
Ü B U N G

M A S C H I N E N E L E M E N T E

Zylindrische Pressverbände:
Tragfähigkeitsnachweis nach DIN 7190

Stephan Voigt, M.Eng.

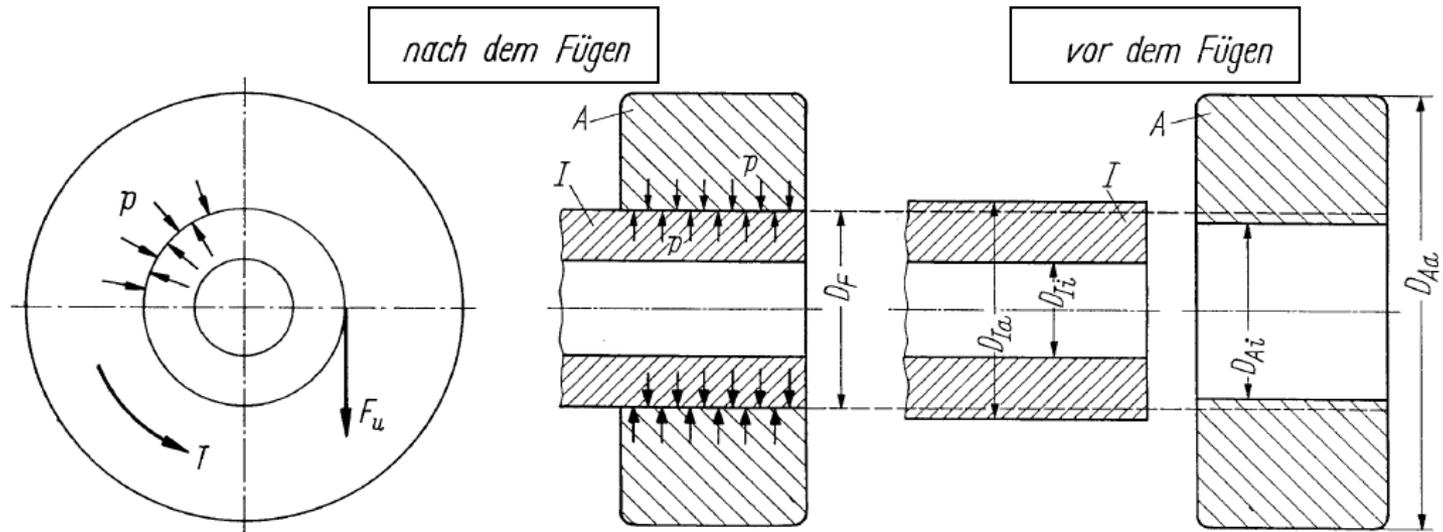
Agenda

1. Einleitung
 - 1.1 Wirkprinzip
 - 1.2 Herleitung der Berechnungsgrundlagen
 - 1.3 Wiederholung: Toleranzen und Passungen
 - 1.4 Möglichkeiten der Auslegung zylindrischer Pressverbände
2. Auslegung zylindrischer Pressverbände bei rein elastischer Beanspruchung
 - 2.1 Vorgehensweise
 - 2.2 Beispiel zu rein elastischen Beanspruchung
3. Auslegung zylindrischer Pressverbände bei elastisch-plastischer Beanspruchung
 - 3.1 Vorgehensweise
 - 3.2 Beispiel zu elastisch-plastischen Beanspruchung
4. Montage und Betrieb zylindrischer Pressverbände

1 Einleitung

1.1 Wirkprinzip

- Beim Fügen der mit Übermaß versehenen Teile (Welle und Nabe) entsteht die elastische Fugenpressung p_F .



Nabe unter Innendruck, Welle unter Außendruck

D_{Ia} ... Außendurchmesser des Innenteils (Welle)

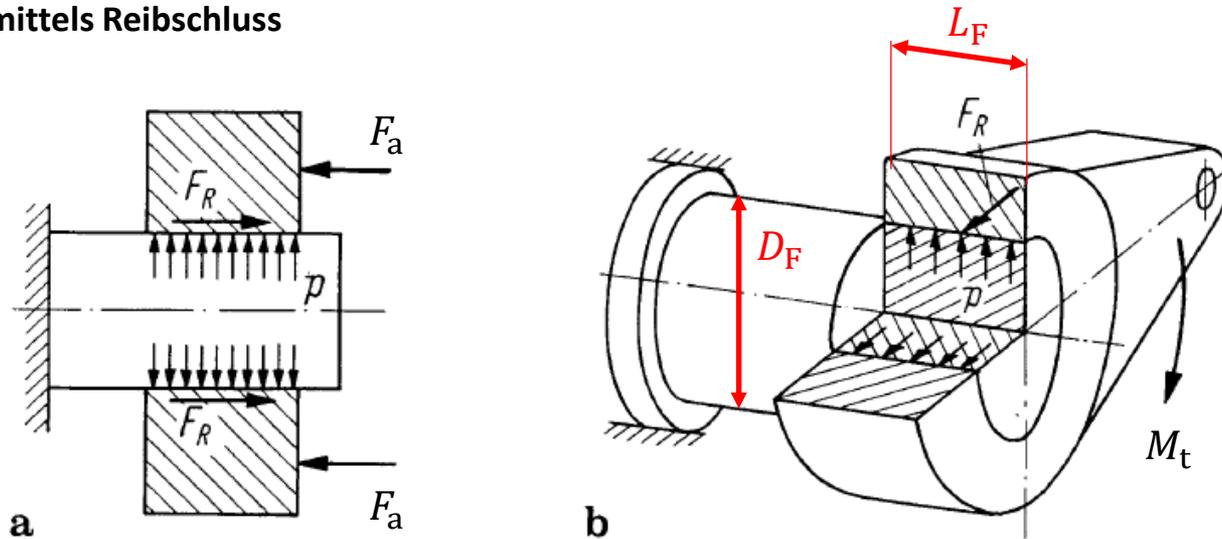
D_{Ii} ... Innendurchmesser des Innenteils (Welle)

D_{Aa} ... Außendurchmesser des Außenteils (Nabe)

D_{Ai} ... Innendurchmesser des Außenteils (Nabe)

$$D_F \approx D_{Ia} \approx D_{Ai}$$

▪ Kraftübertragung mittels Reibschluss



- Axialkraft

$$F_a \leq \frac{F_R}{S_R} = \frac{\nu \cdot F_N}{S_R} = \frac{\nu \cdot p_F \cdot A}{S_R} = \frac{\nu \cdot p_F \cdot \pi \cdot D_F \cdot L_F}{S_R}$$

ν ... Haftbeiwert

S_R ... Rutschsicherheit

D_F ... Fügedurchmesser

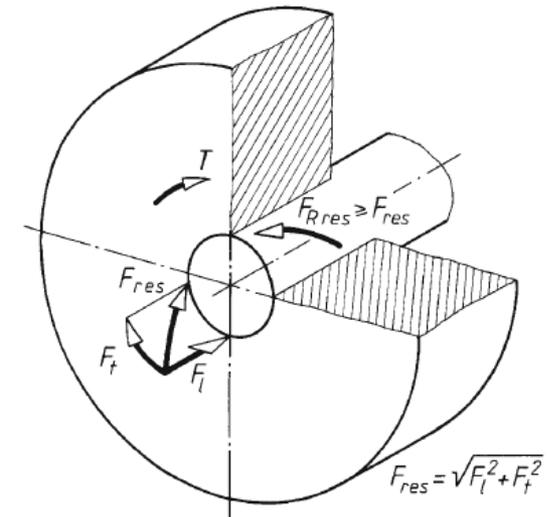
L_F ... Fügehublänge

- Drehmoment

$$M_t \leq \frac{M_R}{S_R} = \frac{F_R \cdot D_F}{2 \cdot S_R} = \frac{\nu \cdot F_N \cdot D_F}{2 \cdot S_R} = \frac{\nu \cdot p_F \cdot A \cdot D_F}{2 \cdot S_R} = \frac{\nu \cdot p_F \cdot \pi \cdot D_F^2 \cdot L_F}{2 \cdot S_R}$$

- Treten Axial- und Tangentialkräfte gleichzeitig auf, so gilt:

$$F_{\text{res}} = \sqrt{F_a^2 + F_t^2} = \sqrt{F_a^2 + \frac{4 \cdot M_t^2}{D_F^2}} \leq \frac{F_{R \text{ res}}}{S_R}$$



- Damit kann der erforderliche Fugendruck $p_{F \text{ erf}}$ zur Übertragung einer Axialkraft und/oder eines Drehmomentes ermittelt werden:

$$p_{F \text{ erf}} = \frac{\sqrt{F_a^2 + \frac{4 \cdot M_t^2}{D_F^2}}}{\nu \cdot \pi \cdot D_F \cdot L_F} \cdot S_R$$

▪ Haftbeiwerte

- Beim Lösen (Demontage):

$$v_l = \frac{\text{gemessene Lösekraft}}{\text{berechnete Normalkraft}} = \frac{F_{L\ddot{o}_\text{mess}}}{F_{N_\text{ber}}}$$

- Beim Rutschen (Schadensfall):

$$v_r = \frac{\text{gemessene Rutschkraft}}{\text{berechnete Normalkraft}} = \frac{F_{Ru_\text{mess}}}{F_{N_\text{ber}}}$$

- Einfluss der Kraftrichtung

	Lösen	Rutschen
Umfangsrichtung	v_{lu}	v_{ru}
Längsrichtung	v_{ll}	v_{rl}

- Weitere Einflussfaktoren: Art des Pressverbandes, Werkstoffpaarung, Rauheit und Schmierungszustand der Fügeflächen, Beanspruchung (rein elastisch oder elastisch-plastisch)
- Unterschied zu Reibungszahl

$$\mu = \frac{\text{gemessene Kraft}}{\text{gemessene Normalkraft}} = \frac{F_{\text{mess}}}{F_{N_\text{mess}}}$$

- Haftbeiwerte von Längspressverbänden bei zügiger Beanspruchung

Werkstoffe			Haftbeiwerte			
alt	neu		trocken		geschmiert	
		Nummer	ν_{ll}	ν_{rl}	ν_{ll}	ν_{rl}
St 60-2	E 335	1.0060	0,11	0,08	0,08	0,07
GS-60	GE 300	1.0558	0,11	0,08	0,08	0,07
RSt37-2	S 235JRG2	1.0038	0,10	0,09	0,07	0,06
GG-25	EN-GJL-250	0.6025	0,12	0,11	0,06	0,05
GGG-60	EN-GJS-600-3	0.7060	0,10	0,09	0,06	0,05
G-AlSi12(Cu)	EN AB-44000 ff.		0,07	0,06	0,05	0,04
G-CuPb10Sn (G-CuSn10Pb10)	CB495K	2.1176.01	0,07	0,06	- ¹⁾	- ¹⁾
TiAl6V4	TiAl6V4	3.7165.10	- ¹⁾	- ¹⁾	0,05	- ¹⁾

1) Haftbeiwerte nicht bekannt.

- Haftbeiwerte bei Querpressverbänden in Längs- und Umfangsrichtung beim Rutschen

Werkstoffpaarung, Schmierung, Fügung	Haftbeiwerte ν_r, ν_{rl}, ν_u
Stahl-Stahl-Paarung	
Druckölverbände normal gefügt mit Mineralöl	0,12
Druckölverbände mit entfetteten Pressflächen mit Glycerin gefügt	0,18
Schrumpfverband normal nach Erwärmung des Außenteils bis zu 300 °C im Elektroofen	0,14
Schrumpfverband mit entfetteten Pressflächen nach Erwärmung im Elektroofen bis zu 300 °C	0,20
Stahl-Gusseisen-Paarung	
Druckölverbände normal gefügt mit Mineralöl	0,10
Druckölverbände mit entfetteten Pressflächen	0,16
Stahl-MgAl-Paarung, trocken	0,10 bis 0,15
Stahl-CuZn-Paarung, trocken	0,17 bis 0,25

▪ Rutschsicherheit

- Erfahrungswerte in Abhängigkeit der Belastung

ruhend	schwellend	wechselnd
$\geq 1,5$	$\geq 1,8$	$\geq 2,2$

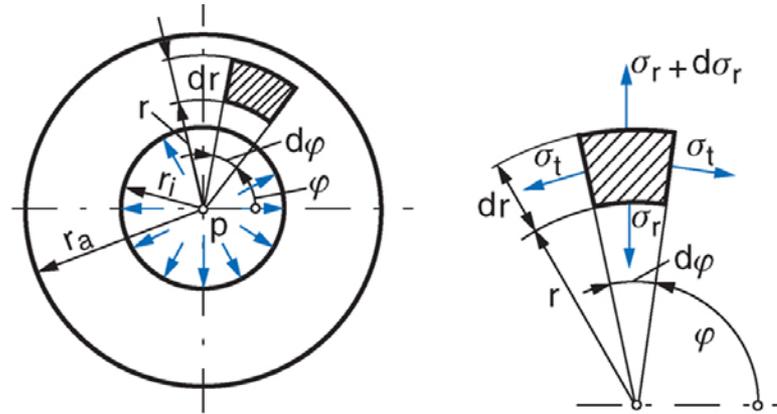
- Werte in Abhängigkeit der Einsatzbedingungen

	S_R
Axialer Kraftfluss (z.B. Kupplungs-naben), konstantes Drehmoment, sichere Reibungszahl	1,3 ... 1,5
Bei bekanntem Lastkollektiv und Berechnung mit größtmöglichem Drehmoment	2,0 ... 2,5
Aufgeschrumpfte Zahnräder, Berechnung mit größtmöglichem Drehmoment	2,5 ... 3,5
Aufgeschrumpfte Zahnradbandagen bei umlaufender Welle	5 ... 50

- Doppelte Werte bei Wechselbiegung, hohe Werte bei unsicheren Angaben über Belastung, Betriebstemperatur, Haftbeiwert, Fertigungsqualität etc;
kleinere Werte für Rutschen in Umfangsrichtung, wenn axiales Rutschen durch Anschlag (z.B. Wellenbund) verhindert wird

1.2 Herleitung der Berechnungsgrundlagen

- Betrachtung eines Volumenelementes $r \, d\varphi \cdot dr \cdot dz$ eines Hohlzylinders unter Innendruck:



- Kräftegleichgewicht in radialer Richtung

$$(\sigma_r + d\sigma_r) \cdot dz \cdot (r + dr) \cdot d\varphi = \sigma_r \cdot dz \cdot r \cdot d\varphi + 2 \cdot \sigma_t \cdot dz \cdot dr \cdot \underbrace{\sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right)}_{\frac{d\varphi}{2}}$$

$$(\sigma_r + d\sigma_r) \cdot (r + dr) = \sigma_r \cdot r + \sigma_t \cdot dr$$

$$\cancel{\sigma_r \cdot r} + \sigma_r \cdot dr + d\sigma_r \cdot r + \cancel{d\sigma_r \cdot dr} = \cancel{\sigma_r \cdot r} + \sigma_t \cdot dr$$

$$\sigma_r + \frac{d\sigma_r \cdot r}{dr} = \sigma_t \quad \Rightarrow \quad \sigma_t = \frac{d}{dr}(r \cdot \sigma_r)$$

- Verformungen in radialer Richtung

- Dehnung in radialer Richtung

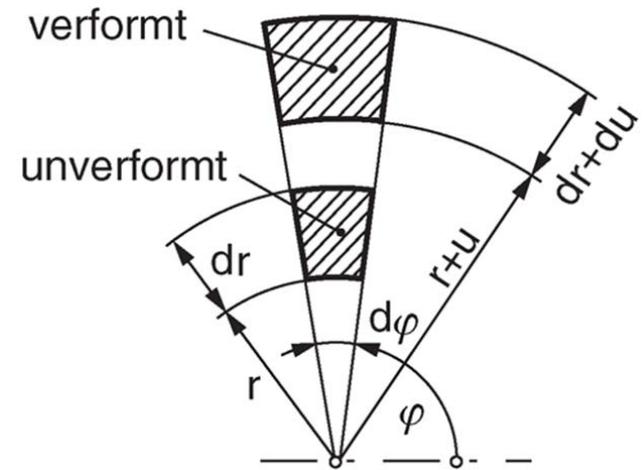
$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}$$

- Dehnung in tangentialer Richtung

$$\varepsilon_t = \frac{(r + u) \cdot d\varphi - r \cdot d\varphi}{r \cdot d\varphi} = \frac{u}{r}$$

- Mit $u = r \cdot \varepsilon_t$ bzw. $du = r \cdot d\varepsilon_t$ folgt:

$$\varepsilon_r = \frac{r \cdot d\varepsilon_t}{dr} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_r = \frac{d}{dr}(r \cdot \varepsilon_t)$$



$$\text{Dehnung} = \frac{\text{Längenänderung}}{\text{Ausgangslänge}}$$

- Mit dem Hookschen Gesetz des ebenen Spannungszustandes

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_r - \nu \cdot \sigma_t) \quad \varepsilon_t = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_t - \nu \cdot \sigma_r) \quad \nu \dots \text{Querkontraktion (Poisson-Zahl)}$$

folgt die Differentialgleichung 2. Ordnung (mit nichtkonstanten Koeffizienten) für die Radialspannung σ_r :

$$\frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + \frac{3}{r} \cdot \frac{d\sigma_r}{dr} = 0$$

- Die allgemeine Lösung lautet:

$$\sigma_r(r) = C_1 + \frac{C_2}{r^2} \quad \sigma_t(r) = C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad C_1, C_2 \dots \text{Integrationskonstanten}$$

- Anmerkung: Lösen der obigen Differentialgleichung

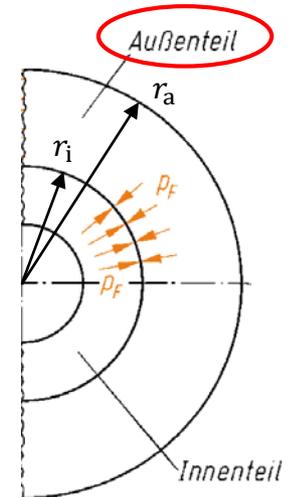
- Rückführung auf Differentialgleichung 1. Ordnung mit $\frac{d\sigma_r}{dr} = z \cdot \sigma_r$

- Reduktion der Ordnung durch Ansatz $\sigma_{r2}(r) = u(r) \cdot \sigma_{r1}(r)$

- Für einen Hohlzylinder unter Innendruck (Außenteil bzw. Nabe) gelten die Randbedingungen:

$$\sigma_r(r = r_i) = -p_F$$

$$\sigma_r(r = r_a) = 0$$



- Einsetzen in $\sigma_r(r) = C_1 + C_2/r$ liefert die beiden Gleichungen zur Ermittlung der Integrationskonstanten:

$$-p_F = C_1 + \frac{C_2}{r_i^2}$$

$$0 = C_1 + \frac{C_2}{r_a^2}$$

- Lösung des Gleichungssystems:

$$C_1 = p_F \cdot \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} = p_F \cdot \frac{Q^2}{1 - Q^2}$$

$$C_2 = -p_F \cdot \frac{r_i^2 \cdot r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} = -p_F \cdot \frac{r_i^2}{1 - Q^2}$$

- Dabei ist Q das Durch- bzw. Halbmesserverhältnis

$$Q = \frac{r_i}{r_a} = \frac{D_i}{D_a} = \frac{D_F}{D_a}$$

- Mit den nun bekannten Integrationskonstanten ergeben sich die Spannungen (als Funktionen des Radius') zu

$$\sigma_r(r) = -p_F \cdot \frac{\left(\frac{r_i}{r}\right)^2 - Q^2}{1 - Q^2} \quad \sigma_t(r) = p_F \cdot \frac{\left(\frac{r_i}{r}\right)^2 + Q^2}{1 - Q^2}$$

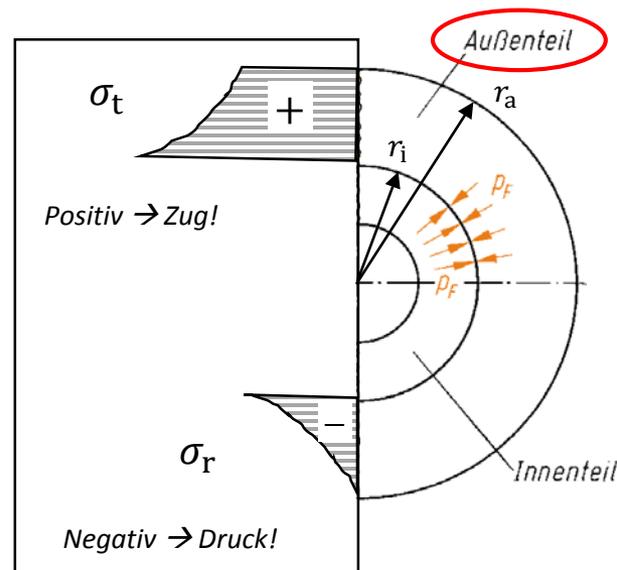
- Die Randwerte sind

$$\sigma_{ri} = \sigma_r(r = r_i) = -p_F \quad \sigma_{ti} = \sigma_t(r = r_i) = p_F \cdot \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

Siehe
Randbedingungen!

$$\sigma_{ra} = \sigma_r(r = r_a) = 0 \quad \sigma_{ta} = \sigma_t(r = r_a) = p_F \cdot \frac{2 \cdot Q^2}{1 - Q^2}$$

- Spannungsverläufe



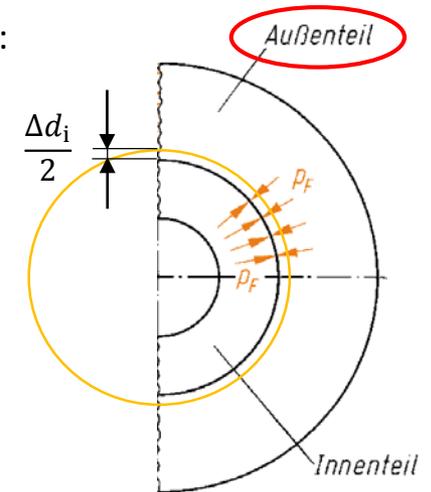
- Verformung der Hohlwelle unter Innendruck, Aufweitung des Innendurchmessers:

$$\Delta d_i = \varepsilon_{ti} \cdot D_i$$

$$= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_{ti} - \nu_A \cdot \sigma_{ri}) \cdot D_i$$

$$= \frac{1}{E} \cdot \left(p_F \cdot \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2} + \nu \cdot p_F \right) \cdot D_i$$

$$= p_F \cdot D_i \cdot \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{1 + Q^2}{1 - Q^2} + \nu \right)$$



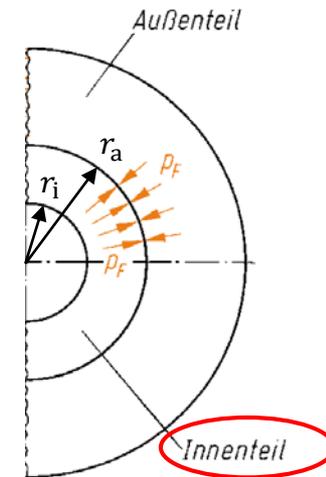
$$\sigma_{ri} = \sigma_r(r = r_i) = -p_F$$

$$\sigma_{ti} = \sigma_t(r = r_i) = p_F \cdot \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

- Für einen Hohlzylinder unter Außendruck (Innenteil bzw. Welle) gelten die Randbedingungen:

$$\sigma_r(r = r_i) = 0$$

$$\sigma_r(r = r_a) = -p_F$$



- Einsetzen in $\sigma_r(r) = C_1 + C_2/r$ liefert die beiden Gleichungen zur Ermittlung der Integrationskonstanten:

$$0 = C_1 + \frac{C_2}{r_i^2}$$

$$-p_F = C_1 + \frac{C_2}{r_a^2}$$

- Lösung des Gleichungssystems:

$$C_1 = -p_F \cdot \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} = -p_F \cdot \frac{1}{1 - Q^2}$$

$$C_2 = p_F \cdot \frac{r_i^2 \cdot r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} = p_F \cdot \frac{r_i^2}{1 - Q^2}$$

- Dabei ist Q das Durch- bzw. Halbmesserverhältnis

$$Q = \frac{r_i}{r_a} = \frac{D_i}{D_a} = \frac{D_i}{D_F}$$

- Mit den nun bekannten Integrationskonstanten ergeben sich die Spannungen (als Funktionen des Radius') zu

$$\sigma_r(r) = -p_F \cdot \frac{1 - \left(\frac{r_i}{r}\right)^2}{1 - Q^2} \quad \sigma_t(r) = p_F \cdot \frac{1 + \left(\frac{r_i}{r}\right)^2}{1 - Q^2}$$

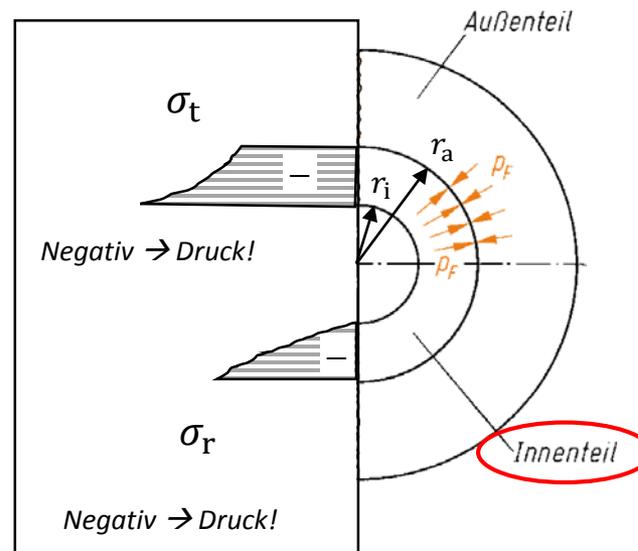
- Die Randwerte sind

$$\sigma_{ri} = \sigma_r(r = r_i) = 0 \quad -\sigma_{ti} = -\sigma_t(r = r_i) = p_F \cdot \frac{2}{1 - Q^2}$$

Siehe
Randbedingungen!

$$\sigma_{ra} = \sigma_r(r = r_a) = -p_F \quad -\sigma_{ta} = -\sigma_t(r = r_a) = p_F \cdot \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

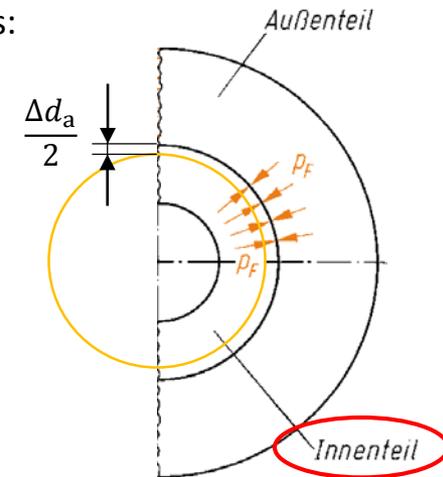
- Spannungsverläufe



- Verformung der Hohlwelle unter Außendruck, Stauchung des Außendurchmessers:

$$\begin{aligned}\Delta d_a &= \varepsilon_{ta} \cdot D_a \\ &= \frac{1}{E} \cdot (\sigma_{ta} - \nu \cdot \sigma_{ra}) \cdot D_a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{E} \cdot \left(-p_F \cdot \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2} + \nu \cdot p_F \right) \cdot D_a \\ &= -p_F \cdot D_a \cdot \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{1 + Q^2}{1 - Q^2} - \nu \right)\end{aligned}$$



$$\sigma_{ra} = \sigma_r(r = r_a) = -p_F$$

$$\sigma_{ta} = \sigma_t(r = r_a) = -p_F \cdot \frac{1 + Q^2}{1 - Q^2}$$

- Zusammenfassung der Ergebnisse mit Index A für Außenteil (Nabe) und Index I für Innenteil (Welle)

Lsg. der Dgl.	$\sigma_r(r) = C_1 + \frac{C_2}{r^2}$	$\sigma_t(r) = C_1 - \frac{C_2}{r^2}$
	Hohlzylinder unter Innendruck (Außenteil bzw. Nabe)	Hohlzylinder unter Außendruck (Innenteil bzw. Welle)
Rand- bedingungen	$\sigma_{rA}(r = r_{Ai}) = -p_F$ $\sigma_{rA}(r = r_{Aa}) = 0$	$\sigma_{rI}(r = r_{Ii}) = 0$ $\sigma_{rI}(r = r_{Ia}) = -p_F$
Integrations- konstanten	$C_{A1} = p_F \cdot \frac{r_{Ai}^2}{r_{Aa}^2 - r_{Ai}^2} = p_F \cdot \frac{Q_A^2}{1 - Q_A^2}$ $C_{A2} = -p_F \cdot \frac{r_{Ai}^2 \cdot r_{Aa}^2}{r_{Aa}^2 - r_{Ai}^2} = -p_F \cdot \frac{r_{Ai}^2}{1 - Q_A^2}$	$C_{I1} = -p_F \cdot \frac{r_{Ia}^2}{r_{Ia}^2 - r_{Ii}^2} = -p_F \cdot \frac{1}{1 - Q_I^2}$ $C_{I2} = p_F \cdot \frac{r_{Ii}^2 \cdot r_{Ia}^2}{r_{Ia}^2 - r_{Ii}^2} = p_F \cdot \frac{r_{Ii}^2}{1 - Q_I^2}$
Radial- spannung	$\sigma_{rA}(r) = -p_F \cdot \frac{\left(\frac{r_{Ai}}{r}\right)^2 - Q_A^2}{1 - Q_A^2}$	$\sigma_{rI}(r) = -p_F \cdot \frac{1 - \left(\frac{r_{Ii}}{r}\right)^2}{1 - Q_I^2}$
Tangential- spannung	$\sigma_{tA}(r) = p_F \cdot \frac{\left(\frac{r_{Ai}}{r}\right)^2 + Q_A^2}{1 - Q_A^2}$	$\sigma_{tI}(r) = -p_F \cdot \frac{1 + \left(\frac{r_{Ii}}{r}\right)^2}{1 - Q_I^2}$
Verformung	$\Delta d_{Ai} = p_F \cdot D_{Ai} \cdot \frac{1}{E_A} \cdot \left(\frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A \right)$	$\Delta d_{Ia} = -p_F \cdot D_{Ia} \cdot \frac{1}{E_I} \cdot \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \nu_I \right)$

▪ **Spannungsverläufe: Überblick**

	Welle	Nabe
Radialspannungen	Druck	Druck
Tangentialspannungen	Druck	Zug (!!)

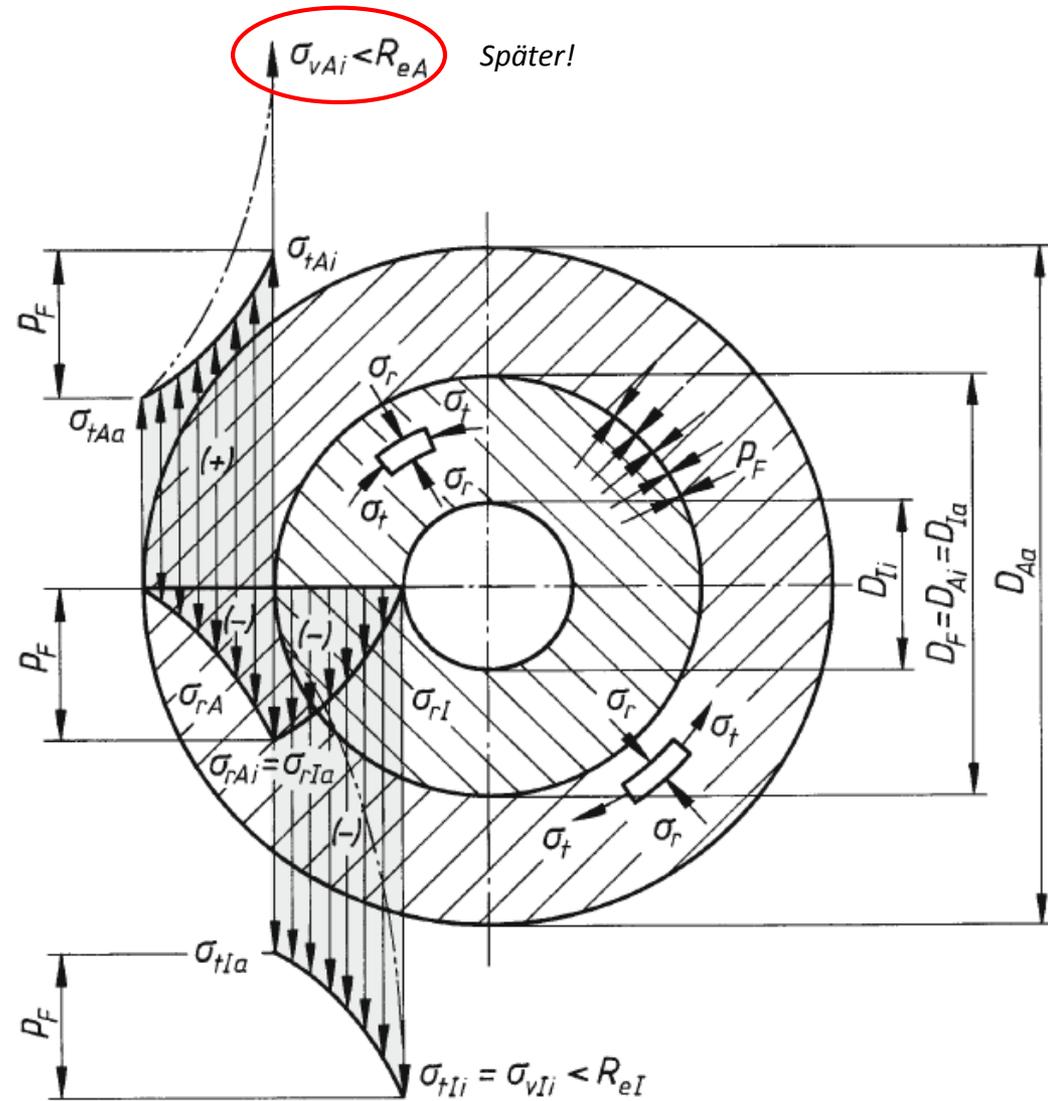
• Spezialfall Vollwelle

– Aus
$$\sigma_{rI}(r) = -p_F \cdot \frac{1 - \left(\frac{r_{Ii}}{r}\right)^2}{1 - Q^2}$$

und
$$\sigma_{tI}(r) = p_F \cdot \frac{1 + \left(\frac{r_{Ii}}{r}\right)^2}{1 - Q^2}$$

folgt mit $r_{Ii} = 0$:

$$\sigma_{rI}(r) = \sigma_{tI}(r) = -p_F$$



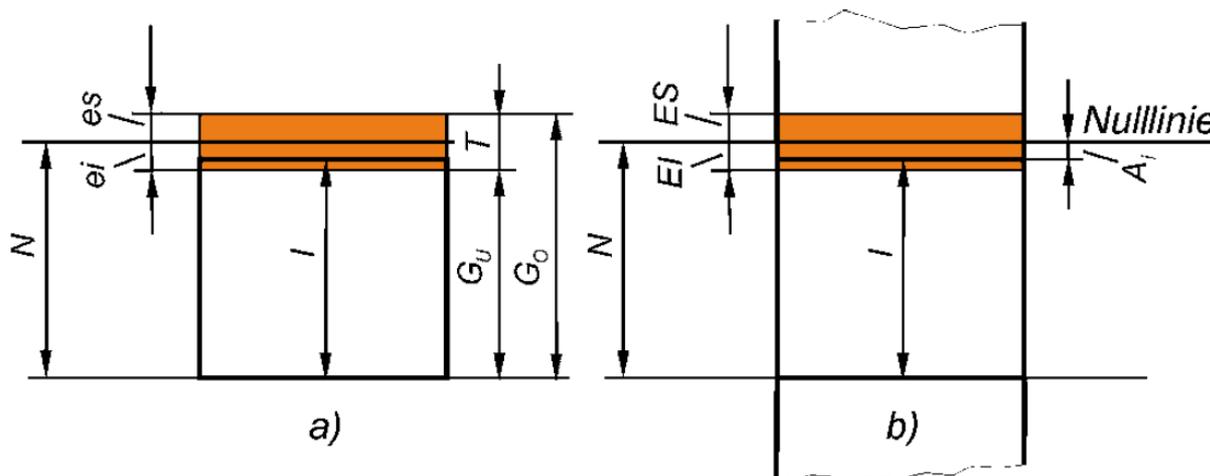
1.3 Wiederholung: Toleranzen und Passungen

Maße, Abmaße und Toleranzen

- Zur Funktionssicherstellung müssen Abstände von Oberflächen (Passflächen) entsprechend genau hergestellt werden. Absolut exakte Abmessungen sind jedoch nicht realisierbar!
→ Angabe von zulässigen Abweichungen!
- Grundlage ist das ISO-System für Abmaße und Toleranzen nach DIN ISO 286.
- Maße und Abmaße an:

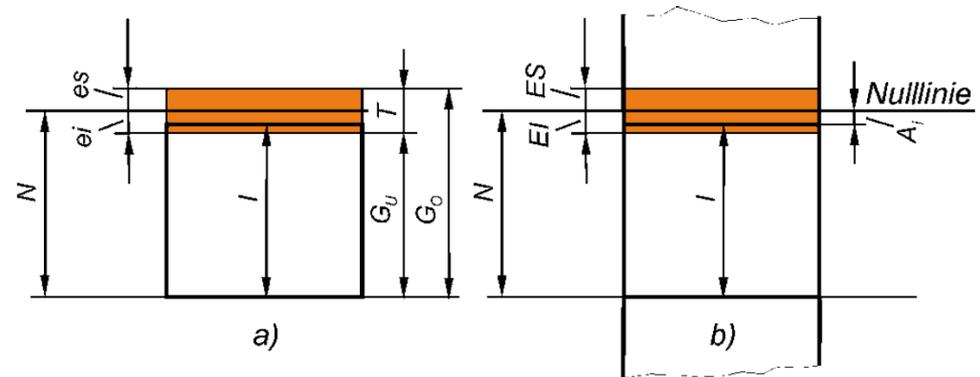
- einer Welle (Kleinbuchstaben)

- einer Bohrung (Großbuchstaben)



- Begriffe

- **Welle:** Kurzbezeichnung für alle Außenmaße
- **Bohrung:** Kurzbezeichnung für alle Innenmaße
- **Nennmaß N :** Bezugsmaß für die Abmaße
- **Istmaß I :** am fertigen Werkstück messbares Maß
- **Grenzmaße:** Höchstmaß G_o und Mindestmaß G_u , zwischen denen das Istmaß liegen muss
- **Oberes Abmaß ES** bzw. es (extreme superior): Differenz zwischen Höchstmaß G_o und Nennmaß N
- **Unteres Abmaß EI** bzw. ei (extreme inferior): Differenz zwischen Mindestmaß G_u und Nennmaß N
- **Istabmaß A_i :** Differenz zwischen Istmaß I und Nennmaß N
- **Toleriertes Maß:** Nennmaß mit angegebenen Grenzabmaßen
- **Nulllinie:** dem Nennmaß N entsprechende Bezugslinie für die Abmaße
- **Maßtoleranz, Toleranz T :** Differenz zwischen Höchstmaß G_o und Mindestmaß G_u bzw. Differenz zwischen oberem Abmaß ES oder es und unterem Abmaß EI oder ei



■ ISO-Toleranzsystem

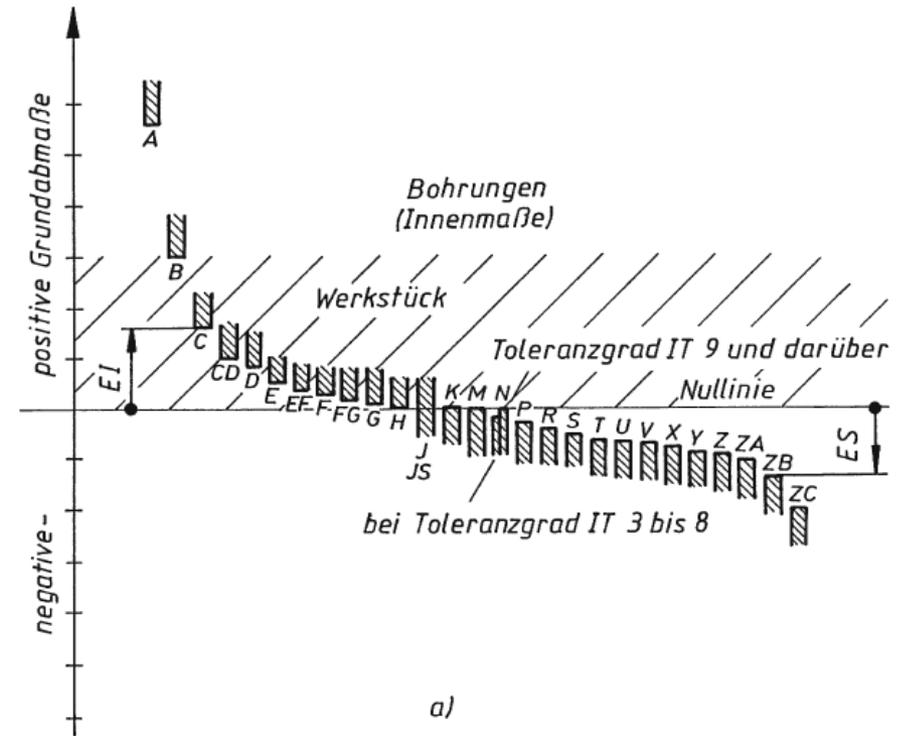
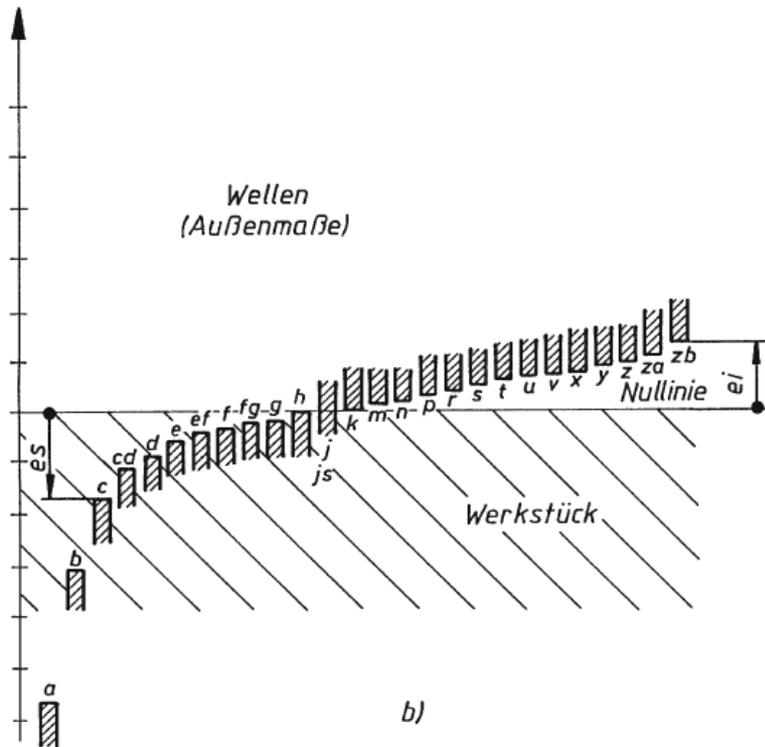
- Nach DIN ISO 286 sind 20 Grundtoleranzgrade definiert.
- Sie bestimmen die zulässigen Abweichungen, also die Größe der Maßtoleranz T .

	Kleine Toleranzen				Mittlere Toleranzen				Große Toleranzen											
Grundtoleranzgrade	01	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Anwendungsgebiete	Prüflehren				Bearbeitete Werkstücke				Nicht für Passmaße											
	Arbeitslehren		Maschinenbau		Gezogene, gewalzte Teile Gegossene, geschmiedete Teile															
Fertigungsverfahren	Läppen, Honen				Schleifen, Reiben, Fräsen, Drehen				Walzen, Schmieden, Pressen											

Nennmaß mm		Grundtoleranzgrade																			
		IT01	IT0	IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11	IT12	IT13	IT14	IT15	IT16	IT17	IT18
über	bis einschließlich	Grundtoleranzen																			
		µm									mm										
—	3	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	0,1	0,14	0,25	0,4	0,6	1	1,4
3	6	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	0,12	0,18	0,3	0,48	0,75	1,2	1,8
6	10	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	0,15	0,22	0,36	0,58	0,9	1,5	2,2
10	18	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	0,18	0,27	0,43	0,7	1,1	1,8	2,7
18	30	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	0,21	0,33	0,52	0,84	1,3	2,1	3,3
30	50	0,6	1	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	0,25	0,39	0,62	1	1,6	2,5	3,9
50	80	0,8	1,2	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	0,3	0,46	0,74	1,2	1,9	3	4,6
80	120	1	1,5	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	0,35	0,54	0,87	1,4	2,2	3,5	5,4
120	180	1,2	2	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	0,4	0,63	1	1,6	2,5	4	6,3
180	250	2	3	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	0,46	0,72	1,15	1,85	2,9	4,6	7,2
250	315	2,5	4	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	0,52	0,81	1,3	2,1	3,2	5,2	8,1
315	400	3	5	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	0,57	0,89	1,4	2,3	3,6	5,7	8,9
400	500	4	6	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	0,63	0,97	1,55	2,5	4	6,3	9,7
500	630			9	11	16	22	32	44	70	110	175	280	440	0,7	1,1	1,75	2,8	4,4	7	11
630	800			10	13	18	25	36	50	80	125	200	320	500	0,8	1,25	2	3,2	5	8	12,5
800	1 000			11	15	21	28	40	56	90	140	230	360	560	0,9	1,4	2,3	3,6	5,6	9	14
1 000	1 250			13	18	24	33	47	66	105	165	260	420	660	1,05	1,65	2,6	4,2	6,6	10,5	16,5
1 250	1 600			15	21	29	39	55	78	125	195	310	500	780	1,25	1,95	3,1	5	7,8	12,5	19,5
1 600	2 000			18	25	35	46	65	92	150	230	370	600	920	1,5	2,3	3,7	6	9,2	15	23
2 000	2 500			22	30	41	55	78	110	175	280	440	700	1 100	1,75	2,8	4,4	7	11	17,5	28
2 500	3 150			26	36	50	68	96	135	210	330	540	860	1 350	2,1	3,3	5,4	8,6	13,5	21	33

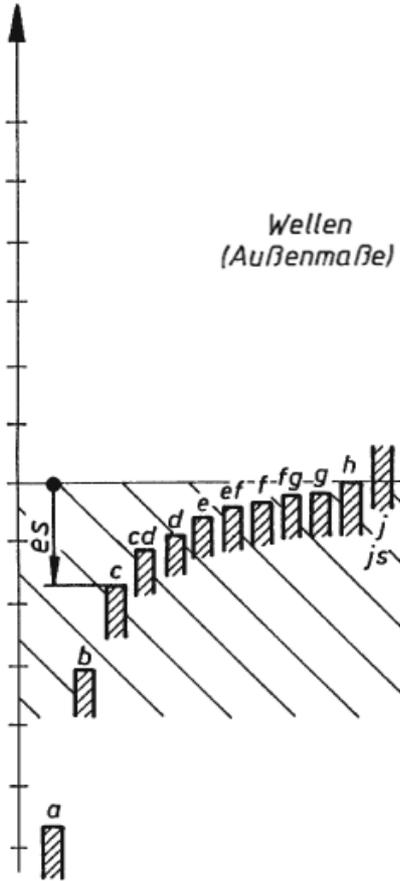
- Schließlich muss festgelegt werden, wo sich das Toleranzfeld bzgl. der Nulllinie befinden soll.

→ Toleranzfeldlage



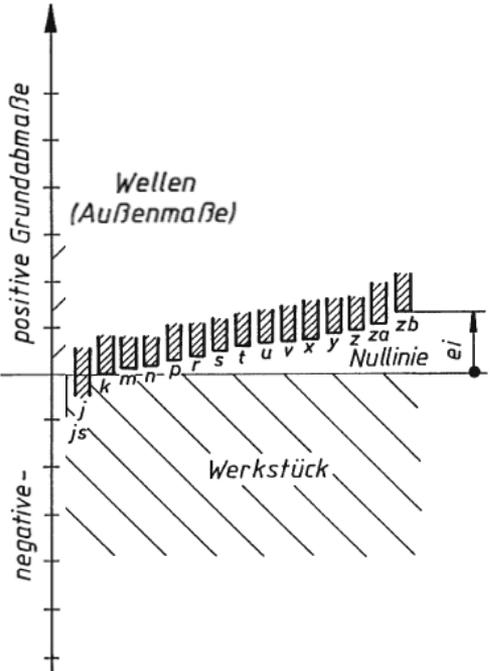
- Wegen Verwechslungsgefahr nicht enthalten: i, l, o, q, w bzw. I, L, O, Q, W
- a bis g → beide Abmaße negativ; A bis G → beide Abmaße positiv; h/H → ein Abmaß = 0
- Abmaße sind Tabellen zu entnehmen, Größe des Toleranzfeldes wird durch Toleranzgrad bestimmt!

- Obere Abmaße es (von Wellen)



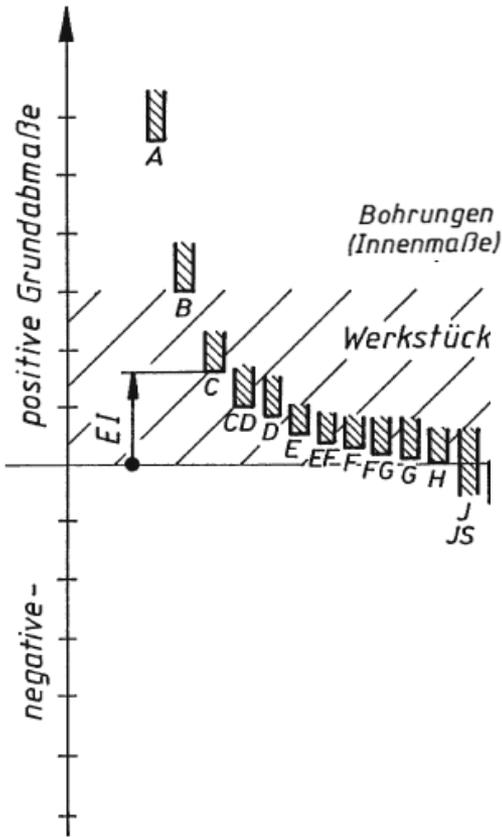
Toleranzfeldlage	a	b	c	cd	d	e	ef	f	fg	g	h	js
Grundtoleranz	alle											
von 1 bis 3	- 270	-140	- 60	-34	- 20	- 14	-10	- 6	-4	- 2	0	Die Abmaße betragen $\pm 1/2$ IT des jeweiligen Grundtoleranzgrades
über 3 bis 6	- 270	-140	- 70	-46	- 30	- 20	-14	-10	-6	- 4	0	
über 6 bis 10	- 280	-150	- 80	-56	- 40	- 25	-18	-13	-8	- 5	0	
über 10 bis 18	- 290	-150	- 95	-	- 50	- 32	-	-16	-	- 6	0	
über 18 bis 30	- 300	-160	-110	-	- 65	- 40	-	-20	-	- 7	0	
über 30 bis 40	- 310	-170	-120	-	- 80	- 50	-	-25	-	- 9	0	
über 40 bis 50	- 320	-180	-130	-	-	-	-	-25	-	-	0	
über 50 bis 65	- 340	-190	-140	-	-100	- 60	-	-30	-	-10	0	
über 65 bis 80	- 360	-200	-150	-	-	-	-	-30	-	-	0	
über 80 bis 100	- 380	-220	-170	-	-	-	-	-36	-	-12	0	
über 100 bis 120	- 410	-240	-180	-	-120	- 72	-	-36	-	-12	0	
über 120 bis 140	- 460	-260	-200	-	-	-	-	-43	-	-14	0	
über 140 bis 160	- 520	-280	-210	-	-145	- 85	-	-43	-	-14	0	
über 160 bis 180	- 580	-310	-230	-	-	-	-	-50	-	-15	0	
über 180 bis 200	- 660	-340	-240	-	-	-	-	-50	-	-15	0	
über 200 bis 225	- 740	-380	-260	-	-170	-100	-	-50	-	-15	0	
über 225 bis 250	- 820	-420	-280	-	-	-	-	-56	-	-17	0	
über 250 bis 280	- 920	-480	-300	-	-	-	-	-56	-	-17	0	
über 280 bis 315	-1050	-540	-330	-	-190	-110	-	-56	-	-17	0	
über 315 bis 355	-1200	-600	-360	-	-210	-125	-	-62	-	-18	0	
über 355 bis 400	-1350	-680	-440	-	-	-	-	-62	-	-18	0	
über 400 bis 450	-1500	-760	-440	-	-230	-135	-	-68	-	-20	0	
über 450 bis 500	-1650	-840	-480	-	-	-	-	-68	-	-20	0	

- Untere Abmaße *ei* (von Wellen)



Toleranzfeldlage		j			k			m	n	p		
Grundtoleranzgrad		5 und 6	7	8	bis 3	4 bis 7	ab 8	alle				
Nennmaß in mm	von 1 bis 3	- 2	- 4	- 6	0	0	0	+ 2	+ 4	+ 6		
	über 3 bis 6	- 2	- 4	-	0	+1	0	+ 4	+ 8	+12		
	über 6 bis 10	- 2	- 5	-	0	+1	0	+ 6	+10	+15		
	über 10 bis 18	- 3	- 6	-	0	+1	0	+ 7	+12	+18		
	über 18 bis 30	- 4	- 8	-	0	+2	0	+ 8	+15	+22		
	über 30 bis 50	- 5	-10	-	0	+2	0	+ 9	+17	+26		
	über 50 bis 80	- 7	-12	-	0	+2	0	+11	+20	+32		
	über 80 bis 120	- 9	-15	-	0	+3	0	+13	+23	+37		
	über 120 bis 180	-11	-18	-	0	+3	0	+15	+27	+43		
	über 180 bis 250	-13	-21	-	0	+4	0	+17	+31	+50		
	über 250 bis 315	-16	-26	-	0	+4	0	+20	+34	+56		
	über 315 bis 400	-18	-28	-	0	+4	0	+21	+37	+62		
über 400 bis 500	-20	-32	-	0	+5	0	+23	+40	+68			
Toleranzfeldlage		r	s	t	u	v	x	y	z	za	zb	zc
Grundtoleranzgrad		alle										
Nennmaß in mm	von 1 bis 3	+ 10	+ 14	-	+ 18	-	+ 20	-	+ 26	+ 32	+ 40	+ 60
	über 3 bis 6	+ 15	+ 19	-	+ 23	-	+ 28	-	+ 35	+ 42	+ 50	+ 80
	über 6 bis 10	+ 19	+ 23	-	+ 28	-	+ 34	-	+ 42	+ 52	+ 67	+ 97
	über 10 bis 14	+ 23	+ 28	-	+ 33	-	+ 40	-	+ 50	+ 64	+ 90	+ 130
	über 14 bis 18	+ 23	+ 28	-	+ 33	+ 39	+ 45	-	+ 60	+ 77	+ 108	+ 150
	über 18 bis 24	+ 28	+ 35	-	+ 41	+ 47	+ 54	+ 63	+ 73	+ 98	+ 136	+ 188
	über 24 bis 30	+ 28	+ 35	+ 41	+ 48	+ 55	+ 64	+ 75	+ 88	+ 118	+ 160	+ 218
	über 30 bis 40	+ 34	+ 43	+ 48	+ 60	+ 68	+ 80	+ 94	+ 112	+ 148	+ 200	+ 274
	über 40 bis 50	+ 34	+ 43	+ 54	+ 70	+ 81	+ 97	+ 114	+ 136	+ 180	+ 242	+ 325
	über 50 bis 65	+ 41	+ 53	+ 66	+ 87	+102	+122	+ 144	+ 172	+ 226	+ 300	+ 405
	über 65 bis 80	+ 43	+ 59	+ 75	+102	+120	+146	+ 174	+ 210	+ 274	+ 360	+ 480
	über 80 bis 100	+ 51	+ 71	+ 91	+124	+146	+178	+ 214	+ 258	+ 335	+ 445	+ 585
	über 100 bis 120	+ 54	+ 79	+104	+144	+172	+210	+ 254	+ 310	+ 400	+ 525	+ 690
	über 120 bis 140	+ 63	+ 92	+122	+170	+202	+248	+ 300	+ 365	+ 470	+ 620	+ 800
	über 140 bis 160	+ 65	+100	+134	+190	+228	+280	+ 340	+ 415	+ 535	+ 700	+ 900
	über 160 bis 180	+ 68	+108	+146	+210	+252	+310	+ 380	+ 465	+ 600	+ 780	+1000
	über 180 bis 200	+ 77	+122	+166	+236	+284	+350	+ 425	+ 520	+ 670	+ 880	+1150
	über 200 bis 225	+ 80	+130	+180	+258	+310	+385	+ 470	+ 575	+ 740	+ 960	+1250
	über 225 bis 250	+ 84	+140	+196	+284	+340	+425	+ 520	+ 640	+ 820	+1050	+1350
	über 250 bis 280	+ 94	+158	+218	+315	+385	+475	+ 580	+ 710	+ 920	+1200	+1550
über 280 bis 315	+ 98	+170	+240	+350	+425	+525	+ 650	+ 790	+1000	+1300	+1700	
über 315 bis 355	+108	+190	+268	+390	+475	+590	+ 730	+ 900	+1150	+1500	+1900	
über 355 bis 400	+114	+208	+294	+435	+530	+660	+ 820	+1000	+1300	+1650	+2100	
über 400 bis 450	+126	+232	+330	+490	+595	+740	+ 920	+1100	+1450	+1850	+2400	
über 450 bis 500	+132	+252	+360	+540	+660	+820	+1000	+1250	+1600	+2100	+2600	

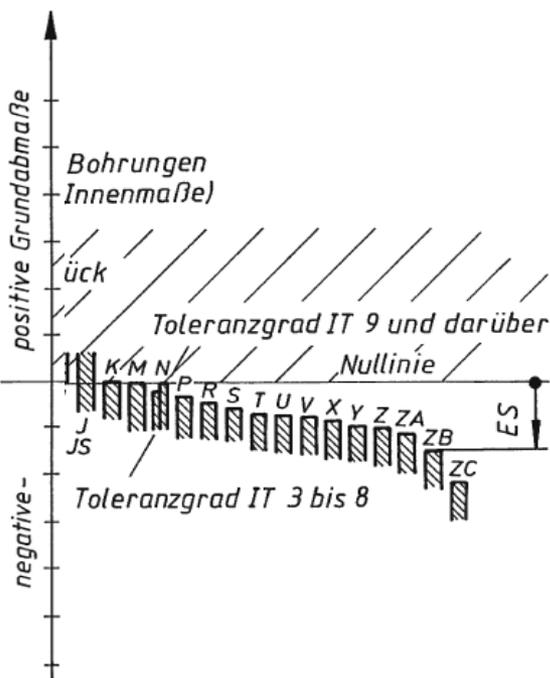
- Untere Abmaße EI (von Bohrungen)



Toleranzfeldlage	A	B	C	CD	D	E	EF	F	FG	G	H	JS
Grundtoleranzgrad	alle											
Nennmaß in mm	von 1 bis 3	+ 270	+140	+ 60	+34	+ 20	+ 14	+10	+ 6	+4	+ 2	0
	über 3 bis 6	+ 270	+140	+ 70	+46	+ 30	+ 20	+14	+10	+6	+ 4	0
	über 6 bis 10	+ 280	+150	+ 80	+56	+ 40	+ 25	+18	+13	+8	+ 5	0
	über 10 bis 18	+ 290	+150	+ 95	-	+ 50	+ 32	-	+16	-	+ 6	0
	über 18 bis 30	+ 300	+160	+110	-	+ 65	+ 40	-	+20	-	+ 7	0
	über 30 bis 40	+ 310	+170	+120	-	+ 80	+ 50	-	+25	-	+ 9	0
	über 40 bis 50	+ 320	+180	+130	-	+ 80	+ 50	-	+25	-	+ 9	0
	über 50 bis 65	+ 340	+190	+140	-	+100	+ 60	-	+30	-	+10	0
	über 65 bis 80	+ 360	+200	+150	-	+100	+ 60	-	+30	-	+10	0
	über 80 bis 100	+ 380	+220	+170	-	+120	+ 72	-	+36	-	+12	0
	über 100 bis 120	+ 410	+240	+180	-	+120	+ 72	-	+36	-	+12	0
	über 120 bis 140	+ 460	+260	+200	-	+120	+ 72	-	+36	-	+12	0
	über 140 bis 160	+ 520	+280	+210	-	+145	+ 85	-	+43	-	+14	0
	über 160 bis 180	+ 580	+310	+230	-	+145	+ 85	-	+43	-	+14	0
	über 180 bis 200	+ 660	+340	+240	-	+170	+100	-	+50	-	+15	0
	über 200 bis 225	+ 740	+380	+260	-	+170	+100	-	+50	-	+15	0
	über 225 bis 250	+ 820	+420	+280	-	+190	+110	-	+56	-	+17	0
	über 250 bis 280	+ 920	+480	+300	-	+190	+110	-	+56	-	+17	0
	über 280 bis 315	+1050	+540	+330	-	+210	+125	-	+62	-	+18	0
	über 315 bis 355	+1200	+600	+360	-	+210	+125	-	+62	-	+18	0
über 355 bis 400	+1350	+680	+400	-	+230	+135	-	+68	-	+20	0	
über 400 bis 450	+1500	+760	+440	-	+230	+135	-	+68	-	+20	0	
über 450 bis 500	+1650	+840	+480	-	+230	+135	-	+68	-	+20	0	

Die Abmaße betragen $\pm 1/2$ IT des jeweiligen Grundtoleranzgrades

- Obere Abmaße *ES* (von Bohrungen)



Toleranzfeldlage		J			K		M		N		Δ-Wert					
Grundtoleranzgrad		6	7	8	bis 8	ab 9	bis 8	ab 9	bis 8	ab 9	3	4	5	6	7	8
Nennmaß in mm	von 1 bis 3	+ 2	+ 4	+ 6	0	0	-2	- 2	-4	-4	Δ = 0					
	über 3 bis 6	+ 5	+ 6	+10	-1 + Δ	-	- 4 + Δ	- 4	- 8 + Δ	0	1	1,5	2	3	4	6
	über 6 bis 10	+ 5	+ 8	+12	-1 + Δ	-	- 6 + Δ	- 6	-10 + Δ	0	1	1,5	2	3	6	7
	über 10 bis 18	+ 6	+10	+15	-1 + Δ	-	- 7 + Δ	- 7	-12 + Δ	0	1	2	3	3	7	9
	über 18 bis 30	+ 8	+12	+20	-2 + Δ	-	- 8 + Δ	- 8	-15 + Δ	0	1,5	2	3	4	8	12
	über 30 bis 50	+10	+14	+24	-2 + Δ	-	- 9 + Δ	- 9	-17 + Δ	0	1,5	3	4	5	9	14
	über 50 bis 80	+13	+18	+28	-2 + Δ	-	-11 + Δ	-11	-20 + Δ	0	2	3	5	6	11	16
	über 80 bis 120	+16	+22	+34	-3 + Δ	-	-13 + Δ	-13	-23 + Δ	0	2	4	5	7	13	19
	über 120 bis 180	+18	+26	+41	-2 + Δ	-	-15 + Δ	-15	-27 + Δ	0	3	4	6	7	15	23
	über 180 bis 250	+22	+30	+47	-4 + Δ	-	-17 + Δ	-17	-31 + Δ	0	3	4	6	9	17	26
über 250 bis 315	+25	+36	+55	-4 + Δ	-	-20 + Δ	-20	-34 + Δ	0	4	4	7	9	20	29	
über 315 bis 400	+29	+39	+60	-4 + Δ	-	-21 + Δ	-21	-37 + Δ	0	4	5	7	11	21	32	
über 400 bis 500	+33	+43	+66	-5 + Δ	-	-23 + Δ	-23	-40 + Δ	0	5	5	7	13	23	34	
Toleranzfeldlage		P bis ZC		P	R	S	T	U	V	X	Y	Z	ZA	ZB	ZC	
Grundtoleranzgrad		bis 7		ab 8												
Nennmaß in mm	von 1 bis 3	Gleiches Abmaß wie für Toleranzgrade ab 8, jedoch um Δ-Wert (siehe Tabelle oben) vergrößert		- 6	- 10	- 14	-	- 18	-	- 20	-	- 26	- 32	- 40	- 60	
	über 3 bis 6			-12	- 15	- 19	-	- 23	-	- 28	-	- 35	- 42	- 50	- 80	
	über 6 bis 10			-15	- 19	- 23	-	- 28	-	- 34	-	- 42	-	- 52	- 67	- 97
	über 10 bis 14			-18	- 23	- 28	-	- 33	-	- 40	-	- 50	-	- 64	- 90	- 130
	über 14 bis 18			-	-	-	-	-	-	- 39	- 45	-	- 60	- 77	- 108	- 150
	über 18 bis 24			-22	- 28	- 35	-	- 41	- 47	- 54	- 63	- 73	- 98	- 136	- 188	
	über 24 bis 30			-	-	-	- 41	- 48	- 55	- 64	- 75	- 88	- 118	- 160	- 218	
	über 30 bis 40			-26	- 34	- 43	-	- 48	- 60	- 68	- 80	- 94	- 112	- 148	- 200	- 274
	über 40 bis 50			-	-	-	- 54	- 70	- 81	- 97	- 114	- 136	- 180	- 242	- 325	
	über 50 bis 65			-32	- 41	- 53	- 66	- 87	-102	-122	- 144	- 172	- 226	- 300	- 405	
	über 65 bis 80			-	- 43	- 59	- 75	-102	-120	-146	- 174	- 210	- 274	- 360	- 480	
	über 80 bis 100			-37	- 51	- 71	- 91	-124	-146	-178	- 214	- 258	- 335	- 445	- 585	
	über 100 bis 120			-	- 54	- 79	-104	-144	-172	-210	- 254	- 310	- 400	- 525	- 690	
	über 120 bis 140			-43	- 63	- 92	-122	-170	-202	-248	- 300	- 365	- 470	- 620	- 800	
	über 140 bis 160			-	- 65	-100	-134	-190	-228	-280	- 340	- 415	- 535	- 700	- 900	
	über 160 bis 180			-	- 68	-108	-146	-210	-252	-310	- 380	- 465	- 600	- 780	-1000	
	über 180 bis 200			-50	- 77	-122	-166	-236	-284	-350	- 425	- 520	- 670	- 880	-1150	
	über 200 bis 225			-	- 80	-130	-180	-258	-310	-385	- 470	- 575	- 740	- 960	-1250	
	über 225 bis 250			-	- 84	-140	-196	-284	-340	-425	- 520	- 640	- 820	-1050	-1350	
	über 250 bis 280			-56	- 94	-158	-218	-315	-385	-475	- 580	- 710	- 920	-1200	-1550	
über 280 bis 315	-	- 98	-170	-240	-350	-425	-525	- 650	- 790	-1000	-1300	-1700				
über 315 bis 355	-62	-108	-190	-268	-390	-475	-590	- 730	- 900	-1150	-1500	-1900				
über 355 bis 400	-	-114	-208	-294	-435	-530	-660	- 820	-1000	-1300	-1650	-2100				
über 400 bis 450	-68	-126	-232	-330	-490	-595	-740	- 920	-1100	-1450	-1850	-2400				
über 450 bis 500	-	-132	-252	-360	-540	-660	-820	-1000	-1250	-1600	-2100	-2600				

• Beispiel eines tolerierten Maßes: 90F6

– Großbuchstabe:

Bohrung

$N = 90 \text{ mm}$

– Nennmaß:

– Unteres Abmaß bei Toleranzfeld F:

$EI = 36 \mu\text{m}$

$T = 22 \mu\text{m}$

$ES = EI + T = 58 \mu\text{m}$

– Toleranzgrad 6:

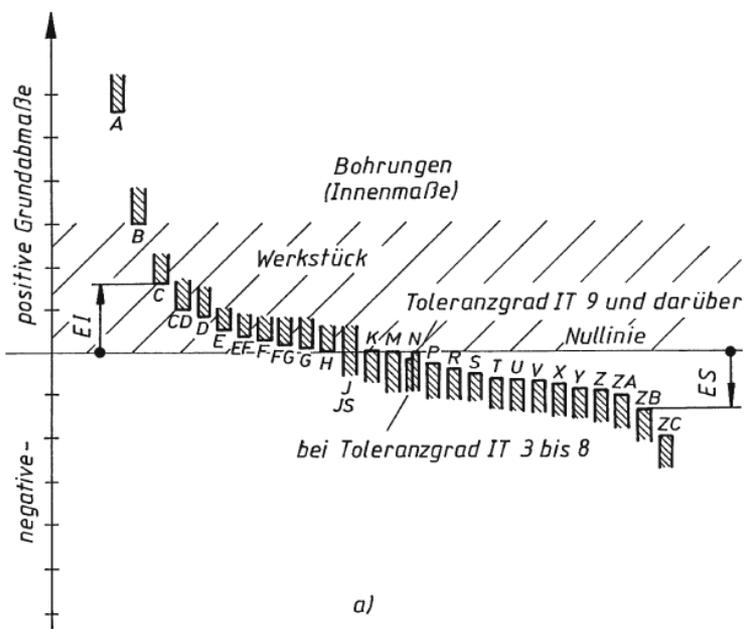
– Oberes Abmaß:

– Höchst- und Mindestmaß:

$G_u = 90,036 \text{ mm}; G_o = 90,058 \text{ mm}$

– Alternative Angabe:

$90^{+0,058}_{+0,036}$



Nennmaß mm		Gr								
		IT01	IT0	IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7
über	bis einschließ- lich	µm								
—	3	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3	4	6	10
3	6	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	5	8	12
6	10	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	15
10	18	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8	11	18
18	30	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	13	21
30	50	0,6	1	1,5	2,5	4	7	11	16	25
50	80	0,8	1,2	2	3	5	8	13	19	30
80	120	1	1,5	2,5	4	6	10	15	22	35

▪ Passungsarten, Passungssysteme

- Definition Passung: Ist die Beziehung, die sich aus dem Maßunterschied zweier zu paarender Passteile (Bohrung und Welle) ergibt.
- Je nach Wahl der Toleranzfelder ergibt sich so eine
 - Spielpassung
 - Bewegungsfreiheit vorhanden; loser Sitz; bspw. für leichte Demontage oder Drehgelenke
 - Übermaß- oder Presspassung
 - kein Freiheitsgrad; fester Sitz; bspw. für Pressverbindungen
 - Übergangspassung
 - Anwendung zwischen Spiel- und Übermaßpassung; enger, aber noch beweglicher Sitz; bspw. für Kupplungen auf Wellenenden

- Spielpassung

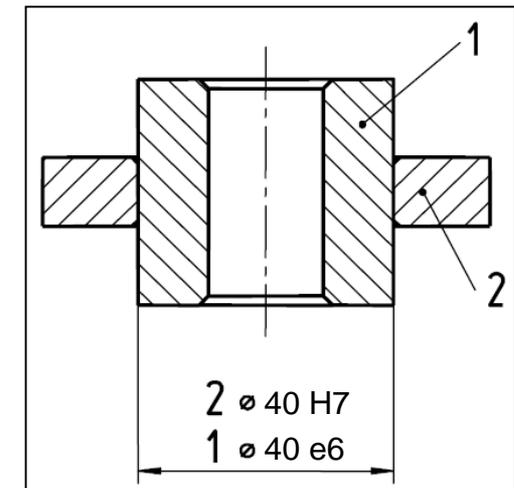
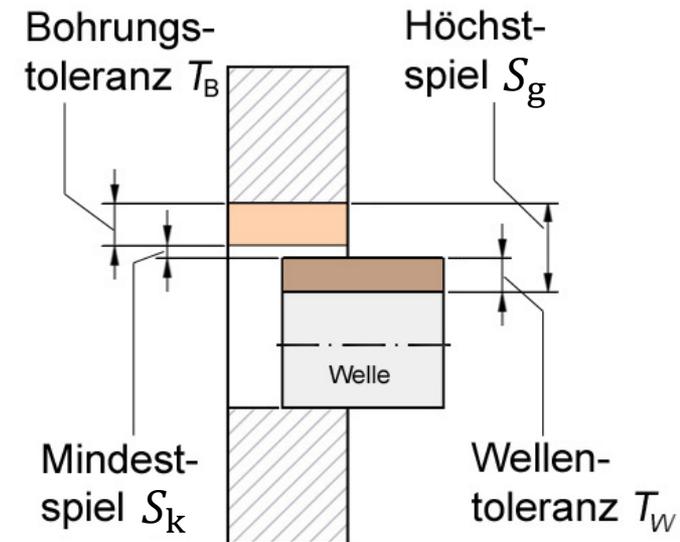
- Höchstspiel

$$S_g = ES - ei = G_{oB} - G_{uW}$$

- Mindestspiel

$$S_k = EI - es = G_{uB} - G_{oW}$$

- Beispiel: 40H7/e6



	Bohrung	Welle
oberes Abmaß	$ES = 25 \mu\text{m}$	$es = -50 \mu\text{m}$
unteres Abmaß	$EI = 0 \mu\text{m}$	$ei = -66 \mu\text{m}$
Höchstmaß	$G_{oB} = N + ES = 40,025 \text{ mm}$	$G_{oW} = N + es = 39,950 \text{ mm}$
Mindestmaß	$G_{uB} = N + EI = 40,000 \text{ mm}$	$G_{uW} = N + ei = 39,934 \text{ mm}$
Maßtoleranz	$T_B = G_{oB} - G_{uB} = 25 \mu\text{m}$	$T_W = G_{oW} - G_{uW} = 16 \mu\text{m}$
Passung		
Höchstspiel	$S_g = G_{oB} - G_{uW} = 91 \mu\text{m}$	
Mindestspiel	$S_k = G_{uB} - G_{oW} = 50 \mu\text{m}$	
Passtoleranz	$T_P = S_g - S_k = 41 \mu\text{m}$	

• Übermaßpassung

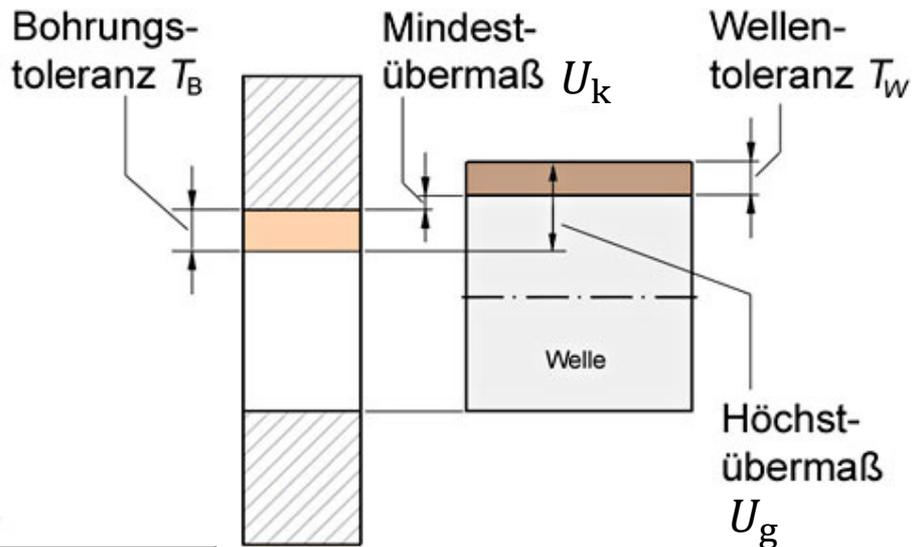
- Höchstübermaß

$$U_g = es - EI = G_{oW} - G_{uB}$$

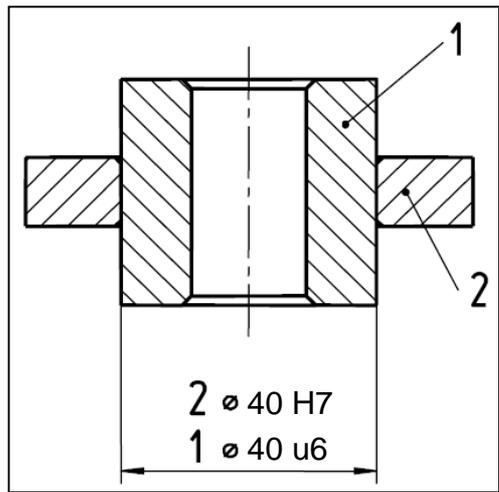
- Mindestübermaß

$$U_k = ei - ES = G_{uW} - G_{oB}$$

- Beispiel: 40H7/u6



	Bohrung	Welle
oberes Abmaß	$ES = 25 \mu\text{m}$	$es = 76 \mu\text{m}$
unteres Abmaß	$EI = 0 \mu\text{m}$	$ei = 60 \mu\text{m}$
Höchstmaß	$G_{oB} = N + ES = 40,025 \text{ mm}$	$G_{oW} = N + es = 40,076 \text{ mm}$
Mindestmaß	$G_{uB} = N + EI = 40,000 \text{ mm}$	$G_{uW} = N + ei = 40,060 \text{ mm}$
Maßtoleranz	$T_B = G_{oB} - G_{uB} = 25 \mu\text{m}$	$T_W = G_{oW} - G_{uW} = 16 \mu\text{m}$
Passung		
Höchstübermaß	$U_g = G_{oW} - G_{uB} = 76 \mu\text{m}$	
Mindestübermaß	$U_k = G_{uW} - G_{oB} = 35 \mu\text{m}$	
Passtoleranz	$T_P = U_g - U_k = 41 \mu\text{m}$	



• Übergangspassung

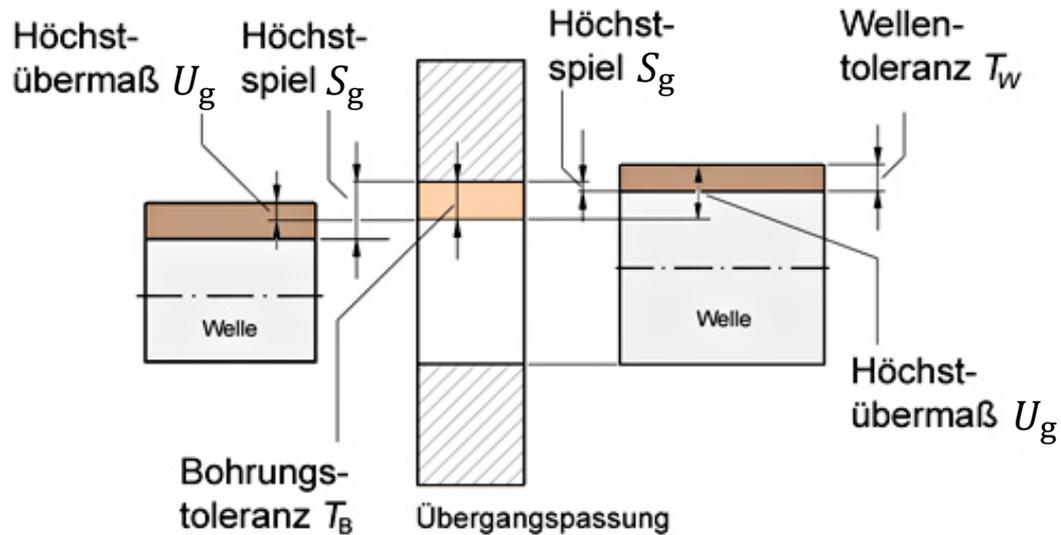
- Höchstspiel

$$S_g = ES - ei = G_{oB} - G_{uW}$$

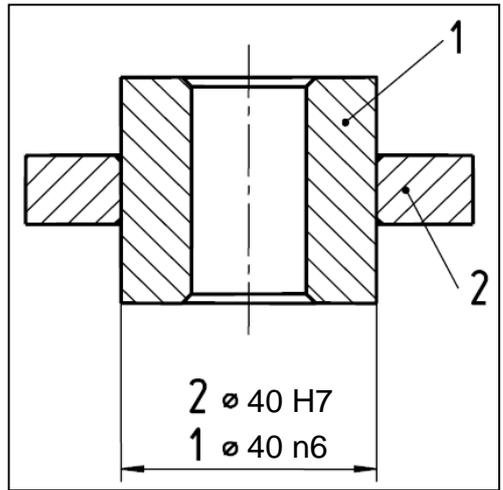
- Höchstübermaß

$$U_g = es - EI = G_{oW} - G_{uB}$$

- Beispiel: 40H7/n6

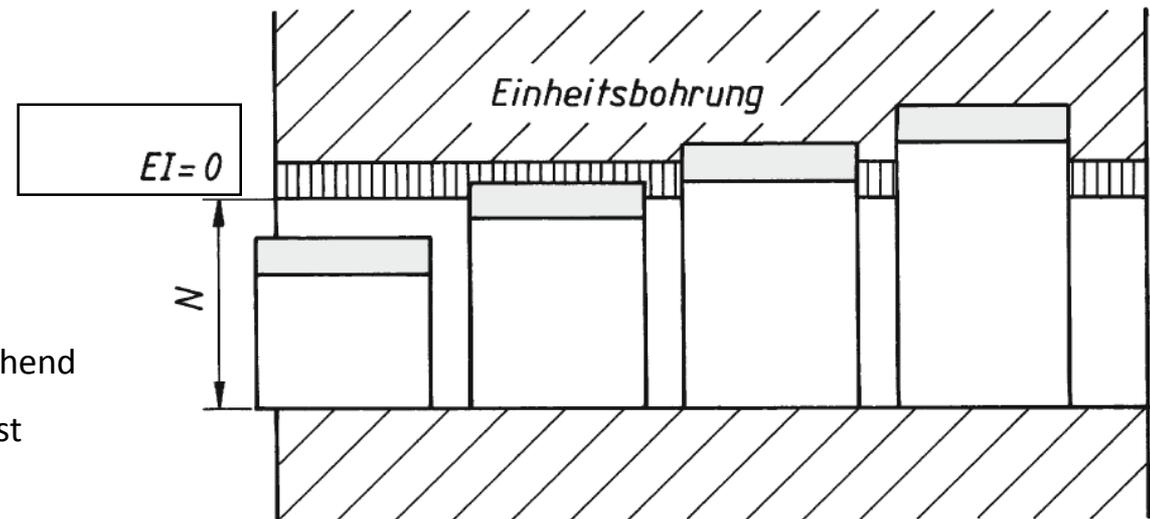


	Bohrung	Welle
oberes Abmaß	$ES = 25 \mu\text{m}$	$es = 33 \mu\text{m}$
unteres Abmaß	$EI = 0 \mu\text{m}$	$ei = 17 \mu\text{m}$
Höchstmaß	$G_{oB} = N + ES = 40,025 \text{ mm}$	$G_{oW} = N + es = 40,033 \text{ mm}$
Mindestmaß	$G_{uB} = N + EI = 40,000 \text{ mm}$	$G_{uW} = N + ei = 40,017 \text{ mm}$
Maßtoleranz	$T_B = G_{oB} - G_{uB} = 25 \mu\text{m}$	$T_W = G_{oW} - G_{uW} = 16 \mu\text{m}$
Passung		
Höchstspiel	$S_g = G_{oB} - G_{uW} = 8 \mu\text{m}$	
Höchstübermaß	$U_g = G_{oW} - G_{uB} = 33 \mu\text{m}$	
Passtoleranz	$T_P = S_g + U_g = 41 \mu\text{m}$	

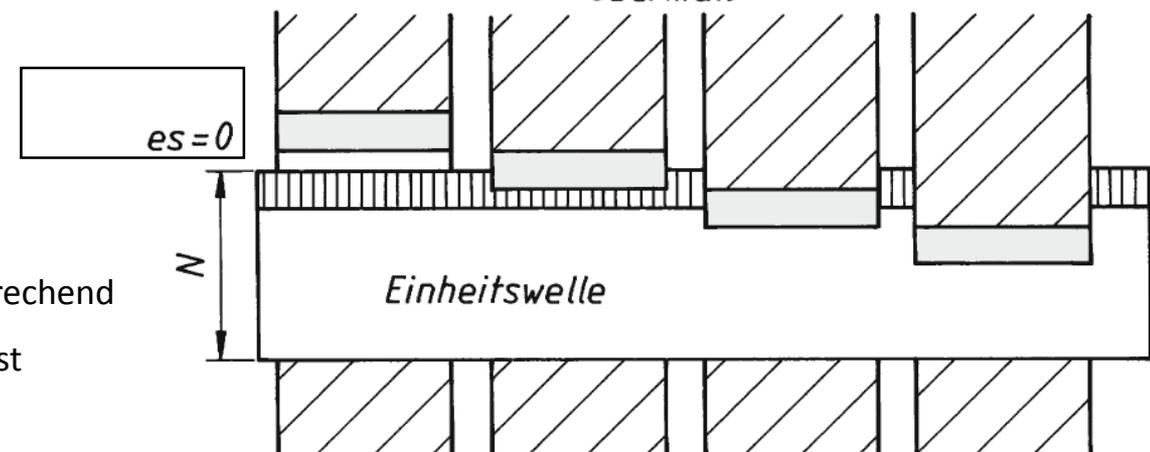


- Passungssysteme

- Einheitsbohrung
 - Toleranzfeldlage der Bohrung: H
 - Wellenmaß wird entsprechend den Anforderungen angepasst



- Einheitswelle
 - Toleranzfeldlage der Welle: h
 - Bohrungsmaß wird entsprechend den Anforderungen angepasst



- **Passungswahl**

- System

Einheitsbohrung ist zu bevorzugen!

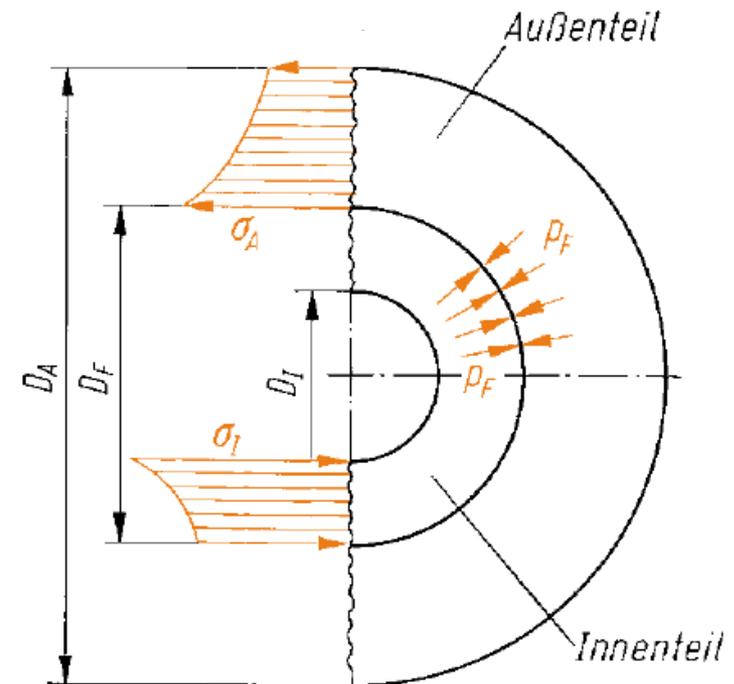
Passung		Merkmal	Anwendungsbeispiele
Spielpassungen			
H11/a11	A11/h11	Besonders großes Bewegungsspiel	Reglerwellen, Bremswellenlager, Federgehäuse, Kuppelbolzen.
H11/c11	C11/h11	Großes Bewegungsspiel	Lager in Haushalts- und Landmaschinen, Drehschalter, Raststife für Hebel, Gabelbolzen.
H11/d9	C11/h9	Sicheres Bewegungsspiel	Abnehmbare Hebel und Kurbeln, Hebel- und Gabelbolzen, Lager für Rollen und Führungen.
H9/d9	D10/h9	Sehr reichliches Spiel	Lager von Landmaschinen und langen Kranwellen, Leerlaufscheiben, grobe Zentrierungen, Spindeln von Textilmaschinen.
H8/d9	E9/h9	Reichliches Spiel. Weiter Laufsitz	Seilrollen, Achsbuchsen an Fahrzeugen, Lager von Gewindespindeln und Transmissionswellen.
H8/e8	F8/h9	Merkliches Spiel. Schlichtlaufsitz	Mehrfach gelagerte Wellen, Vorgelegewellen, Achsbuchsen an Kraftfahrzeugen.
H8/f7	F8/h7	Merkliches Spiel. Leichter Laufsitz	Hauptlager von Kurbelwellen, Pleuelstangen, Kreisel- und Zahnradpumpen, Gebläsewellen, Kolben, Kupplungsmuffen.
H7/f7	F8/h6	Merkliches Spiel. Laufsitz	Lager für Werkzeugmaschinen, Getriebewellen, Kurbel- und Nockenwellen, Regler, Führungssteine.
H7/g6	G7/h6	Wenig Spiel. Enger Laufsitz	Ziehkeilräder, Schubkupplungen, Schieberäderblöcke, Stellstifte in Führungsbuchsen, Pleuelstangenlager.
H11/h9 H11/h11	H11/h9 H11/h11	Geringes Spiel. Weiter Gleitsitz	Teile an Landmaschinen, die auf Wellen verstiftet, festgeschraubt oder festgeklemmt werden, Distanzbuchsen, Scharnierbolzen, Hebelschalter.
H8/h9	H8/h9	Kraftlos verschiebbar. Schlichtgleitsitz	Stellringe für Transmissionen, Handkurbeln, Zahnräder, Kupplungen, Riemenscheiben, die über Wellen geschoben werden müssen.
H7/h6	H7/h6	Von Hand noch verschiebbar. Gleitsitz	Wechselräder auf Wellen, lose Buchsen für Kolbenbolzen, Zentrierflansche für Kupplungen, Stellringe, Säulenführungen.
Übergangspassungen			
H7/j6	J7/h6	Mit Holzhammer oder von Hand ffügbar. Schiebesitz	Öfter auszubauende oder schwierig einzubauende Riemenscheiben, Zahnräder, Handräder und Zentrierungen.
H7/k6	K7/h6	Mit Handhammer ffügbar. Haftsitz	Riemenscheiben, Kupplungen, Zahnräder auf Wellen, Schwungräder mit Tangentkeilen, festge Handräder und -hebel, Passstifte.
H7/n6	N7/h6	Mit Presse ffügbar. Festsitz	Zahnkränze auf Radkörpern, Bunde auf Wellen, Lagerbuchsen in Getriebekästen und in Naben, Stirn- und Schneckenräder, Anker auf Motorwellen.
Übermaßpassungen			
H7/r6 H7/s6	R7/h6 S7/h6	Mittlerer Presssitz	Kupplungsnaben, Bronzkränze auf Graugussnaben, Lagerbuchsen in Gehäusen, Rädern und Schubstangen.
H7/x6 H8/u7	X7/h6 U8/h7	Starker Presssitz	Naben von Zahnrädern, Laufrädern und Schwungrädern, Wellenflansche.

1.4 Möglichkeiten der Auslegung zylindrischer Pressverbände

- Man unterscheidet:
 - **Rein elastische Beanspruchung**
 - Sämtliche Spannungen bleiben unterhalb der Streck- bzw. Dehngrenzen (bzw. Fließgrenzen).
 - Naben
 - Im Grenzfall darf gelten:

$$\sigma_A = R_{eA}$$
 - Bei Grauguss ist $\sigma_{A \text{ zul}} \approx 0,5 \cdot R_m$
 - Wellen
 - Maßgebend ist die Quetschgrenze:

$$\sigma_{I \text{ zul}} = R_{edI} \approx R_{e(z)I}$$
 - Bei Grauguss (hohe Druckfestigkeit) kann der Nachweis entfallen.

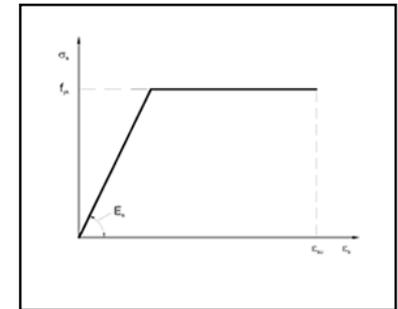


- **Elastisch-Plastische Beanspruchung**

- Sowohl im Außen- als auch im Innenteil erreicht ein Teil der Spannungen die Streckgrenze.
→ ideal-plastisches Werkstoffverhalten
- Es werden die Plastizitätsdurchmesser D_{PA} und D_{PI} eingeführt, wobei gilt:

$$D_F < D_{PA} < D_{Aa}$$

$$D_F > D_{PI} > D_{Ii}$$

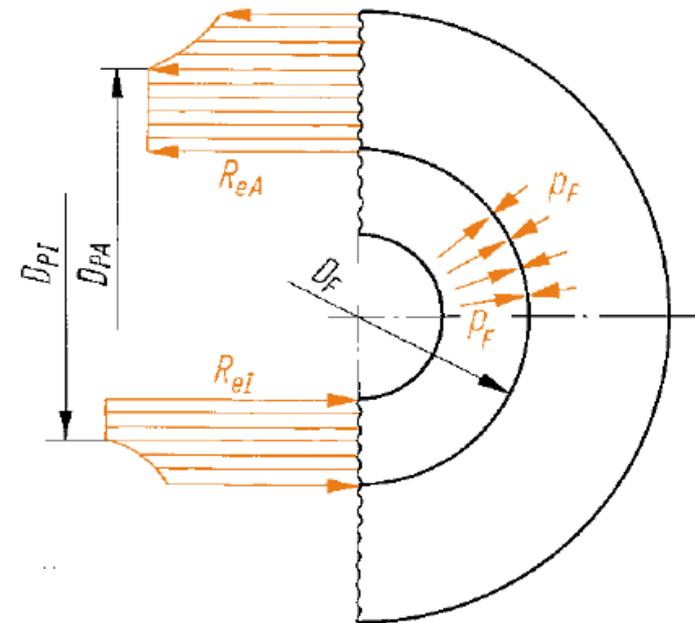


- Bei Außenteilen aus spröden Werkstoffen ist nur rein elastische Beanspruchung zulässig.
Werkstoffe gelten als spröde, sofern

$$A < 10 \%$$

$$Z < 30 \%$$

- Ein volles Innenteil ist entweder rein elastisch oder vollplastisch beansprucht!



2 Auslegung zylindrischer Pressverbände bei rein elastischer Beanspruchung

2.1 Vorgehensweise

- Der zur Kraftübertragung notwendige Fugendruck zwischen Welle und Nabe wird durch das Übermaß U erzeugt.

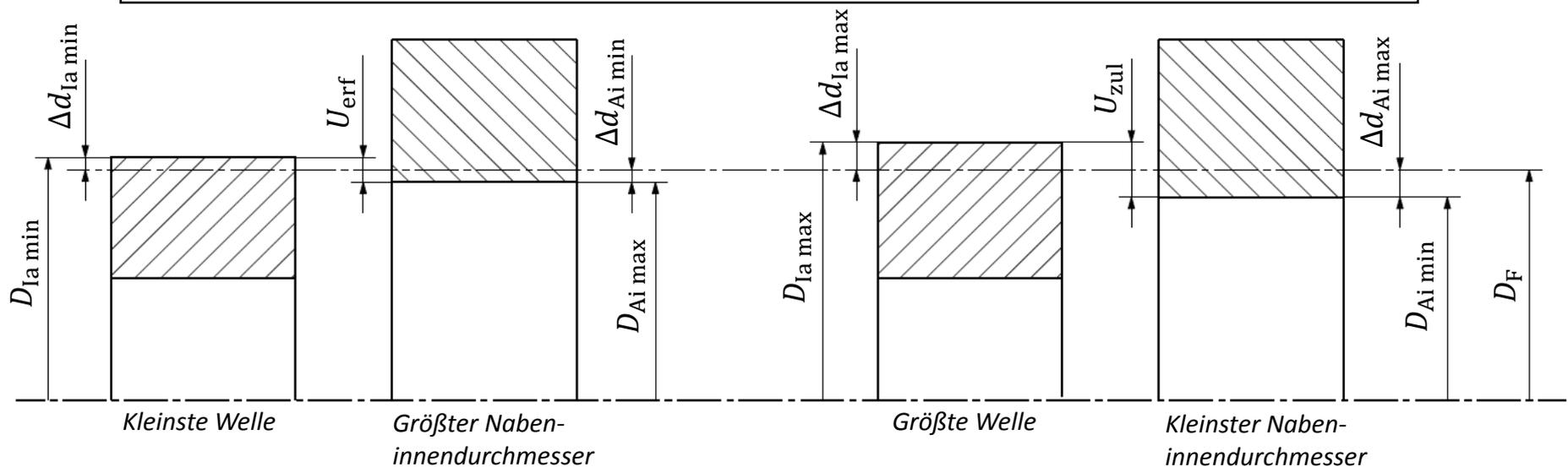
Dabei gilt:

$$U_{\text{erf}} < U < U_{\text{zul}}$$

- Falls $U < U_{\text{erf}}$: Schadensfall Rutschen

- Falls $U > U_{\text{zul}}$: Schadensfall Fließen bzw. Bruch

$$U_{\text{erf}} = \Delta d_{\text{Ai min}} - \Delta d_{\text{Ia max}} \qquad U_{\text{zul}} = \Delta d_{\text{Ai max}} - \Delta d_{\text{Ia min}}$$



▪ Für das Übermaß U bei einem Fugendruck p_F folgt mit $\Delta d_{Ai} = p_F \cdot D_{Ai} \cdot \frac{1}{E_A} \cdot \left(\frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A \right)$

und $\Delta d_{Ia} = -p_F \cdot D_{Ia} \cdot \frac{1}{E_I} \cdot \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \nu_I \right)$

$$U = \Delta d_{Ai} - \Delta d_{Ia} = p_F \cdot D_F \cdot \left[\frac{1}{E_A} \cdot \left(\frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A \right) + \frac{1}{E_I} \cdot \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \nu_I \right) \right]$$

$$= \frac{p_F \cdot D_F}{E_A} \cdot K$$

mit

$$K = \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A + \frac{E_A}{E_I} \cdot \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \nu_I \right)$$

- Dabei ist $D_F \approx D_{Ai} \approx D_{Ia}$.
- Somit ist der Zusammenhang zwischen Übermaß und Fugendruck (Pressung) hergestellt. Einflussgrößen sind die Abmessungen der zu fügenden Teile (D_F , Q_I , Q_A) sowie werkstoffspezifische Größen wie E-Modul und Poisson-Zahl.
- Zu ermitteln ist dann das erforderliche Mindestübermaß U_{erf} (gegen Rutschen) und das maximal zulässige Höchstübermaß U_{zul} (gegen Fließen/Bruch).

▪ Glättung, Übermaßverlust

- Infolge der Einebnung der Oberflächen beim Fügen (Längspress- oder Querpressverband) ist der sogenannte Übermaßverlust U_V zu berücksichtigen:

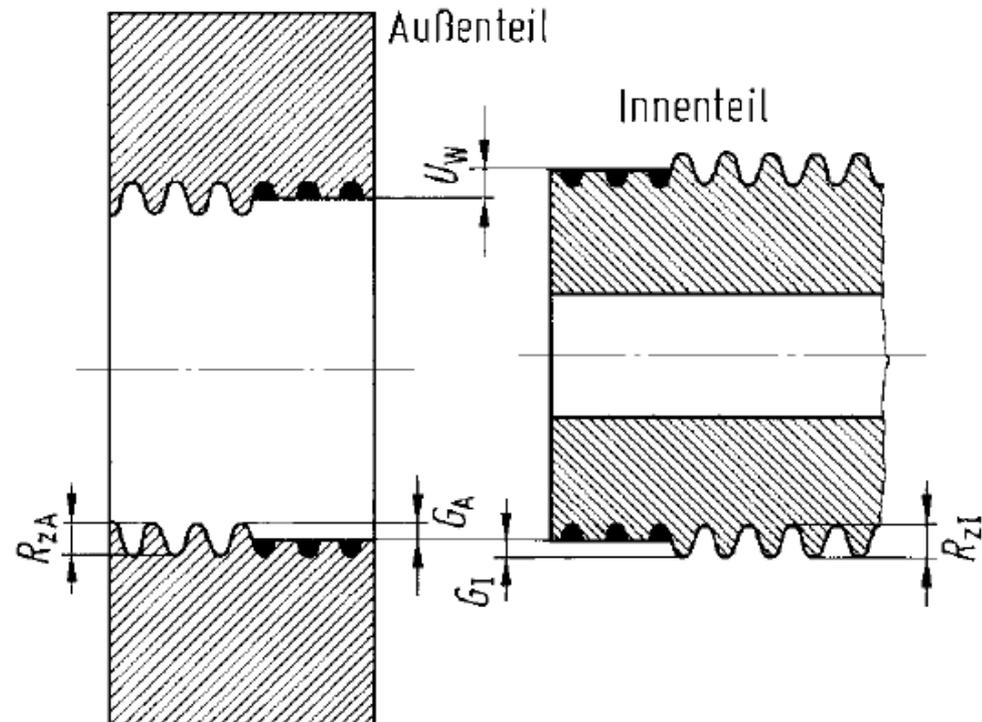
$$U_V \approx 0,8 \cdot (R_{zAi} + R_{zIa})$$

- Damit ist

$$U_w = U - U_V$$

das wirksame Übermaß bzw. Haftmaß
(nach dem Fügen).

- Die Formel für U_V gilt streng genommen nur für die Paarungen aus Stahl/Stahl und Stahl/Guss.



▪ Mindestübermaß

Mit dem ermittelten Mindestfugendruck zur Übertragung der Axial- und/oder Tangentialkräfte

$$p_{F \text{ erf}} = \frac{F_{\text{res}}}{\nu \cdot \pi \cdot D_F \cdot L_F} \cdot S_R$$

und dem Übermaßverlust U_V folgt das erforderliche Mindestübermaß

$$U_{\text{erf}} = \frac{p_{F \text{ erf}} \cdot D_F}{E_A} \cdot K + U_V$$

▪ Zulässiges Höchstübermaß

Mit einem werkstoff- und geometrieabhängigen zulässigen Höchstwert des Fugendruckes $p_{F \text{ zul}}$ und dem Übermaßverlust U_V folgt das zulässige Höchstübermaß

$$U_{\text{zul}} = \frac{p_{F \text{ zul}} \cdot D_F}{E_A} \cdot K + U_V$$

▪ Notation in der DIN 7190

- Anstelle der eben vorgestellten Formel

$$U = \frac{p_F \cdot D_F}{E_A} \cdot K + U_V$$

zur direkten Ermittlung des gesuchten Übermaßes, werden in der DIN 7190 weitere Berechnungsgrößen verwendet.

- Es wird zunächst das *bezogene Übermaß*

$$Z = \frac{p_F \cdot K}{E_A}$$

ermittelt, woraus dann das *wirksame Übermaß*

$$U_w = Z \cdot D_F$$

und abschließend das Übermaß selbst berechnet wird:

$$U = U_w + U_V$$

- Je nach verwendetem Fugendruck erfolgt die Indizierung erf bzw. zul.

▪ Zulässiger Fugendruck

- Bei Verwendung der modifizierten Schubspannungshypothese MSH (einfacherer Formelsatz und bessere Übereinstimmung mit experimentell ermittelten Ergebnissen als GEH \rightarrow Faktor $2/\sqrt{3}$) gilt

$$\sigma_{v\text{MSH}} = \sqrt{(\sigma_t - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_t} \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_e}{S_F}$$

- $S_F = 1,0 \dots 1,3$ ist die Sicherheit gegen Fließen. Bei spröden Werkstoffen ist R_e durch $(0,3 \dots 0,5) \cdot R_m$ und S_F durch $S_B = 1,0$ zu ersetzen.
- Mit den Gleichungen für $\sigma_{rA}(r = r_i) = \sigma_{rAi}$ und $\sigma_{tA}(r = r_i) = \sigma_{tAi}$ des Außenteils und $\tau_t \leq \nu_{ru} \cdot p_F$ folgt:

$$2 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{1 - Q_A^2}\right)^2 + \nu_{ru}^2} \cdot p_F \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eA}}{S_F}$$

- Wegen $\nu_{ru}^2 \ll 1$ kann vereinfacht geschrieben werden:

$$\frac{2}{1 - Q_A^2} \cdot p_F \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eA}}{S_F}$$

- Damit ergibt sich der zulässige Fugendruck des Außenteils zu

$$p_{F \text{ zul A}} = \frac{1 - Q_A^2}{\sqrt{3} \cdot S_F} \cdot R_{eA}$$

- Analoge Betrachtungen für das Innenteil (als Hohlwelle mit $Q_I \neq 0$) liefern

$$p_{F \text{ zul I}} = \frac{1 - Q_I^2}{\sqrt{3} \cdot S_F} \cdot R_{eI}$$

- Bei Vollwellen gilt $\sigma_{rI} = \sigma_{tI} = -p_F$, weshalb

$$\sigma_{v \text{ MSH}} = p_F \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eI}}{S_F}$$

ist, woraus folgt:

$$p_{F \text{ zul I}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot R_{eI}$$

▪ Passungsauswahl

- Mit Kenntnis von U_{erf} und U_{zul} folgt die größtmögliche Passtoleranz zu

$$T_{\text{P max}} = U_{\text{zul}} - U_{\text{erf}}$$

- System Einheitsbohrung → Toleranzfeldlage H

- Bohrung H6 → Welle mit IT5
- Bohrung H7 → Welle mit IT6
- Bohrung H8 → Welle mit IT7
- Ab Bohrung H9 → Welle mit gleichem Toleranzgrad

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} T_{\text{B}} \leq 0,6 \cdot T_{\text{P max}}$$

$$T_{\text{B}} \leq 0,5 \cdot T_{\text{P max}}$$

- *Schritt 1:*

Festlegung des Toleranzgrades der Bohrung

→ Wegen $EI = 0$ folgt $ES = T_{\text{B}}$

- *Schritt 2:*

Wellentoleranz T_W herausuchen (meist ein Toleranzgrad kleiner als die Bohrung)

- *Schritt 3:*

Ermittlung des unteres Abmaßes der Welle:

$$ei \geq ES + U_{\text{erf}}$$

- *Schritt 4:*

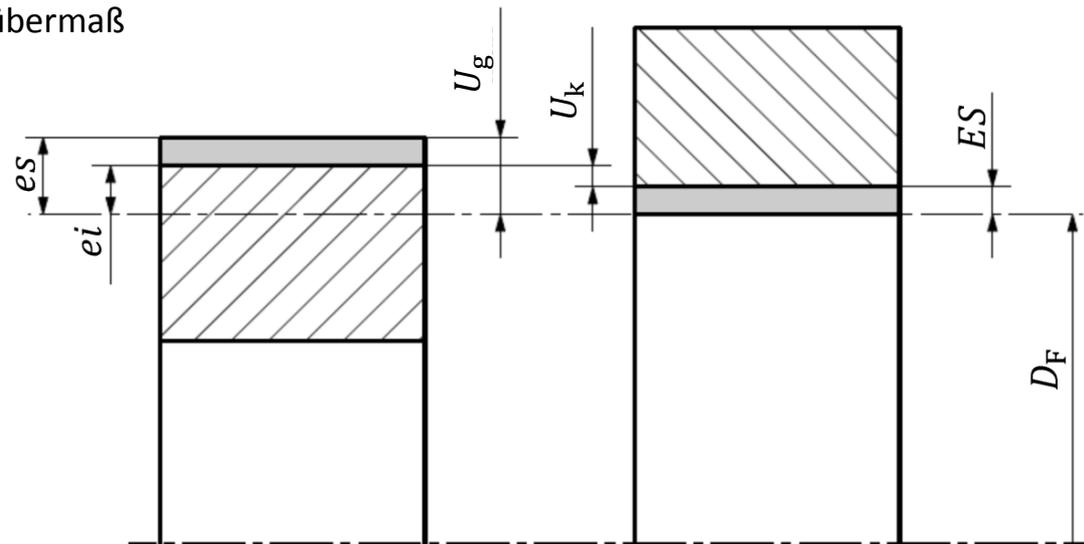
Ermittlung des oberes Abmaßes der Welle:

$$es = ei + T_W$$

- Damit folgen das Höchst- und Mindestübermaß

$$U_g = es - EI = es$$

$$U_k = ei - ES$$



- Die Übermaße U_g und U_k sind die vor dem Fügen messbaren Übermaße.
- Nach dem Fügen ergeben sich die wirksamen Übermaße (auch Haftmaße genannt):

$$U_{wg} = U_g - U_V$$

$$U_{wk} = U_k - U_V$$

- Der Übermaßverlust U_V ist bereits bei der Berechnung von U_{erf} und U_{zul} berücksichtigt, so dass gilt:

$$U_{erf} < U_k < U_g < U_{zul}$$

▪ Festigkeitsnachweis

- Der Tragfähigkeitsnachweis ist mit dem Höchstübermaß U_g zu führen. Die zugehörige Pressung kann aus

$$U_g = \frac{p_{Fg} \cdot D_F}{E_A} \cdot K + U_V$$

gewonnen werden. Mit $U_{wg} = U_g - U_V$ ist

$$p_{Fg} = \frac{U_{wg} \cdot E_A}{D_F \cdot K}$$

- Analog kann mit $U_{wk} = U_k - U_V$ der kleinste Fugendruck p_{Fk} ermittelt werden.

- Die bereits eingeführte modifizierte Schubspannungshypothese MSH bei vernachlässigbar kleinen Schubspannungen lautet:

$$\sigma_{v \text{ MSH}} = \sqrt{(\sigma_t - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_t} \approx \sigma_t - \sigma_r \leq \sigma_{v \text{ zul}}$$

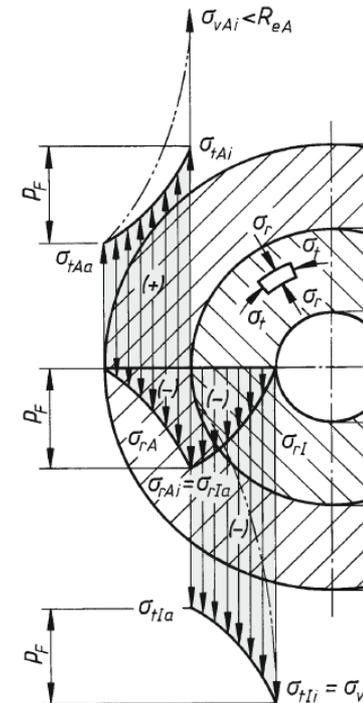
- Gemäß den Spannungsverläufen sind die kritischen Stellen:

- Innenfaser Nabe

$$\sigma_{vAi} = \sigma_{tAi} - \sigma_{rAi} = p_{Fg} \cdot \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + p_{Fg} = \frac{2 \cdot p_{Fg}}{1 - Q_A^2} \leq \sigma_{v \text{ zul}}$$

- Innenfaser (dünnwandige) Hohlwelle

$$\sigma_{vIi} = |\sigma_{tIi} - \sigma_{rIi}| = \left| -p_{Fg} \cdot \frac{2}{1 - Q_I^2} \right| \leq \sigma_{v \text{ zul}}$$

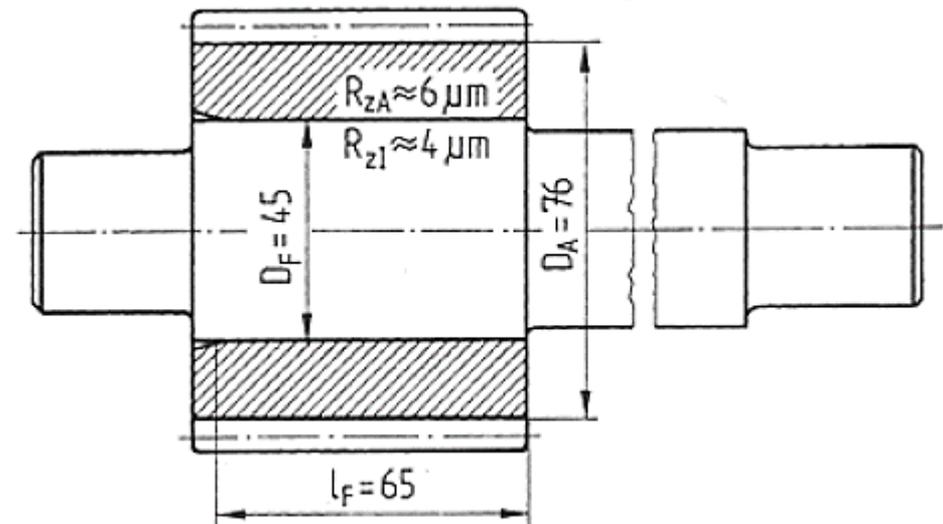


- Die zulässige Spannung ist $\sigma_{v \text{ zul}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_e}{S_F}$ bzw. $\sigma_{v \text{ zul}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{(0,3 \dots 0,5) \cdot R_m}{S_B}$

2.2 Beispiel zur rein elastischen Beanspruchung

- Auf eine Getriebewelle aus Vergütungsstahl C30 ($R_e = 300 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$) ist ein Ritzel aus Einsatzstahl 17CrNiMo7 ($R_e = 600 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$) unter Ölschmierung kalt aufgepresst. Es ist ein ruhend wirkendes Drehmoment $M_t = 500 \text{ Nm}$ zu übertragen. Für eine rein elastische Beanspruchung ist eine geeignete Übermaßpassung zu ermitteln.

- Weitere gegebene Größen:
 - Haftbeiwert $\nu = 0,07$
(Folie 8)
 - Rutschsicherheit $S_R = 1,5$
(Folie 9)
 - Sicherheit gegen Fließen $S_F = 1,2$
(Folie 44)



▪ Erforderliches Übermaß

- Der erforderliche Fugendruck zur Übertragung des gegebenen Drehmoments beträgt:

$$p_{F \text{ erf}} = \frac{2 \cdot M_t}{\nu \cdot \pi \cdot D_F^2 \cdot L_F} \cdot S_R = 51,8 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Mit der Hilfsgröße

$$K = \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + 1 = 3,08$$

$$K = \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A + \frac{E_A}{E_I} \cdot \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \nu_I \right)$$

(wobei $Q_A = D_F/D_{Aa} = 0,592$ ist) und dem Übermaßverlust

$$U_V = 0,8 \cdot (R_{zA} + R_{zI}) = 8 \text{ } \mu\text{m}$$

ergibt sich das erforderliche Übermaß zu

$$U_{\text{erf}} = \frac{p_{F \text{ erf}} \cdot D_F}{E} \cdot K + U_V = 42,2 \text{ } \mu\text{m}$$

▪ Zulässiges Übermaß

- Die zulässigen Pressungen für Innen- und Außenteil betragen:

$$p_{F \text{ zul I}} = \frac{2}{\sqrt{3} \cdot S_F} \cdot R_{eI} = 289 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

$$p_{F \text{ zul A}} = \frac{1 - Q_A^2}{\sqrt{3} \cdot S_F} \cdot R_{eA} = 187 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Mit dem kleineren der beiden Werte folgt:

$$U_{\text{zul}} = \frac{p_{F \text{ zul A}} \cdot D_F}{E} \cdot K + U_V = 132 \text{ } \mu\text{m}$$

Passungswahl

- Für das Höchst- und Mindestübermaß der gewählten Passung muss gelten:

$$U_{\text{erf}} < U_{\text{k}} < U_{\text{g}} < U_{\text{zul}}$$

- Schritt 1:* Festlegung des Toleranzgrades der Bohrung

Toleranzgrad 7 $\rightarrow ES = T_{\text{B}} = 25 \mu\text{m}$ (Folie 23)

- Schritt 2:* Wellentoleranz

Toleranzgrad 6 $\rightarrow T_{\text{W}} = 16 \mu\text{m}$ (Folie 23)

- Schritt 3:* Unteres Abmaß der Welle

Es muss gelten: $ei \geq ES + U_{\text{erf}} = 67,2 \mu\text{m}$

\rightarrow Toleranzfeldlage u mit $ei = 70 \mu\text{m}$ (Folie 26)

Toleranzfeldlage		r	s	t	u
Grundtoleranzgrad					
von	1 bis 3	+ 10	+ 14	–	+ 18
über	3 bis 6	+ 15	+ 19	–	+ 23
über	6 bis 10	+ 19	+ 23	–	+ 28
über	10 bis 14	+ 23	+ 28	–	+ 33
über	14 bis 18			–	+ 41
über	18 bis 24	+ 28	+ 35	+ 41	+ 48
über	24 bis 30	+ 34	+ 43	+ 48	+ 60
über	30 bis 40			+ 54	+ 70
über	40 bis 50				

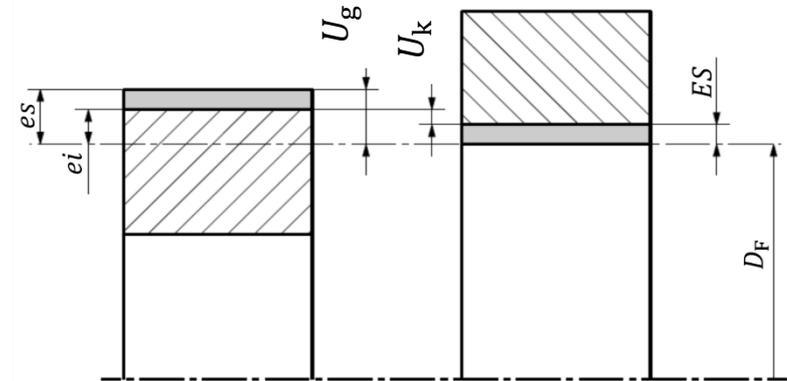
- Schritt 4:* Oberes Abmaß der Welle

$\rightarrow es = ei + T_{\text{W}} = 86 \mu\text{m}$

- Es folgen Höchst- und Mindestübermaß mit

$$U_g = es - EI = es = 86 \mu\text{m}$$

$$U_k = ei - ES = 55 \mu\text{m}$$



▪ Festigkeitsnachweis

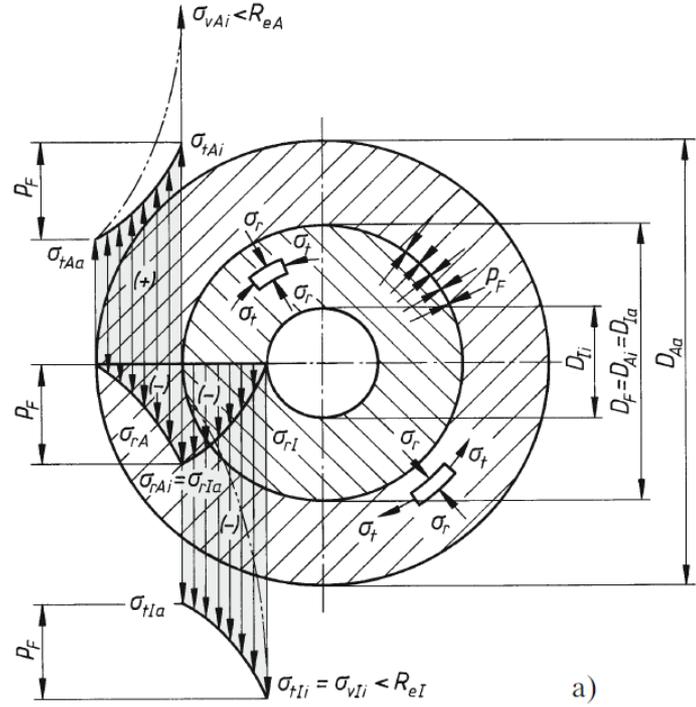
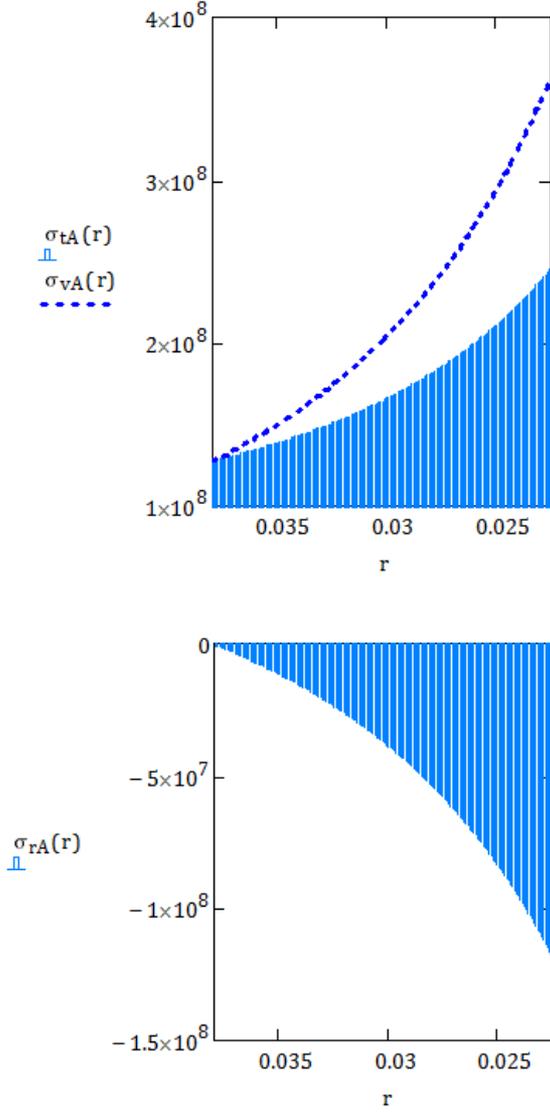
- Mit U_g bzw. $U_{wg} = U_g - U_V$ ergibt sich die größte Fugenpressung:

$$p_{Fg} = \frac{U_{wg} \cdot E}{D_F \cdot K} = 118 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Damit gilt am Innenrand der Nabe schließlich

$$\sigma_{vAi} = \frac{2 \cdot p_{Fg}}{1 - Q_A^2} = 364 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} \leq 577 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eA}}{S_F} = \sigma_{v \text{ zul}}$$

Spannungsverläufe Nabe



3 Auslegung zylindrischer Pressverbände bei elastisch-plastischer Beanspruchung

3.1 Vorgehensweise

- Der Einfachheit halber ist das folgende Berechnungsverfahren bei elastisch-plastischer Beanspruchung an Voraussetzungen gebunden:
 - 1) Volles Innenteil $\rightarrow Q_I = 0$
 \rightarrow Innenteil wird elastisch, Außenteil elastisch-plastisch beansprucht!
 - 2) Welle und Nabe bestehen aus ähnlichen Werkstoffen $\rightarrow E_A = E_I = E$ und $\nu_A = \nu_I = \nu$
- **Grenzfugendruck für Innen- und Außenteil**
 - Der Fugendruck p_F bei elastisch-plastischer Beanspruchung des Außenteils muss im Bereich

$$p_{F \text{ zul A}} = \frac{(1 - Q_A)}{\sqrt{3}} \cdot R_{eA} < p_F \leq \frac{p_{PA}}{S_{PA}} = p_{F \text{ zul A p}}$$

liegen, d.h. p_F ist insbesondere größer als der zulässige Fugendruck bei rein elastischer Beanspruchung.

Dabei ist

- p_{PA} der Grenzfugendruck bei vollplastischer Beanspruchung und
- $S_{PA} = 1,2 \dots 1,3$ die Sicherheit gegen vollplastische Beanspruchung

- Der Grenzfügendruck p_{PA} ist von der Geometrie des Außenteils abhängig:

$$p_{PA} = \begin{cases} \frac{2 \cdot R_{eA}}{\sqrt{3}} & \text{für dickwandiges Außenteil mit } Q_A < \frac{1}{e} \\ \frac{-2 \cdot R_{eA}}{\sqrt{3}} \cdot \ln Q_A & \text{für dünnwandiges Außenteil mit } Q_A \geq \frac{1}{e} \end{cases}$$

- Weiterhin darf der wirkende Fügendruck p_F nicht den Grenzfügendruck p_{PI} des Innenteils überschreiten:

$$p_F \leq p_{F \text{ zul I p}} = \frac{p_{PI}}{S_{PI}} = \frac{2 \cdot R_{eI}}{\sqrt{3} \cdot S_{PI}} \quad \text{mit } S_{PI} = 1,1$$

– Infolge der gegebenen Verformungsbehinderung durch das Außenteil genügt diese sehr kleine Sicherheit.

- Bringt man die Bedingungen für Innen- und Außenteil zusammen, so folgt:

$$R_{eI} > \frac{1 - Q_A}{2} \cdot R_{eA}$$

Andernfalls ist das Innenteil bereits vollplastisch beansprucht, wenn das Außenteil noch rein elastisch beansprucht ist.

▪ Mindestübermaß

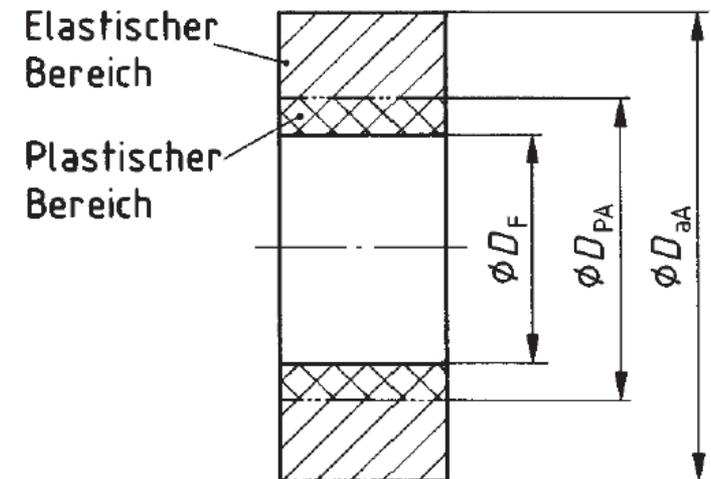
- Mit dem bezogenen Plastizitätsweg ζ kann das erforderliche Mindestübermaß bestimmt werden:

$$U_{\text{erf}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eA}}{E} \cdot \zeta_k^2 \cdot D_F + U_V$$

- ζ ist definiert als:

$$\zeta = \frac{D_{PA}}{D_F}$$

- Wegen $D_F < D_{PA} < D_{Aa}$ muss gelten: $1 < \zeta < \frac{1}{Q_A}$



- Einflussgrößen sind neben dem Fugendruck p_F sowohl Streckgrenze R_{eA} als auch Durchmesser Verhältnis Q_A des Außenteils.

- Werte für ζ

Q_A	p_F/R_{eA}							
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,3	Rein elastischer Bereich			1,07	1,18	1,31	1,45	1,62
0,4			1,02	1,13	1,26	1,43	1,64	1,96
0,5			1,08	1,23	1,44	2,0		
0,6		1,04	1,22	Vollplastischer Bereich				
0,7	1,10	1,29						

– Zwischenwerte durch lineare Interpolation!

- Zur Ermittlung des erforderlichen Übermaßes muss der erforderliche Fugendruck $p_{F\text{ erf}}$ verwendet werden!

→ kleinster bezogener Plastizitätsdurchmesser ζ_k

- Alternative Berechnung des bezogenen Plastizitätsdurchmessers ζ
 - Mithilfe der Plastizitätstheorie lässt sich ζ als Lösung der folgenden transzendenten Gleichung herleiten:

$$2 \cdot \ln \zeta - (Q_A \cdot \zeta)^2 + 1 - \sqrt{3} \cdot \frac{p_F}{R_{eA}} = 0$$

- Iteratives Lösungsverfahren

- Startwert: $\zeta_1 = 1$

- Iterationsvorschrift:

$$\zeta_{i+1} = \zeta_i \cdot \left\{ 1 - \frac{2 \cdot \ln \zeta_i - (Q_A \cdot \zeta_i)^2 + 1 - \sqrt{3} \cdot \frac{p_F}{R_{eA}}}{2 \cdot [1 - (Q_A \cdot \zeta_i)^2]} \right\}$$

- Abbruchbedingung:

$$|\zeta_{i+1} - \zeta_i| < \frac{1}{1000}$$

- Kontrolle:

$$1 \leq \zeta \leq \frac{1}{Q_A}$$

▪ Zulässiges Übermaß

- Zur Ermittlung des zulässigen Übermaßes ist zunächst der zulässige bezogene Plastizitätsdurchmesser zu berechnen:

$$\zeta_{\text{zul}} = \zeta(p_{\text{F zul A p}})$$

- Damit ist:

$$U_{\text{zul}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eA}}{E} \cdot \zeta_{\text{zul}}^2 \cdot D_F + U_V$$

▪ Passungswahl

- Wie bei rein elastischer Beanspruchung ist eine Passung auszuwählen, so dass gilt:

$$U_{\text{erf}} < U_{\text{k}} < U_{\text{g}} < U_{\text{zul}}$$

- Dabei ist $U_{\text{g}} = es - EI = es$ und $U_{\text{k}} = ei - ES$.

▪ Größte Fugenpressung

- Bislang wurde auf Basis einer Fugenpressung der bezogene Plastizitätsdurchmesser und anschließend das zugehörige Übermaß bestimmt.
- Zur Berechnung der größten Fugenpressung ist aus

$$U = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eA}}{E} \cdot \zeta^2 \cdot D_F + U_V$$

für $U = U_g$ der korrespondierende (größte) bezogene Plastizitätsdurchmesser ζ_g zu berechnen.

- Mit $U_g - U_V = U_{wg}$ folgt:

$$\zeta_g = \sqrt{\frac{U_{wg} \cdot \sqrt{3} \cdot E}{2 \cdot R_{eA} \cdot D_F}} \approx 0,93 \cdot \sqrt{\frac{U_{wg} \cdot E}{R_{eA} \cdot D_F}}$$

- Damit ist der größte Fugendruck gegeben durch:

$$p_{Fg} = \frac{R_{eA}}{\sqrt{3}} \cdot \left[1 + 2 \cdot \ln \zeta_g - (Q_A \cdot \zeta_g)^2 \right]$$

- Zu zeigen bleibt, dass gilt

$$p_{Fg} < p_{F \text{ zul A p}}$$

und

$$p_{Fg} < p_{F \text{ zul I p}}$$

- Abschließend ist das Querschnittsverhältnis q_g zu prüfen.

▪ Querschnittsverhältnis

- Das Verhältnis aus plastisch beanspruchter Ringfläche q_{PA} zu gesamten Ringfläche des Nabenquerschnittes q_A sollte den Erfahrungswert 0,3 nicht überschreiten.
 - Ringfläche des plastisch beanspruchten Bereiches als Funktion von ζ :

$$q_{PA}(\zeta) = \frac{\pi}{4} \cdot (D_{PA}^2 - D_F^2) = \frac{\pi}{4} \cdot D_F^2 \cdot (\zeta^2 - 1)$$

- Ringfläche des Nabenquerschnittes:

$$q_A = \frac{\pi}{4} \cdot (D_{Aa}^2 - D_F^2) = \frac{\pi}{4} \cdot D_A^2 \cdot (1 - Q_A^2)$$

- Quotient:

$$q(\zeta) = \frac{q_{PA}(\zeta)}{q_A} = \frac{Q_A^2 \cdot (\zeta^2 - 1)}{1 - Q_A^2} \leq 0,3$$

- Zu zeigen ist, dass gilt:

$$q_g = q(\zeta = \zeta_g) \leq 0,3$$

3.2 Beispiel zur elastisch-plastischen Beanspruchung

- Ein Pressverband soll in der Fuge bei einem Haftbeiwert von $\nu = 0,2$ eine wechselnd wirkende Betriebskraft $F = 180 \text{ kN}$ übertragen.

- **Gegebene Größen**

- Geometrie

$$D_{Aa} = 100 \text{ mm}$$

$$D_F = 50 \text{ mm}$$

$$D_{Ii} = 0$$

$$L_F = 60 \text{ mm}$$

- Werkstoffe und Oberfläche

$$R_{eA} = 400 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

$$R_{eI} = 460 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

$$R_{zA} = 12 \text{ } \mu\text{m}$$

$$R_{zI} = 8 \text{ } \mu\text{m}$$

▪ Prüfung der Voraussetzungen

- Kann das Außenteil zum Teil plastisch beansprucht werden, bevor das Innenteil vollplastisch beansprucht wird?

$$R_{eI} > \frac{1 - Q_A}{2} \cdot R_{eA}$$
$$460 > \frac{1 - 0,5}{2} \cdot 400 = 100$$

- Ist die erforderliche Fugenpressung größer als die für das Außenteil zulässige Fugenpressung bei rein elastischer Beanspruchung?

$$p_{F \text{ erf}} = \frac{F_B}{\nu \cdot \pi \cdot D_F \cdot L_F} \cdot S_R = 210 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$
$$p_{F \text{ zul A}} = \frac{(1 - Q_A)}{\sqrt{3}} \cdot R_{eA} = 173 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Nach Folie 9 ist für $S_R = 2,2$ anzusetzen (wechselnde Last).

- Zulässige Fugenpressung für Außen- und Innenteil
 - Wegen $Q_A \geq 1/e$ ist der Grenzfugendruck gegeben durch

$$p_{PA} = \frac{-2 \cdot R_{eA}}{\sqrt{3}} \cdot \ln Q_A = 320 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$$

- Mit der Sicherheit gegen vollplastische Verformung $S_{PA} = 1,25$ (Folie 57) folgt:

$$p_{F \text{ zul } A p} = \frac{p_{PA}}{S_{PA}} = 256 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} > p_{F \text{ erf}}$$

- Für das Innenteil ergibt sich mit $S_{PI} = 1,1$:

$$p_{F \text{ zul } I p} = \frac{p_{PI}}{S_{PI}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eI}}{S_{PI}} = 482 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2} > p_{F \text{ erf}}$$

▪ Ermittlung der Passung

- Der bezogene Plastizitätsdurchmesser kann in MathCAD mittels *while*-Schleife berechnet werden:

$$\zeta(p_F, Q_A, R_{eA}) := \left| \begin{array}{l} \zeta_0 \leftarrow 0 \\ \zeta_1 \leftarrow 1 \\ \text{while } |\zeta_1 - \zeta_0| > \frac{1}{1000} \\ \quad \left| \begin{array}{l} \zeta_0 \leftarrow \zeta_1 \\ \zeta_1 \leftarrow \zeta_1 \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot \ln(\zeta_0) - (Q_A \cdot \zeta_0)^2 + 1 - \sqrt{3} \cdot \frac{p_F}{R_{eA}}}{2 \cdot [1 - (Q_A \cdot \zeta_0)^2]} \right] \end{array} \right. \end{array} \right.$$

- Für $p_F = p_{F \text{ erf}}$, $Q_A = 0,5$ und $R_{eA} = 400 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ ergibt sich ein Wert von

$$\zeta_k = 1,117$$

- Mit dem Übermaßverlust $U_V = 0,8 \cdot (R_{zA} + R_{zI}) = 16 \mu\text{m}$ lautet das erforderliche Übermaß:

$$U_{\text{erf}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eA}}{E} \cdot \zeta_k^2 \cdot D_F + U_V = 153 \mu\text{m}$$

- **Passung**

- Einheitsbohrung mit Toleranzgrad 7:

$$H7 \rightarrow EI = 0 \text{ und } ES = T_{B_IT7} = 25 \mu\text{m}$$

- Gesucht ist nun ein Wellentoleranzfeld mit:

$$U_k = ei - ES > U_{\text{erf}} \rightarrow \text{za mit } ei = 180 \mu\text{m}$$

- Welle mit Toleranzgrad 6:

$$es = ei + T_{B_IT6} = 196 \mu\text{m}$$

- Mindestübermaß:

$$U_g = es - EI = 196 \mu\text{m}$$

- Höchstübermaß:

$$U_k = ei - ES = 155 \mu\text{m}$$

▪ Beanspruchung bei Höchstübermaß

- Mit

folgt:

$$\zeta_{\text{zul}} = \zeta(p_{\text{F}} = p_{\text{F zul}}) = 1,31$$

$$U_{\text{zul}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_{eA}}{E} \cdot \zeta_{\text{zul}}^2 \cdot D_{\text{F}} + U_{\text{V}} = 204 \mu\text{m}$$

- Es gilt also:

$$U_{\text{zul}} > U_{\text{g}} = 196 \mu\text{m}$$

- Die größte Fugenpressung ergibt sich mit

$$p_{Fg} = \frac{R_{eA}}{\sqrt{3}} \cdot \left[1 + 2 \cdot \ln \zeta_g - (Q_A \cdot \zeta_g)^2 \right]$$

wobei ζ_g aus

$$\zeta_g \approx 0,93 \cdot \sqrt{\frac{U_{wg} \cdot E}{R_{eA} \cdot D_F}} = 1,28$$

mit $U_{wg} = U_g - U_V$ folgt.

- Damit ist $p_{Fg} = 250 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ und weiter $p_{Fg} < p_{FzulAp}$

- Abschließend ist

$$q_g = q(\zeta = \zeta_g) = \frac{Q_A^2 \cdot (\zeta_g^2 - 1)}{1 - Q_A^2} = 0,21 \leq 0,3$$

4. Montage und Betrieb zylindrischer Pressverbände

▪ Einpresskraft

- Beim Längspressverband kann die Einpresskraft wie folgt ermittelt werden:

$$F_e = A_F \cdot p'_F \cdot \nu_{ll}$$

Dabei ist

- $A_F = D_F \cdot \pi \cdot L_F$ die Fügefläche,
 - p'_F der tatsächliche Fugendruck und
 - ν_{ll} der Haftbeiwert für das Lösen in Längsrichtung (Folie 8)
- Nach Messung des tatsächlichen Übermaßes U' mit $U_g > U' > U_k$ ergibt sich p'_F aus

$$p'_F = \frac{U' - U_V}{U_g - U_V} \cdot p_{Fg} = \frac{U'_w}{U_{wg}} \cdot p_{Fg}$$

▪ Fügetemperatur

- Mit dem Einführspiel $S_u = D_F/1000$ gilt für die notwendige Temperatur des Außenteils

$$\vartheta_A = \vartheta_R + \frac{U' + S_u}{\alpha_A \cdot D_F}$$

Dabei ist

- ϑ_R die Raumtemperatur und
 - α_A der Längenausdehnungskoeffizient des Nabenwerkstoffs.
- Ist zusätzlich das Abkühlen der Welle nötig, so ist

$$\vartheta_A = \vartheta_R + \frac{U' + S_u}{\alpha_A \cdot D_F} - \frac{\alpha_I}{\alpha_A} \cdot (\vartheta_I - \vartheta_R)$$

Dabei ist

- ϑ_I die Temperatur der Welle und
- α_I der Längenausdehnungskoeffizient des Wellenwerkstoffs.

- Werkstoffkennwerte

Werkstoff	ν	E N/mm ²	α_A 10 ⁻⁶ /K	α_1 10 ⁻⁶ /K
Stahl, Stahlguss GS	0,3	≈210000	11	- 8,5
Grauguss EN-GJL-100	0,24	≈ 70000	10	- 8
EN-GJL-150	0,25	≈ 80000	10	- 8
EN-GJL-200	0,25	≈105000	10	- 8
EN-GJL-250 ... -300	0,28	≈130000	10	- 8
Gusseisen mit Kugelgraphit EN-GJS-500-7	0,28	≈175000	10	- 8
Temperguss EN-GJMB (GTS), EN-GJMW	0,25	≈ 95000	10	- 8
Aluminiumlegierungen AlMgSi, AlCuMg	0,33	≈ 70000	23	-18
Magnesiumlegierungen MgAlZn	0,3	≈ 42000	26	-21
Kupfer Cu	0,35	≈125000	16	-14
Kupfer- legierungen				
CuAl, CuPb, CuSn (Bronze)	0,35	≈ 80000	16	-14
CuZn (Messing)	0,35	≈ 80000	18	-16
CuSnZn (Rotguss)	0,35	≈ 80000	17	-15

- Fügetemperaturen

Werkstoff der Nabe	Fügetemperatur °C
Baustahl niedriger Festigkeit Stahlguss Gusseisen mit Kugelgrafit	350
Stahl oder Stahlguss vergütet	300
Stahl randschichtgehärtet	250
Stahl einsatzgehärtet oder hochvergüteter Baustahl	200

- Methoden zum Erwärmen der Nabe

Medium zum Erwärmen	max. Temperatur in °C	Anwendungen, Beispiele, Besonderheiten
Elektro-Heizkern	50	Kleine Naben, Hülsen
Elektro-Heizplatte	100	Wälzlager bei geringer Vorspannung
Ölbad	400	Große Naben, sehr gleichmäßige Erwärmung
Heißluftofen	400 bis 650	Große Naben, Oxidschicht auf Fügeflächen
Elektro-Ofen	700	Ölbenetzte Fügeflächen, variabel, gut steuerbar, durch Schutzgas Oxidschicht vermeidbar
Ringbrenner	700	Sperrige Naben, schwierig handhabbar, Gefahr der Überhitzung

- Methoden zum Abkühlen der Welle

Medium zum Unterkühlen	min. Temperatur in °C	Anwendungen, Beispiele, Besonderheiten
Trockeneis, Kohlensäureschnee	-78	Langsames Abkühlen, Gefahr der Vereisung erfordert Gegenmaßnahmen
Flüssige Luft (Sauerstoff)	-150	Gefahr der Frostschädigung, Explosionsgefahr
Flüssiger Stickstoff	-196	Gefahr der Frostschädigung, gute Entlüftung erforderlich

▪ Tatsächlich übertragbare Kraft

- Mit dem gemessenen Übermaß U' und der so bekannten tatsächlichen Fugenpressung p'_F kann die übertragbare Kraft F'_{res} ermittelt werden (siehe Folie 6)

$$F'_{res} = \sqrt{(F'_a)^2 + \frac{4 \cdot (M'_t)^2}{D_F^2}} = p'_F \cdot v \cdot \pi \cdot D_F \cdot L_F$$

▪ Drehzahleinfluss

- Durch die mit steigender Drehzahl größer werdende Fliehkraft nimmt der Fugendruck ab, wodurch sich die übertragbaren Kräfte verringern.
- Dies muss Berücksichtigung finden, wenn für die Umfangsgeschwindigkeit gilt:
 - $v > 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ bei Paarungen Stahl/Stahl und $Q_A \geq 0,5$
 - $v > 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ bei Paarungen Stahl/Stahl und $Q_A \geq 0,2$
 - $v > 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ bei eine GJL-Nabe und $Q_A \geq 0,2$

- Die Grenzdrehzahl, bei der der Fugendruck zu Null wird, lässt sich bei gleichem Werkstoff von Welle und Nabe berechnen zu:

$$n_g = \frac{2}{\pi \cdot D_{Aa}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p'_F}{(3 + \nu) \cdot (1 - Q_A^2) \cdot \rho}}$$

- Der mit steigender Drehzahl einhergehende Verlust übertragbarer Kraft ergibt sich zu

$$\Delta F_{\text{res}} = F_{\text{res}} \cdot \left(\frac{n}{n_g}\right)^2$$

mit der Betriebsdrehzahl n .