Використання демпфера пасивного типу для стабілізація малих коливань маятника змінної довжини

Каминіна Олена Володимирівна
(ДонНУ імені Василя Стуса, м.Вінниця, Україна)
E-mail: ol.kamynina@donnu.edu.ua

Пузирьов Володимир Євгенович
(ДонНУ імені Василя Стуса, м.Вінниця, Україна)
E-mail: v.puzyryov@donnu.edu.ua

Використання демпферів пасивного типу [1] широко застосовується в сучасній техніці, як для відносно простих систем (два - три ступеня свободи), так і досить складних (підвісні мости, висотні споруди, космічні супутники і орбітальні станції тощо). До переваг демпферів пасивного типу можна віднести їх відносну простоту, надійність і низькі енергетичні витрати. Типовим прикладом демпфера пасивного типу є динамічний абсорбер (dynamical absorber [2]) або динамічний поглинач коливань. Він є приєднаною масою, яка зазвичай моделюється як матеріальна точка і характеризується масою, жорсткістю і коефіцієнтом в'язкого тертя. Абсорбер може бути використаний для заспокоєння вільних коливань механічної системи, а також вібрацій, викликаних дією зовнішньої періодичної сили.

В роботі розглянуто задачу про пасивну стабілізацію малих коливань маятника змінної довжини, який є масою, що підвішено на пружині. В якості узагальнених координат взято кут між віссю маятника і напрямком сили тяжіння та безрозмірні величини, що характеризують, відповідно, відстані від муфти до нерухомої точки і абсорбера від муфти: $\eta = |OO_1|/l$, $u = |O_1O_3|/l$.

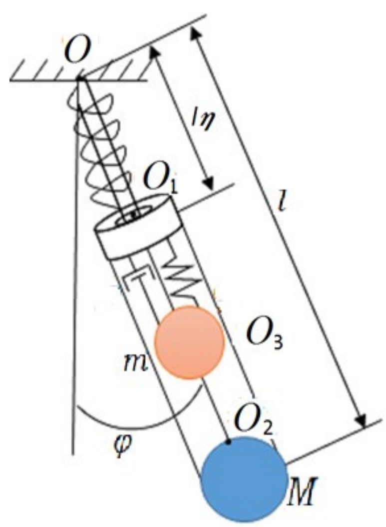

Рис. 0.1. Основна механічна система

З теоретичної точки зору, задача не є тривіальною, тому що дисипація енергії в системі не є повною, тому не можна застосувати класичні теореми Кельвіна-Четаєва. Більш того, лінійне наближення рівнянь збуреного руху є нейтральним, тобто має місце критичний випадок суто уявних коренів. Тому для розв'язання задачі був використаний прямий метод Ляпунова, а саме –

підхід О. Я. Савченка [3] з модифікацією, запропонованій у роботі [4]. Була розглянута система

$$\frac{dx}{dt} = \lambda x + \sum_{s=1}^{4} \xi_s C^{(s)} x, \qquad \frac{d\xi}{dt} = B\xi + \sum_{j=1}^{2} x_j D^{(j)} x, \tag{1}$$

$$x = (x_1, x_2)^T = (\varphi, -\varphi'/\omega)^T, \quad \xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4)^T = (\eta, \eta', u, u')^T,$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix}, \qquad \omega = \sqrt{\mu}, C^{(s)},$$

де $B, D^{(j)}$ – квадратні матриці відповідних порядків. Функцію Ляпунова для системи (1) обрано у вигляді

$$V(z, \overline{z}, \xi) = \alpha z \overline{z} + \beta V_*^{(2)}(\xi) + V^{(3)}(z, \overline{z}, \xi) + V^{(4)}(z, \overline{z}).$$

Тут $z = x_1 + ix_2$, α, β – деякі константи, $V^{(j)}(j = 2, 3, 4)$ – форма порядку j, причому $V_*^{(2)}$ є додатно визначеною. Коефіцієнти форми $V^{(3)}$ можна обрати таким чином, щоб повна похідна функції V за часом в силу системи (1) мала вигляд

$$\frac{dV}{dt} = \beta V'^{(2)}(\xi) + G(z\overline{z})^2 + V'^{(4)}(z, \overline{z}, \xi) + \ldots,$$

де $V'^{(2)}$ – від'ємно визначена квадратична форма, а G – константа, яка залежить від параметрів системи (тобто коефіцієнтів правих частин рівнянь (1)). Встановлено, що ця константа є від'ємною для всіх припустимих значень параметрів.

Таким чином, якщо обрати константи α, β додатними, то при достатньо малому β функція V і її похідна задовольняють всім умовам теореми Ляпунова про асимптотичну стійкість, отже стан рівноваги маятника стає асимптотично стійким. Цей результат є справедливим для довільних припустимих значень параметрів досліджуваної механічної системи, зокрема, для будь-яких співвідношень між частотами поздовжних і поперечних коливань маятника. Останній факт є важливим, тому що для маятника без абсорбера можливе виникнення вертикальних коливань, внаслідок чого може відбуватися «розгойдування» системи (виникає параметричний резонанс). Таким чином, використання динамічного абсорбера унеможливлює виникнення вертикальних незатухаючих коливань і усуває загрозу необмеженого зростання амплітуди збуреного руху.

Література

[1] Johnson C.D. *Design of Passive Damping Systems* // Journal of Vibration and Acoustics. – 117(B). – 1995. – Pp. 171–175.

[2] *Encyclopedia of Vibrations*, Ed. S. Braun, D. Evins, S.S. Rao, Academic Press, 2001.

[3] Савченко А.Я., Игнатьев А.О. *Некоторые задачи устойчивости неавтономных динамических систем.* – Киев: Наук. думка, 1989. – 208 с.

[4] Пузырев В.Е., Савченко Н.В. *Асимпотическая устойчивость положения равновесия двойного маятника с присоединенной массой* // Механика твердого тела. Вып. 44. 2014. С.75–86.