

Deney No : M3

Deney Adı : Eylemsizlik Momenti ve Açısal İvmelenme

Deneyin Amacı : Dönme hareketinde eylemsizlik momentinin ne demek olduğunu ve nelere bağlı olduğunu deneysel olarak gözlemlemek.

Anahtar Kelimeler: Eylemsizlik, Eylemsizlik Momenti, Tork, Açısal Hız, Açısal Momentum.

Teorik Bilgi:

Günlük yaşamdan büyük kütleli cisimlerin zor hareket ettirildiğini ve onları hareket ettirebilmek için diğer hafif cisimlere oranla daha fazla enerji harcamamız gerektiğini biliyoruz. Bu basit gözlem bize kütleli cisimlerin en genel anlamda cismin harekete karşı gösterdiği isteksizlik yani direnç olduğunu söylemektedir. Doğada cisimler dönme ve öteleme (bir doğru boyunca yapılan hareket) hareketi yapabilirler.

Şimdi bir kütleli F kuvveti ile a kadar ivmelendirmeye çalıştığınızı düşünün. Cismin kütleliğine göre az veya çok zorlanırsınız. Zorlanmanızın kaynağı bu harekete direnç gösteren kütleliktir. Cisim bu kuvvete rağmen eylemsiz kalmak istemektedir. Bu nedenle lineer kinetikte kütle, eylemsizliğin bir göstergesi olarak tanımlanır. Newton da kütle için bu nedenle eylemsizlik ifadesini kullanmıştır.

Aynı kütleli bir eksen etrafında veya kendi kütle merkezi etrafında döndürmeye çalışın. Cismi döndürmeye çalıştığınız eksene ve kütleliğine bağlı olarak cismin dönme de karşı bir direnç gösterdiğini görürsünüz. Örneğin ağır bir çubuğu kütle merkezi etrafında döndürmekle, en uç kenarından döndürmek için harcaacağınız çaba aynı olmayacaktır. Öyleyse cisimler lineer (öteleme) harekete gösterdikleri isteksizliği dönme hareketinde de gösteriyor diyebilir miyiz?

İşte dönmedeki bu zorluğa eylemsizlik momentini veya rotasyonel eylemsizlik diyoruz. Lineer hareketteki dönme karşı zorluk yalnızca kütleliğe bağlı olarak ifade edilirken, dönme (rotasyon) hareketinde cismin göstereceği direnç yani cismin eylemsizlik momentini seçilen eksene ve kütleliğe aynı anda bağlıdır. Dönme hareketi için hareket kanunu;

$$\tau = I a \quad 3.1$$

olarak ifade edilir. Burada τ döndürme kuvveti yani tork olup birimi Newton.metre (SI) dir. Açısal ivmenin birimi ise radyan/sn²'dir. Eylemsizlik momentini I 'nin birimi ise kg.m²'dir.

3.1 denkleminin yakından bakalım. Tanımdan $a = d\omega/dt$ olduğu bilinmektedir (ω açısal hız). O hâlde eğer cisme etki eden tork sıfır ise;

$$I a = I \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt} = 0$$

olur. Yani bu durumda cismin açısal momentumu $L=I\omega$ korunur! Bu 3. Deneydekilerden farklı bir korunum yasası demektir. Eğer cisme herhangi bir tork etki etmiyorsa, o hâlde açısal momentum bir hareket sabitidir.

Eylemsizlik momenti birçok kütleden oluşmuş bir sistem için en genel şekilde şöyle formüle edilebilir.

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad 3.2$$

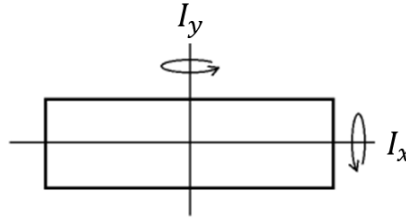
Sürekli kütle dağılımları için 3.2 denklemi düzenlenmelidir: Belirlenmiş bir koordinat sistemine göre herhangi bir noktanın yeterince yakın civarındaki kütle için $m_i \rightarrow \rho(r_i^2) \Delta V_i$ değişimi yapılırsa, 3.2 denklemi

$$I = \sum \rho(r_i^2) R_i^2 \Delta V_i \quad 3.3$$

hâlini alır. Burada R_i , seçilen kütle için dönme eksenine olan dik uzaklığı göstermektedir. Sürekli cisimler için bu toplamı aşağıdaki şekilde integrale dönüştürmek mümkündür:

$$I = \sum \rho(r_i^2) R_i^2 \Delta V_i \rightarrow \int \rho(\vec{r}) R^2 dV \quad 3.4$$

Genel olarak eylemsizlik momenti bir tek sayıyla değil, cismin geometrisine bağlı olarak birden fazla sayıyla belirlenir. Örneğin, dikdörtgen bir levhanın iki adet simetri eksenidir ve her bir eksene göre farklı bir eylemsizlik momentine sahiptir (Aşağıdaki şekilde I_x ve I_y). Bu eksenlere asal eksenler adı verilir.



Şekil 3.1: Dikdörtgen bir levhanın asal eksenleri.

Simetri ekseni z boyunca yönelmiş bir silindir için iki farklı asal eksen vardır. İkisi x ve y ekseninde üçüncüsü ise z ekseninde yatan eksen. Bu eksenlere tekabül eden eylemsizlik momentleri

$$I_x = I_y \text{ ve } I_z \text{ 'dir.}$$

Benzer bir muhakemeye küre için bir adet eylemsizlik momenti bileşeni olacağı kolaylıkla anlaşılır.

Bazı simetrik cisimler için 3.4 denklemi yardımı ile kütle merkezi etrafında asal eksenlere göre hesaplanmış teorik eylemsizlik momenti ifadeleri şöyledir:

m kütleli r yarıçaplı düzgün bir disk veya dolu silindir: $I_{km} = \frac{1}{2}mr^2$ 3.5

m kütleli L uzunluklu çubuk: $I_{km} = \frac{1}{12}mL^2$ 3.6

m kütleli dönme ekseninden r mesafe uzaklıkta noktasal kütle: $I_{km} = mr^2$ 3.7

Dolu küre: $I_{km} = \frac{2}{5}mr^2$ 3.8

İnce küresel kabuk: $I_{km} = \frac{2}{3}mr^2$ 3.9

Silindirik kabuk: $I_{km} = mr^2$ 3.10

Rapor olarak bu sayfadan itibaren, hesaplamalarınızı ayrılmış boş kısımlara yazarak ve grafiklerinizi ilgili alanlara çizerek, teslim ediniz.

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FİZİK BÖLÜMÜ

FİZİK LABORATUVARI I
DENEY RAPORU

DENEYİN ADI :

TARİHİ : / /

GEBZE
TEKNİK ÜNİVERSİTESİ



HAZIRLAYAN

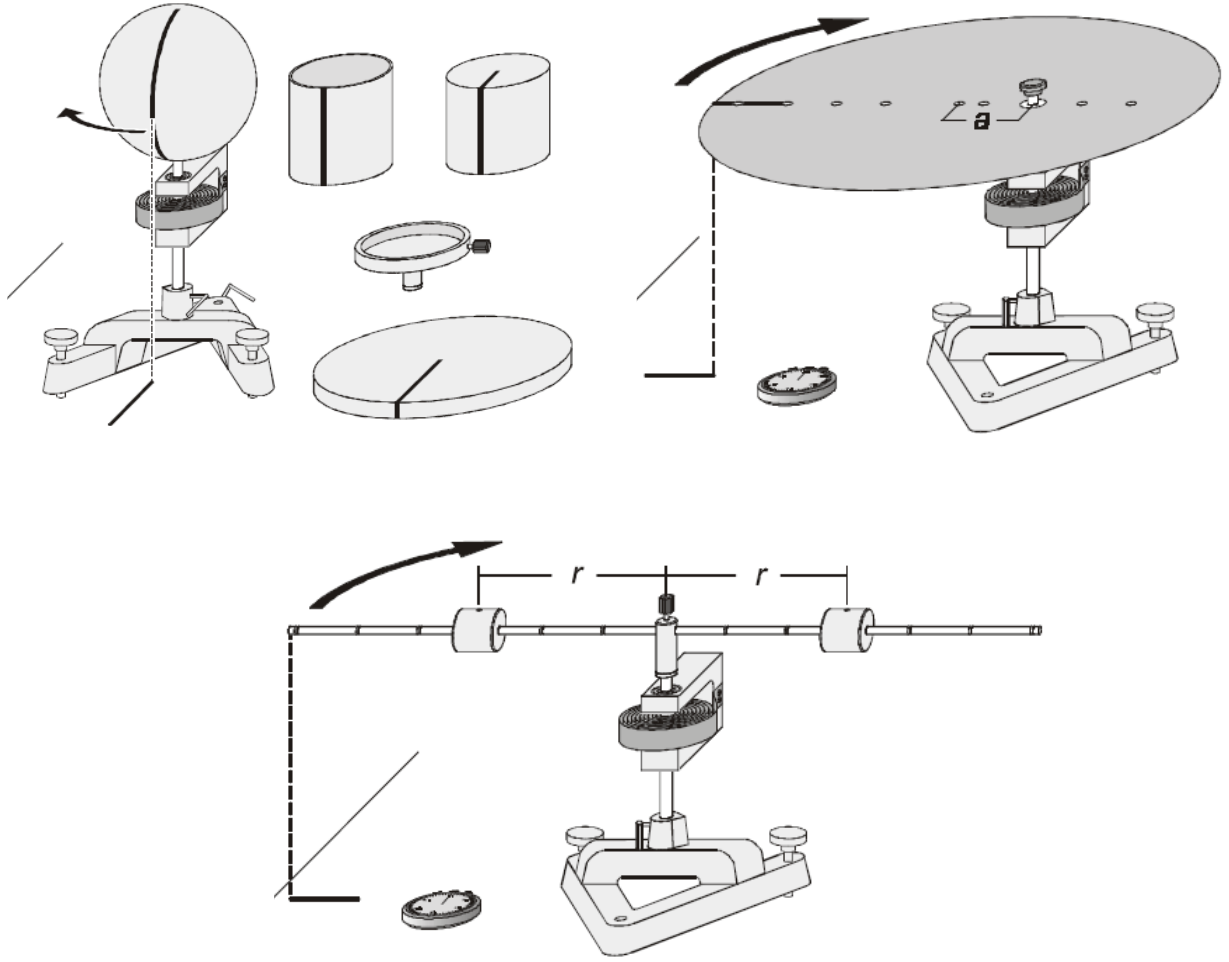
ADI SOYADI :

ÖĞRENCİ NO :

GRUP NO :

RAPOR TESLİM TARİHİ: / /

Deneyin Yapılışı:



Şekil 3.2 Eylemsizlik Momenti ve Açısal İvmelenme için deney düzeneği

1. Tablo 3.1'deki ilgili alanları gerekli ölçümleri yaparak doldurunuz.

Tablo 3.1

	m (kg)	r/L (m)
Ahşap küre		
Ahşap disk		
Metal disk		
Ahşap silindir		
Metal silindir		
m_1		
m_2		
Çubuk		

2. Periyot ölçümü yapılacak olan cismi dönme eksenine yerleştiriniz.
3. Cisim ya da cisim üzerindeki siyah renkli şerit ışık bariyerinden geçecek şekilde, cismi 90 derece döndürerek bırakınız ve periyodu ölçünüz. Periyodu tablo 3.2'deki ilgili alana not ediniz.

Tablo 3.2

	T	M_{sistem}	I_{Cisim}^D	I_{Cisim}^T	$Hata$
Ahşap küre					
Ahşap disk					
Metal disk					
Metal disk + Ahşap silindir					
Metal disk + Metal silindir					
Çubuk					
Çubuk + kütleler ($r_1 = r_2$)					
Çubuk + kütleler ($r_1 \neq r_2$)					

4. Bu periyot değerini aşağıdaki formülde yerine yazarak cismin deneysel eylemsizlik momentini hesaplayınız. Bulduğunuz deneysel eylemsizlik momentini (I^D) Tablo 3.2'deki ilgili alana not ediniz.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z}{D}}$$

3.11

Burada D düzeneğe özgü açısıl yer değiştirme faktörüdür ve değeri $D=0,023\text{Nm/rad}$ 'dır.

	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{Cisim}^D}{D}} ; I_{Cisim}^D = ?$
Ahşap küre	
Ahşap disk	
Metal disk	
Metal disk + Ahşap silindir	
Metal disk + Metal silindir	
Çubuk	
Çubuk + kütleler ($r_1 = r_2$)	
Çubuk + kütleler ($r_1 \neq r_2$)	

5. Teorik kısımda, her bir cisim için ayrı ayrı verilen eylemsizlik momenti ifadelerini kullanarak cisimlerin teorik eylemsizlik momentlerini (I^T) hesaplayınız. Hesapladığınız teorik eylemsizlik momentlerini Tablo 3.2'deki ilgili alana not ediniz.

	I_{Cisim}^T (3.5 - 3.10)
Ahşap küre	
Ahşap disk	
Metal disk	
Metal disk + Ahşap silindir	
Metal disk + Metal silindir	
Çubuk	
Çubuk + kütleler ($r_1 = r_2$)	
Çubuk + kütleler ($r_1 \neq r_2$)	

	I_{Cisim}^T (3.5 - 3.10)
Ahşap silindir	
Metal silindir	
$m_1 + m_2$	

6. Birden fazla cisimden oluşan sistemlerde aşağıdaki formülü kullanarak tek başına ölçülemeyecek cisimler için deneysel eylemsizlik momentini hesaplayınız ve Tablo 3.3'deki ilgili alana not ediniz.

Tablo 3.3

	I_{Cisim}^D	I_{Cisim}^T	<i>Hata</i>
Ahşap silindir			
Metal silindir			
$m_1 + m_2$			

$$I_{sistem}^D = I_{\text{çubuk+kütleler}}^D = I_{\text{çubuk}}^D + I_{\text{kütleler}}^D \quad 3.12$$

	$I_{sistem}^D = I_{\text{çubuk+kütleler}}^D = I_{\text{çubuk}}^D + I_{\text{kütleler}}^D$
Ahşap silindir	
Metal silindir	
$m_1 + m_2$	

7. Deneysel ve teorik eylemsizlik momentleri için bağıl yüzde hata hesabı yapınız. Bulduğunuz değerleri Tablo 3.2 ve Tablo 3.3'deki ilgili alanlara not ediniz.

$$\text{Bağıl yüzde hata} = \frac{|I_{Cisim}^T - I_{Cisim}^D|}{I_{Cisim}^D} \times 100$$

3.13

	$\text{Bağıl yüzde hata} = \frac{ I_{Cisim}^T - I_{Cisim}^D }{I_{Cisim}^D} \times 100$
Ahşap küre	
Ahşap disk	
Metal disk	
Metal disk + Ahşap silindir	
Metal disk + Metal silindir	
Çubuk	
Çubuk + kütleler ($r_1 = r_2$)	
Çubuk + kütleler ($r_1 \neq r_2$)	

	$\text{Bağıl yüzde hata} = \frac{ I_{Cisim}^T - I_{Cisim}^D }{I_{Cisim}^D} \times 100$
Ahşap silindir	
Metal silindir	
$m_1 + m_2$	

