

Markus Waltering, Jürgen Schnell  
Frank Weisleder, Aleksandar Pancic

# **Tragfähigkeitsanalyse im Bestand mittels Schwingungsanalyse**

**F 3144**

Bei dieser Veröffentlichung handelt es sich um die Kopie des Abschlussberichtes einer vom Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und Raumforschung (BBSR) im Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung (BBR) im Rahmen der Forschungsinitiative »Zukunft Bau« geförderten Forschungsarbeit. Die in dieser Forschungsarbeit enthaltenen Darstellungen und Empfehlungen geben die fachlichen Auffassungen der Verfasser wieder. Diese werden hier unverändert wiedergegeben, sie geben nicht unbedingt die Meinung des Zuwendungsgebers oder des Herausgebers wieder.

Dieser Forschungsbericht wurde mit modernsten Hochleistungskopierern auf Einzelanfrage hergestellt.

Die Originalmanuskripte wurden reprotechnisch, jedoch nicht inhaltlich überarbeitet. Die Druckqualität hängt von der reprotechnischen Eignung des Originalmanuskriptes ab, das uns vom Autor bzw. von der Forschungsstelle zur Verfügung gestellt wurde.

© by Fraunhofer IRB Verlag

2019

ISBN 978-3-7388-0310-5

Vervielfältigung, auch auszugsweise,  
nur mit ausdrücklicher Zustimmung des Verlages.

**Fraunhofer IRB Verlag**

Fraunhofer-Informationszentrum Raum und Bau

Postfach 80 04 69

70504 Stuttgart

Nobelstraße 12

70569 Stuttgart

Telefon 07 11 9 70 - 25 00

Telefax 07 11 9 70 - 25 08

E-Mail [irb@irb.fraunhofer.de](mailto:irb@irb.fraunhofer.de)

[www.baufachinformation.de](http://www.baufachinformation.de)

[www.irb.fraunhofer.de/bauforschung](http://www.irb.fraunhofer.de/bauforschung)

# **Tragfähigkeitsanalyse im Bestand mittels Schwingungsanalyse**

- Endbericht -

Der Forschungsbericht wurde mit Mitteln der Forschungsinitiative „Zukunft Bau“ des Bundesinstitutes für Bau-, Stadt- und Raumforschung gefördert.

(Aktenzeichen: SWD-10.08.18.7-16.28)

Die Verantwortung für den Inhalt des Berichtes liegt beim Autor.

*Münster, November 2018*

Der Endbericht umfasst 74 Seiten.

Tragfähigkeitsanalyse im Bestand mittels Schwingungsanalyse  
Endbericht (SWD-10.08.18.7-16.28)

Projektleiter: Prof. Dr. Dipl.-Ing. Markus Waltering<sup>1</sup>  
Prof. Dr. Dipl.-Ing. Jürgen Schnell<sup>2</sup>

Projektmitarbeiter: Frank Weisleder, M.Sc.<sup>1</sup>  
Dipl.-Ing. Aleksandar Pancic<sup>2</sup>

Forschungsprojekt: Tragfähigkeitsanalyse im Bestand mittels Schwingungsanalyse

Förderkennzeichen: SWD-10.08.18.7-16.28

Förderstelle: Forschungsinitiative Zukunft Bau  
Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und Raumforschung (BBSR)  
im Bundesamt für Bauwesen und Raumordnung (BBR)  
Deichmanns Aue 31-37  
53179 Bonn (Germany)



Forschungseinrichtung: FH Münster, Fachbereich Bauingenieurwesen  
Technische Universität Kaiserslautern, Massivbau und Baukonstruktionen



FH MÜNSTER  
University of Applied Sciences



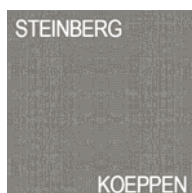
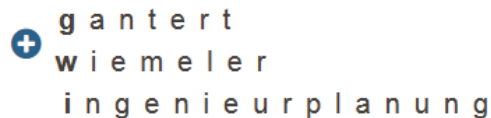
FB Bauingenieurwesen  
Department of Civil Engineering



TECHNISCHE UNIVERSITÄT  
KAISERSLAUTERN

Massivbau und  
Baukonstruktion

Forschungspartner: Ingenieurbüro Schmiegel & Denne  
Gantert + Wiemeler Ingenieurplanung  
Architekturbüro Steinberg & Koeppen



<sup>1</sup> FH Münster, Fachbereich Bauingenieurwesen

<sup>2</sup> Technische Universität Kaiserslautern, Massivbau und Baukonstruktion

## Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	4
Kurzfassung.....	4
1. Einleitung.....	4
1.1 Motivation.....	4
1.2 Grundidee des Verfahrens.....	5
2. Das Verfahren.....	6
2.1 Messen der Eigenfrequenzen und Eigenformen.....	6
2.2 Einfluss der Einspannung und der Steifigkeitsverteilung auf die modalen Parameter.....	7
2.3 Ermittlung der Drehfedersteifigkeit.....	8
2.4 Nachgiebigkeit.....	9
3. Experimentelle Anwendung / erste Versuchsreihe.....	10
3.1 Versuchsaufbau und -beschreibung.....	10
3.2 Messprogramm und -ergebnisse.....	12
3.2.1 Versuchsphase 1: Stufenweises Erhöhen der Auflast P zur Erzeugung einer Einspannung.....	12
3.2.2 Versuchsphase 2: Sukzessives Belasten bei konstanter Einspannung.....	27
3.2.3 Zusammenhang zwischen Rissbild und ermittelter Drehfeder.....	33
3.2.4 Bruchzustand.....	40
3.3 Unterschiede zwischen der Anregung mit Impulshammer und Shaker.....	43
4. Schlussbetrachtung.....	45
Danksagung.....	48
Abbildungs- und Tabellenverzeichnis.....	48
Literatur.....	49
Anhang	

## **Vorwort**

Der hier vorliegende Endbericht beinhaltet die Versuchsreihen, die in dem Zeitraum von Oktober 2016 bis Oktober 2018 an der TU Kaiserslautern im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau durchgeführt wurden. Die Untersuchungen wurden im Rahmen des Forschungsvorhabens „Tragfähigkeitsanalyse im Bestand mittels Schwingungsanalyse“ durchgeführt.

## **Kurzfassung**

Bei der Umnutzung von historischen Stahlbetondecken im Bestand lässt sich die Standsicherheit oftmals rechnerisch nicht nachweisen. In solchen Fällen kann der Einsatz von Probelastungen erwogen werden. Mithilfe dieser kann fast ausnahmslos eine ausreichende Tragfähigkeit der Decken nachgewiesen werden. Ursache hierfür sind Überfestigkeiten, auf der sicheren Seite liegende Vereinfachungen von Rechenmodellen, sowie die Einspannung in angrenzende Bauteile. Insbesondere der letztgenannte Aspekt lässt sich nur durch Messungen wirklichkeitsnah erfassen. Im Rahmen dieses Beitrags soll eine Methode vorgestellt werden, wie mit Hilfe von Schwingungsmessungen die Randeinspannung von Stahlbetondecken, die durch Auflast von massiven Außenmauerwerkswänden erzeugt wird, experimentell ermittelt werden kann. Dabei soll insbesondere die Geometrie der ersten Biegeeigenform ausgenutzt werden. Die Lage von Wendepunkten, Nullstellen und Maximalstellen in der gemessenen Eigenform erlaubt dann Rückschlüsse auf die Systemeigenschaften und Rand- bzw. Lagerungsbedingungen. Es wird gezeigt, dass die messtechnisch gewonnenen Erkenntnisse gemeinsam mit den ebenfalls gemessenen Eigenfrequenzen für die Entwicklung eines FE-Rechenmodells des Systems genutzt werden können (model updating), welches dann das Verhalten in dynamischer und schließlich auch statischer Hinsicht realitätsnah widerspiegelt. Mithilfe dieses Modells soll es dann möglich sein, auch diejenigen Systemeigenschaften mit zu berücksichtigen bzw. die Tragreserven infolge von Einspannungen zu nutzen, die ohne dynamische Untersuchung nicht bekannt wären.

## **1. Einleitung**

### **1.1 Motivation**

Der Erhalt und Umbau von Bestandsgebäuden spielt gegenüber dem Abriss und Neubau in Zukunft eine immer größere Rolle im Bauwesen. Dieser Wandel ist unter anderem auf das zunehmende Alter der baulichen Substanz, die Optimierung des verfügbaren Wohnraums und der Verknappung von nichterneuerbaren Ressourcen zurückzuführen.

In der Praxis ist dies allerdings mit einigen Problemen verbunden. Fehlende Informationen über die verwendeten Baustoffe, Konstruktionen und historische Bemessungsverfahren erschweren das Einschätzen von bestehenden Gebäuden. So kann der Nachweis der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit oftmals nicht erbracht werden, ohne konservative Annahmen treffen zu müssen. Problematisch ist zudem, dass die meisten Regelwerke und Bemessungsvorschriften ausschließlich für den Neubau konzipiert sind, sodass Maßnahmen für die Umnutzung von Bestandsgebäuden aufwendiger und teurer werden als nötig oder gar der Neubau vorgezogen wird. Aus diesem Grund ist die Entwicklung von neuen Bewertungsansätzen und zuverlässigen Methoden zur Zustandsbewertung von größtem volkswirtschaftlichen Interesse.

## **1.2 Grundidee des Verfahrens**

Um bestehende Bausubstanz erhalten zu können, ist ein Nachweis über die Tragfähigkeit und die Gebrauchstauglichkeit notwendig. Die üblichen rechnerischen Nachweise setzen dabei voraus, dass die äußere Geometrie, die Lagerung der einzelnen Bauteile und ihre Einspannung in angrenzende Bauteile, sowie ihr Zustand und baustoffliche Zusammensetzung bekannt sind und diese in einem mathematischen Modell zu einem realitätsnahen Tragverhalten beschrieben werden können. Tatsächlich ist es aber so, dass in den meisten Fällen bestimmte Voraussetzungen nicht bekannt sind. Da insbesondere die Auflagerbedingungen nur schwerlich erfasst werden können, werden für die Idealisierung des Rechenmodells Einspannungen ins Außenmauerwerk zumeist nicht berücksichtigt und hier eine gelenkige Lagerung der Deckenplatten angesetzt. Dieses Vorgehen liegt für die Bemessung des maximalen Feldmomentes auf der sicheren Seite. Tatsächlich aber ist in den meisten Fällen eine elastische Einspannung am Plattenrand vorhanden, da die freie Verdrehung dort durch die Einbindung in das Außenmauerwerk mit entsprechender Auflast behindert wird. Diese Einspannwirkung bleibt in der Regel rechnerisch unberücksichtigt und wird mit konstruktiver Bewehrung abgedeckt.

Mithilfe des hier beschriebenen Verfahrens soll genau diese Einspannung messtechnisch ermittelt werden, um sie in Form einer Drehfeder für die rechnerischen Nachweise nutzbar zu machen. Dafür sollen die durch Schwingungsmessungen ermittelten modalen Parameter (Eigenform, Eigenfrequenz) genutzt werden. Es soll so möglich sein, die erforderlichen Nachweise nach aktuellem Stand der Technik zu erbringen, die ohne den Ansatz einer Einspannung sonst nicht den gewünschten Erfolg gehabt hätten. Mithilfe des hier beschriebenen Verfahrens können im günstigsten Fall Tragreserven von bis zu 30 % erfasst werden. Erfahrungsgemäß werden in Ermangelung einfacher Verfahren Tragreserven oftmals nicht genutzt und stattdessen kostenintensive und zeitraubende Maßnahmen eingeleitet. Vorteil des hier beschriebenen Verfahrens ist, dass es sich um eine zerstörungsfreie Prüfung mit verhältnismäßig geringem Kostenaufwand handelt.

Bei Probelastungen hingegen wird der Nachweis der Tragfähigkeit rein experimentell geführt. Dafür wird eine Last bis zur zuvor ermittelten Versuchsziellast gesteigert. Diese ergibt sich aus dem

Gebrauchslastniveau mit entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten. Es müssen bestimmte Messkriterien in Realzeit überwacht werden, um bei Laststeigerung kritische Veränderungen ausschließen zu können. Dabei wird aufwandsbedingt häufig nur eine kleine Stichprobe erfasst. Schwingungsmessungen hingegen erfordern lediglich das Ausschalten von Nebentragwirkungen durch Sägeschnitt und einen übersichtlichen messtechnischen Aufwand. Dies ermöglicht bei deutlich geringeren Kosten die Untersuchung viel größerer Deckenteile und erhöht somit die Aussagezuverlässigkeit gegenüber Probelastungen.

Der Nachweis der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit bei dem hier beschriebenen Verfahren ist weiterhin rechnerisch zu führen. Es werden lediglich systembedingte Tragreserven experimentell ermittelt um diese rechnerisch nutzen zu können. Gegenstand der Untersuchungen sind die weitverbreiteten Massivdecken, die im Wohnungs- und Gewerbebau bereits bestehen.

Das hier beschriebene Verfahren wurde an 9 Plattenstreifen aus Stahlbeton validiert. Es wurde dabei die Auflagerart und Auflagertiefe, die Auflast zur Einspannung sowie das Rissbild variiert (vgl. Kapitel 3).

## 2. Das Verfahren

### 2.1 Messen der Eigenfrequenzen und Eigenformen

Um die modalen Parameter einer Struktur messen zu können, muss diese in Schwingung versetzt werden. Dies geschieht bei der klassischen Modalanalyse zum Beispiel mithilfe eines elektrodynamischen Schwingerregers. Dazu wird dieser über einen Kraftsensor an die zu untersuchende Struktur angekoppelt. Der Schwingerreger ermöglicht die dynamische Anregung mit unterschiedlichen Signalen, Frequenzen und Kraftamplituden. Die in die Struktur eingeleitete Kraft  $F$  wird mithilfe des Kraftsensors aufgezeichnet, sodass die Größe und die Frequenz  $\omega$  der Anregung in Form des Eingangsspektrums  $F(\omega)$  dokumentiert werden. Die Antwort des Systems auf diese Anregung  $A(\omega)$  (Ausgangsspektrum) wird mithilfe von Beschleunigungssensoren gemessen. Die komplexe Division dieser Signale bildet die sogenannte Übertragungsfunktion  $H(\omega)$ :

$$H(\omega) = \frac{A(\omega)}{F(\omega)} \quad (1)$$

Mithilfe der Übertragungsfunktion lässt sich ermitteln, bei welcher Anregerfrequenz die Antwort der Struktur, bezogen auf die Anregekraft, am größten ist (Peak in der Übertragungsfunktion). An dieser Stelle liegt die erste Eigenfrequenz des Systems.

Um die Eigenformen zu ermitteln werden die gemessenen Übertragungsfunktionen mithilfe von curve-fitting in ein mathematisches Modell überführt, aus dem die modalen Eigenschaften (Eigenfrequenz, Eigenform und Dämpfung) hervorgehen. Die Genauigkeit der Eigenform ist dabei von der Anzahl der Messstellen abhängig.



## 2.2 Einfluss der Einspannung und der Steifigkeitsverteilung auf die modalen Parameter

Die Eigenfrequenz eines Systems ist von der Steifigkeits- und der Massenverteilung der Struktur abhängig. Es gilt: Je steifer ein System ist, desto größer ist auch seine Eigenfrequenz. Da eine Einspannung am Auflager das Drehvermögen der Struktur reduziert, stellt diese eine höhere Steifigkeit gegenüber der gelenkigen Lagerung dar. Je größer die Einspannung am Auflager ist, desto größer wird die Eigenfrequenz verglichen mit dem gelenkigen System.

Die Abbildung 1 zeigt die erste Eigenform eines Einfeldbalkens für verschiedene Einspanngrade am linken Auflager. Es ist zu erkennen, dass die Geometrie der Eigenform, ähnlich wie die Biegelinie unter statischer Last, als Bestimmungsmerkmal für die Randeinspannung des Systems genutzt werden kann. So sind beispielsweise bei hohen Einspanngraden Wendepunkte in der Eigenform festzustellen, die bei der gelenkigen Lagerung nicht auftreten. Auch die Lage der maximalen Verrückung ist ein mögliches Charakteristikum, um Rückschlüsse auf die Randbedingungen ziehen zu können.

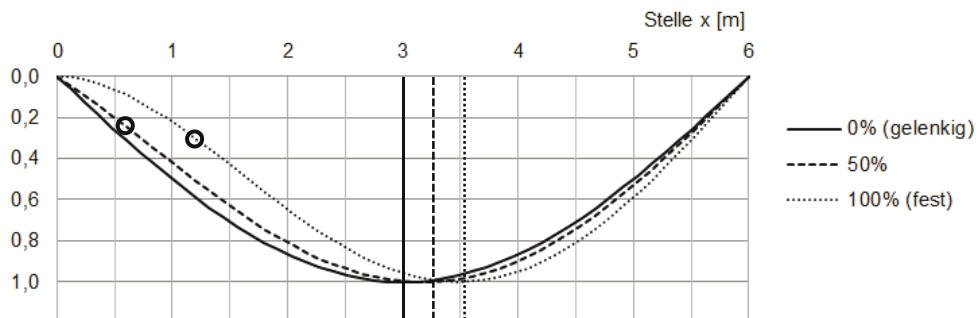


Abbildung 1: Erste normierte Eigenform eines Einfeldbalkens in Abhängigkeit des Einspanngrades am linken Auflager

In der Literatur sind zahlreiche Methoden zur Bestimmung der Steifigkeitsverteilung mittels modalen Parametern bekannt (vgl. hier auch [1]; [2]). Der Grundgedanke dabei ist stets, dass sich die dynamische Antwort einer Struktur auf eine erzwungene Schwingung durch Risse im Stahlbeton ändert. So sollen beispielsweise Schäden festgestellt und gegebenenfalls lokalisiert werden. Dies gestaltet sich aber bislang noch schwierig. Ein Grund dafür ist, dass sich der rissbedingte Steifigkeitsabfall zwar in einer Reduzierung der Eigenfrequenz widerspiegelt, doch fehlen oft die Bezugsdaten des ungerissenen Systems, um diese Änderungen unmittelbar auf den Schaden zurückführen zu können. Abbildung 2 verdeutlicht, wie gering der Einfluss der Steifigkeitsänderung infolge von Rissen hingegen auf die Eigenform ist. Demgegenüber steht der relativ große Einfluss der Randeinspannung auf die erste Eigenform. Abbildung 2 zeigt die normierten Eigenformen von drei Systemen mit unterschiedlicher Steifigkeitsverteilung (im dunkelgrau-markierten Bereich beträgt die Steifigkeit lediglich noch 60% der ursprünglichen Steifigkeit) und mit jeweils drei verschiedenen Einspanngraden (gelenkig; 50% Einspannung; feste Einspannung am linken Auflager). Die oberen drei Diagramme der Abbildung zeigen, dass unabhängig von der Steifigkeitsverteilung des Systems

die Eigenformen stark von dem Einspanngrad am linken Auflager abhängen. Die unteren Diagramme zeigen die erste Eigenform jeweils für den gleichen Einspanngrad, aber für unterschiedliche Steifigkeitsverteilungen. Da hier kaum Unterschiede zwischen den Systemen zu erkennen sind, kann davon ausgegangen werden, dass die erste Eigenform, anders als die erste Eigenfrequenz, unabhängig von der Lastgeschichte und der damit verbundenen Steifigkeitsverteilung (Rissbildung) ist, und somit als Basis für die Berechnung einer Randeinspannung genutzt werden kann. Ein Bezug zum ungerissenen System ist somit entbehrlich.

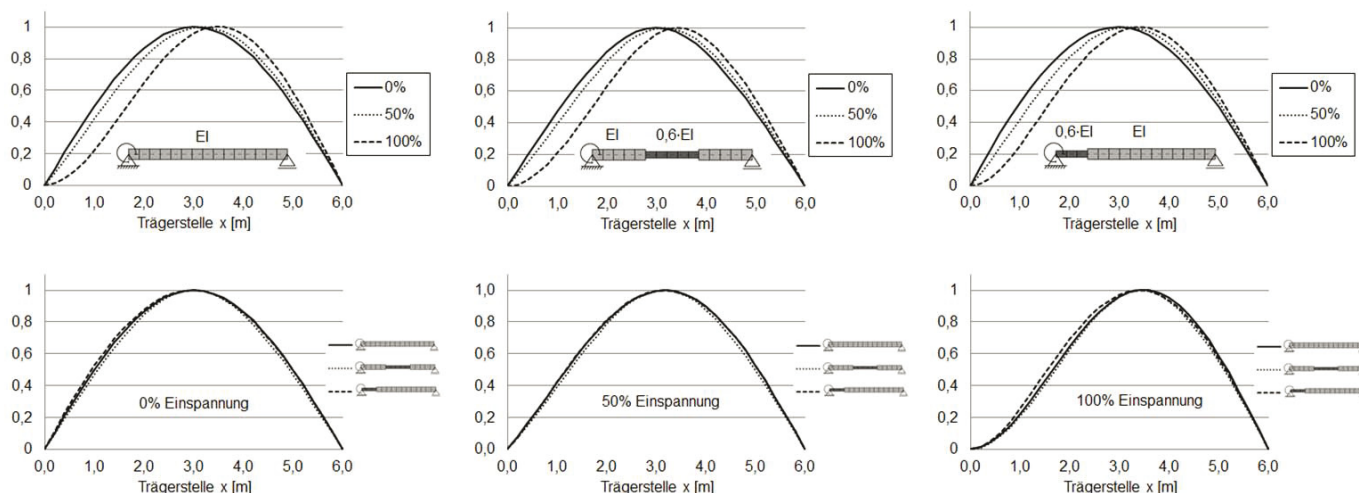


Abbildung 2: Vergleich der normierten Eigenformen in Abhängigkeit der Steifigkeitsverteilung und des Einspanngrades am linken Auflager

### 2.3 Ermittlung der Drehfedersteifigkeit

Um die Drehfedersteifigkeit zu ermitteln, werden bei dem hier gezeigten Verfahren die gemessenen Eigenformen mit denen eines FE-Modells verglichen. Dabei wird die Steifigkeit des Modells in ausreichender Näherung als konstant über die Systemlänge angesetzt (siehe Erläuterung in Kapitel 2.2). Durch das Variieren der Drehfeder des Modells wird die Summe der Fehlerquadrate zwischen der gemessenen und rechnerischen Eigenform iterativ minimiert, sodass diese möglichst genau übereinstimmen. Dadurch kann die dem realen System entsprechende Drehfeder ermittelt werden.

## 2.4 Nachgiebigkeit

Eine weitere Möglichkeit aus den gemessenen modalen Parametern die Einspannung eines Systems zu bestimmen ist die Nutzung der Nachgiebigkeitsmatrix (flexibility). Die Nachgiebigkeitsmatrix  $[F]$  ist die Inverse der Steifigkeitsmatrix  $[K]$  und stellt somit den Zusammenhang zwischen der aufgebrachten Einheitslast am Knoten  $j$  und der daraus resultierenden Verschiebung am Knoten  $i$  dar (vgl. auch [3]).

$$\text{Nachgiebigkeitsmatrix } [F] = (f_{ij}) = [K]^{-1} \quad (2)$$

Durch spaltenweises Aufsummieren der Nachgiebigkeitsmatrix kann die statische Durchbiegung infolge einer Gleichstreckenlast ermittelt werden. Wie in Gleichung (3) zu erkennen ist, lässt sich die Nachgiebigkeitsmatrix ausreichend genau aus den ersten gemessenen Eigenkreisfrequenzen  $\omega_i$  und den dazugehörigen Eigenformen  $\psi_i$  ermitteln: Dadurch, dass die im Nenner stehende Eigenkreisfrequenz quadriert wird, ist der Einfluss höherer Eigenfrequenzen und Eigenformen vernachlässigbar gering. Die messtechnisch erfasste Nachgiebigkeitsmatrix kann so zur Bestimmung des statischen Verhaltens einer Struktur genutzt werden. Sie berechnet sich wie folgt:

$$[F] = [K]^{-1} = \sum_{i=1}^n \frac{\{\psi_{M,i}\} \cdot \{\psi_{M,i}\}^T}{\omega_i^2} \quad (3)$$

$\psi_{M,i}$  ist dabei die bezüglich der Massenmatrix  $[M]$  normierte Eigenform. Die Massenmatrix kann zwar messtechnisch erfasst werden aber bereits eine rechnerisch angenäherte Massenmatrix liefert brauchbare Ergebnisse.

Die Durchbiegung  $w(x)$ , welche sich aus der Spaltensumme der Nachgiebigkeitsmatrix  $[F]$  ergibt, soll hier mit einer rechnerischen Durchbiegung verglichen werden (siehe Kapitel 2.3). Anders als bei dem Abgleich der geometrischen Form der gemessenen und rechnerischen Eigenform, können so auch absolute Werte miteinander verglichen werden. Es kann hier von einem linear-elastischen Verhalten ausgegangen werden, da die gemessenen Werte aus verhältnismäßig geringen dynamischen Einwirkungen resultieren. Durch iteratives Anpassen von rechnerischen an gemessenen Größen, kann auch hier die Drehfedersteifigkeit ermittelt werden.

Ein interessanter weiterführender Zusammenhang ergibt sich hier aus der Bernoulli-Annahme:

$$\kappa(x) = \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad \text{bzw.} \quad M(x) = EI(x) \cdot \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (4)$$

Theoretisch kann aus diesem Zusammenhang unmittelbar das Moment errechnet werden. Hierbei kann, wie oben erläutert, die Steifigkeitsverteilung in erster Näherung als konstant betrachtet werden. Problematisch ist allerdings das Ermitteln von brauchbaren Krümmungsverläufen, da sich bereits geringe Messfehler innerhalb der Eigenformen durch das zweifache Differenzieren stark auswirken.

Wie in [4] gezeigt werden konnte, ist es aber denkbar, die gemessenen Eigenformen mit speziellen mathematischen Funktionen zu glätten, um Messfehler herausfiltern zu können.

### 3. Experimentelle Anwendung

#### 3.1 Versuchsaufbau und -beschreibung

Um die in Kapitel 2.2 und 2.3 beschriebenen Verfahren verifizieren zu können, werden insgesamt 9 Plattenstreifen aus Stahlbeton untersucht. Die Plattenstreifen weisen eine Länge von 4,00 m, eine Breite von 0,50 m und eine Bauteilstärke von 0,16 m auf. Untersucht werden die Plattenstreifen hinsichtlich ihrer ansetzbaren Randeinspannung am linken Auflager. Dafür wird die Verdrehung am linken Auflager durch verschiedene Auflasten unterschiedlich stark behindert. Das rechte Auflager soll sich hingegen möglichst gelenkig verhalten und demnach eine unbehinderte Verdrehung ermöglichen. Hierfür wurde ein Schneidenlager aus Stahl konstruiert. Die Abbildung 3 zeigt den prinzipiellen Versuchsaufbau.

Für die 9 Plattenstreifen wird das linke Lager auf 3 verschiedene Arten ausgeführt. Die Plattenstreifen 1 - 3 (1. Charge) werden auf Stahlbetonblöcken minderer Festigkeitsgüte (C12/15) aufgelagert. Diese haben eine Auflagertiefe von 0,24 m. Die Plattenstreifen 4 – 7 (2. Charge) werden auf Hohlblocksteinen aus Kalksandstein (KS-E L-R P 16 DF 240) mit einer Steifigkeitsklasse SFK 12 und einer Rohdichteklasse RDK 1,6 aufgelagert. Auch hier beträgt die Auflagertiefe 0,24 m. Die Plattenstreifen 8 und 9 (3. Charge) werden ebenfalls auf diesen Kalksandsteinen gelagert. Hier wird das Auflager mit einer Tiefe von 0,36 m hergestellt. In Anhang 2 befinden sich Fotos des Versuchsaufbaus.

Die gemessenen Betonkenngrößen der Plattenstreifen können dem Anhang 1 entnommen werden. Es wurden die Druckfestigkeiten, die Spaltzugfestigkeit sowie der statische Elastizitätsmodul gemessen. Aufgrund des hohen Betonalters während der Prüfung konnten keine Nachverfestigungen innerhalb einer Charge mehr festgestellt werden.

Für die Abbildung des dynamischen Verhaltens sind insbesondere die Massenverteilung sowie die Steifigkeitsverteilung vom größeren Interesse. Daher wurden die Probekörper nach der Prüfung gewogen. Für die 3 Chargen wurde eine mittlere Wichte von  $\gamma = 22,4 \text{ kN/m}^3$  gemessen. Der E-Modul der 1. Charge (Probekörper 1 – 3) betrug  $E = 24900 \text{ MN/m}^2$ . Für die 2. Charge (Probekörper 4 – 7) wurde ein E-Modul von  $E = 25900 \text{ MN/m}^2$  gemessen. Die 3. Charge (Probekörper 8 – 9) ergab einen E-Modul von  $E = 23400 \text{ MN/m}^2$ . Die einzelnen Betonuntersuchungen sind im Anhang 1 dokumentiert.

Die Plattenstreifen wurden jeweils mit glattem Baustahl ( $R_{eH} = 339 \text{ N/mm}^2$ ) armiert, um hinsichtlich der Stahleigenschaften (insbesondere Festigkeit und Duktilität) eine Vergleichbarkeit zu den historischen Baustählen zu schaffen. Auch bei der Betondeckung, der Verankerung mithilfe von Haken, der Wahl des Biegerollendurchmessers der Aufbiegung usw. orientieren sich an historischen Bauweisen. Zur

konstruktiven Abdeckung des Einspannmomentes wurde, wie damals üblich, etwa die Hälfte der Feldbewehrung vor dem Auflager aufgebogen. Eine genaue Wahl der Bewehrung ist der Abbildung 4 zu entnehmen.

Um die modalen Parameter des Plattenstreifens ermitteln zu können, muss dieser in Schwingung versetzt werden. Dies geschieht hier mithilfe eines Impulshammers und vergleichend mithilfe eines elektrodynamischen Shakers. Zur Messung des Eingangssignals wird die harmonische Kraft, die vom Shaker in die Platte eingeleitet wird, mittels einer Kraftmessdose (KMD) erfasst. Beim Impulshammer befindet sich ein entsprechender Sensor in der Hammerspitze. Die Antwortschwingung der Struktur wird mit 12 Beschleunigungssensoren (Acc) gemessen, welche über die komplette Plattenlänge angeordnet sind (vgl. auch Abbildung 3 und Anhang 2).

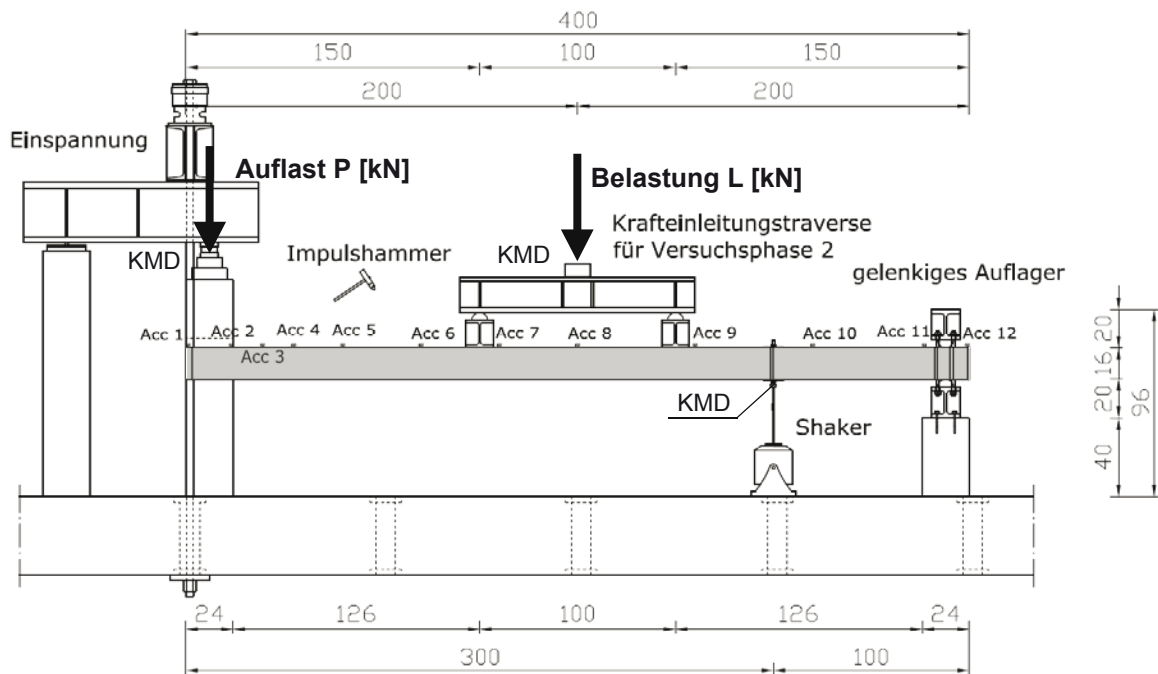


Abbildung 3: Versuchsaufbau (Probekörper - grau hinterlegt)

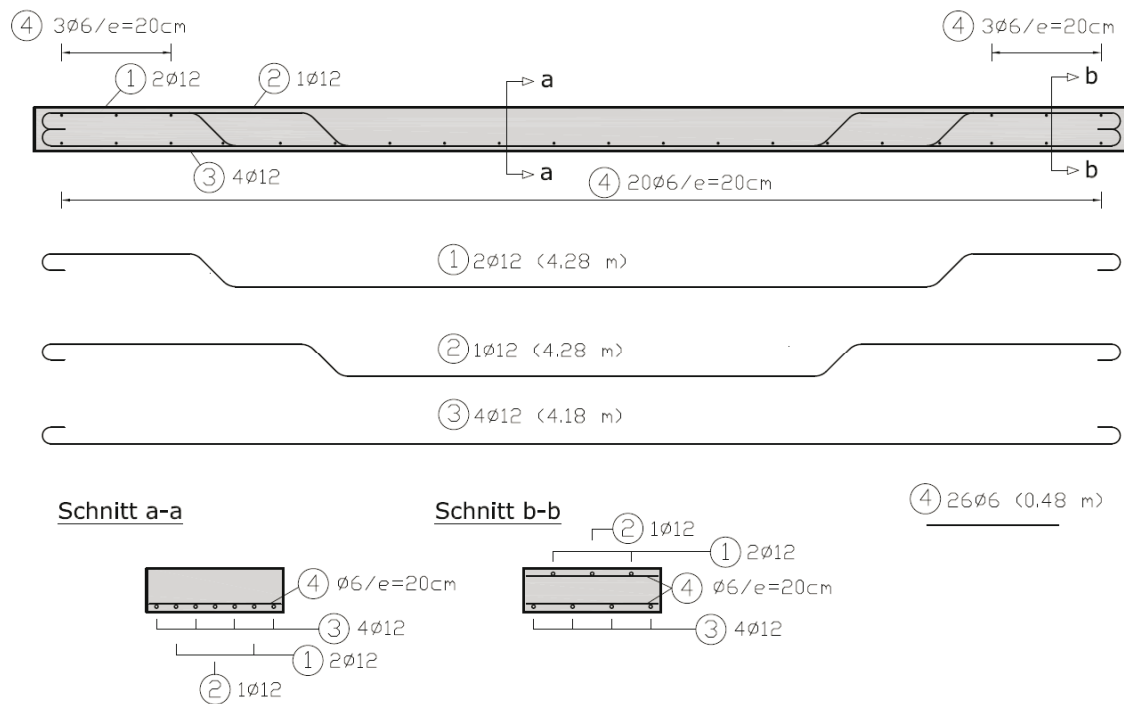


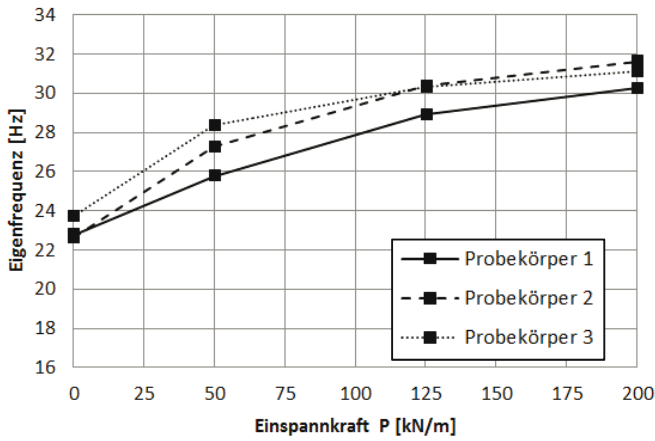
Abbildung 4: Bewehrungsskizze der Probekörper

### 3.2 Messprogramm und -ergebnisse

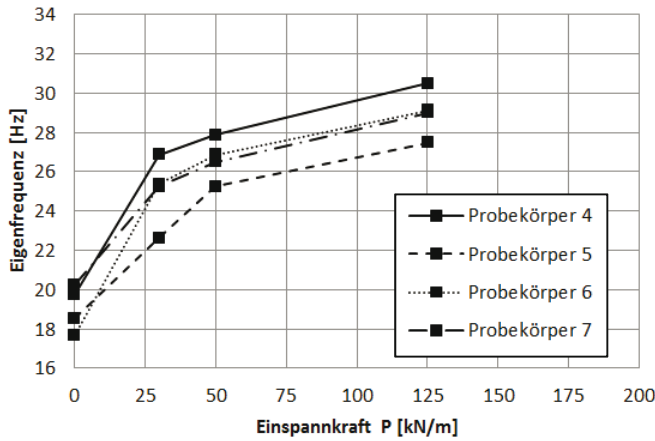
#### 3.2.1 Versuchsphase 1: Stufenweises Erhöhen der Auflast P zur Erzeugung einer Einspannung

In der ersten Versuchsphase wird die Auflast P am linken Auflager zunehmend erhöht. Es werden so Außenmauerwerke mit verschiedener Auflast simuliert. Durch die Steigerung der Auflast wird auch die elastische Einspannung stufenweise erhöht.

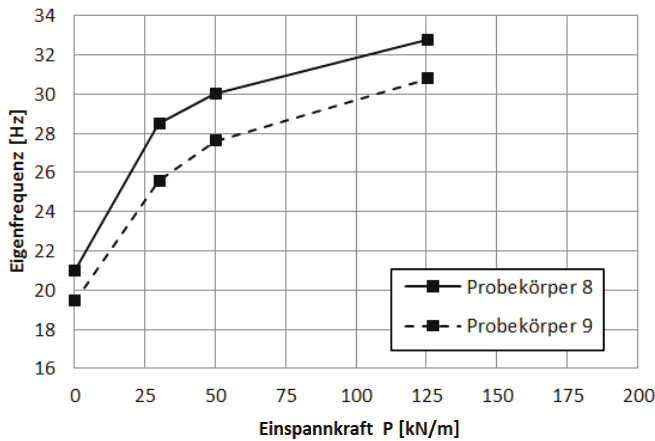
Nach jeder Laststufe werden die dynamischen Eigenschaften der Plattenstreifen mittels Impulshammer und Shaker untersucht. Abbildung 5 zeigt exemplarisch die mittels Impulshammer gemessenen Eigenfrequenzen in Abhängigkeit der Auflast P.



Laststufe	Auflast P [kN]	Auflast P [kN/m]	gemessene Eigenfrequenz [Hz] Plattenstreifen		
			# 1	# 2	# 3
L0-P0	0	0	22,8	22,6	23,7
L0-P1	25	50	25,8	27,3	28,4
L0-P2	62,5	125	28,9	30,4	30,3
L0-P3	100	200	30,3	31,6	31,1



Laststufe	Auflast P [kN]	Auflast P [kN/m]	gemessene Eigenfrequenz [Hz] Plattenstreifen			
			# 4	# 5	# 6	# 7
L0-P0	0	0	19,8	18,5	17,7	20,3
L0-P0,5	15	30	26,9	22,6	25,4	25,3
L0-P1	25	50	27,9	25,3	26,9	26,5
L0-P2	62,5	125	30,5	27,5	29,1	29,0



Laststufe	Auflast P [kN]	Auflast P [kN/m]	gemessene Eigenfrequenz [Hz] Plattenstreifen	
			# 8	# 9
L0-P0	0	0	21,0	19,6
L0-P0,5	15	30	28,8	25,6
L0-P1	25	50	30,1	27,6
L0-P2	62,5	125	32,8	30,8

Abbildung 5: Gemessene Eigenfrequenzen mittels Impulshammers in Abhängigkeit der Auflast

Es ist zu erkennen, dass mit zunehmender Auflast die Eigenfrequenz bei allen Probekörpern steigt. Dieses Verhalten kann auf die mit zunehmender Auflast gesteigerte Einspannung am linken Auflager zurückgeführt werden. Durch die zunehmende Einspannung wird das System steifer und die Eigenfrequenz steigt.

Der Unterschied zwischen den einzelnen Probekörpern einer Charge kann durch geringfügige Unterschiede bei der Herstellung und durch die Streuung der Betonkenngrößen erklärt werden.

Die stufenweise Erhöhung der Auflast  $P$  am linken Auflager wurde für die ersten 3 Probekörper gleichermaßen durchgeführt. Da die hohen Auflasten bereits zu rechnerisch großen Einspanngraden geführt haben, wurde bei den Probekörpern 4 – 9 auf die Laststufe mit der größte Auflast ( $P = 100\text{kN}$ ) verzichtet und dafür eine Laststufe mit geringer Auflast ( $P = 15\text{kN}$ ) hinzugefügt. Dies war ebenfalls notwendig, um die nun aus Kalksandsteinen bestehenden Auflager der Prüfkörper 4 – 9 nicht durch zu große Auflast zu schädigen. Die Laststufen können ebenfalls der Abbildung 5 entnommen werden.

Abbildung 6 zeigt die gemessenen Eigenformen der Laststufen der ersten Versuchsphase exemplarisch für den ersten Probekörper. Um die Eigenformen miteinander vergleichen zu können, müssen diese normiert werden. Dabei wurde der betragsmäßig größte Ausschlag einer polynomischen Regressionskurve jeweils gleich 1,0 gesetzt. Es ist zu erkennen, dass die Eigenformen durch die Auflast  $P$  am linken Auflager beeinflusst werden. Mit zunehmender Auflast verschiebt sich das Maximum der Eigenform weiter nach rechts, es bildet sich ein Wendepunkt und der Drehwinkel am Auflager wird kleiner. Diese Änderungen der Eigenform zeigen eine zunehmende Behinderung des Drehvermögens am linken Auflager an und damit eine zunehmende Einspannung in Abhängigkeit der Auflast  $P$ .



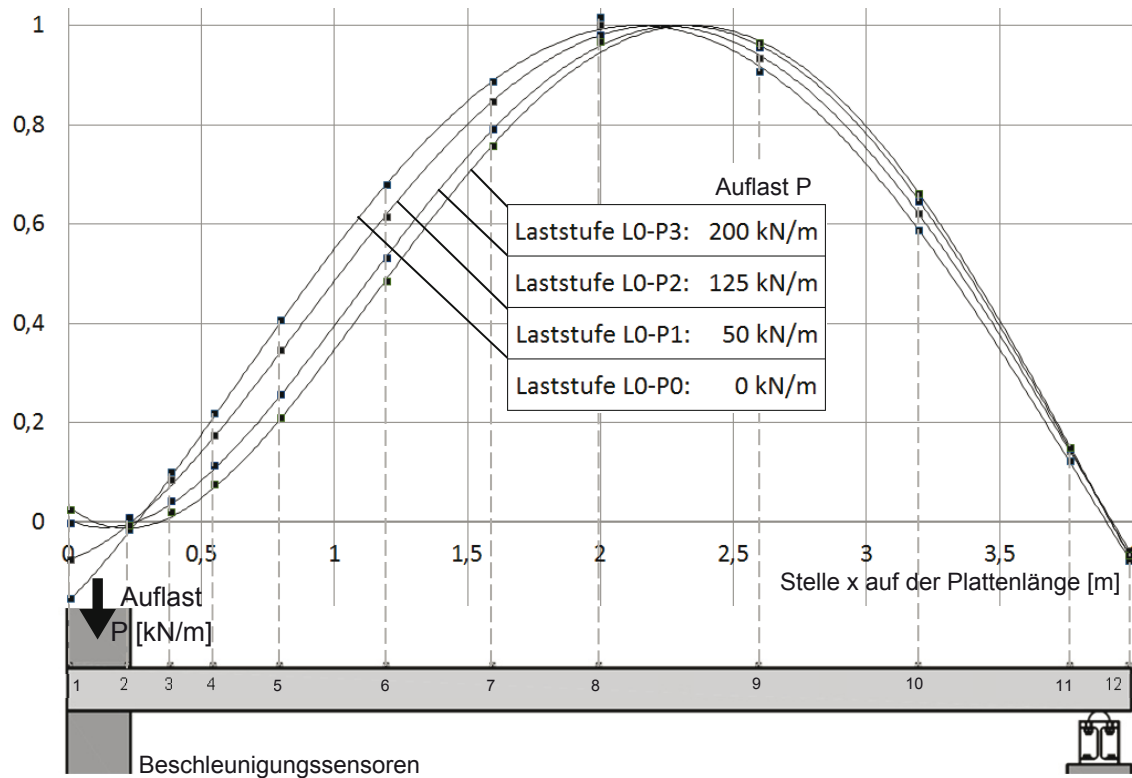


Abbildung 6: Gemessene Eigenformen mithilfe des Impulshammers des ersten Probekörpers der ersten Versuchsphase

Die Abbildungen 7a - c zeigen die ersten Eigenformen aller Probekörper bei gleichen Auflasten. Es ist zu erkennen, dass das Drehvermögen bei den Probekörpern ähnlich stark behindert wird und die Eigenformen für jede Laststufe eine vergleichbare Geometrie aufweisen. Das bedeutet, dass innerhalb einer Charge sich die Plattenstreifen ähnlich verhalten.

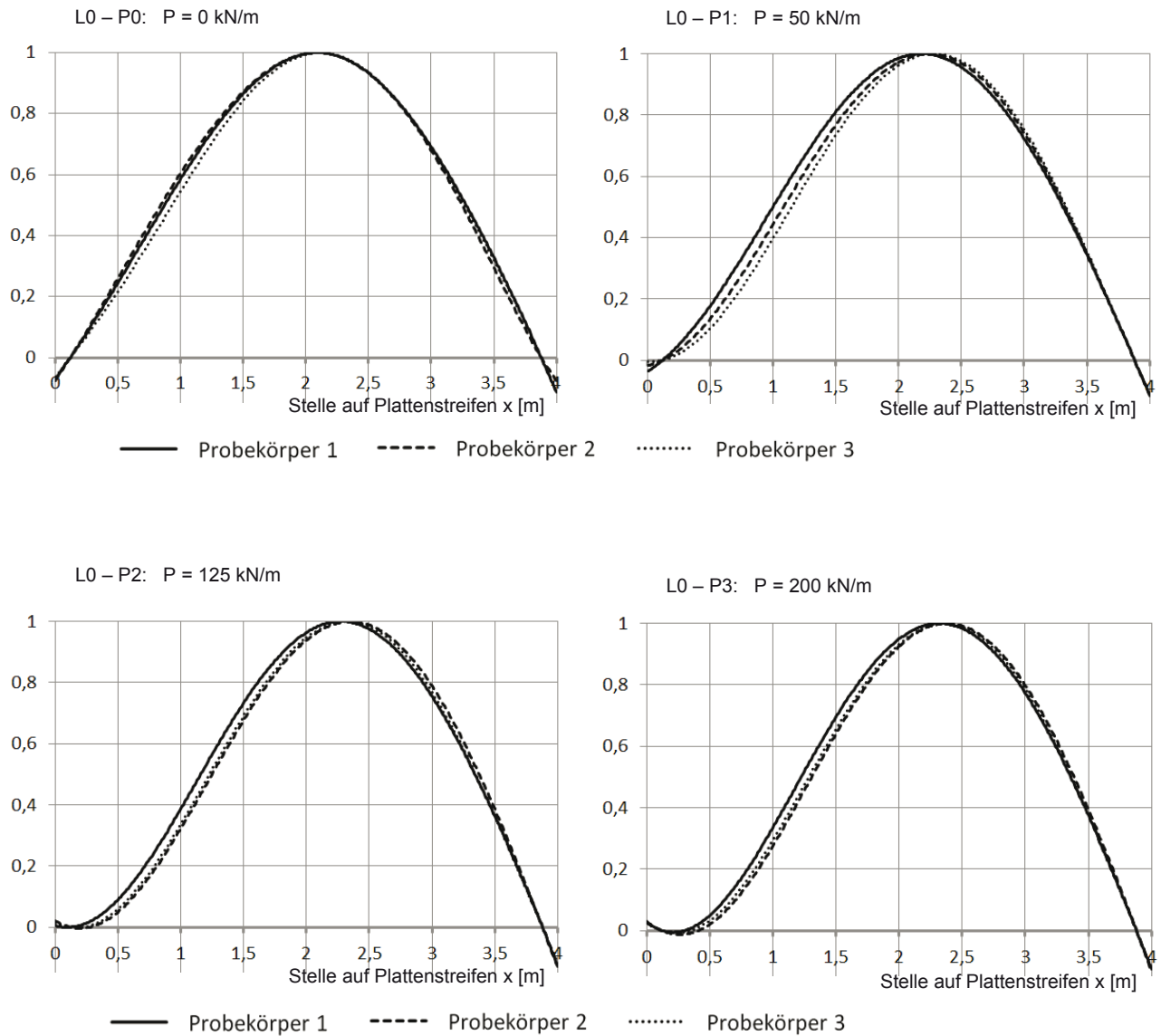


Abbildung 7a: Gemessene Eigenformen aller Laststufen der ersten Versuchsphase der Probekörper 1 - 3

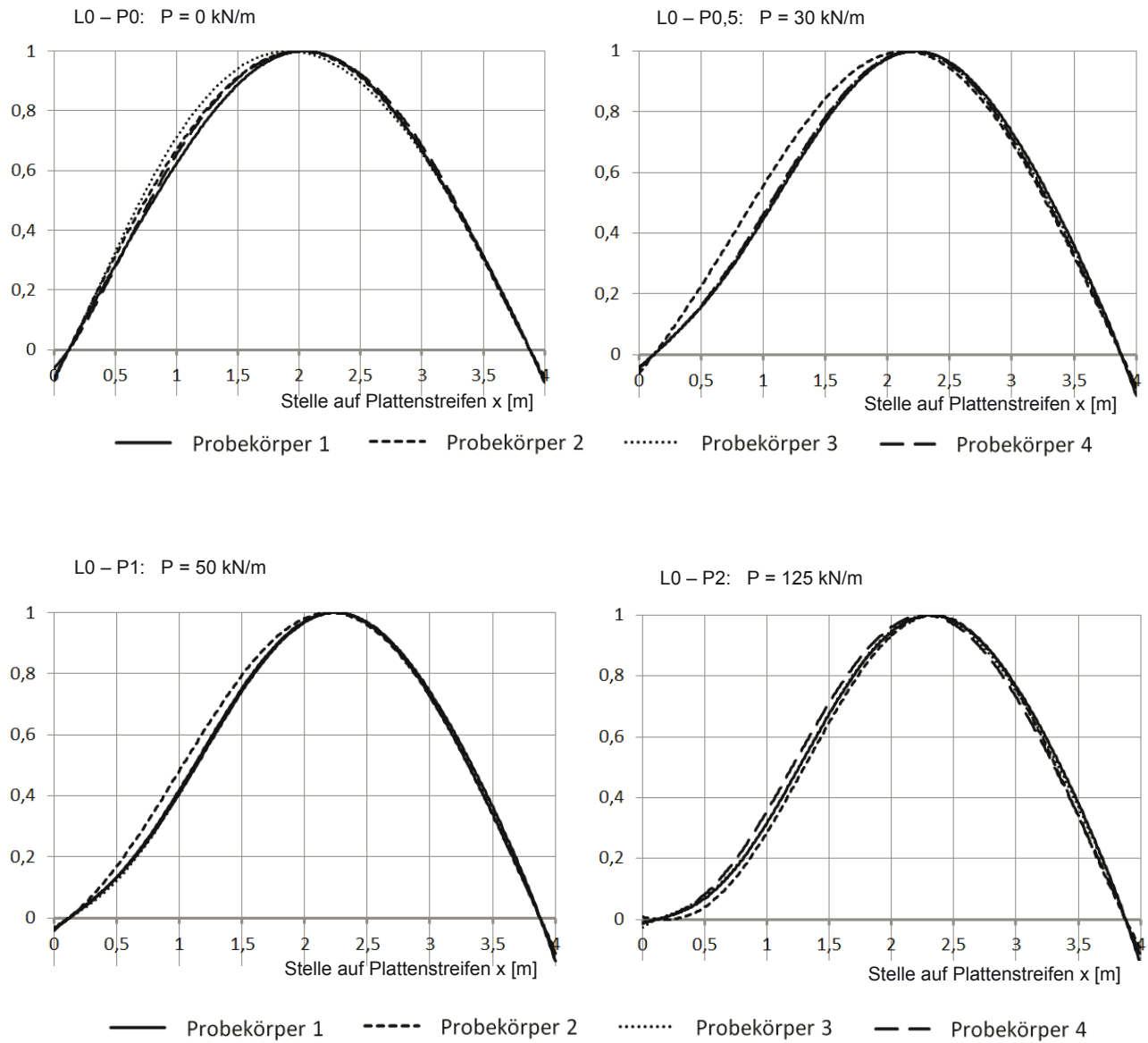


Abbildung 7b: Gemessene Eigenformen aller Laststufen der ersten Versuchsphase der Probekörper 4 - 7

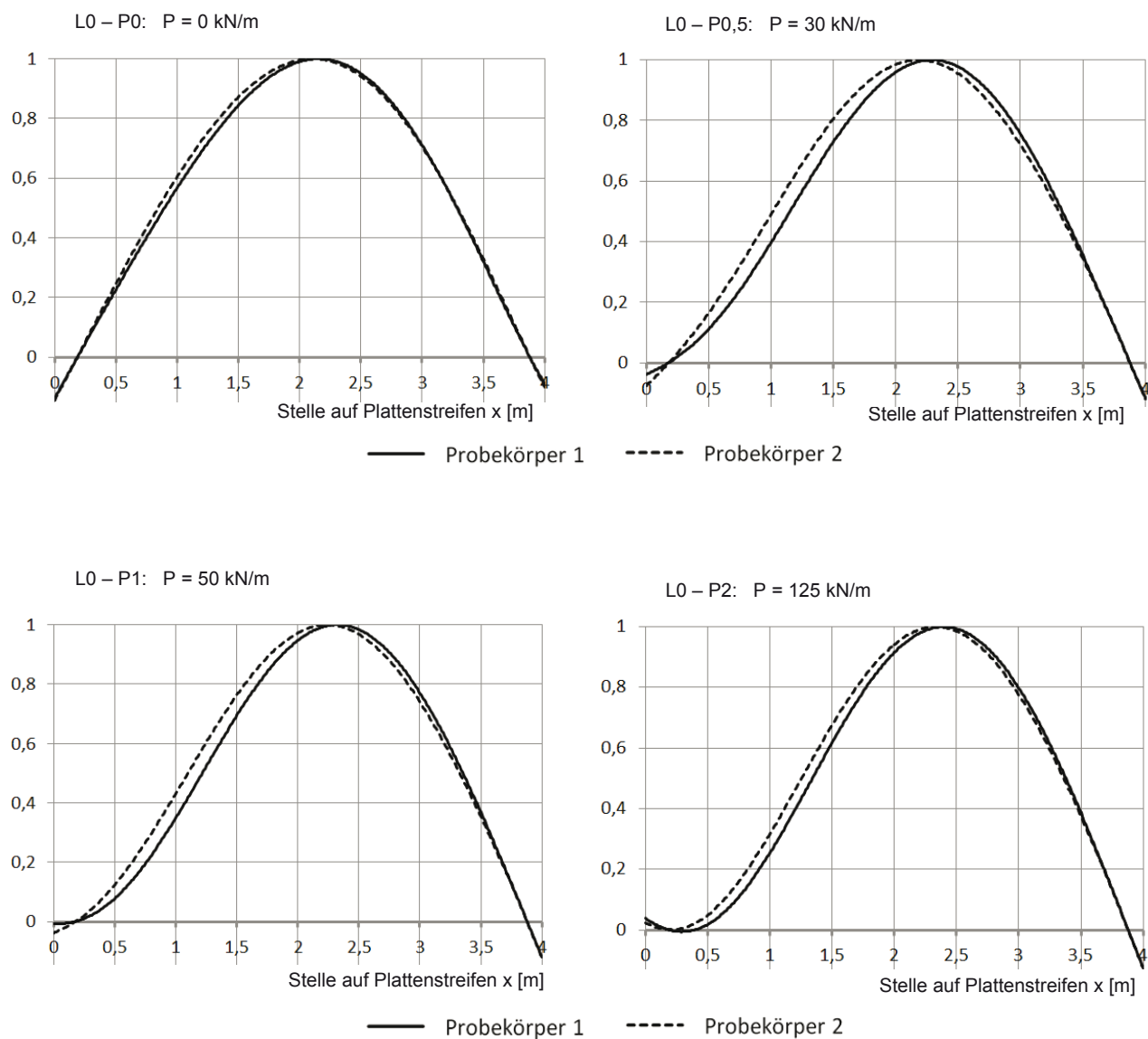


Abbildung 7c: Gemessene Eigenformen aller Laststufen der ersten Versuchsphase der Probekörper 8 - 9

Die gemessenen Eigenformen werden nun, wie vorab beschrieben, mit den rechnerischen Eigenformen eines einfachen FE-Modells verglichen, bei dem die Steifigkeits- und Massenverteilung über der Trägerlänge als konstant angesehen werden kann. Durch das Variieren der Drehfeder am linken Auflager des Modells wird die rechnerische Eigenform möglichst genau an die gemessene angenähert. Dafür wurde die Summe der quadratischen Residuen der aus den gemessenen Eigenformen gewonnenen Regressionskurve und der Eigenformen der FE-Berechnung minimiert. Dadurch konnten die in Tabelle 1 dargestellten Drehfedern iterativ bestimmt werden.

Tabelle 1: Ermittelte Drehfedersteifigkeit aller Probekörper in der ersten Versuchsphase (Eigenformen mittels Impulshammer ermittelt)

	Laststufe	Auflast P [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m·rad)] Probekörper		
			# 1	# 2	# 3
			1. Charge	L0-P0	0
	L0-P1	50	24	60	400
	L0-P2	125	>1000	$\infty$	$\infty$
	L0-P3	200	$\infty$	$\infty$	$\infty$

	Laststufe	Auflast P [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m·rad)] Probekörper			
			# 4	# 5	# 6	# 7
			2. Charge	L0-P0	0	2
	L0-P0,5	30	52	10	40	38
	L0-P1	50	132	30	130	88
	L0-P2	125	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

	Laststufe	Auflast P [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m·rad)] Probekörper	
			# 8	# 9
			3. Charge	L0-P0
	L0-P0,5	30	52	10
	L0-P1	50	132	30
	L0-P2	125	$\infty$	$\infty$

Unter Ansatz dieser Drehfedersteifigkeiten wurden die rechnerischen Eigenfrequenzen des FE-Modells mit den gemessenen Eigenfrequenzen aller Probekörper verglichen. Dabei zeigt sich eine gute Übereinstimmung, wie in Abbildung 8 zu erkennen ist.

Wie bereits erwähnt, hat der E-Modul einen geringen Einfluss auf die Geometrie der Eigenform. Der Einfluss auf die Eigenfrequenz hingegen ist deutlich größer. Der Literatur kann man entnehmen, dass auch für dynamische Berechnung der Ansatz des statischen E-Modul des Betons ausreichend ist. Dieses wird mit der großen räumlichen Streuung des E-Moduls gegenüber dem ohnehin geringen Unterschied zwischen den verschiedenen Moduln begründet. Um das unterschiedliche Verformungsverhalten in Abhängigkeit von verschiedener Belastungsgeschwindigkeiten zu berücksichtigen, wird aber auch bei dynamischen Problemen eine Erhöhung des statischen E-Moduls um bis zu 25% vorgeschlagen [10]. Dies ist darauf zurückzuführen, dass während des Schwingvorgangs nur kleine Spannungsschwankungen vorliegen und damit der anzusetzende E-Modul mit der Tangente im Ursprung der statischen Arbeitslinie des Betons übereinstimmt.

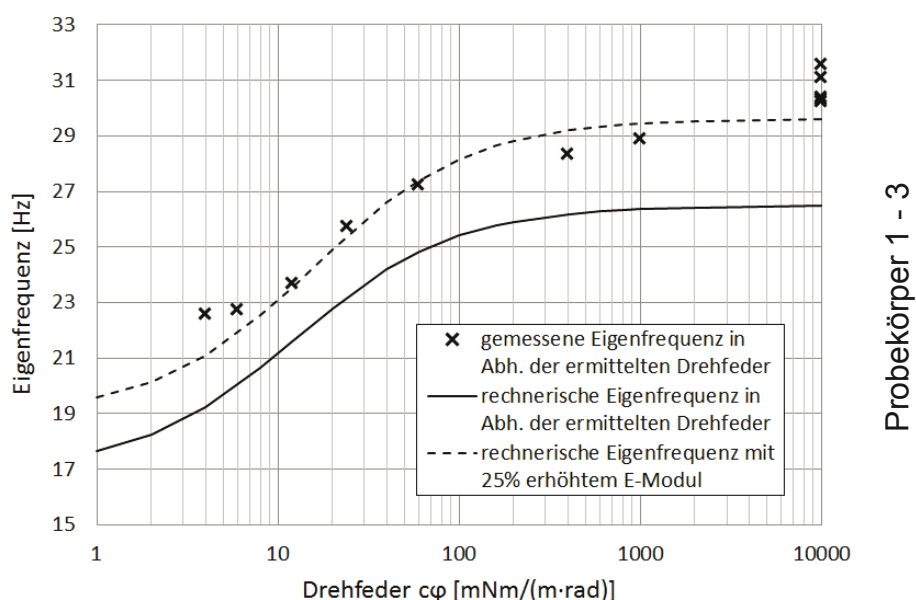


Abbildung 8a: Gemessene und rechnerische Eigenfrequenzen der ersten Charge in Abhängigkeit der Drehfeder

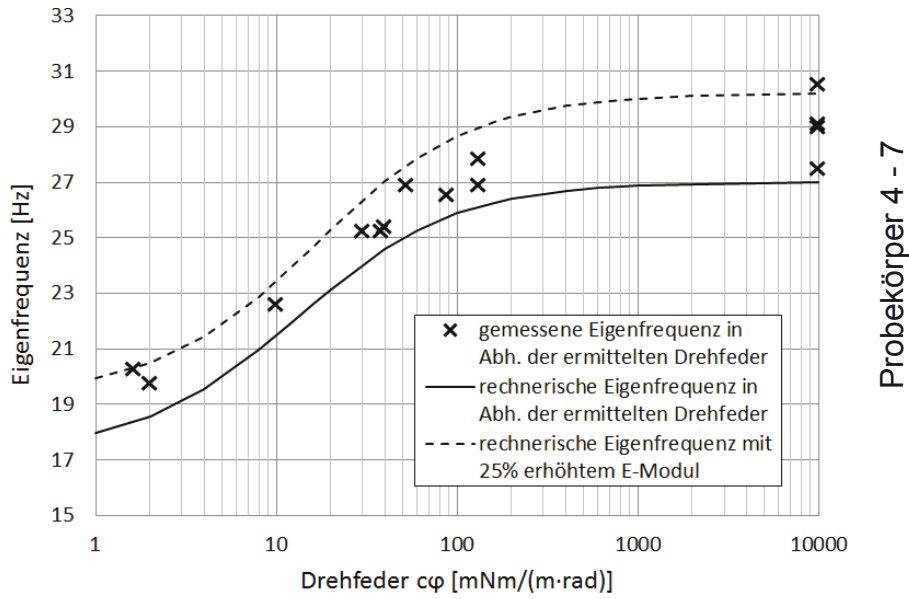


Abbildung 8b: Gemessene und rechnerische Eigenfrequenzen der zweiten Charge in Abhängigkeit der Drehfeder

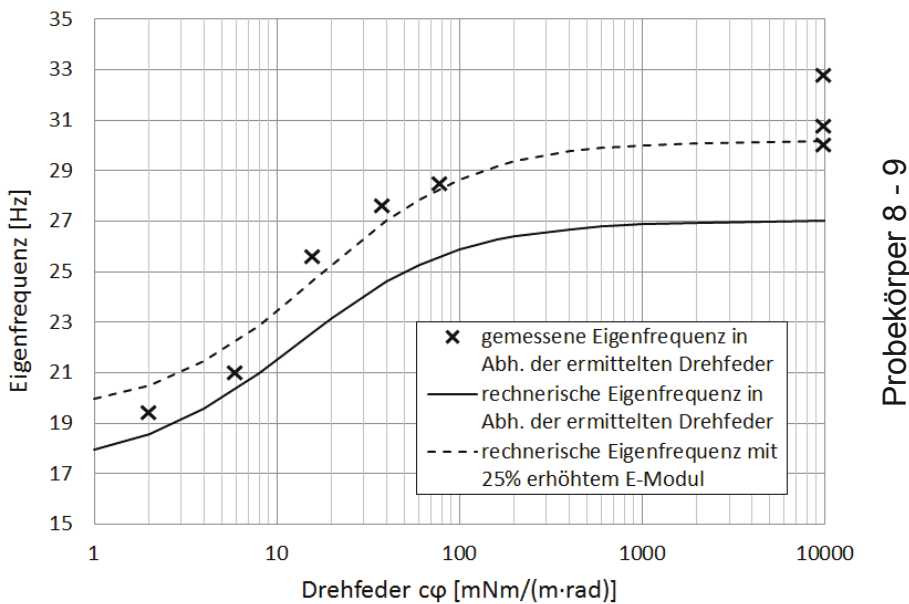


Abbildung 8c: Gemessene und rechnerische Eigenfrequenzen der dritten Charge in Abhängigkeit der Drehfeder

Um eine weitere Vergleichsmöglichkeit zu schaffen, wird nun die Nachgiebigkeitsmatrix [F] für die einzelnen Laststufen errechnet. Dabei werden die ersten drei gemessenen Eigenformen (massennormiert) und Eigenkreisfrequenzen genutzt. Eine exemplarische Darstellung der ersten drei

Eigenformen kann der Abbildung 9 entnommen werden. Nach dem spaltenweisen Aufsummieren der Nachgiebigkeitsmatrix erhält man die statische Biegelinie unter einer Einheitslast von 1 kN/m bestimmt. Die so ermittelten Durchbiegungen der einzelnen Laststufen sind in Abbildung 10 dargestellt, und werden hier mit den rechnerischen elastischen Durchbiegungen eines FE-Programms (gerechnet mit erhöhtem E-Modul) mit verschiedenen Einspannung am linken Auflager (durchgezogene Linien) verglichen. Es kann so die Plausibilität der ermittelten Drehfedersteifigkeiten bestätigt werden. Die Drehfedern wurden hier auf einen 1 m Streifen umgerechnet.

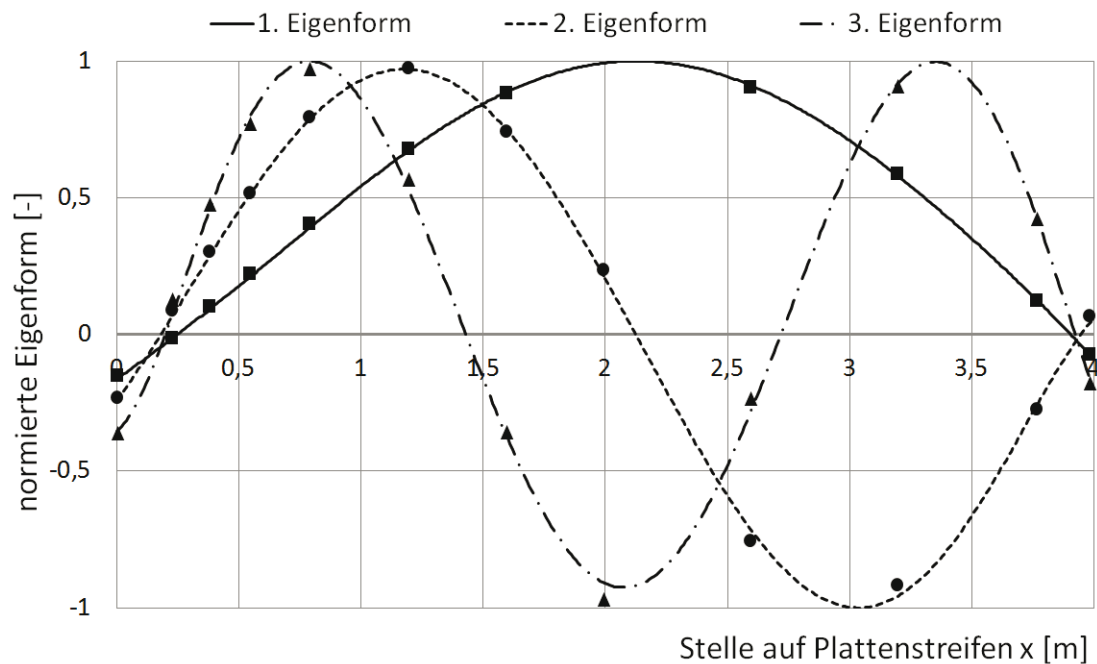


Abbildung 9: Exemplarische Darstellung der ersten drei Eigenformen ermittelt mit Impulshammer des 1. Probekörpers der Laststufe L0 - P0



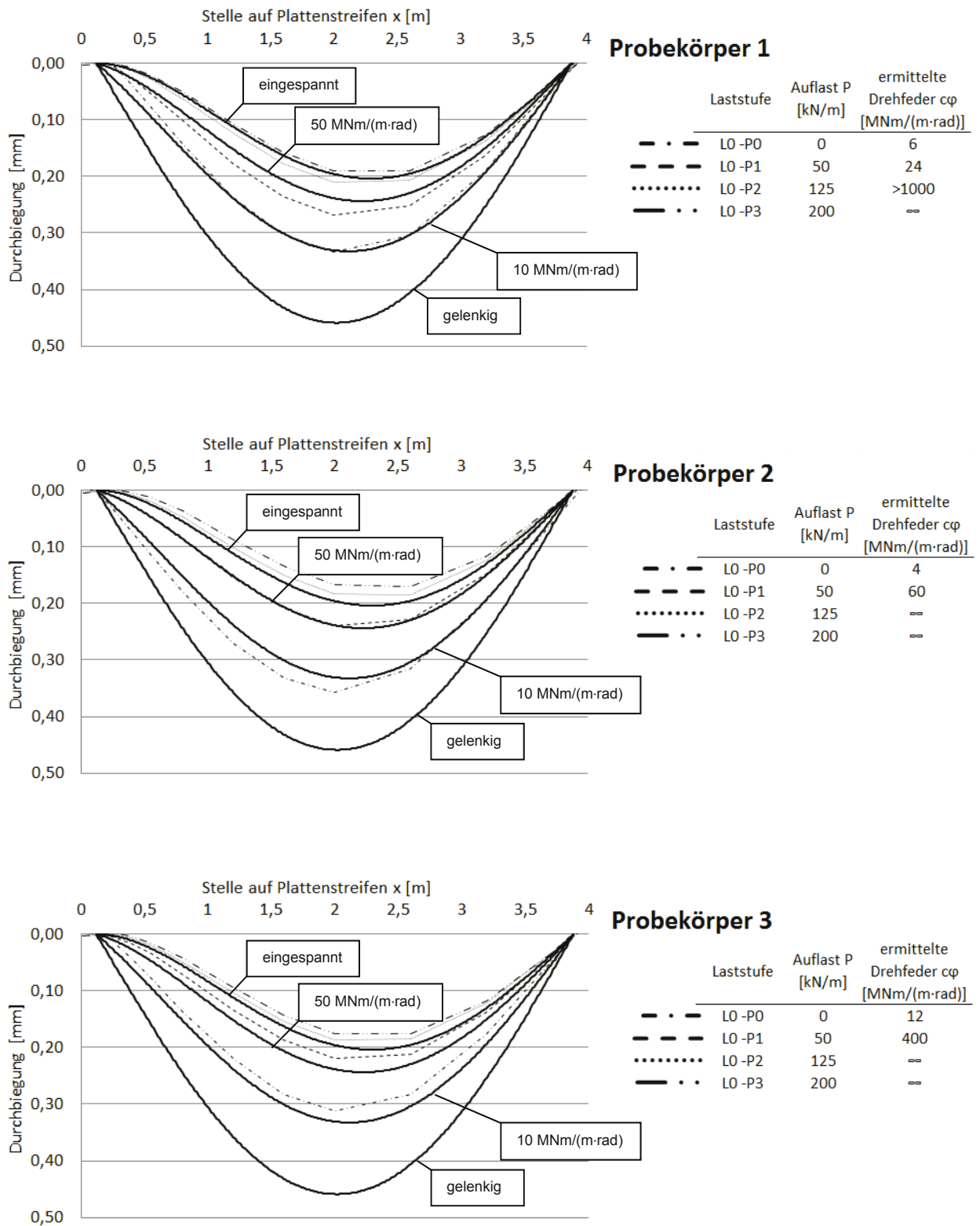
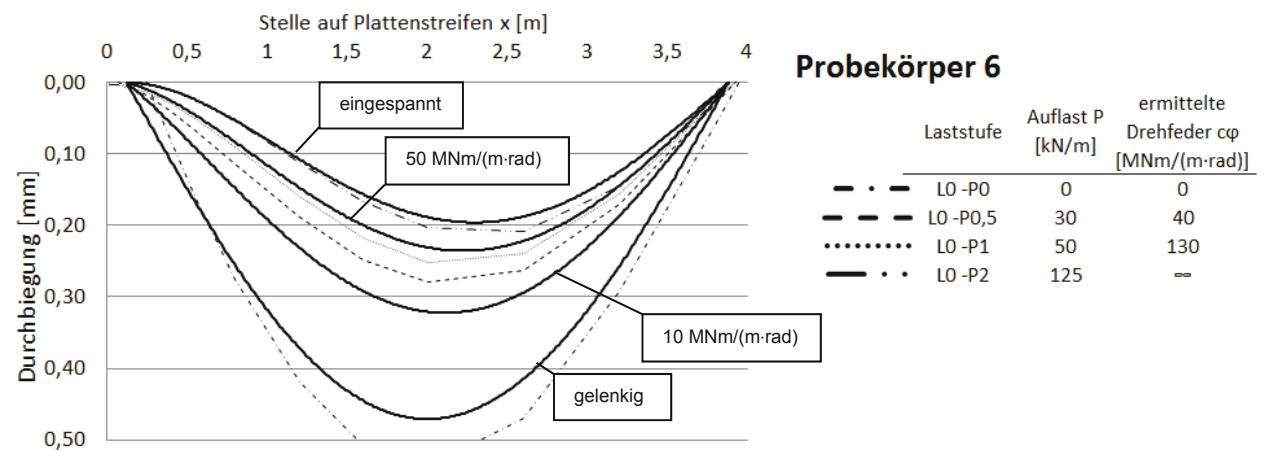
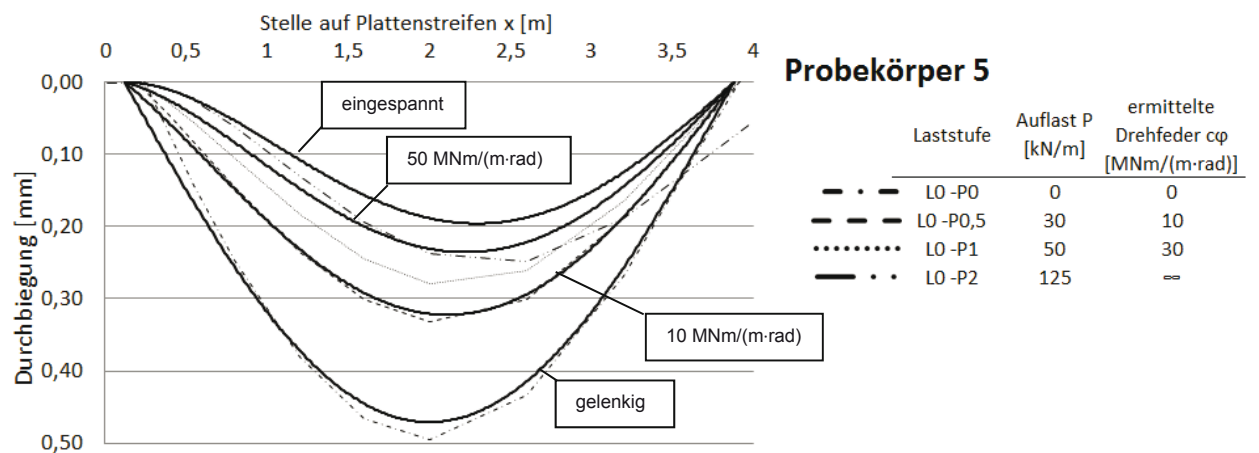
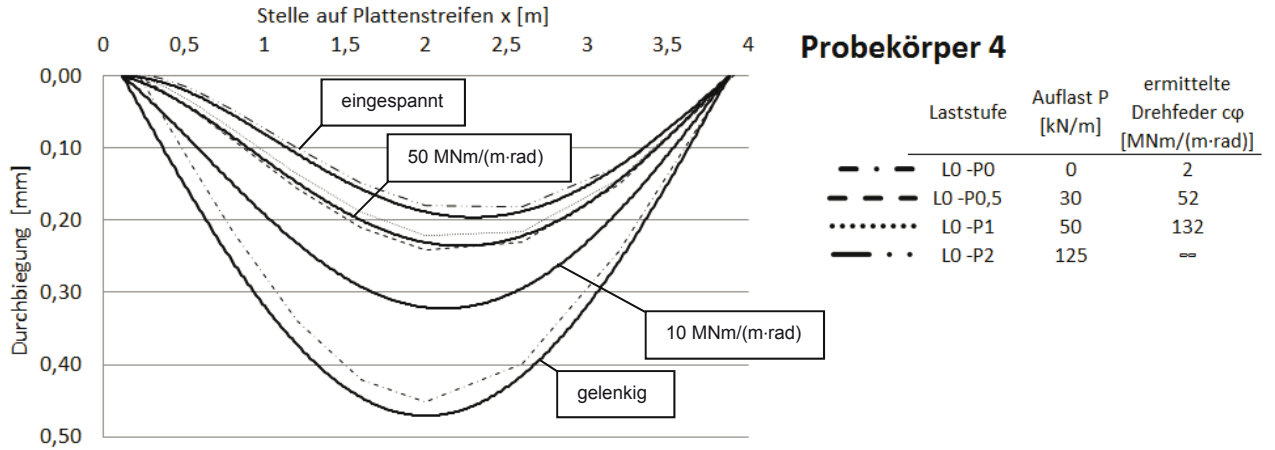


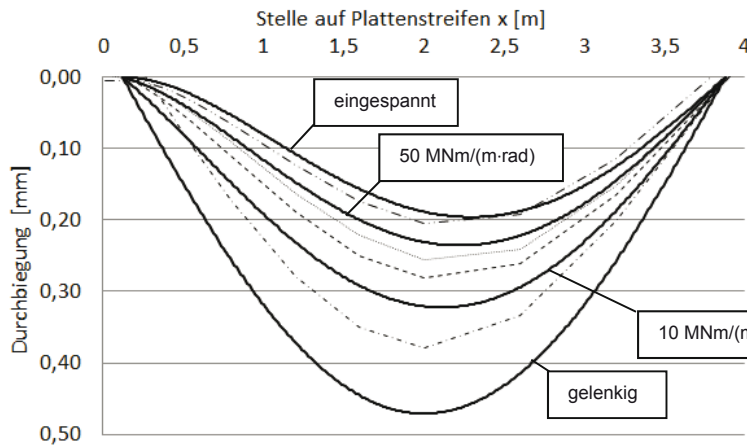
Abbildung 10: Durchbiegungen infolge Einheitslast 1kN/m ermittelt mithilfe der Nachgiebigkeitsmatrix  
 Durchgezogene Linien wurden rechnerisch ermittelt; gestrichelte Linien - messtechnisch



Fortsetzung Abbildung 10:

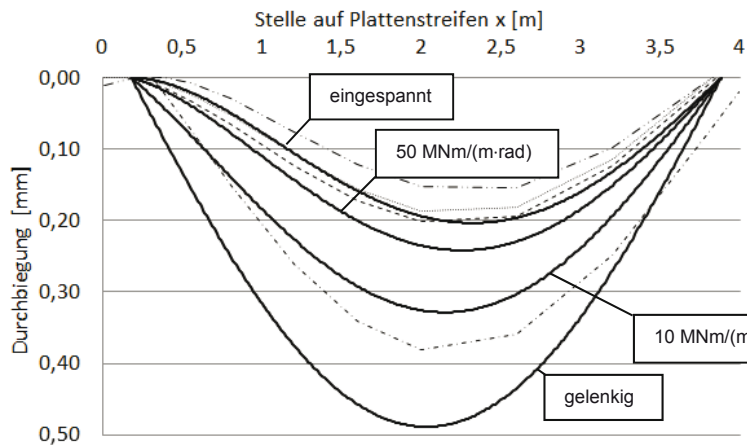
Durchbiegungen infolge Einheitslast 1kN/m ermittelt mithilfe der Nachgiebigkeitsmatrix.

Durchgezogene Linien wurden rechnerisch ermittelt; gestrichelte Linien - messtechnisch



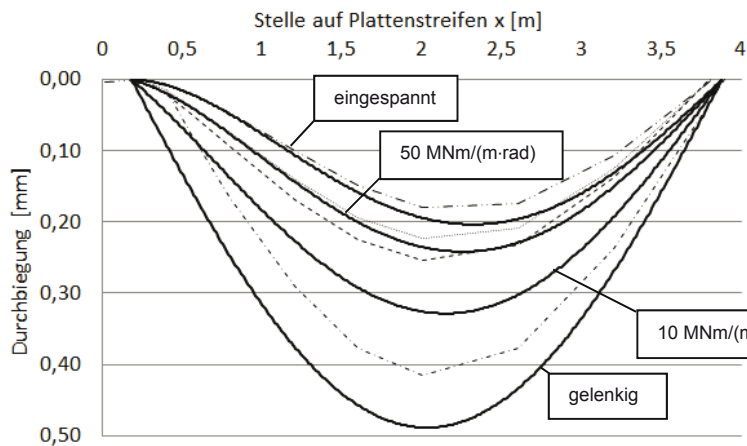
### Probekörper 7

Laststufe	Auflast P [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c\phi$ [MNm/(m·rad)]
LO -P0	0	1,6
LO -P0,5	30	38
LO -P1	50	88
LO -P2	125	∞



### Probekörper 8

Laststufe	Auflast P [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c\phi$ [MNm/(m·rad)]
LO -P0	0	2
LO -P0,5	30	52
LO -P1	50	132
LO -P2	125	∞



### Probekörper 9

Laststufe	Auflast P [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c\phi$ [MNm/(m·rad)]
LO -P0	0	0
LO -P0,5	30	10
LO -P1	50	30
LO -P2	125	∞

Fortsetzung Abbildung 10:

Durchbiegungen infolge Einheitslast 1kN/m ermittelt mithilfe der Nachgiebigkeitsmatrix.

Durchgezogene Linien wurden rechnerisch ermittelt; gestrichelte Linien - messtechnisch

Durch das zweifache Differenzieren der aus der Nachgiebigkeitsmatrix gewonnenen Durchbiegungen kann nach der Gleichung (4) der Momentenverlauf errechnet werden. Dieser ist in Tabelle 2 dargestellt (gestrichelte Linie bei den Momentenverläufen). Es wurde auch hier mit dem um 25% erhöhten statischen Elastizitätsmodul gerechnet. Im Vergleich zu den errechneten Momentenverläufen, welche unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfedersteifigkeiten erzeugt wurden, stellen die Verläufe bereits ohne besonders aufwendige Glättungen eine gute Näherung dar.

Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf exemplarisch für Probekörper 1 (Versuchsphase 1)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_\varphi$ [MNm/(m·rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix	prozentuale Einspannung des linken Auflagers
L0-P0	0	6		41%
L0-P1	50	24		74%
L0-P2	125	>1000		99%
L0-P3	200	$\infty$		100%

Die Tabelle 2 wird im Anhang 4 für alle anderen Prüfkörper fortgesetzt.

### **3.2.2 Versuchsphase 2: Sukzessives Belasten bei konstanter Einspannung**

In der zweiten Versuchsphase werden die Probekörper zunehmend über eine 4-Punkt-Biegung belastet, um die Auswirkung der Rissentwicklung auf das Verfahren aufzuzeigen. Gemäß Kapitel 2.2 sollten sich die Eigenformen aufgrund der Steifigkeitsverringering infolge der zunehmenden Rissentwicklung nur geringfügig ändern. Damit würden die errechneten Drehfedern auch hier nahezu unverändert bleiben. Die zunehmende Änderung der Steifigkeit sollte auf die Eigenfrequenzen größeren Einfluss haben.

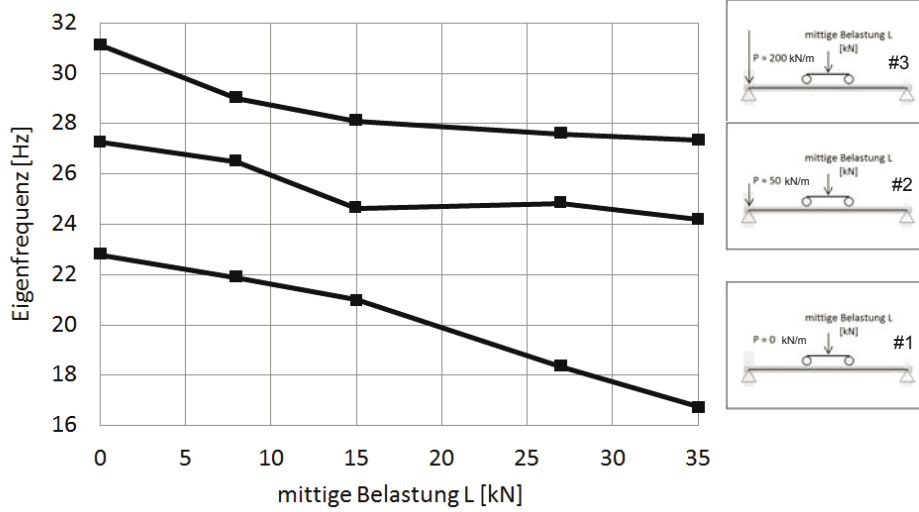
Um unterschiedliche Rissentwicklungen je nach Einspannungsgrad zu untersuchen, werden in der Versuchsphase 2 die Verdrehungen am linken Auflager für jeden Probekörper unterschiedlich stark behindert. Dafür wird zunächst die entsprechende Auflast P am linken Auflager aufgebracht. Über eine Lasttraverse werden die Probekörper nun mit der Last L stufenweise belastet (vgl. auch Abbildung 3). Nach jeder Belastungsphase werden die Plattenstreifen wieder entlastet (Auflast am linken Auflager bleibt weiterhin konstant) und auf Änderungen ihrer modalen Parameter untersucht sowie das jeweilige Rissbild dokumentiert.

Die Laststufen der mittigen Belastung L sind für alle Probekörper gleich. Die Auflast P ist für jeden Probekörper innerhalb einer Charge verschieden um Rissbilder bei verschiedenen Einspanngraden zu erzeugen.

Eine schematische Abbildung aller Laststufen ist im Anhang 3 dargestellt.

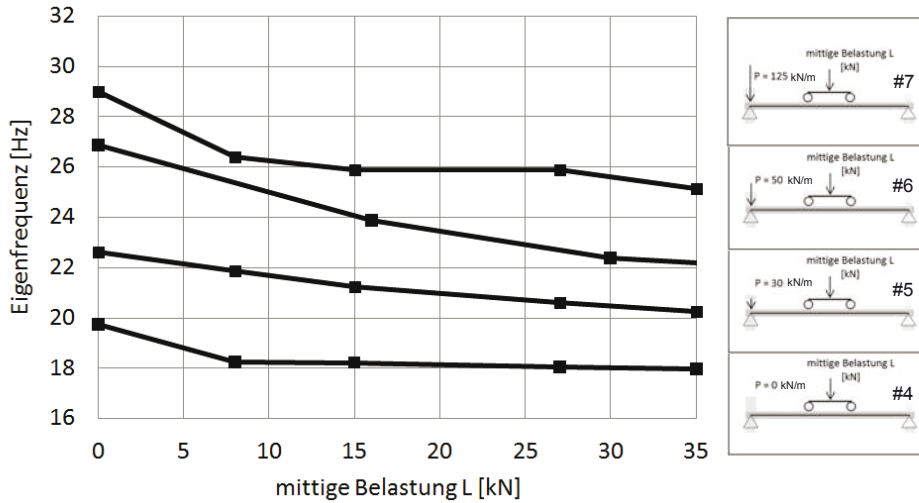
Abbildung 11 zeigt die gemessenen Eigenfrequenzen der Probekörper mittels Impulshammer. Es ist zu erkennen, dass diese mit zunehmender Belastung abfallen. Dieser Effekt ist auf die Bildung von Rissen zurückzuführen. Durch die Steigerung der Last entstehen neue Risse bzw. bereits bestehende Risse öffnen sich zunehmend. Da die erste Eigenfrequenz als ein globaler Wert für das gesamte System betrachtet werden kann, führt diese Reduzierung der Steifigkeit zu einer Verringerung der Eigenfrequenz. Eine direkte Abhängigkeit zwischen der Eigenfrequenz und der mittigen Belastung ist dabei aber nicht gegeben, da die Verringerung der Gesamtsteifigkeit des Systems nicht als proportional zu der zentrischen Belastung angesehen werden darf. Darüber hinaus ist die gemessene Eigenfrequenz zum Teil von der Anregeart abhängig (vgl. auch Kapitel 3.3). Die Abbildung 11 dient lediglich der Veranschaulichung, dass mit zunehmender Rissbildung die Eigenfrequenz abfällt. Da die Probekörper innerhalb einer Charge in dieser Versuchsphase eine unterschiedliche Auflast P haben, also verschieden stark eingespannt sind, variiert hier auch die Eigenfrequenz der Probekörper. Auch hier lässt sich nochmals erkennen, dass mit zunehmender Einspannung eine größere Eigenfrequenz vorliegt.

Probekörper 1 – 3:



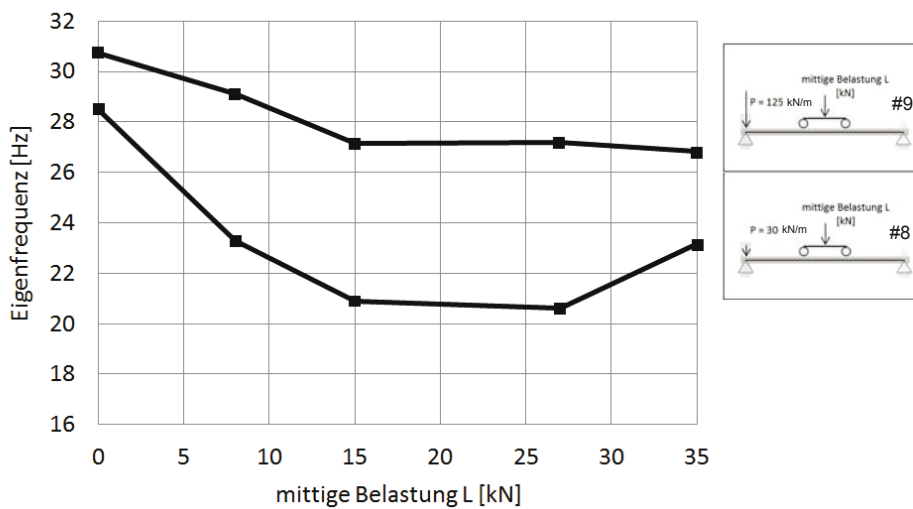
zunehmend eingespannte Probekörper ↑

Probekörper 4 – 7:



zunehmend eingespannte Probekörper ↑

Probekörper 8 – 9:



zunehmend eingespannte Probekörper ↑

Abbildung 11: Gemessene Eigenfrequenzen (Impulshammer) aller Probekörper in Abh. der mittigen Belastung

Abbildung 12 zeigt die gemessenen (normierten) Eigenformen der Laststufen der zweiten Versuchsphase. Trotz zunehmender Rissbildung sind kaum Änderungen der ersten Eigenform zu erkennen. Der Einfluss der Rissbildung auf die Eigenschwingform ist gering. Auch hier werden die Drehfedersteifigkeiten durch den Abgleich der gemessenen Eigenformen mit denen eines FE-Modells mit vorerst konstanter Steifigkeitsverteilung ermittelt. Erwartungsgemäß sind auch hier die Abweichungen klein.

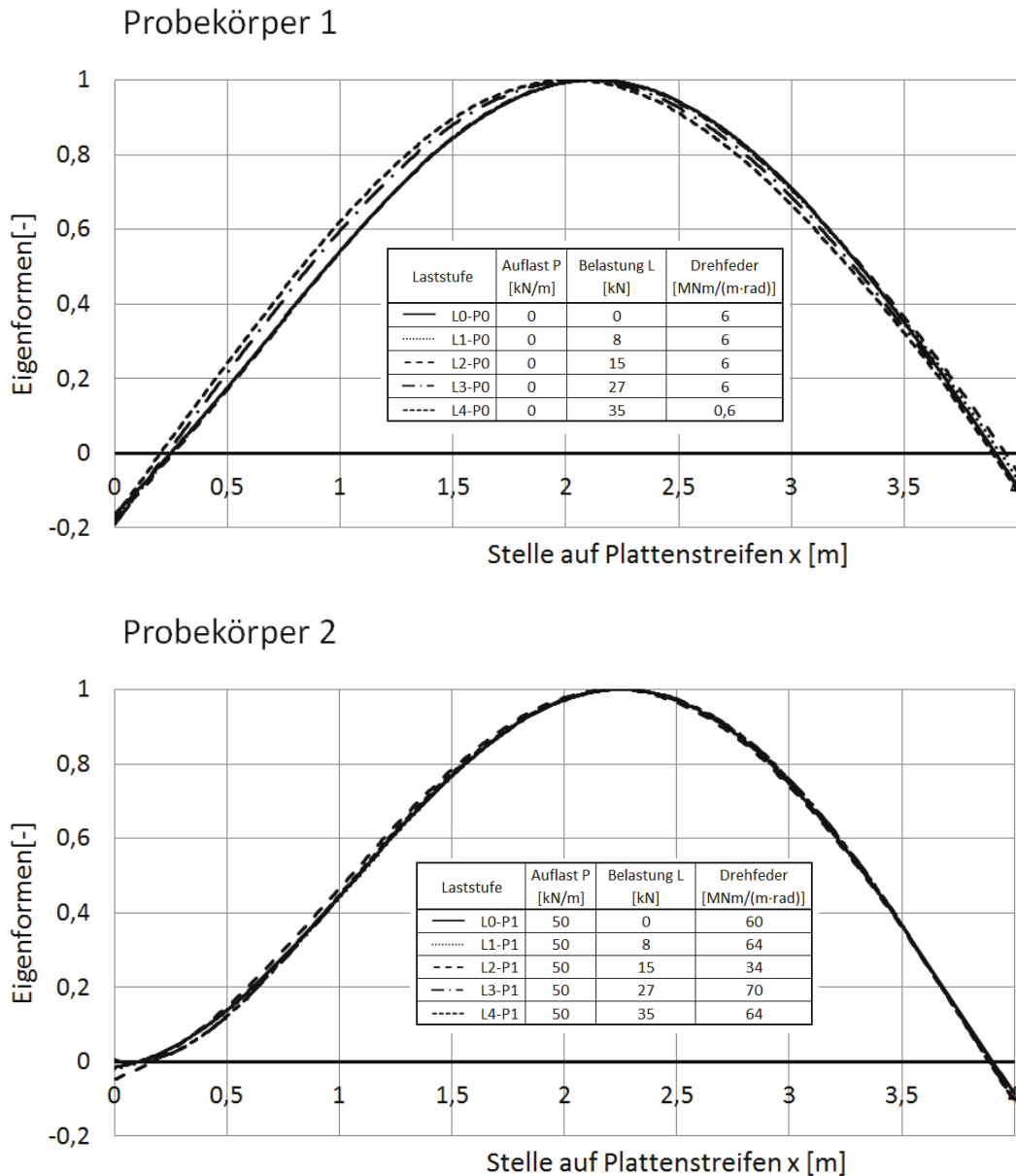
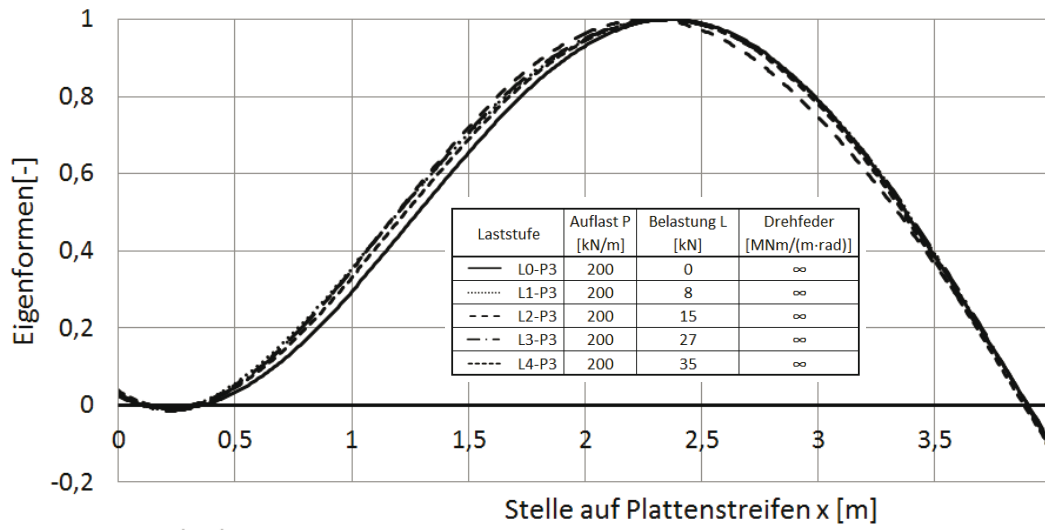
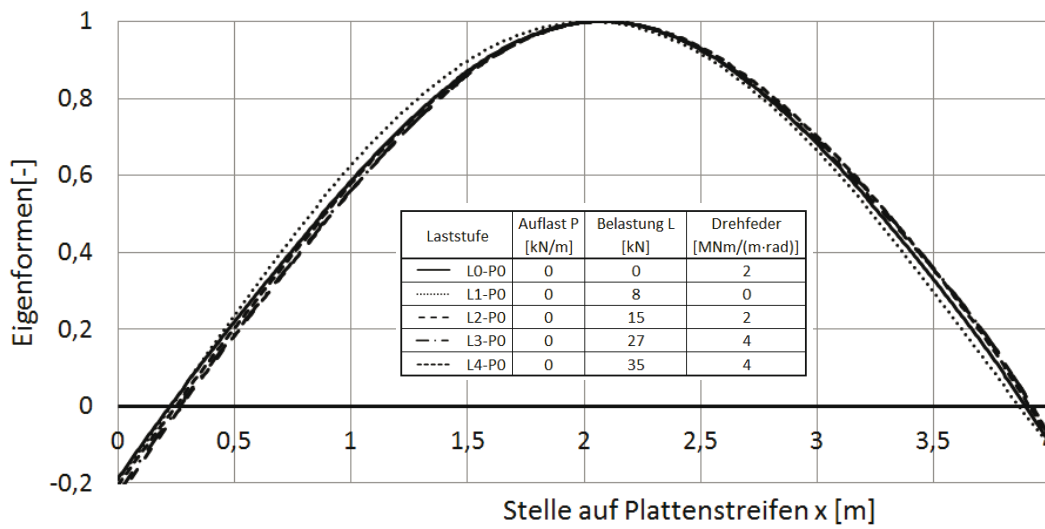


Abbildung 12: Gemessene Eigenformen (Impulshammer) und ermittelte Drehfedern

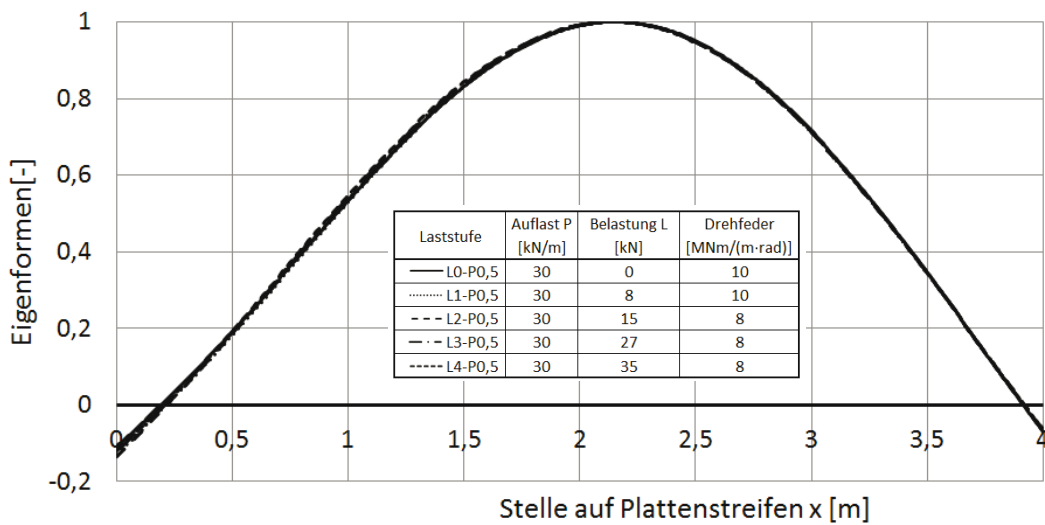
Probekörper 3



Probekörper 4



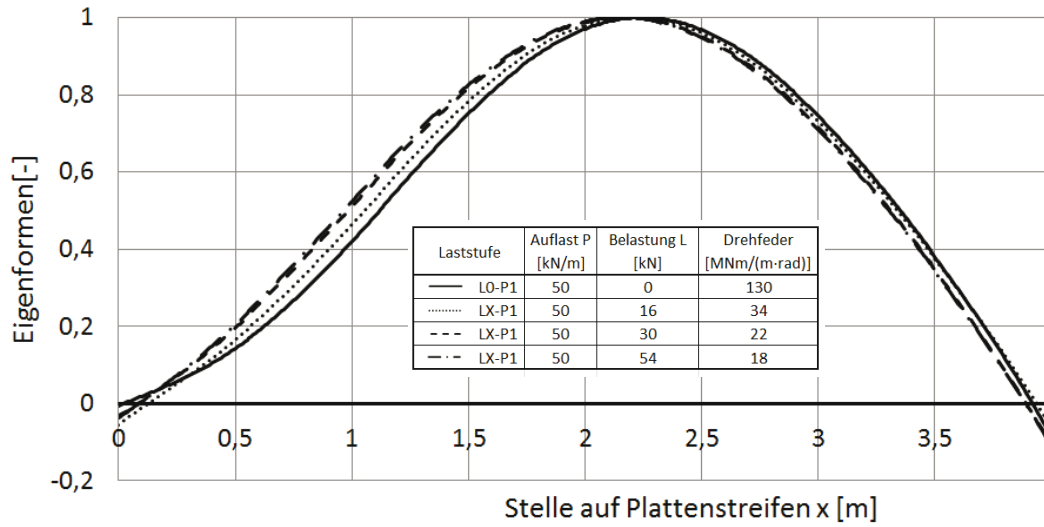
Probekörper 5



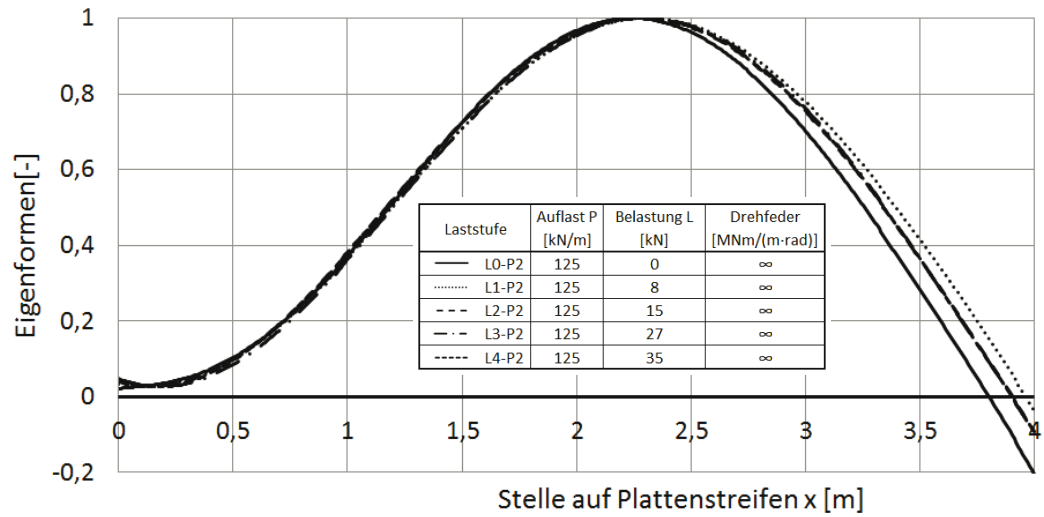
Fortsetzung Abbildung 12: Gemessene Eigenformen (Impulshammer) und ermittelte Drehfedern



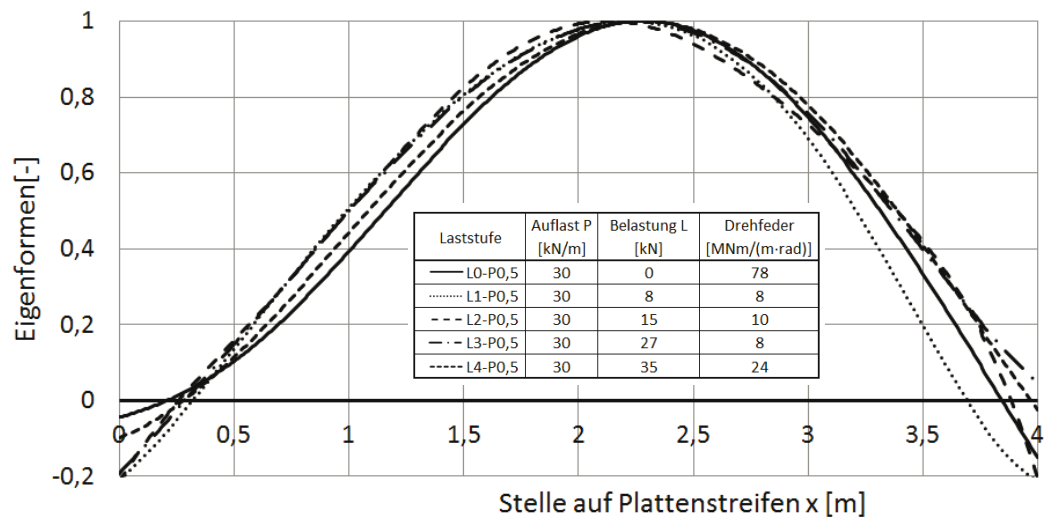
Probekörper 6



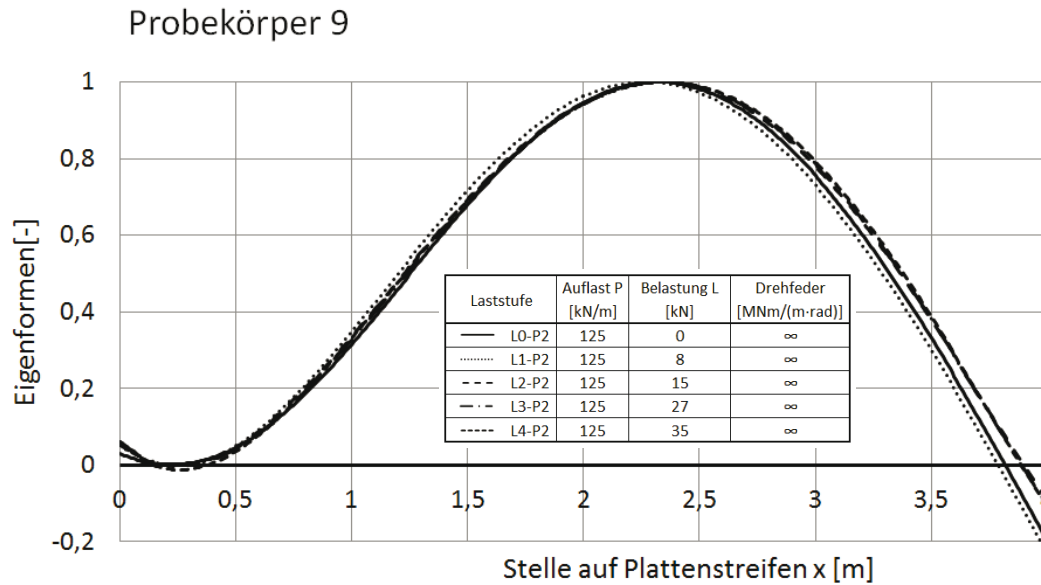
Probekörper 7



Probekörper 8



Fortsetzung Abbildung 12: Gemessene Eigenformen (Impulshammer) und ermittelte Drehfedern



Fortsetzung Abbildung 12: Gemessene Eigenformen (Impulshammer) und ermittelte Drehfedern

Kleinere Abweichungen können auf die rissbildabhängige Steifigkeitsreduzierung zurückgeführt werden. Durch die Einspannung des linken Auflagers ist das System statisch unbestimmt. Daher kommt es bei Rissbildung zu Umlagerungen der Momente.

Eine Reduzierung der Steifigkeit in Feldmitte würde beispielsweise zu einer Umlagerung führen, die eine Minderung der Feldmomente und eine Steigerung des Einspannmomentes zur Folge hätte. Diese Umlagerungen würden sich in der leichten Erhöhung der errechneten Drehfedern widerspiegeln.

Das überproportionale Öffnen eines Risses an der Einspannung dagegen führt zu einer umgekehrten Umlagerung. Die rechnerische Drehfeder würde aufgrund einer solchen Steifigkeitsverringern kleiner werden.

Da diese Umlagerungen bzw. die rissbildabhängige Steifigkeitsverteilung einen deutlich geringeren Einfluss auf die Eigenformen hat als die Änderung der Lagerungsbedingungen in Form der Einspannung, ist das hier verwendete Verfahren zur Bestimmung der Drehfedersteifigkeit nahezu unabhängig von der Lastgeschichte der Platten. (vgl. auch Kapitel 3.2.3)

### 3.2.3 Zusammenhang zwischen Rissbild und ermittelter Drehfeder

In diesem Kapitel werden die einzelnen Laststufen der zweiten Versuchsphase unter näherer Betrachtung des Rissbildes untersucht. Exemplarisch werden die Zusammenhänge am Probekörper 5 dargestellt.

In der zweiten Versuchsphase wurden die Probekörper, wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben, sukzessiv belastet. Der Probekörper 5 wurde dabei mit 30 kN/m am linken Auflager eingespannt. Die mittige Belastung  $L$  wurde stufenweise auf 35 kN (reine Pressenlast) gesteigert.

Abbildung 13 zeigt die mittige Belastung  $L$  über der Verformung in Feldmitte für den Probekörper 5. Es sind hier die einzelnen Laststufen der zweiten Versuchsphase des Probekörpers 5 nochmals veranschaulicht.

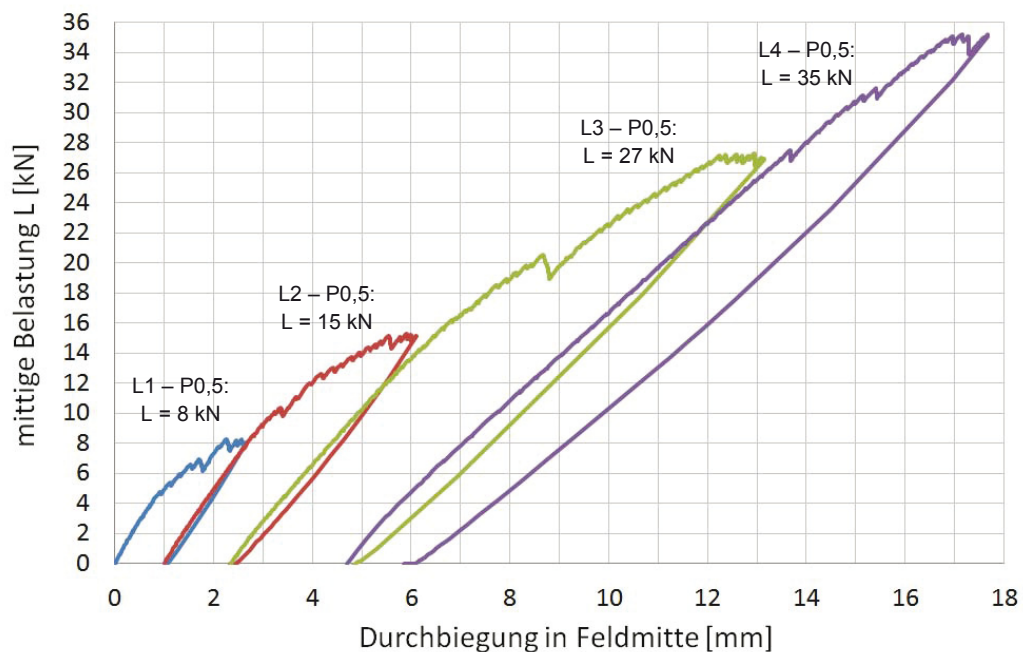


Abbildung 13: Durchbiegung–Belastung–Diagramm der Versuchsphase 2 des Probekörpers 5

Nach jeder Laststufe wurden die Probekörper entlastet und die modalen Parameter gemessen sowie das Rissbild dokumentiert. Die Risse wurden mithilfe von Risschablonen ausgemessen und ihr nachgezeichneter Verlauf durch Fotos dokumentiert (siehe auch Anhang 2). Eine schematische Darstellung des Rissbildes für jede Laststufe des Probekörpers 5 ist in Abbildung 14 dargestellt.

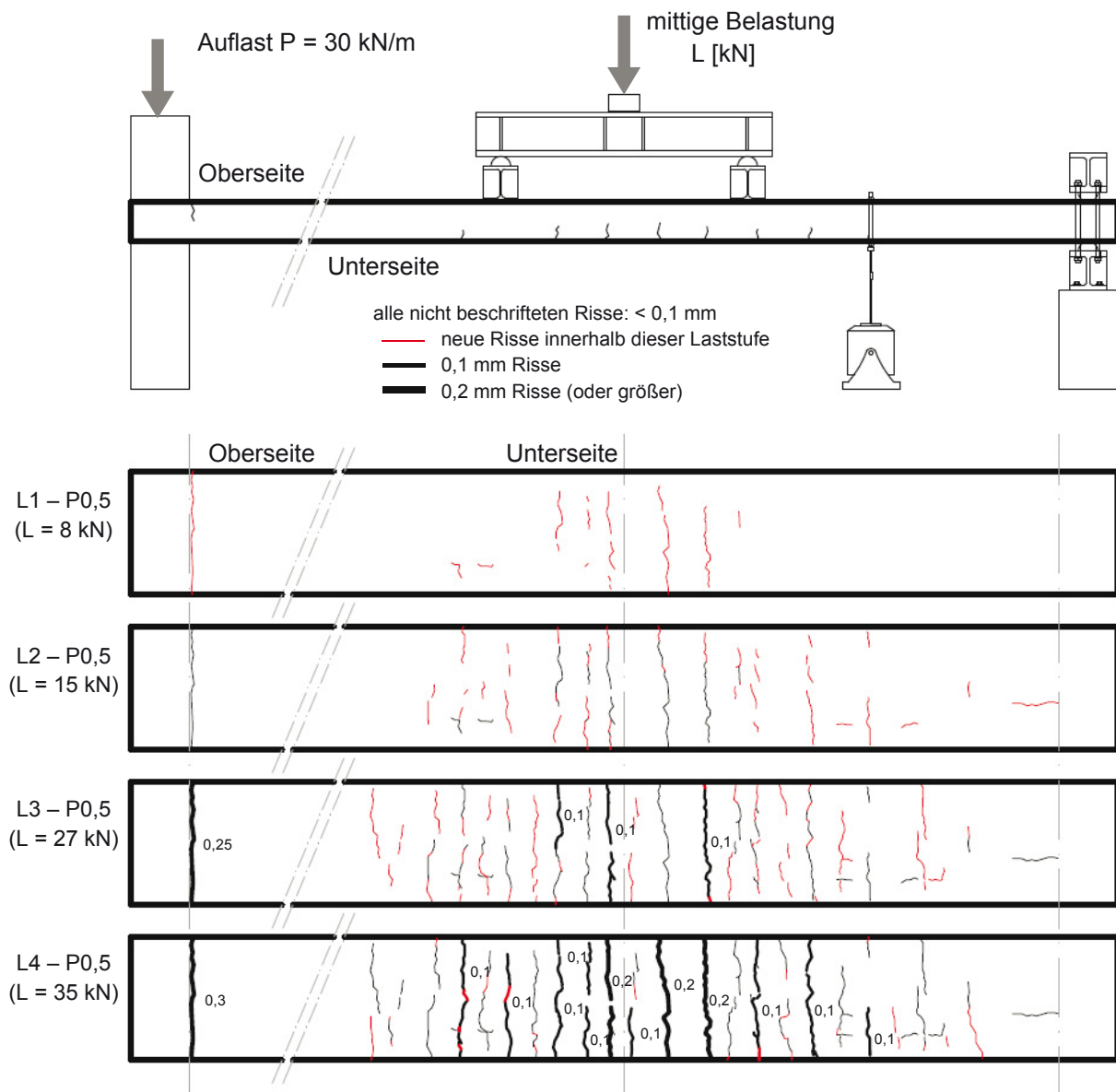


Abbildung 14: Risse [mm] der einzelnen Laststufen der Versuchsphase 2 des Probekörpers 5

Um die ansetzbaren Drehfedern zu ermitteln wurden die gemessenen Eigenformen mit denen eines FE-Modells verglichen. Dabei wurde für das Modell bislang eine konstante Steifigkeitsverteilung angenommen. Anhand der Abbildungen 15 bis 18 soll der Zusammenhang zwischen dem Rissbild und der ermittelten Drehfeder näher erläutert werden.

Abbildung 15 zeigt die Laststufe L1 - P0,5. Über den Abgleich der Eigenformen wurde, wie zuvor beschrieben, eine Drehfeder von 10 MNm/(m·rad) ermittelt (vgl. auch Kapitel 3.2.2). Unter Ansatz dieser Federsteifigkeit ergibt sich für die erste Laststufe der zweiten Versuchsphase ein Momentenverlauf wie in 15 a) dargestellt. Dabei wird das rechnerische Rissmoment in Feldmitte überschritten. Wie zu erwarten reißt dabei der Probekörper. Der zuvor vom Beton getragene Zugkeil

wird von der Bewehrung aufgenommen. Dabei stellte sich das in Abbildung 15.1 b) dargestellte Rissbild ein. Das rechnerische Rissbild passt hier mit den dokumentierten Rissen überein. In Abbildung 15 c) wurde eine vereinfachte Steifigkeitsverteilung (in Abhängigkeit zum ungerissenen Querschnitt) angenommen, welche dem Rissbild nachempfunden ist. Es wurde neben dem tatsächlichen Rissbild auch die bekannten Momenten-Krümmungsbeziehungen genutzt, um realitätsnahe Werte abschätzen zu können. Unter Ansatz dieser Steifigkeitsverteilung wurde nun erneut die ansetzbare Drehfeder ermittelt. Auch hier wurde die gemessene Eigenform mit jener eines FE-Modells verglichen und die Einspannung des FE-Modells iterativ angepasst, bis die gemessenen und rechnerischen Eigenformen wieder möglichst genau übereinstimmten. Durch die reduzierte Steifigkeit in Feldmitte des statisch unbestimmten Systems, kommt es theoretisch zu Umlagerungen der Momente zur einspannten Seite hin. Dadurch reduziert sich ebenfalls – beim Abgleich mit einem FE-Modell mit reduzierter Steifigkeit – die rechnerische Drehfeder, da sich ein derartiger Einspannungszuwachs nicht in der gemessenen Eigenform widerspiegelt. Die Umlagerung der Momente infolge Rissbildung werden also durch eine geringe rechnerische Drehfeder kompensiert. Unter Ansatz der neuen Drehfedersteifigkeit und der dem Rissbild entsprechenden Steifigkeitsverteilung wird in Abbildung 15 d) die Momentenlinie erneut berechnet. Es zeigen sich hier kaum Unterschiede zu dem Momentenverlauf unter a). Das bedeutet, dass die Drehfeder, welche unter Berücksichtigung eines konstanten Steifigkeitsverlaufes ermittelt wurde, für den Ansatz einer linear elastischen Berechnung ausreichend genau ist. Bei nicht linearer Berechnung (Umlagerung der Momente infolge Rissbildung) muss die Drehfeder auch entsprechend ermittelt werden.

Es konnte gezeigt werden, dass das hier beschriebene Verfahren nahezu unabhängig von der Lastgeschichte der Platte ist, da hier stets eine dem vorhandenen Rissbild äquivalente Drehfeder berechnet wird.

Auch bei höheren Laststufen (siehe Abbildung 16 bis 18) bei denen die Rissbildung deutlich fortgeschrittener ist, ändern sich die Momentenverläufe der linear-elastischen Berechnungen in a) nicht gegenüber denen der Berechnungen unter Berücksichtigung der rissbedingten Steifigkeitsreduzierung in d).

**Laststufe: L1 - P0,5**

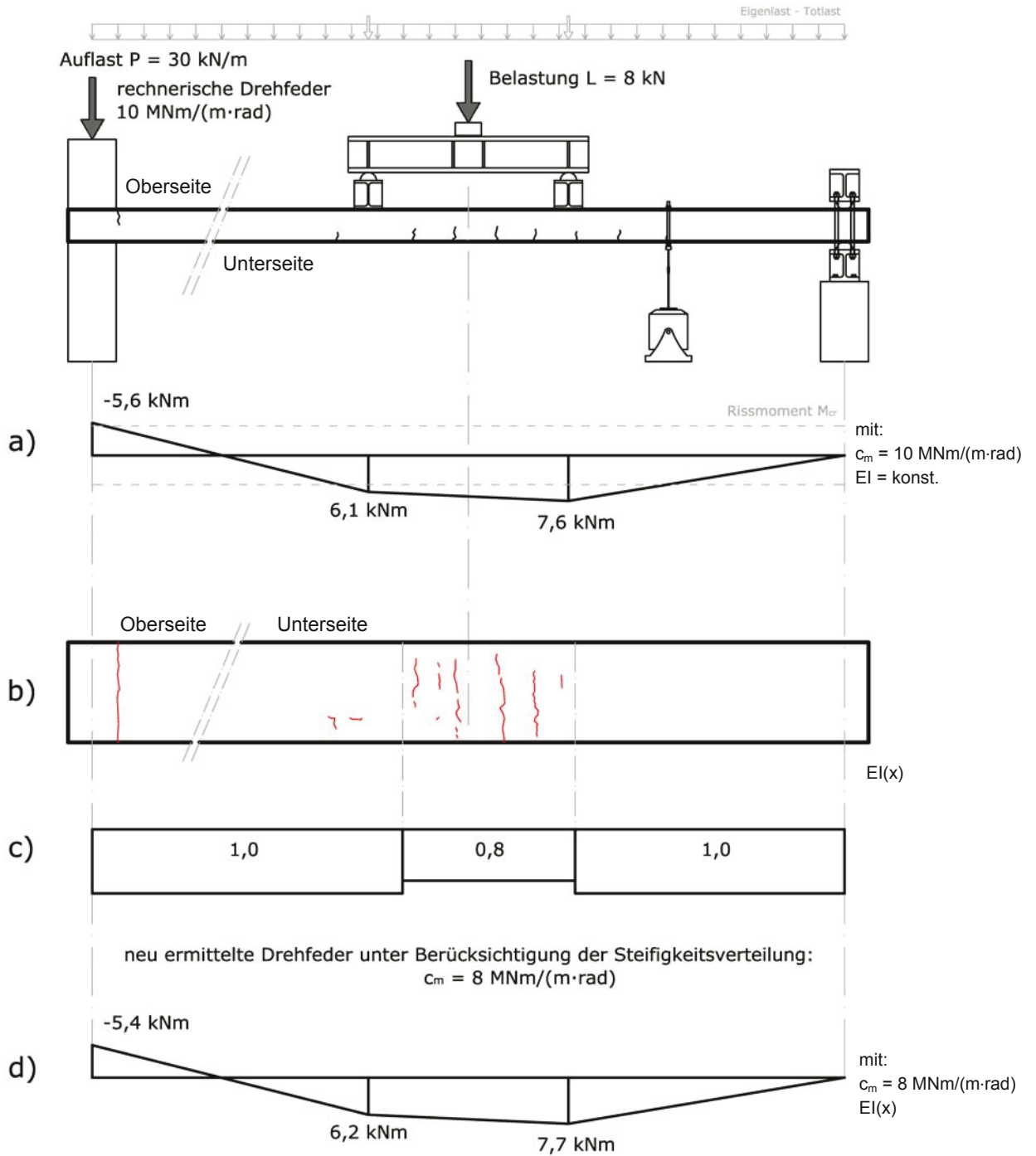


Abbildung 15: Auswirkung der Steifigkeitsverteilung auf die Momentenverläufe in Laststufe L1 - P0,5 des Probekörpers 5

**Laststufe: L2 - P0,5**

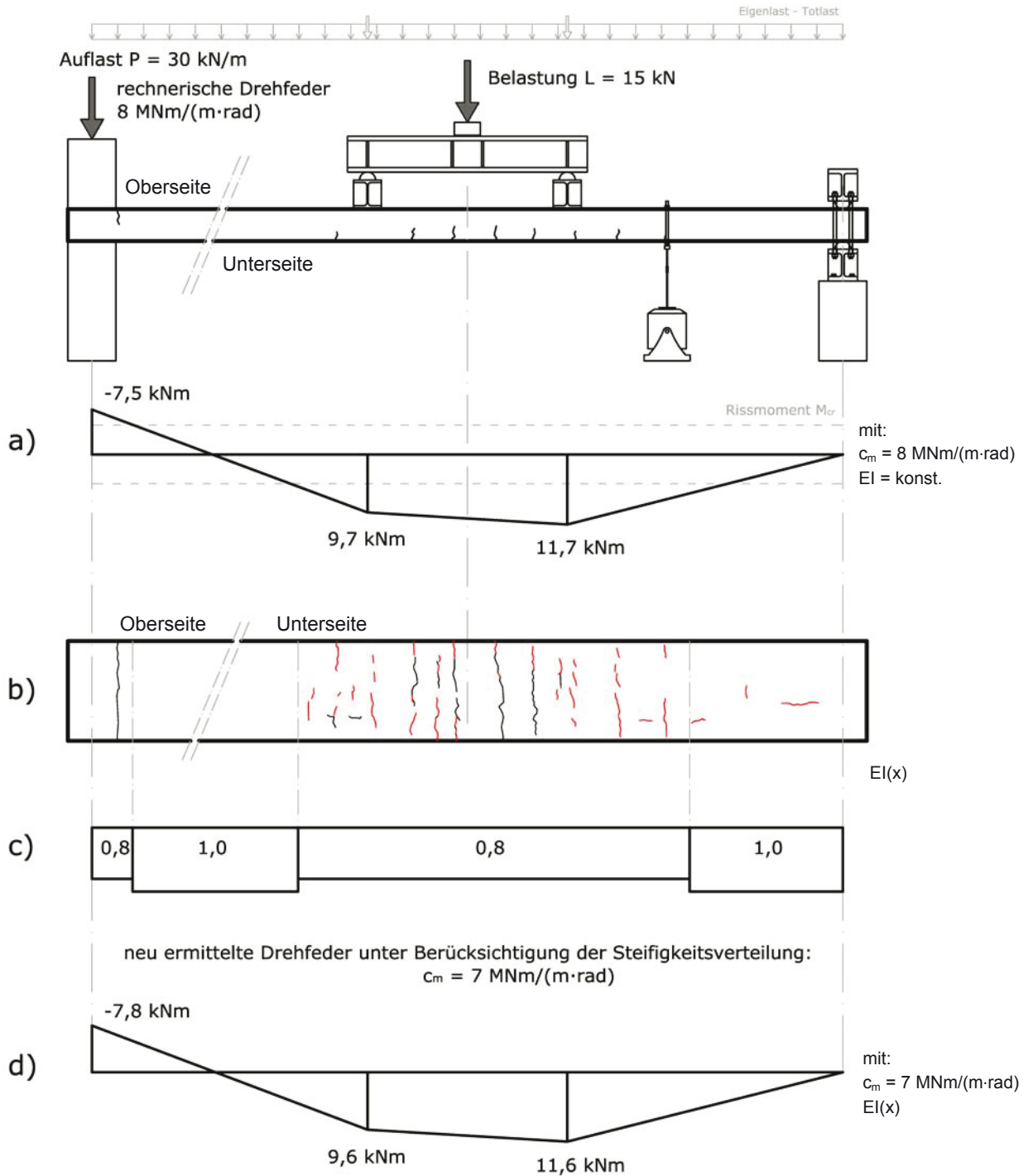


Abbildung 16: Auswirkung der Steifigkeitsverteilung auf die Momentenverläufe in Laststufe L2 - P0,5 des Probekörpers 5

**Laststufe: L3 - P0,5**

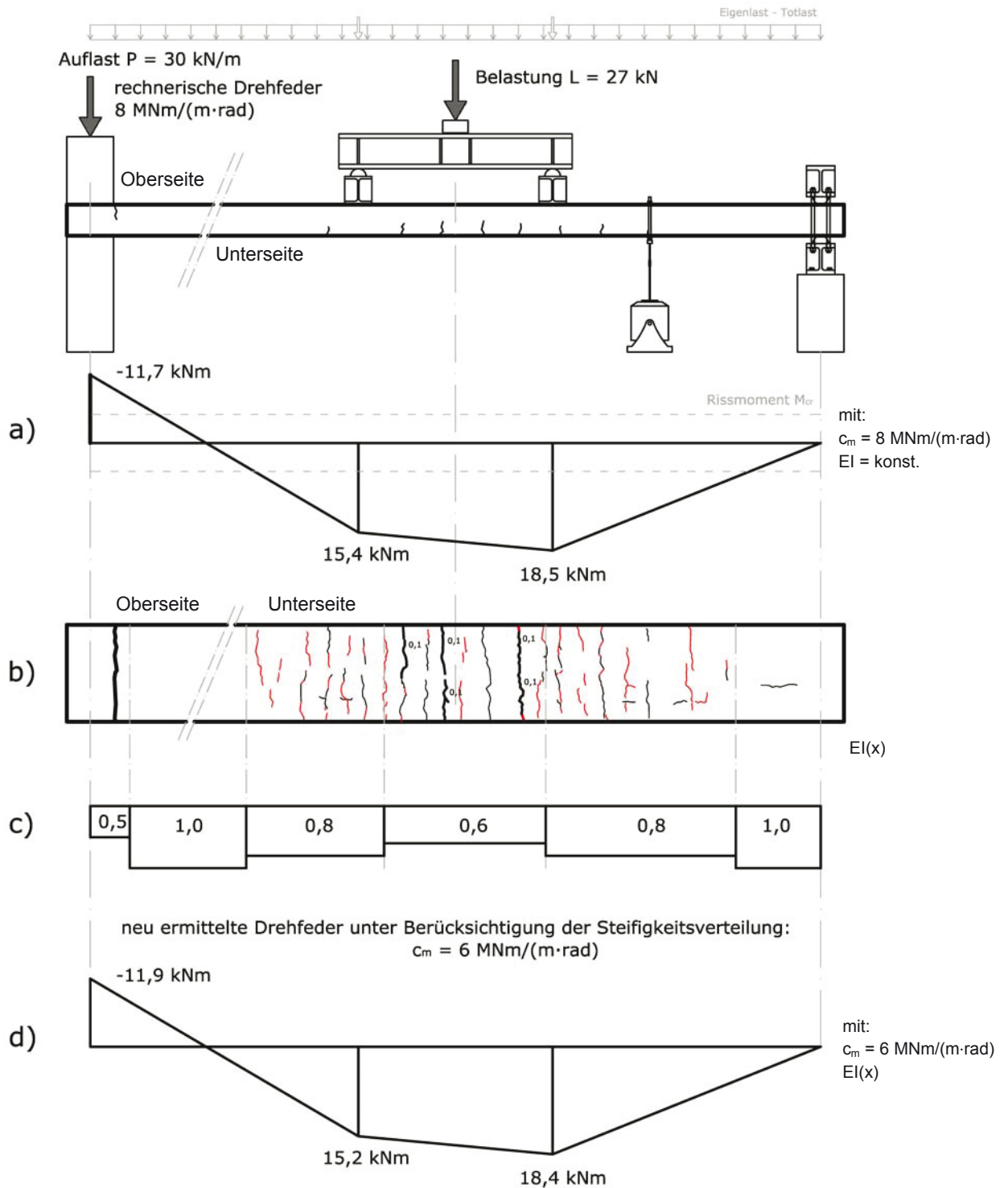


Abbildung 17: Auswirkung der Steifigkeitsverteilung auf die Momentenverläufe in Laststufe L3 - P0,5 des Probekörpers 5



**Laststufe: L4 - P0,5**

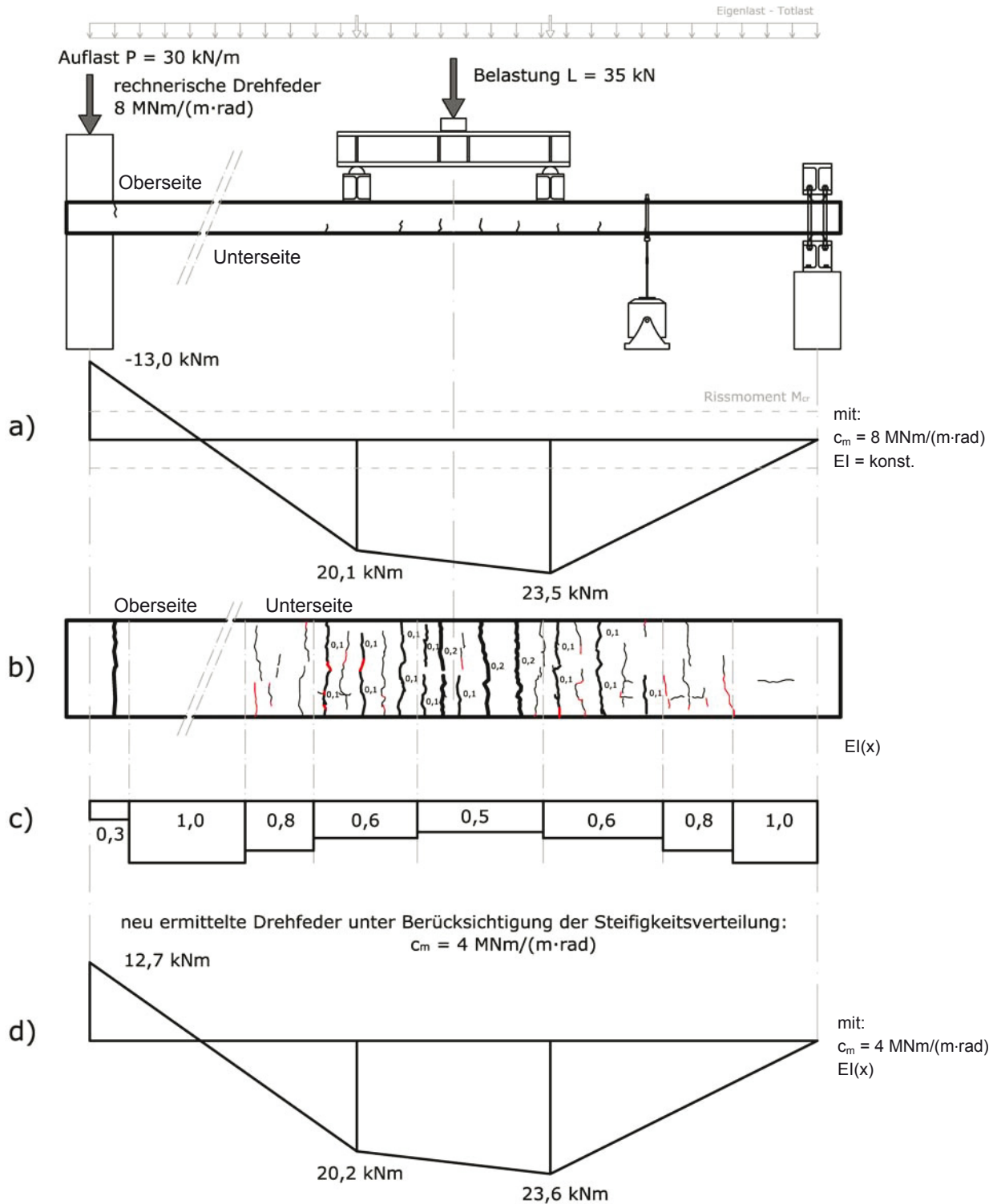


Abbildung 18: Auswirkung der Steifigkeitsverteilung auf die Momentenverläufe in Laststufe L4 - P0,5 des Probekörpers 5

### 3.2.4 Bruchzustand

Nach der sukzessiven Belastung der Probekörper und der anschließenden Ermittlung der modalen Parameter werden die Probekörper soweit belastet, bis keine weitere Last mehr aufgenommen werden kann. Es ist zu erkennen, dass die Seilwirkung der Armierung dabei nicht verloren geht. Zwar kann ab einem gewissen Zeitpunkt die Last nicht weiter gesteigert werden, doch es kommt zu keinem schlagartigen Versagen. Dieses Verhalten ist auf die hohe Duktilität des Baustahls zurückzuführen. Zur Einspannung der Probekörper wurde vor der mittigen Belastung die Auflast P entsprechend der Tabelle im Anhang 3 aufgebracht. Die Steigerung der Auflast während der mittigen Belastung wurde dokumentiert.

Im Folgenden sollen die erzielten Bruchlasten für die Probekörper 1 und 4 rechnerisch nachvollzogen werden. Diese Probekörper wurden ohne Auflast am linken Auflager sukzessive belastet. Dafür wurde für den Bruchzustand die Einspannkonstruktion am linken Auflager zurückgebaut.

Abbildung 19 zeigt den Probekörper 1 und seinen Belastungszustand. Anhand der gemessenen Beton- und Stahlkenngrößen wurde ein mittleres aufnehmbares Moment in Abhängigkeit der Armierung errechnet (gestrichelte Linie). Das aufnehmbare Moment in Feldmitte von 36,1 kNm, das exemplarisch in der Berechnung des Anhang 5 aufgeführt ist, wird rechnerisch bei einer Belastung  $L = 46,0$  kN (reine Pressenlast) erreicht. Es wurden dabei Eigenlasten des Probekörpers und der Lasttraverse berücksichtigt.

Für den Bruchzustand wurde eine Pressenlast von 47,5 kN gemessen. Bei dieser Last fing der Armierungsstahl in Feldmitte an zu fließen - Bei Erhöhung des Zylinderwegs stieg der Durchhang des Trägers an, ohne dass eine weitere Lasterhöhung gemessen wurde.

Es wurde so gezeigt, dass der Probekörper 1 hinsichtlich seiner Bruchlast rechnerisch gut erfasst werden konnte.

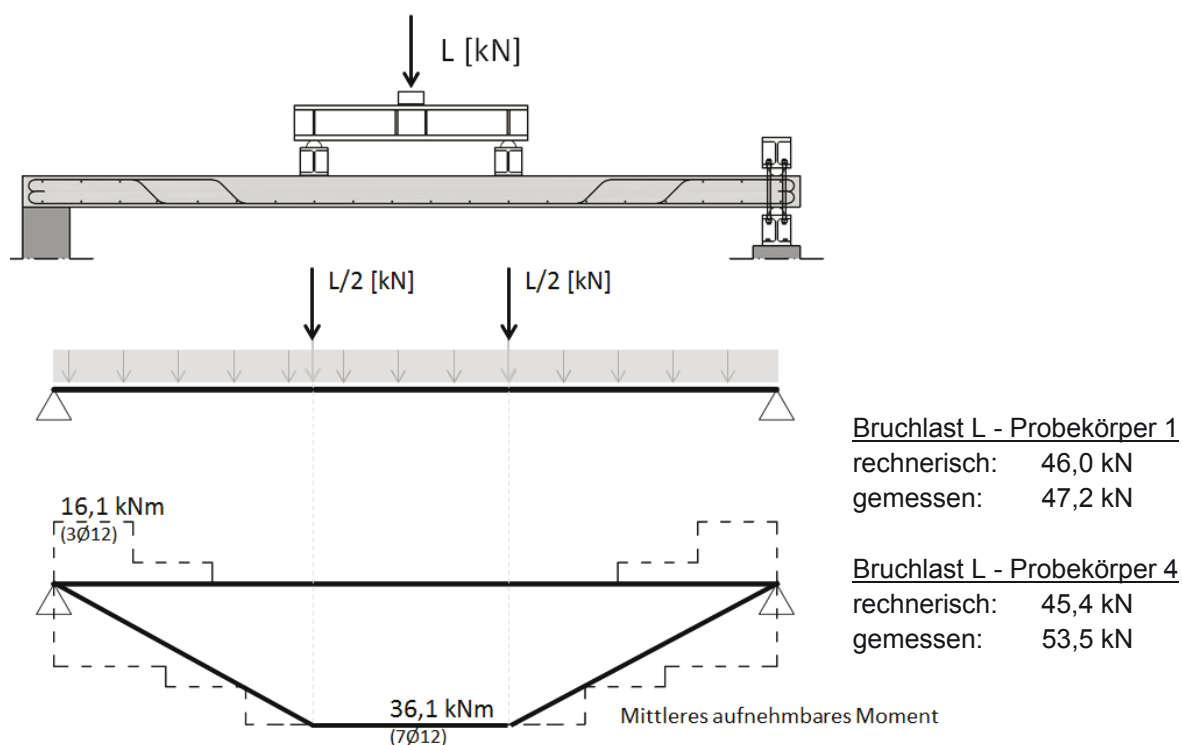


Abbildung 19: Bruchzustand des Probekörpers 1

Für den Probekörper 4 wurde eine vergleichbare aufnehmbare Pressenlast ( $L = 45,4 \text{ kN}$ ) berechnet. Es wurde hier eine Pressenlast von  $53,5 \text{ kN}$  aufgenommen, ehe eine Laststeigerung nicht mehr möglich war. Diese leichte Erhöhung der Tragfähigkeit (Bruchzustand) kann auf Materialstreuungen, sowie auf die günstig wirkende Lagerung zurückgeführt werden. Gegenüber dem Probekörper 1 wurde der Probekörper 4 auf Mauerwerk gelagert. Durch die geringere Steifigkeit des Mauerwerks gegenüber den Betonblöcken verringert sich die Stützweite geringfügig. Dieser Effekt wurde bei der Berechnung der aufnehmbaren Pressenlast nicht berücksichtigt.

Bei den Probekörper 2–3, 5–7 sowie 8–9 wurde durch Auflast am linken Auflager eine Einspannung erzeugt. Geht man bei der Nachrechnung der Bruchlast davon aus, dass es sich hierbei um eine volle Einspannung handelt, würde das rechnerisch aufnehmbare Biegemoment am linken Auflager schnell überschritten werden (vgl. Abbildung 20 oberes Momentenbild). Durch Rissbildung am linken Auflager wird das Drehvermögen zunehmend gesteigert, wodurch Momente von der Einspannung hin zur Feldmitte umgelagert werden können. Dieser Effekt wurde rechnerisch durch den Ansatz einer Drehfeder berücksichtigt. Diese wurde so groß gewählt, dass das aufnehmbare Moment von  $16,1 \text{ kNm}$  (für Probekörper 2 und 3) nicht überschritten wurde. Der rechnerische Bruchzustand ist also dann erreicht, wenn sowohl an der Einspannung als auch in Feldmitte das durch die Armierung aufnehmbare Moment erreicht ist. Rechnerisch ergab sich für den Bruchzustand eine Belastung von  $L = 55,5 \text{ kN}$  für die Probekörper 2–3. Es wurde  $L = 60,9 \text{ kN}$  für Probekörper 2 und  $L = 62,9 \text{ kN}$  für Probekörper 3 gemessen. Auch hier konnte der tatsächliche Bruchzustand rechnerisch

gut erfasst werden. Darüber hinaus wurde deutlich, dass die Auflast am Auflager zu einer Einspannung und so zu einer höheren Bruchlast gegenüber der des Probekörpers 1 führt. Die Ergebnisse der Probekörper 1 - 9 sind in Abbildung 21 zusammengefasst.

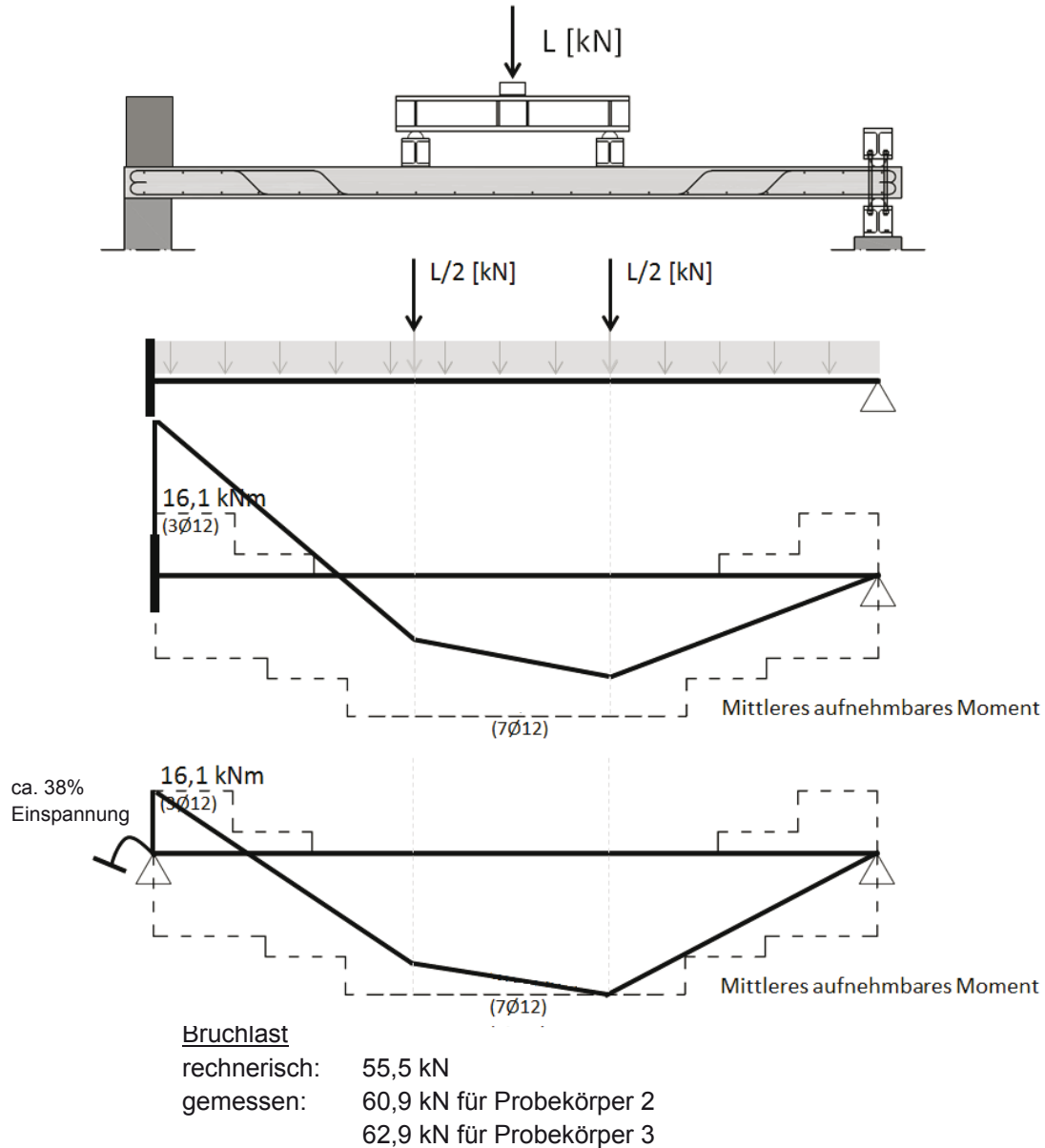
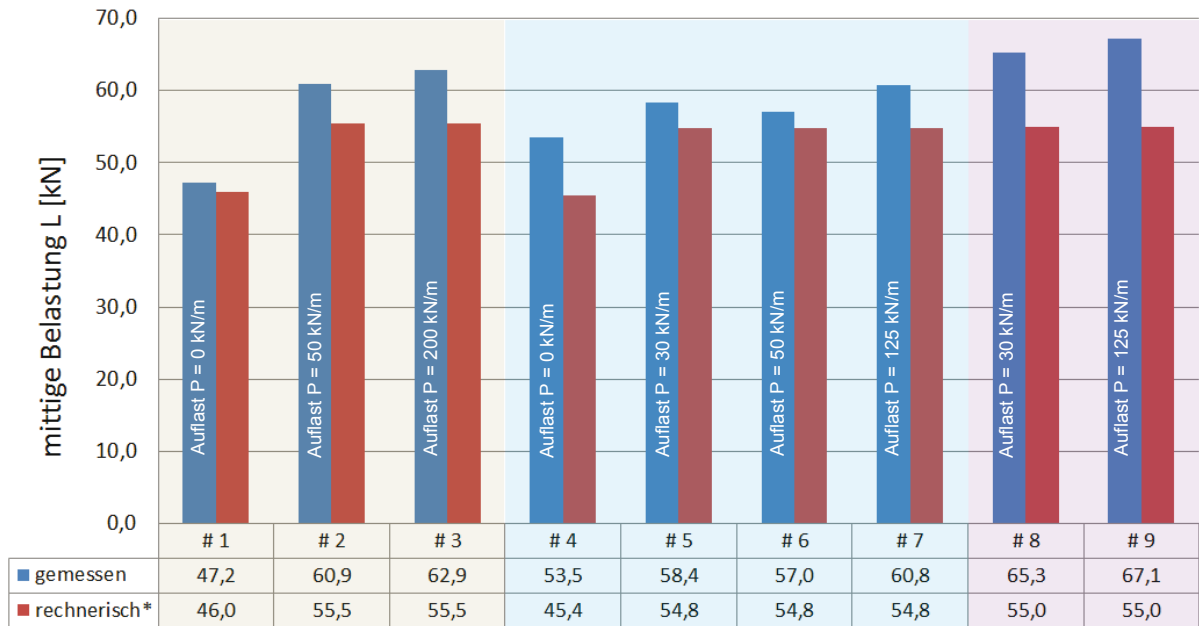


Abbildung 20: Bruchzustand / Momentenumlagerung der Probekörper 2 und 3



\*Das Gewicht der Lasttraverse sowie das Eigengewicht der Probekörper wurden rechnerisch berücksichtigt

Abbildung 21: Gemessener und rechnerischer Bruchzustand als Pressenlast L [kN]

Abbildung 21 zeigt, dass die rechnerisch aufnehmbare Kraft (Bruchzustand) nach diesem vereinfachten Verfahren stets geringer ist als die gemessene aufnehmbare Kraft. Der Berechnung liegen die zuvor gemessenen mittleren Beton- und Stahlkenngrößen zugrunde (vgl. auch Anhang 1). Im Vergleich der Probekörper zueinander zeigt sich, dass die Tragfähigkeit mit zunehmender Auflast P und einhergehender Einspannung steigt. Die Probekörper ohne Auflast P bzw. ohne Einspannung (Probekörper 1 für die 1. Charge und Probekörper 4 für die 2. Charge) haben innerhalb ihrer Charge, sowohl rechnerisch als auch gemessen, die kleinste Tragfähigkeit. Auch wenn messtechnisch eine größere Behinderung der Verdrehung bzw. eine höhere Einspannung vorliegt, ist es sinnvoll für eine linear-elastische Berechnung keine höhere Einspannung anzusetzen als sie von der vorhandenen Bewehrung aufgenommen werden kann.

### 3.3 Unterschiede zwischen der Anregung mit Impulshammer und Shaker

Bei der Ermittlung der modalen Parameter, insbesondere der Eigenfrequenz, gibt es geringfügige Unterschiede zwischen der Anregung mit Impulshammer und mit Shaker. Abbildung 22 vergleicht die Übertragungsfunktionen je nach Anregung exemplarisch für den Lastfall: L0-P1 des Prüfkörpers 2. Es ist zu erkennen, dass die Eigenfrequenz, also jene Frequenz, bei der die Antwort der Struktur am größten ist, bei der Anregung mit dem Shaker etwas kleiner ist, als die bei der Anregung mit dem Impulshammer. Dieses typische Verhalten ist auf die unterschiedlich große Anregekraft zurückzuführen. Gegenüber der geringen eingetragenen Energie je Frequenzbereich durch den Impuls eines Hammerschlages (Anregung mit Impulshammer) ist die eingetragene Energie bei der

Anregung mit dem Shaker verhältnismäßig groß, da hier die einzelnen Frequenzen gezielt angeregt (swept sine) werden. Diese Abhängigkeit der Eigenfrequenz von der anregenden Kraft wird in [1] näher untersucht. Eine größere Anregekraft vermag während des Schwingvorgangs die Risse innerhalb der zu untersuchenden Struktur weiter zu öffnen. Dadurch erscheint diese weniger steif als bei kleiner Anregekraft – die Eigenfrequenz ist kleiner. Wie allerdings in Abbildung 23 zu erkennen ist, weichen die Eigenformen bei unterschiedlicher Anregeart nur sehr geringfügig voneinander ab. Das bedeutet, dass auch die rechnerischen Drehfedern nicht maßgeblich von der Anregeart abhängen.

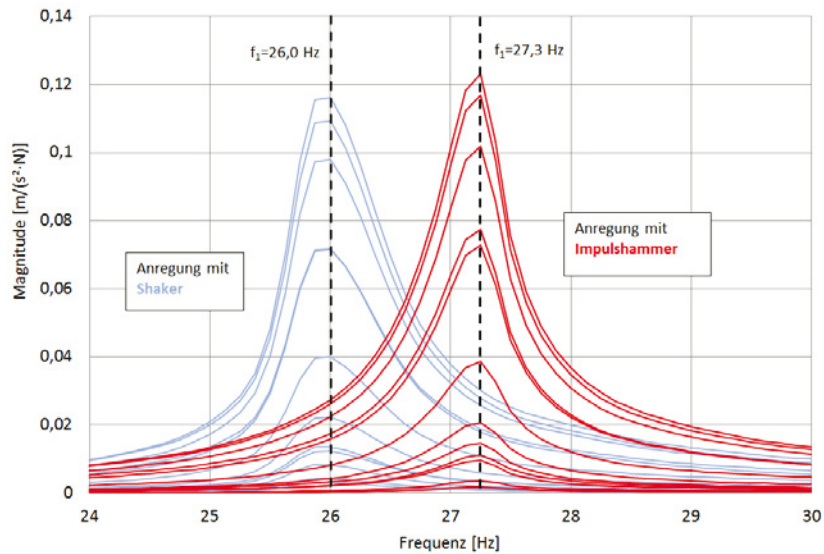


Abbildung 22: Übertragungsfunktionen bei unterschiedlicher Anregung – exemplarisch für den Probekörper 2; Lastfall L0-P1

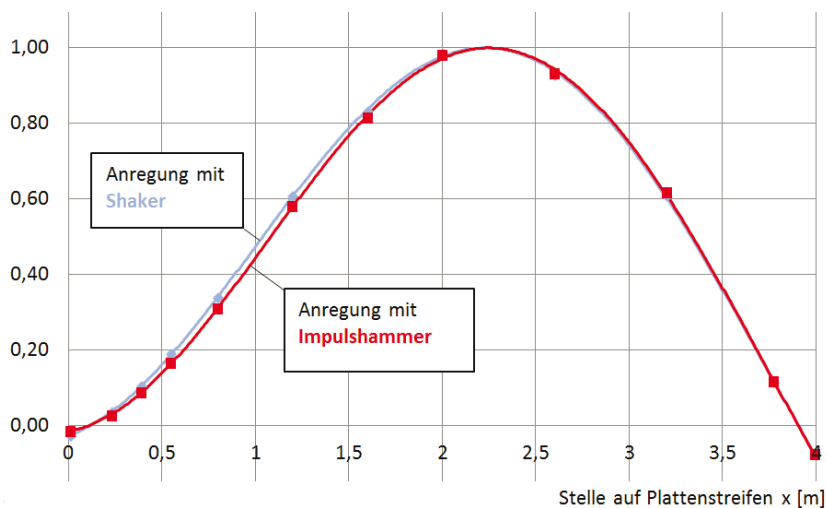


Abbildung 23: Eigenformen bei unterschiedlicher Anregung – exemplarisch für den Probekörper 2; Lastfall L0-P1

#### 4. Schlussbetrachtung

Durch das hier beschriebene Verfahren konnte gezeigt werden, dass Deckenplatten bei Auflasten eine Einspannung in das Außenmauerwerk aufweisen. Diese Einspannungen lassen sich durch Schwingungsmessungen bzw. durch den Verlauf der Biegeeigenformen bestimmen.

Dadurch konnte das notwendige Kriterium für den rechnerischen Ansatz einer Einspannung von Deckenplatten in Abhängigkeit der Auflast im Außenmauerwerk geschaffen werden. Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass derartige Einspannungen auch durch die baulichen Gegebenheiten aufgenommen werden müssen. Dies beinhaltet, neben der zureichenden Dimensionierung des Mauerwerks, auch das Vorhandensein einer ausreichenden Bewehrung in der oberen Lage (konstruktive Einspannbewehrung) und einem ausreichenden Betonquerschnitt an der Unterseite.

Bei historischen Decken ist die konstruktive Einspannbewehrung oftmals in genügendem Maße vorhanden. Bereits in der ersten Eisenbetonbestimmung von 1925 [5] wurde erwähnt, dass bei Ansatz einer freien Auflagerung im Mauerwerk die unbeabsichtigte Einspannung durch konstruktive Maßnahmen genügend abgedeckt sein muss. Üblicherweise wurden dafür 50% der Feldbewehrung vor dem Auflager abgebogen, und in der oberen Lage über das Auflager geführt und verankert. Ähnliche Ansätze finden sich auch in [6]. Hier wurde empfohlen, für die unberücksichtigte Einspannung ein Stützmoment von 40% des Feldmomentes anzusetzen, *„...wenn über der betrachteten Decke mindestens ein normales Geschoß steht, das ebenfalls mit einer Eisenbetondecke abgeschlossen ist, oder wenn mindestens zwei normale Geschosse mit einer Eisen- oder Holzdecke darüber stehen“* (s. S. 71). Auch bei Rippendecken aus dieser Zeit wurde stets ein Endquerträger angeordnet, der über die Mauerwerkskante hinausragt, um für die Aufnahme des negativen Momentes an der Unterseite eine ausreichend Betondruckzone sicherzustellen. Nach dem Eurocode 2 [7] ist das durch die Bewehrung aufzunehmende Einspannmoment am Endauflager mit 15% des maximalen Feldmomentes zu berücksichtigen (in Deutschland 25%). Dieser Wert scheint unter Betrachtung der Versuchsergebnisse nicht all zu konservativ zu sein. Zwar könnten sich die bei größeren Einspannungen vorhandenen Stützmente durch Umlagerungen abbauen, doch wäre dies voraussichtlich mit stärkerer Rissbildung verbunden. Dies ist unmittelbar vor dem Auflager als nicht unerheblich zu betrachten. Auch sind die heute üblichen Bewehrungsstäbe aufgrund ihrer geringen Duktilität nur bedingt für solche Umlagerungen geeignet. Dem Autor sind aber derartige Schadensfälle nicht näher bekannt. Das ist darauf zurück zu führen, dass insbesondere bei moderneren Konstruktionen der einachsige Lastabtrag bei Decken eher selten ist. Es liegt also zumeist ein gutmütiges Tragverhalten vor. Ebenso werden die rechnerischen Nutzlasten bei üblichem Gebrauch nur selten erreicht. Bei den hier vorliegenden Versuchen im Labor wurde die Biegeschlankheit der Wände nicht abgebildet. Tatsächlich hat diese aber auch Einfluss auf ansetzbaren Drehfeder. Insbesondere durch den geringeren Elastizitätsmodul des Mauerwerks gegenüber dem des Betons, sowie die geringere Schlankheit heutiger Mauerwerke scheint bei modernen Bauten die konstruktive Abdeckung der nicht berücksichtigten Einspannung auszureichen.

Um die Drehfeder nach dem hier beschriebenen Verfahren ermitteln zu können, sind zuerst Analysen an der vorhandenen Baustruktur anzustellen. Dabei ist es notwendig durch entsprechende Untersuchungen die Biegesteifigkeit der Platte ausreichend genau abzuschätzen (Geometrie und Elastizitätsmodul). Je nach Gegebenheit sind Untersuchungen bezüglich der vorhandenen Bewehrung, des Mauerwerks und der verwendeten Baustoffe erforderlich. Zur Ausschaltung von Nebentragwirkungen kann es je nach System sinnvoll sein das zu untersuchende Tragwerk durch einen Sägeschnitt zu trennen. Im Anschluss müssen die modalen Eigenschaften der Platte untersucht werden. Hierfür ist neben der entsprechenden Messtechnik zur Erfassung der Antwort, wie zum Beispiel passende Beschleunigungssensoren, auch ein Schwingerreger erforderlich. Aus den modalen Eigenschaften lässt sich dann, wie beschrieben, die ansetzbare Drehfeder errechnen.

Die so ermittelte Drehfeder soll bei den Nachweisen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit angesetzt werden, um die rechnerische Tragfähigkeit von Stahlbetondecken zu erhöhen. Dabei ist der Bestand nach aktuellem Stand der Technik zu beurteilen. Anders als bei Belastungsversuchen, welche direkt die Tragfähigkeit experimentell beurteilen, müssen also hier die üblichen statischen Berechnungen durchgeführt werden. Dabei sei erwähnt, dass durch den Ansatz einer Drehfeder die Querkraft steigt. Bei Platten sowie insbesondere beim Nachrechnen von bestehender Bausubstanz wird häufig der Nachweis geführt, dass aufgrund ausreichender Kornverzahnung, Dübelwirkung der Biegezugbewehrung und der Bogenwirkung des Druckbogens (Bogen-Zugband-Modell) eine hinreichende Tragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung vorhanden ist. Dieser Nachweis muss auch infolge der gestiegenen Querkraft, durch den Ansatz der Drehfeder, erfüllt sein. Wie bereits oben erwähnt muss auch die Platte selbst in der Lage sein das errechnete Stützmoment zu tragen. Dafür muss eine ausreichende Einspannbewehrung und genügend große Betondruckzone auf der Unterseite des Querschnitts (insbesondere bei Rippendecken) vorhanden sein. Abschließend muss das ansetzbare Stützmoment auch rechnerisch von dem angrenzenden Bauteil, also dem Außenmauerwerk, aufgenommen werden können.

Für die Validierung des Verfahrens sind noch weitere Untersuchungen erforderlich. Aufgrund der komplexen Zusammenhänge des Wand-Decken-Knotens konnte im Rahmen der Forschungsarbeit kein vollständiges Bemessungskonzept für das Verfahren erarbeitet werden. Es wurden allerdings die wesentlichen Grundlagen dafür geschaffen. Die notwendigen Zusammenhänge zwischen der Drehfeder, welche durch die Einbindung von Platten in das Außenmauerwerk entsteht, und den modalen Parametern konnten in diesem Zusammenhang ausreichend hergestellt werden. Für die konkrete Bemessung mithilfe experimentell gewonnener Daten sind allerdings ein deutlich größerer Stichprobenumfang sowie die Erprobung in der Praxis notwendig. Bei den beschriebenen Versuchen konnten die notwendigen Zusammenhänge bereits im Labor erarbeitet werden. Die Prüfeinrichtung wurde darauf ausgelegt eine Steigerung der Tragfähigkeit auf die Erhöhung der Einspannung am linken Auflager (infolge zunehmender Auflast) zurückzuführen. Daher wurde das rechte Auflager möglichst gelenkig ausgeführt. Eine derartige Lagerung ist in der Praxis natürlich nicht vorhanden. Dennoch ist es sinnvoll für die Validierung eines neuen Verfahrens möglichst definierte Systeme zu schaffen, um Veränderung auf entsprechende, veränderte Kenngröße zurückführen zu können. Aus



diesem Grund empfiehlt es sich auch je Versuchsreihe nur einen Parameter zu verändern. Bei der grundlegenden Erprobung des Verfahrens war es zielgerecht, dass durch die Prüfeinrichtung noch nicht abschließend die Realität wiedergespiegelt wurde.

Um das Verfahren in der Praxis anwenden zu können sind daher Untersuchungen außerhalb des Labors notwendig. Diese könnten beispielsweise begleitend zu Belastungsversuchen durchgeführt werden. Um das Verfahren mit einem ausreichenden Stichprobenumfang belegen zu können, was für die Erstellung eines Sicherheitskonzeptes unabdingbar ist, ist auch eine Parameterstudie durch komplexere Finite-Elemente-Methoden denkbar. Dadurch könnte der gesamte Wand-Decken-Knoten abgebildet werden. Gegebenenfalls wäre so auch die Anfertigung einer Tabelle zur ersten Abschätzung der ansetzbaren Drehfeder denkbar. Dieses konnte zeitlich bedingt nicht mehr im Rahmen dieses Forschungsvorhabens realisiert werden.

## Danksagung

An dieser Stelle möchten wir uns bei allen bedanken, die uns bei diesem Forschungsvorhaben begleiten. Unser Dank gilt dem Architekturbüro Steinberg & Koeppen, dem Ingenieurbüro Schmiegel & Denne sowie Gantert + Wiemeler Ingenieurplanung, die uns beratend zur Seite stehen. Ebenfalls bedanken möchten wir uns bei dem Fachbereich Bauingenieurwesen der TU Kaiserslautern für die gute Zusammenarbeit, die Bereitstellung der Labore und dem wertvollen fachlichen Austausch. Am Ende gebührt der Forschungsinitiative Zukunft Bau des Bauinstitutes für Bau-, Stadt- und Raumforschung großer Dank, durch deren Mittel dieser Forschungsbericht gefördert wird.

## Abbildungs- und Tabellenverzeichnis

- Abbildung 1: Erste normierte Eigenform eines Einfeldbalkens in Abhängigkeit des Einspanngrades am linken Auflager
- Abbildung 2: Vergleich der normierten Eigenformen in Abhängigkeit der Steifigkeitsverteilung und des Einspanngrades am linken Auflager
- Abbildung 3: Versuchsaufbau (Probekörper - grau hinterlegt)
- Abbildung 4: Bewehrungsskizze der Probekörper
- Abbildung 5: Gemessene Eigenfrequenzen mittels Impulshammers in Abhängigkeit der Auflast
- Abbildung 6: Gemessene Eigenformen mithilfe des Impulshammers des ersten Probekörpers der ersten Versuchsphase
- Abbildung 7a: Gemessene Eigenformen aller Laststufen der ersten Versuchsphase der Probekörper 1 – 3
- Abbildung 7b: Gemessene Eigenformen aller Laststufen der ersten Versuchsphase der Probekörper 4 - 7
- Abbildung 7c: Gemessene Eigenformen aller Laststufen der ersten Versuchsphase der Probekörper 8 - 9
- Abbildung 8a: Gemessene und rechnerische Eigenfrequenzen der ersten Charge in Abhängigkeit der Drehfeder
- Abbildung 8b: Gemessene und rechnerische Eigenfrequenzen der zweiten Charge in Abhängigkeit der Drehfeder
- Abbildung 8c: Gemessene und rechnerische Eigenfrequenzen der dritten Charge in Abhängigkeit der Drehfeder
- Abbildung 9: Exemplarische Darstellung der ersten drei Eigenformen ermittelt mit Impulshammer des 1. Probekörpers der Laststufe L0 - P0
- Abbildung 10: Durchbiegungen infolge Einheitslast 1kN/m ermittelt mithilfe der Nachgiebigkeitsmatrix. Durchgezogene Linien wurden rechnerisch ermittelt; gestrichelte Linien - messtechnisch
- Abbildung 11: Gemessene Eigenfrequenzen (Impulshammer) aller Probekörper in Abh. der mittigen Belastung
- Abbildung 12: Gemessene Eigenformen und ermittelte Drehfedersteifigkeiten
- Abbildung 13: Durchbiegung–Belastung–Diagramm der Versuchsphase 2 des Probekörpers 5
- Abbildung 14: Risse [mm] der einzelnen Laststufen der Versuchsphase 2 des Probekörpers 5
- Abbildung 15: Auswirkung der Steifigkeitsverteilung auf die Momentenverläufe in Laststufe L1 - P0,5 des Probekörpers 5

- Abbildung 16: Auswirkung der Steifigkeitsverteilung auf die Momentenverläufe in Laststufe L2 - P0,5 des Probekörpers 5
- Abbildung 17: Auswirkung der Steifigkeitsverteilung auf die Momentenverläufe in Laststufe L3 - P0,5 des Probekörpers 5
- Abbildung 18: Auswirkung der Steifigkeitsverteilung auf die Momentenverläufe in Laststufe L4 - P0,5 des Probekörpers 5
- Abbildung 19: Bruchzustand des Probekörpers 1
- Abbildung 20: Bruchzustand / Momentenumlagerung der Probekörper 2 und 3
- Abbildung 21: Gemessener und rechnerischer Bruchzustand als Pressenlast L [kN]
- Abbildung 22: Übertragungsfunktionen bei unterschiedlicher Anregung – exemplarisch für den Probekörper 2; Lastfall L0-P1
- Abbildung 23: Eigenformen bei unterschiedlicher Anregung – exemplarisch für den Probekörper 2; Lastfall L0-P1
- Tabelle 1: Ermittelte Drehfedersteifigkeit aller Probekörper in der ersten Versuchsphase (Eigenformen mittels Impulshammer ermittelt)
- Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf exemplarisch für Probekörper 1 (Versuchsphase 1)

## Literatur

- [1] Waltering, M.: Damage Assessment of Civil Engineering Structures and Bridges using Nonlinear Dynamic Characteristics. Diss., Aachen: Shaker, 2009.
- [2] Strauss, A., Bergmeister, K., Wendner, R. and Hoffmann, S.: System- und Schadensidentifikation von Betontragstrukturen, in Betonkalender – 2009, Band 2, Kapitel VII, Ernst & Sohn, Berlin, 2009
- [3] Haag, B.: Schadensidentifikation mit modalen Parametern. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruher Reihe - Massivbau Baustofftechnologie Materialprüfung, Heft 78
- [4] Maeck, J.: Damage Assessment of Civil Engineering Structures by Vibration Monitoring, Department of Civil Engineering, K.U Leuven, Belgium, 2003
- [5] DIN 1045:1925-09: Bestimmung für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton
- [6] Bayerl, R.: Praktisches Konstruieren von Eisenbetonhochbauten, Verlag von Julius Springer, Wien, 1930
- [7] DIN EN 1992-1-1:2011-01: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau
- [8] Weisleder, F.; Waltering, M.: Zustandsbewertung von Stahlbetonbauteilen mithilfe der dynamischen Eigenschaften; Tagungsband zum 8. Symposium "Experimentelle Untersuchungen von Baukonstruktionen", Technische Universität Dresden, 2015
- [9] Ebert, M.: Experimentelle und numerische Untersuchung des dynamischen Verhaltens von Stahlbetontragwerken unter Berücksichtigung stochastischer Eigenschaften. Diss. Universität Weimar, 2001
- [10] Institut für Baustoffe, Werkstoffchemie und Korrosion der ETH Zürich (IBWK ETHZ): Werkstoffeigenschaften, ETH Zürich, 2002

**Anhang 1**

Probekörper 1			
<b>Druckfestigkeit nach EN 12390-3</b>		<b>Überprüfung der Konformität nach DIN EN 206-1</b>	
Stichprobenumfang n (Anzahl der Würfel)	3 [-]	Kriterium 1:	$f_{cm} > f_{ck} + 4$
Probenalter	35 Tage	Kriterium 2:	$f_{cmin} > f_{ck} - 4$
<u>Ergebnisse:</u>	fc [MPa]	Faktor	fc,cube
Probe 1:	33,8	0,92	31,1
Probe 2:	36,7	0,92	33,7
Probe 3:	32,8	0,92	30,1
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	Mittelwert (fcm,cube)	31,5
	Standartabweichung s	kleinster Wert (fcm,cube)	30,1
		Standartabweichung s	1,9
	<b>Mittelwert (arithmetisches Mittel x) 34,5</b>		
	<b>Standartabweichung s 2,0</b>		
		<b>C 20/25</b>	
<b>Spaltzugfestigkeit nach EN 12390-6</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]		
Probenalter	35 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]		
Probe 1:	2,45		
Probe 2:	2,75		
Probe 3:	2,75		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	<b>2,6</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>0,2</b>		
<b>E-Modul nach EN 12390-13</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]		
Probenalter	35 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]		
Probe 1:	25300		
Probe 2:	25400		
Probe 3:	25100		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	<b>25269,0</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>131,9</b>		
<b>Gesamtmasse des Probekörpers unmittelbar nach der Prüfung</b>			
m = 732 kG			
$\gamma = 22,4 \text{ kN/m}^3$			

Probekörper 2			
<b>Druckfestigkeit nach EN 12390-3</b>		<b>Überprüfung der Konformität nach DIN EN 206-1</b>	
Stichprobenumfang n (Anzahl der Würfel)	3 [-]	Kriterium 1:	$f_{cm} > f_{ck} + 4$
Probenalter	89 Tage	Kriterium 2:	$f_{cmin} > f_{ck} - 4$
<b>Ergebnisse:</b>	fc [MPa]	Faktor	fc,cube
Probe 1:	42,8	0,92	39,4
Probe 2:	37,9	0,92	34,9
Probe 3:	41,3	0,92	38,0
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	Mittelwert (f <sub>cm,cube</sub> )	37,4
	Standartabweichung s	kleinster Wert (f <sub>cmin,cube</sub> )	34,9
	<b>40,7</b>	Standartabweichung s	2,3
	<b>2,5</b>	<b>C 25/30</b>	
<b>Spaltzugfestigkeit nach EN 12390-6</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	2 [-]		
Probenalter	89 Tage		
<b>Ergebnisse:</b>	ft [MPa]		
Probe 1:	2,98		
Probe 2:	3,26		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	Standartabweichung s		
	<b>3,1</b>		
	<b>0,2</b>		
<b>E-Modul nach EN 12390-13</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	2 [-]		
Probenalter	89 Tage		
<b>Ergebnisse:</b>	ft [MPa]		
Probe 1:	24700		
Probe 2:	24500		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	Standartabweichung s		
	<b>24600</b>		
	<b>141,4</b>		
<b>Gesamtmasse des Probekörpers unmittelbar nach der Prüfung</b>			
m = 735 kg			
γ = 22,5 kN/m <sup>3</sup>			



Probekörper 4			
<b>Druckfestigkeit nach EN 12390-3</b>		<b>Überprüfung der Konformität nach DIN EN 206-1</b>	
Stichprobenumfang n (Anzahl der Würfel)	3 [-]	Kriterium 1:	$f_{cm} > f_{ck} + 4$
Probenalter	51 Tage	Kriterium 2:	$f_{cmin} > f_{ck} - 4$
<u>Ergebnisse:</u>	<u>fc [MPa]</u>	<u>Faktor</u>	<u>fc,cube</u>
Probe 1:	30,4	0,92	27,9
Probe 2:	30,4	0,92	27,9
Probe 3:	30,9	0,92	28,5
		Mittelwert (fcm,cube)	28,0
		kleinster Wert (fcm,cube)	27,9
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	Standartabweichung s	0,3
	<b>30,5</b>		
	<b>0,3</b>		
		<b>C 16/20</b>	
<b>Spaltzugfestigkeit nach EN 12390-6</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]		
Probenalter	51 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	<u>ft [MPa]</u>		
Probe 1:	2,35		
Probe 2:	2,15		
Probe 3:	2,25		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	<b>2,2</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>0,1</b>		
<b>E-Modul nach EN 12390-13</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]		
Probenalter	51 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	<u>ft [MPa]</u>		
Probe 1:	29900		
Probe 2:	28400		
Probe 3:	29100		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	<b>29131</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>731,1</b>		
<b>Gesamtmasse des Probekörpers unmittelbar nach der Prüfung</b>			
m = 727 kg			
γ = 22,3 kN/m³			

Probekörper 5			
<b>Druckfestigkeit nach EN 12390-3</b>		<b>Überprüfung der Konformität nach DIN EN 206-1</b>	
Stichprobenumfang n (Anzahl der Würfel)	1 [-]	Kriterium 1:	$f_{cm} > f_{ck} + 4$
Probenalter	58 Tage	Kriterium 2:	$f_{cmin} > f_{ck} - 4$
<u>Ergebnisse:</u>	fc [MPa]	Faktor	fc,cube
Probe 1:	32,6	0,92	30,0
		Mittelwert (fcm,cube)	30,0
		kleinster Wert (fcm,cube)	30,0
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	Standartabweichung s	-
	<b>32,6</b>		
	Standartabweichung s		
	-		
		<b>C 20/25</b>	
<b>Spaltzugfestigkeit nach EN 12390-6</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]		
Probenalter	58 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]		
Probe 1:	2,85		
Probe 2:	2,05		
Probe 3:	2,40		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	<b>2,4</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>0,4</b>		
<b>E-Modul nach EN 12390-13</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]		
Probenalter	58 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]		
Probe 1:	28400		
Probe 2:	27800		
Probe 3:	28800		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	<b>28311</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>488,5</b>		
<b>Gesamtmasse des Probekörpers unmittelbar nach der Prüfung</b>			
m = 729 kg			
$\gamma = 22,3 \text{ kN/m}^3$			



Tragfähigkeitsanalyse im Bestand mittels Schwingungsanalyse  
 Endbericht (SWD-10.08.18.7-16.28)

Probekörper 6			
<b>Druckfestigkeit nach EN 12390-3</b>		<b>Überprüfung der Konformität nach DIN EN 206-1</b>	
Stichprobenumfang n (Anzahl der Würfel)	2 [-]	Kriterium 1:	$f_{cm} > f_{ck} + 4$
Probenalter	72 Tage	Kriterium 2:	$f_{cmin} > f_{ck} - 4$
<u>Ergebnisse:</u>	fc [MPa]	Faktor	fc,cube
Probe 1:	30,6	0,92	28,1
Probe 2:	29,9	0,92	27,5
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	Mittelwert (fcm,cube)	28,0
	Standartabweichung s	kleinster Wert (fcm,cube)	27,5
	<b>30,5</b>	Standartabweichung s	0,4
	<b>0,5</b>	<b>C 16/20</b>	
<b>Spaltzugfestigkeit nach EN 12390-6</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	0 [-]		
Probenalter	72 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		-
	Standartabweichung s		-
<b>E-Modul nach EN 12390-13</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]		
Probenalter	72 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]		
Probe 1:	23800		
Probe 2:	23600		
Probe 3:	22300		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		<b>23230</b>
	Standartabweichung s		<b>778,9</b>
<b>Gesamtmasse des Probekörpers unmittelbar nach der Prüfung</b>			
m = 731 kG			
$\gamma = 22,4 \text{ kN/m}^3$			

Probekörper 7			
<b>Druckfestigkeit nach EN 12390-3</b>		<b>Überprüfung der Konformität nach DIN EN 206-1</b>	
Stichprobenumfang n (Anzahl der Würfel)	3 [-]	Kriterium 1:	$f_{cm} > f_{ck} + 4$
Probenalter	80 Tage	Kriterium 2:	$f_{cmin} > f_{ck} - 4$
<b>Ergebnisse:</b>	<b>fc [MPa]</b>	<b>Faktor</b>	<b>fc,cube</b>
Probe 1:	32,5	0,92	29,9
Probe 2:	30,5	0,92	28,1
Probe 3:	34,7	0,92	31,9
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	Mittelwert (fcm,cube)	30,0
	Standartabweichung s	kleinster Wert (fcm,cube)	28,1
	<b>32,5</b>	Standartabweichung s	1,9
	<b>2,1</b>	<b>C 20/25</b>	
<b>Spaltzugfestigkeit nach EN 12390-6</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	0 [-]		
Probenalter	80 Tage		
<b>Ergebnisse:</b>	<b>ft[MPa]</b>		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		-
	Standartabweichung s		-
<b>E-Modul nach EN 12390-13</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]		
Probenalter	72 Tage		
<b>Ergebnisse:</b>	<b>ft [MPa]</b>		
Probe 1:	23100		
Probe 2:	21900		
Probe 3:	23900		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		<b>22965</b>
	Standartabweichung s		<b>1025</b>
<b>Gesamtmasse des Probekörpers unmittelbar nach der Prüfung</b>			
m = 733 kg			
$\gamma = 22,5 \text{ kN/m}^3$			

Probekörper 8				
<b>Druckfestigkeit nach EN 12390-3</b>			<b>Überprüfung der Konformität nach DIN EN 206-1</b>	
Stichprobenumfang n (Anzahl der Würfel)	3 [-]		Kriterium 1:	f <sub>cm</sub> > f <sub>ck</sub> + 4
Probenalter	41 Tage		Kriterium 2:	f <sub>cm, cube</sub> > f <sub>ck</sub> - 4
<u>Ergebnisse:</u>	fc [MPa]		Faktor	f <sub>cm, cube</sub>
Probe 1:	27,4		0,92	25,2
Probe 2:	28,8		0,92	26,5
Probe 3:	27,8		0,92	25,6
			Mittelwert (f <sub>cm, cube</sub> )	25,5
			kleinster Wert (f <sub>cm, cube</sub> )	25,2
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	<b>28,0</b>	Standartabweichung s	0,7
	Standartabweichung s	<b>0,7</b>	<b>C 16/20</b>	
<b>Spaltzugfestigkeit nach EN 12390-6</b>				
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]			
Probenalter	41 Tage			
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]			
Probe 1:	2,55			
Probe 2:	2,50			
Probe 3:	2,10			
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	<b>2,4</b>		
	Standartabweichung s	<b>0,2</b>		
<b>E-Modul nach EN 12390-13</b>				
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	3 [-]			
Probenalter	41 Tage			
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]			
Probe 1:	22700			
Probe 2:	22900			
Probe 3:	22900			
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	<b>22825</b>		
	Standartabweichung s	<b>145,3</b>		
<b>Gesamtmasse des Probekörpers unmittelbar nach der Prüfung</b>				
m = 737 kg				
γ = 22,6 kN/m³				

Probekörper 9			
<b>Druckfestigkeit nach EN 12390-3</b>		<b>Überprüfung der Konformität nach DIN EN 206-1</b>	
Stichprobenumfang n (Anzahl der Würfel)	6 [-]	Kriterium 1:	$f_{cm} > f_{ck} + 4$
Probenalter	50 Tage	Kriterium 2:	$f_{cmin} > f_{ck} - 4$
<u>Ergebnisse:</u>	fc [MPa]	Faktor	fc,cube
Probe 1:	29,3	0,92	26,9
Probe 2:	27,8	0,92	25,6
Probe 3:	27,7	0,92	25,5
Probe 4:	28,6	0,92	26,3
Probe 5:	27,4	0,92	25,2
Probe 6:	28,0	0,92	25,7
		Mittelwert (fcm,cube)	26,0
		kleinster Wert (fcm,cube)	25,5
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)	Standartabweichung s	0,6
	<b>28,0</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>0,7</b>		
		<b>C 16/20</b>	
<b>Spaltzugfestigkeit nach EN 12390-6</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	6 [-]		
Probenalter	50 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]		
Probe 1:	2,50		
Probe 2:	2,40		
Probe 3:	2,15		
Probe 4:	2,20		
Probe 5:	2,20		
Probe 6:	2,45		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	<b>2,3</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>0,2</b>		
<b>E-Modul nach EN 12390-13</b>			
Stichprobenumfang n (Anzahl der Zylinder)	6 [-]		
Probenalter	50 Tage		
<u>Ergebnisse:</u>	ft [MPa]		
Probe 1:	23700		
Probe 2:	24700		
Probe 3:	22600		
Probe 4:	23500		
Probe 5:	23600		
Probe 6:	24300		
	Mittelwert (arithmetisches Mittel x)		
	<b>23739</b>		
	Standartabweichung s		
	<b>749,3</b>		
<b>Gesamtmasse des Probekörpers unmittelbar nach der Prüfung</b>			
m = 726 kG			
γ = 22,3 kN/m³			

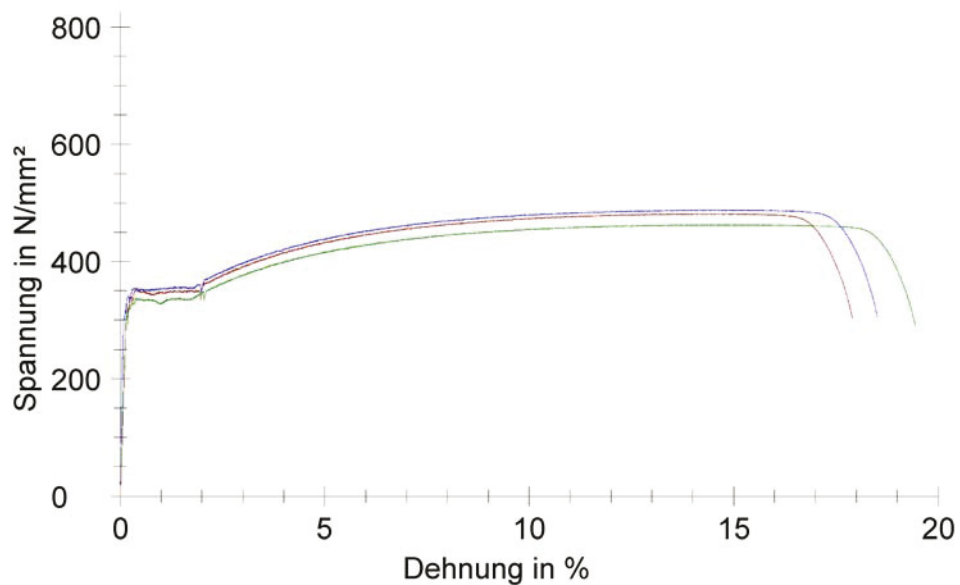
### Parametertabelle:

Kunde	:	Kraftaufnehmer	: Maschine
Prüfer	:	Wegaufnehmer	: Maschine
Prüfnorm	:	Probenhalter	: Maschine
Material	:	Maschinendaten:	Controller TT1000
			PistonStroke
			LoadCell 600 kN
			Extensometer

### Ergebnisse:

Nr	ID	Durchmesser d0 mm	S0 mm <sup>2</sup>	Rp 0.2 N/mm <sup>2</sup>	F bei Rp 0.2 N	ReH N/mm <sup>2</sup>	Fmax N	Rm N/mm <sup>2</sup>	EMod N/mm <sup>2</sup>
1	1	11,85	110,3	349	38464	342	53143	482	209059
2	2	12,1	115	336	38629	331	53248	463	184028
3	3	11,76	108,6	353	38367	344	53037	488	226811

### Seriengrafik:



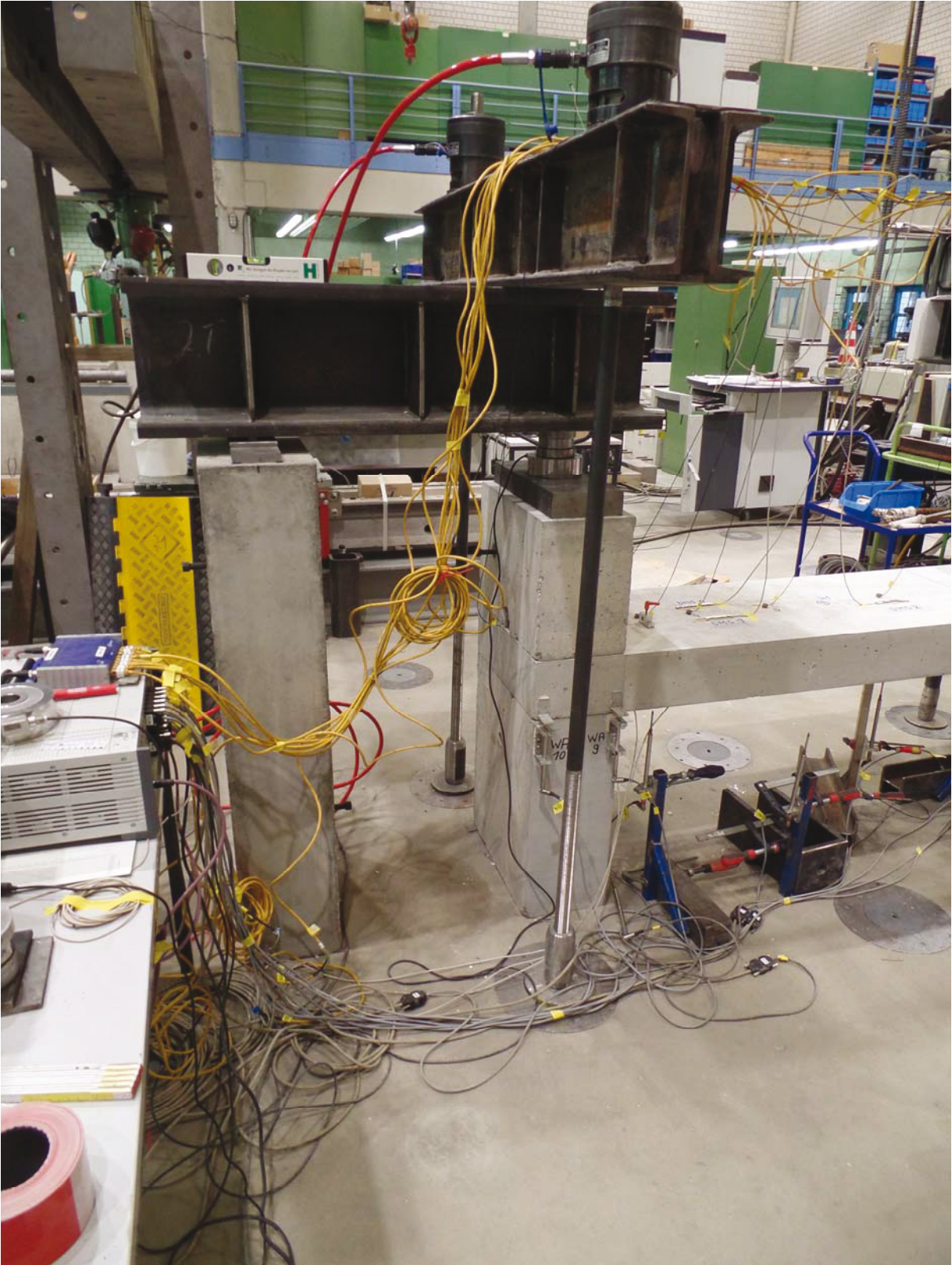
### Statistik:

Serie n = 3	Durchmesser d0 mm	EMod N/mm <sup>2</sup>	Fmax N	Rm N/mm <sup>2</sup>	ReH N/mm <sup>2</sup>
x	11,9	206632	53143	478	339
s	0,1762	21495	105	13	7
v	1,48	10,40	0,20	2,74	2,00

## Anhang 2



Anhang 2, Bild 1: Versuchsaufbau



Anhang 2, Bild 2: Einspannkonstruktion des linken Auflagers



Anhang 2, Bild 3: Elektrodynamischer Schwingerreger (Shaker)





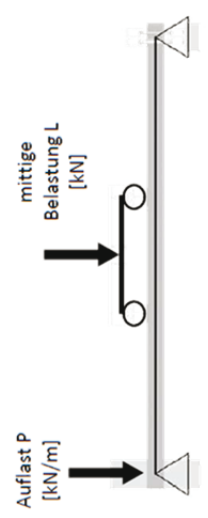
### Anhang 3

#### Laststufen

Probekörper	Auflager	Auflagertiefe	dynamisch relevante Betonkenngrößen	Versuchsphase 1			Versuchsphase 2		
				Bezeichnung	Belastung L [kN]	Auflast P [kN/m]	Bezeichnung	Belastung L [kN]	Auflast P [kN/m]
1	Stahlbetonblöcke (C12/15)	24cm	$E_{cm} = 24900 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P0	0	0	(0)	0	(0)
				LO-P1	0	50	L1-P0	8	0
				LO-P2	0	125	L2-P0	15	0
2	Stahlbetonblöcke (C12/15)	24cm	$E_{cm} = 24900 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P3	0	200	L3-P0	27	0
				LO-P0	0	0	L4-P0	35	0
				LO-P1	0	50	(LO-P1)	(0)	(50)
3	Stahlbetonblöcke (C12/15)	24cm	$E_{cm} = 24900 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P2	0	125	L1-P1	8	50
				LO-P3	0	200	L2-P1	15	50
				LO-P0	0	0	L3-P1	27	50
4	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	24cm	$E_{cm} = 25900 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P1	0	0	L4-P1	35	50
				LO-P2	0	125	(LO-P3)	(0)	(200)
				LO-P3	0	200	L1-P3	8	200
5	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	24cm	$E_{cm} = 25900 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P0	0	0	L2-P3	15	200
				LO-P1	0	50	L3-P3	27	200
				LO-P2	0	125	L4-P3	35	200
6	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	24cm	$E_{cm} = 25900 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P0	0	0	(LO-P0)	(0)	(0)
				LO-P1	0	30	L1-P0	8	0
				LO-P2	0	125	L2-P0	15	0
7	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	24cm	$E_{cm} = 25900 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P3	0	200	L3-P0	27	0
				LO-P0	0	0	L4-P0	35	0
				LO-P1	0	50	(LO-P0,5)	(0)	(30)
8	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	36cm	$E_{cm} = 23400 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P2	0	125	L1-P0,5	8	30
				LO-P3	0	200	L2-P0,5	15	30
				LO-P0	0	0	L3-P0,5	27	30
9	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	36cm	$E_{cm} = 23400 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P1	0	50	L4-P0,5	35	30
				LO-P2	0	125	(LO-P1)	(0)	(50)
				LO-P3	0	200	LX-P1*	16*	50
10	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	36cm	$E_{cm} = 23400 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P0	0	0	LX-P1*	30*	50
				LO-P1	0	50	LX-P1*	54*	50
				LO-P2	0	125	(LO-P2)	(0)	(125)
11	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	36cm	$E_{cm} = 23400 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P3	0	200	L1-P2	8	125
				LO-P0	0	0	L2-P2	15	125
				LO-P1	0	50	L3-P2	27	125
12	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	36cm	$E_{cm} = 23400 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P2	0	125	L4-P2	35	125
				LO-P3	0	200	(LO-P2)	(0)	(125)
				LO-P0	0	0	L1-P2	8	125
13	KS - Hohlblockstein (KS-E L/R p.16 DF 240) SFK 12, RDK 1,6	36cm	$E_{cm} = 23400 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 22,4 \text{ KN/m}^3$	LO-P1	0	50	L2-P2	15	125
				LO-P2	0	125	L3-P2	27	125
				LO-P3	0	200	L4-P2	35	125

**Versuchsphase 1:**  
 - variable Auflast P (bei jedem Probekörper gleich)  
 - keine mittige Belastung L = 0 kN

**Versuchsphase 2:**  
 - Auflast P stets gleich  
 (aber für jeden Probekörper einer Charge verschieden)  
 - stufenweise Erhöhung der mittigen Belastung L



(1) Es handelt sich bei dieser Laststufe in der zweiten Versuchsphase um keine erneut gemessene Laststufe. Sie ergibt sich aus der ersten Versuchsphase und ist für die zweite Versuchsphase der Vergleichswert

\* Diese Laststufen weisen eine unphysikalische Belastung auf, was auf eine fälschliche messtechnische Einstellung zurückzuführen ist

## Anhang 4

Fortsetzung Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf für Probekörper 2 (Versuchsphase 1)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m·rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix
L0-P0	0	4	
L0-P1	50	60	
L0-P2	125	$\infty$	
L0-P3	200	$\infty$	

Fortsetzung Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf für Probekörper 3 (Versuchsphase 1)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m·rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix
L0-P0	0	12	
L0-P1	50	400	
L0-P2	125	$\infty$	
L0-P3	200	$\infty$	

Fortsetzung Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf für Probekörper 4  
 (Versuchsphase 1)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m-rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix
L0-P0	0	2	
L0-P0,5	30	52	
L0-P1	50	132	
L0-P2	125	$\infty$	

Fortsetzung Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf für Probekörper 5  
 (Versuchsphase)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m·rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix
L0-P0	0	0	
L0-P0,5	30	10	
L0-P1	50	30	
L0-P2	125	$\infty$	

Fortsetzung Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf für Probekörper 6  
 (Versuchsphase)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m-rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix
L0-P0	0	0	
L0-P0,5	30	40	
L0-P1	50	130	
L0-P2	125	$\infty$	

Fortsetzung Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf für Probekörper 7  
 (Versuchsphase)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\varphi}$ [MNm/(m·rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix
L0-P0	0	1,6	
L0-P0,5	30	38	
L0-P1	50	88	
L0-P2	125	$\infty$	



Fortsetzung Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf für Probekörper 8  
 (Versuchsphase)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c_{\phi}$ [MNm/(m·rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix
L0-P0	0	2	
L0-P0,5	30	52	
L0-P1	50	132	
L0-P2	125	$\infty$	

Fortsetzung Tabelle 2: Ermittelte Drehfeder und schematischer Momentenverlauf für Probekörper 9  
 (Versuchsphase)

Laststufe	Auflast [kN/m]	ermittelte Drehfeder $c\varphi$ [MNm/(m·rad)]	rechnerischer Momentenverlauf [kNm/m] unter Einheitslast 1 kN/m ... — ...unter Berücksichtigung der ermittelten Drehfeder (rechnerisch mit FE-Programm) - - - ...aus 2-maligem Differenzieren der spaltenweise aufsummierten Nachgiebigkeitsmatrix
L0-P0	0	0	
L0-P0,5	30	10	
L0-P1	50	30	
L0-P2	125	$\infty$	

## Anhang 5

### Berechnung des aufnehmbaren Biegemoments von Probekörper 1

Abmessungen:

Breite b:	50 cm
Höhe h:	16 cm
stat. Nutzhöhe d:	14,4 cm

Baustoffkenngrößen

E-Modul Beton $E_{cm}$ :	24900 MN/m <sup>2</sup>
mittlere Zugfestigkeit $f_{ctm}$ :	2,4 MN/m <sup>2</sup>
mittlere Druckfestigkeit $f_{cm}$ :	34,5 MN/m <sup>2</sup>
Stahlquerschnitt $A_s$ :	7,92 cm <sup>2</sup>
E-Modul Stahl $E_s$ :	206000 MN/m <sup>2</sup>
mittlere Festigkeit $f_{ym}$ :	339 MN/m <sup>2</sup>

#### Zustand I: ungerissener Zustand

Rissmoment

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W = 2,4 \cdot \frac{0,5 \cdot 0,16^2}{6} \cdot 1000 = 5,12 \text{ kNm}$$

Krümmung beim Erreichen des Rissmoments

$$\frac{1}{r} = \frac{M_{cr}}{E_{cm} \cdot I} = \frac{0,00512}{24900 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,5 \cdot 0,16^3} = 1,205 \text{ ‰} \frac{1}{m}$$

#### Zustand II: gerissener Zustand

**1. Annahme:**  $\epsilon_c = -2,0 \text{ ‰}$

Stahldehnung:  $\epsilon_s = \frac{f_{ym}}{E_s} = \frac{339}{206000} \cdot 1000 = 1,646 \text{ ‰}$

aufnehmbare Stahlkraft  $F_s = f_{ym} \cdot A_s = 339 \cdot \frac{7,92}{10000} = 0,268 \text{ MN}$

Druckzonenhöhe  $x = \frac{|\epsilon_c|}{|\epsilon_c| + \epsilon_s} \cdot d = \frac{2}{2 + 1,646} \cdot 0,144 = 0,079 \text{ m}$

Kraft – Beton  $F_c = \alpha_R \cdot x \cdot b \cdot f_{cm} = \frac{2}{3} \cdot 0,079 \cdot 0,5 \cdot 34,5 = 0,908 \text{ MN} \neq F_c = 0,268 \text{ MN}$

mit:  $|\epsilon_c| \leq 2,0 \text{ ‰}: \alpha_R = \frac{|\epsilon_c| \cdot (6 - |\epsilon_c|)}{12}$   
 $|\epsilon_c| > 2,0 \text{ ‰}: \alpha_R = \frac{3 \cdot |\epsilon_c| - 2}{3 \cdot |\epsilon_c|}$

*Das horizontale Gleichgewicht ist nicht erfüllt.*

**2. Annahme:**  $\epsilon_c = -0,775 \text{ ‰}$

Druckzonenhöhe  $x = \frac{|\epsilon_c|}{|\epsilon_c| + \epsilon_s} \cdot d = \frac{0,775}{0,775 + 1,646} \cdot 0,144 = 0,046 \text{ m}$

Kraft – Beton:  $F_c = \alpha_R \cdot x \cdot b \cdot f_{cm} = 0,337 \cdot 0,046 \cdot 0,5 \cdot 34,5 = 0,268 \text{ MN} = F_c$

*Das horizontale Gleichgewicht ist erfüllt.*

Moment  $M_{II}$   $M_{II} = F_s \cdot (d - k_a \cdot x) = 0,268 \cdot (0,144 - 0,346 \cdot 0,046) \cdot 1000 = 34,4 \text{ kNm}$

mit:  $|\varepsilon_c| \leq 2,0 \text{ ‰}$ :  $k_a = \frac{8-|\varepsilon_c|}{4 \cdot (6-|\varepsilon_c|)}$   
 $|\varepsilon_c| > 2,0 \text{ ‰}$ :  $k_a = \frac{|\varepsilon_c| \cdot (3 \cdot |\varepsilon_c| - 4) + 2}{2 \cdot |\varepsilon_c| \cdot (3 \cdot |\varepsilon_c| - 2)}$

Krümmung  $1/r_{II}$

$$\frac{1}{r} = \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_s}{d} = \frac{0,775 + 1,646}{0,144} = 16,81 \text{ ‰} \frac{1}{m}$$

Zustand III: Stahl fließt

Dehnung – Beton  $\varepsilon_c = -3,5 \text{ ‰}$

aus Spannungsblock  $x = \frac{F_s}{\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cm}} = \frac{0,268}{0,8 \cdot 0,5 \cdot 1,0 \cdot 34,5} = 0,019 \text{ m}$

mit:  $\lambda = 0,8$  und  $\eta = 1,0$  für  $f_{ck} < 50 \text{ MN/m}^2$

Stahldehnung  $\varepsilon_s = \frac{|\varepsilon_c|}{x} \cdot (d - x) = \frac{3,5}{0,019} \cdot (0,144 - 0,019) = 22,41 \text{ ‰} > \varepsilon_s = 1,646 \text{ ‰}$   
**Stahl fließt**

Moment  $M_{III}$   $M_{III} = F_s \cdot (d - 0,5 \cdot x) = 0,268 \cdot (0,144 - 0,5 \cdot 0,019) \cdot 1000 = 36,1 \text{ kNm}$

Krümmung  $1/r_{III}$   $\frac{1}{r} = \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_s}{d} = \frac{3,5 + 22,41}{0,144} = 179,9 \text{ ‰} \frac{1}{m}$