text{ m} \times 980 \text{ km}^2 \times 10^6 \frac{\text{m}^2}{\text{km}^2} = 9.8 \cdot 10^9 \text{ m}^3$$

Esta cifra, multiplicada por el coeficiente de almacenamiento, da el volumen total de agua obtenido como consecuencia del abatimiento de nivel de 10 m:

$$V = 9.8 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \times 2.1 \cdot 10^{-4} = 2.06 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

- b) Partiendo de la ecuación que da el coeficiente de almacenamiento elástico:

$$S = \gamma b (m_e \beta + \alpha)$$

La parte correspondiente a la compresibilidad del agua:

$$S = \gamma b m_e \beta$$

$$S = 1000 \times 200 \times 4.76 \cdot 10^{-9} \times 0.06 = 0.000057$$

La parte correspondiente a la compresibilidad del acuífero:

$$S = \gamma b \alpha$$

$$S = 1\,000 \times 200 \times 0.77 \cdot 10^{-9} = 0.00015$$

$$S = (S_{\text{agua}} + S_{\text{acuífero}}) = (0.000057 + 0.00015) = 2.1 \cdot 10^{-4}$$

Es decir, el volumen de agua obtenido se debe en un 72.5 % a la compresibilidad del acuífero y en un 27.5 % a la del agua.

2.4.2. El movimiento del agua a través de las rocas

Desde el punto de vista científico la gran dificultad para la caracterización del movimiento de las aguas subterráneas fue la definición del vector velocidad en el interior de un medio poroso. En este tipo de medios los pequeños canales por los que circula el agua son distintos entre sí en cuanto a forma, tamaño y rugosidad. Sería necesario definir, por lo tanto, para cada uno de ellos, un vector velocidad propio. En el conjunto del medio poroso existirían infinitos vectores velocidad con infinitos módulos, direcciones y sentidos. En definitiva el movimiento del agua en los medios porosos sería un fenómeno aleatorio. No sería posible ni la cuantificación de caudales en una determinada dirección ni la realización de balances. Este hecho, de raíz eminentemente científica, junto a las ideas sobre el origen de las aguas heredadas de los prestigiosos sabios de la antigua Grecia, son la causa principal de que la Hidrogeología como ciencia no empiece a desarrollarse hasta pasada la mitad del siglo XIX (ver, por ejemplo, Solís, 1990 y Martínez Alfaro, 2004).

Esta situación permanece hasta 1856 en que Henry Darcy, ingeniero francés, enuncia una ley empírica que define el movimiento del agua a través de diversos tipos de arena. El caudal circulante por un tubo lleno de arena es directamente proporcional a la sección transversal al flujo y a la pérdida de potencial de presión a lo largo del tubo (Fig. 2.7.)

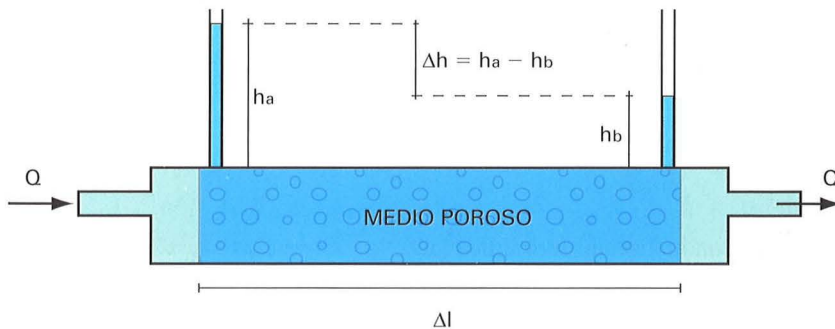


Fig. 2.7. Esquema del experimento de Darcy.

La constante de proporcionalidad es denominada *conductividad hidráulica*.

$$Q = A \cdot K \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

Donde:

- Q es el caudal circulante [L^3T^{-1}].
- A es la sección del tubo normal al flujo subterráneo [L^2].
- K es la conductividad hidráulica [LT^{-1}].
- Δh es la pérdida de energía que experimenta el agua [L].
- Δl es la distancia recorrida por el agua a través de la arena [L].

El cociente $\Delta h/\Delta l$ se denomina *gradiente hidráulico* « i » y representa la pérdida de energía por unidad de longitud de camino recorrido que experimenta el agua subterránea al circular a través de un medio poroso.

La *conductividad hidráulica* se define como el caudal de agua que pasa a través de una superficie unitaria de acuífero bajo un gradiente hidráulico unidad. Tiene dimensiones de [L/T]. Cuando se considera el caudal de agua que pasa por una sección de acuífero de base unitaria y altura su espesor saturado se habla de *transmisividad* del acuífero. De las definiciones anteriores se desprende que la «transmisividad» es igual a la «conductividad hidráulica» por el «espesor saturado» y tiene de dimensiones L^2/T .

$$T = K \cdot b$$

EJEMPLO: Un acuífero tiene un espesor saturado de 50 m y una conductividad hidráulica de 20 m/d . Calcular su transmisividad.

Aplicando la expresión:

$$T = K \cdot b$$

$$T = 20 \frac{m}{d} \cdot 50 \text{ m} = 1\,000 \frac{m^2}{d}$$

La conductividad hidráulica depende tanto de las características del medio como de las del fluido. Puede expresarse como:

$$K = K_0 \frac{\gamma}{\mu}$$

Donde:

- K es la conductividad hidráulica [LT^{-1}].
- K_0 es la permeabilidad intrínseca que vale Cd^2 [L^2].
- C es la constante que incluye las características de la roca (grado y tipo de estratificación, compactación, grado de cementación) [Adimensional].

- d es el tamaño medio de los poros equivalente al diámetro de la curva granulométrica que representa el peso del peso 50 % de la muestra [L].
- γ es el peso específico del agua [$ML^{-2}T^{-2}$].
- μ es la viscosidad del agua [$MT^{-1}L^{-1}$].

K_0 engloba las características del medio acuífero por el que circula el agua y γ/μ las del agua.

2.5. Homogeneidad, heterogeneidad, isotropía y anisotropía

Cuando un medio tiene las mismas características de conductividad hidráulica en todos sus puntos se dice que es **homogéneo**. Si la conductividad hidráulica es la misma en cualquier dirección que se considere, el medio es **isótropo**.

Combinando estas dos propiedades un acuífero puede ser:

Homogéneo e isótropo: Por ser homogéneo tiene las mismas características de conductividad hidráulica en todos sus puntos y por ser isótropo la conductividad hidráulica no varía con la dirección. La conductividad hidráulica podría representarse, en este tipo de medios, por una esfera del mismo radio en todos los puntos del acuífero (Foto 2.7).



Foto 2.7. En algunos ambientes sedimentarios se puede producir una buena clasificación de los componentes sólidos. Estos ambientes originan acuíferos que, a efectos prácticos, pueden ser considerados homogéneos e isótropos. Foto: *Dunas costeras del Parque Nacional de Doñana (Huelva), 2000.*

Homogéneo y anisótropo: Por ser homogéneo las características de conductividad hidráulica serán las mismas en todos sus puntos y por ser anisótropo la conductividad hidráulica será distinta según la dirección que se considere. En este tipo de medio la conductividad hidráulica se puede representar por un elipsoide de tres ejes, que será el mismo sea cual sea el punto que se considere.

Heterogéneo e isótropo: Por ser heterogéneo las características de conductividad hidráulica serán distintas para cada uno de sus puntos, y por ser isótropo la conductividad hidráulica no variará con la dirección. La conductividad hidráulica vendrá dada por una esfera cuyo radio variará según el punto que se considere.

Heterogéneo y anisótropo: Por ser heterogéneo tiene distintas características de conductividad hidráulica en cada uno de sus puntos, y por ser anisótropo la conductividad hidráulica varía con la dirección. Para representar la conductividad hidráulica habrá que considerar un elipsoide de tres ejes distintos para cada punto del medio.

En la naturaleza a escala local, salvo casos concretos, como pueden ser, por ejemplo, unas arenas de duna, los acuíferos son siempre heterogéneos y anisótropos (Foto 2.8). Sin embargo, a escala regional, en la práctica puede asumirse muchas veces homogeneidad e isotropía al objeto de poder aplicar al acuífero la formulación matemática necesaria para su caracterización.



Foto 2.8. En la mayor parte de las situaciones, el medio geológico por el que circula el agua presenta variaciones espaciales de los parámetros hidráulicos debidas a la textura (tamaños presentes en el soporte sólido) y a la estructura (distribución de los componentes sólidos). Foto: Ribatejada (Madrid), 1984.

2.6. Generalización de la Ley de Darcy

La Ley de Darcy también puede expresarse en términos de velocidad de flujo (caudal dividido por sección):

$$\vec{v} = -K \cdot \vec{i}$$

En donde el signo menos indica que los vectores velocidad y gradiente, aunque con la misma dirección, tienen sentido contrario.

Esta velocidad no es con la que realmente se mueve el agua a través del medio poroso. La Ley de Darcy considera que el flujo subterráneo puede moverse a través de la totalidad de la sección que atraviesa. En realidad el agua subterránea solo puede moverse a través de los huecos que dejan entre sí los elementos sólidos que constituyen el acuífero. Es decir, el área atravesada realmente por el flujo será (Fig. 2.8):

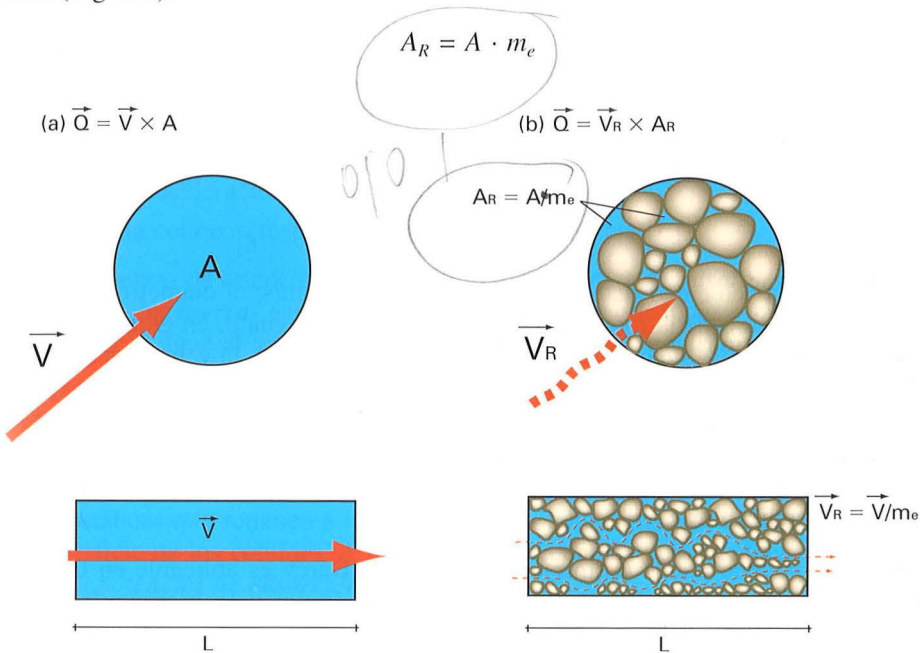


Fig. 2.8. Flujo a través de una sección en (a) medio libre (b) medio poroso.

Siendo A el área que considera la Ley de Darcy y m_e la porosidad eficaz. De acuerdo con esto, la velocidad con la que realmente se mueve el flujo subterráneo será:

$$\vec{V}_R = \frac{\vec{v}}{m_e}$$

Donde \vec{v} es la velocidad dada por la Ley de Darcy.

Puesto que la porosidad eficaz es siempre inferior a la unidad, el agua subterránea se mueve realmente a una velocidad mayor que la dada por la Ley de Darcy.

Considerando un medio anisótropo, se puede descomponer el vector velocidad según sus tres componentes cartesianas, y quedaría:

$$\vec{v}_x = K_x \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\vec{v}_y = K_y \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$\vec{v}_z = K_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

Que se conoce como la expresión de la *Ley de Darcy generalizada*.

El cumplimiento de la Ley de Darcy exige que exista una relación lineal entre velocidad y gradiente hidráulico (Hubbert, 1956). El parámetro que mide esta linealidad (flujo laminar) es el número de Reynolds (Streeter, 1962):

$$R_e = \frac{\vec{V}_R \cdot d \cdot \rho}{\mu}$$

Cuando la velocidad real del flujo \vec{v}_R se mide en cm/s; el diámetro medio de los poros o fisuras de la roca d , en cm; la densidad del agua ρ , en g/cm³; y la viscosidad μ , en dinas · s/cm², para valores de R_e inferiores a 4, la velocidad del flujo y el gradiente hidráulico se relacionan linealmente, el flujo es laminar y es válida la Ley de Darcy. Para valores de R_e mayores de 10 el flujo es turbulento y la Ley de Darcy no es válida. Para valores del número de Reynolds entre 4 y 10 puede asumirse el error de admitir flujo laminar y se puede considerar que la Ley de Darcy es «aplicable».

En la práctica puede asumirse que la Ley de Darcy es aplicable en la práctica totalidad de los medios con porosidad intergranular y en la mayoría de los medios fisurados en los que el grado de fracturación permita su asimilación a medios intergranulares. Si el medio es discontinuo el problema se complica puesto que el agua sólo circula por las fracturas y la capacidad de transmisión de agua depende de la densidad de fracturación, de la orientación y buzamiento de las fracturas, del grado de conexión, de la apertura de las fracturas, de la homogeneidad en el tamaño de las fracturas y de la rugosidad de las paredes de la fractura. En estos casos hay que acudir a leyes más complejas, del tipo de la *Ley cúbica*; ver, por ejemplo, Doménico y Schwartz, 1990. En los medios permeables por disolución –la mayoría de los acuíferos kársticos– se da con frecuencia la existencia de flujos turbulentos por lo que la aplicación de la Ley de Darcy resulta problemática.

2.7. El agua en la zona no saturada

La zona no saturada se extiende desde la superficie del terreno hasta la superficie freática. El comportamiento hidrogeológico de esta zona está condicionado por el grado de saturación de los poros.

2.7.1. La energía del agua en la zona no saturada

En la zona no saturada el agua se encuentra sometida, por una parte, a la acción de la *fuerza de la gravedad* que tiende a que se desplace hacia zonas más profundas, y por otra parte, a una serie de *fuerzas de retención*, que tienden a fijar sus moléculas al terreno. Será el balance entre ambas, en cada punto del terreno, el que determine si el agua desciende o queda retenida en un determinado lugar, y también el camino a recorrer (Childs, 1967).

La fuerza de la gravedad da lugar a una energía denominada *potencial gravimétrico*, de valor:

$$E_G = mgz$$

- m es la masa de agua [M].
- g es la aceleración de la gravedad [LT^{-2}].
- z es la cota con respecto a un plano de referencia [L].

Las fuerzas de retención son la suma de las *fuerzas de adsorción*, las *fuerzas capilares* y las *fuerzas osmóticas*. A la energía con la que todas estas fuerzas tienden a fijar el agua al terreno se le denomina *potencial de succión*.

Las *fuerzas de adsorción* son consecuencia del carácter dipolar de la molécula de agua y de la descompensación eléctrica existente en la superficie de los coloides (partículas de arcilla que como consecuencia del lavado del terreno han perdido los cationes quedando su superficie cargada negativamente). Son fuerzas electrostáticas que retienen a las moléculas de agua formando una película sobre la superficie de los coloides. A la energía consecuencia de estas fuerzas se le denomina *potencial de adsorción*.

Dentro de la zona vadosa, en las proximidades del nivel freático y cuando cesa el flujo descendente, se produce un efecto conocido en física con el nombre de *capilaridad*. La existencia de poros de muy pequeño diámetro implica un ascenso del agua procedente de la zona saturada a través de ellos dando origen, inmediatamente por encima del nivel freático, a lo que se llama *franja capilar*. El fenómeno de la capilaridad es directamente proporcional a la tensión superficial entre el agua y el aire contenido en los capilares y a la atracción molecular entre el agua y las paredes de la fase sólida. Es inversamente proporcional al peso específico del agua y al radio del capilar. Como consecuencia de la capilaridad, la presión en esta zona es inferior a la atmosférica. Las fuerzas capilares originan el *potencial capilar*.

En terrenos muy salinos las moléculas de agua sufren una atracción por parte de la fase sólida que tiende a igualar la concentración en sal con la fase líquida. Este fenómeno es conocido con el nombre de *potencial osmótico*, que puede no existir, o ser despreciable, si la salinidad no es muy alta.

A la suma del potencial de adsorción y del potencial capilar se le denomina *potencial mátrico* o *potencial matricial*, y es igual al potencial de succión cuando el efecto del potencial osmótico es despreciable.

El potencial de succión tiende al equilibrio de las fuerzas electrostáticas entre la fase sólida y la fase líquida. Como consecuencia de ello disminuye al aumentar el grado de saturación en los poros de la fase sólida. Si el grado de saturación aumenta continuamente llegará un momento en el que el potencial succión sea inferior al potencial gravimétrico dando lugar a una circulación de agua (*agua gravífica*). Si el proceso tiene entidad suficiente el agua alcanzará la zona saturada, incrementando el volumen allí existente. Es el modo de *recarga* de muchos acuíferos.

De acuerdo con esto, la energía del agua en cualquier punto de la zona no saturada es la suma, teniendo en cuenta los signos, del potencial de succión y el potencial gravimétrico. En la mayoría de los casos el potencial osmótico será despreciable y entonces se podrá decir que la energía del agua en cualquier poro de la zona no saturada será la suma del potencial mátrico y del potencial gravimétrico, teniendo en cuenta el signo de ambos.

$$\Phi^* = \psi(\theta) + E_G$$

En donde $\psi(\theta)$ es el potencial mátrico que, como se acaba de comentar, depende del contenido de agua en la zona no saturada θ (θ es la relación volumétrica entre el agua y la zona no saturada). Se mide en volumen de agua contenido en un volumen de zona no saturada determinado [L^3L^{-3}].

El potencial mátrico puede medirse experimentalmente como una presión, P_m , mediante tensiómetros instalados en la zona no saturada (Foto 2.9). Puede expresarse en unidades de presión (unidades de fuerza/unidades de superficie), en atmósferas, en bares, en pascuales o en longitud de la columna de agua equivalente (1 atmósfera = 10 m de altura de agua = 10^5 pascuales).

El potencial gravimétrico puede expresarse por unidad de volumen de agua:

$$E_G = \rho \cdot g \cdot z$$

siendo ρ la densidad del agua [ML^{-3}].

Por tanto, quedaría:

$$\Phi^* = P_m + \rho \cdot g \cdot z$$

Dividiendo por $\rho \cdot g$:

$$\Phi = \frac{P_m}{\rho \cdot g} + z$$



Foto 2.9. Los tensiómetros, en sus diversas variantes, son instrumentos muy utilizados para la caracterización in situ del estado hídrico de la zona no saturada. Miden el potencial total del agua (potencial matricial y potencial gravitacional respecto a la superficie del terreno) a la profundidad a la que se sitúa la cápsula porosa.

O lo que es lo mismo:

$$\Phi = h_m + z$$

Esto expresa el potencial hidráulico en la zona no saturada como suma del potencial de presión (potencial mátrico en unidades de longitud) más la cota del punto en que se mide con respecto a un plano de referencia.

Van Genuchten (1980), entre otros, definió la curva característica suelo-agua como la relación entre el potencial mátrico h_m y θ :

En una curva «tipo», como la de la figura 2.9 puede apreciarse como cuando el contenido de agua en el suelo corresponde a la humedad residual no eliminable del terreno en condiciones naturales, relación volumétrica θ_r , pequeños incrementos del volumen de agua en los poros suponen fuertes disminuciones del potencial mátrico h_m (en valor absoluto, puesto que el signo menos indica que las

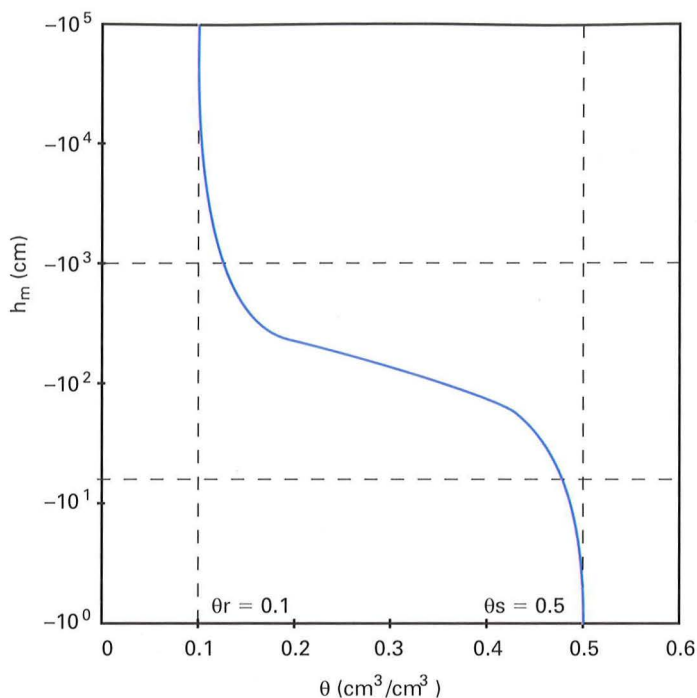


Fig. 2.9. Curva de retención de agua en la zona no saturada en función del potencial mátrico o potencial de presión (Van Genuchten, 1980).

fuerzas son de retención). Al alcanzar θ un determinado valor (en la gráfica ejemplo en torno a -10^3 cm), la disminución del potencial mátrico es mucho más suave. Al alcanzarse un contenido de agua en el suelo próximo a la saturación, relación volumétrica θ_s , vuelve a ocurrir que pequeñas variaciones en el contenido de agua implican fuertes variaciones en el potencial mátrico.

Este tipo de curvas son propias para cada tipo de terreno puesto que el contenido en agua depende tanto de la textura (heterogeneidad u homogeneidad de la granulometría) como de su estructura (disposición relativa de los clastos entre sí), por lo que se suelen denominar *curvas características*. Además se obtienen experimentalmente, para un mismo terreno, curvas diferentes si los valores se miden para un ciclo de secado o para un ciclo de humedecimiento. Este fenómeno, llamado *histéresis*, es consecuencia de la geometría de los poros, de que los meniscos entre el agua y los poros son diferentes durante el llenado y durante el vaciado, y de la influencia de los gases existentes en los poros sobre el frente de avance del agua durante los procesos de llenado (Fig. 2.10).

La relación entre θ y el potencial mátrico hay que obtenerla en laboratorio mediante pares de valores para una serie de presiones características. Con este método no se obtiene una relación continua entre ambos parámetros, por esto se

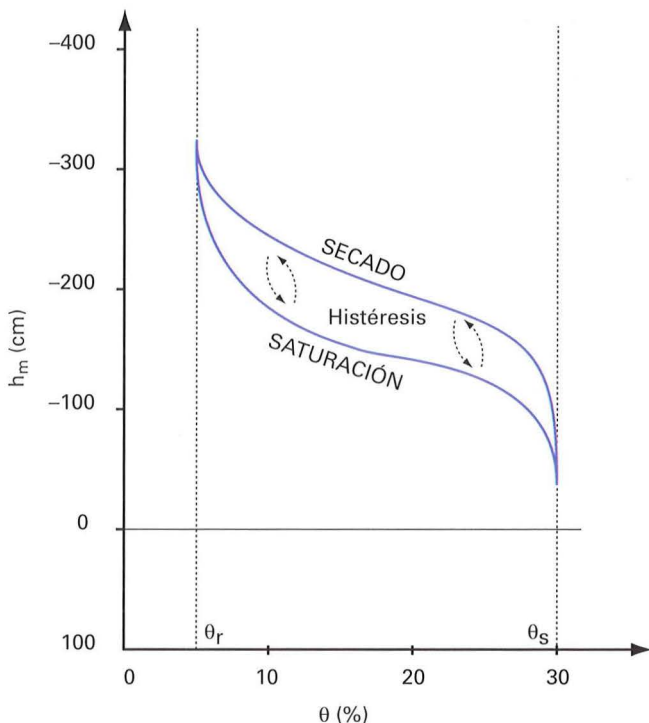


Fig. 2.10. Ciclo secado-saturación en la zona no saturada y fenómeno de histéresis.

suele recurrir a fórmulas empíricas. Una de las más conocidas es la de Van Genuchten (1980), que da la siguiente relación empírica entre θ y el potencial mátrico:

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha |\psi|)^n]^m}$$

en la que:

$$n = \frac{1}{1 - m}$$

$$\alpha = \frac{(2^{1/m} - 1)^{1-m}}{h_d}$$

h_d es el potencial mátrico para el que comienza el drenaje gravitacional.

Los parámetros de esta fórmula, en cada caso, han de proceder de la curva característica del suelo (potencial mátrico- θ) que ha de ser obtenida a partir de medidas experimentales:

θ_s es la relación volumétrica correspondiente a un potencial mátrico de 0.

θ_r es la relación volumétrica correspondiente a un potencial mátrico de -15 000 cm.

m vale:

$$1 - e^{-0.8S_p} \quad \text{cuando } 0 < S_p < 1$$

$$1 - \frac{0.5755}{S_p} + \frac{0.1}{S_p^2} + \frac{0.025}{S_p^3} \quad \text{cuando } S_p > 1$$

$$S_p = \frac{S}{\theta_s - \theta_r}$$

S es la pendiente de la curva *potencial mátrico- θ* en el punto P que corresponde a:

$$\theta_p = \frac{\theta_s + \theta_r}{2}$$

S se calcula gráficamente a partir de la curva experimental.

2.7.2. El flujo del agua en la zona no saturada

La ley que define el flujo del agua en la zona no saturada es conocida como la Ley de Buckingham y fue expresada en su forma actual por Richards (1928):

$$q = -K(\psi) \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial l}$$

En donde :

- q es el flujo de agua a través de la unidad de superficie [$L^3T^{-1}L^{-2}$]
- $K(\psi)$ es la conductividad hidráulica [LT^{-1}].
- $\frac{\partial \Phi}{\partial l}$ es el gradiente, es decir la variación de la energía total del agua a lo largo del camino recorrido.

El signo menos indica que el flujo tiene el sentido de los potenciales decrecientes, opuesto al gradiente. El paralelismo con la Ley de Darcy es evidente.

La conductividad hidráulica tiene el mismo sentido físico que en la zona saturada: facilidad con la que el agua circula a través del medio. Puesto que la circulación del agua sólo es posible por las zonas saturadas en el interior de cada uno de los poros, la conductividad hidráulica en la zona no saturada va a ser función de θ . Puesto que el potencial mátrico también depende de θ , en definitiva la conductividad hidráulica dependerá del potencial mátrico (aumenta con la disminución del potencial mátrico).

Van Genuchten (1980) también proporciona una función que relaciona el valor de la conductividad y el contenido de agua en el terreno. Viene dada por:

$$K(\theta) = K_s S_e^{1/2} [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^2$$

Donde:

- $K(\theta)$ es la conductividad hidráulica función de θ .
- K_s es la conductividad hidráulica para el medio totalmente saturado.
- m es el parámetro definido para la curva característica.

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$$

También puede expresarse en función del potencial de presión (potencial mátrico expresado en unidades de longitud):

$$K(h) = K_s \frac{\{1 - (\alpha h)^{n-1} [1 + (\alpha h)^n]^{-m}\}^2}{[1 + (\alpha h)^n]^{m/2}}$$

$K(h)$: conductividad hidráulica en la zona no saturada para un potencial de presión h .

m, n, α : parámetros de Van Genuchten.

La ecuación de la continuidad expresa, para un intervalo de tiempo determinado, que las entradas de agua menos las salidas de agua han de ser igual a la variación del volumen de agua almacenado en la zona no saturada:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right)$$

Richard (1928), a partir de esta ecuación y de la de Buckingham, obtiene la ecuación del flujo en la zona no saturada:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla [K(\psi) \nabla \Phi]$$

que para flujo exclusivamente vertical, se simplifica notablemente:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K(\psi) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) - \frac{\partial K(\psi)}{\partial z}$$

CONTENIDO GENERAL DEL CAPÍTULO

Se trata la Ley de Darcy y su aplicación en el problema de conservación de la masa a un elemento diferencial de fluido. En este capítulo se estudian los tipos de flujos subterráneos para regímenes permanentes, unidimensionales y de largo del tiempo, entre los regímenes transitorios, se estudia el flujo del tiempo.



LA ECUACIÓN GENERAL DE FLUJO SUBTERRÁNEO Y SU RESOLUCIÓN **3**

CONTENIDO GENERAL DEL CAPÍTULO

Definida la Ley de Darcy y utilizada para aplicar el *principio de conservación de la masa* a un elemento de acuífero, se deduce en este capítulo *la ecuación general del flujo subterráneo*, tanto para *régimen permanente* (potencial constante a lo largo del tiempo) como para *régimen transitorio* (potencial variable a lo largo del tiempo).

Se definen las *condiciones de contorno* necesarias para obtener soluciones particulares de esta ecuación y se indican los métodos de resolución de la misma: *redes de flujo, soluciones analíticas y métodos numéricos*.

3.1. La ecuación general del flujo en régimen transitorio y en régimen permanente

Consideremos un pequeño elemento de un acuífero, de dimensiones dx , dy y dz , orientado en el espacio según unos ejes cartesianos X, Y, Z (Fig. 3.1), y apliquemos el *principio de conservación de la masa* (entradas de masa de agua menos salidas igual a variación de masa en el almacenamiento del elemento).

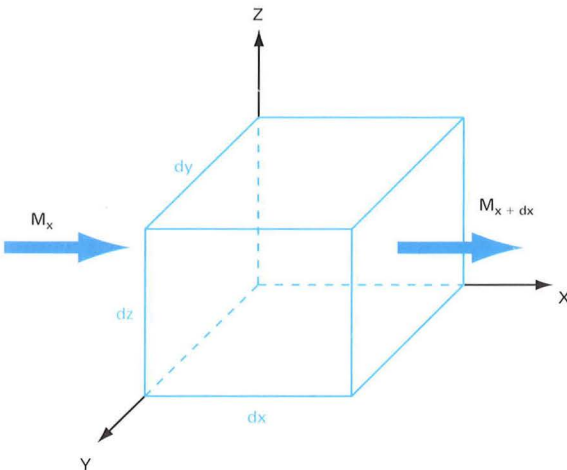


Fig. 3.1. Balance de masa en un elemento diferencial de acuífero.

La masa de agua que entrará en ese elemento de acuífero en un instante dt , según la dirección del eje X , se puede expresar como el volumen de agua que entra en ese instante (sección por velocidad y por tiempo), multiplicado por la densidad del agua.

$$M_x = dy \cdot dz \cdot \vec{v}_x \cdot \rho \cdot dt$$

en donde:

- $dy \cdot dz$ es la sección perpendicular al flujo [L^2].
- \vec{v}_x es la velocidad del flujo en la dirección del eje X [LT^{-1}].
- ρ es la densidad del agua [ML^{-3}].
- dt es el intervalo de tiempo considerado [T].

En ese mismo instante por la cara opuesta, separada de la anterior dx , sale el volumen de agua:

$$M_{x+dx} = dy \cdot dz \cdot \vec{v}_{x+dx} \cdot \rho \cdot dt$$

La diferencia entre la masa que entra por una cara del elemento y la que sale por la opuesta ha de ser igual, para que se cumpla el principio de conservación de la masa, a la variación en el almacenamiento en esa dirección. La diferencia se calcula aplicando la fórmula de Taylor. Despreciando los términos superiores a la primera derivada queda:

$$\Delta M_x = \Delta V_x \cdot \rho = \frac{1}{1!} \cdot \frac{\partial \vec{v}_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \rho \cdot dt = \frac{\partial \vec{v}_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \rho$$

Considerando un volumen unitario, $dx \cdot dy \cdot dz = 1$, un tiempo unitario, $dt = 1$, y eliminando ρ de ambos miembros de la ecuación:

$$\Delta V_x = \frac{\partial \vec{v}_x}{\partial x}$$

Teniendo en cuenta la Ley de Darcy,

$$\vec{v}_x = K \frac{\partial h}{\partial x}$$

y considerando medio homogéneo e isótropo quedaría:

$$\Delta V_x = \frac{\partial \left(K \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \right)}{\partial x} = K \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

Haciendo un razonamiento semejante para las otras dos direcciones del espacio, tendremos:

$$\Delta V_y = K \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$$

$$\Delta V_z = K \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}$$

Sumando las tres expresiones queda:

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) \cdot K = \Delta V$$

Esta ecuación representa un balance de flujos de agua en la unidad de tiempo en el elemento unitario de acuífero que hemos considerado. El término de la izquierda representa las entradas menos las salidas de agua y el término de la derecha la variación del volumen almacenado, que puede expresarse:

$$\Delta V = S^* \frac{\partial h}{\partial t}$$

Siendo S^* el coeficiente de almacenamiento específico por tratarse de un elemento de acuífero de espesor unidad. Al ser el área de la base del elemento de acuífero también la unidad, el producto:

$$S^* \frac{\partial h}{\partial t}$$

expresa el volumen de agua que gana o pierde el elemento de acuífero unitario considerado según varía el potencial hidráulico a lo largo del tiempo.

Podemos poner entonces:

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) \cdot K = S^* \frac{\partial h}{\partial t} \quad ; \quad \nabla^2 h \cdot T = S^* \frac{\partial h}{\partial t}$$

Que es la **ecuación general del flujo en régimen transitorio o no estacionario** (h varía a lo largo del tiempo) en medio **homogéneo e isótropo**.

Si el medio es **homogéneo y anisótropo** la **ecuación general del flujo en régimen transitorio** se expresa:

$$K_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S^* \frac{\partial h}{\partial t}$$

Si el medio es **heterogéneo y anisótropo** es necesario recurrir al tensor de conductividad hidráulica para definir las características de este parámetro en cada punto.

Si el *régimen es permanente o estacionario*, h es constante a lo largo del tiempo. Por lo tanto se anula su derivada con respecto al tiempo, quedando la *ecuación general del flujo* en este caso:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

3.2. La resolución de la ecuación general del flujo

La ecuación general del flujo subterráneo es una ecuación diferencial en derivadas parciales de segundo orden que admite infinitas soluciones. Dicho de otro modo puede aplicarse a la inmensa mayoría de los sistemas hidrogeológicos, en concreto a todos aquellos a los que se pueda aplicar la Ley de Darcy.

La resolución de un problema concreto a partir de la ecuación general del flujo subterráneo exige la definición de las características particulares de ese sistema de flujo subterráneo, conocidas como sus *condiciones de contorno*, incluyendo su geometría (forma y dimensiones) y su relación con las unidades hidrogeológicas y otros elementos adyacentes.

Existen tres tipos de condiciones de contorno (Reilly, 2001):

- **Potencial impuesto**, condición de contorno de primera clase o de Dirichlet. En este tipo de límite el potencial se conserva constante a lo largo del tiempo. Si el potencial es el mismo en todos los puntos del contorno, constituye una línea, una superficie equipotencial. Suele estar asociado a contactos entre el acuífero y masas de agua de importancia: lagos, mares, ríos caudalosos, etc. (Foto 3.1).
- **Flujo impuesto**, condición de contorno de segunda clase o de Neumann. Existe un flujo de agua definido que sale del acuífero o penetra en él. Este flujo puede ser nulo en el caso del contacto entre el acuífero y una unidad impermeable. Las divisorias de aguas también se ajustan a este tipo de condición de contorno.
- **Flujo condicionado por el valor del potencial hidráulico**, condición de contorno de tercera clase o de Cauchy. Se aplica a las entradas y salidas de agua del acuífero a través de capas semiconfinantes que lo separan de otra fuente de recarga externa. El flujo que sale del acuífero o penetra en él depende de la diferencia de potencial entre el acuífero y la fuente externa, de la conductividad hidráulica vertical del acuitardo o capa semiconfinante, de su extensión superficial y de su espesor.

Una vez establecidas las correspondientes condiciones de contorno, la solución de la ecuación general del flujo es única y corresponde al problema que se ha planteado.

La resolución de la ecuación general del flujo puede abordarse de tres maneras diferentes:

- Gráficamente.
- Analíticamente.
- Numéricamente.



Foto 3.1. Si el nivel del agua no varía significativamente, las grandes masas de agua superficial (lagos, mares, embalses) pueden ser consideradas como condiciones de contorno de potencial constante. Foto: Embalse de Camporredondo (Palencia), 2000.

3.2.1. Resolución gráfica de la ecuación general de flujo

La *resolución gráfica* de la ecuación general del flujo sólo es aplicable en régimen permanente (se trabaja sobre representaciones gráficas de la situación del acuífero en un tiempo determinado). Es conocida con el nombre de *método de las redes de flujo*.

3.2.1.1. Definición de red de flujo

La Ley de Darcy permite definir un vector velocidad que es la resultante de todos los vectores velocidad que podrían definirse para cada uno de los poros en la zona considerada.

Llamaremos *línea de corriente* a la línea que constantemente es tangente al vector velocidad definido en un medio poroso a partir de la Ley de Darcy. Mate-

máticamente sería la envolvente del vector velocidad. Una *trayectoria* sería una línea, más o menos tortuosa, que constituiría el lugar geométrico de las sucesivas posiciones de una partícula de agua en su movimiento a través de un medio poroso.

Superficies equipotenciales (en sistemas tridimensionales) o **líneas equipotenciales** (en sistemas uni o bidimensionales), son el lugar geométrico de los puntos que tienen el mismo potencial hidráulico. Se trataría de superficies o líneas en las que el agua subterránea tiene la misma energía en todos sus puntos.

El **gradiente hidráulico** indica la dirección en la que se produce el máximo cambio de energía entre cada dos equipotenciales. Por lo tanto es perpendicular a las equipotenciales (camino más corto entre ellas). Como, según la Ley de Darcy, $\vec{v} = -K i$, el vector velocidad y el vector gradiente son paralelos entre sí, el vector velocidad también será perpendicular a las equipotenciales. Puede concluirse que líneas de corriente y equipotenciales son perpendiculares entre sí. Para ello el medio ha de ser homogéneo e isótropo.

En un acuífero homogéneo e isótropo, líneas de corriente y equipotenciales constituyen una malla ortogonal que se llama **red de flujo**. Será bi o tridimensional de acuerdo con el sistema de flujo. La red de flujo define el movimiento de las aguas subterráneas puesto que las líneas de corriente van en la dirección perpendicular a las equipotenciales y en el sentido de los potenciales decrecientes (Fig. 3.2a).

Las redes de flujo permiten también el tratamiento cuantitativo del sistema hidrogeológico sin más que aplicar la ley de Darcy a la malla definida.

Se denomina **tubo de flujo** a la porción de acuífero limitada por una serie de líneas de corriente que pasan por un contorno cerrado. La propiedad esencial de los tubos de flujo es que el caudal que circula por ellos se conserva constante (Fig. 3.2b).

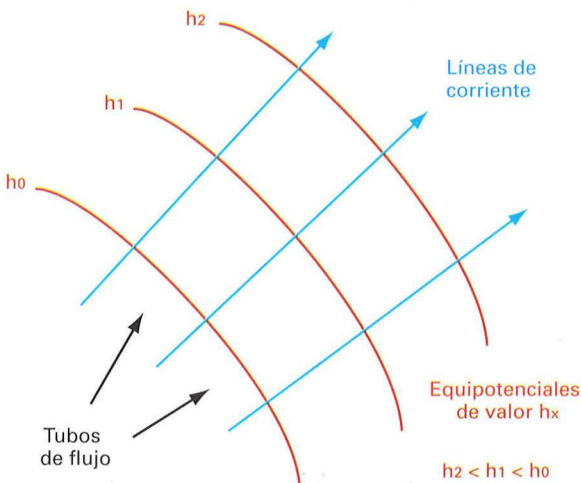


Fig. 3.2a. Red de flujo en medio homogéneo e isótropo: las líneas equipotenciales y de corriente son perpendiculares entre sí. Las líneas de corriente tienen el sentido de los potenciales decrecientes.

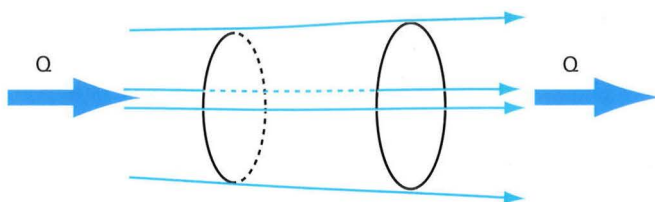


Fig. 3.2b. Tubo de flujo. El caudal Q se conserva constante en el interior.

Sea el tubo de flujo de la figura 3.3 definido por dos líneas de corriente en un sistema bidimensional homogéneo e isótropo de conductividad hidráulica K y en el que la distribución de energía del agua subterránea en su interior viene definida por las equipotenciales h_1 y h_2 , siendo $h_1 > h_2$.

Aplicando la Ley de Darcy se puede calcular el caudal circulante en la sección intermedia definida entre las dos equipotenciales:

$$Q = a \cdot b \cdot K \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

Donde:

- Q es el caudal circulante por el tubo de flujo [L^3T^{-1}].
- a es el ancho del tubo de flujo [L].
- b es el espesor del tubo de flujo [L].
- K es la conductividad hidráulica del medio [LT^{-1}].
- Δh es la diferencia de potencial hidráulico ($h_1 - h_2$) [L].
- Δl es la distancia entre las dos equipotenciales [L].

Este caudal será el mismo en cualquier sección del tubo de flujo perpendicular a las líneas de corriente. Si aumenta la sección disminuye la velocidad de flujo y viceversa, pero el caudal siempre es constante.

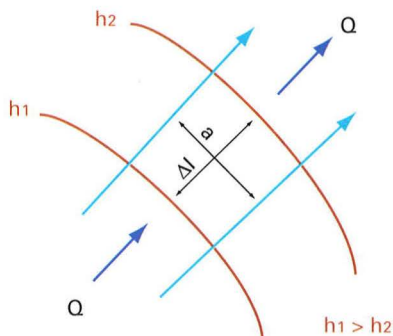


Fig. 3.3. Caudal circulante por un tubo de flujo de espesor unitario.

Si dibujamos la red de flujo cuadrada ($a = \Delta l$) quedará:

$$Q = b \cdot K \cdot \Delta h \quad [L^3T^{-1}]$$

y para un tubo de flujo de espesor unitario:

$$Q = K \cdot \Delta h \quad [L^3T^{-1}]$$

Obsérvese que las dimensiones siguen siendo las de un caudal puesto que $b = 1$ [L].

Por lo tanto podemos decir que *en una red de flujo cuadrada y de espesor unitario, el caudal circulante es independiente del tamaño de la malla, y que por todos los tubos de flujo de la red circula el mismo caudal.*

Esta propiedad de las redes de flujo cuadradas es muy importante pues facilita en gran medida el tratamiento cuantitativo de la resolución de los problemas hidrogeológicos.

3.2.1.2. **Obtención de una red de flujo en un medio homogéneo e isótropo**

Para dibujar una red de flujo en primer lugar hay que definir las condiciones de contorno del problema, esto es, hay que definir desde el punto de vista hidrogeológico la naturaleza de los contactos entre la zona del problema y las adyacentes a ella. La base principal de partida es que el régimen es estacionario y que por lo tanto, en cada punto del sistema, el potencial hidráulico se conserva constante a lo largo del tiempo.

Como límites de *potencial impuesto* (Dirichlet) normalmente se pueden presentar:

Contacto con grandes masas de agua (mares, lagos) cuyo nivel es el mismo a lo largo de todo el contacto. Debe tratarse como una equipotencial de valor igual al potencial hidráulico.

Contactos definidos por líneas en las que el potencial es distinto en cada uno de sus puntos pero es conocido. Es el caso de los niveles freáticos en los perfiles hidrogeológicos, los ríos, etc. Cada equipotencial debe cortar a estos límites en el valor del potencial correspondiente. Estos límites constituyen líneas de corriente si las equipotenciales son perpendiculares a ellos.

Como condiciones de *contorno de flujo impuesto* (Neumann) pueden presentarse:

Límites de recarga o descarga de caudal conocido. Los vectores velocidad que definen el flujo subterráneo son constantemente perpendiculares a este tipo de bordes, que por tanto deben ser tratados como líneas equipotenciales.

Los límites de flujo nulo (límites impermeables) deben ser tratados como líneas de corriente puesto que cualquier partícula de agua que los alcance se moverá sobre ellos siguiendo una línea de máxima pérdida de energía, es decir, una línea de corriente.

El tercer tipo de condiciones de contorno, flujo de entrada o salida por variación del potencial a lo largo del tiempo, no puede darse en este caso puesto que el sistema está en régimen permanente y el potencial hidráulico es, por tanto, constante en el tiempo.

Las condiciones de contorno impondrán, según se ha visto, las primeras equipotenciales, líneas de corriente y puntos de potencial conocido del sistema. A partir de ahí se trata de ir dibujando alternativamente nuevas líneas de corriente y equipotenciales formando una malla cuadrada. El concepto de «cuadrada» hay que tomarlo en sentido amplio. Se trata de cuadrados curvilíneos que a veces pueden tener tres o más de cuatro lados.

Como criterio general se puede aceptar que una malla es cuadrada cuando los ángulos de las celdas son rectos y sus diagonales también se cortan en ángulo recto. La práctica en el dibujo de redes de flujo es la única forma de adquirir la destreza necesaria.

EJEMPLO: La figura 3.4 corresponde a un perfil hidrogeológico trazado perpendicularmente a las isopiezas que refleja la descarga de un manantial. El perfil tiene una anchura unitaria y una longitud de 2 000 m. Dibujar manualmente la red de flujo. Calcular el caudal que proporciona al manantial el mencionado perfil. La conductividad hidráulica es de 10 m/d.

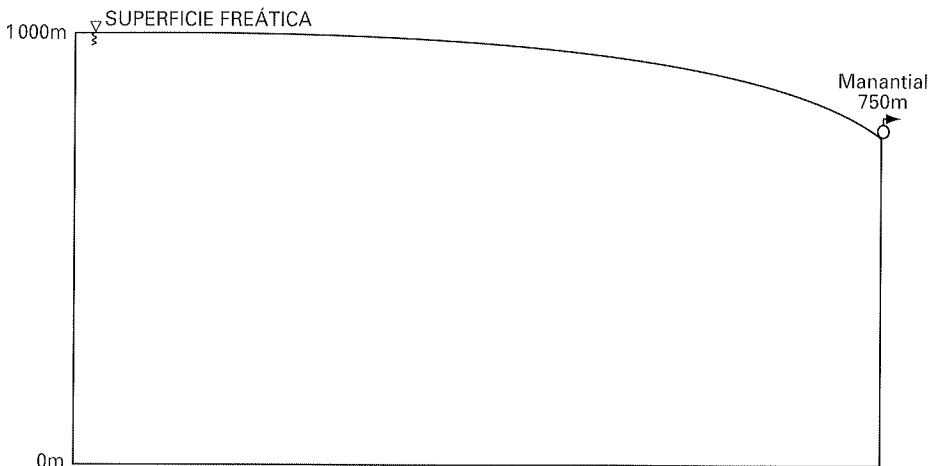


Fig. 3.4. Perfil hidrogeológico perpendicular a las isopiezas.

La representación gráfica vendría dada por la figura 3.5.

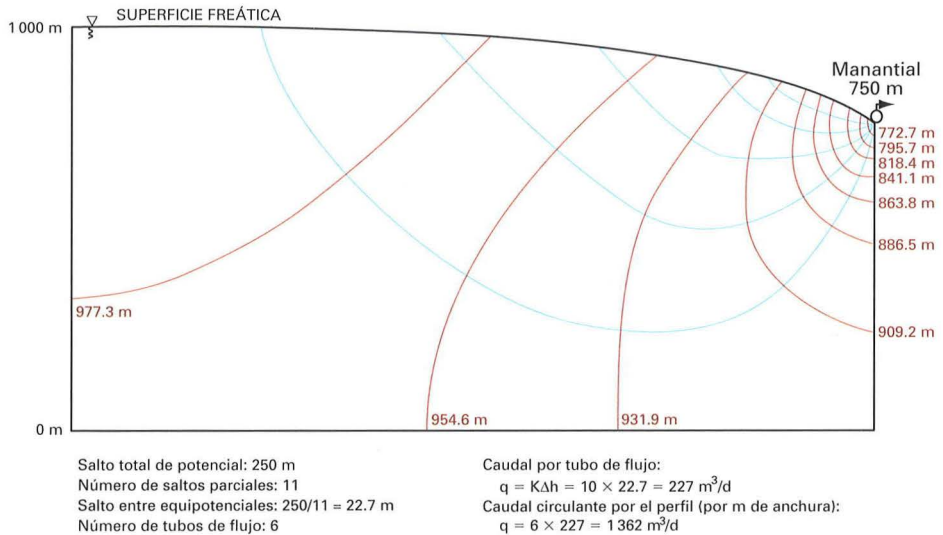


Fig. 3.5. Red de flujo.

3.2.1.3. Redes de flujo en medios heterogéneos y anisótropos

En medios heterogéneos hay que tener en cuenta que cuando una línea de corriente pasa de un medio de mayor conductividad hidráulica a otro de menor conductividad hidráulica, se refracta acercándose a la normal. Por el contrario cuando una línea de corriente pasa de un medio de menor conductividad hidráulica a otro de mayor conductividad hidráulica, se refracta alejándose de la normal (Hubbert, 1940) (Fig. 3.6 y Foto 3.2). Cuantitativamente puede expresarse:

$$\frac{K_M}{K_m} = \frac{\text{tg } \alpha_M}{\text{tg } \alpha_m}$$

Donde:

- K_M es la conductividad hidráulica del medio más permeable.
- K_m es la conductividad hidráulica del medio menos permeable.
- α_m es el ángulo de incidencia de la línea de corriente en el medio de menor conductividad hidráulica.
- α_M es el ángulo de incidencia en el medio de mayor conductividad hidráulica.

El trazado manual de una red de flujo en un medio heterogéneo es mucho más laborioso que en medio homogéneo e isótropo. Si el medio además es anisótropo el problema, lógicamente, se complica mucho más.

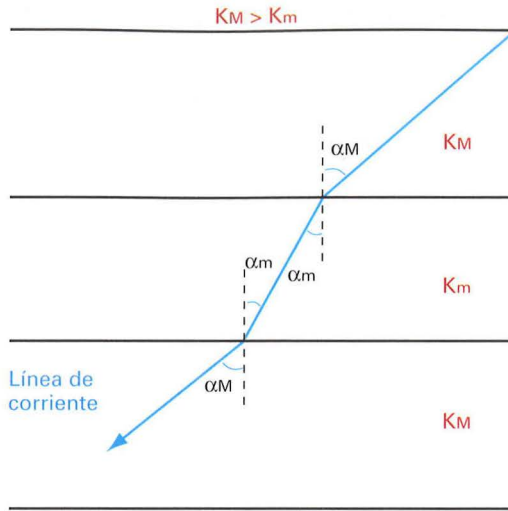


Fig. 3.6. Refracción de una línea de corriente en medios de distinta permeabilidad.



Foto 3.2. Cuando el flujo subterráneo se encuentra con un contacto entre formaciones, pasando el agua de un medio más permeable a otro menos permeable (caso de la fotografía, en el que arenas y gravas de una terraza fluvial se superponen a materiales arcósicos), las líneas de flujo sufren una «refracción». Si el contraste de permeabilidades es muy grande, el límite puede comportarse prácticamente como impermeable, circulando el agua a favor del mismo. Foto: R-5 en km 95 (Toledo), 1992.

En la práctica, partiendo de un medio heterogéneo y anisótropo, se puede llegar a un medio homogéneo e isótropo realizando una serie de transformaciones no muy complicadas. Una vez obtenido el medio homogéneo e isótropo equivalente se puede trazar en él la red de flujo y realizar su interpretación cualitativa y cuantitativa. Los resultados obtenidos se pueden aplicar directamente al medio original.

3.2.1.4. Transformación de un medio heterogéneo y anisótropo en un medio homogéneo y anisótropo

Un medio heterogéneo y anisótropo puede representarse por «n» unidades, estratificadas, anisótropas y de diferentes características de conductividad hidráulica cada una de ellas.

Transformar este medio en homogéneo y anisótropo exige calcular *una conductividad hidráulica vertical equivalente a las n verticales* y *una conductividad hidráulica horizontal equivalente a las n horizontales*.

Comencemos por calcular la conductividad hidráulica vertical equivalente. Para ello hacemos circular un caudal Q conocido en la dirección de la conductividad hidráulica vertical a través de una sección A igual para todo el conjunto de unidades hidrogeológicas (Fig. 3.7).

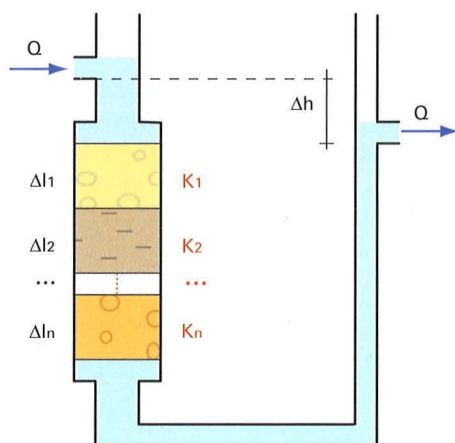


Fig. 3.7. Cálculo de la permeabilidad vertical equivalente.

La pérdida de energía total que experimenta el agua al atravesar el conjunto de unidades será la suma de la energía que pierde al atravesar cada una de ellas.

De la Ley de Darcy se tiene:

$$\Delta h = \frac{\Delta l \cdot Q}{K_v \cdot A}$$

Donde:

- Δh es la pérdida total de energía [L].
- Δl es la suma de los espesores de cada una de las capas de la muestra [L].
- Q es el caudal circulante [$L^3 T^{-1}$].
- A es la sección normal al flujo [L^2].
- K_v es la **conductividad hidráulica vertical equivalente** [LT^{-1}].

La pérdida de energía en cada una de las unidades hidrogeológicas será:

- $\Delta h_1 = \frac{\Delta l_1 \cdot Q}{K_1 \cdot A}$ en la unidad «1» de espesor Δl_1 y de conductividad hidráulica vertical K_1
- $\Delta h_2 = \frac{\Delta l_2 \cdot Q}{K_2 \cdot A}$ en la unidad «2» de espesor Δl_2 y de conductividad hidráulica vertical K_2
- ...
- $\Delta h_n = \frac{\Delta l_n \cdot Q}{K_n \cdot A}$ en la unidad «n» de espesor Δl_n y de conductividad hidráulica vertical K_n

sumando:

$$\sum_1^n \Delta h_n = \frac{Q}{A} \sum_1^n \frac{\Delta l_i}{K_i} = \Delta h = \frac{\Delta l \cdot Q}{K_v \cdot A}$$

Con lo cual, la conductividad hidráulica vertical equivalente sería:

$$K_v = \frac{\Delta l}{\sum_1^n \frac{\Delta l_n}{K_n}}$$

Para el cálculo de la **conductividad hidráulica horizontal equivalente** se hace circular el agua en la dirección horizontal y se aplica, como en el caso anterior la Ley de Darcy (Fig. 3.8).

En este caso el agua experimenta la misma pérdida de energía en su recorrido por cualquiera de las capas que integran el medio. El caudal total circulante horizontalmente, a través del medio, será:

$$Q = a \cdot b \cdot K_H \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

Siendo:

- Q caudal circulante en la dirección horizontal [LT^{-3}].
- a anchura de las capas (la misma para todas) [L].
- b espesor saturado total (suma del espesor saturado de todas las capas) [L].
- K_H conductividad hidráulica horizontal equivalente [LT^{-1}].
- Δh pérdida de energía (la misma para todas las capas) [L].
- Δl camino recorrido por el flujo subterráneo [L].

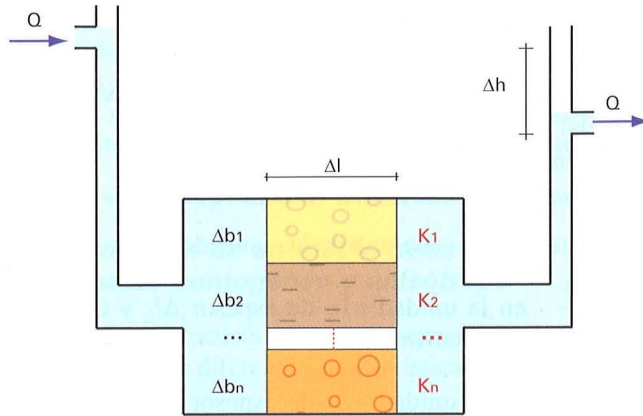


Fig. 3.8. Cálculo de la permeabilidad horizontal equivalente.

El caudal circulante por la primera capa sería:

$$Q_1 = a \cdot b_1 \cdot K_1 \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

en donde b_1 es el espesor saturado, y K_1 la conductividad hidráulica de la primera capa.

El caudal circulante por la segunda capa sería:

$$Q_2 = a \cdot b_2 \cdot K_2 \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

en donde b_2 es el espesor saturado, y K_2 la conductividad hidráulica de la segunda capa.

Y por la capa n :

$$Q_n = a \cdot b_n \cdot K_n \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

en donde b_n es el espesor saturado, y K_n la conductividad hidráulica de la n -ésima capa.

La suma de todos estos caudales será el caudal total:

$$a \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l} \cdot \sum_1^n b_i K_i = a \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l} \cdot b \cdot K_H$$

y la conductividad hidráulica horizontal equivalente será:

$$K_H = \frac{1}{b} \cdot \sum_1^n b_i K_i$$

Puesto que la transmisividad es igual a la conductividad hidráulica por el espesor saturado, puede decirse que *en un medio hidrogeológico formado por unidades hidrogeológicas de distinta conductividad hidráulica horizontal, la transmisividad horizontal equivalente es suma de las transmisividades de cada una de las capas que integran el medio.*

EJEMPLO: El acuífero de la figura 3.9 está compuesto por tres capas, las cuales presentan sus propias características de potencia y conductividad hidráulica tal como se indica a continuación. Si se puede asumir que cada capa es en la práctica isotrópica y homogénea, se pide calcular la conductividad hidráulica del acuífero tanto en la dirección vertical como en la horizontal.

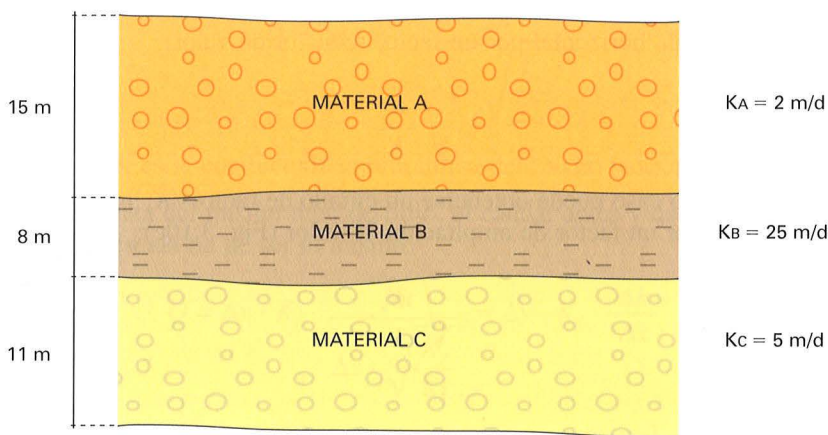


Fig. 3.9. Esquema de las permeabilidades correspondientes al acuífero del ejemplo.

En la dimensión horizontal, la conductividad hidráulica media del acuífero se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$K_h = \frac{1}{b} \cdot \sum_{i=1}^n b_i \cdot K_i$$

$$K_h = \frac{\left(2 \frac{m}{d} \times 15 m\right) + \left(25 \frac{m}{d} \times 8 m\right) + \left(5 \frac{m}{d} \times 11 m\right)}{34 m} = 8,4 m/d$$

En el caso de la vertical:

$$K_v = \frac{\Delta l}{\sum_{i=1}^n \frac{\Delta l_i}{K_i}} \quad K_v = \frac{34 m}{\frac{15 m}{2 m/d} + \frac{8 m}{25 m/d} + \frac{11 m}{5 m/d}} = 3,4 m/d$$

ojo aquí! no utilizan como si cuando se usa el punto homogéneo

3.2.1.5. Transformación de un medio homogéneo y anisótropo en un medio homogéneo e isotrópico

Por cuestiones de sencillez se desarrolla el razonamiento para el caso de flujo bidimensional, pero es fácilmente extrapolable a tres dimensiones.

En dos dimensiones la conductividad hidráulica en un medio homogéneo y anisótropo puede representarse por una elipse de semiejes $\sqrt{K_x}$ y $\sqrt{K_y}$ (Fig. 3.10a).

La transformación de este medio en homogéneo e isotrópico exige la conversión de la elipse en una circunferencia. Es decir, el problema de la transformación de un medio homogéneo y anisótropo en su equivalente homogéneo e isotrópico se reduce a un cambio de escala. Se puede reducir el eje mayor de la elipse o se puede aumentar el eje menor.

En el primer caso (Fig. 3.10b) se puede obtener un círculo de radio $\sqrt{K_y}$ multiplicando la escala horizontal por un factor reductor de valor:

$$\sqrt{\frac{K_y}{K_x}}$$

En el segundo caso puede obtenerse un círculo de radio $\sqrt{K_x}$ multiplicando la escala vertical por un factor de ampliación de valor (Fig. 3.10c):

$$\sqrt{\frac{K_x}{K_y}}$$

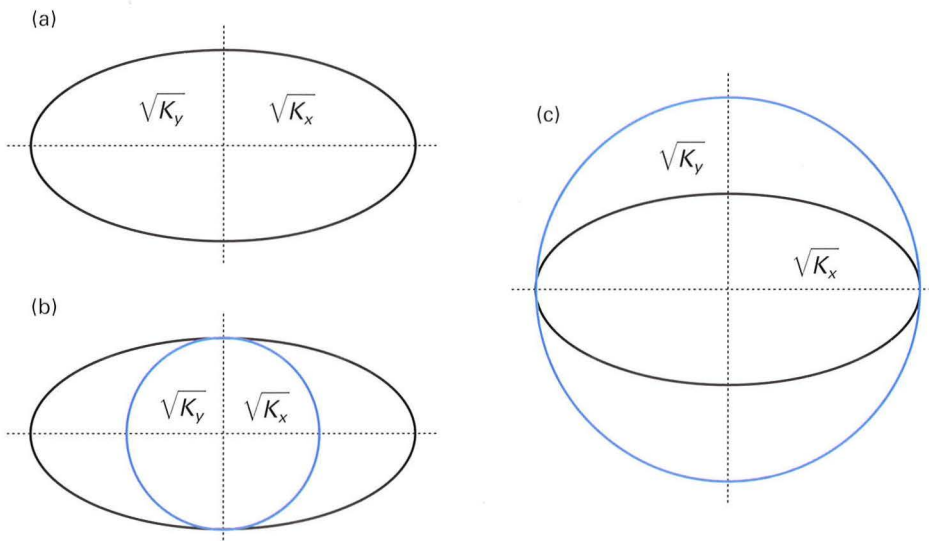


Fig. 3.10. Permeabilidad en un medio homogéneo y anisótropo y transformación en medio homogéneo e isotrópico.

Realizada la transformación de escala queda por averiguar la conductividad hidráulica isótropa equivalente para el nuevo medio.

Consideremos el caso en que la transformación de escala ha sido la reducción de la escala horizontal.

Un tubo de flujo de espesor unitario en la dirección del eje X , antes de realizar el cambio de escala, vendrá definido, por ejemplo, como puede observarse en la figura 3.11a. Por él circulará un caudal, según la Ley de Darcy:

$$Q = \Delta y \cdot K_x \cdot \frac{\Delta h}{\Delta x}$$

Si aplicamos la Ley de Darcy después de la transformación de escala (Fig. 3.11.a):

$$Q = \Delta y \cdot K_x \cdot \frac{\Delta h}{\Delta x \cdot \sqrt{\frac{K_y}{K_x}}}$$

En donde K es la conductividad hidráulica del medio isótropo equivalente.

Como se trata del mismo tubo de flujo, el caudal antes y después de la transformación de escala ha de ser el mismo:

$$Q = \Delta y \cdot K_x \cdot \frac{\Delta h}{\Delta x \cdot \sqrt{\frac{K_y}{K_x}}} = \Delta y \cdot K_x \cdot \frac{\Delta h}{\Delta x}$$

y entonces:

$$K = K_x \cdot \sqrt{\frac{K_y}{K_x}} = \sqrt{K_x \cdot K_y}$$

Un razonamiento semejante se puede realizar considerando el tubo de flujo en la dirección del eje vertical (Fig. 3.11b).

Antes de la transformación de escala:

$$Q = \Delta x \cdot K_y \cdot \frac{\Delta h}{\Delta y}$$

Después de la transformación:

$$Q = \Delta x \cdot \sqrt{\frac{K_y}{K_x}} \cdot K \cdot \frac{\Delta h}{\Delta y}$$

e igualando ambas expresiones:

$$K = K_y \cdot \sqrt{\frac{K_x}{K_y}} = \sqrt{K_x \cdot K_y}$$

(a) Tubo de flujo horizontal



(b) Tubo de flujo vertical



Fig. 3.11. Cálculo de la permeabilidad isotrópica equivalente.

Es decir, que puede concluirse que en el medio isótropo equivalente la conductividad hidráulica es la media geométrica de las conductividades hidráulicas correspondientes a las direcciones de los semiejes de la elipse del medio anisótropo.

Si en lugar de reducir la escala horizontal se aumenta la vertical se llegaría a idéntica conclusión.

3.2.2. Soluciones analíticas de la ecuación general del flujo

La resolución analítica de la ecuación general del flujo es uno de los temas a los que se presta mayor atención en la investigación hidrogeológica a partir del trabajo de Darcy (1856). Quizá el primer trabajo que se basa en la Ley de Darcy, para el estudio del movimiento del flujo de agua hacia un pozo perforado en un acuífero libre, sea el de Dupuit (1863). Forchheimer (1886) y Slichter (1899), independientemente, llegan a la ecuación general del flujo para régimen permanente a partir del principio de conservación de la masa y la Ley de Darcy. Jacob (1940), y posteriormente Cooper (1966), deducen la ecuación general del flujo para régimen transitorio.

Establecida la ecuación general del flujo subterráneo para régimen estacionario y no estacionario, los primeros trabajos de investigación en la determinación de soluciones particulares están relacionados con el movimiento del agua subterránea hacia los pozos, captaciones de aguas subterráneas por excelencia.

Conviene señalar que la aplicación de una ecuación matemática al medio natural exige una simplificación importante que implica la aceptación de las siguientes hipótesis de partida:

En cuanto al acuífero:

- Homogeneidad e isotropía en toda su extensión, que se supone infinita.
- Coeficiente de almacenamiento constante.
- Muro horizontal y espesor constante.
- El acuífero es, en todo momento y en todo lugar, libre, confinado o semi-confinado.

En cuanto al flujo subterráneo:

- Es válida la Ley de Darcy.
- No hay flujo natural, es decir, la superficie piezométrica inicial es un plano horizontal.
- Una vez iniciado el bombeo el flujo es radial y horizontal (convergente hacia el pozo si el caudal es de extracción y divergente desde el pozo si el caudal es de inyección). Esto implica que las superficies equipotenciales sean cilindros verticales concéntricos con el pozo de bombeo.
- No existen pérdidas de energía por rozamiento al penetrar el agua en el pozo.
- El descenso en el infinito es cero.

En cuanto al pozo de bombeo:

- Está ranurado a lo largo de todo el acuífero, al que corta en su totalidad.
- El caudal de bombeo es constante a lo largo del tiempo.
- El pozo considerado es el único que bombea en el acuífero.
- El radio del pozo es lo suficientemente pequeño como para poder suponer que el agua almacenada en el pozo no influye en el caudal de bombeo.
- La variación del nivel piezométrico consecuencia del bombeo es simultánea a la extracción (o inyección) de agua y proporcional al volumen extraído (o inyectado).

En cuanto al agua:

- Tiene densidad y viscosidad constantes en el espacio y en el tiempo.

Aceptando estas hipótesis, considerando que el régimen del acuífero puede ser estacionario o no estacionario y las condiciones de contorno propias de acuífero confinado, semiconfinado o libre, se llega, para cada caso, a una solución analítica de la ecuación general del flujo, que es la ecuación de la superficie piezométrica en el entorno del pozo para unas determinadas condiciones de bombeo.

A partir de ahora se supondrá el caso de caudales de extracción (positivos) por ser el más frecuente. En el caso de caudales de inyección la formulación es la

misma, sólo cambia el signo del caudal y pasan los descensos a ser negativos, es decir, se convierten en ascensos sobre el nivel piezométrico inicial.

Se establece, al objeto de medida de magnitudes, un sistema de ejes cartesianos cuyo eje de ordenadas es el eje del pozo y el de abscisas el muro del acuífero. Las unidades de medida han de ser homogéneas.

Las expresiones que se exponen a continuación tienen un doble uso:

- Conocidos los parámetros hidrogeológicos del acuífero se puede conocer el efecto del bombeo en cualquier punto del mismo para diversos caudales de extracción.

Se incluye en este aspecto el cálculo de la distancia a partir de la cual el efecto del bombeo es nulo, conocida como *radio de influencia* del bombeo.

También puede determinarse el *caudal específico* del pozo, que es una medida de su rendimiento. Se expresa como el caudal de extracción dividido por el descenso producido por el bombeo una vez estabilizado el nivel en el pozo a efectos prácticos. El caudal específico es directamente proporcional a la transmisividad del acuífero.

- Conocidos los efectos puntuales de la extracción de un determinado caudal en un pozo, determinar los parámetros hidrogeológicos del acuífero. A este proceso se le suele conocer con el nombre de *ensayo de bombeo*.

El agua al penetrar en el pozo sufre un rozamiento «extra» con los elementos relacionados con el pozo y su construcción: empaque de gravas, filtro, resto de lodos de perforación, etc. Este rozamiento lleva consigo una pérdida de energía que se conoce con el nombre de *pérdidas de carga*, que implica que el descenso medido en el propio pozo de bombeo sea mayor que el que teóricamente se obtendría aplicando la ecuación correspondiente. Esto hace que, si se considera el pozo de bombeo como punto para medir descensos, los valores medidos se apartan de los teóricos tanto más cuanto mayores sean las pérdidas de carga (cuanto peor hecho esté el pozo) quedando falseados los valores de los parámetros obtenidos de esta manera.

El uso que se hace a continuación de las distintas formulaciones desarrolladas, también para los «slug test», es el clásico.

Existen en la actualidad numerosos programas informáticos para la interpretación automática de ensayos de bombeo.

Un método de interpretación, basado en hojas electrónicas de cálculo, de uso libre, es el desarrollado en el USGS por Halford y Kuniansky (2002). Puede accederse a él a través de la página web <http://water.usgs.gov/pubs/of/ofr02197/index.html>

En ella también pueden encontrarse la gran mayoría de los ábacos que se citan en los apartados siguientes.

Para el tratamiento de datos de ensayos de bombeo en situaciones complejas se recomienda consultar los trabajos de Dawson e Istok (1991), y Kruseman y Deridder (1991).

3.2.2.1. Acuífero confinado en régimen permanente. Ecuación de Thiem (1906)

La figura 3.12 muestra un esquema de los factores que intervienen en la ecuación de Thiem, cuya expresión es:

$$s_r = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}$$

Donde:

- s_r es el descenso en el nivel piezométrico que se produce a una distancia r del pozo de bombeo [L].
- T es la transmisividad del acuífero [L^2T^{-1}].
- Q es el caudal de bombeo [L^3T^{-1}].
- R es el radio de influencia [L].

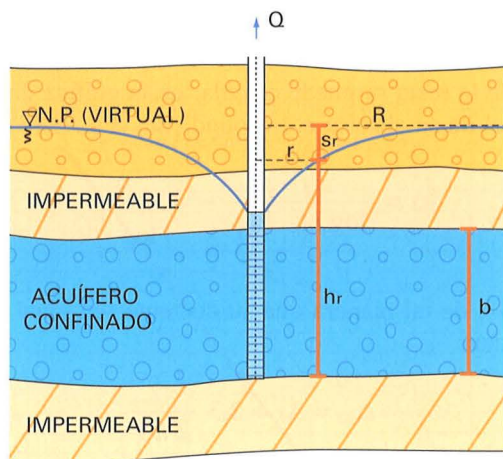


Fig. 3.12. Pozo en acuífero confinado en régimen permanente (Thiem).

Esta ecuación, conocida como la fórmula de Thiem (1906), permite obtener, conocidos el radio de influencia y la transmisividad del acuífero, el descenso que produciría en un punto situado a una distancia determinada del pozo, la extracción de un determinado caudal. Dicho de otra manera, proporciona la ecuación del cono de bombeo (descensos en función de la distancia), producido por la extracción a partir de un pozo de un determinado caudal de agua.

La obtención de los parámetros hidrogeológicos del acuífero a partir de la fórmula de Thiem se realiza como sigue:

La ecuación puede escribirse:

$$s_r = \frac{Q}{2\pi T} \ln R - \frac{Q}{2\pi T} \ln r$$

y en logaritmos decimales:

$$s_r = \frac{2.3 Q}{2\pi T} \log R - \frac{2.3 Q}{2\pi T} \log r$$

Si se representa s en función de r en papel semilogarítmico (s en la escala aritmética y r en la logarítmica) se obtiene una recta de pendiente:

$$-\frac{2.3 Q}{2\pi T}$$

y ordenada en el origen (Fig. 3.13):

$$\frac{2.3 Q}{2\pi T} \log R$$

Esta recta cortará al eje de abscisas (descenso cero) a una distancia del eje del pozo (origen de coordenadas) igual al radio de influencia R .

La pendiente de la recta se puede calcular en la gráfica dividiendo el valor de una ordenada por el de su abscisa correspondiente (Fig. 3.13):

$$\Delta = \frac{s_2 - s_1}{\log r_2 - \log r_1} = \frac{\Delta s}{\log \frac{r_2}{r_1}}$$

y si elegimos r_2 y r_1 de tal manera que su cociente sea igual a 10 quedará como pendiente de la recta:

$$\Delta_{10} = \Delta s = 2.3 \frac{Q}{2\pi T}$$

de donde la transmisividad del acuífero será:

$$T = \frac{2.3 Q}{2\pi \cdot \Delta_{10}}$$

El ensayo de bombeo requiere en este caso un pozo para bombear y dos puntos, a distancias r_1 y r_2 conocidas, para poder medir los descensos producidos, puesto que el trazado de la recta requiere el conocimiento de, al menos, dos de sus puntos.

Se comienza el bombeo a caudal Q constante, conocido, y una vez estabilizados los niveles (régimen permanente) se miden los descensos s_1 y s_2 en los pun-

tos destinados a este efecto. Los puntos (r_1, s_1) y (r_2, s_2) permitirán obtener la recta que representa la ecuación de Thiem en papel semilogarítmico y a partir de ahí determinar R y T .

EJEMPLO: Se extrae un caudal continuo de 10 L/s de un pozo de 0.5 m de radio perforado en un acuífero confinado. Una vez estabilizado el cono de bombeo se miden los descensos producidos en piezómetros situados a 1 m, 30 m y 200 m del pozo. Los valores medidos fueron 13.0, 7.25 y 3.90 m, respectivamente. En el pozo de bombeo se midió un descenso de 16.5 m. Calcular: transmisividad del acuífero, radio de influencia del bombeo, pérdidas de carga en el pozo y radio eficaz del pozo (radio con el que realmente está funcionando).

El resultado se da en la figura 3.13.

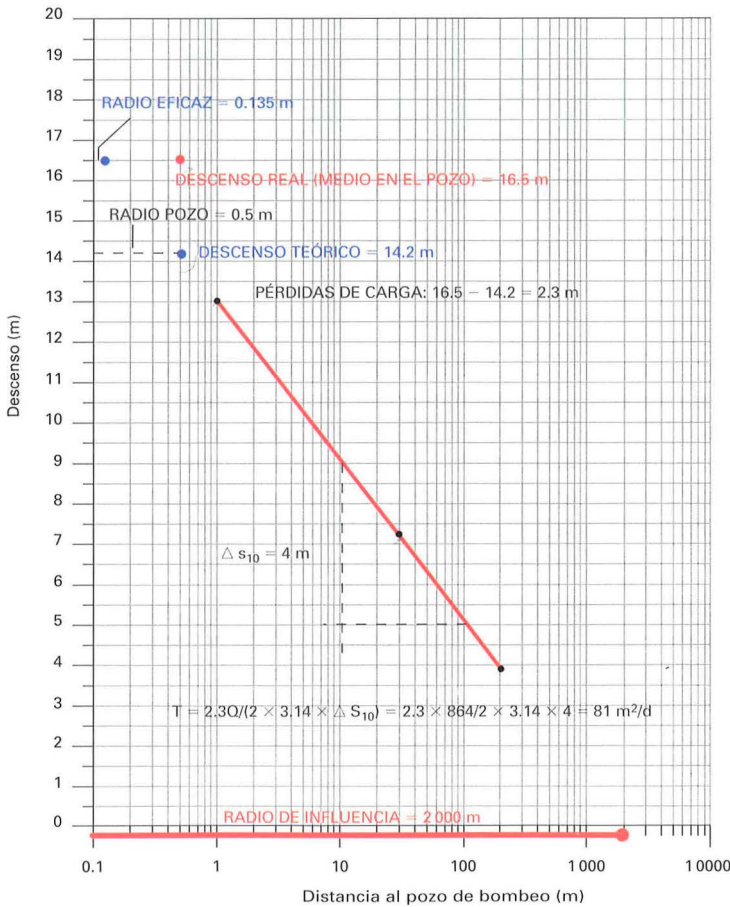


Fig. 3.13. Ensayo de bombeo en un acuífero confinado en régimen permanente (método de Thiem).

3.2.2.2. Acuífero semiconfinado en régimen permanente. Ecuación de De Glee (1930)

La figura 3.14 muestra el esquema de funcionamiento correspondiente a un acuífero semiconfinado en régimen permanente.

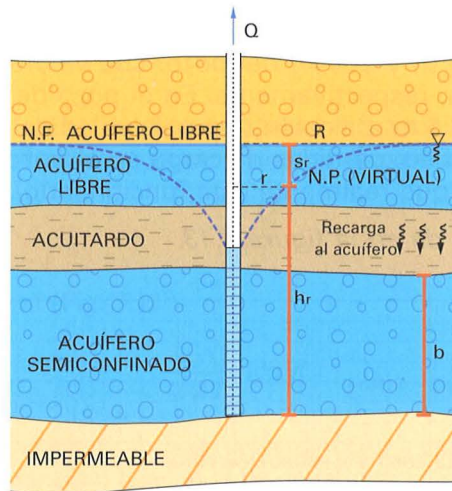


Fig. 3.14. Pozo en acuífero semiconfinado en régimen permanente (De Glee).

El acuífero está conectado hidráulicamente a una fuente externa capaz de proporcionar o recibir agua manteniendo su nivel constante a efectos prácticos. El bombeo se inicia en estado de equilibrio (la fuente de recarga y el acuífero tienen el mismo nivel piezométrico). Al comenzar el bombeo desciende el nivel piezométrico en el acuífero y, como consecuencia, comienza hacia él un flujo vertical regulado por la Ley de Darcy, desde la fuente externa a través del acuitardo.

El sistema tiende a un nuevo estado de equilibrio en el que toda el agua extraída del acuífero por el bombeo del pozo procederá de la fuente de recarga a través del acuitardo. A partir de este momento se alcanza el régimen estacionario en el que los potenciales hidráulicos son constantes a lo largo del tiempo. La deformación de la superficie piezométrica del acuífero viene dada por la ecuación de De Glee (1930):

$$s_r = \frac{Q}{2\pi T} K_0 \left(\frac{r}{B} \right)$$

Donde:

s_r = Descenso estabilizado [L], producido a una distancia r , [L], del eje del pozo al bombear un caudal Q [L^3T^{-1}].

$K_0 (r/B)$ = Función de pozo (ábaco de De Glee, figura 3.15)

$B = \sqrt{\frac{T}{k'/b'}}$ = Factor de goteo [L].

T = Transmisividad del acuífero [L^2T^{-1}].

k' = Conductividad hidráulica vertical del acuitardo [LT^{-1}].

b' = Potencia del acuitardo [L].

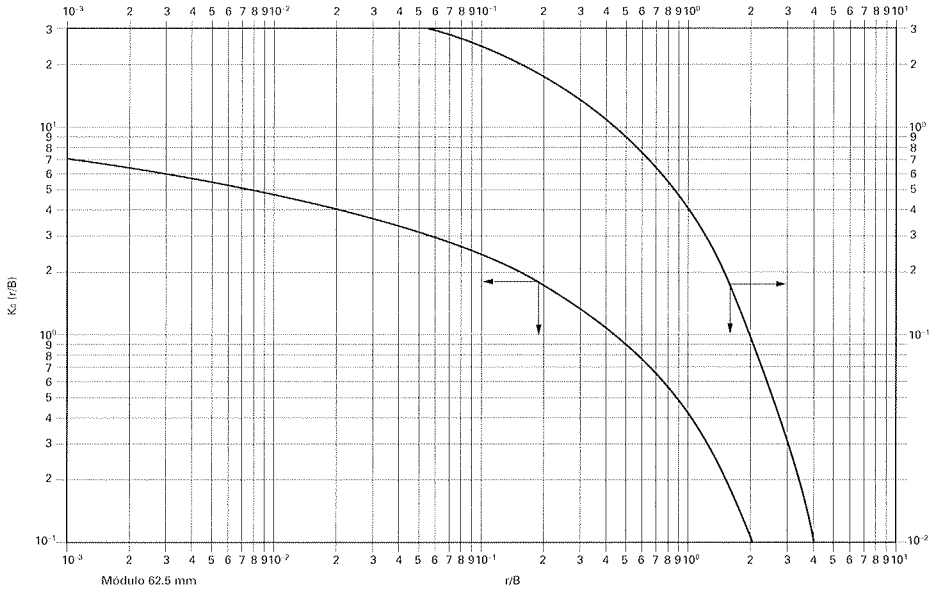


Fig. 3.15. Ábaco de De Glee.

Para obtener los parámetros hidrogeológicos del acuífero y del acuitardo puede procederse de la siguiente manera:

Tomando logaritmos:

$$\log s_r = \log \frac{Q}{2\pi T} + \log K_0 \left(\frac{r}{B} \right)$$

y

$$\log \left(\frac{r}{B} \right) = \log r - \log B$$

Puede apreciarse que si a $\log K_0 (r/B)$ se le suma una constante se obtiene $\log s_r$, y que si a $\log r$ se le resta una constante se obtiene $\log (r/B)$.

Así pues, si en un ensayo de bombeo, una vez alcanzado el régimen permanente, se mide el descenso producido a varias distancias del pozo de bombeo, obtendremos una serie de puntos $[(r_1, s_1) \dots (r_n, s_n)]$, que representados en papel bi-logarítmico, darán lugar a una gráfica exactamente igual a la de De Glee pero desplazada de ella por una traslación.

Superponiendo ambas gráficas, conservando los ejes paralelos, y seleccionando un punto común a ambas (no hace falta que el punto esté sobre la línea que define las gráficas, puesto que una vez superpuestas la traslación se ha verificado en todo el semiplano), se pueden obtener los valores numéricos (se usan negritas para indicar que se trata de valores numéricos) de las coordenadas del punto seleccionado en ambas gráficas: s , r , K_0 (r/B) y (r/B). Las coordenadas así medidas se diferencian entre sí en el valor de la traslación y por lo tanto deben satisfacer la ecuación de De Glee (Fig. 3.16).

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_0 \left(\frac{r}{B} \right)$$

Como el caudal es conocido puede determinarse la transmisividad del acuífero.

Por otra parte:

$$(r/B) = r/B$$

de donde puede obtenerse el valor de B . Conocido B , como la transmisividad ya es conocida puede calcularse k'/b' y de aquí k' , conductividad hidráulica vertical del acuitardo, si de alguna manera (por ejemplo, a partir de la columna litológica del sondeo), se conoce b' , potencia del acuitardo.

EJEMPLO: Se realiza un ensayo de bombeo en un acuífero semiconfinado por el techo por un acuitardo de 10 metros de espesor. Se bombea desde un pozo totalmente penetrante en el acuífero un caudal constante de 100 L/s. Una vez estabilizado el cono de bombeo se miden descensos en piezómetros situados a las distancias indicadas a continuación. Se pide calcular la transmisividad del acuífero y la conductividad hidráulica vertical del acuitardo.

Distancia (m)	Descenso (m)
6	48
15	40
65	32
130	28
800	15

Los resultados vendrían dados por la gráfica de la figura 3.16.

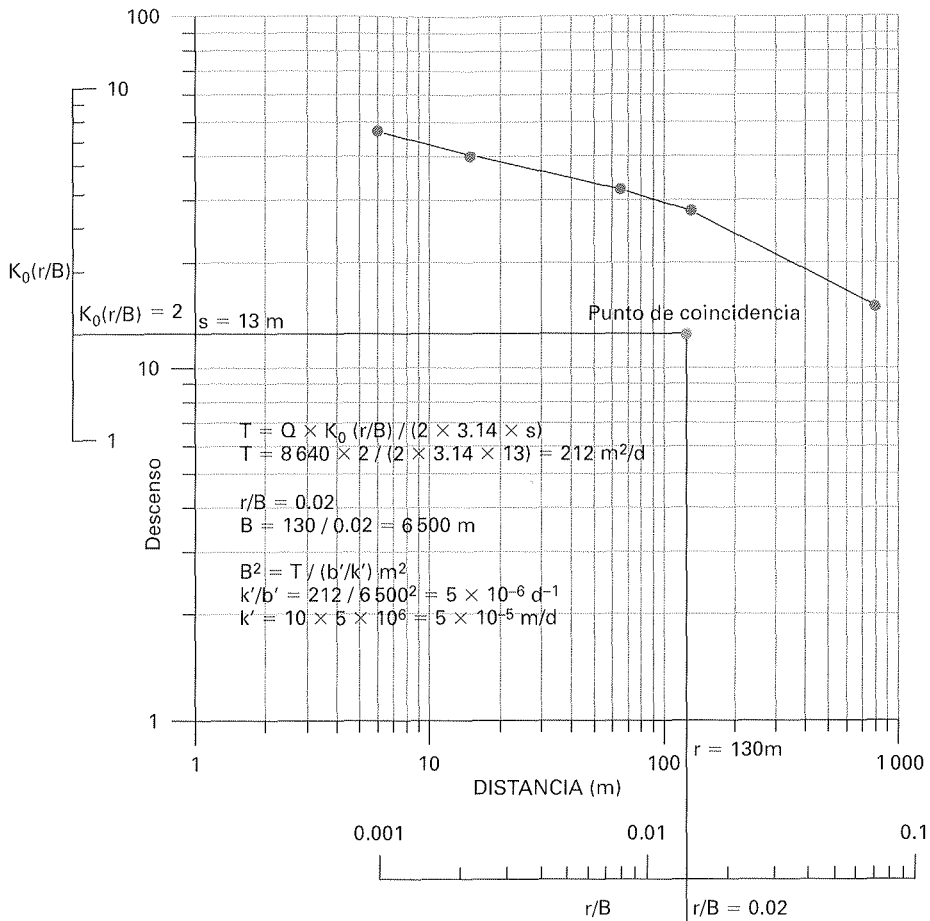


Fig. 3.16. Ensayo de bombeo en acuífero semiconfinado en régimen permanente (método de De Glee).

3.2.2.3. *Acuífero libre en régimen permanente. Ecuación de Dupuit (1863)*

Una vez estabilizado el cono de bombeo (Fig. 3.17) el espesor saturado del acuífero será mínimo en el pozo de bombeo y máximo a partir de una distancia equivalente al radio de influencia del bombeo. Por esta causa, en la zona del acuífero afectada por el bombeo, la transmisividad del acuífero variará espacialmente dependiendo de la magnitud del espesor saturado, siendo máxima con el máximo espesor saturado y mínima con el mínimo espesor saturado. Al ser el acuífero homogéneo e isótropo la conductividad hidráulica no varía de un punto a otro ni de una a otra dirección.

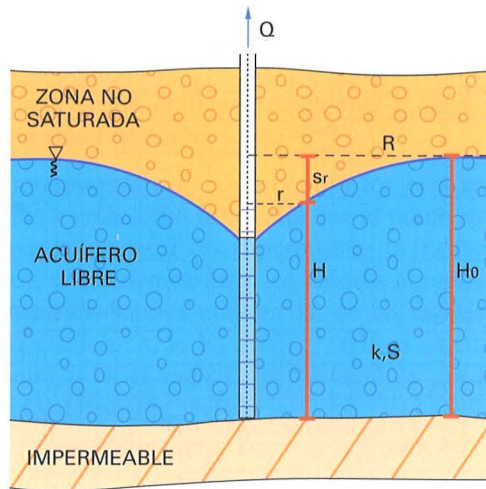


Fig. 3.17. Pozo en acuífero *aquifero libre* semiconfinado en régimen permanente (Dupuit).

Por otra parte, al ser la superficie freática una superficie física, las líneas de corriente pierden la horizontalidad en el entorno próximo del pozo condicionando su dirección a la forma del cono de bombeo. Debido a esto, en esta zona afectada por el bombeo las superficies equipotenciales, perpendiculares a las líneas de corriente, no son cilindros verticales.

Si los descensos producidos por el bombeo son muy pequeños en comparación con el espesor saturado del acuífero, puede asumirse el error de considerar la transmisividad constante y el flujo horizontal, y aplicar entonces la ecuación de Thiem (1906), tal y como se ha expuesto para el caso de acuífero confinado.

Si no es posible asumir descensos despreciables en comparación con el espesor saturado del acuífero, se aplica la ecuación conocida como *aproximación de Dupuit*:

$$H_0^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi K} \cdot \ln \frac{R}{r}$$

Donde:

- H_0 es el espesor saturado del acuífero antes de comenzar el bombeo, que coincide con el valor del potencial hidráulico en el acuífero [L].
- H es el potencial hidráulico a una distancia r [L] del eje del pozo una vez estabilizado el cono de bombeo [L].
- Q es el caudal constante de bombeo [L^3T^{-1}].
- K es la conductividad hidráulica del acuífero [LT^{-1}].
- R es el radio de influencia del bombeo [L].

Dupuit asume, para deducir esta ecuación, que el flujo es horizontal, y que por lo tanto las equipotenciales son cilindros verticales concéntricos con el pozo. También asume que el gradiente hidráulico en lugar de ser la pérdida de energía por unidad de longitud de camino recorrido:

$$\frac{\Delta H}{\Delta l}$$

es:

$$\frac{\Delta H}{\Delta x}$$

es decir, la pérdida de energía por unidad de longitud de la proyección horizontal del camino recorrido. Dicho de otra manera considera que el gradiente hidráulico viene definido en cada punto por la pendiente de la superficie freática.

La metodología para la aplicación de la ecuación de Dupuit es muy semejante a la expuesta para la ecuación de Thiem. Puede decirse que:

$$(H_0^2 - H^2) = \frac{2.3 Q}{\pi K} \log R - \frac{2.3 Q}{\pi K} \log r$$

Que en papel semilogarítmico, con la escala logarítmica en abscisas, es una recta en la que r es la variable independiente,

$$(H_0^2 - H^2)$$

es la variable dependiente,

$$-\frac{2.3 Q}{\pi K}$$

es la pendiente, y

$$\frac{2.3 Q}{\pi K} \log R$$

es la ordenada en el origen (Fig. 3.18). Por lo tanto si se realiza un ensayo de bombeo y se obtiene el valor, una vez estabilizado el cono de bombeo, de:

$$(H_0^2 - H^2)$$

en dos puntos situados a distancias r_1 y r_2 , se puede dibujar la recta. El punto donde la recta corte al eje de abscisas definirá el valor del radio de influencia R . Calculando sobre la gráfica la pendiente de la recta como la ordenada (Δ_{10}) correspondiente a una abscisa tal que r_1/r_2 sea 10:

$$\Delta_{10} = \frac{2.3 Q}{\pi K}$$

de donde puede obtenerse la conductividad hidráulica del acuífero K .

EJEMPLO: Se bombea con un caudal constante de 30 L/s un pozo de 0.2 m de radio, totalmente penetrante en un acuífero libre. Antes del comienzo del bombeo el potencial hidráulico medido en el pozo era de 40 m. Una vez estabilizado el cono de bombeo se midieron descensos en los piezómetros situados a las distancias que se indican del pozo:

Distancia (m)	Descenso (m)
0.2 (pozo)	19.5
1	12.6
20	4.0

A partir de estos datos se han obtenido los siguientes valores:

Distancia (m)	H (m)	H^2 (m ²)	H_0^2 (m ²)	$H_0^2 - H^2$ (m ²)
0.2	20.5	420.25	1 600	1 179.75
1	27.4	750.76	1 600	849.24
20	36	1 296	1 600	304

Siendo H el espesor saturado a la distancia que se indica y H_0 el espesor saturado inicial.

Se pide calcular las pérdidas de carga en el pozo, el radio de influencia del bombeo, la conductividad hidráulica del acuífero y la transmisividad máxima y mínima en el acuífero una vez estabilizado el cono de bombeo.

Los resultados de este ensayo de bombeo se dan en la figura 3.18.

3.2.2.4. *Acuífero confinado en régimen transitorio. Ecuación de Theis (1935)*

En el caso del régimen transitorio (nunca se alcanza la estabilización del cono de bombeo) al hablar de descensos o de radios de influencia, siempre hay que hacer referencia, además del caudal de extracción, al tiempo desde el inicio del bombeo. La solución para la ecuación general del flujo propuesta por Theis es:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} W(u)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4 t T}$$

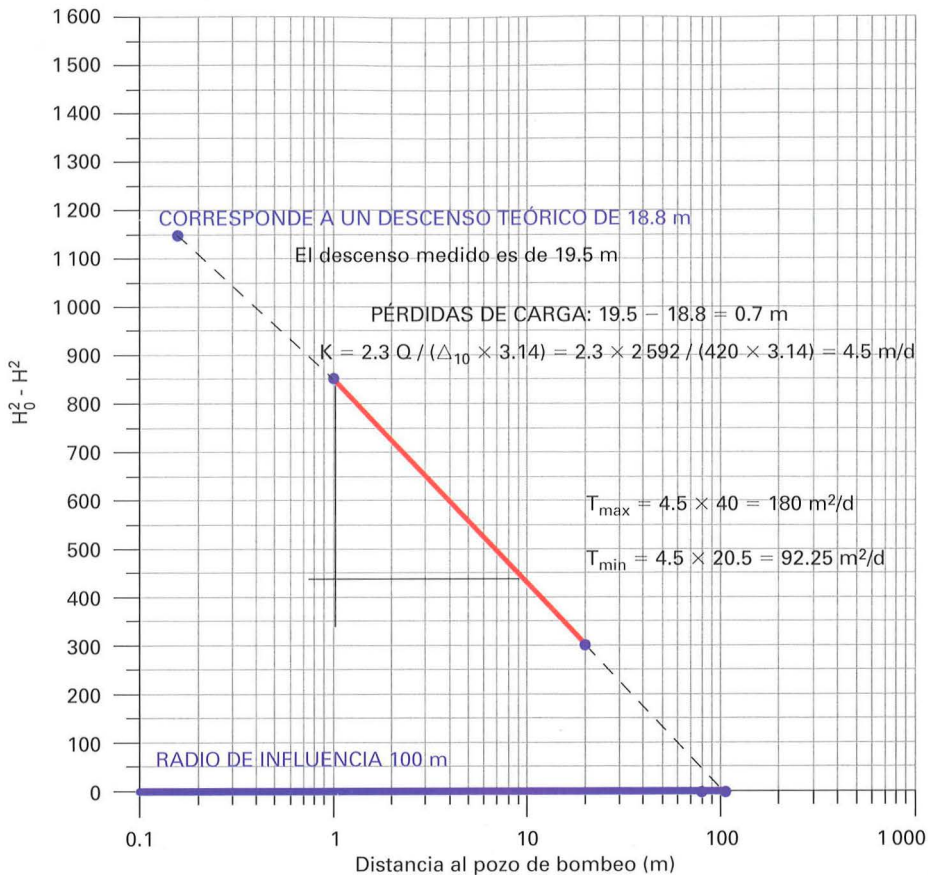


Fig. 3.18. Ensayo de bombeo en un pozo de un acuífero semiconfinado en régimen permanente (método de Dupuit).

Donde:

- s es el descenso [L] que se produce a una distancia r [L] de un pozo que bombea un caudal constante Q [L^3T^{-1}] durante un tiempo t [T], en un acuífero confinado de transmisividad T [L^2T^{-1}] y coeficiente de almacenamiento S [-].
- $W(u)$ es la función de pozo (ver ábaco de Theis, figura 3.19).

Tomando logaritmos:

$$\log s = \log \frac{Q}{4 \pi T} + \log W(u)$$

$$\log \frac{1}{u} = \log \frac{4T}{r^2 S} + \log t$$

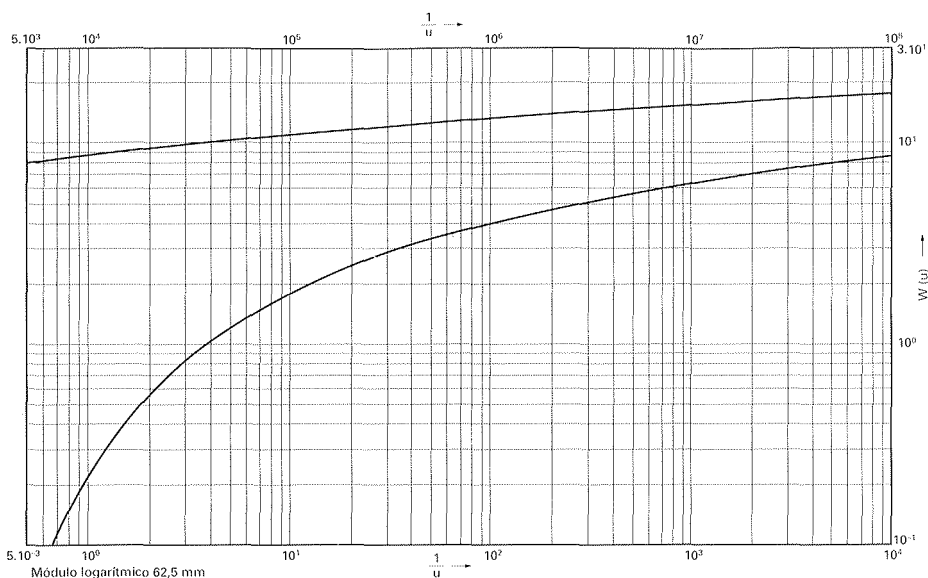


Fig. 3.19. Ábaco de Theis.

Es decir, que si a $\log W(u)$ se le suma una constante se obtiene $\log s$ y si a $\log t$ se le suma una constante se obtiene $\log (1/u)$.

Por lo tanto, si en un papel bilogarítmico representamos descensos en función del tiempo, medidos a una distancia r del pozo de bombeo, obtendremos una gráfica idéntica a la del ábaco de Theis aunque desplazada de ella por una traslación de ejes de valor determinado por las constantes antedichas (Fig. 3.20).

Superponiendo las curvas de ambas gráficas, manteniendo paralelos los ejes, se puede seleccionar un punto común cuyas coordenadas, referidas a los ejes de ambas gráficas, llevan implícita la traslación y proporcionan los correspondientes valores numéricos de $\mathbf{W}(u)$, $1/u$, s y t , que ha de satisfacer la ecuación de Theis, pudiéndose escribir:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \mathbf{W}(u)$$

de donde puede obtenerse la transmisividad. Conocido el valor de este parámetro:

$$\frac{1}{u} = \frac{4 \cdot T \cdot t}{r^2 \cdot S}$$

y se calcula el coeficiente de almacenamiento.

Conocidos los valores de T y S , pueden calcularse los descensos para cualquier distancia y cualquier tiempo de bombeo, conocido el caudal de bombeo.

Análogo razonamiento puede realizarse para el caso de considerar descensos en función de la distancia, aunque en este caso sería necesario definir para un tiempo determinado el descenso producido en varios puntos, al objeto de poder definir bien la gráfica ($\log r$, $\log s$) siendo necesario contar, además de con el pozo de bombeo, con varios puntos de medida situados a distancias diversas del de bombeo. En el caso del ensayo ($\log t$, $\log s$) basta con disponer de un punto para medir el descenso a lo largo del tiempo. En cualquier caso es importante no efectuar medidas de descensos en el propio pozo de bombeo pues la influencia de las pérdidas de carga en las medidas efectuadas puede dar lugar a errores considerables.

EJEMPLO: Se efectúa un bombeo en un acuífero confinado con un caudal de $8\,640\text{ m}^3/\text{d}$. En un piezómetro situado a 100 m del pozo se miden descensos en función del tiempo y se obtienen los valores de

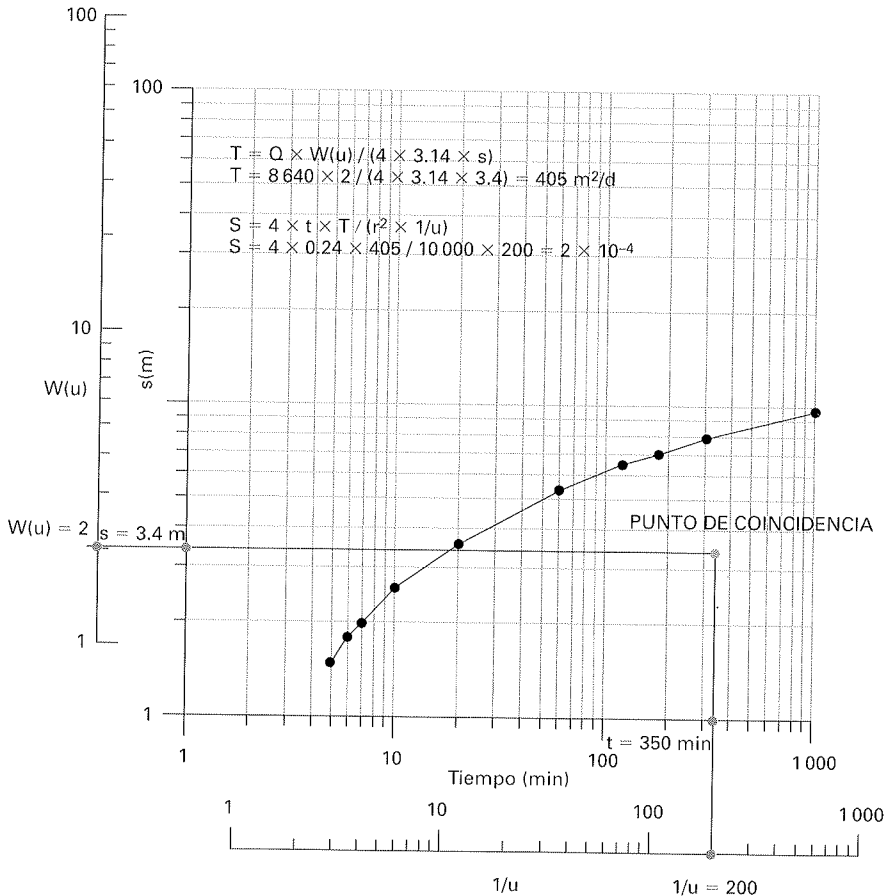


Fig. 3.20. Ensayo de bombeo en un acuífero confinado en régimen transitorio (método de Theis).

la tabla adjunta. Calcular la transmisividad y el coeficiente de almacenamiento usando el método de Theis.

Tiempo (min)	Descenso (m)
1	0.05
1.5	0.1
2	0.2
2.5	0.5
3	0.7
4	1.1
5	1.5
6	1.8
7	2
10	2.6
20	3.6
60	5.4
120	6.5
180	7
300	7.9
1 000	9.7

La solución vendría dada por el gráfico de la figura 3.20 (página anterior).

3.2.2.5. *Acuífero confinado en régimen transitorio. Ecuación de Cooper y Jacob (1946)*

Para el caso de que $u < 0.05$ puede aplicarse la simplificación logarítmica de Cooper y Jacob (1946) y Jacob (1950):

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \cdot \ln \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r^2 \cdot S} = \frac{0.183 \cdot Q}{T} \log \frac{2.25 \cdot T \cdot t}{r^2 \cdot S}$$

Desarrollando el logaritmo:

$$s = \frac{0.183 \cdot Q}{T} \cdot \log \frac{2.25 T}{r^2 \cdot S} + \frac{0.183 \cdot Q}{T} \log t$$

Es decir, representando en papel semilogarítmico (s en la escala aritmética y t en la escala logarítmica) la ecuación de Cooper-Jacob es una recta de pendiente positiva:

$$\frac{0.183 \cdot Q}{T}$$

y de ordenada en el origen (Fig. 3.21):

$$\frac{0.183 \cdot Q}{T} \cdot \log \frac{2.25 T}{r^2 \cdot S}$$

De la gráfica semilogarítmica puede deducirse la pendiente de la recta como:

$$\Delta = \frac{s_2 - s_1}{\log \frac{t_2}{t_1}} = \frac{0.183 \cdot Q}{T}$$

Si se elige una abscisa en la que el cociente entre los tiempos sea 10 (tiempos diferentes entre sí en un módulo logarítmico), se puede poner la pendiente de la recta como:

$$\Delta s_{10} = \frac{0.183 \cdot Q}{T}$$

y de ahí obtener T .

Conocida la transmisividad y sabiendo que cualquier punto de la recta satisface la ecuación de Cooper-Jacob, bastaría obtener de la gráfica cualquier par (t_i, s_i) , llevarlo a la ecuación y sacar el valor de S . Para facilitar los cálculos se escoge como punto a introducir en la ecuación el correspondiente al tiempo (t_0) que hace que el descenso sea cero. Quedará:

$$\frac{0.183 \cdot Q}{T} \cdot \log \frac{2.25 \cdot T \cdot t_0}{r^2 S} = 0$$

por lo que ha de ser:

$$\log \frac{2.25 \cdot T \cdot t_0}{r^2 S} = 0$$

o

$$\frac{2.25 \cdot T \cdot t_0}{r^2 S} = 1$$

de donde puede obtenerse el coeficiente de almacenamiento.

El tiempo se obtiene prolongando la recta hasta cortar al eje de abscisas.

Al igual que en el caso de la solución de Theis podrían medirse, para un determinado tiempo, descensos en puntos situados a distancias conocidas del pozo de bombeo, y una vez obtenida la recta seguir una metodología análoga a la explicada. Para definir la recta serían necesarios al menos dos puntos de medida además del pozo de bombeo.

Por analogía entre las ecuaciones de Thiem y de Cooper-Jacob puede deducirse que en este caso el radio de influencia, R :

$$R = \sqrt{\frac{2.25 \cdot T \cdot t}{S}}$$

Que por tratarse de régimen transitorio o no estacionario depende del tiempo de bombeo.

EJEMPLO: Resolver el ejemplo anterior mediante la aproximación logarítmica de Cooper-Jacob.

Los resultados se dan en la figura 3.21.

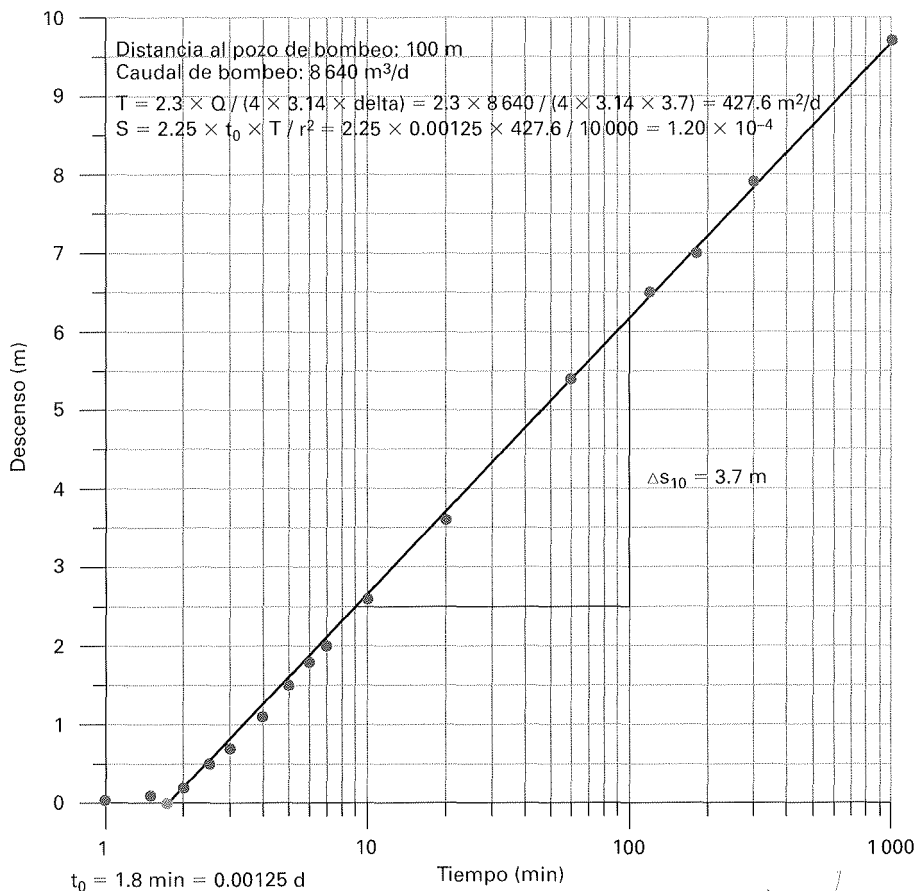


Fig. 3.21. Ensayo de bombeo en un acuífero confinado en régimen permanente (método de Jacob).

3.2.2.6. Acuífero semiconfinado en régimen transitorio. Ecuación de Hantush (1964)

Hantush obtiene la siguiente solución:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(u, \frac{r}{B}\right)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4tT} \quad B = \sqrt{\frac{T}{k'/b'}} \quad \left(\frac{r}{B}\right) = \frac{r}{B}$$

Donde:

- s es el descenso [L] que se produce a una distancia r [L] de un pozo que bombea un caudal Q [L^3T^{-1}] durante un tiempo t [T] en un acuífero semi-confinado, de transmisividad T [L^2T^{-1}] y coeficiente de almacenamiento S [-], en régimen transitorio.
- $W\left(u, \frac{r}{B}\right)$ es la función de pozo (ver ábaco de Hantush, figura 3.22).
- B es el factor de goteo [-].
- k' y b' son, respectivamente, la conductividad hidráulica vertical [LT^{-1}] y el espesor del acuitardo [L].

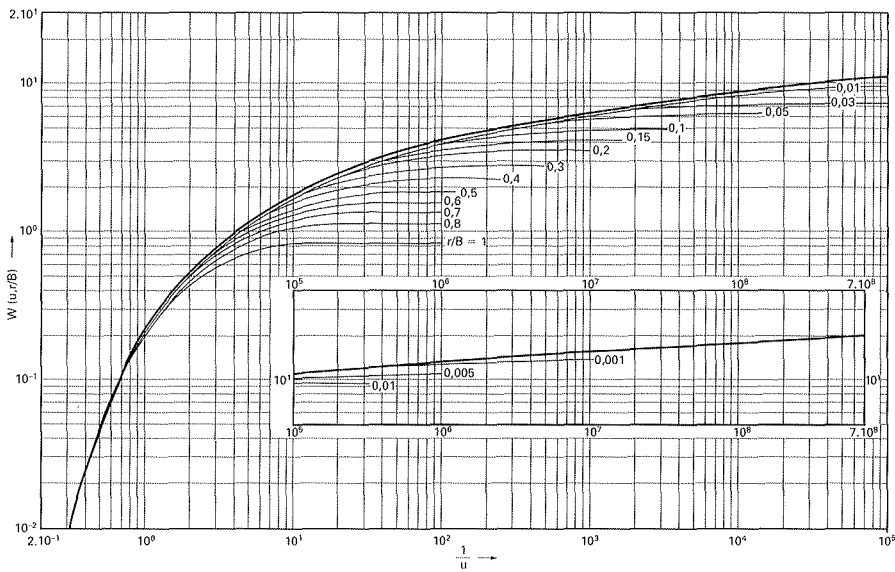


Fig. 3.22. Ábaco de Hantush.

Al igual que en el caso de la utilización de la ecuación de Theis puede optarse por bombear un pozo a caudal constante y medir, para un tiempo determinado, el descenso en varios puntos, o bien medir a una distancia r del pozo de bombeo el descenso a lo largo del tiempo. Este último caso es el que se utiliza con más frecuencia al ser necesario contar únicamente con un punto de medida.

Tomando logaritmos:

$$\log s = \log \frac{Q}{4\pi T} + \log W\left(u, \frac{r}{B}\right)$$

$$\log\left(\frac{1}{u}\right) = \log \frac{4T}{r^2 S} + \log t$$

Es decir, si a

$$\log W\left(u, \frac{r}{B}\right)$$

se le suma una constante,

$$\log \frac{Q}{4 \pi T}$$

se obtiene $\log s$. Si a $\log t$ se le suma una constante,

$$\log \frac{4 T}{r^2 S}$$

se obtiene $\log (1/u)$.

Bastará representar en papel bilogarítmico los descensos medidos en función del tiempo y superponer la gráfica obtenida a la de la función de pozo, conservando los ejes paralelos, para obtener el valor de la traslación. A las curvas superpuestas les corresponde un valor de (r/B) en la gráfica de la función de pozo (Walton, 1960, 1962) (Fig. 3.23).

Superpuestas las gráficas se obtienen los valores numéricos de las coordenadas de un punto común referidos a ambas gráficas: $W(u, r/B)$, $1/u$, s y t , y puede ponerse:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} W\left(u, \frac{r}{B}\right)$$

de donde puede despejarse T . Conocida la transmisividad se puede obtener el coeficiente de almacenamiento del acuífero de:

$$\frac{1}{u} = \frac{4 \cdot T \cdot t}{r^2 \cdot S}$$

$$\text{De: } (r/B) = r/B$$

se obtiene B y de ahí el valor del cociente k'/b' . Y si de la columna litológica del pozo puede saberse el valor del espesor del acuitardo, es posible conocer su conductividad hidráulica vertical.

Conocidos todos los parámetros es posible calcular, para cualquier caudal constante de bombeo, los descensos producidos a cualquier distancia del pozo al cabo de un determinado tiempo de comenzar el bombeo.

EJEMPLO: Un pozo perforado en un acuífero semiconfinado se bombea con un caudal constante de 50 L/s (4320 m³/d). El espesor de la capa semiconfinante es de 10 m. En un piezómetro situado a 30 m de distancia se miden los descensos detallados a continuación en función

del tiempo. Calcular la transmisividad del acuífero, su coeficiente de almacenamiento y la conductividad hidráulica vertical del acuitardo.

Tiempo (minutos)	Descenso (m)
10	3
20	5
40	7
60	8
550	8

La solución viene dada por la figura 3.23.

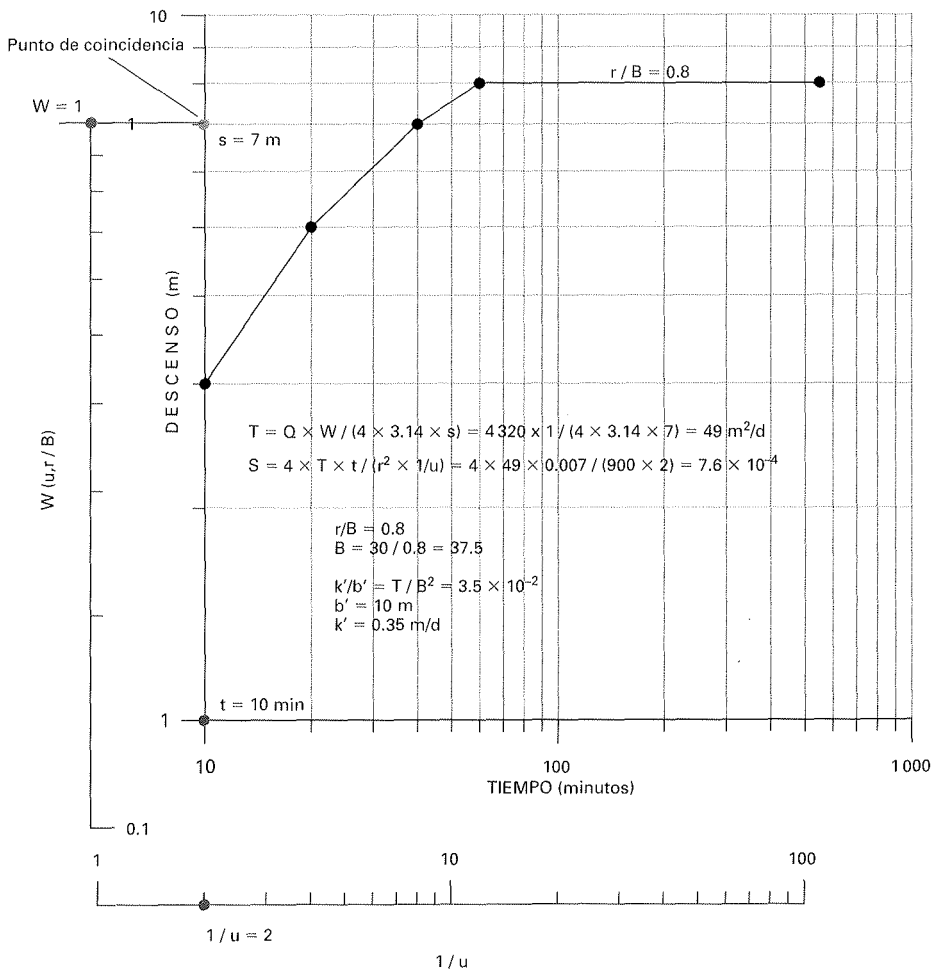


Fig. 3.23. Resolución del ejemplo por el método de Hantush.

3.2.2.7. *Acuífero libre en régimen transitorio. Ecuación de Neuman (1975)*

Cuando se bombea un acuífero libre sin alcanzar la estabilización del cono de bombeo, el espesor saturado del acuífero varía en el espacio y en el tiempo. Encontrar una ecuación capaz de admitir esta doble variación es un problema que no está resuelto.

En la práctica, cuando los descensos producidos por el bombeo son pequeños en comparación con el espesor saturado del acuífero, puede asumirse que la transmisividad es constante en el espacio y en el tiempo y aplicar la ecuación de Theis.

También puede recurrirse a prolongar el bombeo en el tiempo hasta que los descensos sean tan pequeños que pueda asumirse el régimen «casi permanente» y aplicar entonces la ecuación de Dupuit. Esta metodología tiene el inconveniente de que permite calcular la conductividad hidráulica pero no el coeficiente de almacenamiento.

En el primer caso se trata de una aproximación que a veces puede resultar tanto burda, puesto que la extracción de agua de un acuífero libre supone un vaciado físico del acuífero en el que interviene el drenaje por gravedad, que es un fenómeno lento. No es aceptable, entonces, la hipótesis de que el agua se libera, en el acuífero, instantánea y simultáneamente a la extracción, dejando de cumplirse el modelo de Theis.

Neuman (1975), establece la siguiente ecuación para el caso de acuífero libre en régimen transitorio con descensos pequeños con respecto al espesor saturado del acuífero:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \cdot W(u_A, u_B, \Gamma)$$
$$u_A = \frac{r^2 S}{4tT} \quad u_B = \frac{r^2 m_e}{4tT} \quad \Gamma = \frac{r^2 K_v}{b^2 K_h}$$

Donde:

- s es el descenso [L] que se produce a una distancia r [L] del pozo que bombea un caudal constante Q [L³T⁻¹], durante un tiempo t [T].
- $W(u_A, u_B, \Gamma)$ es la función de pozo (Neuman, 1975).

El método de Neuman asume que en los primeros momentos del bombeo el agua se libera instantáneamente del almacenamiento del acuífero como consecuencia de fenómenos elásticos. El acuífero se comporta como confinado de transmisividad T y coeficiente de almacenamiento S y sigue, por lo tanto, la ecuación de Theis con u_A en la función de pozo. Pasados esos momentos iniciales, cuya duración puede ser de escasos minutos, comienza a llegar al cono de bombeo un flujo vertical de agua procedente del drenaje por gravedad de los poros del acuífero (fenómeno lento para el que no puede aceptarse la hipótesis de que el

agua se libera del acuífero instantáneamente y al mismo tiempo en el que se produce el bombeo). Este **drenaje diferido** implica una amortiguación en los descensos, **curvas tipo A**, y un alejamiento del modelo de Theis. Finalmente, en una tercera etapa después de un tiempo largo de bombeo, el drenaje diferido disminuye sensiblemente y las gráficas tiempo-descenso tienden de nuevo al modelo de Theis con u_B en la función de pozo, en la que ya interviene el coeficiente de almacenamiento característico de los acuíferos libres, m_e .

En la práctica se realiza un ensayo de bombeo a caudal constante midiendo descensos en función del tiempo en un punto situado a una distancia r , conocida, del pozo de bombeo. Hay que ser diligentes en las primeras medidas para poder obtener el primer tramo de la curva y prolongar el ensayo el tiempo necesario para obtener los tramos segundo y tercero. A este efecto conviene previamente, utilizando valores esperables de los parámetros hidrogeológicos del acuífero, calcular, al menos en una primera estimación, el orden de magnitud del tiempo de duración del ensayo.

En segundo lugar se representan en papel bilogarítmico los valores de los descensos en función del tiempo. La escala logarítmica debe tener el mismo módulo que el ábaco de Neuman.

A continuación, conservando siempre paralelos los ejes de ambos gráficos, se superpone el primer tramo de la gráfica de campo al ábaco de Neuman en la zona de las curvas tipo A y se obtiene el valor de Γ . Además se obtienen los valores numéricos de las coordenadas de un punto común con respecto a los ejes de ambas gráficas s , t , $1/u_A$ y W .

Con estos datos:

$$T = \frac{Q}{4\pi \cdot s} \cdot W \quad [L^2T^{-1}]$$

$$S = \frac{4 \cdot T \cdot t \cdot u_A}{r^2} \quad [-] \quad \text{válido para los primeros momentos del bombeo.}$$

Después se procede al ajuste de la gráfica de campo con la curva del abaco del mismo valor de Γ , pero ahora en la zona de las curvas tipo B correspondientes a los tiempos finales del bombeo. De manera análoga al caso anterior se obtienen los valores numéricos de las coordenadas de un punto común con respecto a los ejes de ambas gráficas s , t , $1/u_B$ y W , y de nuevo:

$$T = \frac{Q}{4\pi \cdot s} \cdot W \quad [L^2T^{-1}]$$

$$m_e = \frac{4 \cdot T \cdot t \cdot u_B}{r^2} \quad [-] \quad \text{válido para los momentos finales del bombeo.}$$

Si el ensayo de bombeo está bien realizado y la metodología bien aplicada, los valores de transmisividad obtenidos de uno u otro modo deben ser muy semejantes.

La conductividad hidráulica horizontal del acuífero puede calcularse como:

$$K_h = \frac{T}{b} \quad [\text{LT}^{-1}],$$

siendo b el espesor saturado antes del comienzo del bombeo.

De:

$$\Gamma = \frac{r^2 \cdot K_v}{b^2 \cdot K_h}$$

puede obtenerse la conductividad hidráulica vertical del acuífero K_v [LT^{-1}].

Si los descensos son significativos con relación al espesor saturado, Neuman sugiere efectuar sobre ellos la siguiente corrección antes de aplicar la metodología expuesta:

$$s_c = s - \frac{s^2}{2b}$$

siendo s_c el descenso corregido; s el descenso medido, y b el espesor saturado en el acuífero medido antes de comenzar el bombeo.

3.2.2.8. Ensayos de bombeo en pozo único: los «slug test»

Este tipo de ensayos consiste en la extracción (o inyección) instantánea de un determinado volumen de agua en un sondeo y en la posterior medición, a lo largo del tiempo, de la recuperación del estado inicial del potencial hidráulico en el interior del sondeo.

A partir de esta evolución en el tiempo del potencial hidráulico en el sondeo pueden calcularse los parámetros hidráulicos del acuífero, generalmente conductividad hidráulica o transmisividad, y en algunos casos el coeficiente de almacenamiento. La representatividad de los valores obtenidos se limita a las inmediaciones del punto sobre el que se realiza la prueba.

El sondeo utilizado para la realización del ensayo debe tener un diámetro pequeño, de tal manera que la extracción o inyección instantánea de un volumen moderado de agua, dé lugar a una variación en el potencial hidráulico de una magnitud que permita unas medidas precisas de su evolución posterior a lo largo del tiempo.

Además del radio del pozo es necesario conocer la longitud de la rejilla y su radio efectivo (radio de la rejilla más el espesor del empaque de grava, si éste es mucho más permeable que el acuífero sobre el que se realiza la prueba), y el volumen de agua inyectado o extraído.

La inyección puede sustituirse por la inmersión instantánea en la columna de agua del interior del sondeo de un cuerpo sólido de porosidad nula y de volumen

conocido que debe quedar totalmente sumergido. Esta acción equivale a la introducción instantánea en el sondeo de un volumen de agua equivalente al del cuerpo sólido sumergido.

El nivel estático inicial sería, en este caso, el del sondeo antes de introducir el sólido. El nivel de partida para el inicio de la recuperación correspondería al nivel medido inmediatamente después de la inmersión del cuerpo sólido.

La técnica puede aplicarse a acuíferos intergranulares, fisurados y kársticos, y para un rango de conductividad hidráulica muy amplio, desde muy baja a alta o muy alta. El sondeo puede ser parcial o totalmente penetrante en el acuífero.

3.2.2.8.1. Método de Hvorslev (1951)

Es útil para el cálculo de la conductividad hidráulica en el caso de pozos parcialmente penetrantes en un acuífero libre. Es obvio que el ensayo ha de hacerse siempre bajo la zona saturada. Es aplicable cuando $L_e/r_s > 8$.

$$K = \frac{r_w^2 \cdot \ln \frac{L_e}{r_s}}{2 \cdot L \cdot t_0}$$

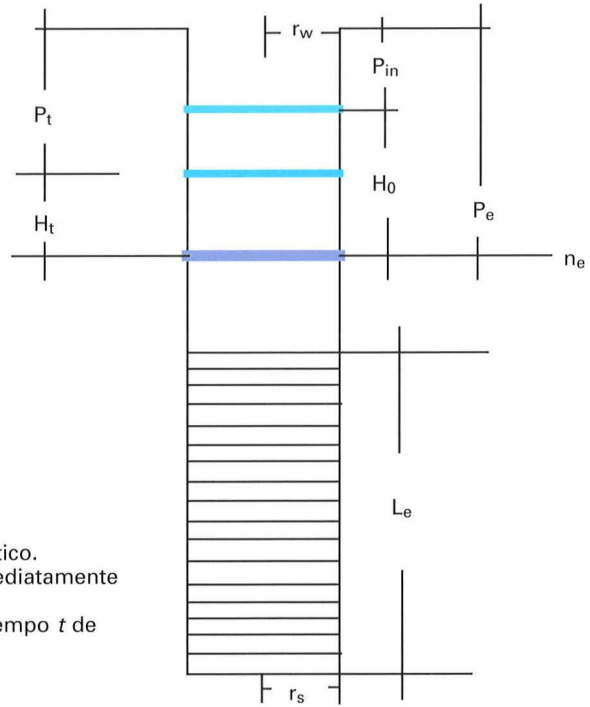
Donde:

- K es la conductividad hidráulica [LT^{-1}].
- r_w es el radio interior de la entubación del sondeo [L].
- r_s es el radio de la rejilla del sondeo. Debe incluir el espesor del empaque de grava en el caso de que tenga una conductividad hidráulica más alta que la del acuífero [L].
- L_e es la longitud de la rejilla del sondeo o la del empaque de grava [L].
- t_0 es el tiempo de recuperación correspondiente a $\frac{H}{H_0} = 0.37$.
- H_0 es el nivel que alcanza el agua en el interior del sondeo, respecto al nivel estático inicial (ascenso o descenso), inmediatamente después de la inyección o extracción instantánea de agua [L].
- H es el nivel de agua, al cabo de un tiempo t de recuperación, respecto al del nivel estático inicial.
- L es la longitud del empaque de gravas, si es distinta de L_e .

En la práctica se mide la evolución de H a lo largo del tiempo comenzando por H_0 (ascenso o descenso máximo) para el tiempo $t = 0$. Se calcula, para cada tiempo, la relación H/H_0 . Se representa gráficamente esta relación en escala logarítmica con relación al tiempo de recuperación en escala aritmética. El gráfico resultante debe ser una línea recta a partir de la cual se puede obtener el valor de t_0 correspondiente a $H/H_0 = 0.37$.

EJEMPLO: Un sondeo preparado específicamente para realizar un ensayo de conductividad hidráulica de Hvorslev tiene las siguientes características (Fig. 3.24).

- Radio interior de la entubación (r_w): 0.05 m.
- Radio interior de la rejilla (r_s): 0.05 m.
- Longitud de la rejilla (L_e): 10 m.



- P_e = Profundidad del nivel estático.
 P_{in} = Profundidad del nivel inmediatamente después de la inyección.
 P_t = Profundidad del nivel al tiempo t de recuperación.
 n_e = Nivel estático inicial.
 L_e = Longitud de la rejilla.
 r_s = Radio de la rejilla.
 r_w = Radio del pozo.

Fig. 3.24. Esquema de un sondeo para el ensayo de Hvorslev.

Antes del comienzo del ensayo la profundidad del nivel estático era de 4 m. Se efectúa una inyección instantánea en el pozo, y como consecuencia de ella, el nivel del agua en su interior queda a una profundidad de 2.95 m. Según esto el cambio en el nivel de agua en el sondeo con respecto al nivel estático inicial es:

$$H_0 = 4 - 2.95 = 1.05 \text{ m}$$

Se continúan midiendo, segundo a segundo, las profundidades del nivel del agua en el sondeo hasta alcanzar la recuperación total.

A partir de estos valores de profundidad se obtienen los valores de H y H/H_0 para cada tiempo:

Tiempo (s)	Profundidad nivel (m)	H (m)	H/H_0 (-)
0	2.95	$H_0 = 4 - 2.95 = 1.05$	1
1	3.42	$H_1 = 4 - 3.42 = 0.58$	0.55
2	3.67	$H_2 = 4 - 3.67 = 0.33$	0.31
3	3.82	$H_3 = 4 - 3.82 = 0.18$	0.17
4	3.90	$H_4 = 4 - 3.90 = 0.10$	0.095
5	3.94	$H_5 = 4 - 3.94 = 0.06$	0.057
6	3.97	$H_6 = 4 - 3.97 = 0.03$	0.028
7	4.00	$H_7 = 4 - 4.00 = 0.00$	0

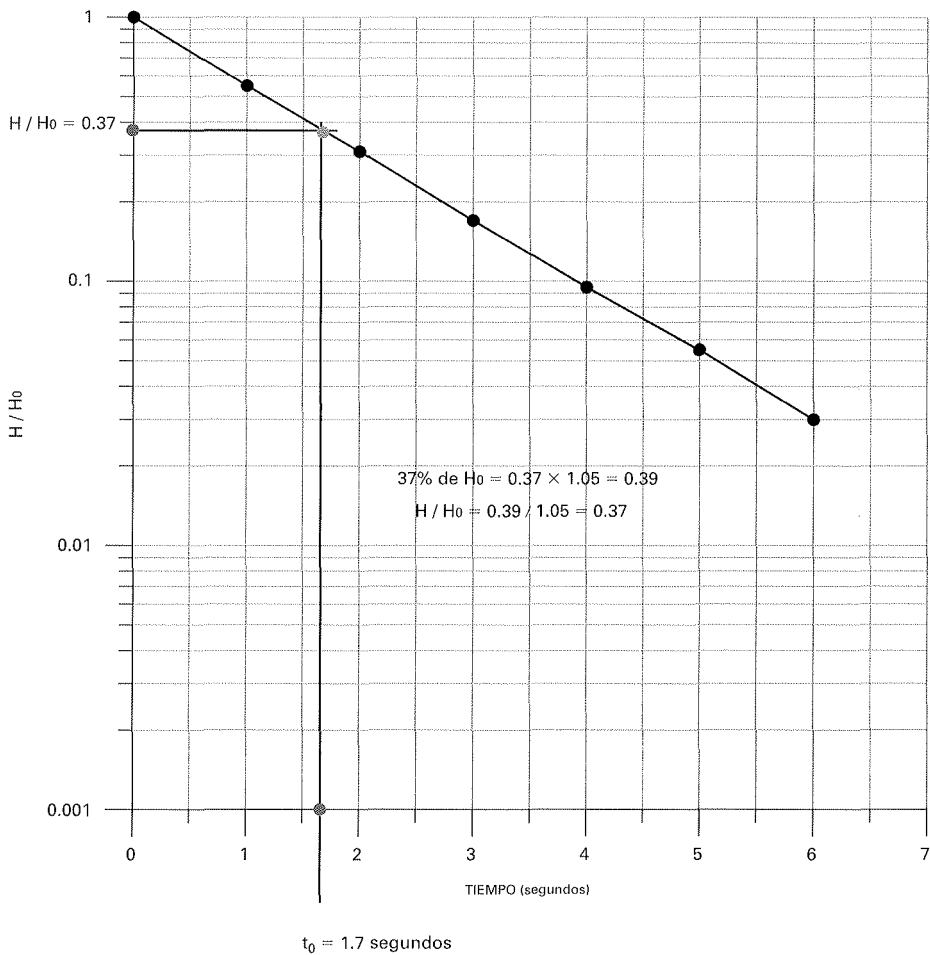


Fig. 3.25. «Slug Test»: Método de Hvorslev.

Los valores de tiempo frente a H/H_0 se han representado en la figura 3.25. Como $L/r_s > 8$, puede asumirse que:

$$K = \frac{r_w^2 \cdot \ln \frac{L_e}{r_s}}{2 \cdot L \cdot t_0}$$

El 37 % de H_0 (1.05) es 0.39.

De la gráfica se obtiene $t_0 = 1.7$ s, tiempo correspondiente a $H/H_0 = 0.37$.

$$K = \frac{0.05^2 \cdot \ln \frac{10}{0.05}}{2 \cdot 10 \cdot 1.7} = 3.90 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} = 34 \text{ m/d}$$

3.2.2.8.2. Método de Cooper-Bredehoeft-Papadopoulos (1967)

Este método permite el cálculo de la conductividad hidráulica y el coeficiente de almacenamiento en un acuífero confinado. El sondeo utilizado en el ensayo debe ser totalmente penetrante en el acuífero.

Se mide el potencial hidráulico en el sondeo. Este nivel va a servir de referencia para las medidas de nivel durante el ensayo. Se supone el caso de una subida instantánea en el nivel de agua en el pozo.

Esta subida instantánea puede provocarse mediante una inyección de agua o mediante la inmersión instantánea de un cuerpo sólido impermeable de volumen conocido.

Inmediatamente después de la subida de nivel se mide el nivel alcanzado, H_0 , con respecto al nivel estático inicial (ascenso sobre el nivel estático inicial).

Después se mide la evolución del nivel, H , sobre el nivel estático inicial a lo largo del tiempo. Se calcula para cada tiempo el cociente H/H_0 , y se representan gráficamente los valores de H/H_0 (ordenadas en escala aritmética) con respecto a los valores del tiempo t (abscisas en escala logarítmica).

Según los autores de este método:

$$\frac{H}{H_0} = F(\eta, \mu) \text{ (Función de pozo)}$$

$$\eta = \frac{T \cdot t}{r_c^2} \quad \text{y} \quad \mu = \frac{r_s^2 \cdot S}{r_w^2}$$

Donde:

T = Transmisividad del acuífero [L^2T^{-1}].

t = Tiempo transcurrido tras la inyección instantánea [T].

r_w = Radio interior del entubado del pozo [L].

r_s = Radio interior de la rejilla del pozo [L].

S = Coeficiente de almacenamiento del acuífero [-].

Manteniendo la correspondencia entre los valores de la escala aritmética del ábaco y de la gráfica del ensayo, se superpone la curva de campo con la de mejor ajuste del ábaco y se obtiene el valor numérico correspondiente a μ .

A continuación, manteniendo la superposición de las curvas, se obtiene de la gráfica de campo el valor de t_1 , tiempo correspondiente al valor de:

$$\frac{Tt}{r_c^2} = 1 \text{ en el ábaco Cooper-Bredehoeft-Papadopoulos}$$

Con estos valores:

$$T = \frac{1.0 \cdot r_c^2}{t_1} \quad \text{y} \quad \mu = \frac{r_s^2 \cdot S}{r_w^2}$$

y si se conoce la potencia saturada del acuífero, b , puede obtenerse la conductividad hidráulica $K = T/b$.

3.2.2.8.3. Método de Bouwer y Rice (1976) y Bouwer (1989)

Fue desarrollado para el cálculo de la conductividad hidráulica, K , en acuíferos libres o confinados, utilizando sondeos de pequeño diámetro parcial o totalmente penetrantes en el acuífero.

$$K = \frac{r_w^2 \cdot \ln \frac{R}{r_s}}{2 L_e} \cdot \frac{1}{t} \cdot \ln \frac{H_t}{H_0}$$

Donde:

- K es la conductividad hidráulica del acuífero [LT^{-1}].
- r_w es el radio interior de la entubación del sondeo [L].
- R es la distancia desde el eje del pozo hasta el límite de la zona afectada por la inyección o extracción instantánea de agua. Delimita la zona para la que es representativo el valor de K calculado [L].
- r_s es el radio interior de la rejilla del pozo. Incluye el espesor del empaque de grava si existe [L].
- L_e es la longitud de la rejilla, o caso de no existir, el espesor de acuífero cortado por el pozo y a través del cual puede entrar el agua en él [L].

- H_0 es el máximo descenso o ascenso producido por la extracción o inyección instantánea de agua en el pozo con respecto al nivel estático inicial [L].
- t es el tiempo medido a partir del momento en el que se produce H_0 [T].
- H_t es el ascenso o descenso, con respecto al nivel estático inicial, en el pozo, transcurrido un tiempo t desde la inyección o extracción instantánea [L].

El problema que presenta la aplicación de esta metodología es el conocimiento de R . Los autores de esta metodología proponen para el cálculo de

$$\ln \frac{R}{r_s}$$

las siguientes expresiones:

- Si el pozo es parcialmente penetrante en la zona saturada del acuífero:

$$\ln \frac{R}{r_s} = \left[\frac{1.1}{\ln \frac{L_w}{r_s}} + \frac{A + B \cdot \ln \frac{(h - L_w)}{r_s}}{\frac{L_e}{r_s}} \right]^{-1}$$

En donde h es el espesor saturado del acuífero y L_w la penetración del pozo en el espesor saturado del acuífero.

- Si el pozo es totalmente penetrante en el acuífero será $h = L_w$ y quedará:

$$\ln \frac{R}{r_s} = \left[\frac{1.1}{\ln \frac{L_w}{r_s}} + \frac{C}{\frac{L_e}{r_s}} \right]^{-1}$$

A , B y C son constantes que pueden determinarse a partir del ábaco de Rice y Bower (1989) en el que están representadas en función de:

$$\frac{L_e}{r_s}$$

Una vez producida la inyección o extracción instantánea en el pozo, se mide H_0 y a partir de ahí se comienza a medir la evolución de H a lo largo del tiempo.

Si se representa H en escala logarítmica en función de t en escala aritmética el resultado debe ser una recta. En esta recta puede obtenerse el valor del intervalo de tiempo correspondiente a un intervalo determinado de H , y a partir de ellos calcular el valor de

$$\frac{1}{t} \ln \frac{H_0}{H_t}$$

Si los puntos elegidos en la recta son (t_1, H_1) y (t_2, H_2) quedaría:

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \ln \frac{H_1}{H_2}$$

En la práctica puede suceder (Bouwer, 1989) que al dibujar la gráfica de H en función de t se obtengan dos tramos rectos: uno en los primeros momentos de la recuperación que reflejaría el aporte de agua al sondeo por parte del empaque de grava (de mayor conductividad hidráulica que el acuífero), y otro correspondiente al propio acuífero. También puede aparecer, en los momentos finales de la recuperación, cuando los descensos tienden a cero, un tramo que se desvía de la línea recta. Es importante asegurarse que se está en el tramo rectilíneo correspondiente al acuífero a la hora de aplicar la metodología indicada.

3.2.2.9. Interferencia de pozos

En todo lo expuesto se ha considerado como hipótesis de partida que el pozo considerado en el ensayo es el único que bombea en el acuífero. Lo normal es que existan en el mismo acuífero varios pozos bombeando simultáneamente e interfiriendo entre sí los conos de bombeo correspondientes a unos y a otros (Foto 3.3). Cuando esto sucede es válido el *principio de superposición de efectos*, excepto en el caso de la ecuación de Dupuit por no ser lineal.



Foto 3.3. El bombeo simultáneo de dos pozos en un mismo acuífero crea una interferencia que tiene como resultado que el descenso real es la suma algebraica de los descensos que producirían los bombeos en cada uno de los pozos individualmente. Foto: Pozos de abastecimiento a la Marina Baja, Beniardá (Alicante), 1998.

Este principio puede enunciarse diciendo que *el efecto producido, en un punto de un acuífero, por el bombeo simultáneo de varios pozos, es la suma algebraica de los efectos que producirían cada uno de los pozos existentes, actuando por separado.*

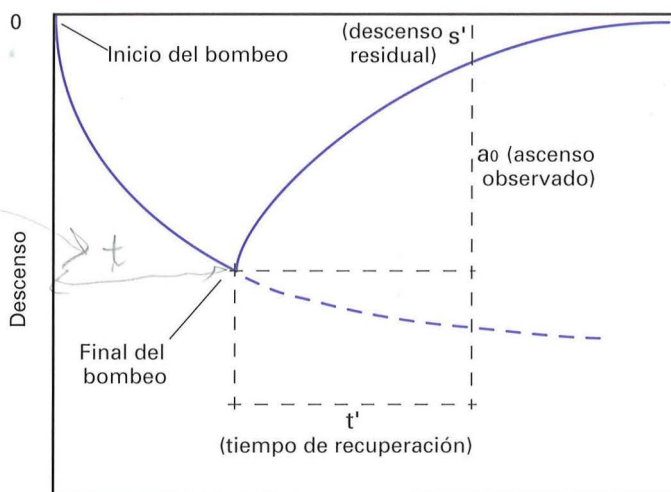
3.2.2.10. Ensayos de recuperación

Un caso típico de aplicación del principio de superposición de efectos es el de los ensayos de recuperación. Los ensayos de recuperación consisten en medir, a lo largo del tiempo, la evolución del nivel del agua en el pozo que ha estado bombeando durante un tiempo t .

El efecto sobre la evolución del nivel de agua de la parada de un pozo en el que se ha estado bombeando un caudal Q de agua durante un tiempo t , es el de considerar que a partir del momento de la parada, el pozo continúa funcionando pero se superpone a él el efecto de otro pozo que comenzaría a funcionar en el momento de la parada con el mismo caudal pero de signo contrario.

Con este criterio puede aplicarse cualquiera de las ecuaciones expuestas anteriormente a la recuperación de niveles tras el bombeo.

En la práctica, inmediatamente después de finalizado el bombeo comienzan a medirse los descensos residuales (profundidad del nivel con respecto al nivel estático antes de comenzar el bombeo) durante un tiempo t' (Fig. 3.26).



El pozo de bombeo, en este proceso, se considera que está funcionando durante un tiempo $(t + t')$, y el pozo virtual durante un tiempo t' .

El descenso residual, s' , vale, si aplicamos por ejemplo el método de Jacob:

$$s' = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot T} \left(\ln \frac{2.25 \cdot T \cdot (t + t')}{r^2 \cdot S} - \ln \frac{2.25 \cdot T \cdot t'}{r^2 \cdot S} \right)$$

o bien,

$$s' = \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot T} \log \frac{t + t'}{t'}$$

Si se representa en un gráfico s' (en escala aritmética) en función de $\frac{t + t'}{t'}$ el

resultado es una recta que pasa por el origen y cuya pendiente es $\Delta = \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot T}$

El valor numérico de la pendiente puede obtenerse gráficamente como:

$$\Delta = \frac{\Delta s'}{\log \left(\Delta \frac{t + t'}{t'} \right)}$$

tomando el intervalo correspondiente a los tiempos igual a un módulo logarítmico, se tendrá:

$$\log \left(\Delta \frac{t + t'}{t'} \right) = \log 10 = 1$$

y la pendiente de la recta será:

$$\Delta = \Delta s'_{10}$$

por lo tanto:

$$T = \frac{2.3 \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \Delta s'_{10}}$$

Así pues, este método sólo permite el cálculo de transmisividad del acuífero. El ensayo puede realizarse tanto en el pozo de bombeo como en los piezómetros de observación.

3.2.2.11. Pozos en acuíferos limitados

A veces la cercanía del pozo de bombeo a algún tipo de barrera hidráulica no permite aceptar la condición de acuífero de extensión infinita. Es preciso, entonces, dar un tratamiento adecuado a las barreras hidráulicas existentes. A este tratamiento se le conoce con el nombre de teoría del pozo imagen.

Existen dos tipos de barreras:

Las **barreras negativas** están asociadas a límites de flujo nulo, que coinciden en la naturaleza con el contacto entre el acuífero y otras unidades geológicas impermeables a efectos prácticos.

La característica fundamental de las barreras negativas es que no existe flujo en la dirección perpendicular a ellas. Cuando el cono producido por un pozo de bombeo alcanza una barrera negativa, ésta impide el flujo hacia el pozo y como consecuencia, si el caudal se mantiene constante, se producen mayores descensos de los que cabría esperar caso de no existir la barrera.

El efecto de una barrera negativa puede simularse con un pozo virtual situado simétricamente al real con respecto a la barrera. El caudal de bombeo en ambos pozos debe ser el mismo y del mismo signo (Fig. 3.27).

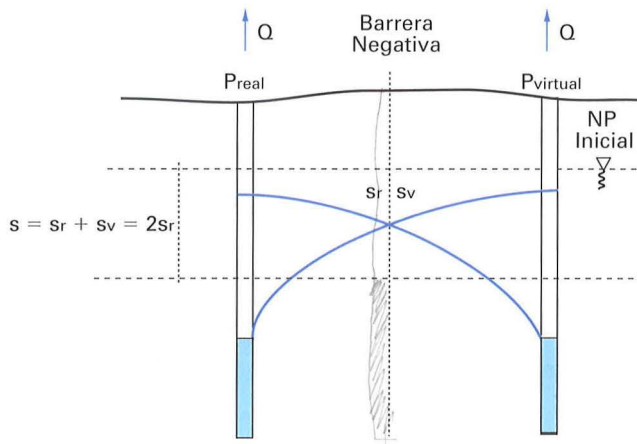


Fig. 3.27. Efecto de barrera negativa.

Aplicando el principio de superposición de efectos, el flujo sería nulo en el límite definido por la barrera, y el descenso la suma del producido por cada uno de los pozos. En este caso, en la línea definida por la barrera, el descenso sería el doble del que tendría lugar caso de no existir la barrera.

Las **barreras positivas** están asociadas a grandes masas de agua capaces de suministrar al acuífero cualquier volumen de agua que se les demande, manteniendo su nivel inalterable.

Al alcanzar un cono de bombeo un límite de estas características, se estabiliza al nivel definido por el potencial hidráulico en la barrera.

Este efecto puede simularse situando, simétrico al pozo de bombeo con respecto a la barrera y con un caudal igual y de signo contrario, un pozo virtual que

anule los efectos producidos por el pozo real (Fig. 3.28). De esta manera, al aplicar el principio de superposición de efectos, en el límite definido por la barrera positiva, quedarían anulados los efectos producidos por el pozo real de bombeo.

La existencia conjunta de barreras positivas y negativas, tal y como se presenta en la realidad, puede dar lugar a situaciones complejas con un número muy elevado de pozos, imagen que pueden llegar a hacer difícil, incluso inviable, la obtención de una solución.

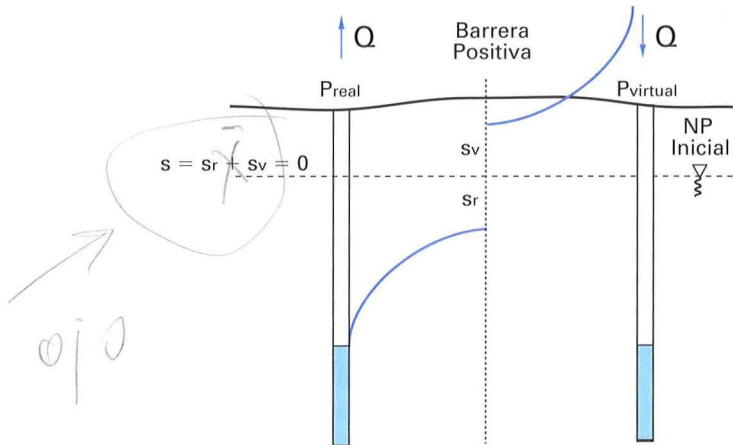


Fig. 3.28. Efecto de barrera positiva.

3.2.3. Resolución de la ecuación general del flujo por métodos numéricos

La posibilidad de resolver la ecuación diferencial del flujo subterráneo mediante métodos numéricos con la ayuda de los ordenadores para abordar la resolución de problemas complejos impulsó desde mitad de la década de los sesenta del siglo pasado, el desarrollo de los *modelos digitales de flujo*, que han terminado por implantarse como metodología muy útil en el campo de la Hidrogeología.

Permiten la simulación del flujo subterráneo en una, dos y tres dimensiones, en medios homogéneos, heterogéneos, isótropos y anisótropos, y en la práctica totalidad de las circunstancias que pueden concurrir sobre un sistema hidrogeológico, siempre que sea posible asumir en todo momento la validez de la ley de Darcy.

Proporcionan la ventaja del estudio de un sistema hidrogeológico complejo en todo su conjunto y no sólo desde el punto de vista de un aspecto parcial.

Son herramientas imprescindibles en la planificación hídrica puesto que permiten formular hipótesis de actuación sobre el medio hidrogeológico y predecir el impacto de estas actuaciones. También lo son para la definición de períme-

tros de protección, para una explotación racional de los recursos hídricos subterráneos y para los estudios de recuperación de acuíferos y zonas húmedas, entre otros.

El fundamento de los modelos digitales de flujo es sustituir el sistema hidrogeológico como medio físico continuo, representado por la ecuación general del flujo y sus correspondientes condiciones de contorno, por otro medio aproximado a él constituido por un número, n , finito de elementos discretos o celdas. A este proceso se le llama *discretización*.

La ecuación general del flujo, cuyo sentido físico es un balance de flujos en un dominio continuo para un tiempo determinado, se sustituye por un sistema de n ecuaciones con n incógnitas, una para cada uno de los elementos o celdas definidos, que se resuelve para un intervalo de tiempo determinado.

Cuanto mayor sea el grado de discretización, más aproximada será la solución a la exacta, pero también será mayor el tiempo de cálculo y las necesidades de memoria del ordenador.

El intervalo de tiempo, o *tiempo de simulación*, puede discretizarse también en varios *pasos de tiempo*, iguales o diferentes entre sí. En este caso la distribución del potencial hidráulico calculada para un paso de tiempo determinado se utiliza como inicial para el paso de tiempo siguiente. Si se solicita al modelo que proporcione resultados (potenciales hidráulicos) al final de cada paso de tiempo, será posible analizar cuál ha sido la evolución de los potenciales hidráulicos a lo largo del tiempo de simulación.

La elaboración de un modelo digital de flujo exige definir la zona a modelar y sus condiciones de contorno de acuerdo con los objetivos del estudio. También exige conocer la distribución de parámetros hidrogeológicos, recarga, y acciones sobre el sistema para cada uno de los pasos de tiempo que constituyen el tiempo de simulación.

La resolución de la ecuación general de flujo mediante cálculo numérico puede abordarse por varios métodos. Los más conocidos son el método de los *elementos finitos* y el de las *diferencias finitas*.

En el método de los *elementos finitos* (un estudio en profundidad de este método aplicado al flujo subterráneo puede encontrarse en Pinder y Gray, 1977), la distribución de potenciales se obtiene por el método de integración.

Una vez aproximado el medio físico continuo mediante un número finito de puntos o *nudos*, se procede a unir cada uno de ellos con sus adyacentes, resultando la discretización del modelo conceptual en una serie de elementos finitos de tamaño y forma variables. Generalmente se utiliza la forma triangular.

Dentro de cada elemento el potencial hidráulico, h^* , en cualquiera de sus puntos, se obtiene por interpolación a partir del potencial h_i en los nudos que constituyen los vértices del elemento, utilizando una serie de *funciones base* que pon-

deran la influencia del potencial de cada nudo sobre el del punto considerado en el interior del elemento.

$$h^* = \sum_{i=1}^n \phi_i h_i$$

Donde:

- h^* es el potencial hidráulico en un punto del elemento considerado.
- n es el número de vértices (nudos) de ese elemento.
- h_i es el potencial hidráulico en el nudo i .
- ϕ_i es la función de interpolación correspondiente al nudo i .

Tanto h^* como los h_i son desconocidos, pero h^* ha de satisfacer la ecuación general del flujo, y por lo tanto ha de cumplirse, por ejemplo, para el caso más sencillo de flujo unidireccional:

$$T \frac{\partial^2 h^*}{\partial x^2} - S \frac{\partial h^*}{\partial t} = \epsilon$$

La diferencia no es cero al ser h^* un valor aproximado a la solución exacta. A « ϵ » se le llama **residual**.

Sustituyendo h^* por su valor,

$$\sum_{i=1}^n \phi_i h_i$$

quedaría la ecuación general del flujo en función del potencial en los nudos de cada elemento, también desconocido.

Como se ha visto para un punto en concreto, el residual será normalmente distinto de cero, pero puede forzarse a que el promedio de los residuales sobre todo el dominio considerado sea cero. Esto se hace mediante el método llamado de los **residuales ponderados**.

Este método implica una ecuación para cada nudo en el dominio, cuya incógnita es el valor del potencial hidráulico en el nudo. En total se obtiene un sistema de n ecuaciones con n incógnitas que se resuelve, con la ayuda de un ordenador, para cada paso de tiempo.

Conocido el valor del potencial hidráulico en los nudos, mediante las funciones base se puede obtener en cualquier punto del dominio. Por lo tanto la distribución del potencial hidráulico proporcionada por el método de los elementos finitos es una superficie continua.

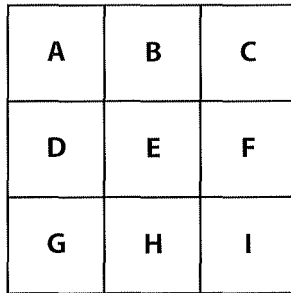
La resolución de la ecuación general del flujo mediante el método de las **diferencias finitas** exige sustituir los infinitos puntos que constituyen el sistema hidrogeológico, reflejado en el modelo conceptual de flujo, por un número finito de puntos o **nudos** regularmente espaciados. Cada nudo es el centro de un bloque rectangular o cuadrado, llamado **celda**, en el que se supone que las propiedades

del acuífero no varían. Así el medio físico queda discretizado en un conjunto de celdas de dimensiones conocidas.

Al conservarse constantes las propiedades del sistema dentro del volumen determinado por cada celda, la variación de las propiedades entre nudo y nudo no es continua sino escalonada.

El método consiste en sustituir las derivadas parciales de la ecuación general del flujo por unos incrementos finitos para cada uno de los nudos de cada una de las celdas en que se ha discretizado el medio físico. Por ejemplo en el esquema definido en la figura 3.29, para el nudo E la ecuación general para flujo bidimensional es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \cdot b \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \cdot b \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W(x, y, t)$$



↓
 flujo
 acuífero
 que es esto

Fig. 3.29. Malla de celdas en diferencias finitas.

Pasando las derivadas a incrementos finitos quedaría, para un intervalo de tiempo Δt que comprende desde el final del intervalo de tiempo anterior $(k-1)$ hasta el final del intervalo presente k :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta x_E} \left[\left(K_{EF} \cdot b \frac{h_{E,k} - h_{E,k}}{\Delta x_{EF}} \right) - \left(K_{ED} \cdot b \frac{h_{E,k} - h_{D,k}}{\Delta x_{ED}} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{\Delta y_E} \left[\left(K_{EH} \cdot b \frac{h_{H,k} - h_{E,k}}{\Delta x_{EH}} \right) - \left(K_{EB} \cdot b \frac{h_{E,k} - h_{B,k}}{\Delta x_{EB}} \right) \right] = \\ & = \frac{S_E}{\Delta t} [h_{E,k} - h_{E(k-1)}] + W_{E,k} \end{aligned}$$

Si esto se hace para cada uno de los n nudos de las celdas en las que se ha discretizado el acuífero se tiene un sistema de n ecuaciones con n incógnitas (el potencial hidráulico en cada uno de los nudos de la malla) que se resuelve con la ayuda de un ordenador, para cada uno de los k intervalos de tiempo considerados.

El resultado es la evolución del potencial hidráulico en el acuífero durante el intervalo de tiempo considerado.

Cada una de las ecuaciones que constituyen el sistema representa el balance hidráulico en cada una de las celdas representadas por sus n nudos y para el paso de tiempo considerado.

Tanto las *diferencias finitas* como los *elementos finitos* proporcionan soluciones a los problemas que se plantean con un grado de fiabilidad muy parecido. En la gran mayoría de las ocasiones la mayor o menor fiabilidad de un modelo de flujo subterráneo no depende del modelo matemático escogido, sino del grado de fiabilidad del modelo hidrogeológico conceptual definido y del criterio hidrogeológico con el que se han manejado los datos reales disponibles.

El desarrollo actual de la informática ha facilitado el uso de los programas hasta tal punto que optar por un desarrollo matemático u otro sólo depende, en la práctica, de las preferencias del usuario.

Hay algunos criterios generales que pueden utilizarse a la hora de tomar una decisión en la elección de uno u otro método:

El método de los *elementos finitos* permite adaptar la malla con precisión al contorno de la zona a simular y a la litoestratigrafía del sistema. Su refinamiento se puede limitar a las zonas concretas en que se estime necesario. Los valores calculados para el potencial hidráulico son puntuales puesto que la distribución de potencial calculada es una superficie continua. Los ríos, túneles, drenes, etc., quedan representados, de acuerdo con su carácter lineal, por una sucesión de nudos adaptados a su morfología. Los pozos se asocian a nudos de la malla, o a sucesiones de nudos en la vertical en el caso de modelos tridimensionales. Las fallas, por ejemplo, pueden simularse como planos verticales. La malla puede deformarse automáticamente para adaptarse a las oscilaciones de la superficie freática. La malla puede adaptarse a cualquiera de las direcciones que pueda tener la conductividad hidráulica y simular así, con precisión, el efecto de la anisotropía.

En el otro plato de la balanza hay que considerar que se trata de un método matemático complejo, que estrictamente sólo es conservativo con respecto a la masa si se considera el sistema simulado globalmente, y que existe muy poco software disponible a nivel de hidrogeólogo usuario.

En lo que se refiere a las *diferencias finitas* se trata de un método conceptualmente más sencillo e intuitivo puesto que en esencia está basado en la realización de un balance de caudales en cada una de las celdas en las que se ha discretizado el sistema. Debido a esto es conservativo en cualquier zona del sistema. Además existe variedad de software, a precios razonables, a disposición de los usuarios hidrogeólogos. En el otro lado tenemos que se trata de un método que exige una distribución regular de nudos con celdas asociadas a ellos cuadradas o rectangulares. Es posible refinar la malla, pero afectando a todas las filas y columnas que intervienen en el refinamiento, en toda su extensión. Los valores de

potencial calculados son constantes para toda la celda a la que corresponden. No es posible obtener, por lo tanto, descensos puntuales para los pozos de bombeo. La recuperación de la actividad de una celda, una vez que ha quedado seca como consecuencia de los procesos hidrogeológicos, plantea serios problemas de convergencia en los modelos numéricos de resolución. Los ríos y demás elementos de carácter lineal deben representarse como sucesiones de celdas y no de nudos, como en el caso de los *elementos finitos*. Las fallas y barreras verticales sólo pueden simularse como planos verticales si coinciden con los ejes de la malla. Si no es así, han de ser discretizadas siguiendo las direcciones de las caras de las celdas afectadas por ellas.

Anderson y Woessner (1992), y Karlheinz y Moreno (1996), son dos textos excelentes para introducirse en la modelación digital de acuíferos, tanto en lo que se refiere al flujo como al transporte de masa.

10/10
15/10/10



**QUÍMICA Y CONTAMINACIÓN
DE LAS AGUAS
EN EL SUBSUELO**

4

CONTENIDO GENERAL DEL CAPÍTULO

Se exponen en primer lugar las características que implican las *propiedades particulares de la molécula de agua*. Se pasa después a las *unidades de medida del contenido de solutos en el agua*. Se definen los parámetros y elementos que habitualmente se determinan en un *análisis físico-químico* y los *métodos gráficos* que permiten una mejor interpretación de los resultados obtenidos.

A continuación se explican las *leyes y factores que regulan la disolución y la precipitación de solutos* en el interior de los acuíferos. Se comenta también, brevemente, la utilidad de los isótopos ambientales en los estudios hidrogeológicos.

Asimismo se incluye en este capítulo el tema de la *contaminación de las aguas subterráneas* y el *transporte de contaminantes tanto en la zona saturada como en la no saturada, teniendo en cuenta las reacciones que pueden afectar al contaminante en el medio*.

Se dedica un último apartado al comportamiento de los *contaminantes líquidos no miscibles con el agua (NAPL)*.

4.1. Propiedades físico-químicas de la molécula de agua

La molécula de agua está formada por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno. La unión de cada uno de los átomos de hidrógeno al de oxígeno es mediante un enlace covalente. La estructura tetraédrica de los orbitales sp^3 del oxígeno implica que los enlaces O-H formen entre sí un ángulo de unos 105° , lo que lleva consigo que, aunque se trata de una molécula eléctricamente neutra, la distribución de sus cargas sea asimétrica, dando como resultado un dipolo (Fig. 4.1).

Como consecuencia de la atracción electrostática entre dipolos, las moléculas de agua tienden a unirse entre sí mediante lo que se llama un enlace de *punteo de hidrógeno*. Puesto que la estructura de la molécula de agua es tetraédrica, cada una de ellas puede unirse a otras cuatro mediante puente de hidrógeno.

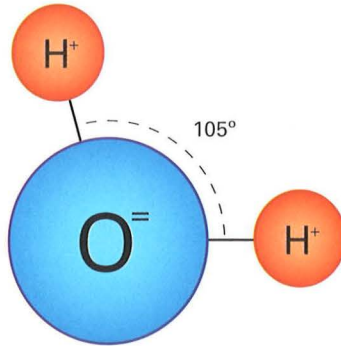


Fig. 4.1. Dipolo característico de la molécula de agua.

La gran diferencia en electronegatividad de los átomos de oxígeno e hidrógeno hace que el agua posea una **constante dieléctrica muy elevada** y que los compuestos formados por enlace iónico tiendan a disociarse en ella en aniones y cationes. Estos elementos cargados negativa o positivamente tienden a formar enlaces de puente de hidrógeno con las moléculas de agua y a permanecer en solución. El agua es conocida con el nombre de **disolvente universal**.

La necesidad de romper los puentes de hidrógeno tiene como consecuencia los altos valores de **tensión superficial**, **calor de vaporización**, **calor específico**, **punto de fusión** y **punto de ebullición** que presenta el agua.

El agua es el único elemento que se presenta en sus tres estados en el rango de variación de la temperatura ambiental.

En estado líquido el agua está formada por un aglomerado de moléculas unidas entre sí por enlaces de puente de hidrógeno. El agua en estado sólido cristaliza en el sistema cúbico y aumenta su volumen con respecto al estado líquido. Como consecuencia, el hielo es menos denso que el agua líquida y flota. Este hecho es muy importante puesto que condiciona que las masas de agua en la naturaleza comiencen a congelarse en superficie permaneciendo líquidas en profundidad, permitiendo así la continuidad de la vida durante los períodos fríos.

4.2. Medida de los elementos disueltos en el agua

El agua subterránea no se presenta en la naturaleza en estado puro sino que contiene en solución elementos orgánicos e inorgánicos y algunos gases, principalmente oxígeno y CO_2 .

A la cantidad de un determinado elemento disuelta en una determinada cantidad de agua se le denomina **concentración** de ese elemento en el agua. Puede expresarse de varias maneras:

- **Peso del soluto en peso de disolvente.** Se expresa en *ppm* (partes de soluto en un millón de partes de disolvente) o para bajas concentraciones en *ppb* (partes de soluto en un billón —mil millones— de partes de disolvente).
- **Peso de soluto en volumen de disolvente.** Normalmente se expresa en *mg/L* o en $\mu\text{g/L}$. Puesto que 1 L de agua destilada a 4° C pesa 10^6 mg, $1 \text{ mg/L} = 1 \text{ ppm}$. Esta relación puede considerarse aceptable hasta concentraciones de alrededor de 7 000 *mg/L* (Hem, 1985).
- **Molaridad.** Expresa el número de moles de soluto en un litro de disolución. El número de moles viene dado por:
— $N.^{\circ} \text{ moles} = \text{Peso soluto/Peso molecular soluto (g/g)}$.
- **Normalidad.** Expresa el Número de Equivalentes gramo en un litro de disolución.
— $N.^{\circ} \text{ Equivalentes} = \text{Peso soluto/Peso Equivalente soluto (g/g)}$
— $\text{Peso Equivalente} = \text{Peso molecular/Valencia (g)}$.
- **Molalidad:** Expresa el número de moles de soluto en 1 000 g de disolvente.

EJEMPLO: Se disuelven 80 mg de Ca^{2+} en 400 g de agua destilada. Hallar la concentración en *mg/L*, *ppm*, molar, molal y normal.

a) En *mg/L* (400 g de agua destilada son 0.4 L):

$$C(\text{mg/L}) = \frac{80 \text{ mg}}{0.4 \text{ L}} = 200 \text{ mg/L}$$

b) En *ppm* (en 1 kg = 10^6 mg):

$$C(\text{ppm}) = \frac{80 \text{ mg}}{0.4 \text{ kg}} = 200 \text{ ppm}$$

c) Molar (*mol/L*):

$$\text{moles} = \frac{\text{g}}{P_{\text{at}}} = \frac{0.08 \text{ g}}{40} = 0.002 \text{ mol}$$

$$M = \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{0.002 \text{ mol}}{0.4 \text{ L}} = 0.005 \text{ M}$$

d) Molal (*mol/1 000 g*):

$$\frac{0.002 \text{ mol}}{400 \text{ g}} = \frac{x}{1\,000 \text{ g}}$$

$$x = \frac{1\,000 \times 0.002}{400} = 0.005 \text{ molal}$$

e) Normal (meq/L):

$$P_{eq} = \frac{PM}{Valencia} = \frac{40}{2} = 20 \text{ g}$$

$$n_{Eq} = \frac{g}{P_{eq}} = \frac{0.08 \text{ g}}{20 \text{ g}} = 0.004 \text{ eq}$$

$$N = \frac{n_{eq}}{L} = 0.004 \text{ eq} \cdot 10^3 \frac{\text{meq/eq}}{0.4 \text{ L}} = 10 \text{ N}$$

4.3. El análisis físico-químico

Proporciona información sobre las propiedades físico-químicas de las aguas y sobre su contenido en sustancias disueltas. Al ser estos parámetros susceptibles de variación en el tiempo, el control de la calidad del agua requiere una analítica sistemática y periódica.

El muestreo (Foto 4.1) debe ir encaminado a que las propiedades a analizar correspondan a las que posee el agua «in situ». Para ello debe tenerse la seguridad, en primer lugar, de que la muestra tomada corresponde a agua del acuífero y no a la almacenada en el interior del pozo. El segundo aspecto a cuidar es el traslado de la muestra desde el punto del muestreo hasta el laboratorio. Este aspecto debe cuidarse especialmente para que los cambios de temperatura y las pérdidas de gases no influyan sobre variaciones en el pH, en el contenido en gases y en la disolución y precipitación de algunas sales.

El frasco para el transporte debe estar previamente lavado en laboratorio con agua destilada y si es necesario con agua acidulada para eliminar restos de sales de otros muestreos. En este caso hay que enjuagarlo posteriormente hasta eliminar todo resto de ácido. Puede ser de vidrio oscuro o de plástico (hay que tener en cuenta que el plástico es permeable a los gases y puede alterarse la físico-química de la muestra). Una vez en el lugar de la toma debe enjuagarse con el agua a muestrear, debe llenarse hasta el borde y taparse con doble tapón. Debe trasladarse refrigerado, en nevera portátil, hasta el laboratorio.

La cantidad de agua a tomar para cada muestra es variable y debe consultarse previamente al laboratorio encargado de realizar los análisis.

No todas las sustancias se presentan normalmente en las mismas cantidades y con la misma frecuencia pudiéndose distinguir, con arreglo a esto, entre constituyentes principales, secundarios, menores y traza.



Foto 4.1. Todas las etapas del muestreo de agua subterránea deben realizarse con extremo cuidado, adaptándose al tipo de compuesto a considerar. Foto: Muestreo en Las Tablas de Daimiel (Ciudad Real), 2003.

Los *constituyentes principales* suelen estar siempre presentes en las aguas subterráneas y en concentraciones comprendidas entre 1 y 1 000 ppm. Son Sodio, Calcio y Magnesio en el grupo de los cationes, y Cloruros, Sulfatos y Bicarbonatos en el de los aniones. También se suele incluir en este grupo a la Sílice, aunque no se presenta en forma iónica.

Los *constituyentes secundarios* se presentan con menor frecuencia y en concentraciones entre 0.01 y 10 ppm. En el grupo de los cationes están Hierro, Estroncio y Potasio; y en el de los aniones: Carbonatos, Nitratos y Fluoruros.

Los *constituyentes menores* se presentan ocasionalmente en las aguas subterráneas y en concentraciones generalmente entre 0.0001 y 0.1 ppm. Entre estos elementos están: Antimonio, Aluminio, Arsénico, Bario, Bromo, Cadmio, Cromo, Cobalto, Cobre, Germanio, Yodo, Plomo, Litio, Manganeso, Molibdeno, Níquel, Fósforo, Rubidio, Selenio, Titanio, Uranio, Vanadio, y Zinc.

Los *constituyentes traza* raramente se presentan en las aguas subterráneas y en concentraciones inferiores a 0.001 ppm. Entre estos elementos están: Berilio, Bismuto, Cerio, Cesio, Estaño, Galio, Oro, Indio, Lantano, Niobio, Platino, Radio, Rutenio, Escandio, Plata, Talio, Torio, Tungsteno, Yterbio, Ytrio, Zirconio.

Los constituyentes disueltos en las aguas se incorporan a ellas tanto durante la fase externa como durante la fase subterránea del ciclo hidrológico. El agua de lluvia ya lleva en disolución algunos componentes mayoritarios y gases, como O₂ y CO₂ atmosférico. Este último le proporciona un cierto carácter de acidez que contribuirá a la efectividad del ataque a cierto tipo de rocas.

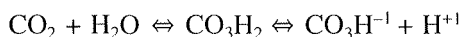
Una vez que la lluvia alcanza la superficie de la Tierra, la disolución durante el proceso de infiltración de las diferentes sustancias y gases que se encuentran en el suelo, la de los minerales que forman los distintos tipos de rocas, las emanaciones volcánicas y los distintos procesos físico-químicos que afectan a estos elementos durante la fase subterránea del ciclo hidrológico, condicionan la calidad natural de las aguas subterráneas.

Las principales *características físico-químicas* que se determinan en un análisis son:

Temperatura. Medida del potencial calorífico del agua. Su valor se expresa en °C. En aguas subterráneas no suele sufrir variaciones importantes en un mismo punto del acuífero. Su valor suele coincidir con la temperatura ambiental media anual incrementada en el gradiente geotérmico (aproximadamente 1° C por cada 30 m de profundidad del pozo). Debe medirse directamente a la salida del pozo de bombeo para evitar que se mezcle con el agua del depósito (si existe). El termómetro debe mantenerse en contacto con el agua hasta que se estabilice su columna de mercurio. La variación de la temperatura influye en la solubilidad de las sales y en el contenido en gases disueltos.

pH. Es una medida de la acidez del agua. Es el inverso del logaritmo de la concentración de iones hidrógeno. Se ve afectado por las pérdidas de CO₂.

Si en el agua hay CO₂ existe un equilibrio:



Es decir, la presencia de CO₂ en el agua implica que el agua adquiera un cierto carácter ácido. Si el CO₂ desaparece, el equilibrio se desplaza a la izquierda con el consiguiente cambio de pH.

El pH es adimensional, siendo 7 el valor que corresponde al pH neutro. Los pH inferiores a 7 corresponden a medios ácidos y los superiores a 7 a medios básicos.

En las aguas naturales el pH oscila generalmente entre 6.5 y 8. El pH del agua del mar está en torno a este último valor.

Total de sustancias disueltas (TSD). Es el peso de todas las sustancias disueltas, sean volátiles o no, en un determinado volumen de agua. Se suele medir en ppm o en g/L. Este parámetro puede verse afectado por los cambios en el pH y en la temperatura, que pueden producir disolución o precipitación de sales.

Hay que distinguir entre TSD y Residuo Seco (RS), que es el peso de las sustancias que quedan tras evaporar un litro de agua (desaparecen los volátiles). Si el agua se evapora de 105 a 110° C, en el RS puede quedar algo de materia orgánica y el agua de hidratación de algunos minerales. A temperaturas de 180° C estas sustancias desaparecen totalmente.

Según el RS las aguas se clasifican en:

Agua dulce, RS menor de 3 000 ppm.

Agua salobre, RS entre 3 000 y 10 000 ppm.

Agua salada, RS entre 10 000 y 40 000 ppm.

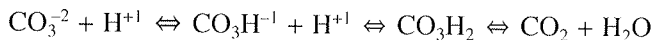
Salmuera, RS mayor de 40 000 ppm.

Conductividad eléctrica. Es la capacidad que tiene el agua para conducir la corriente eléctrica. Depende de la cantidad de iones disueltos, de su carga y de su movilidad. Se mide en microsiemens/cm ($\mu\text{S}/\text{cm}$) o micromohs/cm a 25° C de temperatura (1 $\mu\text{S}/\text{cm}$ = 1 micromohs/cm).

Cambios en el pH y en la temperatura influyen en la solubilidad de las sales y por lo tanto en la conductividad eléctrica.

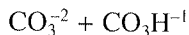
Alcalinidad. Es la capacidad que tiene un agua para neutralizar ácidos, es decir, para eliminar los iones H^+ existentes en disolución.

En las aguas subterráneas los iones hidrógeno son consumidos fundamentalmente por los carbonatos y bicarbonatos según:



Existen dos tipos de alcalinidad:

Alcalinidad TAC mide la capacidad del agua para neutralizar ácidos hasta pH = 4.5 (viraje del anaranjado de metilo). Se valora añadiendo ácido al agua hasta alcanzar un pH de 4.5. Mide la alcalinidad debida a la suma de iones:



Alcalinidad TA mide la capacidad de un agua para neutralizar ácidos hasta pH = 8.3 (viraje de la fenolftaleína). Se valora añadiendo ácido al agua hasta alcanzar un pH de 8.3. Es debida a los iones CO_3^{-2} que son los primeros en reaccionar con el ácido añadido.

La alcalinidad suele expresarse en ppm o en meq/L (mili-equivalentes/L) de CO_3Ca . Según la definición de ppm y de peso equivalente, será: 1 meq/L de CO_3Ca = 50 ppm de CO_3Ca .

Potencial Redox, Eh

Es una medida de la tendencia a la oxidación ($\text{Eh} > 0$) o a la reducción ($\text{Eh} < 0$) de las sustancias que lleva en disolución el agua subterránea.

La oxidación implica una pérdida de electrones y por lo tanto una ganancia de valencia. La reducción, por el contrario, implica una ganancia de electrones y una pérdida de valencia. Puesto que el número de electrones es constante en una determinada disolución, la oxidación de un elemento implica la reducción de otro, o viceversa.

El movimiento de electrones genera una corriente eléctrica que se mide en voltios o milivoltios. Es el *Eh*.

Dureza

Es la capacidad que tiene un agua para consumir jabón (aguas sódicas o blandas), o para producir incrustaciones (aguas cálcicas o duras).

La dureza es la suma de meq de Ca^{+2} y Mg^{+2} en solución expresada en ppm de CO_3Ca .

Como:

$$\text{n.}^\circ \text{ meq en solución de } \text{CO}_3\text{Ca} = \frac{\text{CO}_3\text{Ca}(\text{ppm})}{\text{Pm/valencia}} = \frac{\text{CO}_3\text{Ca}(\text{ppm})}{50}$$

$$\text{n.}^\circ \text{ meq en solución de } \text{Ca}^{+2} = \frac{\text{Ca}^{+2}(\text{ppm})}{\text{Pm/valencia}} = \frac{\text{Ca}^{+2}(\text{ppm})}{20}$$

$$\text{n.}^\circ \text{ meq en solución de } \text{Mg}^{+2} = \frac{\text{Mg}^{+2}(\text{ppm})}{\text{Pm/valencia}} = \frac{\text{Mg}^{+2}(\text{ppm})}{12}$$

Será:

$$\text{CO}_3\text{Ca}(\text{ppm}) = \left(\frac{\text{Ca}^{+2}(\text{ppm})}{20} + \frac{\text{Mg}^{+2}(\text{ppm})}{12} \right) \cdot 50$$

La dureza también suele expresarse en grados franceses ($^\circ\text{F}$) siendo $1^\circ\text{F} = 10$ ppm de CO_3Ca .

La **dureza total** viene dada por el contenido total de iones Ca^{+2} y Mg^{+2} en solución.

La **dureza permanente** viene dada por el contenido en iones Ca^{+2} y Mg^{+2} después de someter el agua a ebullición hasta que precipiten todos los carbonatos.

La **dureza temporal** viene dada por el contenido en iones Ca^{+2} y Mg^{+2} asociados a iones $\text{CO}_3^{-2} + \text{CO}_3\text{H}^{-1}$. Desaparece con la ebullición, al precipitar los carbonatos.

En general se consideran **aguas blandas** las de dureza inferior a 50 ppm de CO_3Ca , **aguas duras** las que tienen hasta 200 ppm de CO_3Ca , y **muy duras** las que superan esta cifra.

Algunos de estos parámetros (Temperatura, pH, Alcalinidad, Potencial Redox y Conductividad eléctrica) es conveniente medirlos *in situ*, pues difícilmente conservan el valor en origen.

En un análisis bien realizado la suma de equivalentes de los cationes ha de ser igual a la suma de los equivalentes de los aniones, puesto que el agua ha de ser eléctricamente neutra.

Con esta premisa puede establecerse el error de un análisis químico de la siguiente manera:

$$\text{ERROR (\%)} = \frac{\sum \text{CATIONES (meq/L)} - \sum \text{ANIONES (meq/L)}}{\sum \text{CATIONES (meq/L)} + \sum \text{ANIONES (meq/L)}} \times 100$$

En la práctica los análisis químicos siempre presentan un cierto error. Pueden ser aceptables errores de hasta el 5 %. Un análisis con un error del 0 % debe, en principio, considerarse como poco fiable. Es muy probable que alguno de los componentes se haya obtenido como diferencia necesaria para cuadrar el balance.

A veces se obtienen errores superiores al 5 % debido a que existen elementos minoritarios, con concentraciones importantes, que no han sido determinadas en un análisis sistemático.

EJEMPLO: Dadas las siguientes muestras de agua subterránea (A, B, C, D, E, F, G y H), calcular la precisión de los análisis (en %) e indicar cuál o cuáles de ellos no son fiables.

iones	A (meq/L)	B (meq/L)	C (meq/L)	D (meq/L)	E (meq/L)	F (meq/L)	G (meq/L)	H (meq/L)
pH	6.8	7.1	7.3	6.9	8.0	5.9	7.0	8.1
Cond. (µS/cm)	700	2050	2315	7305	735	745	965	320
Ca ⁺²	2.5	9.8	16.0	11.0	3.4	3.3	3.3	1.1
Mg ⁺²	5.1	8.1	6.9	17.7	4.8	3.8	4.5	0.8
Na ⁺¹	1.2	3.6	3.9	46.8	0.9	2.0	2.7	0.5
K ⁺¹	0.1	0.1	0.1	1.4	0.1	0.1	0.3	0.1
HCO ₃ ⁻¹	6.3	6.4	6.7	2.6	5.8	4.6	0.6	1.4
CO ₃ ⁻²	0.0	0.0	0.5	0.1	0.2	0.2	0.1	0.1
Cl ⁻¹	1.4	15.3	16.8	16.8	1.4	2.8	4.2	0.6
SO ₄ ⁻²	0.6	0.9	2.0	22.0	1.3	0.7	4.0	0.5

Para calcular la precisión de los análisis se utiliza la siguiente expresión (donde el error admisible es inferior al 5 %):

$$E(\%) = \frac{\sum \text{Cationes} - \sum \text{Aniones}}{\sum \text{Cationes} + \sum \text{Aniones}} \times 100 \leq 5 \%$$

En el caso de la muestra A:

$$\begin{aligned} E(\%) &= \frac{(2.5+5.1+1.2+0.1) - (6.3+0.0+1.4+0.6)}{(2.5+5.1+1.2+0.1) + (6.3+0.0+1.4+0.6)} \times 100 = \\ &= \frac{8.9 - 8.3}{8.9 + 8.3} \times 100 = 3.49 \% \end{aligned}$$

Análogamente, las muestras B, C, D, E, F, G y H presentan resultados de 2.27 %, 1.70 %, 29.89 %, 2.79 %, 5.14 %, 9.64 % y 1.96 %, respectivamente. Por lo tanto, son descartables la muestra D y la G.

4.4. Utilidad y manejo de los resultados de los análisis físico-químicos

En los estudios hidrogeológicos la química de las aguas subterráneas se utiliza tanto para conocer su aptitud para determinados usos como para aclarar o resolver algunos procesos hidrogeológicos. En ambos casos es necesario planificar campañas de muestreo que en general se refieren a:

- Muestreo periódico en un punto a lo largo del tiempo. Proporciona el conocimiento de la evolución temporal de los diferentes parámetros y supone un control de la calidad del agua con vistas a su uso posterior.
- Muestreo periódico en una red de puntos definida para un determinado sistema hidrogeológico. Además de la utilidad anterior, contribuye a clarificar los procesos hidrogeológicos, a conocer la evolución espacio-temporal de la química de las aguas, y al conocimiento de los procesos que tienen lugar en el interior del sistema hidrogeológico.

En cualquier caso al cabo de un plazo de tiempo no muy extenso es normal haber obtenido una considerable cantidad de datos cuyo manejo e interpretación pueden ser problemáticos. Por ello se hace imprescindible la adecuada representación gráfica de los datos.

Los *datos correspondientes a un solo análisis* pueden representarse en gráficos de columnas, tipo tarta, radiales y poligonales. Estas representaciones permiten comparar distintos análisis entre sí y observar rápidamente, en un mismo análisis, la distribución de aniones y cationes. También pueden utilizarse para representar en planos o perfiles hidrogeológicos la distribución espacial de las características químicas de las aguas subterráneas.

En los gráficos en columna, llamados también *diagramas de Collins* (Collins, 1923) se representan los aniones y cationes de un análisis medidos en meq/L, en dos columnas adosadas entre sí. En una columna se representan los cationes en el orden Ca^{+2} , Mg^{+2} , Na^{+1} y K^{+1} y en la otra los aniones en el orden $(\text{CO}_3\text{H}^{-1} + \text{CO}_3^{-2})$, SO_4^{-2} , Cl^{-1} y NO_3^{-1} . Las dos columnas deben tener la misma altura salvo que el análisis tenga error. El conjunto $\text{Ca}^{+2} + \text{Mg}^{+2}$ es la dureza del agua expresada en meq/L (Fig. 4.2a).

En los gráficos *tipo tarta* cada análisis se representa en un círculo cuyo radio es proporcional al total de sales disueltas expresado en meq/L. Cada elemento disuelto se representa en este círculo mediante un sector circular de superficie proporcional a su % de meq/L. Según se estime conveniente puede utilizarse un círculo para los cationes y otro para los aniones, o bien representar ambos constituyentes en el mismo círculo (Fig. 4.2b).

En los gráficos *radiales* se representa, según los radios de un círculo regularmente espaciados, segmentos proporcionales al % de meq/L de cada ion. Luego se unen los extremos de estos segmentos entre sí quedando un gráfico en forma de estrella. También puede representarse el valor de la concentración de cada elemento directamente en meq/L (Fig. 4.2c).

Los *diagramas de polígonos o de Stiff* (Stiff, 1951) constan de una serie de rectas paralelas equidistantes entre sí cortadas por una perpendicular a ellas. Esta perpendicular constituye el origen de las medidas sobre las semirrectas en que han quedado divididas las paralelas. De la vertical a la derecha se representan los aniones (uno en cada semirrecta y en meq/L), y análogamente los cationes en las semirrectas de la parte izquierda de la vertical (Fig. 4.2d).

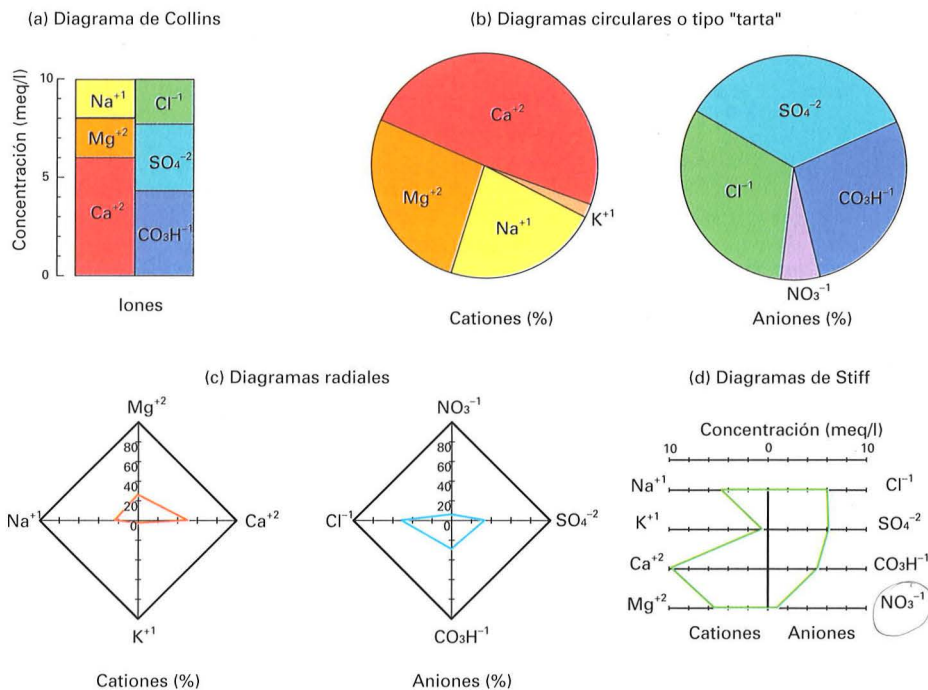


Fig. 4.2. Sistemas de representación de la concentración iónica de una muestra de agua. (a) Diagrama de Collins. (b) Diagramas circulares o «tipo tarta». (c) Diagramas radiales. (d) Diagrama de Stiff.

En los diagramas de Stiff, generalmente suelen representarse Cl^{-1} , SO_4^{-2} , CO_3H^{-1} , NO_3^{-1} en la zona de los aniones, y Na^{+1} , K^{+1} , Ca^{+2} y Mg^{+2} en la de los cationes. Sobre cada semirrecta se lleva un segmento de longitud proporcional a la concentración de cada elemento en meq/L. La unión de los extremos de estos segmentos define un polígono cuya superficie es proporcional a la mineralización del agua. Su forma, dada por la longitud de los segmentos correspondientes a las concentraciones de los iones disueltos, indica el tipo de agua desde el punto de vista químico (clorurada, sulfatada, etc.; sódica, potásica, etc.).

El diagrama de Stiff a veces se modifica para adaptarlo a los elementos presentes en el agua. Por ejemplo, puede prescindirse de las semirrectas correspondientes al K^{+1} y a los NO_3^{-1} si estos elementos no son importantes (Fig. 4.3). En el diagrama original se considera CO_3^{-2} en lugar de NO_3^{-1} y Fe^{+2} en lugar de K^{+1} .

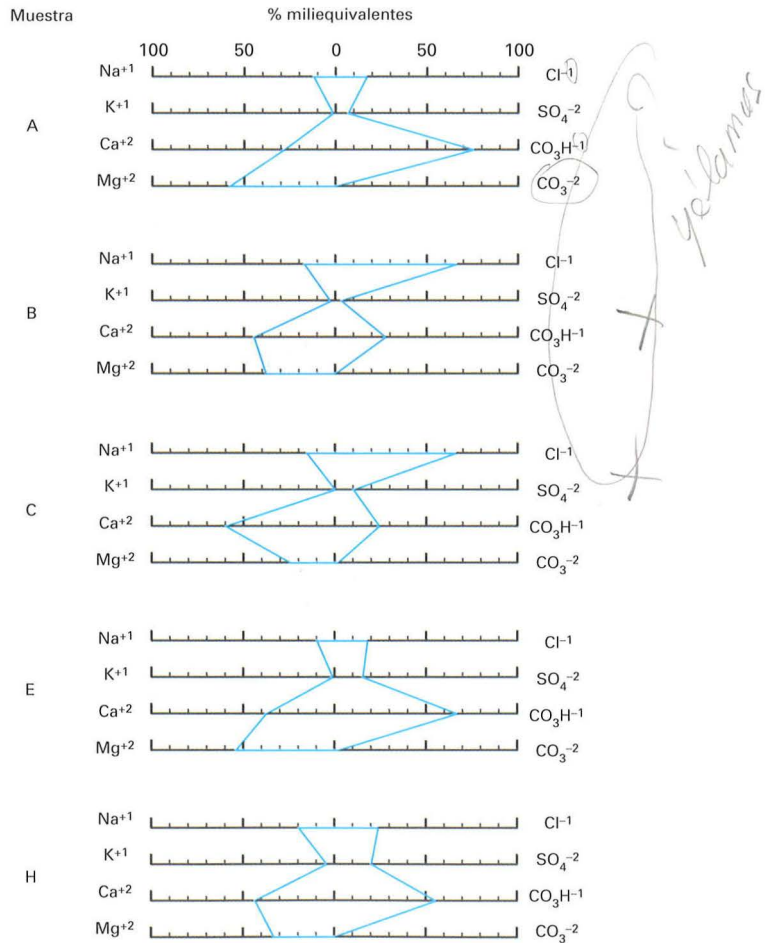


Fig. 4.3. Diagrama de Stiff.

Para representar conjuntamente los *datos correspondientes a varios análisis* se suelen utilizar los diagramas logarítmicos y los diagramas triangulares.

Los diagramas *logarítmicos o de Schoeller-Berkaloff* están formados por varias líneas verticales paralelas entre sí. En cada una de estas líneas y a escala logarítmica se representa la concentración de un ion en ppm. Una línea vertical también a escala logarítmica, en un extremo del diagrama, proporciona la equivalencia entre las concentraciones en ppm y en meq/L. Así estos diagramas son fácilmente utilizables para ambas expresiones de la concentración. La unión de los puntos que definen la concentración de cada uno de los iones representados, da lugar a una línea quebrada que marca las características del análisis representado. La pendiente de la línea que une dos iones contiguos da una idea visual de la relación entre ambos. En un mismo gráfico pueden representarse varios análisis y la comparación entre ellos es inmediata (Fig. 4.4) (Schoeller, 1955).

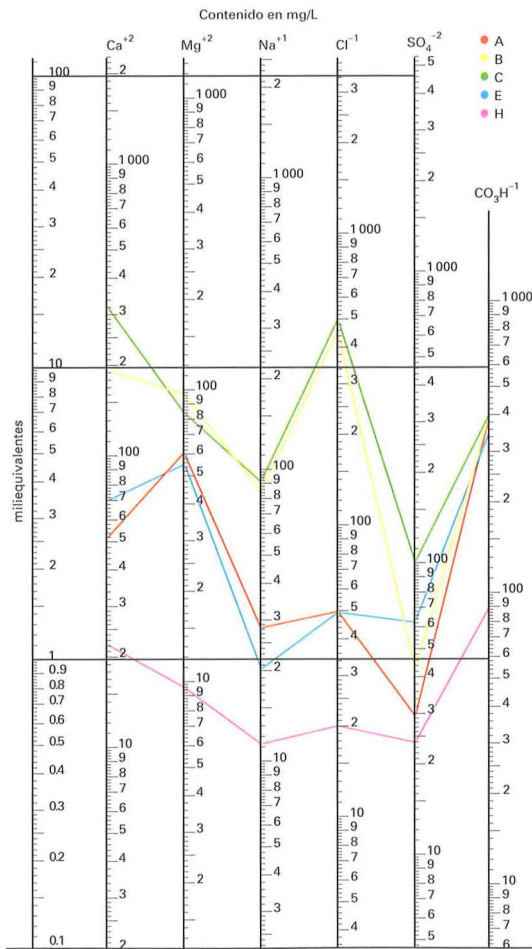


Fig. 4.4. Diagrama de Schoeller-Berkaloff.

En los *diagramas triangulares* (Piper, 1944), cada uno de los vértices de un triángulo equilátero representa el 100 % de la concentración en meq/L de un determinado elemento y el 0 % del elemento situado en el vértice siguiente según el sentido de las agujas del reloj. Los valores del % de la concentración de cada elemento se representan trazando desde el punto del lado del triángulo que representa el % a representar, una recta paralela al lado opuesto al vértice correspondiente al 100 % del elemento que se considera. Sólo es posible representar tres iones (tres aniones o tres cationes) de cada análisis, pero es posible representar muchos análisis en el mismo gráfico (Fig. 4.5).

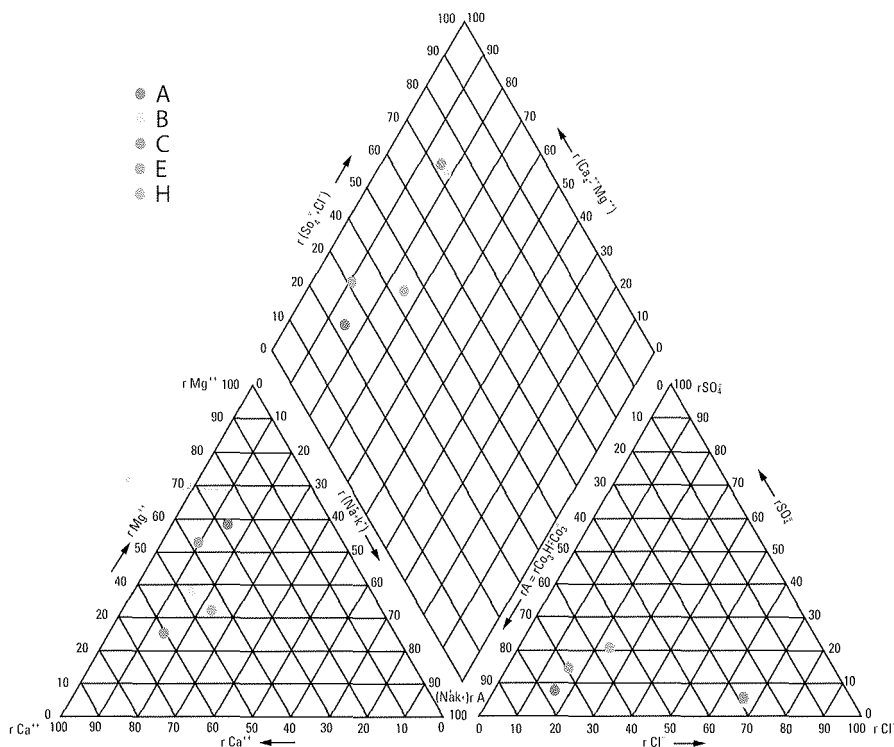


Fig. 4.5. Diagrama de Piper.

Es posible utilizar un diagrama triangular para representar aniones y otro distinto para representar los cationes. Ambos están relacionados con un diagrama central en forma de rombo en el que queda definido un tercer punto que representa a aniones y cationes del mismo análisis.

En este tipo de diagramas los puntos que quedan agrupados definen familias de aguas de características químicas semejantes en cuanto al contenido iónico (Fig. 4.6).

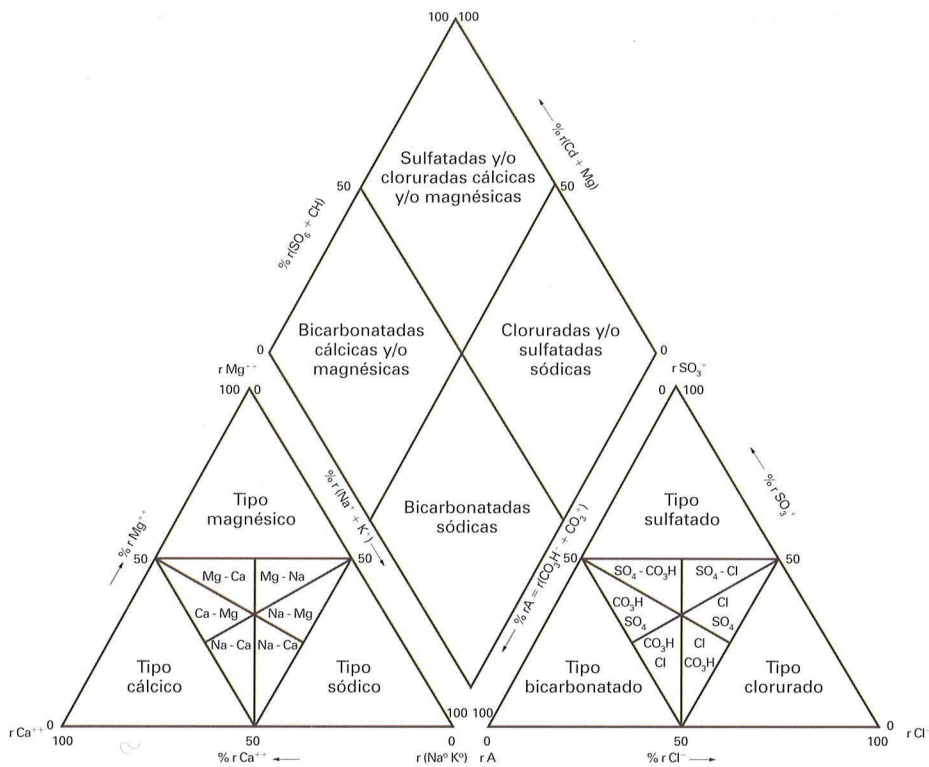


Fig. 4.6. Diagrama de Piper para clasificación química de las aguas.

EJEMPLO: Representar los análisis del ejemplo anterior en diagramas de Stiff, Schoeller-Berkaloff y Piper.

La representación gráfica de dichos análisis vendría dada por las figuras 4.3, 4.4 y 4.5.

Además, de acuerdo con la figura 4.6 las muestras podrían clasificarse de la siguiente manera:

- A: Bicarbonatada magnésica.
- B: Clorurada cálcico-magnésica.
- C: Clorurada cálcica.
- E: Bicarbonatada magnésico-cálcica.
- H: Bicarbonatada cálcico-magnésica.

En los vértices del triángulo de los cationes suelen representarse Ca^{+2} , Mg^{+2} y Na^{+1} , y en el de los aniones ($\text{CO}_3\text{H}^{-1} + \text{CO}_3^{-2}$), SO_4^{-2} y Cl^{-1} . Aunque pueden representarse los iones que se estime oportuno de acuerdo con los objetivos de la investigación.

Cuando el punto que determina las composiciones aniónicas y catiónicas de un agua queda representado en un diagrama triangular entre otros dos puntos y alineado con ellos, es muy probable que el agua representada por el punto intermedio sea mezcla de las otras dos.

El desplazamiento en el gráfico del punto representativo del análisis químico de muestras tomadas en un mismo punto a lo largo del tiempo, puede ser indicativo de fenómenos de intercambio iónico, oxidación o reducción, precipitación de sales y disolución de sales.

4.5. Evolución del quimismo de las aguas subterráneas en la naturaleza

Como ya se ha visto, el agua subterránea comienza a adquirir su composición química natural al incorporar las sustancias solubles existentes en el polvo atmosférico.

El contenido en sustancias solubles aumenta con el tiempo de residencia de las gotas de agua en la atmósfera tanto durante su permanencia en las nubes como a lo largo de su recorrido hasta llegar a la superficie de la Tierra. Los análisis de muestras de agua tomadas en pluviómetros proporcionan unas concentraciones en SiO_2 , Mg^{+2} , Ca^{+2} y K^{+1} , que generalmente no suelen alcanzar 1 mg/L. El Na^{+1} presenta concentraciones algo más altas pero normalmente inferiores a 3 mg/L. Los SO_4^{-2} , Cl^{-1} y CO_3H^{-1} , se suelen presentar en concentraciones inferiores a 4 mg/L. El TSD suele estar en torno a 5 mg/L. Como gases disueltos, el agua de lluvia contiene CO_2 , O_2 , N_2 y algunos gases nobles.

El pH del agua de lluvia es ligeramente ácido (generalmente varía entre 5 y 6), como consecuencia del ácido carbónico que se origina al combinarse el CO_2 con el agua. El agua de lluvia tiene un carácter oxidante consecuencia del oxígeno disuelto.

En áreas urbanas e industriales estas concentraciones pueden variar al alza considerablemente. Además la emisión a la atmósfera en estas áreas de S, SO_2 y NO_2 origina cantidades apreciables de ácido sulfúrico y ácido nítrico, que caen a la tierra disueltos en el agua. Es lo que ha dado en llamarse *lluvia ácida*. En estas condiciones el agua de lluvia fácilmente presenta un pH de 3 o incluso inferior.

En el *suelo* existe una producción de CO_2 debido a la actividad biológica de las plantas, a la oxidación de la materia orgánica y a la actividad de las bacterias

ojs
Compartir
~ ~ ~
nov 2014

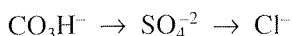
anaerobias. Este CO_2 al mezclarse con el agua de lluvia produce $\text{CO}_3\text{H}^{-1} + \text{H}^{+1}$, lo que implica una disminución del pH del agua de lluvia hasta valores cercanos al 4. El carácter ácido del agua facilita la disolución de la materia mineral existente en el suelo y en la zona no saturada.

El agua de recarga alcanza la zona saturada con una composición química resultante, fundamentalmente, de su paso por la zona no saturada. Una vez alcanzada la zona saturada el agua subterránea se mueve según líneas de corriente desde las zonas de recarga hasta las de descarga. Desde entonces su composición química es consecuencia de la naturaleza del terreno, del tiempo de permanencia del agua en el acuífero y de una serie de leyes y factores físico-químicos que regulan las reacciones que pueden producirse en la zona saturada (Foto 4.2). En general, y en ausencia de aportaciones significativas de nuevas sustancias, a medida que va aumentando el tiempo de residencia del agua en los acuíferos van permaneciendo en disolución los electrolitos más fuertes unidos a las moléculas de agua por enlaces de puente de hidrógeno.

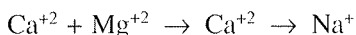


Foto 4.2. A lo largo de su recorrido desde la atmósfera hasta las zonas de descarga, el agua adquiere diferentes propiedades físico-químicas. Las propiedades químicas de algunas aguas subterráneas han dado lugar a que sean consideradas medicinales. Foto: Fuente Agría, Puertollano (Ciudad Real), 2003.

En cuanto a aniones la permanencia en disolución seguiría la secuencia:



y en cuanto a cationes:



4.6. Leyes y factores que regulan el contenido químico de las aguas subterráneas

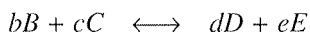
Cuando se producen aportaciones de sustancias químicas a un sistema hidrogeológico determinado o cambian las condiciones físico-químicas ambientales, se producen reacciones que tienden a alcanzar un nuevo estado de equilibrio. Estas reacciones pueden ser irreversibles o reversibles.

Las *reacciones irreversibles* se realizan en una sola dirección y terminan cuando se acaba el contenido de las sustancias que reaccionan entre sí. La oxidación de la materia orgánica podría ser un ejemplo de este tipo de reacciones, y la desintegración radiactiva de un elemento, otro.

Las *reacciones reversibles* tienden a alcanzar un equilibrio entre las sustancias que reaccionan y los productos de la reacción. En el equilibrio, las concentraciones de los reactivos y de los productos resultantes permanecen constantes.

4.6.1. La Ley de acción de masas

El equilibrio químico, en las reacciones reversibles, está condicionado por la *Ley de acción de masas* que se expresa, para una determinada reacción:



como:

$$K = \frac{[\text{D}]^d [\text{E}]^e}{[\text{B}]^b [\text{C}]^c}$$

En donde *b*, *c*, *d* y *e* son el número de moles, respectivamente, de las sustancias, B, C, D y E, una vez alcanzado el equilibrio. *K* es la constante de equilibrio que es específica para cada reacción. La ley de acción de masas no informa sobre la cinética de las reacciones.

La reacción se desplaza en un sentido o en otro hasta alcanzar un valor de *K* constante. Cualquier perturbación en las concentraciones implica un desplazamiento en la reacción en el sentido de alcanzar de nuevo el equilibrio.

En disoluciones con concentraciones elevadas de iones las fuerzas electrostáticas causan que los solutos no se comporten de manera ideal. En este caso es pre-

ferible expresar la ley de acción de masas en función de las actividades de los elementos en lugar de hacerlo en función de sus concentraciones:

$$K = \frac{[\alpha_D]^d [\alpha_E]^e}{[\alpha_B]^b [\alpha_C]^c}$$

Donde,

$$\alpha_i = m_i \gamma_i$$

- γ_i es el *coeficiente de actividad* (masa/moles).
- m_i es la *concentración molal* (moles/masa disolvente).

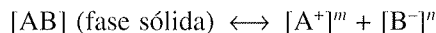
$$\log \gamma_i = \frac{-AZ_i^2 \sqrt{I}}{1 + \alpha_i B \sqrt{I}}$$

$$I = \frac{1}{2} \sum m_i Z_i^2$$

- I es la *fuerza iónica*.
- m_i es la *molalidad*.
- Z_i es la *carga del ion*.
- A y B son *constantes dependientes de la temperatura*.
- α_i es el *diámetro efectivo del ion*.

4.6.2. El producto de solubilidad

Cuando se trata de reacciones que se refieren a la disolución de la fase sólida (roca que constituye el acuífero) o a la precipitación de sales que dan lugar a la fase sólida, en el equilibrio, para una temperatura dada:



$$K = \frac{[A^+]^m [B^-]^n}{[AB]}$$

Puede aceptarse que $[AB]$ es constante (es la masa de roca), y entonces será:

$$K_p = [A^+]^m [B^-]^n = \text{constante}$$

O sea, a una temperatura dada, el producto de las concentraciones de los iones disueltos, elevados a un exponente igual al coeficiente con el que aparecen en la reacción, es una constante llamada **producto de solubilidad**.

Cuando en una disolución el producto de las concentraciones de los iones, elevada cada concentración al número de moles (**producto iónico**), es inferior al pro-

ducto de solubilidad para esa temperatura, se producirá la disolución de la sustancia. Si el producto iónico es mayor que el producto de solubilidad se produce precipitación.

El producto de solubilidad para cada sustancia y para cada temperatura se determina en laboratorio.

En el caso del agua:

$$K_p = [\text{H}^+] [\text{OH}^-] = 10^{-14}, \text{ o sea, } [\text{H}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7}$$

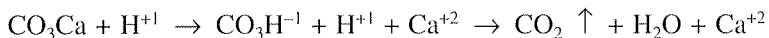
y se define **pH** como: $\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$

Si $\text{pH} = 7$ el medio es neutro y la concentración de H^+ y $(\text{OH})^-$ son iguales.

Si $\text{pH} > 7$ el medio es básico y la concentración de $(\text{OH})^-$ predomina sobre la de H^+ .

Si $\text{pH} < 7$ el medio es ácido y la concentración de H^+ predomina sobre la de $(\text{OH})^-$.

El pH condiciona la disolución de muchos minerales, por ejemplo del CO_3Ca . En medio ácido se produce la siguiente reacción:



Mientras el medio sea ácido, la reacción se desplaza a la derecha y el CO_3Ca se disuelve.

También, por lavado en medio ácido, minerales de la arcilla tales como Gibb-sita, Montmorillonita, Illita, Biotita, Albita, Anortita y otros, se transforman en Caolinita.

4.6.3. Efecto del ion común

Si a una disolución de una sal se le añade, por ejemplo por una mezcla de aguas, uno de los iones presentes, disminuye la solubilidad de la sal. Es lo que se conoce como *efecto del ion común* que está basado en el producto de solubilidad. Si para una temperatura determinada el producto de solubilidad ha de ser constante, al aumentar la concentración de uno de los iones debe disminuir la concentración del otro, lo que implica la disminución de la solubilidad de la sal en cuestión.

4.6.4. Energía libre de los elementos que intervienen en las reacciones

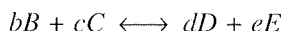
El estado de equilibrio de una reacción o su desplazamiento en uno u otro sentido está condicionado por la *energía libre* (ΔG_r) existente.

La energía libre representa la variación de la energía interna por unidad de masa de los elementos que intervienen en la reacción. Se mide en relación con un

patrón ΔG_f^0 que se define, para cada sustancia, como la energía libre que produce un mol de esa sustancia desde un elemento estable.

En el equilibrio se cumple que la diferencia entre la energía libre de los productos de la reacción y de los reactivos que los originan es igual a cero.

El cambio de energía libre para una reacción, referido al patrón o standard, vale:



$$\Delta G_r = \Delta G_r^0 + RT \ln \frac{[D]^d [E]^e}{[B]^b [C]^c}$$

Donde:

$$\Delta G_r^0 = \sum \Delta G_f^0 \text{ productos (D, E)} - \sum \Delta G_f^0 \text{ reactivos (B, C)}$$

R es la constante universal de los gases: $8.314 \text{ J/K.mol} = 0.001987 \text{ Kcal/K.mol}$.

K es grado Kelvin = $^{\circ}\text{C} + 273.15$

En el equilibrio es $\Delta G_r = 0$ y por lo tanto $\Delta G_r^0 = -RT \ln \frac{[D]^d [E]^e}{[B]^b [C]^c}$

Si $\Delta G_r < 0$, la reacción se desplaza a la derecha.

Si $\Delta G_r > 0$, la reacción se desplaza hacia la izquierda.

4.6.5. El potencial redox

En ciertas reacciones se produce un intercambio de electrones entre unos y otros de los iones presentes en la disolución. Son las reacciones de **Oxidación-Reducción o reacciones Redox**. Es necesaria la existencia de un elemento capaz de ceder electrones y de otro elemento capaz de aceptarlos.

El elemento que cede electrones gana valencia química y se dice que se oxida o que sufre **un proceso de oxidación**.

El elemento que gana electrones reduce valencia química, y se dice que se reduce o que **sufre un proceso de reducción**.

La transferencia de electrones es consecuencia de una **diferencia de potencial eléctrico (Eh)**, entre el elemento que cede los electrones y el que los recibe, llamado **Potencial Redox**, que se mide en voltios (V).

A 1 atmósfera de presión y a 25°C , condiciones normales (CN), se define en el equilibrio de la reacción el patrón de potencial Redox para cada elemento químico. Al Potencial Redox en estas condiciones se le denomina E_0 , y ha sido determinado en laboratorio para las reacciones redox de muchos elementos:

$$E_0 = - \frac{\Delta G_r^0}{nF} \text{ (V)}$$

Donde:

- ΔG_r^0 es la energía libre de la reacción redox en equilibrio.
- n es el número de electrones que se intercambian.
- F es la constante de Faraday (23.1 Kcal/V).

Por convenio el E_0 para la reducción del Hidrógeno de H^+ a H_2 (gas), ($2H^+ + 2e^- \leftrightarrow H_2$) se establece como $E_0 = 0$ V.

El potencial redox (Eh) para una reacción viene dado por la *ecuación de Nerst*:

$$Eh = E_0 - \frac{RT}{nF} \ln K$$

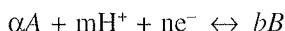
Donde:

- R es la constante universal de los gases 0.001987 Kcal/K.mol.
- T es la temperatura en grados Kelvin.
- F es la constante de Faraday (23.1 Kcal/V).
- n es el número de electrones transferidos.
- K es la constante de equilibrio de la reacción.

Si en una reacción $Eh > 0$, se trata de un proceso de oxidación; mientras que si $Eh < 0$, se trata de un proceso de reducción.

En la naturaleza el Eh (medio oxidante o medio reductor) junto con el pH (medio ácido o medio básico) condicionan la aparición, la desaparición o la estabilidad de muchas especies minerales. Por eso son muy útiles los diagramas Eh -pH para definir estos procesos.

Supongamos una disolución acuosa en medio ácido (protones libres) en la que un elemento A gana electrones y pasa a su forma reducida B :



La constante de equilibrio de esta reacción sería:

$$K = \frac{[B]^b}{[A]^\alpha [H^+]^m}$$

y la ecuación de Nerst sería:

$$Eh = E_0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[B]^b}{[A]^\alpha [H^+]^m} = E_0 - \frac{2.3 \cdot RT}{nF} \log \frac{[B]^b}{[A]^\alpha [H^+]^m}$$

$$Eh = E_0 - \left(\frac{2.3 \cdot RT}{nF} \log \frac{[B]^b}{[A]^a} + \frac{2.3 \cdot RT}{nF} \log \frac{1}{[H^+]^m} \right)$$

$$Eh = E_0 - \left(\frac{2.3 \cdot RT}{nF} \log \frac{[B]^b}{[A]^a} + \frac{2.3 \cdot RT \cdot m}{nF} \log \frac{1}{[H^+]^m} \right)$$

$$Eh = E_0 - \left(\frac{2.3 \cdot RT}{nF} \log \frac{[B]^b}{[A]^a} + \frac{2.3 \cdot RT \cdot m}{nF} \text{pH} \right)$$

$$Eh = E_0 - \frac{2.3 \cdot RT}{nF} \log \frac{[B]^b}{[A]^a} - \frac{2.3 \cdot RT \cdot m}{nF} \text{pH}$$

La relación entre Eh y pH es lineal. La recta, representada en un diagrama Eh (ordenadas) *versus* pH (abscisas), tiene pendiente negativa de valor:

$$- \frac{2.3 \cdot RT \cdot m}{nF}$$

y de ordenada en el origen:

$$E_0 - \frac{2.3 \cdot RT}{nF} \log \frac{[B]^b}{[A]^a}$$

La recta marca el límite de la relación entre la forma oxidada y la reducida del elemento que se trata (en este caso entre A y B). Para valores de pH que impliquen valores de Eh positivos la reacción tenderá hacia la forma oxidada, y para valores de pH que impliquen valores de Eh negativo tenderá hacia la forma reducida del elemento.

4.6.6. Hidrólisis

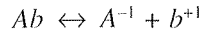
La inmensa mayoría de los minerales existentes en la naturaleza son sales que en contacto con el agua se disocian en sus electrolitos en mayor o menor grado.

Los electrolitos fuertes se rodean de moléculas de agua (dado el carácter dipolar de éstas) y tienden a permanecer en disolución.

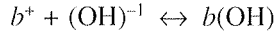
Los electrolitos débiles suelen reaccionar con los iones H^{+1} u $(OH)^{-1}$ procedentes de la disociación del agua. En estos casos el agua se comporta como ácido cuando es el H^{+1} el que reacciona con el electrolito débil, o como base cuando reacciona el $(OH)^{-1}$.

A este tipo de reacciones se les denomina *reacciones de hidrólisis* y tienen gran interés porque cambian el pH del medio favoreciendo así la disolución o precipitación de otros minerales.

Si la sal mineral que se disocia (Ab) procede de un ácido fuerte y una base débil será:

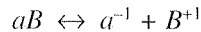


El electrolito fuerte (A^{-}) tenderá a rodearse de moléculas de agua y a permanecer en solución. El electrolito débil (b^{+}) tiende a consumir $(OH)^{-}$ para neutralizar su carga:

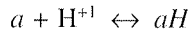


La eliminación de iones $(OH)^{-1}$ de la disolución implica la existencia de H^{+1} sin neutralizar y por lo tanto la mayor acidez del medio.

Si la sal que se disocia (aB) procede de un ácido débil y una base fuerte será:



Entonces B^{+1} permanecerá en disolución y:



Quedando un exceso de $(OH)^{-1}$ que dará al medio un carácter básico.

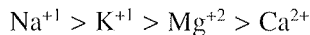
Tanto si la sal en disolución da lugar a dos electrolitos débiles como a dos fuertes, el equilibrio entre H^{+1} y $(OH)^{-1}$ se mantiene tras la disociación y el pH del medio no varía.

Los cambios en el pH producidos por las reacciones de hidrólisis son los responsables de muchos cambios en la composición química de las aguas subterráneas.

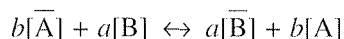
4.6.7. Intercambio iónico

En el contacto entre la fase sólida y la fase líquida que por ella circula tiene lugar un proceso mediante el cual los iones existentes en ambas fases se intercambian entre sí tendiendo a igualar las concentraciones en la fase líquida y en la fase sólida. Este proceso, denominado *intercambio iónico*, afecta principalmente a los minerales de las arcillas.

La intervención de los iones es directamente proporcional a su movilidad:



Los intercambios ionicos y reacciones reversibles que pueden expresarse:



- $[A]$ es la concentración de A en la fase líquida $[ML^{-3}]$.
- $[\bar{A}]$ es la masa de A adsorbida por unidad de masa de la fase sólida $[M/M]$.
- $[B]$ es la concentración de B en la fase líquida $[ML^{-3}]$.
- $[\bar{B}]$ es la masa de B adsorbida por unidad de masa de la fase sólida $[M/M]$.

A la relación:

$$K_d = \frac{[\bar{X}]}{[X]} \text{ se le denomina } \textit{coeficiente de distribución de cambio iónico}.$$

Particularmente interesante es el intercambio iónico que se produce en el suelo, que implica la sustitución del Ca^{+2} y Mg^{+2} que en él existe por el sodio disuelto en el agua. Este proceso da lugar a la salinización del suelo con el consiguiente perjuicio para los cultivos.

Este proceso se mide con el índice **SAR** (*Sodium Adsorption Ratio*) (Richards, 1954):

$$SAR = \frac{\text{Na}^+}{\sqrt{\frac{\text{Ca}^{+2} + \text{Mg}^{+2}}{2}}}$$

- Si $2 < SAR < 10$ hay peligro bajo de salinización.
- Si $7 < SAR < 18$ hay peligro medio de salinización.
- Si $11 < SAR < 26$ hay peligro alto de salinización.
- Si $SAR > 26$ hay peligro muy alto de salinización.

Los diagramas de Wilcox y Riverside (Fig. 4.7), permiten la clasificación de las aguas de acuerdo con el peligro de salinización del suelo. En este último cada agua viene caracterizada por el índice C (conductividad eléctrica desde C1, baja; a C4, muy alta,) y el índice S (contenido en sodio desde S1, bajo; a S4, muy alto).

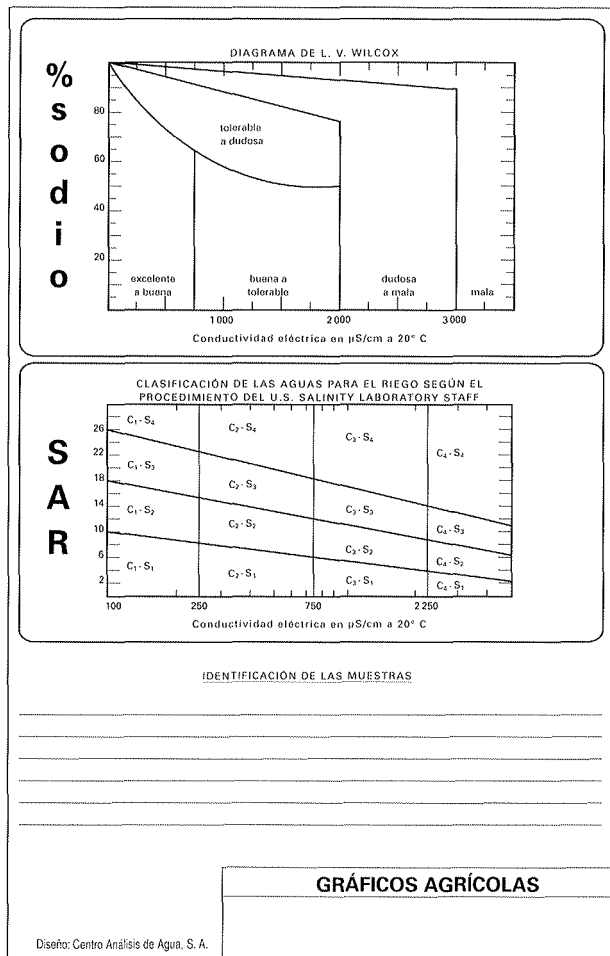


Fig. 4.7. Diagrama de Wilcox-Riverside.

4.7. Isótopos ambientales en Hidrogeología

En las aguas de lluvia existen de forma natural isótopos (mismo número atómico y distinto peso atómico), del Hidrógeno, del Oxígeno y del Carbono.

De estos isótopos, algunos son *estables* porque no están afectados por procesos de desintegración. Otros, que sí lo están, se conocen como *radiactivos*. Estos últimos originan, finalmente, los *radiogénicos*, que son los resultados estables de los procesos de desintegración.

Isótopos estables del Hidrógeno son el ^1H y el ^2H (Deuterio, D).

Isótopos estables del Oxígeno son el ^{16}O , ^{17}O y ^{18}O .

Isótopos estables del Carbono son el ^{12}C y el ^{13}C .

Isótopo radiactivo del Hidrógeno es el ^3H (Tritio, T).

Isótopo radiactivo del Carbono es el ^{14}C .

Los estudios basados en isótopos ambientales contribuyen a la identificación del funcionamiento de sistemas hidrogeológicos en aspectos muy diversos:

- Determinación de parámetros hidráulicos básicos del acuífero.
- Determinación de la recarga mediante ensayos con trazadores en la zona no saturada.
- Problemas relacionados con el flujo de las aguas subterráneas.
- Contaminación y vulnerabilidad de acuíferos.
- Determinación de tiempos de permanencia del agua en los acuíferos.
- Determinación del origen de las aguas de los manantiales.
- Datación de aguas subterráneas.

4.7.1. Isótopos estables

4.7.1.1. Isótopos estables del Oxígeno y del Hidrógeno

La combinación de los cinco isótopos correspondientes al Oxígeno y al Hidrógeno da lugar a nueve moléculas de agua diferentes entre las que la $^1\text{H}_2^{16}\text{O}$ es la más ligera y la más abundante, y la $^2\text{H}_2^{18}\text{O}$ es la de mayor peso molecular y es conocida con el nombre de *agua pesada*.

La diferencia de peso entre las moléculas de agua origina un diferente comportamiento de unas y otras frente a los procesos de evaporación y condensación que se producen en la naturaleza.

Como norma general las moléculas de agua más ligeras pasan al estado de vapor antes que las moléculas más pesadas. Debido a ello el agua que se evapora

2 7 Deuterio =
2 18O Pesada

desde los océanos es más ligera que la que permanece en ellos y el agua de lluvia es más pesada que el vapor que permanece en las nubes.

A esta tendencia a separarse las moléculas de agua pesadas de las ligeras se le llama **fraccionamiento isotópico** y se mide en relación a un patrón o standard denominado **SMOW** (Standard Mean Ocean Water). El patrón es una media obtenida a partir de una serie de muestras de agua oceánica.

El fraccionamiento de una muestra se mide por su desviación con respecto al SMOW y se expresa en ‰:

$$\delta = \frac{R_{\text{muestra}} - R_{\text{SMOW}}}{R_{\text{SMOW}}} \cdot 1000 \quad \text{ó} \quad \delta = \left(\frac{R_{\text{muestra}}}{R_{\text{SMOW}} - 1} \right) \cdot 1000$$

de esta manera:

Si $\delta > 0$ la muestra es más rica en fracción pesada que el SMOW.

Si $\delta < 0$ la muestra es más ligera que el SMOW.

R es la relación entre la fracción pesada y la ligera. Por ejemplo, para el ^{18}O y el ^2H sería:

$$\delta^{18}\text{O}(\text{‰}) = \left[\frac{(^{18}\text{O}/^{16}\text{O})_{\text{muestra}}}{(^{18}\text{O}/^{16}\text{O})_{\text{SMOW}}} - 1 \right] \cdot 1000$$

$$\delta^2\text{H}(\text{‰}) = \left[\frac{(^2\text{H}/^1\text{H})_{\text{muestra}}}{(^2\text{H}/^1\text{H})_{\text{SMOW}}} - 1 \right] \cdot 1000$$

La relación entre la fracción pesada y la ligera para cada uno de los elementos se determina por espectrometría de masas.

Representando gráficamente $\delta^2\text{H}(\text{‰}) = f(\delta^{18}\text{O})(\text{‰})$ para un número grande de muestras de agua de lluvia, se obtiene una nube de puntos a la que se le ajusta la recta de ecuación:

$$\delta^2\text{H} = 8 \delta^{18}\text{O} + 10$$

Que se denomina **línea de las aguas meteóricas**.

En la gráfica, por debajo de esta línea y en las proximidades del origen de coordenadas quedarán las aguas con valores bajos de $\delta^2\text{H}(\text{‰})$ y $(\delta^{18}\text{O})(\text{‰})$ que corresponderán a lluvias ocurridas en zonas frías (alta montaña o altas latitudes) en las que el vapor que origina las nubes, y posteriormente la lluvia, está formado fundamentalmente por moléculas de agua correspondientes a la fracción ligera. La fracción pesada, que necesita mayor energía para su evaporación, en estas regiones frías, tenderá a permanecer en las masas de agua.

power
gráfica

Como índice de orden de magnitud, en las latitudes frías disminuye la δ de la lluvia en un 0.5 ‰ por cada grado que aumenta la latitud.

En Europa y en zonas montañosas las de la lluvia disminuye del orden de un 2 ‰ por cada 100 m de aumento en la altitud.

Las aguas oceánicas enriquecidas en $\delta^2\text{H}$ y $\delta^{18}\text{O}$ y las correspondientes a lluvia de regiones cálidas o de latitudes bajas, tenderán a situarse por encima de la línea de aguas meteóricas y lejos del origen de coordenadas.

Dentro de una latitud parecida, en las zonas costeras se produce un vapor de agua de una δ ligeramente negativa (la radiación solar es suficiente como para que se evaporen moléculas con ^2H y ^{18}O). A medida que aumenta la lejanía a la costa δ se hace más negativa. Esto implica que la lluvia es tanto más ligera cuanto más lejos del mar se origina el vapor que la produce.

Por tanto, las desviaciones con respecto al SMOW de muestras de aguas subterráneas informarán sobre la climatología de la época en la que se infiltraron esas aguas, o sobre las características climáticas del área donde se produjo la lluvia que dio lugar a la recarga de los acuíferos.

4.7.1.2. Isótopos estables del Carbono

El origen de los isótopos estables del Carbono en la naturaleza está en el CO_2 atmosférico, en el CO_2 del suelo y en la disolución de los carbonatos.

La medida del fraccionamiento de los isótopos estables del carbono se realiza también por comparación del contenido en ellos de la muestra de que se trate con un patrón, el PDB, que en este caso es un Belemnite marino de la formación PEE DEE (Carolina del Sur).

En aguas oceánicas y en rocas carbonatadas la $\delta^{13}\text{C}$ con respecto al patrón es nula.

En el CO_2 gaseoso del suelo $\delta^{13}\text{C}$ es del orden del -20 ‰, y en el CO_2 atmosférico esta desviación es del orden del -7 ‰ del PDB.

En las aguas subterráneas se estima que el ^{13}C procede en cantidades similares del CO_2 de la atmósfera y del CO_2 del suelo, siendo la $\delta^{13}\text{C}$ con respecto al PDB de alrededor de -10 ‰.

Valores de la $\delta^{13}\text{C}$ entre 0 y -10 ‰ indican una clara influencia de las rocas carbonatadas en la química de las aguas subterráneas. Valores inferiores indican que la fuente predominante de los carbonatos procede del CO_2 del suelo.

4.7.2. Isótopos ambientales radiactivos en las aguas naturales

La *actividad* de un radioisótopo es la fracción de átomos de ese radioisótopo que se desintegran en la unidad de tiempo. La ley que define la desintegración radiactiva viene dada por:

$$A = A_0 \cdot e^{-k \cdot t}$$

siendo:

- A_0 , la actividad inicial de la muestra.
- A , la actividad de la muestra al cabo de un tiempo t .
- e , la base de los logaritmos neperianos.
- k , la constante de desintegración [T^{-1}].

La actividad de un elemento radiactivo se mide en curios (Ci). Un curio es la actividad de una muestra en la que se desintegran 3.7×10^{10} átomos/s.

Al ser una unidad muy grande se utilizan, como submúltiplos:

- milicurio (mCi) 10^{-3} Ci
- microcurio (μ Ci) 10^{-6} Ci
- picocurio (pCi) 10^{-9} Ci

Otra unidad muy utilizada es el Becquerelio (Bq) que se define como la actividad de una muestra en la que se desintegra 1 átomo por segundo. De las definiciones se desprende que:

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

Se conoce como **vida media** (λ) de un elemento radiactivo o **periodo de semidesintegración** (T) al tiempo que tarda ese elemento radiactivo en reducir su número de átomos a la mitad. La vida media es conocida para todos los elementos radiactivos y su relación con la constante de desintegración se expone a continuación.

De la definición de vida media podemos poner:

$$\frac{A_0}{2} = A_0 e^{-k\lambda} \quad \text{de aquí,}$$

$$\ln 2 = k \cdot \lambda \quad \text{y,}$$

$$k = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

A veces se trabaja en unidades de **actividad específica**, que es la actividad existente en una muestra referida a la unidad de peso o de volumen del material donde se encuentra el radioisótopo, por ejemplo Bq/L.

La actividad de un radioisótopo y su masa están relacionados por la expresión:

$$\text{Peso (g)} = \frac{A \cdot \lambda \cdot G}{0.693 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}$$

Siendo G el peso del átomo gramo del elemento que se trate, A la actividad y λ la vida media.

Los isótopos ambientales radiactivos son de gran utilidad en la datación de las aguas subterráneas.

Tritio

El Tritio tiene un origen cosmogénico. En las capas altas de la atmósfera los rayos cósmicos producen permanentemente 1 átomo de Tritio por cm^2 de superficie sobre la que inciden y por cada segundo.

El Tritio que así se genera da lugar a concentraciones entre 2 y 10 Unidades de Tritio (UT) en el agua de lluvia.

$$1 \text{ UT} = 1 \text{ átomo de tritio} / 10^{18} \text{ átomos de } ^1\text{H}$$

$$1 \text{ UT} = 3.2 \times 10^{-3} \mu\text{Ci} / \text{m}^3$$

El Tritio tiene una vida media de 12.3 años por lo que, en aguas subterráneas, está especialmente indicado en la datación de aguas de infiltración reciente.

Las pruebas termonucleares realizadas a partir de 1952 alteraron el contenido de tritio en la atmósfera, dando lugar a concentraciones de hasta 10 000 UT en el agua de lluvia. Esta alteración ha supuesto graves inconvenientes para el uso del tritio en la datación de las aguas subterráneas. Actualmente, en la mayoría de los casos, solo puede admitirse con seguridad que las aguas subterráneas con un contenido en Tritio inferior a 5 UT se infiltraron anteriormente a 1952.

Otra aplicación propia del Tritio es su uso en hidrogeología como trazador. Este elemento reúne todas las características exigibles al trazador ideal.

¹⁴C

El ¹⁴C se origina por la incidencia de los rayos cósmicos sobre el ¹⁴N existente en las capas altas de la atmósfera. Posteriormente se incorpora al agua de lluvia como ¹⁴CO₂. Su actividad específica es la misma para cualquier lugar de la Tierra (15.3 ± 0.1 desintegraciones por minuto para cada gramo de ¹⁴C).

Tiene una vida media de 5730 años y permite una datación fiable para aguas subterráneas con un tiempo de permanencia en los acuíferos de entre 200 y 50 000 años.

Quando en las aguas subterráneas existe **carbono muerto** (carbono procedente de una fuente lo suficientemente antigua como para que cualquier cantidad de ¹⁴C se haya desintegrado totalmente hasta límites detectables), es necesario hacer correcciones a la hora de calcular el tiempo de permanencia en un acuífero del agua subterránea. Si A_c es la actividad medida en la muestra, puede escribirse:

$$A_c = Q \cdot A_0 \cdot e^{-kt}$$

Siendo t la edad del agua, $k = \ln 2 / \lambda$, la vida media del ¹⁴C, y Q el factor de ajuste para el carbono muerto. El cálculo de Q no es sencillo y a la hora de ponerlo en práctica es necesario acudir a literatura científica especializada.

4.8. La contaminación de las aguas subterráneas

4.8.1. Concepto y peculiaridades de la contaminación de las aguas subterráneas

El agua se contamina cuando, como consecuencia de las actividades humanas, se alteran las propiedades físico-químicas que tiene en su estado natural.

Las actividades humanas que producen contaminación pueden resumirse en: *urbanas* (Foto 4.3), *industriales*, *agrícolas* y *ganaderas* (Foto 4.4). Según el tipo de actividad la contaminación puede ser orgánica, inorgánica y biológica, incluyéndose dentro de la inorgánica la contaminación radiactiva.



Foto 4.3. En los núcleos urbanos suele producirse un efecto de recarga de los acuíferos por las pérdidas en las conducciones de saneamiento. Éstas son un foco de contaminación, pudiéndose sumar además pérdidas y vertidos en parques, industrias o estaciones de servicio. Del estudio de las interacciones entre los núcleos urbanos y las aguas subterráneas ha surgido una especialidad multidisciplinar denominada Hidrogeología Urbana. *Foto: Antequera (Málaga), 2004.*

mejor fuentes?

Los *focos* de contaminación son los lugares en donde el producto contaminante se vierte al acuífero. Cuando los focos están concentrados en el espacio, por ejemplo un pozo de inyección de residuos, un vertedero de basura de exten-



Foto 4.4. La ganadería estabulada e intensiva provoca contaminación puntual por los vertidos de materia orgánica en escasos espacio y tiempo. Este tipo de contaminación puede acompañarse de otra de tipo vírica y bacteriana. Foto: Oropesa (Toledo), 2003.

sión limitada, etc., se suele hablar de *focos puntuales* (Foto 4.5). Cuando la infiltración del contaminante se produce sobre áreas de extensión considerable (lluvia ácida, infiltración de agua de riego con parte del abono utilizado en los cultivos disueltos, etc.) se suele hablar de *focos de contaminación difusa* (Fotos 4.6 y 4.7).

La *caracterización de un foco de contaminación* exige conocer su situación geográfica, su delimitación en el espacio, el tipo y características del contaminante y el historial de los vertidos, incluida la evolución de la concentración de los contaminantes.

En general, puede ser *índice de contaminación* cualquier parámetro físico-químico cuyo valor esté fuera del rango esperable en las aguas subterráneas, por ejemplo:

- Presencia de metales pesados y elementos traza en concentraciones superiores a las habituales.
- Presencia de nutrientes (compuestos de nitrógeno y fósforo).
- Presencia de elementos radiactivos.
- Presencia de hidrocarburos.

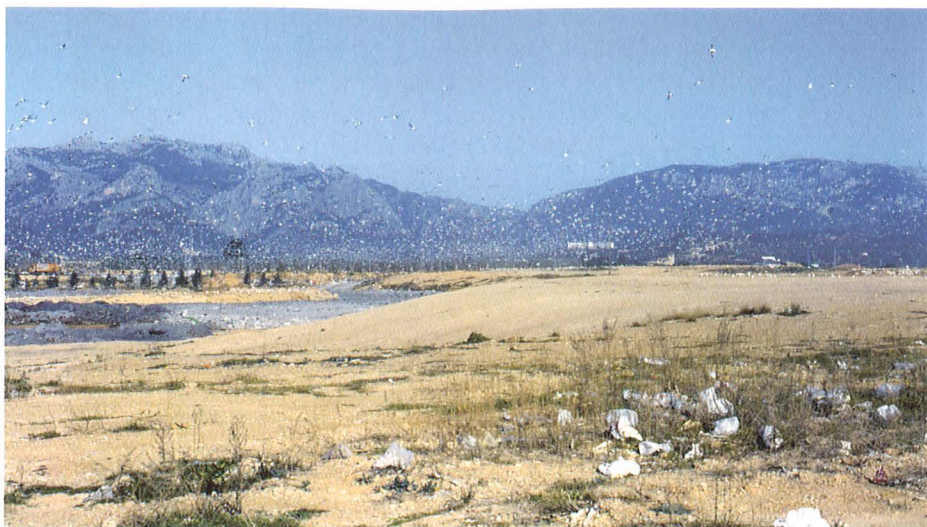


Foto 4.5. Los vertederos de residuos sólidos urbanos suelen ser un foco puntual de contaminación de acuíferos por la enorme acumulación tanto de materia orgánica como de otros compuestos orgánicos (plásticos) y metales. Existen aún muchos vertederos, actuales y antiguos, situados directamente sobre materiales permeables. *Foto: Vertedero de Son Reus (Palma de Mallorca), 1989.*



Foto 4.6. Las zonas agrícolas contaminan las aguas subterráneas esencialmente por la aplicación de grandes cantidades en el terreno de abonos (orgánicos y químicos) y plaguicidas. Los vertidos se realizan de forma dispersa en grandes superficies, por lo que el control y tratamiento de la contaminación resultan extremadamente complejos. *Foto: Plá de Sant Jordi (Palma de Mallorca), 1989.*



Foto 4.7. Las industrias pueden suponer focos de contaminación de las aguas subterráneas de diversa naturaleza e intensidad. El foco contaminante puede ser puntual o disperso. *Foto: Antequera (Málaga), 2004.*

- Presencia de herbicidas.
- Presencia de plaguicidas.
- Presencia de detergentes.
- Presencia de bacterias.
- Valores de pH inferiores a 6 o superiores a 8.5.
- Valores fuera del rango de la temperatura media ambiental más el *gradiente geotérmico*.

La lentitud del flujo subterráneo y su no visibilidad hacen que los procesos de contaminación de los acuíferos tardan, con frecuencia, en ser detectados y cuando lo son, la recuperación del sistema es difícil o imposible (el lavado de un acuífero puede exigir tal cantidad de tiempo que hace inviable el planteamiento de su regeneración).

En la mayoría de los casos el tratamiento de la contaminación de acuíferos ha de ser preventivo: inventario y caracterización de los potenciales focos de contaminación, y establecimiento de una red de seguimiento y control en función del

sistema de flujo subterráneo para realizar muestreos periódicos y detectar el problema en su inicio. Este tipo de redes también se utiliza para el seguimiento y control de la contaminación en las áreas delimitadas por perímetros de protección en zonas de particular interés en los acuíferos, como es el caso, por ejemplo, de las áreas explotadas para el abastecimiento urbano.

4.8.2. El transporte de masa de contaminantes en los acuíferos

Es consecuencia de tres procesos:

- Difusión molecular.
- Dispersión mecánica.
- Advección.

La *Difusión molecular* es un proceso mediante el cual un soluto se mueve en el agua de las zonas de mayor concentración a las zonas de menor concentración. Es decir, es el movimiento del soluto condicionado por el gradiente de concentraciones. Está regulado por las leyes de Fick, que adaptadas a un medio poroso se expresan:

La *primera ley de Fick*, para régimen permanente de concentraciones, establece que:

$$F = -D^* \frac{\partial C}{\partial x}$$

y la *segunda ley de Fick*, para régimen transitorio de concentraciones:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D^* \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

En ellas:

- F : Flujo de masa por unidad de área y unidad de tiempo [$\text{ML}^{-2}\text{T}^{-1}$].
- C : Concentración de contaminante [ML^{-3}].
- t : Tiempo. [T].
- $D^* = D \cdot \omega$: Coeficiente de difusión para medios porosos [L^2T^{-1}].
- D : Coeficiente de difusión en agua libre [L^2T^{-1}].
- $\omega = f\left(\frac{1}{\tau^2}\right)$: Coeficiente dependiente del inverso del cuadrado de la tortuosidad [-].
- $\tau = \frac{L_t}{L_r}$: Tortuosidad [-].
- L_t : Longitud de la trayectoria entre dos puntos [L].
- L_r : Distancia en línea recta entre esos dos puntos [L].

El coeficiente de difusión, D^* , se determina en laboratorio para cada caso concreto. Es directamente proporcional al coeficiente de difusión molecular en agua libre e inversamente proporcional al cuadrado de la tortuosidad del medio (Berner, 1971). Su valor suele estar entre 0.01 y 0.5 (Freeze y Cherry, 1979).

La **Dispersión mecánica** es un proceso producido porque todas las partículas de agua subterránea no se mueven uniformemente en el interior del medio poroso. Como consecuencia, en el frente de avance, se produce una dispersión que implica una dilución del contaminante. El fenómeno tiene lugar tanto en la dirección principal del flujo (dispersión longitudinal) como transversalmente a ella (dispersión transversal). Esta última se produce tanto en la horizontal como en la vertical.

Las causas que producen la dispersión mecánica son:

- Fricción de las partículas de agua con las paredes de los poros: viajan más deprisa las partículas sometidas a menor fricción.
- Tortuosidad de las trayectorias, que condicionan el tiempo de tránsito.
- Tamaño de los poros que condiciona la velocidad del flujo.

El coeficiente de dispersión mecánica se expresa:

- Coeficiente de dispersión mecánica longitudinal: $D_{ML} = \alpha_l \cdot v_l$
- Coeficiente de dispersión mecánica transversal: $D_{MT} = \alpha_j \cdot v_j$

α : Es la dispersividad en la dirección que indica el subíndice [L].

v : Es la velocidad del flujo en la dirección que indica el subíndice [LT^{-1}].

La Difusión molecular y la Dispersión mecánica se consideran conjuntamente bajo la denominación de **Dispersión hidrodinámica**, cuyos coeficientes son:

$D_{HL} = \alpha_L \cdot v_l + D^*$ Es el coeficiente de dispersión hidrodinámica en la dirección del flujo [L^2T^{-1}].

$D_{HT} = \alpha_T \cdot v_j + D^*$ Es el coeficiente de dispersión hidrodinámica en la dirección transversal al flujo [L^2T^{-1}].

Estos coeficientes han de ser determinados para cada caso en ensayos de laboratorio.

Para saber si en la dispersión hidrodinámica predomina la difusión molecular o la dispersión mecánica se utiliza un parámetro denominado **número de Peclet**:

$$P = \frac{v \cdot L}{D_{HL}}$$

Donde:

v = velocidad real media del flujo [LT^{-1}].

L = Longitud de la trayectoria recorrida [L].

D_{HL} = Coeficiente de dispersión hidrodinámica en la dirección del flujo.

Si $P > 6$ predomina la dispersión mecánica.

Si $P < 0.4$ predomina la difusión molecular.

Para valores intermedios no está claro el predominio de uno u otro fenómeno.

El **transporte advectivo** se realiza según las líneas de corriente del flujo subterráneo.

Su causa es el gradiente hidráulico y está gobernado por la Ley de Darcy. El flujo de masa vendría dado por:

$$\frac{dM}{dt} = C \cdot dQ = C \cdot K \cdot i \cdot dA$$

dM = Masa de contaminante que es transportada en un intervalo de tiempo dt [MT^{-1}].

C = Concentración del contaminante en el agua subterránea [ML^{-3}].

dQ = Volumen de agua subterránea que circula a través de un área dA en un dt [L^3T^{-1}].

i = Gradiente hidráulico [-].

K = Conductividad hidráulica del acuífero [LT^{-1}].

Si partiendo de esta expresión se realiza un balance en un volumen elemental de acuífero para un intervalo de tiempo considerado, en el que no hay elementos fuentes ni sumideros de masa, se llega a la expresión:

$$\frac{\partial (v^* C)_x}{\partial x} + \frac{\partial (v^* C)_y}{\partial y} + \frac{\partial (v^* C)_z}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial t}$$

- v^* es la velocidad real del flujo subterráneo [LT^{-1}].
- x, y, z son las tres coordenadas correspondientes a un sistema cartesiano [L].
- C es la concentración de soluto en las aguas subterráneas [ML^{-3}].
- t es el tiempo.

Si se supone la velocidad constante y que el flujo es unidireccional, quedaría:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x}$$

que es la expresión más simple del transporte de masa por advección y la que se utilizará a partir de ahora para simplificar las expresiones.

4.8.3. La ecuación general del transporte de masa

La ecuación general de transporte de masa puede expresarse como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{HL} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{HT} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x}$$

El miembro izquierdo de la ecuación da la evolución de la concentración a lo largo del tiempo. En el miembro derecho están los términos correspondientes a la dispersión hidrodinámica longitudinal, a la dispersión hidrodinámica transversal (en la horizontal) y al transporte advectivo. La ecuación puede complicarse más si el contaminante reacciona con el terreno o con otros elementos en solución.

4.8.4. Reacciones

El contaminante como elemento disuelto en el agua subterránea puede participar en reacciones químicas que se producen en el medio hidrogeológico, tales como las reacciones que ocurren en la fase líquida reguladas por la Ley de Acción de Masas, que ya se han expuesto al tratar sobre la química de las aguas subterráneas.

En el caso de los contaminantes son particularmente interesantes las reacciones fase sólida-fase líquida, conocidas como *reacciones de sorción*. También lo son las *reacciones de desintegración radiactiva* y las *reacciones de biodegradación*. Todas ellas llevan consigo la eliminación, al menos en parte, del contaminante presente en la fase líquida.

4.8.4.1. Reacciones de sorción

Son reacciones por las que las sustancias disueltas en las aguas subterráneas pasan a ser retenidas por el terreno, disminuyendo por lo tanto su concentración en la fase líquida. Hay varios tipos de sorción (Wood, Kramer y Hem, 1990):

Adsorción: el soluto se fija en la superficie de la fase sólida por la acción de las fuerzas electrostáticas.

Quimisorción: el soluto pasa a la fase sólida como consecuencia de una reacción química.

Absorción: el soluto se incorpora a la estructura mineral de la fase sólida.

Intercambio iónico: aniones y cationes de la fase líquida son intercambiados con los de la fase sólida tendiendo a alcanzar el estado de equilibrio iónico.

El efecto de la sorción implica un retraso en el movimiento del contaminante, denominado *efecto de retardo*.

La ecuación general del transporte puede escribirse, considerando este tipo de reacciones:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{HL} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{HT} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\theta} \cdot \frac{\partial C^*}{\partial t}$$

El último término del miembro derecho de la ecuación corresponde a la reacción de sorción. En él:

- ρ_a es la densidad aparente del terreno [ML^{-3}].
- θ es la relación entre el volumen de agua contenido en el terreno y el volumen del terreno (relación volumétrica). Si el medio está saturado coincide con la porosidad eficaz [-].
- C^* es la masa de contaminante sorbida por unidad de peso de la fase sólida. Generalmente se mide en mg/kg.

Cuando las reacciones de sorción son rápidas con relación al flujo subterráneo llega un momento en que cesa la transferencia de soluto y puede asumirse un estado de equilibrio entre la fase líquida y la fase sólida de su entorno. A estas reacciones se les denomina **reacciones de sorción en estado de equilibrio**.

A veces las reacciones son más lentas y este equilibrio no se alcanza. Son las **reacciones cinéticas**, en las que los procesos de sorción (paso de soluto a la fase sólida) y de desorción (paso de soluto de la fase sólida a la fase líquida) son continuos y simultáneos.

A) Reacciones en estado de equilibrio

Existen dos modelos para definir la incorporación del soluto a la fase sólida en las **reacciones en estado de equilibrio**:

- Modelo de Freundlich.
- Modelo de Lagmuir.

El modelo de Freundlich viene dado por:

$$C^* = K_d \cdot C^N$$

La ecuación general del transporte quedaría:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{HL} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{HT} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\theta} \cdot \frac{\partial(K_d \cdot C^N)}{\partial t}$$

y el factor de retardo:

$$r_f = 1 + \frac{\rho_a \cdot K_d \cdot N \cdot C^{N-1}}{\theta}$$

K_d y N son dos constantes que dependen de las características propias del soluto y de la fase sólida y que es necesario determinar en laboratorio.

Si se toman logaritmos en la expresión de Freundlich:

$$\text{Log } C^* = \text{log } K_d + N \text{ log } C$$

Esta expresión representada en papel bilogarítmico (o representando en escalas aritméticas los logaritmos de los parámetros), C^* en ordenadas y C en abcisas, es una recta de pendiente N y de ordenada en el origen $\text{log } K_d$ (Fig. 4.8).

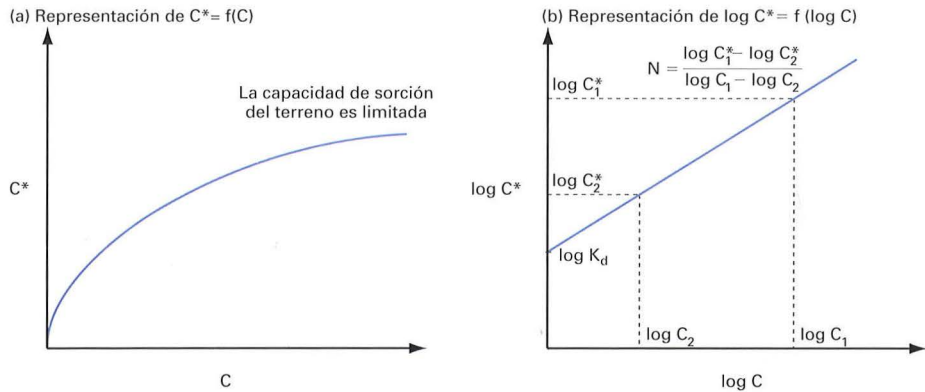


Fig. 4.8. Modelo de sorción de Freundlich.

En este modelo no lineal, la sorción de contaminante por parte del terreno está limitada, puesto que a partir de un cierto valor, grandes incrementos de C suponen pequeños incrementos de C^* .

Un caso particular de este modelo se da cuando $N = 1$. Entonces:

$$C^* = K_d \cdot C$$

Representando C^* (ordenadas) en función de C (abcisas) en un papel con escala aritmética, se obtiene una recta que pasa por el origen cuya pendiente es K_d . A este parámetro se le llama *coeficiente de reparto*, pues indica la relación entre la masa de soluto que se incorpora a la fase sólida y la que queda en solución (Fig. 4.9).

Este modelo se conoce con el nombre de *modelo lineal*. Tiene la ventaja de ser muy sencillo y el inconveniente de que no supone ningún límite a la capacidad de sorción de la fase sólida. El factor de retardo es, en este caso:

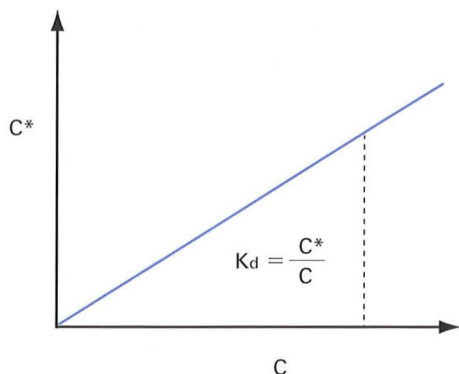


Fig. 4.9. Modelo de sorción lineal.

$$r_f = 1 + \frac{\rho_a \cdot K_d}{\theta}$$

El **modelo de Langmuir** considera que la fase sólida tiene una capacidad limitada de sorción y que en ella pueden existir varias zonas de sorción con propiedades diferentes.

Para una sola zona de sorción sería:

$$\frac{C}{C^*} = \frac{1}{\alpha \cdot \beta} + \frac{C}{\beta} \quad \text{o} \quad C^* = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot C}{1 + \alpha \cdot C}$$

α es la constante de sorción [L^3M^{-1}], generalmente L/mg.

β es la máxima cantidad de soluto que puede incorporarse a la unidad de peso de fase sólida, generalmente mg/kg.

La ecuación general del transporte quedaría en este caso:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{HL} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{HT} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\theta} \cdot \frac{\partial \left(\frac{\alpha \cdot \beta \cdot C}{1 + \alpha \cdot C} \right)}{\partial t}$$

siendo:

$$r_f = 1 + \frac{\rho_a}{\theta} \cdot \frac{\alpha \cdot \beta}{(1 + \alpha \cdot C)^2} \quad \text{el factor de retardo.}$$

Representando en papel con escala aritmética C/C^* en función de C se obtiene una recta de pendiente $\frac{1}{\beta}$ y de ordenada en el origen $\frac{1}{\alpha \cdot \beta}$.

Si existen varias zonas con distintas propiedades de sorción:

$$C^* = \frac{\alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot C}{1 + \alpha_1 \cdot C} + \frac{\alpha_2 \cdot \beta_2 \cdot C}{1 + \alpha_2 \cdot C} + \dots$$

B) Reacciones en estado de no equilibrio o cinéticas

Las **reacciones cinéticas** describen la continua transferencia de soluto desde la fase líquida a la fase sólida y viceversa, al no llegar a alcanzarse un estado de equilibrio.

Este tipo de reacciones también se ajustan a un determinado tipo de modelos conceptuales, que, al no alcanzarse el estado de equilibrio, han de tener en cuenta el factor tiempo.

El **modelo irreversible** asume que la reacción se verifica exclusivamente incorporándose el soluto a la fase sólida. En el límite, la reacción acabaría al desaparecer el soluto de la fase líquida.

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = K_1 \cdot C$$

K_1 es la constante de degradación.

La ecuación general del transporte quedaría:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{HL} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_{HT} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\theta} \cdot K_1 \cdot C$$

Los **modelos reversibles** suponen transferencia de soluto entre la fase sólida y la líquida en los dos sentidos y sin llegar a alcanzar el equilibrio. Los más usuales son el lineal, el no lineal y el bilineal.

Modelo cinético reversible lineal

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = K_2 \cdot C + K_3 \cdot C^*$$

K_2 es la constante que regula la transferencia de soluto fase líquida a fase sólida.

K_3 es la constante que regula la transferencia de soluto fase sólida a fase líquida.

Si se alcanza el equilibrio $\frac{\partial C^*}{\partial t} = 0$ y se llega al modelo de Freundlich para $N = 1$.

*Penas
hacia
reacción
reversible
de equilibrio
de soluto*

Modelo cinético reversible no lineal

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = K_5 \cdot C^N + K_6 \cdot C^*$$

El proceso es no lineal para la transferencia fase líquida a fase sólida y lineal para el proceso contrario. Si se alcanza el equilibrio el modelo se transforma en el de Freundlich para reacciones en equilibrio.

K_5 es la constante de sorción y K_6 la de desorción.

Modelo cinético reversible bilineal

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = K_7 \cdot C \cdot (\beta - C^*) + K_8 \cdot C^*$$

K_7 es la constante de sorción y K_8 la de desorción.

β es la máxima cantidad de soluto que puede ser sorbida por la fase sólida.

En los casos de modelos cinéticos, reversibles e irreversibles, el término $\frac{\partial C^*}{\partial t}$ se debe introducir en la ecuación general del transporte para su resolución en cada caso.

4.8.4.2. *Reacciones de desintegración radiactiva*

Los contaminantes radiactivos, además de participar en las reacciones de sorción, desaparecen de la fase sólida y de la fase líquida siguiendo la ley de desintegración radiactiva:

$$A = A_0 \cdot e^{-kt}$$

A_0 es la actividad inicial del radioisótopo.

A es la actividad después de un tiempo t .

$k = \frac{\ln 2}{\lambda}$ es la constante de desintegración.

λ es la vida media del elemento.

La desintegración radiactiva ha de añadirse como un término más a la ecuación general del transporte de masa.

4.8.4.3. *Reacciones de biodegradación*

Afectan a las moléculas orgánicas disueltas en el agua subterránea. Estas moléculas quedan adheridas al terreno formando una película que sirve de base para el desarrollo de la actividad biológica.

Los microbios y bacterias se alimentan de las moléculas orgánicas haciéndolas desaparecer del sistema hidrogeológico. Si la actividad biológica necesita del oxígeno para su desarrollo, al proceso se le llama *biodegradación aerobia*. Si se desarrolla en ausencia de oxígeno, *biodegradación anaerobia*.

Los procesos de biodegradación son complejos y dependen de parámetros difíciles de evaluar: concentración de microbios, tasa máxima de consumo de materia orgánica por parte de los microbios, tasa de degradación microbiana, etc. Debido a esto su formulación matemática presenta dificultades, aunque se han propuesto ecuaciones al respecto (Fetter, 1999).

4.8.5. Resolución de la ecuación general del transporte

Requiere la resolución de cada uno de los términos que la componen: advección, dispersión hidrodinámica y reacciones del contaminante, teniendo en cuenta, además, las posibles fuentes y sumideros de masa. Como cualquier ecuación diferencial la obtención de una solución particular exige imponer las condiciones de contorno propias del problema que se aborda.

La resolución de la ecuación del transporte de masa por *métodos analíticos* se limita frecuentemente a casos sencillos que suelen considerar medio homogéneo y transporte unidimensional (Domenico y Schwartz, 1990; Zheng y Gordon, 1995; Fetter, 1999).

Actualmente los problemas de transporte de masa suelen abordarse por métodos numéricos que permiten resolver problemas complejos para sistemas uni, bi o tridimensionales. Se trata de los llamados *modelos digitales de transporte de masa*.

El objetivo de estos modelos es el cálculo de la distribución espacial y temporal de la concentración de un contaminante introducido en un acuífero a partir de un foco de inyección que puede ser puntual, lineal o areal.

En esencia, los modelos digitales discretizan el medio físico en una serie de elementos y el tiempo en una serie de pasos. Transforman la ecuación diferencial en un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son las concentraciones de contaminante en determinados puntos para cada paso de tiempo. El sistema de ecuaciones se resuelve a partir de un algoritmo matemático o modelo numérico implícito o explícito. El esquema de resolución adoptado puede ser el de las diferencias finitas o el de los elementos finitos.

Existen modelos digitales de transporte que se limitan a resolver el término advectivo de la ecuación general del transporte. Otros modelos resuelven la ecuación de transporte completa (advección, dispersión hidrodinámica, fuentes y/o sumideros y reacciones químicas).

Las reacciones que actualmente pueden simularse son las de sorción en equilibrio, las de sorción cinéticas, las de desintegración radiactiva, degradación bio-

lógica y algunas relacionadas con el comportamiento de los hidrocarburos solubles que se incorporan al flujo subterráneo.

4.9. Transporte de masa en la zona no saturada

En el transporte de masa en la zona no saturada intervienen los mismos procesos que en el transporte de masa en la zona saturada: difusión molecular, dispersión mecánica y advección. La diferencia fundamental estriba en que en la zona no saturada todos estos procesos están condicionados por el contenido de agua en los poros.

En el caso de la *difusión molecular*, la primera ley de Fick, que expresa el flujo de masa a través de una unidad de superficie en régimen permanente, se expresa:

$$F_{dif} = D^*(\theta) \frac{\delta C}{\delta z}$$

y la segunda ley de Fick, para régimen transitorio de concentración:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D^*(\theta) \frac{\partial C}{\partial z} \right] = D^*(\theta) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{\partial C}{\partial z} \cdot \frac{\partial D^*(\theta)}{\partial z}$$

En donde:

- F_{dif} : Flujo de masa por unidad de área y de tiempo.
- $D^*(\theta)$: Coeficiente de difusión molecular en la zona no saturada. Depende de la tortuosidad, de las fuerzas electrostáticas y de la humedad volumétrica, θ .
- C : Concentración de contaminante.
- t : Tiempo.
- z : Expresa la dirección del movimiento del soluto.

La *dispersión mecánica* en la zona no saturada, además de depender de la textura y estructura del terreno, depende de θ que condiciona el espacio por el que se mueve el agua y, por lo tanto la velocidad de movimiento. De esta manera puede definirse un coeficiente de dispersión mecánica, D_m , dependiente de los mismos factores que en el caso de la zona saturada, y de θ .

El coeficiente de difusión molecular y el de dispersión mecánica se integran en uno solo denominado coeficiente de dispersión hidrodinámica, D_h . Considerando este coeficiente, las leyes de Fick, para la zona no saturada, expresarían el transporte de masa consecuencia de la *dispersión hidrodinámica*.

En régimen permanente:

$$F_{dh} = D_h(\theta) \frac{\partial C}{\partial z}$$

y en régimen transitorio:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_h(\theta) \frac{\partial C}{\partial z} \right] = D_h(\theta) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{\partial C}{\partial z} \cdot \frac{\partial D_h(\theta)}{\partial z}$$

El flujo de masa por unidad de superficie consecuencia del **transporte advectivo** será el producto del caudal circulante por unidad de superficie (velocidad del flujo en la zona no saturada, dependiente de θ) y la concentración de masa existente en el agua, C :

$$F_{adv} = v(\theta) \cdot C$$

El flujo total de masa por unidad de superficie será la suma del debido al transporte por dispersión hidrodinámica más el debido al transporte advectivo:

$$F_T = D_h(\theta) \frac{\partial C}{\partial z} + v(\theta) \cdot C$$

Si, a partir de esta expresión, se realiza un balance de masa en un elemento diferencial de acuífero de dimensiones dx , dy , y dz , para un tiempo dt , considerando que el transporte de masa se realiza principalmente en la dirección vertical (según el eje z), se llegaría a:

$$\frac{\partial(C \cdot \theta)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_h(\theta) \frac{\partial C}{\partial z} \right] + \frac{\partial [v(\theta) \cdot C]}{\partial z}$$

Esta ecuación expresa el principio de conservación de la masa en la fase líquida del elemento considerado. El término de la izquierda es la variación de la masa que se produce en la fase líquida en el intervalo de tiempo considerado, y el de la derecha representa la diferencia de entradas y salidas de masa en el elemento para dicho intervalo de tiempo.

Si se considera que parte de la masa puede ser retenida (o aportada) por la fase sólida del elemento y que pueden existir fuentes o sumideros de masa, la ecuación anterior puede completarse de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(C \cdot \theta)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_a \cdot C^*)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_h(\theta) \frac{\partial C}{\partial z} \right] + \frac{\partial [v(\theta) \cdot C]}{\partial z} \pm FS$$

Siendo ρ_a la densidad aparente de la fase sólida y C^* la concentración de masa en dicha fase. FS es el término correspondiente a las entradas o salidas de masa por fuentes o sumideros.

4.10. Contaminación de acuíferos por fases líquidas no miscibles con el agua (NAPL)

4.10.1. Conceptos y definiciones

Los problemas ocasionados en las aguas subterráneas por vertidos de hidrocarburos han sido la causa de que en los últimos años se preste especial atención a este tipo de contaminantes en los trabajos de investigación hidrogeológica.

El comportamiento en el subsuelo de las fases líquidas no acuosas, NAPL (Nonaqueous phase liquids) en la literatura anglosajona, es diferente según se trate de fases líquidas menos densas que el agua, LNAPL (por ejemplo gasolina y gasóleo), o más densas que el agua, DNAPL (por ejemplo, tricloroetileno, percloroetileno, etc.).

Las NAPL, en su movimiento en los acuíferos, se rigen por las mismas leyes que el agua subterránea, teniendo en cuenta que la conductividad hidráulica varía al variar la densidad y la viscosidad de la fase líquida que circula. Por otra parte el flujo del fluido también depende de la tensión superficial entre el fluido, la fase sólida por la que circula, y las otras fases líquidas y gaseosas que pudiesen existir.

Cuando en un medio poroso coinciden a la vez varias fases inmiscibles (líquidas o gaseosas) es necesario introducir una serie de conceptos nuevos para definir la relación entre ellas.

Al entrar en contacto las distintas fases existe una atracción entre las moléculas de las superficies de contacto. El grado de atracción se mide por el ángulo en el contacto entre cada dos fases (Fig. 4.10). Si sobre una superficie sólida y lisa, por ejemplo una lámina de cristal, se pone una gota de un líquido, si el ángulo de contacto es menor de 90° las moléculas del líquido tienden a adherirse a la superficie del sólido y se dice que el líquido *moja*. Por el contrario, si el ángulo de contacto es mayor de 90° , las moléculas del sólido y el líquido tienden a repelerse entre sí y se dice que el líquido *no moja*.

Cuando varios fluidos inmiscibles circulan por un medio poroso, cada uno de ellos lo hace por una parte de la sección de los poros que atraviesan, puesto que la sección del poro ha de ser compartida por los fluidos circulantes.

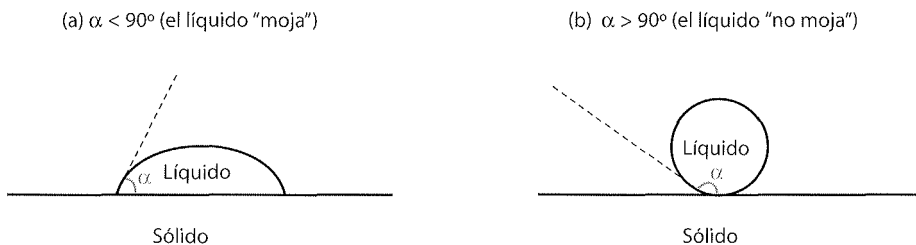


Fig. 4.10. Grado de atracción entre sólido y líquido.

La conductividad hidráulica es, para cada fluido:

$$K = K_0 \cdot \frac{\gamma}{\mu}$$

Donde:

- K_0 es la permeabilidad intrínseca que depende de la sección por la que circula el fluido.
- γ es el peso específico del fluido.
- μ es la viscosidad del fluido.

Por lo tanto cada fluido circulará de acuerdo con una conductividad propia dependiente de su peso específico, su viscosidad y la permeabilidad intrínseca, que dependerá, para cada fluido, de su grado de saturación.

Se define la **conductividad hidráulica relativa** como la relación entre la conductividad hidráulica correspondiente al grado real de saturación del fluido y la correspondiente a la saturación del 100 % del medio poroso para ese mismo fluido:

$$K_r^i = \frac{K_g^i}{K_0^i} \cdot \frac{\frac{\gamma_i}{\mu_i}}{\frac{\gamma_i}{\mu_i}} = \frac{K_g^i}{K_0^i}$$

siendo:

- K_r^i la conductividad hidráulica relativa del medio para el fluido i y para el grado de saturación g [-].
- K_g^i la permeabilidad intrínseca del medio para un grado de saturación g del fluido i [L^2].
- K_0^i la permeabilidad intrínseca del medio para un grado de saturación del 100 % del fluido i [L^2].

La Ley de Darcy para una fase líquida i que se mueve a través de un medio poroso con un grado de saturación g quedaría:

$$q = K_g^i \cdot \frac{\gamma_i}{\mu_i} \cdot i = K_0^i \cdot K_r^i \cdot \frac{\gamma_i}{\mu_i} \cdot i$$

K_r^i varía entre 0 y 1. Cuando vale 1 implica un grado de saturación del 100 % por parte del fluido i , y la expresión de la Ley de Darcy se transforma en su expresión más simple, válida para un solo fluido.

Al grado de saturación tal que el fluido existente en el medio poroso queda retenido por él sin que sea posible su circulación se le denomina **saturación residual**. Si el único fluido existente es el agua, la saturación residual formará una película **mojando** las paredes de los poros. A este tipo de saturación se le conoce con el nombre de **saturación pendular**. Si en estas condiciones se infiltra una NAPL no mojará a la

fase sólida. Al grado de saturación residual de la NAPL se le llama *insular* (la NAPL queda formando islotes en el interior de los poros). Si a continuación se vuelve a infiltrar agua tenderá a saturar el medio poroso desplazando a la NAPL. A este proceso se le llama *imbibición*. Si es la fase que moja (agua) la que es desplazada por la que no moja (NAPL) al proceso se le llama *drenaje*.

4.10.2. Comportamiento en el subsuelo de una LNAPL

Cuando se produce un vertido de una LNAPL se infiltra alcanzando la zona no saturada, que en el caso más normal estará mojada por agua aunque sea en el grado de saturación residual.

La LNAPL desciende verticalmente, como consecuencia del efecto de la gravedad, y si la cantidad es suficiente, tras superar el grado de saturación residual, continuará descendiendo hasta alcanzar la zona capilar. Al tratarse de una fase líquida menos densa que el agua tenderá a acumularse por encima de esta zona, a la que puede llegar a estrangular si la acumulación da lugar a un peso suficiente. En este caso la LNAPL se apoyaría directamente sobre la zona saturada.

Finalmente se forma un cuerpo cuya base tiene forma de lente convexa y el techo suele coincidir con el de la zona capilar preexistente. Este cuerpo se mueve según el gradiente hidráulico (pendiente de la superficie freática) y la conductividad correspondiente a la LNAPL.

En la zona de tránsito de la LNAPL por la zona no saturada coexisten ella, el agua y la fase gaseosa, si el grado de saturación total no es del 100 %.

Algunas componentes de la LNAPL pueden ser solubles en agua, por ejemplo el Benceno, Tolueno, Etilbenceno y Xileno (BTEX). Estos elementos pasan disueltos al agua subterránea y se mueven con ella sujetos a las mismas leyes que cualquier otro contaminante. Otros componentes pueden volatilizarse y pasar como contaminante en fase gaseosa a la zona no saturada (Fig. 4.11).

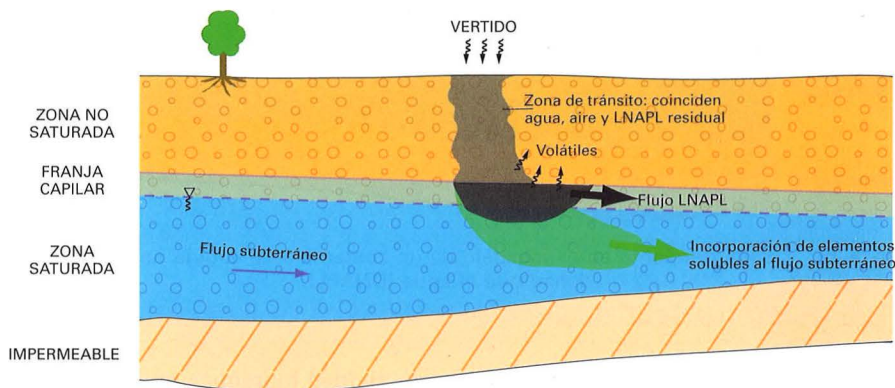


Fig. 4.11. Comportamiento en el subsuelo de un contaminante líquido no acuoso y menos denso que el agua (LNAPL).

4.10.3. Comportamiento en el subsuelo de una DNAPL

En el caso de fases líquidas más densas que el agua (DNAPL) después del vertido, si se supera el grado de saturación residual, la DNAPL desciende verticalmente, a través de la zona no saturada, hasta alcanzar la zona capilar. Como su densidad es mayor que la del agua, ésta será desplazada de los poros de manera que la DNAPL continuará su descenso vertical. En la zona saturada sucede exactamente lo mismo y la DNAPL continuará descendiendo hasta alcanzar el fondo impermeable del acuífero donde se acumulará. A partir de ahí la DNAPL se mueve a favor de la pendiente del muro del acuífero. Su movimiento puede ser, por lo tanto, contrario al del flujo de las aguas subterráneas.

En la zona no saturada por donde ha transitado el contaminante queda una fase gaseosa, una fase acuosa y una fase de DNAPL. Estas dos últimas pueden estar en grado de saturación residual. Tanto en la zona capilar como en la zona saturada, antes de alcanzar la zona de acumulación, existirá una fase acuosa y una fase de DNAPL. El grado de saturación de ambas puede ser variable. En la zona de acumulación de DNAPL será esta fase la que sature casi al 100 % al medio poroso. La fase acuosa, que es la que ha mojado previamente al vertido al acuífero, se limitará al grado de saturación residual.

Los componentes volátiles desprendidos de la DNAPL pueden contaminar la zona no saturada y los componentes solubles se incorporarán al flujo de las aguas subterráneas (Fig. 4.12).

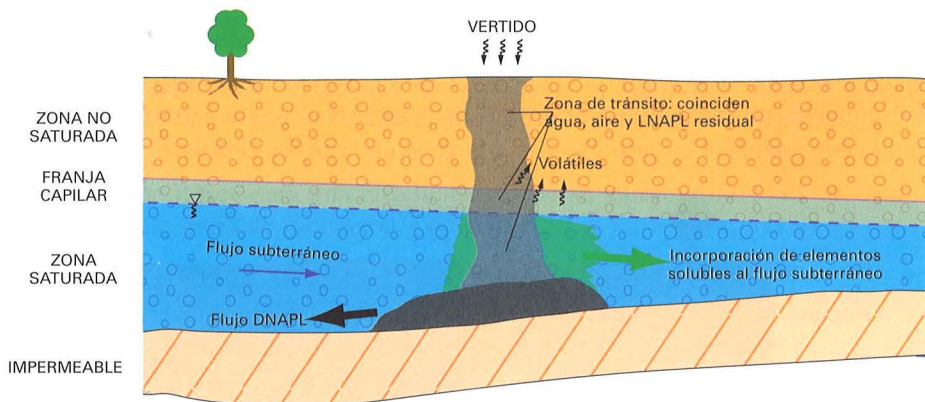


Fig. 4.12. Comportamiento en el subsuelo de un contaminante líquido no acuoso y más denso que el agua (DNAPL).

La presencia de cuerpos de menor conductividad hidráulica en la zona de recorrido de las NAPL implicará que el contaminante se extienda en sentido horizontal.

La instalación de sondeos para la vigilancia y control de la evolución de este tipo de contaminantes ha de tener en cuenta los modelos de propagación expuestos. Ha de conocerse con precisión la geometría del acuífero, la potencia de las zonas saturada, capilar y no saturada, el sentido del flujo subterráneo, la pendiente del muro del acuífero y la heterogeneidad de los materiales. En el caso de las LNAPL las rejillas de los sondeos deben controlar la zona capilar y la parte más superficial de la zona saturada. También hay que atender a las oscilaciones de la superficie freática. En el caso de las DNAPL las rejillas deben situarse próximas al fondo del acuífero. La ubicación espacial de los sondeos debe atender tanto al sistema de flujo de las aguas subterráneas como a la pendiente del muro del acuífero y a la posible existencia de heterogeneidades en el medio (niveles de menor conductividad hidráulica que pueden implicar una mayor extensión en la horizontal de los contaminantes).

Una iniciación al comportamiento de los NAPL en el subsuelo, con el análisis de algunos casos reales, puede encontrarse en Domenico y Schwartz (1990) y en Fetter (1994).



CARACTERIZACIÓN DE ACUÍFEROS Y TRATAMIENTO DE DATOS HIDROGEOLÓGICOS

5

CONTENIDO GENERAL DEL CAPÍTULO

En este capítulo se incluyen los trabajos necesarios para conocer con precisión, en un lugar, la existencia de embalses subterráneos, su relación con el medio natural circundante y su modelo conceptual de flujo.

La localización de los lugares idóneos para la ubicación de *captaciones, su rendimiento previsible y el impacto de la explotación*, la calidad química natural de las aguas subterráneas y sus *posibles usos* y los *problemas de contaminación* reales o potenciales, deben ser temas a tratar en los estudios hidrogeológicos.

En esta *caracterización de unidades hidrogeológicas* es tarea fundamental *el inventario de puntos de agua*.

Finalmente se trata sobre la *importancia socioeconómica* de las aguas subterráneas y del *cálculo de los costes* de su puesta en explotación.

5.1. Identificación de unidades acuíferas

La definición de unidades desde el punto de vista hidrogeológico comienza con un estudio detallado de la geología regional.

La *litología* nos ayudará a discernir entre acuíferos, acuitardos, acuícludos y acuífugos, y en el caso de los acuíferos si se trata de materiales con porosidad intergranular, porosos por disolución o porosos por fisuración.

Su *posición estratigráfica* con respecto a las unidades hidrogeológicas de su entorno indicará la condición de acuíferos libres, confinados o semiconfinados.

La *estructura geológica* definirá la extensión espacial de cada una de las unidades.

En cuanto a la *Geomorfología*, los procesos de la dinámica externa de la Tierra, erosión, transporte y sedimentación, dan lugar a depósitos fluviales, glaciares, abanicos aluviales, planas costeras y otros que constituyen acuíferos de características peculiares y de gran interés hidrogeológico.

5.2. Inventario de puntos de agua

Una vez definidas las unidades que potencialmente pueden considerarse como acuíferos, el paso siguiente es la determinación de sus cualidades hidrogeológicas. Para ello hay que comenzar con la recopilación de la información existente.

A esta tarea se le denomina *inventario de puntos de agua*, y de la calidad de este trabajo depende, en gran parte, el éxito o el fracaso del estudio a realizar.

El inventario de puntos de agua tiene dos fases bien diferenciadas. En una primera fase se recopilará la información correspondiente a bases de datos públicas o privadas a las que se pueda tener acceso, a empresas constructoras de pozos y sondeos de investigación, y a otros estudios hidrogeológicos realizados anteriormente. En la segunda fase, de trabajo de campo, se actualizará la información obtenida en la primera fase y se recopilará «in situ» nueva información.

La información a obtener para cada uno de los puntos de agua que constituyen el inventario debe ser incluida en una ficha y debe abarcar los siguientes aspectos:

a) Tipo de punto de agua y su identificación

En primer lugar hay que indicar el tipo de punto de agua (manantial, pozo excavado, galería, pozo perforado, sondeo de reconocimiento, zona húmeda condicionada por la proximidad a la superficie del terreno o afloramiento del nivel freático u otro).

Cada punto de agua ha de estar referenciado con un código propio que debe mantenerse fijo a lo largo del tiempo, para evitar duplicidades que inducen a la confusión, independientemente del origen de la información.

Habitualmente se supone el plano topográfico a escala 1:50 000 dividido en ocho partes iguales (octantes) numeradas tal como se indica en la figura 5.1.

HOJA TOPOGRÁFICA XXXX

OCTANTE 1	OCTANTE 2	OCTANTE 3	OCTANTE 4
OCTANTE 5	OCTANTE 6	OCTANTE 7	OCTANTE 8

XXXX: Número de mapa escala 1:50 000
Y: Número de octante dentro del mapa
ZZZZ: Número del punto dentro del octante correspondiente

ESCALA 1:50 000

Fig. 5.1. Numeración de puntos de agua XXXX-Y-ZZZZ.

A cada punto de agua se le asigna un código numérico compuesto por tres números, que pueden estar separados por un guión. El primero corresponde a la hoja topográfica 1:50 000, el segundo al octante dentro de la hoja y el tercero es el número del punto inventariado dentro del octante.

b) Origen de la información

Se trata de especificar la procedencia de los datos correspondientes al punto de agua: base de datos de algún organismo o empresa, bibliografía, informe inédito, inventario de campo, página web, etc. Deben especificarse todos los datos que posibiliten el acceso a la fuente de información original a la persona interesada.

c) Ubicación geográfica del punto

Cada punto debe ir georreferenciado por sus correspondientes coordenadas. Las más usadas son las UTM, aunque es bueno añadir también las geográficas, puesto que las UTM pueden variar según el geoide de referencia. Esto posibilita su localización con un GPS y su inclusión en una base de datos geográfica (GIS). La cota del punto, y la referencia altimétrica con respecto a la que se mide, son datos imprescindibles para las interpretaciones hidrogeológicas posteriores.

Además debe indicarse la provincia, el término municipal, la toponimia y el itinerario a seguir para llegar al lugar concreto desde un punto de fácil localización en un plano de carreteras (poblaciones, puntos kilométricos de carreteras importantes...).

También es muy útil incluir en la ficha de inventario un croquis acotado de la localización del punto de agua dentro de la finca, urbanización, paraje, etc.

d) Características constructivas

Las más interesantes, desde el punto de vista hidrogeológico, son, en el caso de pozos, profundidad de la obra, método de perforación, diámetro de perforación y su variación en profundidad, diámetro de la entubación y su variación en profundidad, situación y tipo de filtros, existencia y características, en su caso, del empaque de grava, método de desarrollo y columna litológica de la perforación. También es muy importante conocer si el pozo está equipado con tubería piezométrica. En este caso sería posible utilizarlo como punto de seguimiento y control.

Si se trata de fuentes o manantiales es necesario conocer las obras de captación realizadas y el lugar exacto del afloramiento de las aguas subterráneas previamente a la realización de esas obras.

e) Ubicación hidrogeológica de las captaciones

Con los datos anteriores se puede ubicar el punto de agua en la unidad hidrogeológica correspondiente dentro del sistema que se estudia. La ubicación de los filtros y la columna litológica de la perforación, caso de tratarse de un pozo, proporciona las unidades explotadas en profundidad.

f) Datos hidrogeológicos

Cota del nivel estático. Serie de medidas periódicas para conocer la evolución histórica del nivel piezométrico/freático en ese punto.

Datos de conductividad hidráulica y coeficiente de almacenamiento. Posibilidad de realizar un ensayo de bombeo.

g) Datos de explotación

Cota del nivel dinámico. Caudal específico.

Evolución histórica de los caudales de explotación.

h) Datos químicos

Recopilación de datos históricos de análisis químicos. Toma de muestra para un nuevo análisis químico. En este caso conviene tomar la muestra de la salida directa del pozo, bombeando para asegurar que el agua proviene del acuífero y no de la almacenada en el pozo. No es recomendable tomar la muestra directamente del depósito de regulación puesto que las condiciones termodinámicas pueden ser muy distintas a las del acuífero pudiendo haberse alterado sustancialmente, por ejemplo el pH, el contenido en CO_2 y la temperatura, influyendo en el contenido de aniones y cationes.

i) Datos complementarios

Fecha de la realización del inventario del punto o de su puesta al día, y persona que ha realizado esta labor.

Propietario del punto de agua y persona y modo de contacto para futuras visitas.

Antes de comenzar el inventario de puntos de agua conviene elaborar un esquema de toda la información expuesta anteriormente adaptada a los fines concretos del trabajo a realizar y al acuífero a caracterizar. Esta ficha facilita enormemente la tarea de adquisición de datos evitando olvidos que implicarían, al menos, pérdidas de tiempo innecesarias.

5.3. Elaboración de datos hidrogeológicos

5.3.1. Geometría de las unidades hidrogeológicas. Condiciones en los límites

La geología de campo junto al plano geológico con su litoestratigrafía y sus elementos geoestructurales, y las distintas columnas litológicas recopiladas durante el inventario, serán la base para definir en profundidad el techo, el muro y los límites laterales de cada una de las unidades que integran el sistema hidrogeológico.

Con esta información se estará en condiciones de elaborar perfiles hidrogeológicos seriados, en las direcciones que se considere oportuno, que contribuirán a conocer en detalle la estructura espacial de las distintas unidades que integran el sistema hidrogeológico.

En estos perfiles, en muchas ocasiones, será conveniente aumentar la escala vertical con objeto de analizar con más detalle la geometría y relación entre las unidades hidrogeológicas.

En ellos se ubicarán, en su lugar y a la escala elegida, las columnas litológicas de los sondeos, los niveles de agua estático y dinámico observados en ellos (que correctamente interpretados ayudarán a definir la superficie freática o piezométrica), la situación de los filtros y toda aquella información que ayude a la definición del modelo hidrogeológico conceptual del sistema.

Las condiciones hidrogeológicas en los límites se adaptarán a uno de los tres tipos conocidos y comentados en capítulos precedentes: potencial constante, flujo conocido (incluido el flujo nulo o límite impermeable) y flujo en función de la diferencia entre el potencial hidráulico de una unidad y el de sus circundantes (Franke, Reilly y Bennett, 1987).

Un caso particular del primer tipo de condición de contorno se da cuando el límite de potencial constante es el mar.

Cuando un acuífero está limitado en alguno de sus bordes por el mar, el mayor peso específico del agua salada tiene como consecuencia una penetración de agua salada hacia el continente que tiende a equilibrar la energía del agua en el acuífero con la del agua en el mar. A esta penetración se la conoce con el nombre de *cuña de intrusión marina* (Fig. 5.2 y Foto 5.1).

La geometría de la cuña de intrusión marina, su penetración hacia el continente como consecuencia del bombeo de agua dulce y el establecimiento de barreras que eviten esta penetración, es el objeto de numerosos grupos de investigación en el mundo.

La *Ley de Ghyben* (1888) y *Herzberg* (1901), da en primera aproximación, la profundidad de la superficie de contacto agua dulce-agua salada, llamada *interfaz*, en función del potencial hidráulico del agua dulce medido en un piezómetro próximo a la costa.

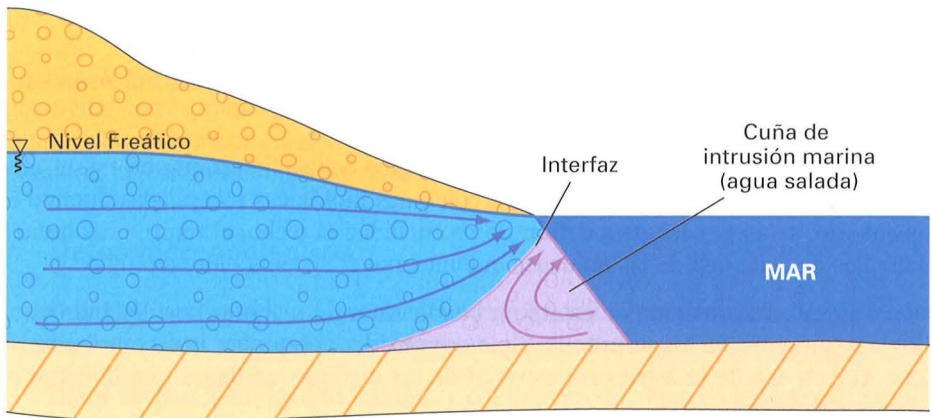


Fig. 5.2. Flujo subterráneo en un acuífero detrítico en contacto con el mar.



Foto 5.1. En acuíferos costeros, y debido al contraste de densidades entre el agua del mar y el agua dulce, se produce una cuña de agua salina bajo el agua dulce. *Foto: Benidorm (Alicante), 2000.*

Esta ley supone:

- El flujo de agua dulce al mar es horizontal.
- En la zona de interfaz no hay flujo.
- La interfaz es un plano y no existe zona de mezcla.

El razonamiento es sencillo:

Sea el punto A, en la interfaz (Fig. 5.3), y el nivel del mar el origen de medidas, cota 0 m.

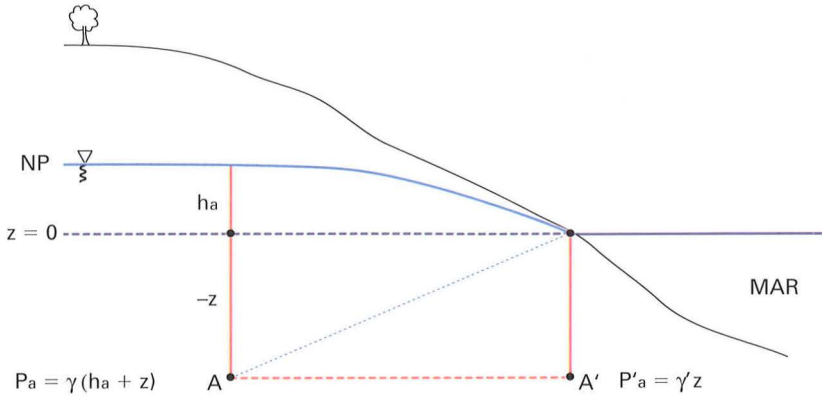


Fig. 5.3. Ley de Ghyben-Herzberg.

La presión del agua en el punto A por la cara de la interfaz correspondiente al agua dulce es:

$$P_a = \gamma[h_a - (-z)] = \gamma(h_a + z)$$

Análogamente y para la cara de la interfaz correspondiente al agua salada:

$$P_a = \gamma'z$$

siendo γ' el peso específico del agua del mar y el potencial hidráulico del agua salada cero (nivel del mar).

En el equilibrio será:

$$\gamma(h_a + z) = \gamma'z \quad \text{y}$$

$$z = \frac{\gamma}{\gamma' - \gamma} \cdot h_a \approx 40 h_a$$

$\gamma h_a + \gamma z = \gamma' z$
 $\gamma h_a = z(\gamma' - \gamma)$

considerando como media:

$$\gamma = 1\,000 \text{ kg/m}^3 \quad \text{y} \quad \gamma' = 1\,025 \text{ kg/m}^3$$

También puede ponerse:

$$h_a = \frac{z}{40}$$

lo cual indica que el potencial hidráulico experimenta un aumento a medida que aumenta la profundidad en la zona de interfaz. Este aumento de potencial, consecuencia de la relación de pesos específicos

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma' - \gamma} \right)$$

es el que condiciona la penetración de la cuña de agua marina.

La **ley de Hubbert** (1940) es una aproximación más exacta al cálculo de la posición de la cuña al prescindir de las hipótesis simplificativas de la anterior, pero exige contar con dos piezómetros muy próximos, uno de ellos ranurado en la zona de agua dulce próxima a la interfaz y el otro en la zona de agua salada (Fig. 5.4).

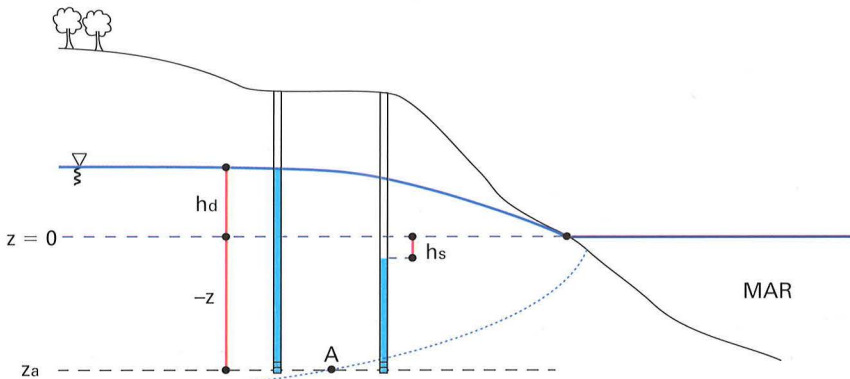


Fig. 5.4. Ley de Hubbert.

En el piezómetro ranurado en la zona de agua dulce:

$$P_a = \gamma(h_d + z)$$

En el piezómetro ranurado en la zona de agua salada:

$$P_a = \gamma'(h_s + z)$$

Ahora h_s es ligeramente inferior a cero puesto que se admite movimiento en el agua salada a lo largo de la cuña y por tanto se produce una pérdida de energía.

En el equilibrio:

$$\gamma(h_d + z) = \gamma'(h_s + z) \quad \text{y de aquí:}$$

$$z = \frac{\gamma}{\gamma' - \gamma} \cdot h_d - \frac{\gamma'}{\gamma' - \gamma} \cdot h_s$$

El estudio de la penetración de la cuña de intrusión marina, los cambios en la concentración de sales en el agua del acuífero y el análisis de las medidas correctoras a adoptar y su eficacia, se realizan actualmente con modelos digitales de flujo y de transporte de masa, que pueden considerar el efecto de la diferencia de densidad entre el agua dulce y la salada.

5.3.2. Modelo conceptual de flujo

Una vez caracterizadas las unidades hidrogeológicas existentes y sus condiciones de contorno, el paso siguiente es, en las consideradas como acuíferos, establecer el sistema de flujo de las aguas subterráneas desde las zonas de recarga hasta las zonas de descarga y cuantificar los caudales circulantes. La distribución espacial del potencial hidráulico (el agua subterránea se mueve desde las zonas de mayor energía a las de menor energía), será el condicionante del flujo subterráneo, y su velocidad de movimiento vendrá dada por la ley de Darcy. Para caracterizar el flujo subterráneo será necesario conocer la superficie freática o piezométrica del acuífero en cuestión.

Si el flujo es horizontal las superficies equipotenciales serán verticales. Entonces el potencial hidráulico en un punto no variará con la profundidad y el acuífero tendrá una única superficie piezométrica.

Por el contrario, si el flujo no es horizontal, el potencial hidráulico variará con la profundidad existiendo infinitas superficies piezométricas (Hubbert, 1940). Este es el caso de los acuíferos libres de gran espesor (Toth, 1963). Como muestra la figura 5.5, en las zonas de interfluvio el nivel en los pozos baja a medida que aumenta su profundidad. En las zonas de valle sucede al contrario, el nivel es más alto en los pozos más profundos, produciéndose a menudo fenómenos de surgencia (Foto 5.2). En España se da este fenómeno, por ejemplo, en el acuífero de

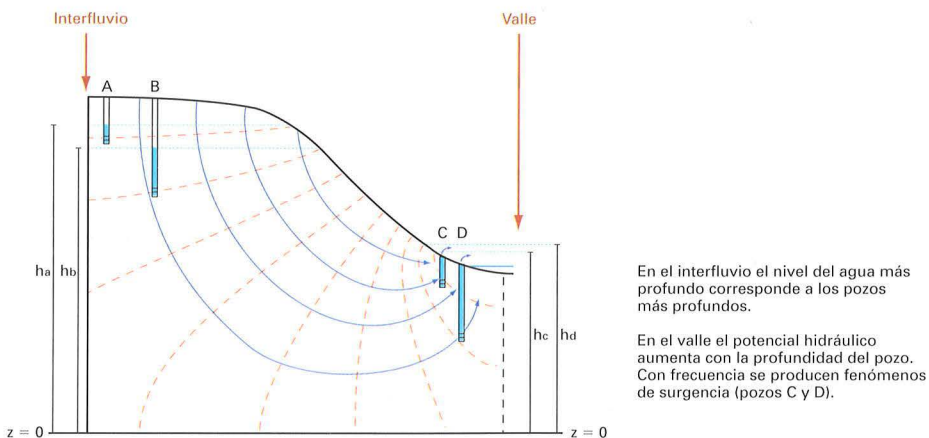


Fig. 5.5. Acuífero con infinitas superficies piezométricas como consecuencia de la no horizontalidad del flujo.

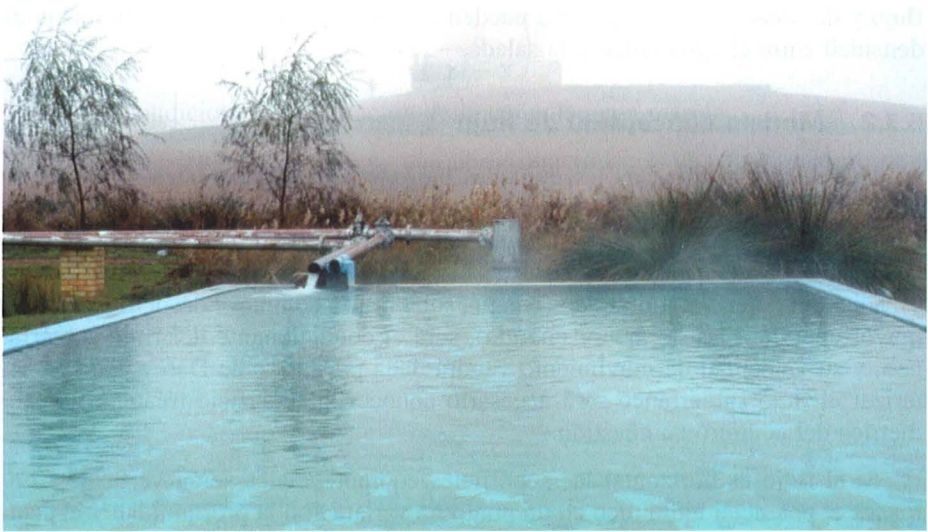


Foto 5.2. En acuíferos detríticos libres de gran espesor el flujo subterráneo tiene una componente vertical y las equipotenciales varían con la profundidad. En estos casos, en las zonas de descarga, el potencial hidráulico del agua subterránea se incrementa con la profundidad y aparecen fenómenos de surgencia. *Foto: Mazuelo de Muñó (Burgos), 1999.*

trítico formado por los depósitos de abanico aluvial que rellenan la fosa del Tajo (Llamas, Simpson y Martínez Alfaro, 1982).

Finalizado el inventario de puntos de agua será conocida la cota de la superficie freática o piezométrica en una serie de puntos. Si la superficie freática o piezométrica es única, estos puntos son un número suficiente y están bien distribuidos en la unidad acuífera, se pueden interpolar unas isolíneas llamadas *isopiezas* que son el lugar geométrico de los puntos con el mismo nivel freático o piezométrico. Serían el resultado de cortar la superficie piezométrica o freática por planos horizontales equidistantes y proyectar el resultado sobre un plano horizontal de referencia. El plano de referencia para dar valor a las isopiezas debe ser el mismo que el utilizado para dar valor a las curvas de nivel del mapa topográfico.

Las isopiezas son, pues, líneas equipotenciales. En muchos casos el medio geológico a escala regional puede considerarse homogéneo e isotrópico. En este caso el movimiento del agua subterránea se realizará según líneas de corriente perpendiculares a las isopiezas. Dibujadas las líneas de corriente y las equipotenciales, el plano de isopiezas puede tratarse como una red de flujo.

Puesto que los niveles piezométricos son variables en el tiempo, la información proporcionada por los mapas de isopiezas sólo es válida para la fecha en que

fueron medidos. Esto implica, por un lado, que si se pretende realizar un plano de isopiezas fiable, la campaña de medidas de nivel en campo ha de ser rápida, de tal manera que los niveles medidos sean homogéneos entre sí. Por otro lado todo plano de isopiezas debe llevar impresa la fecha a la que corresponden las medidas de los niveles utilizados en la elaboración de las isopiezas.

El trazado de las isopiezas no debe limitarse al uso de un programa informático de trazado de isolíneas. Requiere criterio hidrogeológico:

a) Las **áreas de recarga**, domos, vendrán representadas por isopiezas cerradas o semicerradas, más o menos concéntricas, y con el potencial decreciente desde el interior hacia el exterior. Esto implica un flujo divergente penetrante en el acuífero desde la zona de recarga (Fig. 5.6).

b) Las **áreas de descarga** también vendrán definidas por isopiezas cerradas o semicerradas y más o menos concéntricas entre sí, pero el potencial más bajo corresponderá a la isopieza interior. El flujo será convergente hacia el cono invertido que define el área de descarga (pozo, manantial, zona húmeda, etc.). Las zonas húmedas originadas por descarga de agua subterránea tienen el nivel de agua por encima de la cota del terreno. Por lo tanto, el valor de las isopiezas en esas zonas será superior al de las curvas de nivel topográficas indicando así el encharcamiento producido por la descarga del acuífero (Fig. 5.6).

c) En el trazado de las isopiezas ha de tenerse en cuenta **la naturaleza de los límites de la unidad hidrogeológica**.

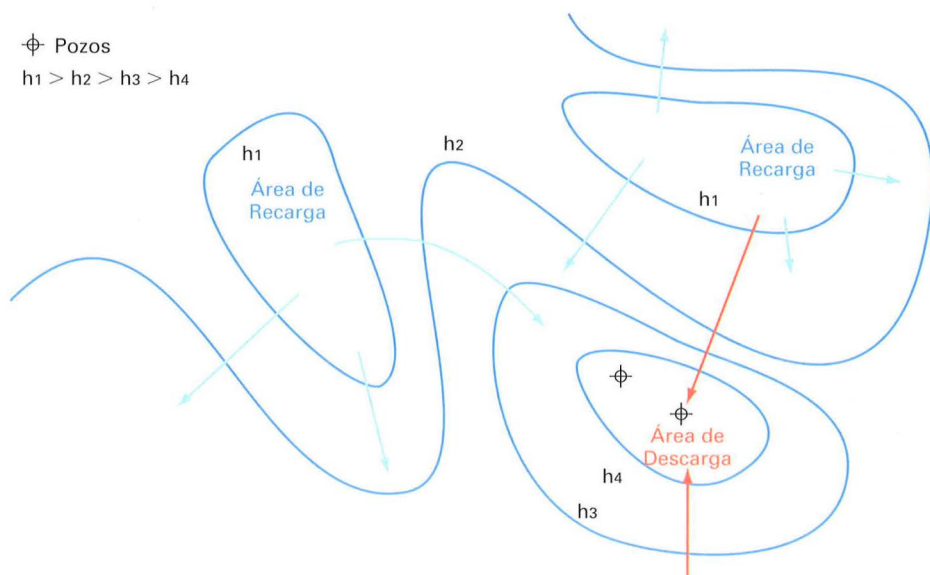


Fig. 5.6. Áreas de recarga y descarga en un mapa de isopiezas.

Una masa de agua superficial conectada hidráulicamente al acuífero es, a efectos prácticos, un *borde de nivel constante*, y por lo tanto, la línea de contacto con el acuífero será una isopieza cuyo valor será la cota del agua en la masa de agua. Por ejemplo, la línea de costa en una playa sería la isopieza de valor $h = 0$ m.

Tanto en los límites que representan entradas de agua definidas como en los que representan entradas de agua en función de la diferencia de potencial entre una unidad y sus vecinas, las isopiezas han de ser perpendiculares a los vectores velocidad del flujo subterráneo.

Los límites impermeables (flujo nulo) constituyen líneas de corriente puesto que una partícula que los alcance continuará su camino sobre ellos según la dirección que marque el gradiente hidráulico y el sentido del potencial decreciente. Como líneas de corriente e isopiezas han de ser perpendiculares entre sí, las isopiezas deben ser perpendiculares a los límites impermeables.

d) Relación acuífero-río. Si un río está conectado hidráulicamente a un acuífero, los puntos de la lámina superficial del agua en el río deben ser también puntos de la superficie freática. Según esto, las isopiezas deben cortar al río en los puntos en que la cota del río y el valor de la isopieza coincidan.

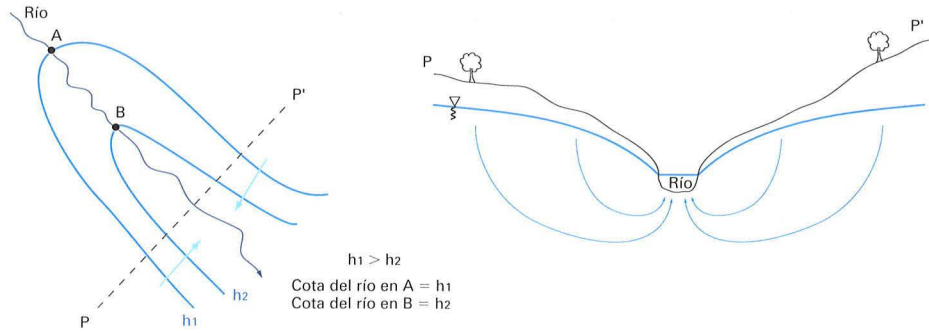
Si el flujo definido por las líneas de corriente diverge desde el río hacia el acuífero se dice que el *río es perdedor* puesto que está recargando al acuífero (Fig. 5.7.a). Si el flujo es convergente hacia el río se dice que es un *río ganador* puesto que está drenando al acuífero. La transferencia de agua río-acuífero depende de la diferencia de potencial hidráulico entre ambos, del área de contacto entre el río y el acuífero y de la conductividad hidráulica y espesor de la capa de limos que recubre el lecho del río (Fig. 5.7.b).

Cuando un río está desconectado de un acuífero la cota del agua en el mismo está siempre por encima de la superficie freática. En esta situación la cesión de agua del río al acuífero se llama *efecto ducha* y es independiente de la diferencia del potencial hidráulico entre ambos. Se dice que el río está *colgado*. La magnitud del efecto ducha hay que estimarla a partir de aforos secuenciales a lo largo de un tramo del río en el que no haya otras entradas o salidas de agua, o bien estén cuantificadas (Fig.5.7.c).

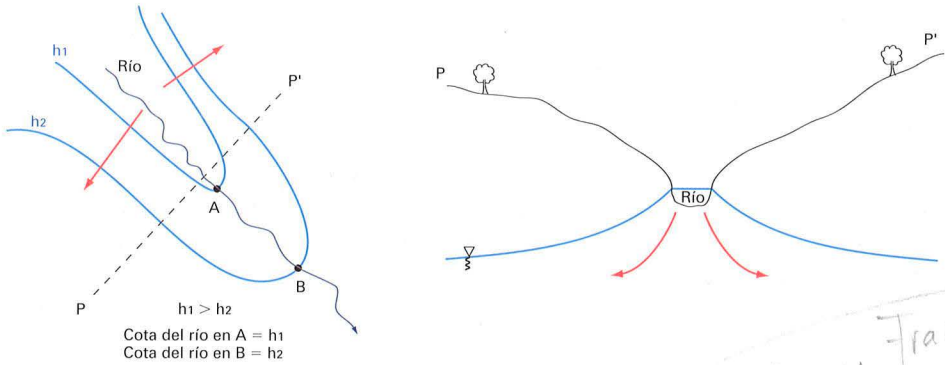
e) Reflejo en las isopiezas de los cambios en la transmisividad del acuífero. Teniendo en cuenta que el caudal circulante se conserva constante a lo largo de un tubo de flujo, según la ley de Darcy un aumento en el gradiente hidráulico debe llevar aparejada una disminución en la transmisividad y, por lo tanto, una disminución en el gradiente debe implicar un aumento en la transmisividad del acuífero.

Un aumento de transmisividad, según la definición de este parámetro, implicará un aumento de la conductividad hidráulica o del espesor saturado, o de ambos. Análogo razonamiento puede hacerse cuando la transmisividad disminuye.

(a) Río ganador conectado hidráulicamente al acuífero



(b) Río perdedor conectado hidráulicamente al acuífero



(c) Río «colgado»

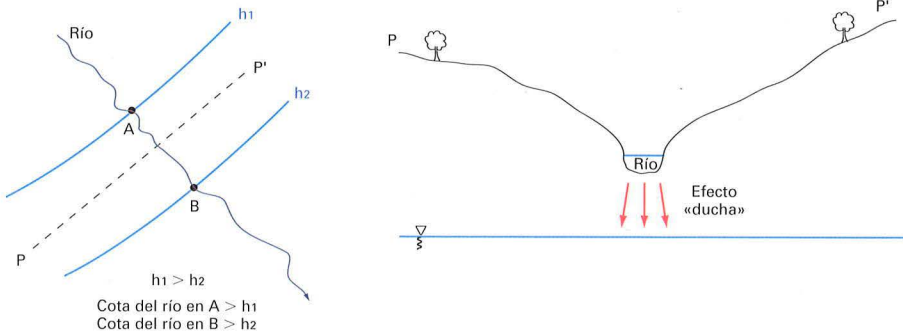


Fig. 5.7. Relación acuífero-río en un mapa de isopiezas:
(a) Río ganador conectado hidráulicamente al acuífero. (b) Río perdedor conectado hidráulicamente al acuífero. (c) Río «colgado».

Estas circunstancias deben tenerse en cuenta cuando, al elaborar o interpretar planos de isopiezas, aparecen zonas en las que cambia la geometría del acuífero, en lo que se refiere a su potencia saturada, o hay cambios litológicos significativos como puede ser el caso, por ejemplo, de un cambio lateral de facies.

EJEMPLO: La figura 5.8 representa la vista en planta de un tubo de flujo correspondiente a un acuífero libre (porosidad eficaz 2%). El muro del acuífero es horizontal y está a cota 0 m. La conductividad hidráulica del punto A es de 10 m/día. Calcular:

- Conductividad hidráulica en el punto B.
- Velocidad de flujo en los puntos A y B.

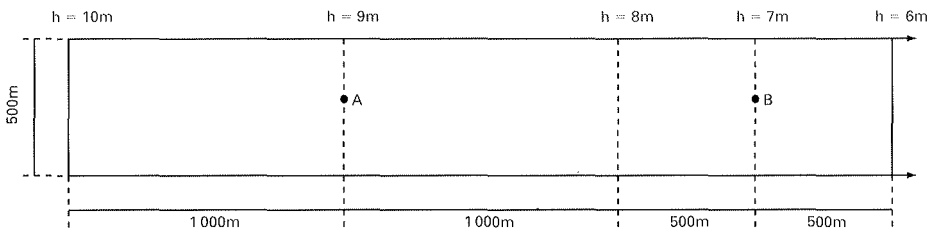


Fig. 5.8. Tubo de flujo en un acuífero libre.

- Aplicando la expresión siguiente en el punto A, es posible obtener el caudal Q (constante para todo el tubo de flujo):

$$Q = K_A \cdot A_A \cdot i$$

$$Q = 10 \frac{m}{d} \cdot (500 \text{ m} \times 9 \text{ m}) \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ m}} = 45 \frac{m^3}{d}$$

Por lo tanto, en el punto B:

$$Q = K_B \cdot A_B \cdot i$$

$$45 \frac{m^3}{d} = K_B \frac{m}{d} \cdot (500 \text{ m} \times 7 \text{ m}) \cdot \frac{1 \text{ m}}{500 \text{ m}}$$

$$K_B = 6.43 \frac{m}{d}$$

- Partiendo de las ecuaciones:

$$v_R = \frac{v}{m_e} \quad \text{y} \quad v = K \cdot i$$

Para el punto A:

$$v_A = 10 \frac{m}{d} \cdot \frac{1 m}{1000 m} = 0.01 \frac{m}{d}$$

Y por tanto:

$$v_{RA} = \frac{0.01 m/d}{0.02} = 0.5 \frac{m}{d}$$

Análogamente, para el punto B:

$$v_B = 6.43 \frac{m}{d} \cdot \frac{1 m}{500 m} = 0.013 \frac{m}{d}$$

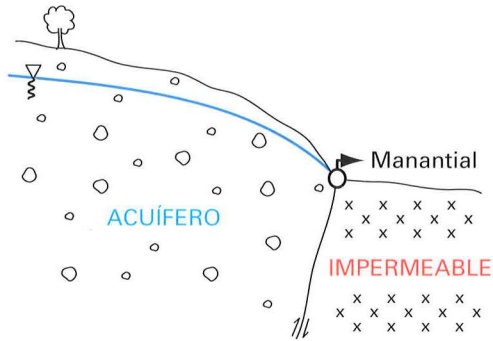
$$v_{RB} = \frac{0.013 m/d}{0.02} = 0.64 \frac{m}{d}$$

f) **Los manantiales.** Los manantiales son puntos de descarga natural de los acuíferos. Las causas que los originan suelen ser (Bryan, 1919; figura 5.9): **morfológicas**, cuando la superficie topográfica corta a la superficie freática; por **contraste de conductividad hidráulica**, como consecuencia de cambios litológicos (Foto 5.3); por efecto de **fenómenos tectónicos o estructurales** (Foto 5.4); o **mixtas** (Foto 5.5).

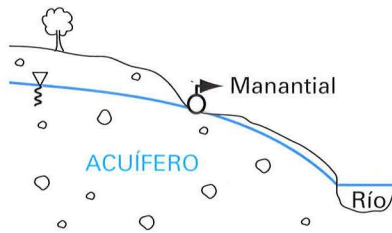


Foto 5.3. Los límites impermeables constituyen superficies a favor de las cuales se establecen líneas de flujo desde los acuíferos. El agua subterránea aparece en forma de rezumes o de manantiales. Foto: N-623 entre Covanera y Escalada (Burgos), 1992.

(a) Causas tectónicas



(b) Causas geomorfológicas



(c) Causas litoestratigráficas

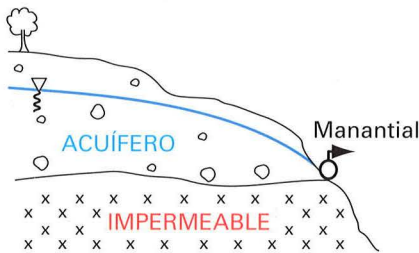


Fig. 5.9. Causas frecuentes de origen de los manantiales: (a) Causas tectónicas. (b) Causas geomorfológicas. (c) Causas litoestratigráficas.

A lo largo del tiempo los caudales de los manantiales reflejan el efecto de la recarga del acuífero, aunque amortiguado como consecuencia del gran efecto regulador de los embalses subterráneos.

En los acuíferos kársticos, cuando la circulación subterránea es rápida y se realiza a través de grandes conductos, los hidrogramas de los manantiales son semejantes a los fluviales con un tiempo de respuesta corto y con un grado de sua-



Foto 5.4. En rocas plutónicas y metamórficas, la circulación del agua se produce a través de las fracturas del medio. Los manantiales suelen tener un caudal reducido (pocos litros por minuto). Foto: Navalguijo (Ávila), 1998.

vización mucho menor que en otro tipo de acuíferos. En el fondo los karsts bien desarrollados son verdaderas redes fluviales tridimensionales subterráneas.

Una vez finalizado el efecto de la recarga del acuífero sobre la descarga de los manantiales que lo drenan, los caudales entran en el **periodo de agotamiento**. Durante este periodo los caudales siguen una ley exponencial del tipo:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$$

Donde:

- Q_0 es el caudal medido en un momento determinado del periodo de agotamiento [L^3T^{-1}].



Foto 5.5. Cuando la erosión de una formación poco permeable hace aflorar su contacto con otra más permeable, el agua contenida en ésta tenderá a aparecer por zona erosionada en forma de manantiales. Foto: Modúbar de Cibrián (Burgos), 1996.

- Q es el caudal que descargará el manantial al cabo de un tiempo t , dentro del periodo de agotamiento y suponiendo que en ese tiempo el acuífero no recibe ningún tipo de recarga [L^3T^{-1}].
- e es la base de los logaritmos neperianos.
- α es el **coeficiente de agotamiento** del manantial [T^{-1}]. Depende de la geometría del acuífero, de su conductividad hidráulica, de su coeficiente de almacenamiento, y de la distribución espacial del potencial hidráulico.

Esta expresión pone de manifiesto la degradación del caudal de los manantiales una vez que cesa la recarga del acuífero.

Tomando logaritmos y pasando a logaritmos decimales:

$$2.3 \cdot \log Q = -\alpha \cdot t + 2.3 \cdot \log Q_0 \quad \text{ó}$$

$$\log Q = \frac{-\alpha \cdot t}{2.3} + \log Q_0$$

Es decir, que representando Q en función de t , en unos ejes en los que las ordenadas estén en escala logarítmica, se tendrá una recta de pendiente:

$$\frac{-\alpha}{2.3}$$

y de ordenada en el origen:

$$\log Q_0$$

Si se elige en la gráfica un intervalo de tiempo correspondiente a unos caudales que se diferencien entre sí un módulo logarítmico (Q_0 diez veces superior a Q), se puede obtener el valor de α :

$$\alpha = \frac{2.3}{\Delta t_{10}} \cdot \frac{\log Q_0}{\log Q} = \frac{2.3}{\Delta t_{10}}$$

El valor de α es propio de cada manantial y se conserva constante (todas las rectas de agotamiento de un manantial tienen la misma pendiente). Serán paralelas entre sí dependiendo del caudal con que empieza el periodo de agotamiento que a su vez depende del estado de la superficie freática en el acuífero.

Conocida α y el caudal que proporciona el manantial en un momento dado se puede estimar el caudal del manantial al cabo de un tiempo dado en el caso más desfavorable de que no haya recarga en el acuífero.

A efectos prácticos es útil conocer el *periodo de semiagotamiento*, es decir, el tiempo que tarda en reducirse a la mitad el caudal de un manantial (suponiendo que no haya recarga):

$$\frac{Q_0}{2} = Q_0 \cdot e^{-\alpha t}$$

despejando:

$$t = \frac{\ln 2}{\alpha} = \frac{0.693}{\alpha}$$

También puede calcularse el volumen de agua almacenado en el acuífero por encima de la cota del manantial en un momento dado, a partir de α y el caudal del manantial en ese momento.

El volumen almacenado será la suma de los caudales aportados por el manantial en cada instante dt desde el momento que se considera hasta que se agote el manantial. Matemáticamente puede expresarse:

$$V = \int_0^{\infty} Q \cdot dt = \int_0^{\infty} Q_0 \cdot e^{-\alpha t} \cdot dt = Q_0 \left[\frac{e^{-\alpha t}}{-\alpha} \right]_0^{\infty} = \frac{Q_0}{\alpha}$$

En todos los razonamientos anteriores se supone que el manantial es la única descarga del acuífero y que éste es homogéneo e isótropo.

En medios heterogéneos y anisótropos, como es el caso de los acuíferos kársticos, el estudio de los hidrogramas de los manantiales revela con frecuencia la existencia de varios coeficientes de agotamiento. Este hecho se explica por la existencia de conductos con diversa capacidad para dejar circular el agua.

En estos medios, una vez que cesa la recarga y se entra en el periodo de agotamiento, en primer lugar llegará al manantial el agua que circula por los conductos principales y en último lugar la que circula más lentamente por los conductos más finos. Tiene lugar pues, un agotamiento «escalonado» caracterizado por la existencia de varias rectas con sus correspondientes coeficientes de agotamiento.

En la gestión de los recursos hidráulicos subterráneos se recurre con frecuencia a la llamada regulación de los manantiales. Esta actuación consiste en realizar uno o varios pozos en el entorno del manantial y bombearlos durante la época de estiaje (cuando es menor el caudal del manantial y mayor la demanda) tratando de satisfacer la demanda aunque se seque el manantial. Durante la época de lluvias se recuperará el «hueco» creado en el acuífero con el agua que hubiese sido excedente de no haberse realizado la regulación.

La planificación de la regulación de un manantial trata de compatibilizar los caudales a extraer y el vacío a crear con el previsible excedente de recursos en la época húmeda. En casos sencillos las soluciones analíticas son muy útiles y proporcionan resultados muy aceptables. En los casos más complejos es necesario acudir al uso de modelos digitales unicelulares, pluricelulares o incluso a modelos de parámetros distribuidos.

EJEMPLO: Durante siete meses de sequía, en los que puede suponerse que la recarga de un acuífero ha sido prácticamente nula, se han medido a intervalos de 30 días los caudales de un manantial, única descarga de importancia del acuífero considerado. Los valores obtenidos han sido los siguientes:

Tiempo (días)	Caudal (m ³ /d)
0	10 000
30	8 500
60	7 400
90	6 700
120	5 400
150	4 600
180	3 900

Calcular el coeficiente de agotamiento del manantial, el caudal que aportaría si la sequía se prolongara hasta un año de duración y el volumen almacenado en el acuífero por encima de la cota del manantial en ese momento.

Representando en papel semilogarítmico caudales (en la escala logarítmica) frente a tiempos (en la escala aritmética), se obtiene la recta que representa el agotamiento del manantial (Fig. 5.10). De ella:

$$\Delta t_0 = 450 \text{ días}$$

$$\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ días}^{-1}$$

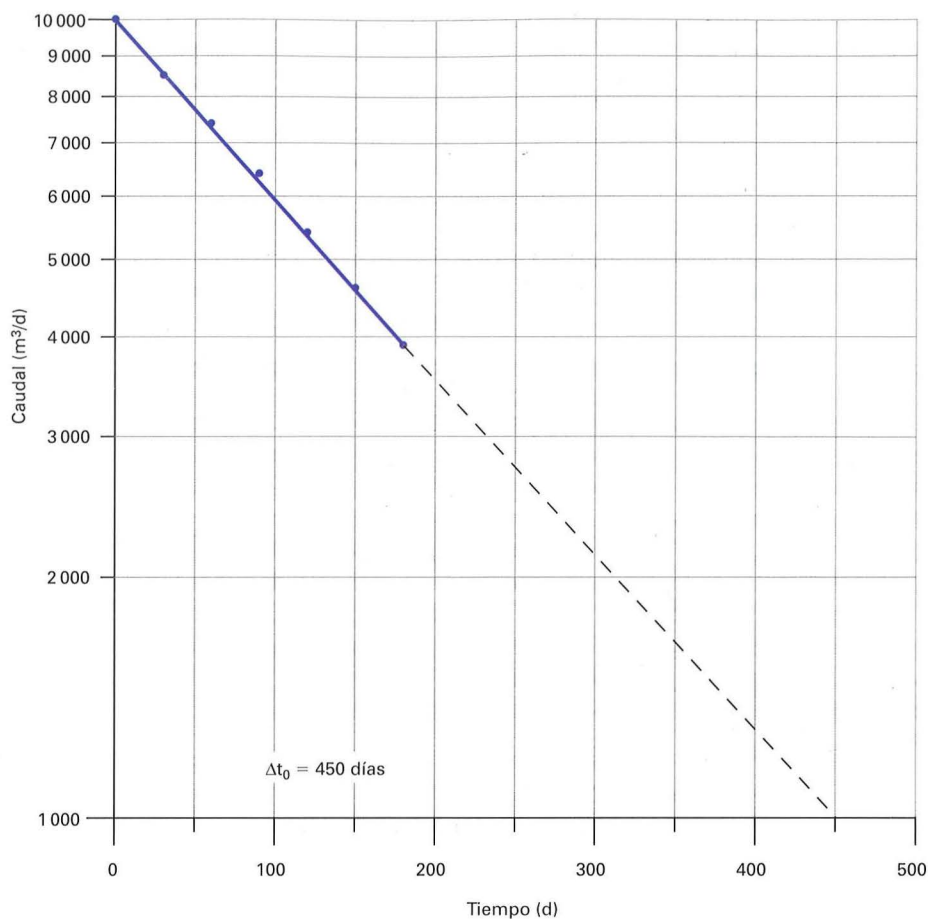


Fig. 5.10. Agotamiento del manantial.

Caudal a los 360 días de sequía: 1 800 m³/día

Volumen almacenado en el acuífero tras 360 días de sequía:

$$V_{360} = \frac{1\,800}{5 \cdot 10^{-3}} = 360\,000 \text{ m}^3$$

5.3.3. Calidad química de las aguas subterráneas y sus usos potenciales

La recopilación histórica de análisis químicos proporcionará la evolución de la calidad química de las aguas subterráneas a lo largo del tiempo y podrá ayudar a detectar problemas de contaminación y a tomar las medidas paliativas necesarias o a establecer los oportunos perímetros de protección. Los análisis de la cam-

pañña correspondiente al trabajo en realizaci3n definirán la calidad actual y los potenciales usos del agua.

El índice SAR indicará si el agua es adecuada para la agricultura, y la Reglamentación Técnico Sanitaria para el Abastecimiento y Control de Calidad de las Aguas Potables de Consumo Público (Real Decreto 140/2003, de 7 de febrero, por el que se establecen los criterios sanitarios de la calidad del agua para el consumo humano) los controles a realizar y la calidad exigible al agua destinada para el abastecimiento urbano en España según la normativa de la Unión Europea.

5.3.4. Tratamiento estadístico de datos hidrogeológicos

Responder con exactitud a alguna de las cuestiones que se plantean en los estudios hidrogeológicos implicaría conocer con certeza la propiedad hidrogeológica en estudio en todos los puntos del acuífero. Esto no es posible y es necesario dar respuesta en base al conocimiento que proporciona un conjunto limitado de valores. Al conjunto limitado de valores que se obtiene a partir de medidas directas se le denomina *muestra*. Al conjunto de todos los posibles valores de la propiedad en estudio se le denomina *población*. A la metodología que permite obtener deducciones a partir de la muestra para toda la población se la conoce como *inferencia estadística*. Al no ser posible tener la certeza absoluta de la veracidad de las estimaciones inferidas debe asignárseles un valor de probabilidad.

Generalmente en una población el valor de la mayoría de los elementos que la componen se agrupan en torno al valor más representativo (el que tiene mayor probabilidad de ser obtenido) y a partir de ahí el número de elementos decrece tanto en el sentido de los valores más altos como en el de los más bajos.

Representando en unos ejes cartesianos el valor de los elementos (eje X) frente a su frecuencia de aparición (eje Y) se obtiene una curva en forma de campana (curva o campana de Gauss), que se conoce con el nombre de *función de densidad o función de distribución* de los elementos de esa población.

Una función de distribución queda caracterizada cuando se conocen sus *parámetros característicos*:

a) *Parámetros de tendencia central*

Media: suma de los valores correspondientes a todos los elementos de la población dividido por el número de elementos que la componen.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

Mediana: valor tal que el 50 % de los valores de los elementos de la población son superiores a él y el otro 50 % inferiores.

Moda: es el valor que más se repite en los elementos de una población.

b) *Parámetros de dispersión*

Recorrido: diferencia entre los valores mayor y menor de los elementos de la población.

Desviación típica: es una medida del agrupamiento de los valores de la población en torno a la media aritmética.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N}}$$

Varianza: es el cuadrado de la desviación típica, σ^2

c) *Parámetros de forma asimétrica* (Fig. 5.11)

$$g_1 = \frac{m_3}{m_2 \sqrt{m_2}}$$

siendo:

$$m_2 = \frac{\sum(x_i - \mu)^2}{N} \text{ momento de orden dos.}$$

$$m_3 = \frac{\sum(x_i - \mu)^3}{N} \text{ momento de orden tres.}$$

Cuando $g_1 = 0$ la distribución es simétrica.

Cuando $g_1 > 0$ la distribución es sesgada a la izquierda o asimétrica positiva.

Cuando $g_1 < 0$ la distribución es sesgada a la derecha o asimétrica negativa.

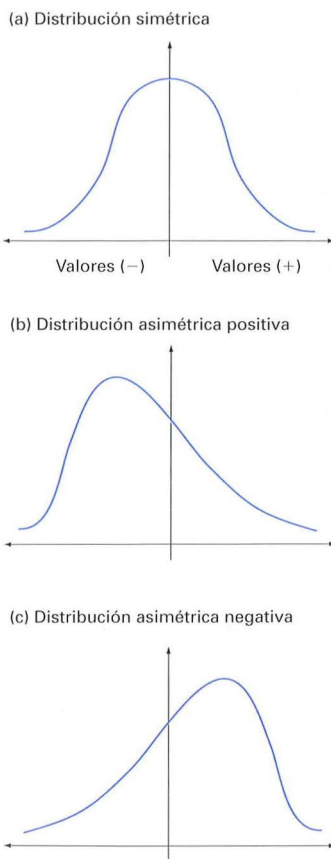


Fig. 5.11. Simetría en las funciones de distribución:
 (a) Distribución simétrica.
 (b) Distribución asimétrica positiva.
 (c) Distribución asimétrica negativa.

Curtosis: mide el grado de apuntamiento de la distribución (Fig. 5.12).

$$g_2 = \frac{m_4}{m_2^2}$$

siendo:

$$m_4 = \frac{\sum(x_i - \mu)^4}{N} \quad \text{momento de orden cuatro.}$$

Cuando $g_2 = 0$ la distribución es mesocúrtica.

Cuando $g_2 > 0$ la distribución es platocúrtica.

Cuando $g_2 < 0$ la distribución es leptocúrtica.

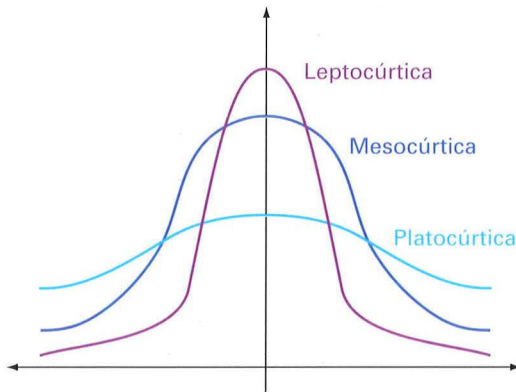


Fig. 5.12. Curtosis o apuntamiento de las funciones de distribución.

A la distribución simétrica y mesocúrtica se le denomina **distribución normal**. En ella la media, la mediana y la moda tienen el mismo valor y los elementos de la población pueden tomar valores entre $+\infty$ y $-\infty$. La ecuación de la distribución normal es la siguiente:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

El área bajo esta curva comprende el 100 % de los elementos que integran la población. Es decir, la probabilidad de que un elemento de la población se encuentre en el área bajo la curva es 1 (certeza total). La media, μ , divide al área bajo la curva en dos partes iguales, lo que implica que existe una probabilidad del 50 % de que un elemento de la población seleccionado al azar tenga un valor igual o inferior al de la media.

Los puntos de inflexión de la campana corresponden a los valores de la variable de $(\mu + \sigma)$ y $(\mu - \sigma)$. Entre ellos el área de la campana es del 68.275 %, lo que quiere decir que existe un 68.275 % de probabilidad de que un elemento de la población seleccionado al azar tenga un valor comprendido entre $(\mu + \sigma)$ y $(\mu - \sigma)$.

Análogamente entre $(\mu + 2\sigma)$ y $(\mu - 2\sigma)$ la probabilidad es del 95.44 %, y entre $(\mu + 3\sigma)$ y $(\mu - 3\sigma)$ del 99.74 % (Fig. 5.13).

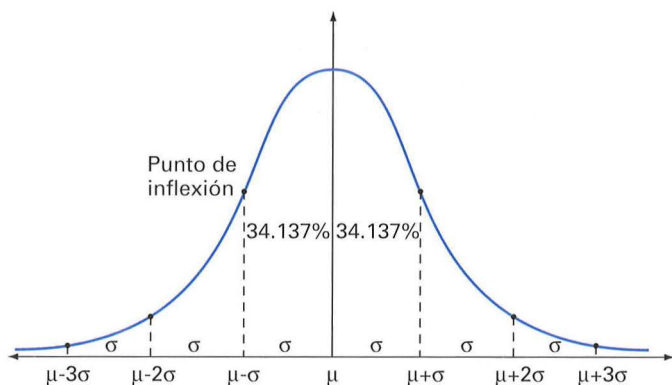


Fig. 5.13. Distribución normal.

El área bajo la curva a la izquierda del punto de inflexión correspondiente a $(\mu + \sigma)$ es del 84.137 % $(50 \% + 68.275 \%/2)$, y a la izquierda del punto de inflexión correspondiente a $(\mu - \sigma)$ del 15.86 % $(50 \% - 68.275 \%/2)$.

A veces interesa trabajar con valores tipificados al objeto de conocer donde se encuentra un determinado valor dentro de la función de distribución. Para ello se sustituye el valor medido x_i por otro normalizado z_i , siendo:

$$z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

Es decir, cada elemento se sustituye por su desviación con respecto a la media expresada en número de desviaciones típicas. Por ejemplo, en una población normal de media 4 y desviación típica 2, si se considera un elemento de esa población de valor 10, se puede decir que es un elemento de valor por encima de la media, pero nada con respecto al resto de la población. Si normalizamos este valor:

$$z_i = \frac{10 - 4}{2} = 3$$

se pone de manifiesto que este valor está situado, bajo la función de distribución, en un punto situado 3σ a la derecha de la media. Se trata pues de un valor

superior al 99.74 % de los que componen la población total. La probabilidad de obtener al azar este valor o uno superior es del 0.26 %.

Si se representan en un gráfico con escala probabilística en el eje de ordenadas los valores de los elementos de una población normal frente a la probabilidad de ser obtenidos, deducida de la función de distribución, el resultado es una línea recta.

5.3.4.1. **Características exigibles a una muestra e identificación de la población a la que representa**

La muestra debe tener carácter aleatorio, es decir, cualquier elemento de la población ha de tener la misma probabilidad de ser seleccionado, y su selección no debe condicionar la selección de los siguientes elementos. También es necesario elegir el *tamaño de la muestra adecuado para compatibilizar su representatividad con las dificultades que supone su obtención en muchos trabajos geológicos e hidrogeológicos*.

Como generalmente, en los estudios hidrogeológicos, el número de elementos que componen la población es desconocido, se recurre a metodologías que no exigen conocer este valor.

En primer lugar se define la llamada *hipótesis nula H_0* , de no diferencia, a contrastar. En este caso la hipótesis nula sería la no diferencia entre los parámetros de la muestra y los de la población a la que pertenece.

Se pueden cometer dos tipos de errores:

Error tipo I: rechazar H_0 siendo verdad.

Error tipo II: aceptar H_0 siendo falsa.

En ambos casos la probabilidad de cometer uno de estos errores se fija previamente mediante lo que se llama *nivel de significación α , o nivel de confianza $(1 - \alpha)$* .

El nivel de significación da la probabilidad de cometer un error del tipo I (rechazar la hipótesis nula siendo cierta). En Hidrogeología se suele utilizar un valor de $\alpha = 0.05$, o sea un 5 % de probabilidad de cometer el error. En este caso el nivel de confianza sería $(1 - \alpha) = 0.95$, es decir, el 95 % de probabilidad de acertar aceptando H_0 .

Si se cuenta con una muestra piloto se puede calcular su varianza s^2 y entonces el tamaño de la muestra representativa vendrá dado por:

$$N = \frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2}{d^2} \cdot s^2$$

El valor de $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ se obtiene de una tabla de «áreas bajo la curva normal tipificada». Para un $\alpha = 0.05$, sería $Z_{0.975} = 2.24$.

El error admisible en la medida de los valores de la muestra viene dado por d . Por ejemplo un $d = 0.1$ significa que se admite hasta un 10 % de error en la medida de los datos que constituyen la muestra.

Si el N calculado es menor que el de la muestra piloto se completa la muestra hasta alcanzar el número calculado y se repite la operación. Así se van realizando iteraciones hasta alcanzar el tamaño de muestra necesario.

En el caso más desfavorable de no tener ninguna información sobre la población del parámetro a muestrear, el número de valores necesario para considerar la muestra representativa viene dado por:

$$N = \frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2}{d^2} \cdot p \cdot q$$

En donde p y q son respectivamente la variabilidad positiva y negativa de la muestra. Ha de cumplirse que $p + q = 1$. Si no se tiene otra información debe tomarse $p = q = 0.5$.

Una vez obtenida la muestra del tamaño adecuado, el paso siguiente es comprobar si realmente los valores que la integran pertenecen a una distribución normal. Si es así, al representar estos valores en un papel probabilístico - normal la nube de puntos debe ajustarse a una recta.

En primer lugar debe representarse la nube de puntos en el papel probabilístico y posteriormente ajustar la recta a la nube de puntos. Un método sencillo de ajuste es el llamado de *máxima verosimilitud*.

Consiste en calcular la media y la desviación típica de la muestra (μ y σ). Si la muestra procede de una distribución normal la recta que la representa debe pasar, tal como se vio anteriormente, por los puntos de inflexión y el máximo de la campana:

$[(\mu + \sigma), 84.135]$

$[(\mu - \sigma), 15.86]$ y

$(\mu, 50)$

Teóricamente ésta sería la recta que mejor se adapta a la distribución normal a la que representa la muestra.

Para comprobar la bondad del ajuste se puede emplear cualquier test estadístico al efecto. Un test de sencilla aplicación y de alta fiabilidad es el test «*chi-cuadrado*». Su metodología de aplicación es la siguiente:

1. Se establecen intervalos de igual probabilidad. El número de intervalos suele establecerse en 5 (0 a 20 %, 20 a 40 %, 40 a 60 %, 60 a 80 %, 80 a 100 %). Para muestras de un número elevado de valores el número de intervalos puede ser mayor.

2. Se calcula el número teórico de puntos para cada intervalo:

$$f = \frac{N.^\circ \text{ datos}}{N.^\circ \text{ intervalos}}$$

3. Se cuenta en el gráfico de ajuste el número real de puntos que existe en el área delimitada por los valores del parámetro (sobre la recta de ajuste), correspondientes a los extremos de los intervalos de probabilidad establecidos, f_i .
4. Se calcula para cada intervalo la diferencia ($f_i - f$). Se elevan estas diferencias al cuadrado y se suman los resultados.
5. Se calcula el valor:

$$X_i^2 = \frac{\sum(f_i - f)^2}{f}$$

6. Se calcula el número de grados de libertad $G = N - m - 1$, siendo N el número de intervalos y m el número de parámetros fijados en el ajuste. Si se han establecido 5 intervalos de probabilidad y se han fijado dos parámetros (media y desviación típica) para el ajuste, el número de grados de libertad será $G = 2$.
7. Se obtiene de las tablas de la distribución X^2 el valor de este parámetro para el nivel de confianza deseado. Para un nivel de confianza del 95 % (garantía del 95 % de acertar), y para 2 grados de libertad, el X^2 teórico vale 5.99.
8. Si $X_i^2 < X^2$, el ajuste es bueno, se acepta H_0 .
Si $X_i^2 > X^2$, el ajuste no es bueno para el nivel de significación elegido.

Si el ajuste es bueno la recta ajustada representa a la totalidad de la población y puede utilizarse, por ejemplo, para calcular la probabilidad de obtener un caudal específico igual o mayor que uno dado con una garantía igual al nivel de confianza considerado. También podría utilizarse para generar series de datos aleatorias más amplias que la muestra obtenida. Estas series aleatorias generadas están compuestas por datos que no se han medido realmente pero que pertenecen a la misma población que la muestra obtenida con el nivel de garantía fijado previamente.

Si el ajuste no es bueno cabe la posibilidad de que la muestra pertenezca a otro tipo de población. En ciencias naturales es frecuente encontrarse con poblaciones correspondientes a elementos cuyos valores son consecuencia de leyes de efectos multiplicativos: el orden de los cauces de los ríos, la evolución del caudal de los manantiales en el tiempo, la estructura del ramaje de los árboles, etc., son ejemplos clásicos. En Hidrogeología, parámetros tales como conductividad hidráulica, transmisividad y caudales específicos, es frecuente que se ajusten a distribuciones de este tipo y en concreto a la distribución log-normal.

Un parámetro se ajusta a una distribución log-normal cuando los logaritmos decimales de sus valores se ajustan a una distribución normal. En este caso vale toda la metodología expuesta hasta el momento. Caben dos posibilidades: trabajar con los logaritmos de los valores y pasar a valores reales una vez realizados todos los cálculos, o bien trabajar con datos reales (sin calcular sus logaritmos), pero utilizar para los gráficos papel probabilístico-logarítmico.

La distribución log-normal tiene un recorrido entre 0 e ∞ (los números negativos no tienen logaritmo), es asimétrica positiva (sesgada a la izquierda), y en ella la media es mayor que la mediana y ésta mayor que la moda.

5.3.4.2. Comparación de muestras

A veces puede surgir la duda de si todos los elementos de una muestra pertenecen a la misma población. Por ejemplo, se realiza un muestreo de caudales específicos en la terraza baja y en la terraza alta de un río. Las diferencias observadas, ¿son exclusivamente debidas al azar del muestreo?

Existen test estadísticos que responden a este tipo de preguntas. Uno de estos test de sencilla aplicación es el *test no paramétrico de la U de Mann Whitney*. Los test no paramétricos están especialmente indicados para pequeñas muestras, aunque es recomendable que cada muestra tenga al menos 10 elementos. Para tamaños menores es necesario el uso de tablas especiales.

Este tipo de test tiene la ventaja de poder aplicarse sin necesidad de demostrar que las muestras a comparar pertenezcan a distribuciones de tipo normal (Helsel y Hirsch, 2002).

La metodología a seguir es la siguiente:

1. Se establece la hipótesis nula, H_0 , de no diferencia. Es decir, las dos muestras pertenecen a la misma población y las diferencias observadas son debidas exclusivamente al azar del muestreo.
2. Se elige el nivel de significación que indica el máximo valor de probabilidad de equivocarse al aceptar H_0 . Suele ser del 5 %, $\alpha = 0.05$.
3. Se ordenan los valores de las dos muestras de menor a mayor, y se asigna correlativamente un número de orden desde el 1 hasta $n_1 + n_2$ (n_1 y n_2 son el número de elementos de cada una de las dos muestras). Al número de orden que corresponde a cada elemento se le llama rango. En caso de valores iguales se les asigna a todos el mismo rango, que se calcula como la media aritmética de los rangos que les hubiesen correspondido si fuesen diferentes.
4. Se calcula R_1 como suma de los rangos correspondientes a la muestra 1 y R_2 como suma de los rangos de la muestra 2.

5. Se calculan:

$$U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{[n_1 \cdot (n_1 + 1)]}{2} - R_1$$

$$U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{[n_2 \cdot (n_2 + 1)]}{2} - R_2$$

Como comprobación $U_1 + U_2 = n_1 \cdot n_2$

Se elige el mayor de los dos valores al que se denomina *estadístico U*.

6. Si el número de los elementos de las dos muestras es igual o superior a 10 se calcula:

$$M = \frac{n_1 \cdot n_2}{2} \text{ y } s = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

y con estos valores se calcula el valor a comparar con el teórico:

$$Z = \frac{U - M}{s}$$

7. Se compara el valor de Z calculado con el teórico correspondiente al nivel de significación elegido. Si $\alpha = 0.05$, el Z teórico es 1.96.

8. Si el Z calculado es menor que 1.96 se acepta H_0 . No hay diferencia.

Si el Z calculado es mayor de 1.96 las muestras pertenecen a poblaciones diferentes.

Todo ello con una probabilidad del 95 % de acertar.

5.3.4.3. Relación entre poblaciones

Es posible que aunque dos parámetros pertenezcan a poblaciones diferentes estas dos poblaciones presenten algún tipo de relación. Estadísticamente a esta relación se le llama *correlación*. La correlación entre dos poblaciones implica que el valor de los elementos de una de ellas puede obtenerse aplicando una determinada función a los de la otra. Particular interés presenta la *correlación lineal* en la que la función que liga a los elementos de las dos poblaciones es la ecuación de una recta. Cuando esta recta tiene pendiente positiva (el valor de los elementos de una población crece al crecer los de la otra) la correlación es positiva. Cuando la recta tiene pendiente negativa, al aumentar el valor de los elementos de una población disminuyen los valores de los elementos de la otra y la correlación es negativa.

A la recta que relaciona los valores de una población con los de la otra se le denomina *recta de regresión*. La ecuación de esta recta permite obtener los valores de una población conociendo los de la otra.

La recta de regresión se obtiene de la siguiente manera:

1. Se parte de dos poblaciones X e Y de las que se supone que existe un cierto grado de relación.

2. Se seleccionan las parejas de puntos que se corresponden entre sí y cuyos valores con conocidos.
3. Se representan en unos ejes cartesianos los valores X_i versus Y_i y se dibuja la recta de regresión:

$$Y = aX + b$$

En la que:

$$b = \frac{\frac{1}{N} \sum (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})}{\frac{1}{N} \sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$a = \bar{Y} - b \cdot \bar{X}$$

N es el número de parejas de valores.

\bar{X} es la media de los valores de X .

\bar{Y} es la media de los correspondientes valores de Y .

El grado de correlación se mide con el **coeficiente de correlación** que se puede calcular a partir de:

$$\rho = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum (Y_j - \bar{Y})^2}{\frac{1}{N} \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

\bar{Y} es la media de los valores de la muestra.

Y_j son los valores obtenidos a partir de la recta de regresión utilizando los valores de X_i correspondientes a los Y_i .

Y_i son los valores de la muestra.

N es el número de parejas (X_i, Y_i).

El coeficiente de correlación varía entre 1 (correlación perfecta positiva) y -1 (correlación perfecta negativa). Al cuadrado del coeficiente de correlación se le llama **coeficiente de determinación**.

El error cometido al utilizar la recta de regresión se mide a partir de la diferencia entre los valores medidos (Y_i) y los obtenidos para ese mismo elemento a partir de la recta de regresión (Y_j):

El error de predicción para el elemento Y_i es:

$$E = Y_i - Y_j$$

El conjunto de los errores de predicción se ajusta a una distribución normal cuya desviación típica se conoce como el **error típico de la estima**.

Un valor calculado a partir de la recta de regresión tiene, por lo tanto:

Un 68.275 % de probabilidad de estar en una banda comprendida entre la recta de regresión y dos rectas paralelas, y separadas de ella un error de la estima por arriba y por debajo.

Un 95.44 % de probabilidad de estar en una banda comprendida entre la recta de regresión y dos rectas paralelas, y separadas de ella dos veces el error de la estima por arriba y por debajo.

Un 99.74 % de probabilidad de estar en una banda comprendida entre la recta de regresión y dos rectas paralelas, y separadas de ella tres veces el error de la estima por arriba y por debajo.

EJEMPLO: La cuenca hidrográfica de un río, de dirección N-S, es un acuífero detrítico. El área madre de los sedimentos de la margen de-

TABLA 5.1

Orden	q zona Este	q zona Oeste	Orden	q zona Este	q zona Oeste
1	5.4	5.8	36	17.2	23
2	6	6.8	37	17.8	23.5
3	6.8	7.5	38	18	24
4	7.5	8.2	39	18.2	25
5	8	8.75	40	18.8	26
6	8.4	9.2	41	19	27
7	8.7	9.5	42	20	28
8	9	10.1	43	20.1	29
9	9.5	10.5	44	20.5	31
10	9.7	11	45	20.8	32
11	10	11.3	46	21	34
12	10.5	11.8	47	21.5	36
13	10.8	12	48	21.8	40
14	11	12.6	49	22.1	44
15	11.1	13	50	22.8	52.5
16	11.5	13.2	51	23	
17	11.9	14	52	24	
18	12	14.2	53	24.5	
19	12.2	14.8	54	25	
20	12.6	15	55	25.8	
21	13	15.5	56	26.5	
22	13.1	15.9	57	27	
23	13.5	16.1	58	28	
24	14	16.5	59	29.5	
25	14.1	17	60	30	
26	14.5	17.5	61	31	
27	14.8	18	62	32	
28	15	18.5	63	33.8	
29	15.1	19	64	34	
30	15.4	19.5	65	36	
31	15.8	20	66	38	
32	16	20.5	67	40	
33	16.2	21	68	41.8	
34	16.8	21.5	69	48	
35	17	22	70	55	

recha del río tiene naturaleza claramente plutónica. Hacia el Este (margen izquierda del río) existen, como área fuente de sedimentación, materiales plutónicos y metamórficos.

Durante la realización del inventario de puntos de agua para un estudio hidrogeológico se han tomado datos de caudal específico q (L/s/m) en pozos ubicados en ambas márgenes del río (zona Este 70 datos y zona Oeste 50 datos).

Los datos medidos se dan, ordenados de menor a mayor, en la tabla 5.1.

También ha sido posible la realización de algunos ensayos de bombeo que han proporcionado los valores de transmisividad que se dan en la tabla 5.2.

TABLA 5.2

Caudal específico (L/s/m)	Transmisividad (m^2/d)
7.5	500
8.75	590
10	650
11.8	750
12.6	820
14	900
15.4	1000
16.8	1100
18.5	1200
21	1400
25.8	1700
29	1900
40	2600

Se desea saber:

- a) Si las diferencias observadas en los valores de caudal específico a ambas márgenes del río son debidas al azar del muestreo o bien están influenciadas por las características específicas de las correspondientes áreas madre de sedimentación.
- b) Caracterizar mediante sus parámetros estadísticos la población o poblaciones a las que pertenecen las muestras obtenidas.
- c) Hacer un análisis sobre el rendimiento esperado de las captaciones que pudieran realizarse en el acuífero.
- d) Establecer la relación existente entre la transmisividad y el caudal específico. Cuantificar esa relación, caso de existir.

Para responder a la primera pregunta se puede aplicar el test de la U de Mann Whitney:

- Se establece como hipótesis H_0 que la diferencia es solamente debida al azar del muestreo y que por lo tanto sólo hay una población.
- Se ordenan los datos en cada una de las zonas, de menor a mayor, y se les asignan los correspondientes rangos, teniendo en cuenta que a valores repetidos hay que asignarles la media de los rangos que les corresponderían caso de tratarse de valores distintos (Tabla 5.3). Se suman los rangos de ambas muestras.

TABLA 5.3

Orden Este	q zona Este	Prob. Este	Rango Este	Orden Oeste	q zona Oeste	Prob. Oeste	Rango Oeste
1	5.4	1.4084507	1	1	5.8	1.96078431	2
2	6	2.81690141	3	2	6.8	3.92156863	4.5
3	6.8	4.22535211	4.5	3	7.5	5.88235294	6.5
4	7.5	5.63380282	6.5	4	8.2	7.84313725	9
5	8	7.04225352	8	5	8.75	9.80392157	12
6	8.4	8.45070423	10	6	9.2	11.7647059	14
7	8.7	9.85915493	11	7	9.5	13.7254902	15.5
8	9	11.2676056	13	8	10.1	15.6862745	19
9	9.5	12.6760563	15.5	9	10.5	17.6470588	20
10	9.7	14.084507	17	10	11	19.6078431	23.5
11	10	15.4929577	18	11	11.3	21.5686275	26
12	10.5	16.9014085	21	12	11.8	23.5294118	28
13	10.8	18.3098592	22	13	12	25.4901961	30.5
14	11	19.7183099	23.5	14	12.6	27.4509804	34
15	11.1	21.1267606	25	15	13	29.4117647	36
16	11.5	22.5352113	27	16	13.2	31.372549	38
17	11.9	23.943662	29	17	14	33.3333333	40.5
18	12	25.3521127	30.5	18	14.2	35.2941176	43
19	12.2	26.7605634	32	19	14.8	37.254902	45.5
20	12.6	28.1690141	33	20	15	39.2156863	47.5
21	13	29.5774648	35	21	15.5	41.1764706	51
22	13.1	30.9859155	37	22	15.9	43.1372549	53
23	13.5	32.3943662	39	23	16.1	45.0980392	55
24	14	33.8028169	40.5	24	16.5	47.0588235	57
25	14.1	35.2112676	42	25	17	49.0196078	59.5
26	14.5	36.6197183	44	26	17.5	50.9803922	62
27	14.8	38.028169	45.5	27	18	52.9411765	64.5
28	15	39.4366197	47.5	28	18.5	54.9019608	67
29	15.1	40.8450704	49	29	19	56.8627451	69.5
30	15.4	42.2535211	50	30	19.5	58.8235294	71
31	15.8	43.6619718	52	31	20	60.7843137	72.5
32	16	45.0704225	54	32	20.5	62.745098	75.5
33	16.2	46.4788732	56	33	21	64.7058824	78.5
34	16.8	47.8873239	58	34	21.5	66.6666667	80.5
35	17	49.2957746	59.5	35	22	68.627451	83

TABLA 5.3 (continuación)

Orden Este	q zona Este	Prob. Este	Rango Este	Orden Oeste	q zona Oeste	Prob. Oeste	Rango Oeste
36	17.2	50.7042254	61	36	23	70.5882353	86.5
37	17.8	52.1126761	63	37	23.5	72.5490196	88
38	18	53.5211268	64.5	38	24	74.5098039	89.5
39	18.2	54.9295775	66	39	25	76.4705882	92.5
40	18.8	56.3380282	68	40	26	78.4313725	95
41	19	57.7464789	69.5	41	27	80.3921569	97.5
42	20	59.1549296	72.5	42	28	82.3529412	99.5
43	20.1	60.5633803	74	43	29	84.3137255	101
44	20.5	61.971831	75.5	44	31	86.2745098	104.5
45	20.8	63.3802817	77	45	32	88.2352941	106.5
46	21	64.7887324	78.5	46	34	90.1960784	109.5
47	21.5	66.1971831	80.5	47	36	92.1568627	112
48	21.8	67.6056338	82	48	40	94.1176471	114.5
49	22.1	69.0140845	84	49	44	96.0784314	117
50	22.8	70.4225352	85	50	52.5	98.0392157	119
51	23	71.8309859	86.5			R ₀	3027
52	24	73.2394366	89.5				
53	24.5	74.6478873	91				
54	25	76.056338	92.5				
55	25.8	77.4647887	94				
56	26.5	78.8732394	96				
57	27	80.2816901	97.5				
58	28	81.6901408	99.5				
59	29.5	83.0985915	102				
60	30	84.5070423	103				
61	31	85.915493	104.5				
62	32	87.3239437	106.5				
63	33.8	88.7323944	108				
64	34	90.1408451	109.5				
65	36	91.5492958	111				
66	38	92.9577465	113				
67	40	94.3661972	114.5				
68	41.8	95.7746479	116				
69	48	97.1830986	118				
70	55	98.5915493	120				
		R _E	4233				

R_E = 4233 R₀ = 3027

Se calcula:

$$U_1 = 70 \cdot 50 + \frac{70 \cdot 71}{2} - 4233 = 1752$$

$$U_2 = 70 \cdot 50 + \frac{50 \cdot 51}{2} - 3027 = 1748$$

Se elige como U el mayor valor, $U = 1752$

Se calcula:

$$M = \frac{n_1 \cdot n_2}{2} = 70 \cdot \frac{50}{2} = 1750$$
$$s = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{12}} = \sqrt{\frac{3500 \cdot 121}{12}} = 187.86$$
$$Z = \frac{U - M}{s} = \frac{1752 - 1750}{187.86} = 1.06 \cdot 10^{-2}$$

La Z teórica, para un nivel de significación del 95 %, es $Z_t = 1.96$. Por lo tanto, es $0.0106 < 1.96$. Se acepta pues la hipótesis nula H_0 , es decir, hay un 95 % de probabilidad de que las dos muestras elegidas pertenezcan a la misma población y de que las diferencias observadas se deban exclusivamente al azar del muestreo.

A partir de este momento se juntan los valores de las dos muestras y se trabaja con ellos (120 valores) en conjunto (Tabla 5.4).

El segundo apartado del ejercicio pide caracterizar la población a la que pertenece la muestra a partir de sus parámetros estadísticos.

De los valores de la tabla 5.4 obtenemos:

Media aritmética de los valores: 19.52

Desviación típica de los valores: 10.1

Asimetría de la distribución: 5.36 (asimetría positiva, sesgada a la izquierda).

Curtosis = 3.29 (mesocúrtica).

Con estos datos comprobaremos si la población a la que pertenece la muestra se ajusta a una distribución normal.

Para ello en columna se ordenan los valores del parámetro de menor a mayor (columna 2.^a de la tabla 5.4). Se calcula la probabilidad de que un valor de caudal específico sea igual o inferior a uno dado utilizando la fórmula de Gumbel:

$$P \% = \frac{n}{N + 1}$$

siendo n el número de orden del valor del parámetro y N el número de datos (en este caso 120). Las probabilidades obtenidas se dan en la columna 3.^a de la tabla 5.4.

Representando en un papel aritmético-probabilístico los caudales específicos frente a la probabilidad (columnas 2.^a y 3.^a de la tabla 5.4), se obtiene una nube de puntos que, si la población es una distribución normal, debe ajustarse a una línea recta (Fig. 5.14).

TABLA 5.4

Núm. Orden	q (L/s/m)	Probabilidad (%)	Núm. Orden	q (L/s/m)	Probabilidad (%)
1	5.4	0.82644628	61	17.2	50.4132231
2	5.8	1.65289256	62	17.5	51.2396694
3	6	2.47933884	63	17.8	52.0661157
4	6.8	3.30578512	64	18	52.892562
5	6.8	4.1322314	65	18	53.7190083
6	7.5	4.95867769	66	18.2	54.5454545
7	7.5	5.78512397	67	18.5	55.3719008
8	8	6.61157025	68	18.8	56.1983471
9	8.2	7.43801653	69	19	57.0247934
10	8.4	8.26446281	70	19	57.8512397
11	8.7	9.09090909	71	19.5	58.677686
12	8.75	9.91735537	72	20	59.5041322
13	9	10.7438017	73	20	60.3305785
14	9.2	11.5702479	74	20.1	61.1570248
15	9.5	12.3966942	75	20.5	61.9834711
16	9.5	13.2231405	76	20.5	62.8099174
17	9.7	14.0495868	77	20.8	63.6363636
18	10	14.8760331	78	21	64.4628099
19	10.1	15.7024793	79	21	65.2892562
20	10.5	16.5289256	80	21.5	66.1157025
21	10.5	17.3553719	81	21.5	66.9421488
22	10.8	18.1818182	82	21.8	67.768595
23	11	19.0082645	83	22	68.5950413
24	11	19.8347107	84	22.1	69.4214876
25	11.1	20.661157	85	22.8	70.2479339
26	11.3	21.4876033	86	23	71.0743802
27	11.5	22.3140496	87	23	71.9008264
28	11.8	23.1404959	88	23.5	72.7272727
29	11.9	23.9669421	89	24	73.553719
30	12	24.7933884	90	24	74.3801653
31	12	25.6198347	91	24.5	75.2066116
32	12.2	26.446281	92	25	76.0330579
33	12.6	27.2727273	93	25	76.8595041
34	12.6	28.0991736	94	25.8	77.6859504
35	13	28.9256198	95	26	78.5123967
36	13	29.7520661	96	26.5	79.338843
37	13.1	30.5785124	97	27	80.1652893
38	13.2	31.4049587	98	27	80.9917355
39	13.5	32.231405	99	28	81.8181818
40	14	33.0578512	100	28	82.6446281
41	14	33.8842975	101	29	83.4710744
42	14.1	34.7107438	102	29.5	84.2975207
43	14.2	35.5371901	103	30	85.1239669
44	14.5	36.3636364	104	31	85.9504132
45	14.8	37.1900826	105	31	86.7768595
46	14.8	38.0165289	106	32	87.6033058
47	15	38.8429752	107	32	88.4297521
48	15	39.6694215	108	33.8	89.2561983
49	15.1	40.4958678	109	34	90.0826446
50	15.4	41.322314	110	34	90.9090909
51	15.5	42.1487603	111	36	91.7355372
52	15.8	42.9752066	112	36	92.5619835
53	15.9	43.8016529	113	38	93.3884298
54	16	44.6280992	114	40	94.214876
55	16.1	45.4545455	115	40	95.0413223
56	16.2	46.2809917	116	41.8	95.8677686
57	16.5	47.107438	117	44	96.6942149
58	16.8	47.9338843	118	48	97.5206612
59	17	48.7603306	119	52.5	98.3471074
60	17	49.5867769	120	55	99.1735537

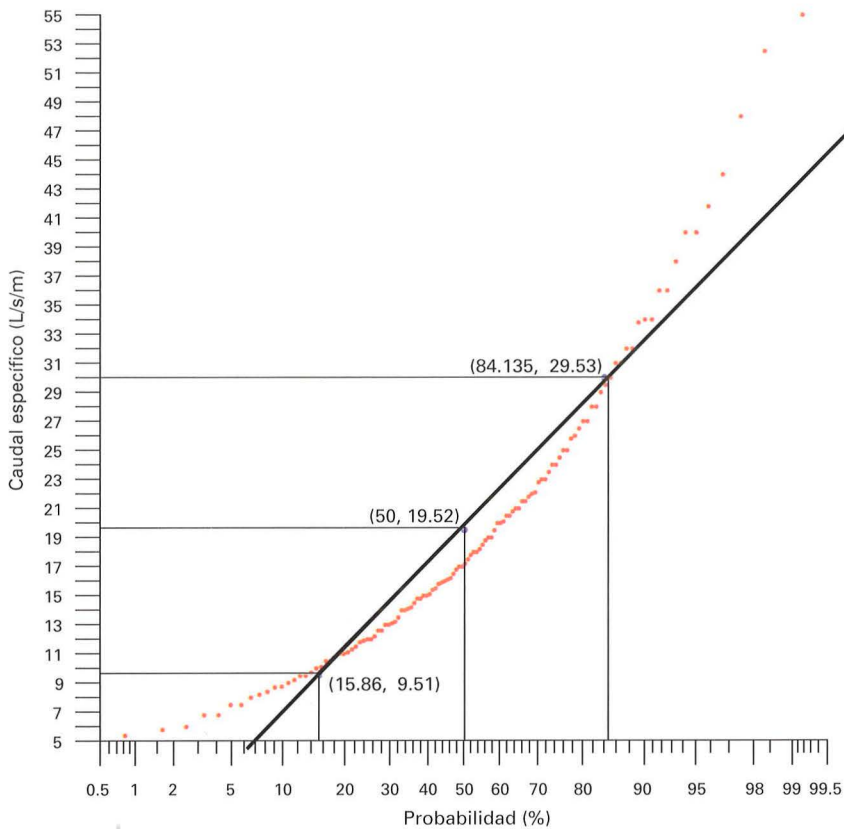


Fig. 5.14. Ajuste de la muestra a una distribución normal.

La recta que mejor se ajustaría a la nube de puntos, caso de que ésta se correspondiera con una distribución normal, sería la que pasara por los puntos de inflexión de la campana de Gauss y por el máximo de la campana, que correspondería a la media aritmética de los valores y al 50 % de probabilidad (Fig. 5.14):

$(84.135, \mu + \sigma)$ en este caso $(84.135, 29.53)$

$[(\mu + \sigma), 9.51]$ en este caso $(15.86, 9.51)$

$(50, \mu)$ en este caso $(50, 19.52)$

Para comprobar si el ajuste es aceptable se aplica el test de la chi-cuadrado para un nivel de significación del 95 % (95 % de probabilidad de acertar). Para este nivel de significación la chi-cuadrado teórica vale 5.99.

En la figura 5.14, con la nube de puntos y la recta dibujadas, se establecen intervalos de igual probabilidad delimitados en el eje de ordenadas por los caudales específicos correspondientes obtenidos a partir de la recta.

En este caso se han considerado 5 intervalos de probabilidad:

- 0 % al 20 %
- 20 % al 40 %
- 40 % al 60 %
- 60 % al 80 %
- 80 % al 100 %

Como hay 120 valores a cada intervalo le deben corresponder un número de puntos teórico:

$$f_t = \frac{120}{5} = 24$$

Se cuenta sobre la gráfica el número real de puntos existente en cada intervalo f_i y se hace la siguiente tabla:

Intervalo	f_t	f_i	$(f_t - f_i)$	$(f_t - f_i)^2$
0-20 %	24	24	0	0
20-40 %	24	22	2	4
40-60 %	24	10	14	196
60-80 %	24	13	11	121
80-100 %	24	20	4	16
Suma				337

El chi-cuadrado obtenido vale $\frac{337}{24} = 14.04 > 5.99$.

Luego la población no se ajusta a una distribución normal.

Para comprobar si se trata de una distribución log-normal se presentan los valores de caudal específico de la muestra en escala logarítmica, y se procede igual que en el caso anterior tanto para dibujar la recta de máxima probabilidad como para aplicar el test chi-cuadrado (Fig. 5.15). En este caso:

Intervalo	f_t	f_i	$(f_t - f_i)$	$(f_t - f_i)^2$
0-20 %	24	24	0	0
20-40 %	24	22	2	4
40-60 %	24	21	3	9
60-80 %	24	23	1	1
80-100 %	24	24	0	0
Suma				14

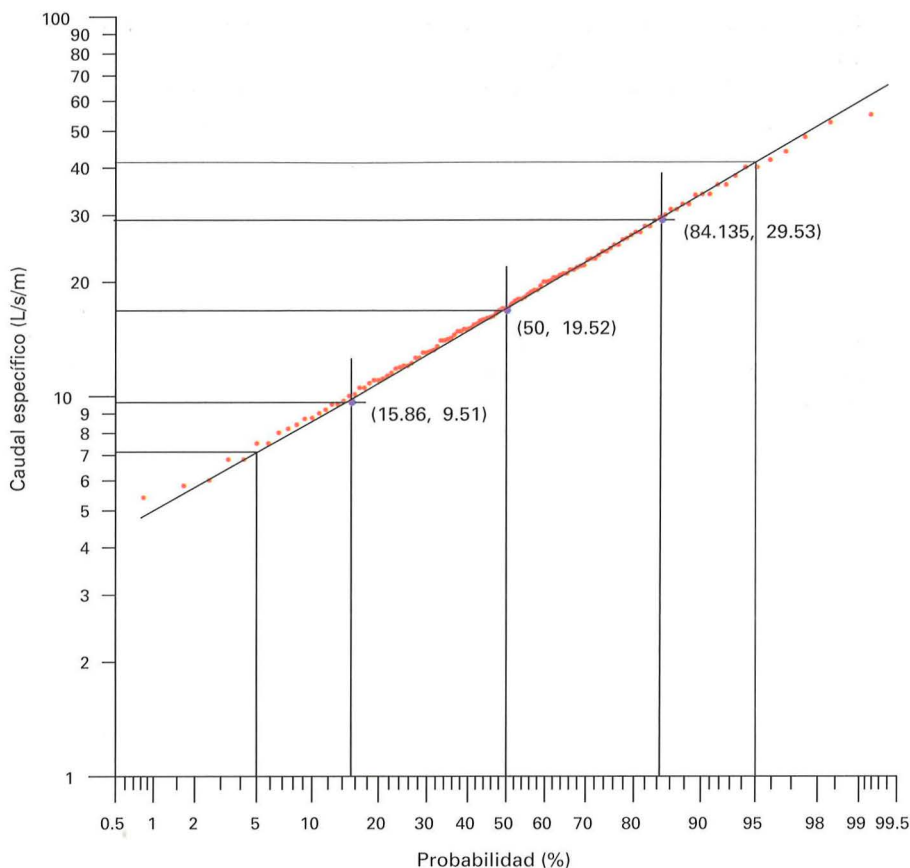


Fig. 5.15. Ajuste de la muestra a una distribución log-normal.

El chi-cuadrado obtenido vale $\frac{14}{24} = 0.58 < 5.99$.

Es decir, con una fiabilidad del 95 % puede decirse que la población a la que pertenecen los caudales específicos medidos es del tipo log-normal.

A partir de aquí y utilizando la recta que define la población se puede inferir, por ejemplo, que si se perfora un pozo al azar en ese acuífero la probabilidad de que su caudal específico sea igual o inferior a 41 L/s/m es del 95 %. Existe la misma probabilidad de obtener un caudal específico igual o superior a 7 L/s/m.

La fiabilidad de estas predicciones es igual al nivel de significación elegido. En este caso hay un 95 % de probabilidades de que estas afirmaciones sean ciertas.

Finalmente, para saber si existe relación entre transmisividad y caudal específico en este acuífero, se han representado a escala aritmética los valores de transmisividad con respecto a los caudales específicos medidos en el mismo punto (Tabla 5.2 y Fig. 5.16).

Puede observarse que entre ambos parámetros existe una relación lineal de valor:

$$T \text{ (m}^2\text{/d)} = 65.35 \text{ q (L/s/m)}$$

El coeficiente de correlación de 0.9 dice que la relación obtenida es muy fiable y que puede usarse para obtener el valor de la transmisividad en cualquier punto donde se conozca el caudal específico.

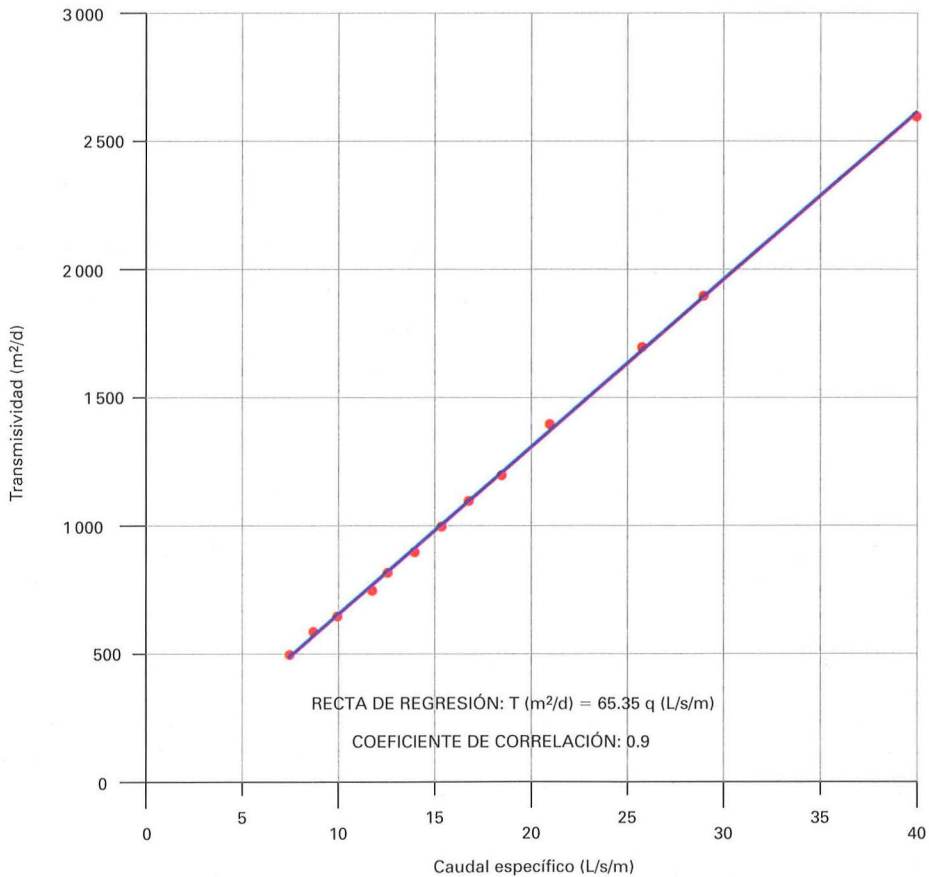


Fig. 5.16. Correlación caudal específico-transmisividad.

5.4. Valor socioeconómico de las aguas subterráneas

5.4.1. Uso intensivo de las aguas subterráneas

Es bien conocido que el agua no sólo es un elemento esencial para la existencia de la vida en nuestro planeta, sino que también es un factor condicionante para muchas actividades de índole económica. Entre estas últimas destaca la agricultura que, según se estima, supone aproximadamente el 70 % de los usos mundiales de agua (80-95 % en muchos países áridos y semiáridos), y da lugar al 40 % de los alimentos consumidos por el ser humano (Naciones Unidas, 2003).

La Declaración del Milenio de las Naciones Unidas marcó una serie de objetivos primordiales para el año 2015, entre los cuales destacaba la necesidad de reducir a la mitad el número de personas en el mundo que sufren malnutrición y/o no tienen acceso a agua potable (Naciones Unidas, 2000). Mientras que es evidente que ambos objetivos dependen directamente de la disponibilidad de recursos hídricos, un tercer objetivo —reducir a la mitad el número de personas que viven bajo el umbral de pobreza (renta menor a \$1 por persona y día)— depende casi necesariamente de que se cumplan los dos anteriores. No debe por tanto extrañar que, cuando se hable de hipotéticas crisis mundiales del agua, los regadíos puedan acaparar la parte principal del debate.

El *uso intensivo de aguas subterráneas* podría definirse como la explotación del recurso hasta el punto de ocasionar cambios significativos al régimen natural de funcionamiento de los acuíferos. Como se verá a continuación, este fenómeno, a menudo ocasionado por la agricultura de regadío en regiones áridas y semiáridas, viene jugando un papel capital en el cumplimiento de los objetivos antes mencionados desde hace algunas décadas (Llamas y Martínez-Santos, 2004).

En la figura 5.17 se aprecia cómo España es un buen ejemplo del espectacular desarrollo alcanzado por los aprovechamientos de aguas subterráneas desde mediados del siglo XX (MIMAM, 2000). El abaratamiento y la consiguiente generalización de las técnicas de perforación de pozos, así como el auge de la bomba sumergible y los avances científicos en el campo de la Hidrogeología, han tenido como consecuencia que millones de agricultores de todo el mundo hayan comenzado a invertir en sus propios pozos. Puede por tanto hablarse de una «Revolución Silenciosa», llevada a cabo principalmente desde la iniciativa privada, a menudo con medios modestos, y rara vez bajo el control de las agencias gubernamentales del agua (Llamas y Martínez-Santos, 2005). La fuerza motriz de esta Revolución Silenciosa es la economía de mercado, dado que el coste de obtención del agua para regadío es generalmente una fracción muy pequeña de la cosecha garantizada.

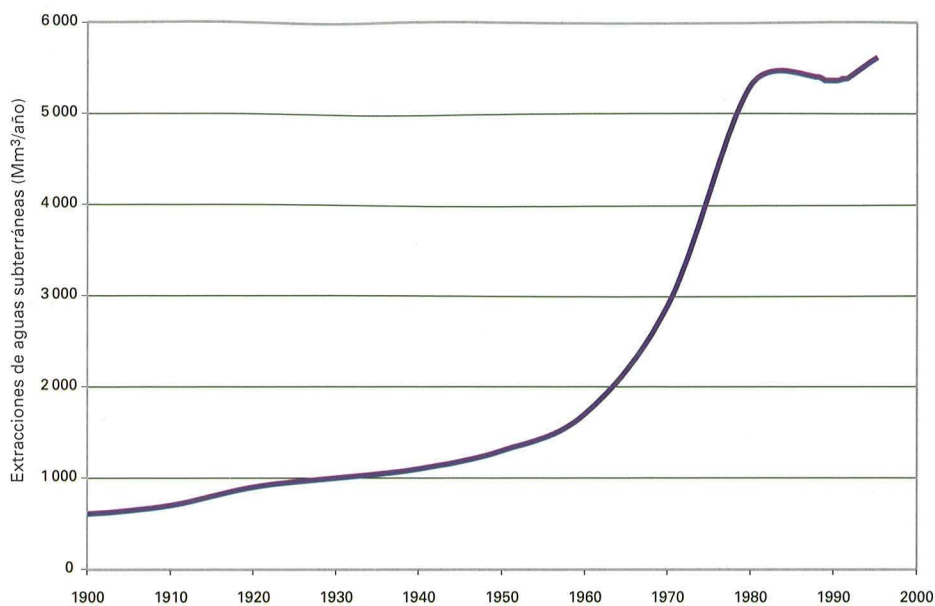


Fig. 5.17. Evolución temporal del uso del agua subterránea en España. Modificado del Libro Blanco del Agua en España (MIMAM, 2000).

5.4.2. Beneficios y problemas asociados al uso intensivo del agua subterránea

Los beneficios sociales y económicos de la generalización del uso intensivo de aguas subterráneas han sido cuantiosos. Tómese como ejemplo la India, principal usuario de aguas subterráneas del mundo. Desde los años 50, el uso intensivo de agua subterránea para la agricultura no solo ha contribuido decisivamente a la erradicación de las hambrunas en ese país, sino que lo ha convertido en exportador de productos agrícolas. La importancia de este hecho es mayor si se tiene en cuenta que la población de la India casi se ha duplicado desde entonces.

De acuerdo con los datos de Burke (2003) y Naciones Unidas (2003), los regadíos de aguas subterráneas parecen presentar una eficiencia doble a la de los regadíos de aguas superficiales desde el punto de vista hidrológico ($\text{m}^3/\text{ha}/\text{año}$). Estas cifras globales suelen tener una exactitud ilusoria, y por tanto han de ser tratadas con cierta precaución, pero permiten comparar los regadíos de agua subterránea y superficial en una primera aproximación.

Asimismo, la «eficiencia social» (cuantificable en puestos de trabajo por metro cúbico de agua de regadío) y económica (en €/ m^3) de los regadíos de agua subterránea tiende a ser superior a la de los regadíos de aguas superficiales. En Andalucía, una de las regiones agrícolas más extensas e importantes de España, la productividad de los regadíos de aguas subterráneas es aproximadamente cinco

veces mayor que la de los regadíos de aguas superficiales y tres veces mayor en el caso del número de puestos de trabajo generados (Tabla 5.5). Estos resultados parecen verse confirmados por otros trabajos, como los de Dains y Pawar (1987) y Dhawan (1995).

TABLA 5.5
Comparación de los regadíos en Andalucía según el origen del agua
(Vives, 2003)

Indicador	Agua superficial	Agua subterránea	Total
Superficie en regadío (10 ³ ha)	600	210	810
Producción total (10 ⁶ €)	1950	1800	3750
Consumo medio (m ³ /ha/año)	7400	4000	6500
Productividad del agua (€/m ³)	0.42	2.16	0.72
Empleo generado ¹ (EAE/10 ⁶ m ³)	17	58	25

¹ Empleo anual equivalente.

Existen varios factores para justificar la mayor eficiencia hidrológica, social y económica de los regadíos de aguas subterráneas (Llamas *et al.*, 2001). Entre ellos, se destacan los siguientes:

- Resistencia natural de los acuíferos a los períodos de sequía: esto elimina una incertidumbre importante a ojos del agricultor a la vez que potencia la inversión en mejores técnicas de regadío. Así el coste de obtención del agua subterránea es una pequeña fracción del valor de la cosecha garantizada.
- Disponibilidad del agua: los suministros de aguas superficiales tienden a imponer a los regantes largos turnos de agua y demasiada incertidumbre. En contraste, la posesión de un pozo permite al agricultor la utilización del recurso cuando lo requiere.
- Asunción de todos los costes por parte del usuario: el usuario debe invertir de su propio patrimonio para perforar y mantener su pozo, a la vez que paga más o menos en relación al caudal extraído. Como resultado se estimula la utilización eficiente del recurso, así como la inversión en cultivos de mayor rendimiento. Lógicamente, esto también se cumple en el caso de las aguas superficiales cuando existe un sistema de tarifas adecuado. Sin embargo, esto es excepcional incluso en economías avanzadas (OECD, 1999).

Otro importante beneficio derivado de la explotación de aguas subterráneas es la transición social experimentada por los agricultores, particularmente en países en vías de desarrollo. Algunos autores, como Moench (2003), muestran que el regadío de aguas subterráneas constituye un importante y veloz catalizador para el progreso de sociedades agrícolas (a menudo analfabetas), a sociedades industriales donde un amplio sector de la sociedad pertenece a una clase media cualificada. Esta transición social puede contribuir a la sostenibilidad en el uso del recurso:

durante la explotación intensiva los niveles sufren una bajada considerable, pero tienden a la recuperación una vez que la sociedad ha pasado de ser mayoritariamente agrícola a industrial.

Por otra parte, el uso de aguas subterráneas es, por su propia naturaleza, menos proclive a prácticas económicas corruptas que las grandes infraestructuras de aguas superficiales. Esto es debido fundamentalmente a la menor inversión requerida y al mucho más breve período de construcción.

Si bien los beneficios de la generalización del uso intensivo del agua subterránea han sido considerables, la naturaleza caótica de este fenómeno ha dado lugar a diversos impactos (fundamentalmente ecológicos) en algunos lugares. Entre ellos cabe citar la bajada de los niveles (es frecuente hoy día oír hablar del fenómeno de la sobreexplotación de acuíferos), la degradación de la calidad del agua, la susceptibilidad a fenómenos de subsidencia, la interferencia con masas de agua superficiales y otros impactos ecológicos de diversa índole.

Las implicaciones técnicas, sociales y éticas de dichos efectos a menudo implican conflictos entre desarrollo y medio ambiente, que serían demasiado complejos de analizar en un texto de estas características. Baste por tanto indicar que, en muchos casos, estos problemas surgen como consecuencia de una gestión inadecuada, y su importancia real es a veces exagerada. Se remite por tanto a Llamas y Martínez-Santos (2004), que consideran dichas cuestiones en mayor detalle.

5.4.3. Cálculo del coste del m³ de agua subterránea

Se expone a continuación una metodología para el cálculo del precio del m³ de agua subterránea desde el interior del pozo hasta el depósito de regulación. No se incluye el precio de la distribución, saneamiento y depuración porque puede ser muy variable y ha de ser considerado en cada caso concreto.

La metodología está basada en el trabajo de Andolz (1972). Este trabajo destaca por la claridad en la exposición y por la sencillez de la metodología de cálculo.

1. Factores que inciden en el precio del agua subterránea

- Ejecución del pozo de captación.
- Extracción del agua subterránea.
- Transporte hasta el depósito de regulación.
- Depósito de regulación.

Gastos aparejados a cada factor

- Gastos financieros (*GF*).
- Gastos de explotación (*GE*).

Gastos totales para cada factor

$$GT = GF + GE$$

Repercusión de cada factor en el precio del m³ de agua

Se obtiene dividiendo los gastos totales correspondientes a cada factor por el número de m³ extraídos en la unidad de tiempo considerada (generalmente un año, que suele ser la unidad de tiempo empleada para medir los plazos de amortización y los intereses de los préstamos).

2. Cálculo de la incidencia del pozo de captación

- Inversión inicial:
Trabajos previos (estudio hidrogeológico, sondeos, etc.) (T).
Profundidad del pozo (P).
Precio del metro lineal de pozo totalmente terminado (s).

$$I = T + P \cdot s$$

- Gastos financieros anuales:

$$GF = \frac{I}{2} \cdot i + \frac{T}{g} + \frac{P \cdot s}{h}$$

- i = interés anual del capital invertido.
- g = periodo de amortización de los trabajos previos (años).
- h = periodo de amortización del pozo (años).

- Gastos de explotación anuales:

$$GE = m + v$$

- m = gastos anuales de conservación y reparación.
- v = gastos anuales de vigilancia y control.

- Incidencia del pozo:

$$PZ = \frac{1}{Q \cdot t} \cdot (GF + GE)$$

- Q = caudal de explotación (m³/h).
- t = horas de explotación anuales.

3. Cálculo de la incidencia de la extracción de agua subterránea

- Inversión inicial (I):
Precio de bomba y motor (b).

Obra civil (*c*).
Elementos eléctricos (*d*).

$$I = b + c + d$$

- Gastos financieros anuales:

$$GF = \frac{I}{2} \cdot i + \frac{b}{f} + \frac{c}{g} + \frac{d}{h}$$

i = interés anual del capital invertido.

f = periodo de amortización de bomba y motor (años).

g = periodo de amortización de la obra civil (años).

h = periodo de amortización de los elementos eléctricos (años).

- Gastos de explotación anuales:

$$GE = m + v + E$$

m = gastos anuales de conservación y reparación.

v = gastos anuales de vigilancia y control.

E = coste de la energía eléctrica.

$$E = \frac{Q \cdot t \cdot z \cdot e}{r} \cdot \frac{0.736}{270}$$

Q = caudal de bombeo (m³/h).

t = tiempo de explotación anual (horas).

z = altura manométrica.

e = precio del kW/h.

r = rendimiento bomba-motor.

- Incidencia de la extracción:

$$EXT = \frac{1}{Q \cdot t} \cdot (GF + GE)$$

Q = caudal de explotación (m³/h).

t = horas de explotación anuales.

4. Cálculo de la incidencia del transporte por tubería

- Inversión inicial (*I*):
Mecanismos hidráulicos (*b*).
Tubería instalada (*c*).
Obra de fábrica (*d*).

$$I = b + c + d$$

- Gastos financieros anuales:

$$GF = \frac{I}{2} \cdot i + \frac{b}{f} + \frac{c}{g} + \frac{d}{h}$$

i = interés anual del capital invertido.

f = periodo de amortización de los mecanismos hidráulicos (años).

g = periodo de amortización de la tubería (años).

h = periodo de amortización de la obra de fábrica (años).

- Gastos de explotación anuales:

$$GE = m + v$$

m = gastos anuales de conservación y reparación,

v = gastos anuales de vigilancia y control.

- Incidencia del transporte por tubería:

$$TT = \frac{1}{Q \cdot t} \cdot (GF + GE)$$

Q = caudal de explotación (m^3/h).

t = horas de explotación anuales.

5. Cálculo de la incidencia del depósito de regulación

- Inversión inicial (I):

Mecanismos hidráulicos (b).

Depósito totalmente terminado (c).

$$I = b + c$$

- Gastos financieros anuales:

$$GF = \frac{I}{2} \cdot i + \frac{b}{f} + \frac{c}{g}$$

i = interés anual del capital invertido.

f = periodo de amortización de los mecanismos hidráulicos (años).

g = periodo de amortización del depósito terminado (años).

- Gastos de explotación anuales:

$$GE = m + v$$

m = gastos anuales de conservación y reparación.

v = gastos anuales de vigilancia y control.

- Incidencia del depósito:

$$DR = \frac{1}{Q \cdot t} \cdot (GF + GE)$$

Q = caudal de explotación (m³/h).

t = horas de explotación anuales.

6. Coste final

$$CF = PZ + EXT + TT + DR$$

El coste correspondiente a la distribución, saneamiento y depuración se debe añadir al coste final.

EJEMPLO: Calcular el coste del m³ de agua subterránea en las siguientes condiciones:

- Caudal de bombeo: 28 L/s.
- Tiempo de bombeo: 5 950 horas/año.
- Interés del capital para todos los conceptos: 13.5 % anual.
- Coste de construcción del pozo: 70 000 €.
- Plazo de amortización del pozo: 30 años.
- Gastos de mantenimiento y vigilancia del pozo: 2 285 €/año.
- Equipo de bombeo y montaje eléctrico: 30 050 €.
- Plazo de amortización del equipo de bombeo y eléctrico: 10 años.
- Mantenimiento y vigilancia del equipo de bombeo: 2 400 €/año.
- Altura manométrica (elevación del agua): 110 m.
- Precio kW/h: 0.11 €.
- Rendimiento de la instalación: 0.7.
- Inversión en transporte por tubería pozo-depósito: 21 000 €.
- Plazo amortización del montaje de transporte por tubería: 30 años.
- Vigilancia y control del transporte por tubería: 2 000 €.
- Depósito de regulación: 27 000 €.
- Plazo de amortización del depósito: 50 años.
- Vigilancia y control depósito: 1 500 €.

a) *Incidencia en el coste del pozo de bombeo*

$$I = 70\,000 \text{ €}$$

$$GF = \frac{70\,000}{2} \cdot 0.135 + \frac{70\,000}{30} = 7\,058 \text{ €}$$

$$GE = 2\,285 \text{ €}$$

$$PZ = \frac{1}{100.8 \cdot 5\,950} \cdot (7\,058 + 2\,285) = 0.015 \text{ €/m}^3$$

b) *Incidencia de la extracción de agua subterránea*

$$I = 30\,050 \text{ €}$$

$$GF = \frac{30\,050}{2} \cdot 0.135 + \frac{30\,050}{10} = 5\,033 \text{ €}$$

$$E = \frac{100.8 \cdot 5\,950 \cdot 110 \cdot 0.11}{0.7} \cdot \frac{0.736}{270} = 28\,260.4 \text{ €}$$

$$GE = 28\,260.4 + 2\,400 = 30\,660 \text{ €}$$

$$EXT = \frac{1}{100.8 \cdot 5\,950} \cdot (5\,033 + 30\,660) = 0.059 \text{ €/m}^3$$

c) *Incidencia del transporte por tubería*

$$I = 21\,000 \text{ €}$$

$$GF = \frac{21\,000}{2} \cdot 0.135 + \frac{21\,000}{30} = 2\,117.5 \text{ €}$$

$$GE = 2\,000 \text{ €}$$

$$TT = \frac{1}{100.8 \cdot 5\,950} \cdot (2\,117.5 + 2\,000) = 0.007 \text{ €/m}^3$$

d) *Incidencia del depósito de regulación*

$$I = 27\,000 \text{ €}$$

$$GF = \frac{27\,000}{2} \cdot 0.135 + \frac{27\,000}{50} = 2\,362.5 \text{ €}$$

$$GE = 1\,500 \text{ €}$$

$$DR = \frac{1}{100.8 \cdot 5\,950} \cdot (2\,362.5 + 1\,500) = 0.0064 \text{ €/m}^3$$

e) *Coste final*

$$PZ + EXT + TT + DR = 0.015 + 0.059 + 0.007 + 0.006 = 0.087 \text{ €/m}^3$$

FUENTES DE INFORMACIÓN

A) Referencias bibliográficas citadas en el texto

- ALMOROX, J. (2004). *Climatología*. Material docente. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos. UPM. www.eda.etsia.upm.es
- ANDERSON, M.P. y WOESSNER, W.W. (1992). *Applied groundwater modeling. Simulation of flow and advective transport*. Academic Press. San Diego. CA.
- ANDOLZ, J. (1972). *Coste del agua subterránea para abastecimiento urbano*. Servicio Geológico de España. Bol. 36. 94 págs.
- BACK, W. y FREEZE, R.A. (Ed.). (1983). «Chemical Hydrogeology». Hutchinson Ross Publishing Company. *Benchmark Paper in Geology*, 73. 416 págs.
- BENÍTEZ, A. (1972). *Captación de aguas subterráneas*. Editorial Dossat. Madrid. 157 págs.
- BERNER, R.A. (1971). *Principles of chemical sedimentology*. Mc Graw Hill. N.Y.
- BLANEY, H.F. y CRIDLE, W.D. (1950). *Determining water requirements in irrigated areas from climatological and irrigation data*. U.S. Dep. of Agriculture Irrigation and Water Conservation. SCS TP-96.
- BLANEY, H.F. y CRIDLE, W.D. (1962). *Determining consumptive use and irrigation water requirements*. Techn. Bull. 1275. Agricultural Research Services. USDA. 59 págs.
- BOUWER, H. (1989). «The Bouwer and Rice slug test an update», *Ground Water*, 27(3): 304-309.
- BOUWER, H. y RICE, R.C. (1976). «A slug test method for determining hydraulic conductivity of unconfined aquifers with completely or partially penetrating wells», *Water Resources Research*, 12(3): 423-428.
- BRYAN, K. (1919). «Classification of spring». *Journal of Geology*, 27: 522-561.
- BROUWER, C. y HEIBLOEM (1986). «Irrigation water management». *Training manual 3*. FAO. United Nations. www.fao.org
- BURKE, J.J. (2003). «Groundwater for irrigation: productivity gains and the need to manage hydro-environmental risk». En: M.R. Llamas y E. Custodio (eds.), *Intensive Use of Groundwater: Challenges and opportunities*. Balkema Publishers. Lisse, the Netherlands, pp. 59-92.
- CHILDS, E.C. (1967). «Soil moisture theory». *Advances in Hydrosience*, vol. 4. Ed. V.T. Chow. pp. 73-117. Academic Press.

- COLLINS, W.D. (1923). «Graphic representation of water analyses». *Indust. and Chemistry*, 15: 394.
- COOPER, H.H. (1966). «The equation of groundwater flow in fixed and deforming coordinates». *Journal of Geophysical Research*, 71: 4785-4790.
- COOPER, H.H.; BREDEHOEFT, J.D. y PAPADOPULOS, I.S. (1967). *Response to a finite diameter well to an instantaneous charge of water*. Water Resources Research. 3, pp. 263-269.
- COOPER, H.H. y JACOB, C.E. (1946). «A generalized graphical method for evaluating formation constant and summarizing well field history». *Transactions. American Geophysical Union*, 27: 526-534.
- CUSTODIO, E. y LLAMAS, M.R. Editores. (1976 y 1983). *Hidrología Subterránea*, 2 Vol. Ed. Omega. 2350 págs.
- DAINS, S.R. y PAWAR, J.R. (1987). *Economic return to irrigation in India, New Delhi*. Informe del SDR Research Group Inc para la U.S. Agency for International Development.
- DARCY, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Dalmont. París.
- DAVIS, S.N. (1969). «Porosity and Permeability in natural materials». In *Flow through porous media*. Ed. R. J. M. de Wiest, pp. 53-89. Academic Press.
- DAWSON, K.J. e ISTOK, J.D. (1991). *Aquifer testing design and analysis of pumping and slug test*. Chelsea. Lewis Publishers.
- DE GLEE, G.J. (1930). *Over Groundwaterstromingen bij wateronttrekking door middel von Putten*. Ph D. Delft, 175 págs.
- DHAWAN, B.D. (1995). *Groundwater depletion, land degradation and irrigated agriculture in India*. Commonwealth Publisher. Delhi, India.
- DOMENICO, P.A. y SCHWARTZ, F.W. (1990). *Physical and Chemical Hydrogeology*. John Wiley and Sons. 824 págs.
- DUPUIT, J. (1863). *Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables*. 2ème édition. Dunod. París.
- ELÍAS CASTILLO, F. y JIMÉNEZ ORTIZ, R. (1965). *Evapotranspiraciones potenciales y balances de agua en España*. Dirección General de Agricultura. Secc. 9. Mapa Agronómico Nacional. Madrid. 293 págs.
- FETTER, C.W. (1994). *Applied Hydrogeology*. Mac Millan. 691 págs.
- FETTER, C.W. (1999). *Contaminant Hydrogeology*. Prentice Hall. 500 págs.
- FORCHEIMER, P. (1886). «Über die ergiebigkeit von brunnenanlagen und sickerschützen». *Architekten und Ingenieurvereins*. (Hannover), 32: 539-564.
- FRANKE, O.L.; REILLY, T.E. y BENNETT, G.D. (1987). «Definition of boundary and initial conditions in the analysis of saturated groundwater flow system. An introduction». *Techniques of water resources investigations of the USGS*. Book 3. Chap. 35, 22 págs. (<http://water.usgs.gov/pubs/of/ofr90-183>)
- FREEZE, R.A. y BACK, W. (Ed.). (1983). «Physical Hydrogeology». Hutchinson Ross Publishing Company. *Benchmark Paper in Geology*, vol. 72, 431 págs.
- FREEZE, R.A. y CHERRY, J.A. (1979). *Groundwater*. Englewood Cliffs. Prentice Hall.

- GHYBEN, W.B. (1888-1889). *Nota in verband met voorgenomen putboring nabij Amsterdam*. Koninklyk Instituut Ingenieurs Tijdschrift (The Hague), pp. 8-22.
- HALFORD, K.J. y KUNIANSKY, E.L. (2002). *Documentation of spreadsheets for analysis of aquifer test and slug test data*. USGS open file report, pp. 02-197.
- HANTUSH, M.S. (1964). «Hydraulics of wells». *Advances in Hydrosience*. Ven Te Chow. Academic Press. 1: 281-432.
- HELSEL, D.R. y HIRSCH, R.M. (2002). *Statistical methods in water resources*. USGS. 524 págs. <http://water.usgs.gov/pubs/twri/twri4a3/>
- HEM, J.D. (1985). «Study and interpretation of the chemical characteristics of natural water». USGS. *Water Supply Paper*, 2254 págs.
- HERZBERG, A. (1901). «Die Wasserversorgung einiger norseebader». *Journal Gasbeleuchtung und Wasserversorgung (Munich)*, 44: 815-819, 842-844.
- HUBBERT, M.K. (1940). «The Theory of groundwater motion». *Jour. Geology*, 48: 785-944.
- HUBBERT, M.K. (1956). *Darcy's law and the field equations of flow of underground fluids*. Transactions, American Institute of Mining and Metallurgical Engineers. 207:222-239.
- HVORSLEV, M.J. (1951). «Time lag and soil permeability in groundwater observations». U.S. Army corps of Engineers. *Waterway Experimentation Station. Bulletin*, 36.
- JACOB, C.E. (1940). «On the flow of water in an elastic artesian aquifer». *Am. Geophysical Union*, 21: 574-586.
- JACOB, C.E. (1950). «Flow of groundwater». *Engineering hydraulics*. Ed. H. Rouse. pp. 321-386. John Wiley. N.Y.
- KARLHEINZ, S. y MORENO, J. (1996). *A practical guide to groundwater and solute transport modeling*. John Wiley and Sons. Inc. 461 págs.
- KRUSEMAN, G.P. y DERIDDER, (1991). *Analysis and evaluation of pumping test data*. Intern. Assoc. for Land Reclamation and Improvement. Pub. 47. The Netherlands.
- LLAMAS, M.R. y MARTÍNEZ-SANTOS, P. (2004). *Ethical issues in relation to intensive groundwater use*. Selected Papers of the Symposium on Intensive Groundwater Use (SINEX). Balkema Publishers. The Netherlands, pp. 17-36.
- LLAMAS, M.R., y MARTINEZ-SANTOS, P. (2005). «Significance of the Silent Revolution of intensive groundwater use on world water policy». En: Rogers, P. y Llamas, M.R. (eds). *Water Crisis: Myth or Reality?, Proceedings of the Santander Workshop*. Organized by Harvard University, Complutense University of Madrid and Marcelino Botín Foundation. Santander, Spain, 14-16 June 2004. Taylor and Francis Publishers, The Netherlands.
- LLAMAS, M.R.; SIMPSON, E.S. y MARTÍNEZ ALFARO, P.E. (1982). «Groundwater Age Distribution in Madrid Basin, Spain». *Ground Water*, 20: 688-695.
- LLAMAS, M.R.; FORNÉS, J.; HERNÁNDEZ-MORA, N. y MARTÍNEZ-CORTINA, L. (2001). *Aguas subterráneas: retos y oportunidades*. Fundación Marcelino Botín y Ediciones Mundi-Prensa. 529 págs.
- MARTÍNEZ-ALFARO, P.E. (2004). «Groundwater». En: *Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS)*. UNESCO. EOLSS publishers. Oxford. U.K. www.eolss.net

- MARTÍNEZ-ALFARO, P.E. y CASTAÑO, S. (2001): «Infiltration assessment in the Tablas de Daimiel National Park». En: *New approaches characterizing groundwater flow* (Seillers, K.P. y Wohnlich, S., eds.). A.A. Balkema Publishers. Lisse, 1: 135-138. ISBN: 902651-848-X.
- MEINZER, O.E. (1923a). «The occurrence of groundwater in the United States, with a discussion of principles». USGS. *Water Supply Paper*, 494 págs.
- MEINZER, O.E. (1923b). «Outline of groundwater Hydrology, with definitions». USGS. *Water Supply Paper*, 489 págs.
- MEINZER, O.E. (1928). «Compressibility and elasticity of artesian aquifers». *Econom. Geology*, 23: 263-291.
- MIMAM (2000). *Libro Blanco del Agua en España*. Secretaría de Estado de Aguas y Costas. Dirección General de Obras Hidráulicas y Calidad de las Aguas. Ministerio de Medio Ambiente, Madrid. 637 págs.
- MOENCH, M. (2003). «Groundwater and Poverty: exploring the connections». En: M.R. Llamas y E. Custodio (eds), *Intensive Use of Groundwater. Challenges and Opportunities*. Balkema Publishers. The Netherlands, pp. 441-456.
- NACIONES UNIDAS (2000). *United Nations Millennium Declaration*. A/RES/55/2.
- NACIONES UNIDAS (2003). *Water for People, Water for Life*. UNESCO-WWAP. Paris, France.
- NEUMAN, S.P. (1975). «Analysis of pumping test data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response». *Water Resources Research*, 11: 329-242.
- OECD (1999). *The price of water: trends in OECD countries*. Organisation for Economic Cooperation and Development. París. 173 págs.
- PENMAN, H.L. (1948). *Natural Evaporation from open water, bare soil and grass*. Proc. Royal Soc. (A) Vol. CXCIII, pp. 120-145.
- PENMAN, H.L. (1949). *The dependence of transpiration on weather and soil condition*. J. Soil Sci. 1 (1):74-89.
- PENMAN, H.L. (1956). «Estimating Evaporation». *Trans American. Geophys. Union*, 37(1): 43-46.
- PEYTON, G.R. (1986). *Effective porosity of geologic material*. Proceedings of the 12th Annual Research Symposium. U.S. EPA. EPA 600 9-86. 21-28.
- PINDER, G.F. y GRAY, W.G. (1977). *Finite element simulation in surface and subsurface Hydrology*. Academic Press. New York. 295 págs.
- PIPER, A.M. (1944). «A graphic procedure in the geochemical interpretation of water analyses». *Am. Geophys. Union. Trans*, 25: 914-943.
- REILLY, T.E. (2001). *System and boundary conceptualization in groundwater flow simulation*. Us Geological Survey Technique of Water Resource Investigation, book 3, Chapter B8. 26 págs.
- RICHARDS. L.A. (1928). «The usefulness of capillary potential to soil moisture and plant investigators». *Journal of Agriculture Research*, 37: 719-742.

- RICHARDS, L.A. Ed. (1954). «Diagnosis and Improvement of saline and alkali soil». U.S. Department of Agriculture. *Agricultural Handbook*, 60.
- SCHOELLER, H. (1955). «Géochimie des eaux souterraines». *Revue de l'Institut Français du pétrole*, 10: 230-244.
- SCHOELLER, H. (1962). *Les eaux souterraines*. Paris Mason and Cie.
- SHIKLOMANOV, I.A. (1997). *Comprehensive assessment of the freshwater resources of the World*. World Meteorological Organization, 88 págs.
- SLICHTER, CH. S. (1899). «Theoretical investigation of the motion of groundwater». *USGS Annual report*, 19: 295-384.
- SOLÍS, C. (1990). *Los caminos del agua*. Mondadori. 220 págs.
- STIFF, H.A. (1951). «The interpretation of Chemical water analysis by means of patterns». *Jour. Petroleum Technology*, 3. n.º 10. sect. 1: 15-116.
- STREETER, V.L. (1962). *Fluids mechanics*. McGraw Hill.
- THEIS, C.V. (1935). *The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage*. Trans. American Geophysical Union. 16: 519-524.
- THIEM, G. (1906). *Hydrologische Methoden*. Gebhardt, Leipzig. 56 págs.
- THORNTONWAITE, C.W. (1948). «An approach toward a rational classification of climate». *Geologic. Rev*, 38: 55-94.
- THORNTONWAITE, C.W. y WILMS, H.G. (1944). *Report of the Committee on Transpiration and Evaporation*. American Geophys. Union. 25(5): 683-693.
- TOTH, J. (1963). *A theoretical analysis of groundwater flow in small drainage basins*. *Journal of Geophysical Research*, 67(11): 4375-4387.
- TURC, L. (1961). «Evaluation des besoins en eau d'irrigation. Evapotranspiration potentielle. (Formule climatique simplifiée et mise à jour)». *Ann Agron*, 12(1): 13-49.
- VAN GENUCHTEN, M. T. (1980). «A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils». *Soil Science Society of American Journal*, 44: 892-898.
- VIVES, R. (2003). «Economic and social profitability of water use for irrigation in Andalusia, Spain». *Water International*, 28(3): 313-321.
- WALTON, W.C. (1960). «Leaky artesian aquifer conditions in Illinois». *Illinois State Water Survey Report of Investigation*, 39.
- WALTON, W.C. (1962). «Selected analytical methods for well and aquifer evaluation». *Illinois State Water Survey Bull*, 49. 81 págs.
- WOOD, W.; KRAMER, T. y HEM, P. (1990). «Intergranular diffusion. An Important mechanism influencing solute transport in elastic aquifer». *Science*, 247: 1569-72.
- ZHENG, C.H. y GORDON, D.B. (1995). *Applied Contaminant transport Modelling*. Van Nostrand Reinhold. 440 págs.

B) Algunos libros de texto recomendables para profundizar en la materia, editados en los últimos años

- DOMENICO, P.A. y SCHWARTZ, F.W. (1998). *Physical and Chemical Hydrogeology*. John Wiley and Sons. 502 págs.
- FETTER, C.W. (1999). *Contaminant Hydrogeology*. Prentice Hall. 500 págs.
- FETTER, C.W. (2001). *Applied Hydrogeology*. 4.ª Ed. Prentice Hall. 598 págs.
- PRICE, M. (2003). *Agua Subterránea*. Limusa. 341 págs.
- SERRANO, S.E. (1997). «Hydrology for Engineers, Geologist, and Environmental Professionals». *Hydroscience Inc.* 452 págs.
- SCHWARTZ, F.W. y ZHANG, H. (2003). *Fundamentals of Groundwater*. John Wiley and Sons. 592 págs.

C) Algunas páginas web recomendables por su contenido en relación con las aguas subterráneas

www.agwa.org

Página de Associations of Groundwater Agencies.

www.agwt.org

Página de The American Ground Water Trust.

www.aquifertest.com/forum/

Foro sobre ensayos de bombeo (incluidos slug test).

www.awra.org

Página de la American Water Resources Association.

www.awwa.org

Página de la American Water Works Association.

www.bgs.ac.uk

Página del British Geological Survey.

www.ce.vt.edu/program_areas/environmental/teach/gwprimer/gwprimer.html

Página sobre ingeniería ambiental.

www.cwp.org

Página del Center for Watershed Protection.

www.ehsfreeware.com

Página con numerosos programas de uso libre.

www.epa.gov

Página de Environmental Protection Agency (USA).

www.emrl.byu.edu/

Página del Environmental Modeling Research Laboratory.

www.fao.org

Página de la Food and Agriculture Organization of the United Nations.

www.foe.org/safefood/groundwater

Página de Friends of the Earth.

www.groundwatercentral.info/

Página de información sobre aguas subterráneas. Incluye información bibliográfica, casos reales, anuncio de acontecimientos, etc.

www.groundwater.com

Página de información general sobre aguas subterráneas.

www.groundwater.com.au

Página del Australian Center for Groundwater Studies.

www.groundwater.org

Página de The Groundwater Foundation.

www.groundwater.water.ca.gov

Página del Groundwater Information Center de California.

www.gwpc.org

Página del Ground Water Protection Council.

www.gwrtac.org

Página de Ground-Water Remediation Technologies Analysis Center.

www.hydroforum.com

Página de la International Association for Environmental Hydrology.

www.hydroweb.com

Página de la International Association for Environmental Hydrology.

www.iah.org

Página de la International Association of Hydrogeologists.

www.igrac.nl

Página del International Groundwater Resources Assessment Centre.

www.iwmi.cgiar.org

Página del International Water Management Institute.

www.ngwa.org

Página de la National Groundwater Association.

www.nwl.ac.uk/gwf

Página del Groundwater forum.

www.nwri.ca

Página del National Water Research Institute de Canadá.

www.pmwin.net

Página dedicada a un popular programa de simulación de flujo subterráneo basado en MODFLOW.

www.sagta.org.uk/

Página de la Soil and Groundwater Technology Association.

www.saveourgroundwater.org

Página de Save Our groundwater.

www.thehydrogeologist.com

La página del hidrogeólogo.

www.unep.org/DEWA/water/groundwater

Página de la Division of Early Warning and Assessment (DEWA).

www.usgs.gov

Página del Servicio Geológico de Estados Unidos. En el índice alfabético buscar groundwater.

www.uwsp.edu/water/portage/undrstnd/index.htm

Una introducción al conocimiento de las aguas subterráneas.

www.water-ed.org

Página de la Water Education Foundation.

www.waterresources.ttu.edu

Página del Water Resources Center.

www.wef.org

Página de la Water Environment Federation.

www.wmo.ch/web-en/

Página de la Organización Meteorológica Mundial.

www.worldwater.org

Página de información general sobre el agua en el mundo.

www.wrl.unsw.edu.au/groundwater/

Página del Water Research Laboratory UNSW.

Organismos privados

www.bossintl.com/html/

Empresa dedicada a la consultoría y al desarrollo y venta de software relacionado con las aguas subterráneas.

www.ems-i.com

Página de Environmental Modeling Systems, Inc. Distribuidor de software relacionado con las aguas subterráneas.

www.groundwatermodels.com

Consultoría y venta de software en relación con las aguas subterráneas.

www.modtech-gw.com/

Página de Hydrogeological Model Technology.

www.groundwatersolutions.com

Página de la Groundwater Solutions, Inc. (GSI).

www.gwmodel.com

Página de enVision Environmental Education.

www.microfem.com

Página de venta de software en relación con las aguas subterráneas.

www.rockware.com

Empresa dedicada al software relacionado con las Ciencias de la Tierra.

www.scientificsoftwaregroup.com

Empresa dedicada al desarrollo y venta de software relacionado con las aguas subterráneas.

www.streamlinegwa.com

Página de venta de software en relación con las aguas subterráneas.

www.waterloohydrogeologic.com

Empresa de desarrollo de software, de consultoría y de formación en temas relacionados con las aguas subterráneas.

ANEXOS

Anexo 1: Valores de la función $W(u, r/B)$ para u

u	r/B																		
	0.002	0.004	0.006	0.008	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2	4	6	8
0	12.7	11.2	10.5	9.89	9.44	8.06	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.000002	12.1	11.2	10.5	9.89	9.44	8.06	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.000004	11.6	11.1	10.4	9.88	9.44	8.06	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.000006	11.3	10.9	10.4	9.87	9.44	8.06	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.000008	11	10.7	10.3	9.84	9.43	8.06	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.00001	10.8	10.6	10.2	9.8	9.42	8.06	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.00002	10.2	10.1	9.84	9.58	9.3	8.06	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.00004	9.52	9.45	9.34	9.19	9.01	8.03	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.00006	9.15	9.08	9	8.89	8.77	7.98	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.00008	8.84	8.81	8.75	8.67	8.57	7.91	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.0001	8.62	8.59	8.55	8.48	8.4	7.84	6.67	5.87	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.0002	7.94	7.92	7.9	7.86	7.82	7.5	6.62	5.86	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.0004	7.24	7.24	7.22	7.21	7.19	7.01	6.45	5.83	5.29	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.0006	6.84	6.84	6.83	6.82	6.8	6.68	6.27	5.77	5.27	4.85	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.0008	6.55	6.55	6.54	6.53	6.52	6.43	6.11	5.69	5.25	4.84	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.001	6.33	6.33	6.32	6.32	6.31	6.23	5.97	5.61	5.21	4.83	3.51	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.002	5.64	5.64	5.63	5.63	5.63	5.59	5.45	5.24	4.98	4.71	3.5	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.004	4.95	4.95	4.95	4.94	4.94	4.92	4.85	4.74	4.59	4.42	3.48	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.006	4.54	4.54	4.54	4.54	4.54	4.53	4.48	4.41	4.3	4.18	3.43	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.008	4.26	4.26	4.26	4.26	4.26	4.25	4.21	4.15	4.08	3.98	3.36	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.01	4.04	4.04	4.04	4.04	4.04	4.03	4.00	3.95	3.89	3.81	3.29	2.23	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.02	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.34	3.31	3.28	3.24	2.95	2.18	1.55	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.04	2.68	2.68	2.68	2.68	2.68	2.68	2.67	2.66	2.65	2.63	2.48	2.02	1.52	1.13	0.842	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.06	2.3	2.30	2.30	2.30	2.30	2.29	2.28	2.27	2.27	2.26	2.17	1.85	1.46	1.11	0.839	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.08	2.03	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.03	2.02	2.01	2	1.94	1.69	1.39	1.08	0.832	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.1	1.82	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.03	1.81	1.82	1.8	1.75	1.56	1.31	1.05	0.819	0.228	0.0223	0.0025	0.0003
0.2	1.22	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	1.22	1.22	1.22	1.22	1.19	1.11	0.996	0.857	0.715	0.227	0.0223	0.0025	0.0003
0.4	0.702	0.702	0.702	0.702	0.702	0.702	0.702	0.702	0.701	0.700	0.693	0.665	0.621	0.565	0.502	0.21	0.0223	0.0025	0.0003
0.6	0.454	0.454	0.454	0.454	0.454	0.454	0.454	0.454	0.454	0.453	0.453	0.436	0.415	0.387	0.354	0.177	0.0222	0.0025	0.0003
0.8	0.311	0.311	0.311	0.311	0.311	0.311	0.310	0.310	0.310	0.310	0.308	0.301	0.289	0.273	0.254	0.144	0.0218	0.0025	0.0003
1	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0.218	0.213	0.206	0.197	0.185	0.114	0.0207	0.0025	0.0003
2	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.049	0.048	0.047	0.046	0.044	0.034	0.011	0.0021	0.0003
4	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038	0.004	0.0037	0.0037	0.0036	0.0031	0.0016	0.0006	0.0002
6	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

De: Hantush, M.S. (1956) «Analysis of data from pumping tests in leaky aquifers». American Geophysical Union. 37:702-14.

Anexo 2A: Valores de la función $W(u_A, \Gamma)$ para acuíferos libres

$1/u_A$	$\Gamma=0.001$	$\Gamma=0.01$	$\Gamma=0.06$	$\Gamma=0.2$	$\Gamma=0.6$	$\Gamma=1.0$	$\Gamma=2.0$	$\Gamma=4.0$	$\Gamma=6.0$
4.0×10^{-1}	0.0248	0.0241	0.023	0.0214	0.0188	0.017	0.0138	0.00933	0.00639
8.0×10^{-1}	0.145	0.14	0.131	0.119	0.0988	0.0849	0.0603	0.0317	0.0174
1.4×10^0	0.358	0.345	0.318	0.279	0.217	0.175	0.107	0.0445	0.0210
2.4×10^0	0.662	0.633	0.57	0.483	0.343	0.256	0.133	0.0476	0.0214
4.0×10^0	1.02	0.963	0.849	0.688	0.438	0.300	0.140	0.0478	0.0215
8.0×10^0	1.57	1.46	1.23	0.918	0.497	0.317	0.141	0.0478	0.0215
1.4×10^1	2.05	1.88	1.51	1.03	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
2.4×10^1	2.52	2.27	1.73	1.07	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
4.0×10^1	2.97	2.61	1.85	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
8.0×10^1	3.56	3.00	1.92	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
1.4×10^2	4.01	3.23	1.93	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
2.4×10^2	4.42	3.37	1.94	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
4.0×10^2	4.77	3.43	1.94	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
8.0×10^2	5.16	3.45	1.94	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
1.4×10^3	5.4	3.46	1.94	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
2.4×10^3	5.54	3.46	1.94	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
4.0×10^3	5.59	3.46	1.94	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
8.0×10^3	5.62	3.46	1.94	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215
1.4×10^4	5.62	3.46	1.94	1.08	0.507	0.317	0.141	0.0478	0.0215

De: Fetter, C.W. (1994). «Applied Hydrogeology» McMillan, New York. 691 p.

Anexo 2B: Valores de la función $W(u_B, \Gamma)$ para acuíferos libres

$1/u_B$	$\Gamma = 0.001$	$\Gamma = 0.01$	$\Gamma = 0.06$	$\Gamma = 0.2$	$\Gamma = 0.6$	$\Gamma = 1.0$	$\Gamma = 2.0$	$\Gamma = 4.0$	$\Gamma = 6.0$
4.0×10^{-4}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.508	0.318	0.142	0.0479	0.0215
8.0×10^{-4}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.508	0.318	0.142	0.0480	0.0216
1.4×10^{-3}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.508	0.318	0.142	0.0481	0.0217
2.4×10^{-3}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.508	0.318	0.142	0.0484	0.0219
4.0×10^{-3}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.508	0.318	0.142	0.0488	0.0221
8.0×10^{-3}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.509	0.319	0.143	0.0496	0.0228
1.4×10^{-2}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.510	0.321	0.145	0.0509	0.0239
2.4×10^{-2}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.512	0.323	0.147	0.0532	0.0257
4.0×10^{-2}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.516	0.327	0.152	0.0568	0.0286
8.0×10^{-2}	5.62	3.46	1.94	1.09	0.524	0.337	0.162	0.0661	0.0362
1.4×10^{-1}	5.62	3.46	1.94	1.10	0.537	0.350	0.178	0.0806	0.0486
2.4×10^{-1}	5.62	3.46	1.95	1.11	0.557	0.374	0.205	0.106	0.0714
4.0×10^{-1}	5.62	3.46	1.96	1.13	0.589	0.412	0.248	0.149	0.113
8.0×10^{-1}	5.62	3.46	1.98	1.18	0.667	0.506	0.357	0.266	0.231
1.4×10^0	5.63	3.47	2.01	1.24	0.780	0.642	0.517	0.445	0.419
2.4×10^0	5.63	3.49	2.06	1.35	0.954	0.850	0.763	0.718	0.703
4.0×10^0	5.63	3.51	2.13	1.50	1.20	1.13	1.08	1.06	1.05
8.0×10^0	5.64	3.56	2.31	1.85	1.68	1.65	1.63	1.63	1.63
1.4×10^1	5.65	3.63	2.55	2.23	2.15	2.14	2.14	2.14	2.14
2.4×10^1	5.67	3.74	2.86	2.68	2.65	2.65	2.64	2.64	2.64
4.0×10^1	5.70	3.90	3.24	3.15	3.14	3.14	3.14	3.14	3.14
8.0×10^1	5.76	4.22	3.85	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82	3.82
1.4×10^2	5.85	4.58	4.38	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37	4.37
2.4×10^2	5.99	5.00	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91	4.91
4.0×10^2	6.16	5.46	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42	5.42
8.0×10^2	6.47	6.11	6.11	6.11	6.11	6.11	6.11	6.11	6.11
1.4×10^3	6.67	6.67	6.67	6.67	6.67	6.67	6.67	6.67	6.67
2.4×10^3	7.21	7.21	7.21	7.21	7.21	7.21	7.21	7.21	7.21
4.0×10^3	7.72	7.72	7.72	7.72	7.72	7.72	7.72	7.72	7.72
8.0×10^3	8.41	8.41	8.41	8.41	8.41	8.41	8.41	8.41	8.41
1.4×10^4	8.97	8.97	8.97	8.97	8.97	8.97	8.97	8.97	8.97
2.4×10^4	9.51	9.51	9.51	9.51	9.51	9.51	9.51	9.51	9.51
4.0×10^4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4

De: Fetter, C.W. (1994). «Applied Hydrogeology» McMillan, New York. 691 p.

Anexo 3: Valores de la función $F(\eta, u)$ para distintos valores de η y μ

$\eta = Tt/r_c^2$	$\mu = 10^{-6}$	$\mu = 10^{-7}$	$\mu = 10^{-8}$	$\mu = 10^{-9}$	$\mu = 10^{-10}$
0.001	0.9994	0.9996	0.9996	0.9997	0.9997
0.002	0.9989	0.9992	0.9993	0.9994	0.9995
0.004	0.9980	0.9985	0.9987	0.9989	0.9991
0.006	0.9972	0.9978	0.9982	0.9984	0.9986
0.008	0.9964	0.9971	0.9976	0.9980	0.9982
0.01	0.9956	0.9965	0.9971	0.9975	0.9978
0.02	0.9919	0.9934	0.9944	0.9952	0.9958
0.04	0.9848	0.9875	0.9894	0.9908	0.9919
0.06	0.9782	0.9819	0.9846	0.9866	0.9881
0.08	0.9718	0.9765	0.9799	0.9824	0.9844
0.1	0.9655	0.9712	0.9753	0.9784	0.9807
0.2	0.9361	0.9459	0.9532	0.9587	0.9631
0.4	0.8828	0.8995	0.9122	0.9220	0.9298
0.6	0.8345	0.8569	0.8741	0.8875	0.8984
0.8	0.7901	0.8173	0.8383	0.8550	0.8686
1	0.7489	0.7801	0.8045	0.8240	0.8401
2	0.5800	0.6235	0.6591	0.6889	0.7139
3	0.4554	0.5033	0.5442	0.5792	0.6096
4	0.3613	0.4093	0.4517	0.4891	0.5222
5	0.2893	0.3351	0.3768	0.4146	0.4487
6	0.2337	0.2759	0.3157	0.3525	0.3865
7	0.1903	0.2285	0.2655	0.3007	0.3337
8	0.1562	0.1903	0.2243	0.2573	0.2888
9	0.1292	0.1594	0.1902	0.2208	0.2505
10	0.1078	0.1343	0.1620	0.1900	0.2178
20	0.0272	0.03343	0.04129	0.05071	0.06149
30	0.01286	0.01448	0.01667	0.01956	0.02320
40	0.008337	0.008898	0.009637	0.010620	0.011900
50	0.006209	0.006470	0.006789	0.007192	0.007709
60	0.004961	0.005111	0.005283	0.005487	0.005735
80	0.003547	0.003617	0.003691	0.003773	0.003863
100	0.002763	0.002803	0.002845	0.002890	0.002938
200	0.001313	0.001322	0.001330	0.001339	0.001348

De: Papadopoulos, I.; Bredehoeft, J. y Cooper, H. (1973). «On the analysis of slug test data». Water Resources Research, 9:1087-89.