

**Завршни испит из Линеарне алгебре и статистике**

Презиме и име:

Број индекса:

**1.** Формулисати теорему о рационалним нулама полинома.

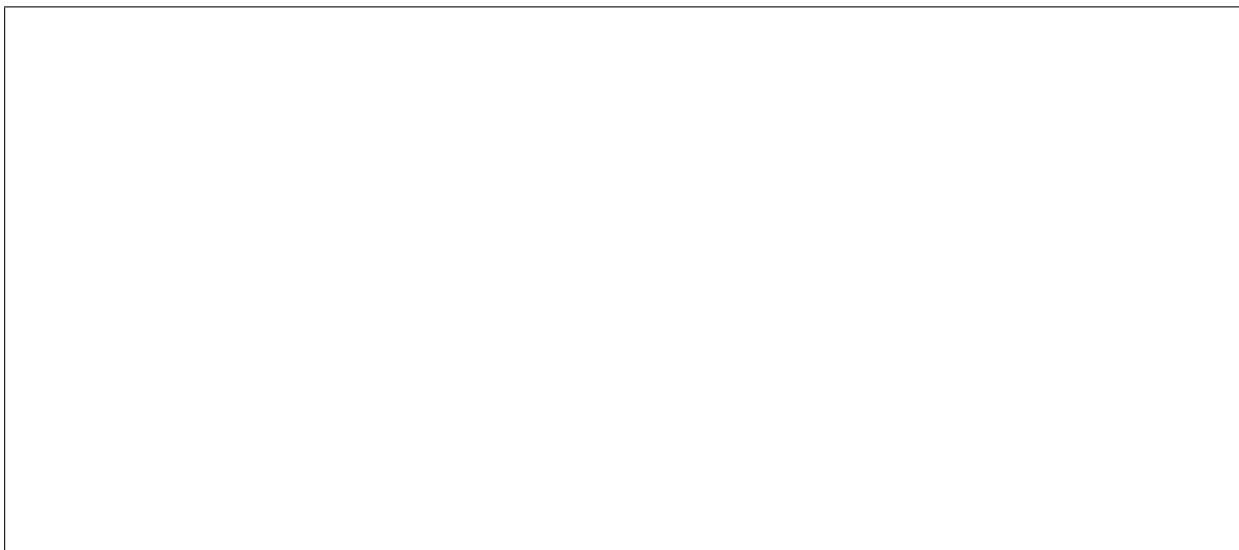
**2.** Написати три особине детерминанти (по избору).

**3.** Дефинисати базни минор матрице. Формулисати теорему о базном минору.

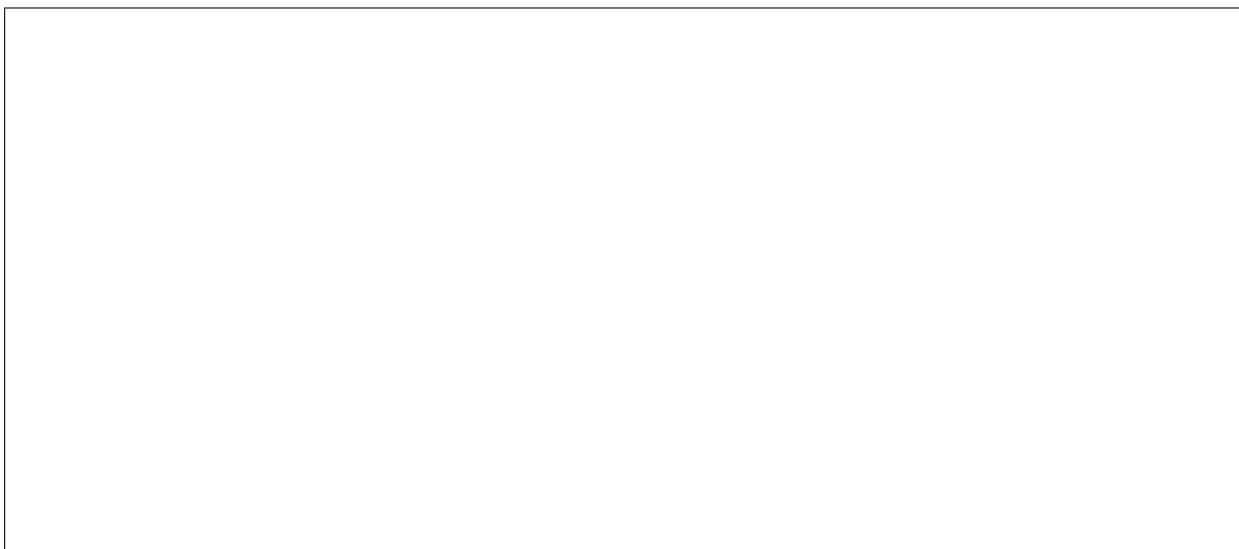
4. Дефинисати појам базе векторског простора  $V$ .



5. Нацртати слику површи  $x^2 + y^2 + z = 0$ . Која је то површ?



6. Дефинисати појам вероватноће.



Завршни испит из Линеарне алгебре и статистике

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати основну теорему алгебре.

2. Дата је матрица  $A$  реда 3 и познато је да је  $\det(A) = \alpha$ ,  $\alpha \neq 0$ . Тада је:

$\det(3A) =$

$\det(AA^T) =$

$\det(A^{-1}) =$

$\det(3A^{-7}) =$

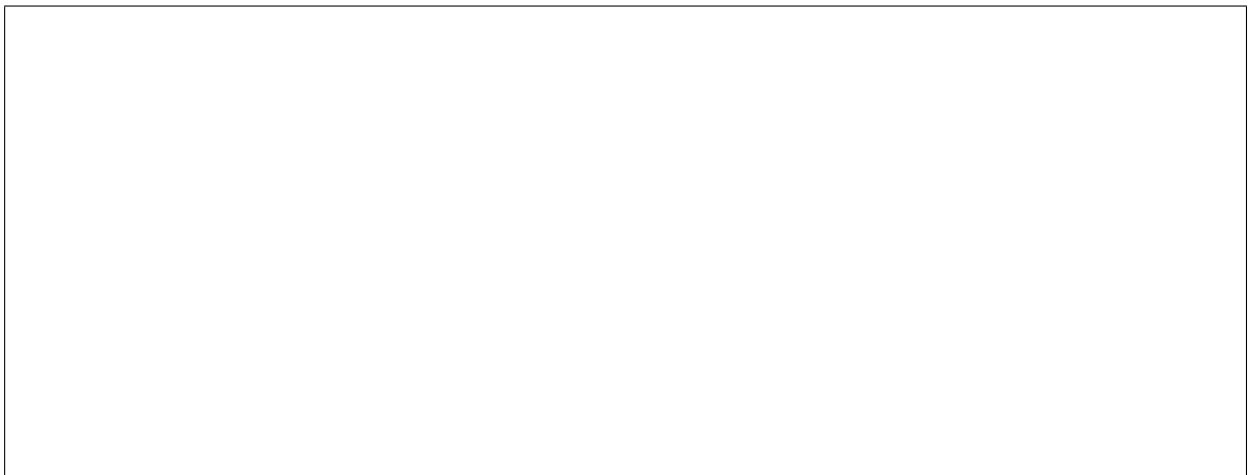
Образложити одговоре.

3. Дефинисати појам линеарне зависности и линеарне независности  $n$  вектора у датом векторском простору  $V$  над пољем  $\mathbf{R}$ .

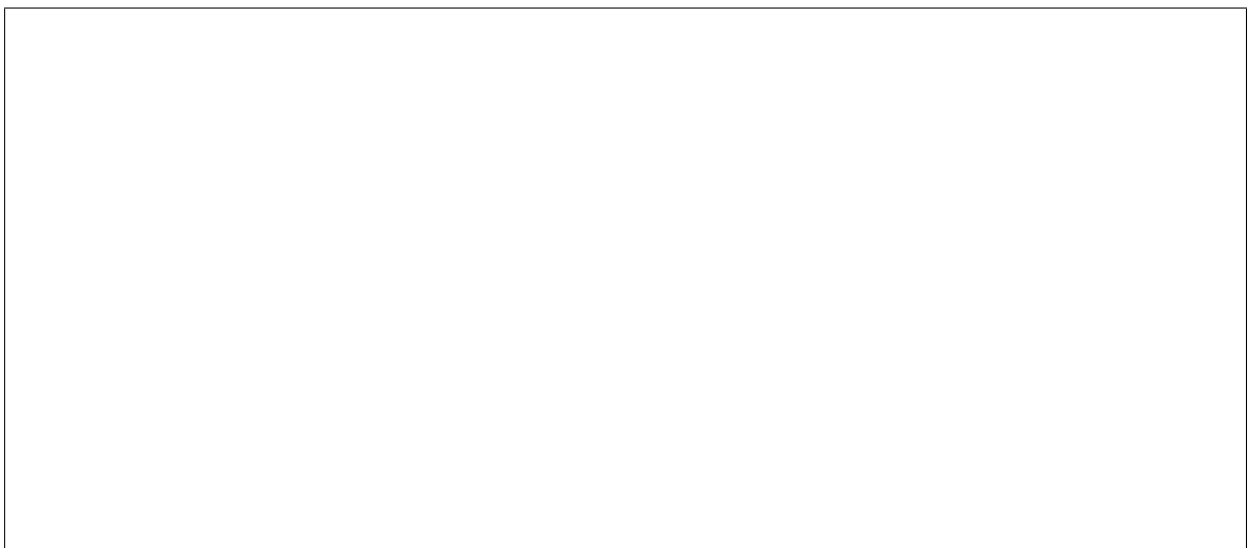
4. Написати векторски облик једначине праве у простору  $\mathbf{R}^3$ . Објаснити ознаке које се појављују у тој дефиницији.



5. Нацртати слику површи  $x^2 - y^2 - z = 0$ . Која је то површ?



6. Дефинисати функцију расподеле случајне променљиве  $X$ . Које су познате особине ове функције?



Завршни испит из Линеарне алгебре и статистике

Презиме и име:

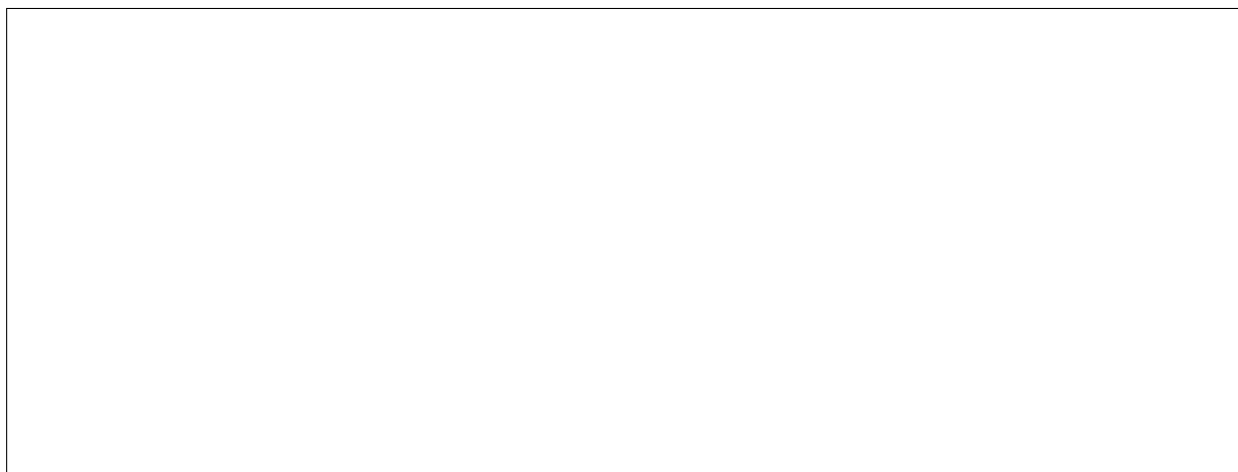
Број индекса:

1. Написати Виетове формуле за полином  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

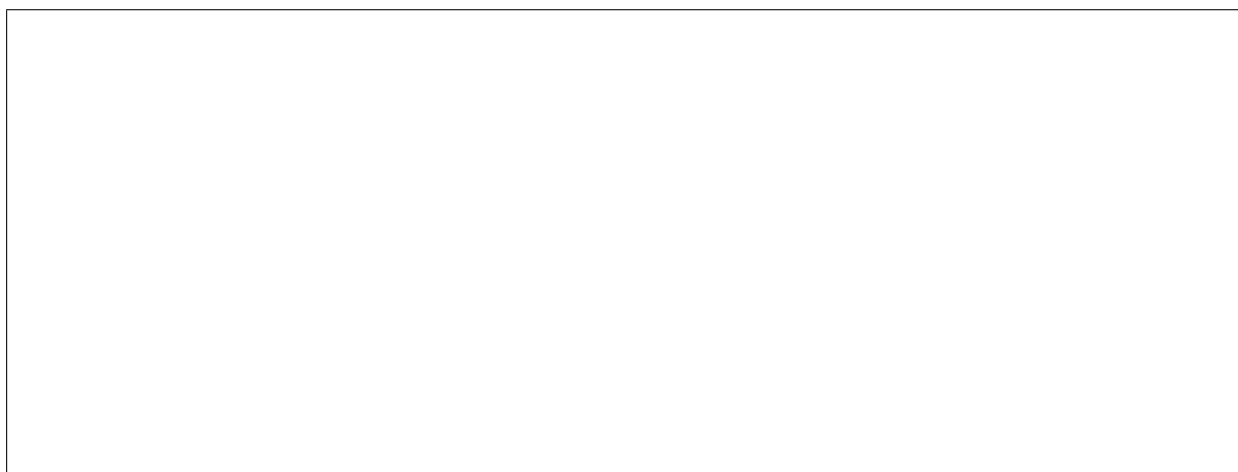
2. Дата је матрица  $A$  формата  $m \times n$  и матрица  $B$  формата  $p \times q$ . Под којим условом постоји збир, а под којим производ ових матрица? Под којим условом постоји и збир и производ и да ли тада ове матрице морају бити инвертибилне? Образложити одговор.

3. Дати пример векторског простора над пољем  $\mathbf{R}$  димензије 6.

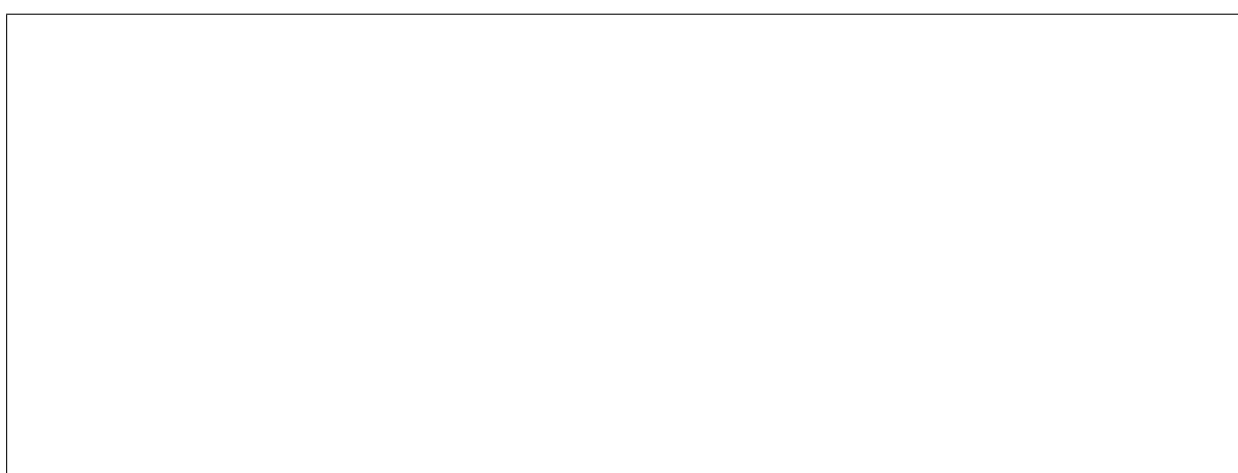
4. Написати векторски облик једначине равни. Објаснити ознаке које се појављују у тој дефиницији. Затим наћи једначину равни која пролази кроз тачку  $(3, 4, 5)$  и нормална је на осу  $Oy$ .



5. Нацртати слику површи  $x^2 + 1 - y = 0$ . Која је то површ?



6. Дефинисати појам условне вероватноће.



Завршни испит из Линеарне алгебре и статистике

Презиме и име:

Број индекса:

1. Написати реалну и комплексну факторизацију полинома  $P(x) = (x^4 - 4)^2$ .

2. Дефинисати појам детерминанте квадратне матрице реда  $n$  и објаснити појмове и ознаке у тој дефиницији.

3. Дефинисати сопствену вредност и сопствени вектор квадратне матрице реда  $n$ . Наћи сопствене вредности и сопствене векторе  $\mathbf{0}$  матрице реда 3.

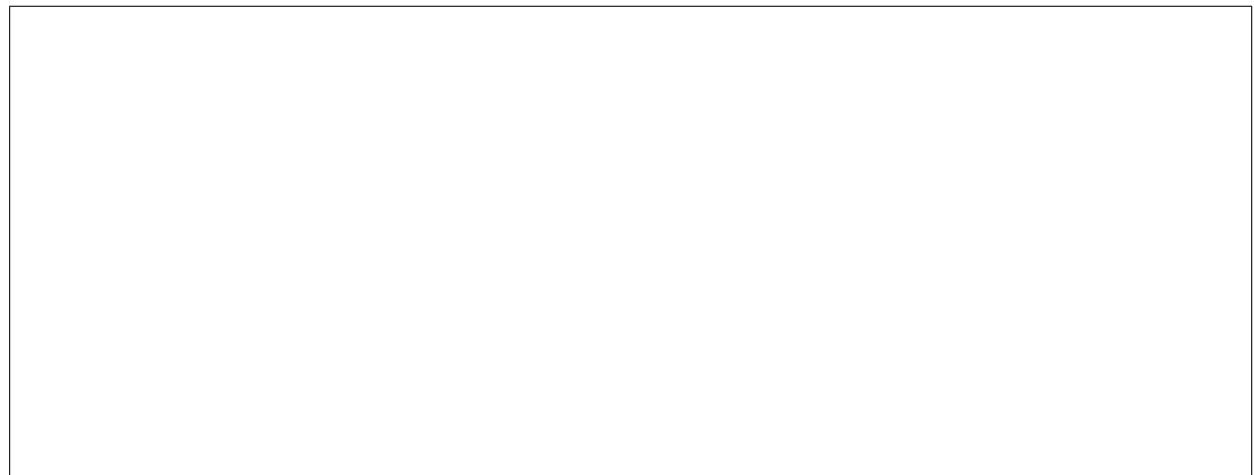
4. Дати су вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  у векторском простору  $\mathbf{R}^3$ . Тада је:

$$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 0 \Leftrightarrow \dots$$

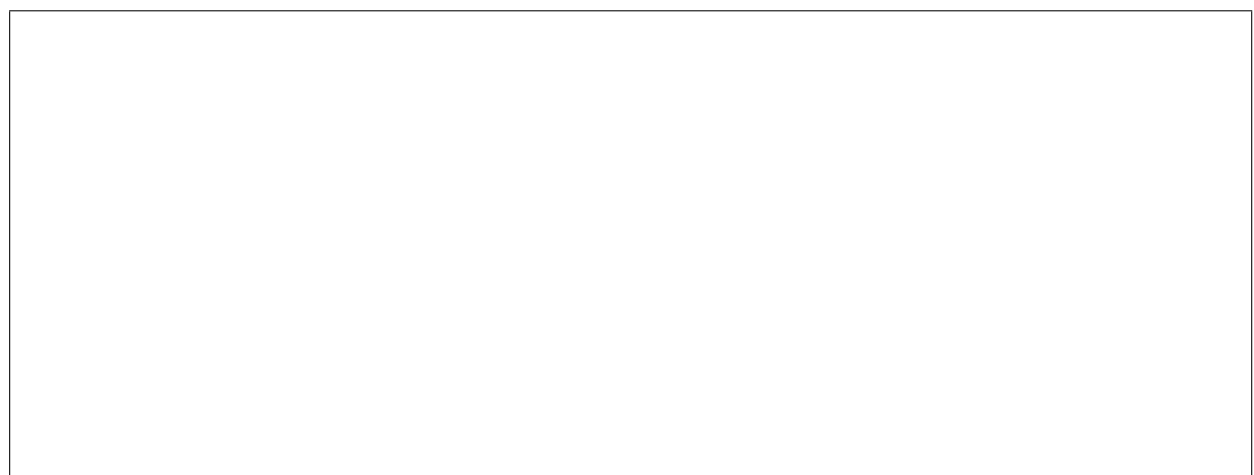
$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \dots$$

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0 \Leftrightarrow \dots$$

5. Нацртати слику површи  $3x^2 + 4y^2 - 2(z + 1)^2 = 0$ . Која је то површ?



6. Дефинисати појам дискретне случајне променљиве и дати један пример.





Завршни испит из Линеарне алгебре и статистике

Презиме и име:

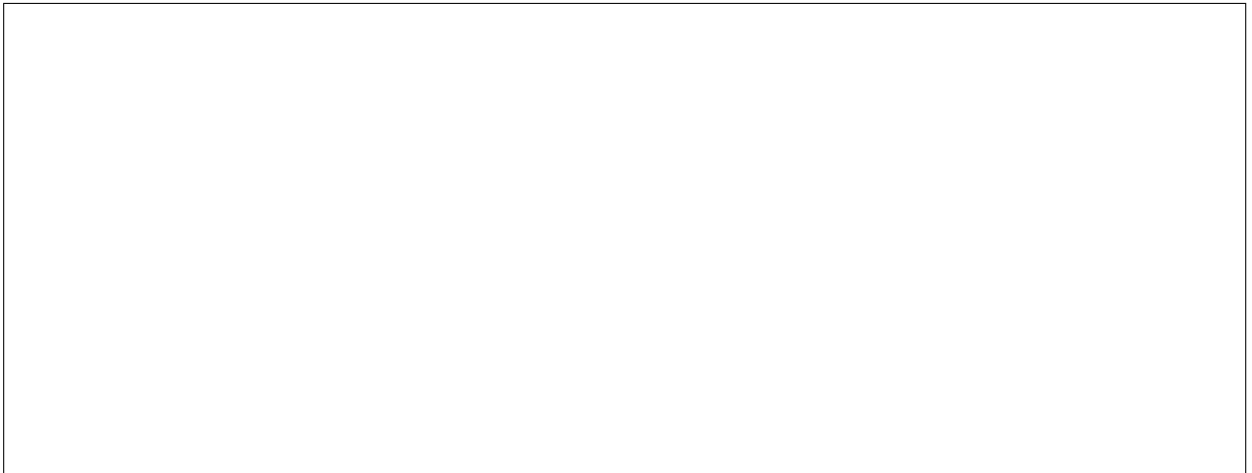
Број индекса:

1. Формулисати теорему о рационалним нулама полинома.

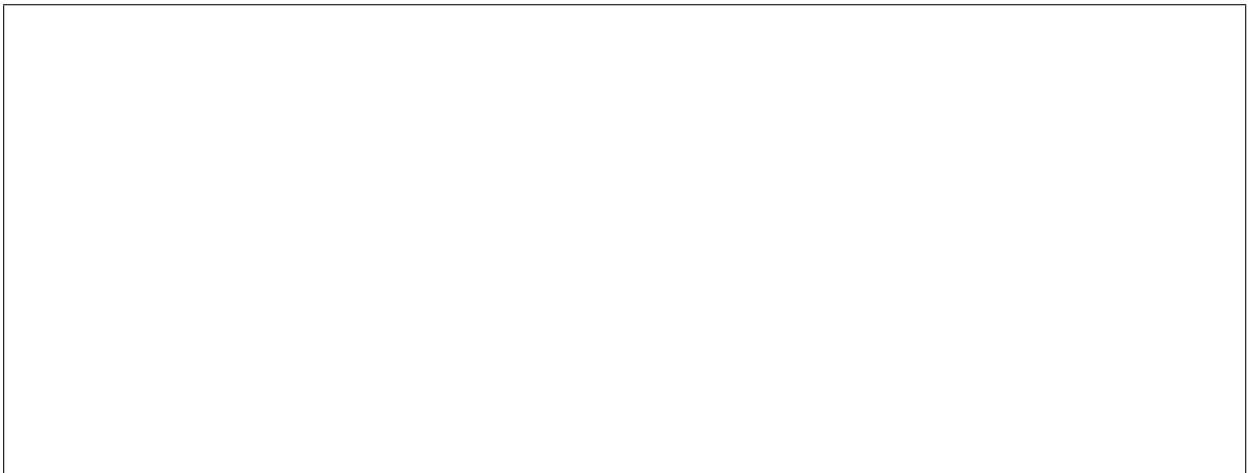
2. Дефинисати појам минора и појам кофактора.

3. Дефинисати појам сопствене вредности и сопственог вектора квадратне матрице реда  $n$ . Наћи сопствене вредности и векторе  $\mathbf{0}$  матрице реда 2.

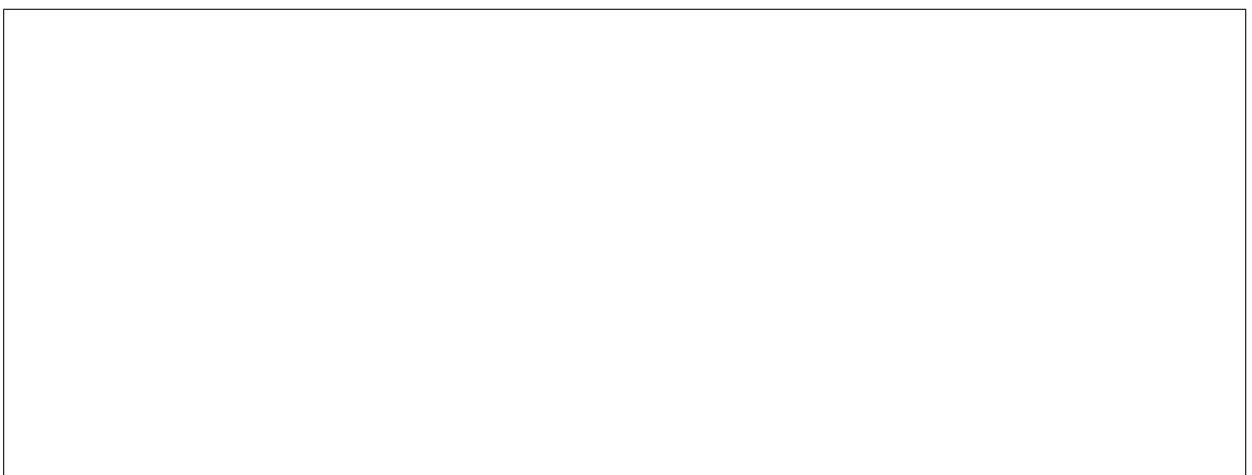
4. Дефинисати појам линеарног оператора у векторском простору.



5. Нацртати слику површи  $x + 4y^2 = 0$ . Која је то површ?



6. Дефинисати појам дискретне случајне променљиве и дати један пример.



## Завршни испит из Линеарне алгебре и статистике

Презиме и име:

Број индекса:

1. Написати Виетове формуле за полином  $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3$ .

2. Заокружити тачна тврђења:

1.  $\det(A + B) = \det A + \det B$ .
2.  $\det(AB) = \det A \cdot \det B$ .
3. Хомоген систем линеарних једначина увек има решење.
4. Множење матрица је комутативна операција.
5.  $\det(3A) = 3\det A$ .
6. Реалан векторски простор  $\mathbf{R}^3$  има бесконачно много база.

Напомена: Све дате матрице су квадратне реда 3.

3. Дефинисати појам сопствене вредности и одговарајућег сопственог вектора квадратне матрице. Затим формулисати Кејли-Хамилтонову теорему.

4. Формулисати теорему Коши-Шварц-Буњаковског. Потврдити њено важење за векторе  $u = (1, 1, 3, 0, 2)$  и  $v = (0, 3, 4, 1, -1)$ .

5. Одредити пресек правих  $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$  и  $q : 3x + 2y = 4, 2x - z = 4$ .

6. Дефинисати функцију расподеле случајне променљиве  $X$ . Које су познате особине ове функције?

## Завршни испит из Линеарне алгебре и статистике

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати основни став алгебре.

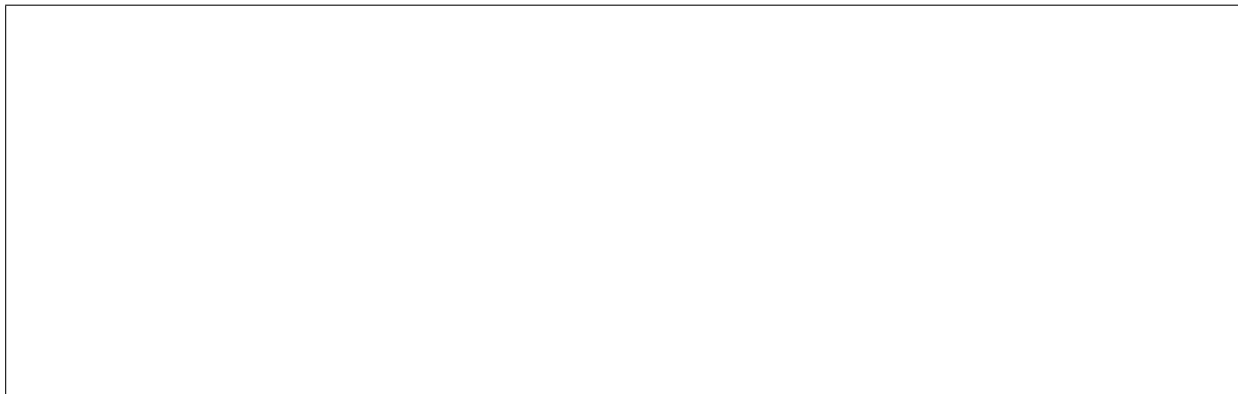
2. Заокружити тачна тврђења:

1.  $(AB)^T = A^T B^T$ .
2.  $\det(A + B)C = \det AC + \det BC$ .
3. Хомоген систем  $AX = 0$  има нетривијална решења ако  $\det A \neq 0$ .
4. Свака квадратна матрица слична је некој дијагоналној матрици.
5. Ако је  $C$  регуларна матрица, онда је  $\det(\text{adj}(C)) = (\det C)^2$ .
6. Неколинеарни вектори  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  чине базу векторског простора  $\mathbf{R}^2$ .

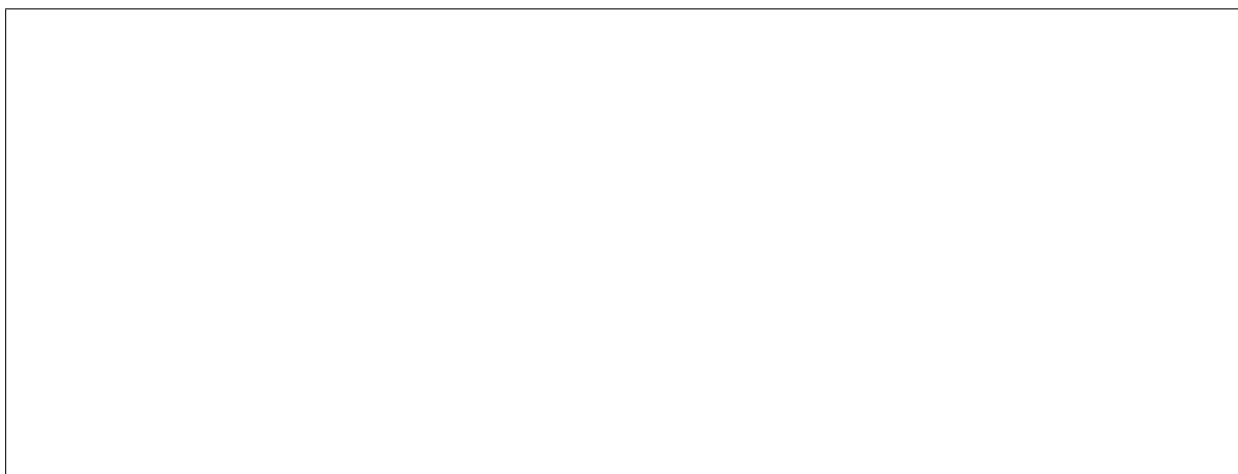
Напомена:  $A$ ,  $B$  и  $C$  су квадратне матрице реда 3,  $X = [x \ y \ z]^T$ .

3. Дефинисати појам базе векторског простора.

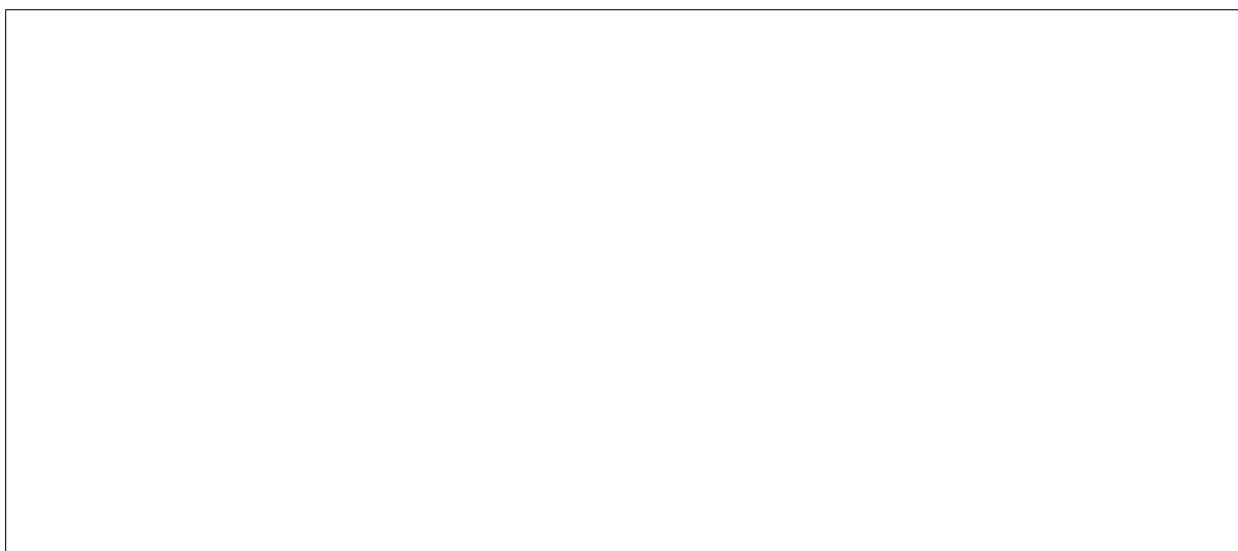
4. У ком међусобном положају се налазе права  $p : \frac{x+2}{-1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-12}{4}$  и раван  $\alpha : 3x - y + z = 1$ .



5. Нацртати слику површи  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ . Која је то површ?



6. Дефинисати појам математичког очекивања за дискретну случајну променљиву  $X$  и за непрекидну случајну променљиву  $Y$ .



Завршни испит из Линеарне алгебре и статистике

Презиме и име:

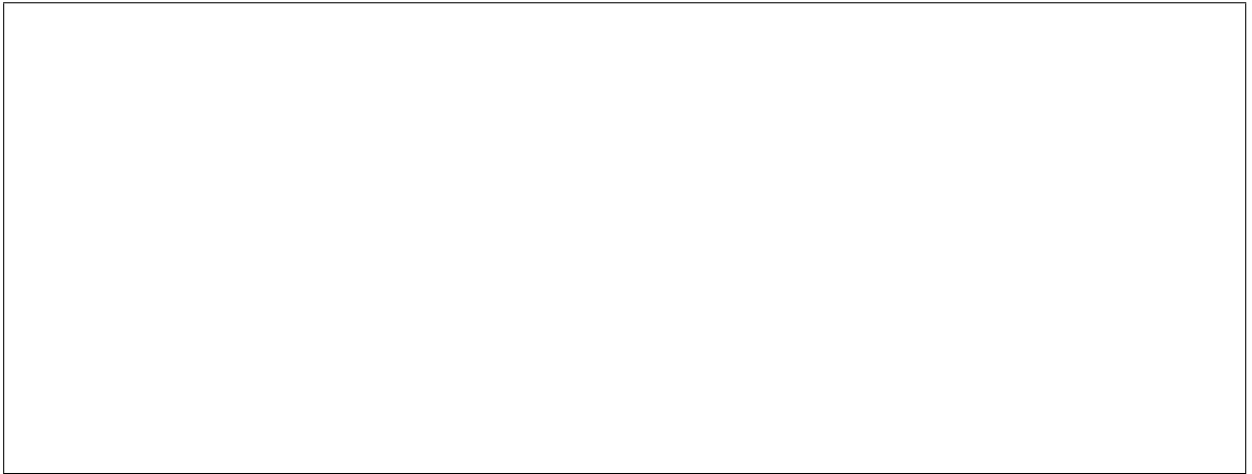
Број индекса:

1. Написати Виетове формуле за полином  $P(x) = x^4 + 1$ .

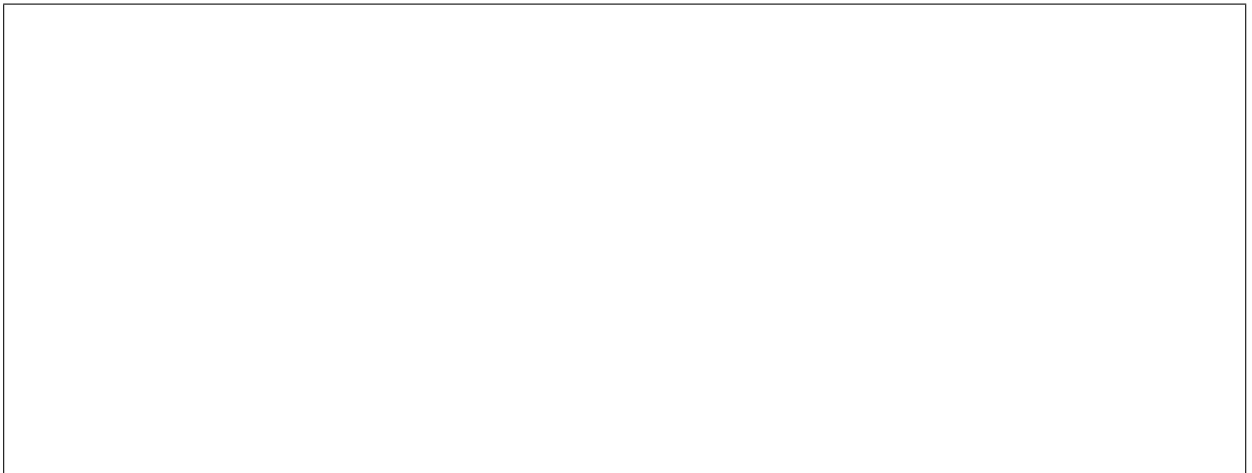
2. Када кажемо да су матрице сличне а када да су еквивалентне? Да ли сличне и еквивалентне матрице имају исте карактеристичне полиноме? Образложити одговор.

3. Формулисати теорему о базном минору.

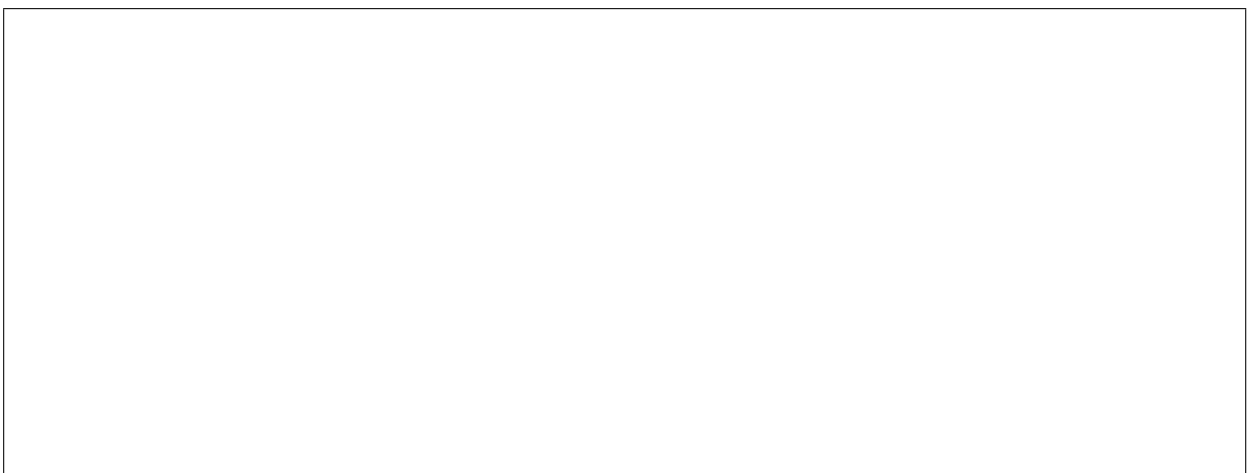
4. Написати једначину прамена равни кроз праву  $p: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-12}{4}$ .



5. Нацртати слику површи  $3x^2 + 2z^2 - y^2 = 0$ . Која је то површ?



6. Формулисати Бајесову формулу.





## ЗАВРШНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИЧКЕ АНАЛИЗЕ 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ .

2. Дефинисати појам апсолутне и условне конвергенције реда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .

3. Дефинисати прекид прве врсте. Дати пример функције која има прекид прве врсте у тачки  $x_0 = 2$ .

4. Формулисати Ролову теорему о средњој вредности.

5. Ако је  $x_0$  тачка локалног екстремума функције  $f(x)$ , онда је  $f'(x_0) = 0$ . Да ли је овај исказ тачан? Образложити одговор.

6. Испитати конвергенцију несвојственог интеграла

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx =$$

## ЗАВРШНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИЧКЕ АНАЛИЗЕ 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$ . Дати пример таквог низа  $x_n$ .

2. За које вредности параметра  $p \in \mathbb{R}$  ред  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$  конвергира апсолутно, а за које условно? Образложити одговор.

3. Дефинисати граничну вредност функције.

4. Формулисати Тејлорову формулу са остатком у Лагранжовом облику.

5. Да ли ограничена функција на неком интервалу  $I$  мора бити и интеграбилна на  $I$ ? Образложити одговор.

6. Формула за дужину лука криве. Применом ове формуле израчунати обим круга полупречника  $r$ .

Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати Кошијев низ. Дати пример низа који је Кошијев.

2. Формулисати Лајбницов критеријум. Дати пример алтернирајућег реда који је: а) апсолутно конвергентан б) условно конвергентан в) дивергентан.

3. Написати шта по дефиницији значи  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ .

4. Формулисати Лагранжову теорему о средњој вредности.

5. Написати Тејлоров полином другог степена за функцију  $y = x^x$  у околини тачке  $x_0 = 1$ .

6. Формулисати теорему о средњој вредности интегралног рачуна.

Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати супремум скупа  $A \subset \mathbf{R}$ .

2. Формулисати први поредбени критеријум. Да ли се овај критеријум може применити на ред  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+n}}$ ? Образложити одговор.

3. Да ли непрекидна функција на  $[0, 1]$  мора бити ограничена на том сегменту? Образложити одговор. Да ли важи исто уколико се сегмент  $[0, 1]$  замени интервалом  $(0, 1)$ ?

4. Формулисати Фермаову теорему.

5. Написати Маклоренов полином другог степена за функцију  $y = (x + 1)e^x$ .

6. Формулисати Њутн - Лајбницову формулу.

Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати појам подниза датог низа  $(a_n)$ .

2. Дефинисати када је ред  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  конвергентан. Објаснити појмове и ознаке у овој дефиницији.

3. Дати пример функције која има отклоњив прекид у тачки  $x_0 = -1$ .

4. Формулисати Кошијеву теорему о средњој вредности.

5. Наћи по дефиницији извод функције  $f(x) = e^{-x}$  у тачки  $x_0 = \ln 2$ .

6. Дефинисати Риманов интеграл. Објаснити ознаке у овој дефиницији.



Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати теорему о монотоном и ограниченом низу. Дати пример конвергентног низа  $(a_n)$  који није монотон.

2. Дефинисати условно конвергентан ред. Дати пример таквог реда.

3. Дати пример функције која има прекид друге врсте у тачки  $x_0 = -2$ .

4. Дефинисати  $f'(x_0)$  и  $f''(x_0)$ .

5. Формулисати појам стационарне тачке и појам локалног екстремума функције  $y = f(x)$ . Ако је  $x_0$  тачка локалног екстремума, да ли онда  $x_0$  мора бити стационарна тачка? Образложити одговор.

6. Дефинисати несвојствени интеграл функције  $f$  на интервалу  $(-\infty, a]$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .

## Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати Кошијев низ. Дати пример низа који није Кошијев.

2. Дат је ред  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , где је  $a_n > 0$ .

• Навести *потребан* услов за конвергенцију реда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . Дати пример реда који дивергира због неиспуњености овог услова, као и пример дивергентног реда који испуњава овај услов.

• Навести један *довољан* услов за конвергенцију реда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ . Дати пример реда који конвергира због испуњености овог услова.

3. Написати шта по дефиницији значи  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .

4. Формулисати Болцано - Кошијеву теорему о непрекидним функцијама.

5. Дата је функција  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ . Наћи  $f^{(n)}(0)$  користећи Маклоренов полином.

6. Дефинисати примитивну функцију функције  $f$  на интервалу  $(0,1)$ . Да ли је примитивна функција једнозначно одређена? Образложити одговор.

## Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати Вајерштрасову теорему о низовима. Показати контрапримером да у овој теореди не важи обратно.

2. Формулисати први поредбени критеријум. Користећи се овим критеријумом образложити зашто је ред  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$  дивергентан а ред  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$  конвергентан. Да ли се овај критеријум може применити на ред  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n}{n!}$ ?

3. Написати шта по Хајнеовој, а шта по Кошијевој дефиницији значи  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ .

4. Формулисати Ролову теорему о средњој вредности.

5. Дата је функција  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Да ли тачка  $x_0 \in \mathbf{R}$  може истовремено бити локални екстремум и превојна тачка функције  $f$ ? Образложити одговор.

6. Формулисати Њутн-Лајбницову формулу.

## Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Да ли за низове  $(x_n)$  и  $(y_n)$ ,  $n \in \mathbf{N}$ , увек важи  $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ ?  
Образложити одговор.

2. Формулисати први поредбени критеријум. Дати пример реда који конвергира и пример реда који дивергира према овом критеријуму.

3. Написати шта по Кошијевој дефиницији значи  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 20$ .

4. Формулисати Лагранжову теорему о средњој вредности.

5. Написати табличне Маклоренове развоје до четвртог степена са остатком у Пеановом облику.

6. Наћи површину елипсе  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  користећи одређени интеграл.



Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Образложити навођењем одговарајуће теореме зашто је  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n!}{\sqrt{n}} = 0$ .

2. Формулисати Лајбницов критеријум. Ако ред конвергира према овом критеријуму, да ли се може закључити о ком типу конвергенције се ради (апсолутна или условна)? Образложити одговор.

3. Написати шта по Хајнеовој дефиницији значи  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 20$ .

4. Формулисати Болцано - Кошијеву теорему о непрекидним функцијама.

5. Формулисати Тејлорову формулу са остатком у Лагранжовом облику.

6. Формула за дужину лука криве. Применом ове формуле израчунати обим круга полупречника  $r$ .

## Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати појам подниза датог низа. Издвојити два конвергентна подниза низа  $a_n = \cos n$ .

2. Заокружити тачна тврђења:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty}$  конвергира  $\implies \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \implies \sum_{n=1}^{\infty}$  конвергира.

3.  $\sum_{n=1}^{\infty}$  дивергира  $\implies \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ .

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0 \implies \sum_{n=1}^{\infty}$  дивергира.

5.  $\sum_{n=1}^{\infty}$  дивергира  $\implies \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ .

3. Написати шта по Кошијевој дефиницији значи  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ .

4. Формулисати Болцано-Кошијеву теорему о непрекидним функцијама.

5. Формулисати Тејлорову формулу са остатком у Лагранжовом облику.

6. Формулисати теорему о средњој вредности интегралног рачуна. Применити ову теорему на  $\int_1^2 x^3 dx$  (ефективно одредити  $c$ ).

## Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати Канторов принцип уметнутих одсечака.

2. Заокружити тачна тврђења:

1. Сваки ограничен низ има конвергентан подниз.
2. Сваки конвергентан низ је монотон.
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n} = 1$ .
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  конвергира.
5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$  условно конвергира.

3. Дефинисати отклоњив прекид. Дати пример функције која има отклоњив прекид у тачки  $x_0 = -3$ .

4. Формулисати Кошијеву теорему о средњој вредности.

5. Написати Маклоренов полином  $n$ -тог степена за функцију  $f(x) = \sqrt{1+x}$ . На основу тога одредити  $f^{(n)}(0)$ .

6. Дата је функција  $\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Формулисати две теореме о особинама ове функције.

Завршни испит из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати инфимум скупа  $A \subset \mathbf{R}$ .

2. Формулисати Лајбницов критеријум. Да ли се овим критеријумом може утврдити да ли ред апсолутно или условно конвергира? Детаљно образложити одговор.

3. Написати по Кошијевој дефиницији граничне вредности  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .

4. Формулисати Фермаову теорему.

5. Написати Маклоренов полином другог степена за функцију  $y = (x+1) \ln(1-x)$ .

6. Формулисати Њутн - Лајбницову формулу.



Предиспитни тест из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати Вајерштрасову теорему о низовима. Илустровати теорему једним примером.

2. Формулисати Риманову теорему о бројним редовима.

3. Заокружити тачна тврђења:

1. Постоји низ који има бесконачно много тачака нагомилавања.
2. Збир два дивергентна реда је дивергентан ред.
3.  $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$ .
4.  $1 - \cos x = o(x)$ ,  $x \rightarrow 0$ .
5. Све елементарне функције непрекидне су на свом домену.
6. Ако је  $f$  непрекидна у  $x_0$ , онда је и диференцијабилна у  $x_0$ .

4. Формулисати Кошијеву теорему о средњој вредности. Да ли функција  $\frac{e^x}{x^2 - 3x}$  задовољава услове ове теореме на интервалу на  $[1, 2]$ ? Образложити одговор.

5. Дефинисати конвексност функције  $f$  на интервалу  $I$ .

6. Дата је функција  $\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$ . Формулисати две теореме о особинама ове функције, а затим Њутн-Лајбницову формулу.

## Предиспитни тест из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати Кошијев низ. Да ли је неки од низова  $x_n = \sqrt[n]{5}$ ,  $y_n = 5$ ,  $z_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$  Кошијев? Образложити одговор.

2. Дефинисати појам апсолутно и условно конвергентног реда. Илустровати примерима.

3. Заокружити тачна тврђења:

1. Сваки конвергентан низ је монотон.
2. Ако ред конвергира, онда општи члан реда тежи нули.
3.  $\arcsin(\sin x) = x$ , за свако  $x \in \mathbb{R}$ .
4.  $\operatorname{tg} x = o(x)$ ,  $x \rightarrow 0$ .
5. Ако постоји  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ , онда је функција  $f$  непрекидна у  $x_0$ .
6. Ако је  $f$  интегралбилна на интервалу  $I$ , онда је ограничена на  $I$ .
7. Ниједно од понуђених тврђења није тачно.

4. Формулисати Лагранжову теорему о средњој вредности. Да ли функција  $f(x) = x - |x|$  задовољава услове ове теореме на интервалу на  $[-1, 1]$ ? Детаљно образложити одговор.

5. Формулисати Тејлорову формулу са остатком у Лагранжовом облику.

6. Дефинисати појам интегралне суме код Римановог интеграла, као и појмове доње и горње Дарбуове суме. Објаснити уведене ознаке.

## Предиспитни тест из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати Лајбницов критеријум за алтернирајуће редове. Дати пример реда који није са позитивним члановима на који се овај критеријум не може применити.

2. Дата је функција  $f: A \rightarrow B$ , дефинисана са  $f(x) = \sin x$ . Одредити скупове  $A$  и  $B$  тако да  $f$  буде бијекција. Да ли су ови скупови одређени једнозначно?

3. Заокружити тачна тврђења:

1. Низ  $a_n = \cos \frac{n\pi}{2}$  има 4 тачке нагомилавања.
2. Ред  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} + \sin \frac{1}{n} \right)$  је конвергентан.
3.  $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ .
4.  $1 - \cos x = O(x^3)$ ,  $x \rightarrow 0$ .
5. Функција  $f(x) = x + |x|$  је диференцијабилна на  $(-1, 1)$ .
6. Ако је  $f$  ограничена на интервалу  $I$ , онда је она и интеграбилна на  $I$ .
7. Ниједно од понуђених тврђења није тачно.

4. Формулисати Ролову теорему. Да ли функција  $f(x) = \cos x$  задовољава услове ове теореме на интервалу на  $[0, \pi]$ ? Детаљно образложити одговор.

5. Дефинисати појмове локалног екстремума и стационарне тачке функције  $f$ . Да ли тачка локалног екстремума мора бити и стационарна тачка дате функције? Образложити одговор.

6. Формулисати теорему о средњој вредности интегралног рачуна.

## Предиспитни тест из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати Болцано-Вајерштрасову теорему о низовима. Илустровати теорему једним примером.

2. Формулисати Лајбницов критеријум за конвергенцију редова. Да ли се овај критеријум може применити на ред  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \cos n\pi$ ? Образложити одговор.

3. Заокружити тачна тврђења:

1. Сваки конвергентан низ је монотон.
2. Ред  $\sum_{n=1}^{\infty} n^p$  конвергира за  $p < -1$ .
3.  $\sin^2 x = o(x)$ ,  $x \rightarrow 0$ .
4. Функција  $f: \mathbb{R} \mapsto (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  дефинисана са  $f(x) = \operatorname{arctg} x$  је бијекција.
5. Све елементарне функције непрекидне су на својим доменима.
6. Ако је  $f$  ограничена на интервалу  $I$ , онда је она интегрална на  $I$ .
7. Ниједно од понуђених тврђења није тачно.

4. Формулисати Ролову теорему о средњој вредности. Одредити  $a, b \in \mathbb{R}$  тако да се ова теорема може применити на функцију  $f(x) = \cos 2x$  на одсечку  $[a, b]$ .

5. Дефинисати појам конкавности функције. Дати пример функције  $f$  конкавне на свом домену.

6. Формулисати теорему о средњој вредности интегралног рачуна.



## Предиспитни тест из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Формулисати Вајерштрасову теорему о низовима. Користећи ову теорему, показати да је низ  $x_n = \frac{1}{n}$  конвергентан.

2. Дефинисати конвергентан ред. Показати да ред  $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n$  конвергира по дефиницији.

3. Заокружити тачна тврђења:

1. Сваки конвергентан низ је ограничен.
2.  $\sin^2 x = o(x)$ ,  $x \mapsto 0$ .
3.  $2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ .
4. Функција  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  дефинисана са  $f(x) = e^x$  је бијекција.
5. Ако је функција  $f$  диференцијабилна на интервалу  $I$ , онда је она интеграбилна на  $I$ .
6. Ако је функција  $f$  непрекидна на интервалу  $I$ , онда је она интеграбилна на  $I$ .
7. Ниједно од понуђених тврђења није тачно.

4. Формулисати Кошијеву теорему о средњој вредности. Навести бар једну познату последицу ове теореме.

5. Формулисати Тејлорову формулу са остатком у Лагранжовом облику.

6. Формулисати Њутн-Лајбницову формулу. Да ли се ова формула може применити на интеграл  $\int_1^e \ln x dx$ ? Образложити одговор.

## Предиспитни тест из Математичке анализе 1

Презиме и име:

Број индекса:

1. Дефинисати појам подниза датог низа  $(a_n)$ . Да ли сваки низ има конвергентан подниз? Образложити одговор.

2. Формулисати први поредбени критеријум за конвергенцију редова. На које редове се може применити овај критеријум?

3. Заокружити тачна тврђења:

1. Низ  $a_n = (-1)^n \cos n\pi$  је константан.
2. Ред  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$  је апсолутно конвергентан.
3.  $\arccos(0) = 3\pi/2$ .
4. Функције  $f, g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  дефинисане са  $f(x) = x^2$  и  $g(x) = x^3$  су бијекције.
5. Функција  $f(x) = \operatorname{sgn} x$  има прекид прве врсте у тачки  $x_0 = 0$ .
6. Ако је  $f$  диференцијабилна на интервалу  $I$ , онда је она и непрекидна на  $I$ .
7. Ниједно од понуђених тврђења није тачно.

4. Формулисати Лагранжову теорему о средњој вредности. Применом ове теореме доказати да је  $|\cos x - \cos y| \leq |x - y|$ , за свако  $x, y \in \mathbb{R}$ .

5. Дефинисати појам конвексности. Дати пример функције  $f$  дефинисане и конвексне на  $\mathbb{R}$ .

6. Формулисати Њутн-Лајбницову формулу. Да ли се ова формула може применити на интеграл  $\int_0^1 \ln x dx$ ?