Unidad 1. Operaciones algebraicas

Competencia de la Unidad

Realizar operaciones de polinomios utilizando las diferentes operaciones de números y las propiedades de potencia, para modelar situaciones en las cuales se use el lenguaje algebraico de los polinomios.

Relación y desarrollo

Séptimo grado

Unidad 4: Comunicación con símbolos
- Expresiones algebraicas
- Operaciones con expresiones algebraicas
- Representación de relaciones entre expresiones matemáticas

Unidad 5: Ecuaciones de primer grado
- Igualdad de expresiones matemáticas
- Ecuación de primer grado
- Aplicación de ecuaciones de primer grado

Octavo grado

Unidad 1: Operaciones algebraicas
- Operaciones con polinomios
- Aplicación de las expresiones algebraicas

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Métodos para resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas
- Aplicación de las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Noveno grado

Unidad 1: Multiplicación de polinomios
- Multiplicación de polinomios
- Productos notables
- Factorización

Unidad 3: Ecuación cuadrática
- Ecuación cuadrática
- Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Plan de estudio de la Unidad

Lección	Horas	Clases
1. Operaciones con polinomios	1	1. Comunicación con símbolos
	1	2. Definición de monomio, polinomio y grado
	1	3. Reducción de términos semejantes en un polinomio
	1	4. Suma y resta de polinomios
	1	5. Multiplicación de un polinomio por un número
	1	6. División de un polinomio por un número
	1	7. Operaciones combinadas de polinomios con división por un número
	1	8. Practica lo aprendido
	1	9. Multiplicación de un monomio por un monomio
	1	10. División de un monomio por un monomio
	1	11. Multiplicación y división combinadas de monomios con monomios
	1	12. Sustitución y valor numérico de polinomios
	2	13. Practica lo aprendido
2. Aplicación de las expresiones algebraicas	1	1. Suma de números consecutivos
	1	2. Suma de un número con su invertido
	1	3. Sumas de días del calendario
	1	4. Resolución de problemas utilizando polinomios
	2	5. Practica lo aprendido
	1	Prueba de la Unidad 1

20 horas clase + prueba de la Unidad 1

Puntos esenciales de cada lección

Lección 1: Operaciones con polinomios

A partir de las operaciones con monomios aprendidas en séptimo grado, se inicia con la introducción de las operaciones que involucran polinomios en algunos casos a partir de situaciones del entorno. Para facilitar la comprensión del desarrollo de las operaciones con polinomios se llevará la secuencia: conceptualización, reducción de términos semejantes, suma y resta y luego la multiplicación y división, primero por un número y luego por un monomio. Además, se determina el valor numérico de un polinomio, en este contenido se busca utilizar fórmulas matemáticas con el objetivo de que el estudiante se familiarice con ellas y conozca su significado.

Lección 2: Aplicación de las expresiones algebraicas

Luego de haber practicado las operaciones con polinomios, se busca modelar propiedades y características de los números mediante el uso de polinomios, así como resolver situaciones cotidianas. Entre las propiedades a modelar se tienen: suma de números consecutivos, suma de un número con su invertido, suma de números del calendario, etc.

1.1 Comunicación con símbolos

P

Efectúa las siguientes operaciones:

a) Valor numérico de $2z - 5$, si $z = 8$

b) $(3x - 5) \times (-2)$

c) $(-8 + 4a) \div 2$

d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

S

a) Valor numérico de $2z - 5$, si $z = 8$

Sustituyendo el valor de z:

$$2z - 5 = 2 \times 8 - 5$$
$$= 11$$

b) $(3x - 5) \times (-2)$

Multiplicando cada término de la expresión:

$$(3x - 5) \times (-2) = 3x \times (-2) - 5 \times (-2)$$
$$= -6x + 10$$

c) $(-8 + 4a) \div 2$

Efectuando la división:

$$(-8 + 4a) \div 2 = -8 \div 2 + 4a \div 2$$
$$= -4 + 2a$$
$$= 2a - 4$$

d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

Efectuando multiplicaciones y divisiones:

$$(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5) = -6y \div 3 + 15 \div 3 + 2x \times (-5) + 8 \times (-5)$$
$$= -2y + 5 - 10x - 40$$
$$= -10x - 2y - 35$$

1. Identifica los coeficientes y las variables en los siguientes términos:

a) $3x$ c: 3 v: x

b) $-6b$ c: -6 v: b

c) $-7mn$ c: -7 v: mn

2. Identifica los términos en las siguientes expresiones algebraicas:

a) $2x - 5$
T1: $2x$ y T2: -5

b) $7b - 3a - 1$
T1: $7b$, T2: $-3a$ y T3: -1

c) $2x + 7st - 4$
T1: $2x$, T2: $7st$ y T3: -4

3. Sustituye el valor de cada variable y determina el valor numérico de cada expresión algebraica.

a) $6a - 1$, si $a = 2$
$6(2) - 1 = 11$

b) $x - 4$, si $x = -5$
$-5 - 4 = -9$

c) $6y - 1$, si $y = \frac{1}{3}$
$6\left(\frac{1}{3}\right) - 1 = 1$

d) $2a + 4$, si $a = -\frac{3}{2}$
$2\left(\frac{-3}{2}\right) + 4 = 1$

4. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $(4x + 7) \times 2$
$8x + 14$

b) $(n - 5) \times 3$
$3n - 15$

c) $(3a + 2) \times (-4)$
$-12a - 8$

d) $(t - 5) \times (-3)$
$-3t + 15$

5. Realiza las siguientes divisiones:

a) $(8u + 24) \div 4$
$2u + 6$

b) $(-4n - 10) \div 2$
$-2n - 5$

c) $(9y + 3) \div (-3)$
$-3y - 1$

d) $(-15a - 5) \div (-5)$
$3a + 1$

6. Efectúa las siguientes operaciones y reduce términos semejantes:

a) $(-6y + 12) \div (-2) + (x + 5) \times 3$
$3x + 3y + 9$

b) $(-5y + 1) \times (-2) + (x - 8) \times 4$
$4x + 10y - 34$

Indicador de logro

1.1 Utiliza lo aprendido en séptimo grado para resolver operaciones con símbolos.

Secuencia

En la Unidad 4 de séptimo grado se trabajó por primera vez el contenido de comunicación con símbolos, donde se aprendió a representar situaciones mediante modelos matemáticos, determinar el valor numérico de una expresión y efectuar algunas operaciones con ellas. Con esta clase se busca que los estudiantes recuerden esos conocimientos para prepararlos a la introducción de nuevos contenidos.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Recordar procesos aprendidos en séptimo grado. Determinar el valor numérico de una expresión y realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división de expresiones algebraicas con un número.

Ⓡ Desarrollar problemas de la misma naturaleza que los planteados en el Problema inicial; se retoman otros que implican procesos ya estudiados en séptimo grado, por ejemplo: identificar elementos de una expresión algebraica.

Posibles dificultades:
Es la primera clase del año lectivo y es posible que los estudiantes hayan olvidado lo que aprendieron o en casos extremos que no comprendieran los procesos cuando estudiaron esos contenidos; en ambas situaciones será necesario que se dé una retroalimentación de los procesos a realizar u organizar el trabajo por parejas o equipos de tres para que juntos vayan recordando lo aprendido.

Fecha: **U1 1.1**

Ⓟ Efectúa las operaciones:

a) Valor numérico de $2z - 5$, si $z = 8$
b) $(3x - 5) \times (-2)$
c) $(-8 + 4a) \div 2$
d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5)$

Ⓢ a) Sustituyendo el valor de z:
$2z - 5 = 2 \times 8 - 5 = 11$
b) $(3x - 5) \times (-2) = -6x + 10$
c) $(-8 + 4a) \div 2 = 2a - 4$
d) $(-6y + 15) \div 3 + (2x + 8) \times (-5) = -10x - 2y - 35$

Ⓡ 3. a) $6a - 1$, si $a = 2$
$6 \times 2 - 1 = 12 - 1 = 11$
c) $6y - 1$, si $y = \frac{1}{3}$
$6 \times \frac{1}{3} - 1 = 2 - 1 = 1$

4. a) $(4x + 7) \times 2 = 8x + 14$
5. a) $(8u + 24) \div 4 = 2u + 6$
6. a) $(-6y + 12) \div (-2) + (x + 5) \times 3$
$= (3y - 6) + (3x + 15)$
$= 3x + 3y + 9$

Tarea: página 2 del Cuaderno de Ejercicios.

1.2 Definición de monomio, polinomio y grado

P

María tiene 5 veces la edad de Carlos y la edad de Carlos es igual a la suma de la edad de Ana y Antonio. Representa la edad de María utilizando las edades de Ana y Antonio.
Utiliza a para representar la edad de Ana y b para representar la edad de Antonio.

S

Como la edad de Carlos es la suma de la edad de Ana y la de Antonio:
Edad de Carlos = edad de Ana + edad de Antonio = $a + b$.

La edad de María es 5 veces la edad de Carlos:
Edad de María = 5 × edad de Carlos = $5 \times (a + b) = 5a + 5b$

Por lo tanto, la edad de María utilizando las edades de Ana y Antonio se representa por la expresión $\mathbf{5a + 5b}$.

C

La expresión algebraica formada por una o más variables con exponentes y un número llamado **coeficiente**, y que además solo hay operaciones de multiplicación se conoce como **término**.

Por ejemplo: $5x$, y, $2ay$, $\frac{3}{5}x^2$, b^2y, -7.

> Coeficiente → $7x^2$ ← Exponente ← Variable
>
> Observa que el número -7 es un monomio donde los exponentes de las variables son todos cero ($x^0 = 1$).

Las expresiones formadas por un término o por la suma de dos o más términos se conocen como **polinomios.**
Por ejemplo: $5a + 5x$, $4y - 2$, $2x^2 - 3ax + 5$.

> Observa que el polinomio $2x^2 - 3ax + 5$ está formado por los términos $2x^2$, $-3ax$ y 5.
> $2x^2 - 3ax + 5 = \underbrace{2x^2 + (-3ax) + 5}_{\text{Términos}}$

Se define **monomio** como el polinomio formado por un solo término.

Se define **el grado de un término** como la suma de todos los exponentes de las variables.

Por ejemplo, el grado del término $-4xy^2$ es 3, porque $-4 \times \overbrace{x \times y \times y}^{\text{Grado } 3}$, la suma de los exponentes es 3.

Se define **el grado de un polinomio** como el mayor grado de los términos que conforman dicho polinomio.

Por ejemplo, el grado del polinomio $6x^3 + 5x^2 - 7x$ es 3, porque $\underbrace{6x^3}_{\text{Grado } 3} + \overbrace{5x^2}^{\text{Grado } 2} + (\underbrace{-7x}_{\text{Grado } 1})$ y el mayor grado de todos los términos es 3.

1. Identifica los términos que conforman los siguientes polinomios:

   a) $3a + 2x$
   T1: $3a$, T2: $2x$

   b) $6t + 5z - 2$
   T1: $6t$, T2: $5z$, T3: -2

   c) $-\frac{2}{3}a + 2x^3 - \frac{1}{2}$
   T1: $-\frac{2}{3}a$, T2: $2x^3$, T3: $-\frac{1}{2}$

   d) $-ab + 2tv^2$
   T1: $-ab$, T2: $2tv^2$

2. Determina el grado de los siguientes monomios:

   a) $4x^3$
   3

   b) $-5xz$
   2

   c) $\frac{3}{5}x^2a^3$
   2 + 3 = 5

   d) $-\frac{2}{3}ab^2x^3$
   1 + 2 + 3 = 6

3. Determina el grado de los siguientes polinomios:

   a) $-6xyz$
   3

   b) $7x + 3t$
   1

   c) $\frac{3}{4}x^2a^3 - xa^3$
   5

   d) $-uvw^2 + v^2 - \frac{t^3}{3}$
   4

Indicador de logro

1.2 Identifica los elementos y características de los polinomios, aplicando la definición.

Secuencia

En séptimo grado se introdujeron las expresiones algebraicas, pero sin hacer ninguna clasificación, es en este momento que el estudiante además de fijar el concepto de **expresión algebraica** puede diferenciar sus elementos y hacer la clasificación según el número de términos. Es importante aclarar que en este caso el monomio será considerado como un polinomio de un solo término.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Representar situaciones mediante modelos matemáticos para resolverlas y luego introducir los conceptos básicos sobre elementos y clasificación de las expresiones algebraicas. Es importante que se caracterice cada uno de los elementos para que se comprendan los próximos contenidos.

Ⓒ Diferenciar entre el grado de un término y el grado de un polinomio.

Posibles dificultades:
Es posible que algunos estudiantes no puedan diferenciar con facilidad entre el grado de un término y el grado de un polinomio o en algunos casos particulares es posible que no se logren identificar los elementos de un término (por ejemplo: coeficiente, exponente, parte literal, etc.).

Fecha: **U1 1.2**

Ⓟ Representa la edad de María utilizando las edades de Ana y Antonio.
Utiliza a para representar la edad de Ana y b para representar la edad de Antonio.

Ⓢ Edad de María = 5 × edad de Carlos
$= 5 \times (a + b)$
$= 5a + 5b$

Ⓡ 1.a) $3a + 2x$
T1: $3a$, T2: $2x$

2.a) $4x^3 \longrightarrow$ grado 3
b) $-5xz \longrightarrow$ grado $1 + 1 = 2$
c) $\frac{3}{5}x^2a^3 \longrightarrow$ grado $2 + 3 = 5$

3.a) $-6xyz \longrightarrow$ grado 3
b) $7x + 3t \longrightarrow$ grado 1

Tarea: página 3 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.3 Reducción de términos semejantes en un polinomio

P

Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a) $3x + 5a - 2x + 4a$ b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

Los términos que poseen la misma variable elevada al mismo exponente se llaman: **términos semejantes.**

Términos semejantes

$4x + 5a - 2x + 4a$

Términos semejantes

Y se reducen así:

$ax + bx = (a + b)x$

S

a) $3x + 5a - 2x + 4a$

$= 3x - 2x + 5a + 4a$

$= (3 - 2)x + (5 + 4)a$

$= x + 9a$

$= 9a + x$

Ordenando términos semejantes.

Reduciendo términos semejantes.

b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

$= 2y^2 + 3y^2 + 8y - 9y$

$= (2 + 3)y^2 + (8 - 9)y$

$= 5y^2 - y$

C

Para reducir términos semejantes en un polinomio se realizan los siguientes pasos:

1. Se ordenan los términos semejantes.
2. Se reducen los términos semejantes.

Por ejemplo: $7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c$.

1. $7c^2 + 2c - 4c^2 + 3c = 7c^2 - 4c^2 + 2c + 3c$
2. $ = (7 - 4)c^2 + (2 + 3)c$
$ = 3c^2 + 5c$

Si las variables de dos términos están elevadas a potencias diferentes, entonces los términos NO son semejantes.

Por ejemplo, $5x^2$ y $5x$ NO son términos semejantes.

1. Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a) $3a + 2a$ $5a$	b) $6x + 5x$ $11x$	c) $3x + 5a - 2x + 3a$ $8a + x$	d) $5y + 9b - 6b - 6y$ $3b - y$
e) $6t + 2z - t - 5z$ $5t - 3z$	f) $4x - y - 2y + x$ $5x - 3y$	g) $9t^2 + 2t - 7t^2 + 6t$ $2t^2 + 8t$	h) $3y - 3y^2 - 4y^2 + 9y$ $12y - 7y^2$
i) $a^2 + 5a - 5a^2 + a$ $-4a^2 + 6a$	j) $z^2 + 9z + 3z - z^2$ $12z$	k) $xy + \frac{2}{3}y - 3y + \frac{1}{2}xy$ $\frac{3}{2}xy - \frac{7}{3}y$	l) $a^2 - 2a - \frac{1}{4}a + \frac{1}{3}a^2$ $\frac{4}{3}a^2 - \frac{9}{4}a$

2. Explica por qué el siguiente procedimiento para reducir términos semejantes en un polinomio es incorrecto.

$4x + 5a - 2x + 4a = 4x - 2x + 5a + 4a$

$= (4 - 2)x + (5 + 4)a$

$= 2x + 9a$

$= 11xa$

Porque se han reducido dos términos que no son semejantes.

Indicador de logro

1.3 Reduce términos semejantes de polinomios.

Secuencia

Los estudiantes ya se han familiarizado con el concepto de polinomio, identificando los términos y el grado tanto del polinomio como de cada uno de sus términos; se aprovecha esta clase para introducir la reducción de términos semejantes en un polinomio. Es importante que el estudiante aplique correctamente la ley de los signos, en caso de que la haya olvidado será necesario recordarla.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Reducir términos semejantes, para ello se busca ordenar los términos semejantes, con el objeto de operar únicamente los coeficientes, separándose de la parte literal.

Ⓡ Fijar el proceso de reducción de términos semejantes; y además el uso del coeficiente, cantidad de términos y tipo de variable que son presentados de una forma tal que a medida que se avanza en los literales, los coeficientes pasan de enteros a fracciones; considerando casos con igual signo, signos contrarios donde el resultado sea positivo o negativo, y en el caso de la variable que es usada de forma que evidencie si el estudiante comprendió el concepto de semejanza.

Posibles dificultades:
Puede ser que el estudiante no comprenda que aunque dos términos tengan igual parte literal, si el exponente es distinto, entonces no son semejantes.

Es posible que no utilice correctamente los signos o que reduzca dos términos que no tienen igual parte literal y escriba el resultado con la parte literal de los dos términos.

Fecha: **U1 1.3**

Ⓟ Reduce términos semejantes.

a) $3x + 5a - 2x + 4a$

b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2$

Ⓢ a) $3x + 5a - 2x + 4a$

$= 3x - 2x + 5a + 4a$

$= (3 - 2)x + (5 + 4)a$

$= 9a + x$

b) $2y^2 + 8y - 9y + 3y^2 = 5y^2 - y$

Ⓡ 1. a) $3a + 2a = (3 + 2)a = 5a$

b) $6x + 5x = (6 + 5)x = 11x$

c) $3x + 5a - 2x + 3a$

$= (5 + 3)a + (3 - 2)x$

$= 8a + x$

d) $5y + 9b - 6b - 6y$

$= (9 - 6)b + (5 - 6)y$

$= 3b - y$

e) $6t + 2z - t - 5z$

$= (6 - 1)t + (2 - 5)z$

$= 5t - 3z$

Tarea: página 4 del Cuaderno de Ejercicios.

1.4 Suma y resta de polinomios

P

Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$ b) $(2x + 5y) - (-3x + 9y)$

La ley de los signos es: "La multiplicación de dos números de igual signo es positiva y de dos números de diferente signo es negativa".

S

Utilizando la ley de los signos y expresando sin los paréntesis.

a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$

$= 4x + 3y + 5x - 2y$

b) $(5y + 2x) - (9y - 3x)$

$= 5y + 2x - 9y + 3x$

Reduciendo términos semejantes:

a) $= 4x + 5x + 3y - 2y$

$= 9x + y$

b) $= 2x + 3x + 5y - 9y$

$= 5x - 4y$

Observa que puedes resolver utilizando la forma vertical:

a)
$$\begin{array}{rr} & 4x + 3y \\ (+) & \underline{5x - 2y} \\ & 9x + \ \ y \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 2x + 5y \\ (-) & \underline{-3x + 9y} \\ & 5x - 4y \end{array}$$

C

Para efectuar sumas y restas de polinomios, se realizan los siguientes pasos:

1. Se utiliza la ley de los signos para expresarlos sin paréntesis.
2. Se reducen los términos semejantes.

Por ejemplo: $(3a + 5b) - (4a - 3b)$.

1. $(3a + 5b) - (4a - 3b) = 3a + 5b - 4a + 3b$
2. $= 3a - 4a + 5b + 3b$
   $= -a + 8b$

Efectúa las siguientes operaciones con polinomios.

a)
$$\begin{array}{rr} & 6x + 2y \\ (+) & \underline{3x - 5y} \\ & 9x - 3y \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (-) & \underline{7a - 9b} \\ & -3a + 14b \end{array}$$

Es igual a
$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (+) & \underline{-7a + 9b} \end{array}$$

c) $(9x + 2y) + (7x - 5y)$
$16x - 3y$

d) $(x + 2y) + (6x - y)$
$7x + y$

e) $(5xy + 4y) - (7x - 8xy)$
$-7x + 13xy + 4y$

f) $(4ab - 3a) + (5a - 2ab)$
$2ab + 2a$

g) $(-6t + 2z) - (7z - 7t)$
$t - 5z$

h) $(6a^2 + 2a) - (a^2 - 5a)$
$5a^2 + 7a$

i) $(-2t + 2u) - (2t + 2u)$
$-4t$

j) $(-x + 7y - 2) + (4x - y + 6)$
$3x + 6y + 4$

k) $(-ab + 5a - 4) - (4a - ab + 9)$
$a - 13$

l) $(-8 + 5m - 4m^2) - (m^2 + 9 - m)$
$-5m^2 + 6m - 17$

Indicador de logro

1.4 Efectúa sumas y restas de polinomios.

Secuencia

En la clase anterior se introdujo la reducción de términos semejantes, para esta clase se iniciará con la suma y resta, con base en la reducción de términos semejantes; además se utiliza la ley de los signos para la multiplicación cuando aparezcan signos de agrupación; es importante hacer énfasis en que si el signo de agrupación aparece precedido de un signo menos (−) los términos invertirán su signo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Sumar y restar polinomios; estas dos operaciones son presentadas simultáneamente para que se identifiquen semejanzas y diferencias. También se presentan dos maneras de colocar los polinomios, horizontal y vertical.

Ⓡ Fijar el proceso de suma y resta de polinomios y además mantener los diferentes casos de la ley de signos; así como la combinación de distintas variables o la misma variable con distinto exponente con el objeto de garantizar el aprendizaje.

Posibles dificultades:
Puede que el estudiante no cambie el signo del polinomio sustraendo, en ese caso será necesario reforzar el concepto de diferencia.

También es posible que reduzcan términos que no son semejantes, en ese caso será necesario buscar la manera de reforzar el contenido de la clase anterior.

Fecha: **U1 1.4**

Ⓟ Efectúa las operaciones:

a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$
b) $(2x + 5y) - (-3x + 9y)$

Ⓢ a) $(4x + 3y) + (5x - 2y)$
$= 4x + 3y + 5x - 2y$
$= 9x + y$

b) $(5y + 2x) - (9y - 3x)$
$= 5y + 2x - 9y + 3x$
$= 2x + 3x + 5y - 9y$
$= 5x - 4y$

Ⓡ a)
$$\begin{array}{rr} & 6x + 2y \\ (+) & 3x - 5y \\ \hline & 9x - 3y \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rr} & 4a + 5b \\ (-) & 7a - 9b \\ \hline & -3a + 14b \end{array}$$

c) $(9x + 2y) + (7x - 5y)$
$= (9 + 7)x + (2 - 5)y$
$= 16x - 3y$

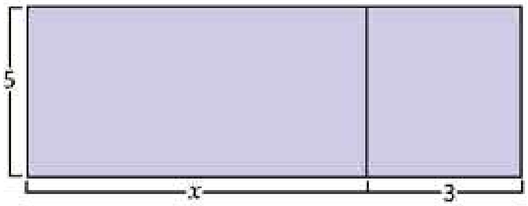
Tarea: página 5 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.5 Multiplicación de un polinomio por un número

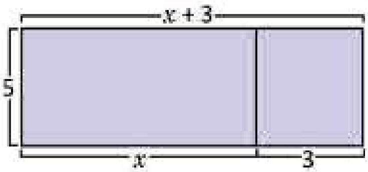
P

Para hacer un cartel fue necesario unir dos piezas como lo muestra la figura. Determina el área total del cartel.



S

El cartel tiene dimensiones 5 de ancho por $(x + 3)$ de largo.

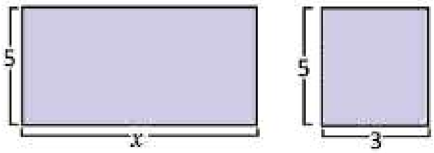


Entonces el área del cartel es $5 \times (x + 3) = 5(x + 3)$.

Y también se puede calcular el área de cada pliego y sumarlas.

Área 1: $5 \times x = 5x$

Área 2: $5 \times 3 = 15$



Entonces, el área total es: $5(x + 3) = 5x + 15$.

Por lo tanto: $5(x + 3) = 5x + 15$.

C

Para realizar la multiplicación de un polinomio por un número, se multiplica el número por cada término del polinomio. Por ejemplo: $-3(4x - 3y - 2)$

$$\begin{aligned} -3(4x - 3y - 2) &= (-3) \times 4x + (-3) \times (-3y) + (-3) \times (-2) \\ &= -12x + 9y + 6 \end{aligned}$$

E

Realiza la siguiente operación: $5(x - 4a) - 2(3x - 4a)$.

Se multiplica y se reducen los términos semejantes:

$$\begin{aligned} 5(x - 4a) - 2(3x - 4a) &= 5x - 20a - 6x + 8a \\ &= 5x - 6x - 20a + 8a \\ &= -x - 12a \end{aligned}$$

Desarrolla las siguientes multiplicaciones de un número por polinomio:

a) $3(4x + y)$
$12x + 3y$

b) $-6(2x - 7y)$
$-12x + 42y$

c) $7(2a - 3 - 4b)$
$14a - 28b - 21$

d) $-5(5 - 4a - 6b)$
$20a + 30b - 25$

e) $6(4t - 3b) - 5(-t + 2b)$
$-28x + 29t$

f) $-2(8y^2 - 5y) - 3(-7y + y^2)$
$-19y^2 + 31y$

g) $-8\left(\frac{y}{4} - \frac{y^2}{2}\right)$
$-2y + 4y^2$

h) $(-2x + 4y - 12) \times \frac{1}{2}$
$-x + 2y - 6$

Indicador de logro

1.5 Realiza multiplicaciones de polinomios por un número.

Secuencia

En séptimo grado se aprendió a multiplicar expresiones algebraicas de dos términos por un número, en esta clase inicia la multiplicación de expresiones de dos o más términos por un número; pero con un recurso que facilita la comprensión: el cálculo de áreas de figuras planas. Además de aumentar el número de términos, también se busca utilizar la reducción de términos semejantes.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Calcular el área de un rectángulo para introducir la multiplicación de un polinomio por un número. Es importante considerar que el resultado al cambiar el orden de los factores es el mismo, por lo que solamente se trabaja un número por un polinomio, cuyo resultado es igual a multiplicar el polinomio por un número.

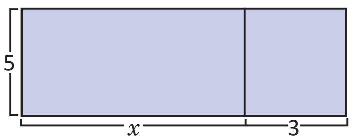
Ⓔ Efectuar una operación donde es necesario realizar dos multiplicaciones y luego reducir términos semejantes.

Posibles dificultades:
Es probable que en séptimo grado no se haya aprendido "el producto de un número por un binomio", de ser así pedir que revisen la lección 2 de la Unidad 4 de séptimo grado y en caso extremo dar una explicación en la clase.

Tal vez los estudiantes no puedan operar con números fraccionarios, en ese caso pedirles que revisen la lección 2 de la Unidad 3 de séptimo grado.

Fecha: **U1 1.5**

Ⓟ Determina el área total del cartel.



Ⓢ Dimensiones del cartel:
ancho = 5, largo = $(x + 3)$

Entonces el área del cartel es:
$5 \times (x + 3) = 5(x + 3)$

Ⓔ Realiza la operación:

$$\begin{aligned} &5(x - 4a) - 2(3x - 4a) \\ &= 5x - 20a - 6x + 8a \\ &= 5x - 6x - 20a + 8a \\ &= -x - 12a \end{aligned}$$

Ⓡ a) $3(4x + y) = 12x + 3y$

b) $-6(2x - 7y) = -12x + 42y$

c) $7(2a - 3 - 4b) = 14a - 28b - 21$

Tarea: página 6 del Cuaderno de Ejercicios.

1.6 División de polinomio por un número

P

Realiza la siguiente división de un polinomio por un número: $(10x - 4a) \div 2$.

S

Cambiando la división por la multiplicación con el número recíproco del divisor.

$$(10x - 4a) \div 2 = (10x - 4a) \times \frac{1}{2}$$

Multiplicando el número con el polinomio (clase anterior):

$$(10x - 4a) \times \frac{1}{2} = 10x \times \frac{1}{2} - 4a \times \frac{1}{2}$$

$$= 5x - 2a$$

Distribuyendo la división en cada monomio.

$$(10x - 4a) \div 2 = (10x \div 2) + (-4a \div 2)$$

$$= (5x) + (-2a)$$

$$= 5x - 2a$$

Observa la simplificación de la solución de la izquierda.

$$\overset{5}{\cancel{10}}x \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \quad -\overset{2}{\cancel{4}}a \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

C

Para realizar la división de un polinomio por un número, se multiplica el recíproco del número por cada término del polinomio. Por ejemplo, $(15x - 6y - 9) \div (-3)$.

$$(15x - 6y - 9) \div (-3) = (15x - 6y - 9) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= 15x \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 6y \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= -5x + 2y + 3$$

E

Realiza la siguiente división de un polinomio por un número: $(-30x^2 - 10x + 25) \div (-5)$.

Se multiplica por el recíproco y se reducen términos semejantes.

$$(-30x^2 - 10x + 25) \div (-5) = (-30x^2 - 10x + 25) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$= -30x^2 \times \left(-\frac{1}{5}\right) - 10x \times \left(-\frac{1}{5}\right) + 25 \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$= 6x^2 + 2x - 5$$

Efectúa las siguientes divisiones de un polinomio por un número.

a) $(16x - 8a) \div 2$
$8x - 4a$

b) $(-24b - 12) \div 6$
$-4b - 2$

c) $(9xy - 45y) \div (-3)$
$-3xy + 15y$

d) $(-21x^2 + 49x) \div (-7)$
$3x^2 - 7x$

e) $(45x^2 - 20x - 35) \div 5$
$9x^2 - 4x - 7$

f) $(-20y - 36x - 4) \div 4$
$-9x - 5y - 1$

g) $(16y + 24x + 48) \div (-8)$
$-3x - 2y - 6$

h) $(-63y + 27x + 54) \div (-9)$
$-3x + 7y - 6$

Indicador de logro

1.6 Realiza divisiones de polinomios por un número.

Secuencia

En séptimo grado se aprendió a dividir un monomio entre un número y a realizar operaciones combinadas de multiplicación y división; en esta clase se dividirá un polinomio entre un número; para eso se presentan dos formas de hacerlo, la primera es planteando la división como una multiplicación por el recíproco y la segunda, dividiendo cada término del polinomio por el número.

En caso de que la división no sea exacta, se utiliza la simplificación.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar divisiones de polinomios por un número modelando dos maneras de hacerlo; ya sea multiplicando por el recíproco o aplicando la propiedad distributiva.

Posibles dificultades:
En caso de que se considere necesario los estudiantes que no hayan comprendido el proceso de división, entonces referirlos a la Unidad 3 de séptimo grado.

Fecha: **U1 1.6**

Ⓟ Realiza la división:
$(10x - 4a) \div 2$

Ⓢ $(10x - 4a) \div 2$
$= (10x - 4a) \times \frac{1}{2}$
$= 10x \times \frac{1}{2} - 4a \times \frac{1}{2}$
$= 5x - 2a$

Ⓔ Realiza la siguiente división:
$(-30x^2 - 10x + 25) \div (-5)$
$= (-30x^2 - 10x + 25) \times (-\frac{1}{5})$
$= 6x^2 + 2x - 5$

Ⓡ a) $(16x - 8a) \div 2 = 8x - 4a$

b) $(-24b - 12) \div 6 = -4b - 2$

c) $(9xy - 45y) \div (-3) = -3xy + 15y$

d) $(-21x^2 + 49x) \div (-7) = 3x^2 - 7x$

Tarea: página 7 del Cuaderno de Ejercicios.

1.7 Operaciones combinadas de polinomios con división por un número

P

Efectúa las operaciones y reduce los términos semejantes: $\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6}$.

S

Expresando con un término equivalente:

$$\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6} = \frac{2(5x+2y)}{6} - \frac{2y-x}{6},$$

colocando como una sola fracción:

$$= \frac{2(5x+2y)-(2y-x)}{6},$$

expresando sin los paréntesis:

$$= \frac{10x+4y-2y+x}{6},$$

ordenando términos semejantes:

$$= \frac{10x+x+4y-2y}{6},$$

reduciendo términos semejantes:

$$= \frac{11x+2y}{6}.$$

Expresando como multiplicación de un número por un polinomio:

$$\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6} = \frac{1}{3}(5x+2y) - \frac{1}{6}(2y-x),$$

efectuando los productos:

$$= \frac{5}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}y + \frac{1}{6}x,$$

ordenando términos semejantes:

$$= \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}y,$$

reduciendo términos semejantes:

$$= \frac{11}{6}x + \frac{1}{3}y.$$

Observa que las respuestas de ambos procedimientos son iguales:

$$\frac{11x+2y}{6} = \frac{11}{6}x + \frac{1}{3}y$$

C

Para realizar operaciones de polinomios con denominadores diferentes, se puede utilizar cualquiera de las dos formas:

1. Utilizar el mínimo común denominador y reducir términos semejantes.
2. Expresar los denominadores como multiplicación por un número y luego reducir términos semejantes.

E

Realiza las operaciones y reduce términos semejantes: $\frac{2x-y}{3} - \frac{x-5y}{6}$

$$\frac{2x-y}{3} - \frac{x-5y}{6} = \frac{2(2x-y)}{6} - \frac{(x-5y)}{6}$$

$$= \frac{2(2x-y)-(x-5y)}{6}$$

$$= \frac{4x-2y-x+5y}{6}$$

$$= \frac{3x+3y}{6} = \frac{3(x+y)}{6} = \frac{x+y}{2}$$

Efectúa las operaciones y reduce términos semejantes:

a) $\frac{4x+y}{9} + \frac{3y-2x}{3} = \frac{-2x+10y}{9}$

b) $\frac{6z+5t}{3} + \frac{3t-z}{2} = \frac{9z+19t}{6}$

c) $\frac{4x+7y}{2} - \frac{2y-3x}{4} = \frac{11x+12y}{4}$

d) $\frac{3a-4y}{5} - \frac{a-y}{2} = \frac{a-3y}{10}$

e) $x+y+\frac{y+5x}{3} = \frac{8x+4y}{3}$

f) $x-y-\frac{4y-3x}{7} = \frac{10x-11y}{7}$

Indicador de logro

1.7 Efectúa operaciones combinadas de polinomios que incluyen división por un número.

Secuencia

En las clases anteriores de esta unidad, los estudiantes han aprendido la suma y resta de polinomios, así como la división de polinomio por un número. Por lo que en esta clase se presenta la combinación de suma y resta con división por un número; es importante hacer énfasis en el orden lógico que se aplica cuando se tienen operaciones combinadas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Introducir las operaciones con división por un número, para ello se presentan dos maneras de hacerlo, la primera llevando a un denominador común y la segunda multiplicando por el recíproco del denominador. Es importante que se evidencie que en ambos casos se obtiene igual resultado.

Solución de algunos ítems:

d) $\frac{3a-4y}{5} - \frac{a-y}{2}$

$= \frac{6a-8y}{10} - \frac{5a-5y}{10}$

$= \frac{6a-8y-5a+5y}{10}$

$= \frac{a-3y}{10}$

e) $x + y + \frac{y+5x}{3}$

$= \frac{3x+3y+y+5x}{3}$

$= \frac{8x+4y}{3}$

Fecha: **U1 1.7**

Ⓟ Efectúa las operaciones:

$\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6}$

Ⓢ $\frac{5x+2y}{3} - \frac{2y-x}{6}$

$= \frac{2(5x+2y)}{6} - \frac{2y-x}{6}$

$= \frac{2(5x+2y)-(2y-x)}{6}$

$= \frac{10x+4y-2y+x}{6}$

$= \frac{11x+2y}{6}$

Ⓔ $\frac{2x-y}{3} - \frac{x-5y}{6}$

$= \frac{2(2x-y)}{6} - \frac{(x-5y)}{6}$

$= \frac{3x+3y}{6}$

Ⓡ a) $\frac{4x+y}{9} + \frac{3y-2x}{3} = \frac{-2x+10y}{9}$

b) $\frac{6z+5t}{3} + \frac{3t-z}{2} = \frac{9z+19t}{6}$

c) $\frac{4x+7y}{2} - \frac{2y-3x}{4} = \frac{11x+12y}{4}$

Tarea: página 8 del Cuaderno de Ejercicios.

1.8 Practica lo aprendido

1. Identifica los términos que conforman los siguientes polinomios:

a) $9st + 5x$
$9st,\ 5x$

b) $3t^2 + 7zs - 21$
$3t^2,\ 7zs,\ -21$

2. Determina el grado de los siguientes monomios:

a) $8xyz$
3

b) $-5x^3z$
4

3. Determina el grado de los siguientes polinomios:

a) $7xa + 3t^3$
3

b) $6 - 6xyz$
3

4. Reduce los términos semejantes en los siguientes polinomios:

a) $3a + 2a$
$5a$

b) $6x + 5x$
$11x$

c) $5a + 7x + 3a - 2x$
$8a + 5x$

5. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

a)
$$\begin{array}{rr} & 3x + 7y \\ (+) & \underline{4x - 9y} \\ & 7x - 2y \end{array}$$

b) $(4ab + 4a^2) - (6a^2 - 8ab)$
$12ab - 2a^2$

c) $(-5n^2 + 9n + 3) - (-2n^2 - 4n + 1)$
$-3n^2 + 13n + 2$

6. Realiza las siguientes multiplicaciones de un número por un polinomio:

a) $-5(-2s + 6t)$
$10s - 30t$

b) $3(4x - 3y) - 2(5x - 2y)$
$2x - 5y$

c) $(6x - 15y - 36) \times \frac{1}{3}$
$2x - 5y - 12$

7. Desarrolla las siguientes divisiones de polinomio con un número:

a) $(-9s + 24t) \div 3$
$-3s + 8t$

b) $(-54x^2 + 18x) \div -9$
$6x^2 - 2x$

c) $(36x^2 - 12x + 28) \div 4$
$9x^2 - 3x + 7$

8. Efectúa las operaciones y reduce los términos semejantes:

a) $\frac{10x + 4y}{32} + \frac{-3x + y}{8}$
$\frac{-x + 4y}{16}$

b) $\frac{2a + 5b}{10} - \frac{3a - 6b}{40}$
$\frac{5a + 26b}{40}$

c) $s - t - \frac{2s - 5t}{6}$
$\frac{4s - t}{6}$

Indicador de logro

1.8 Resuelve problemas utilizando operaciones algebraicas.

Solución de algunos ítems:

6. b) $3(4x - 3y) - 2(5x - 2y)$
$= 12x - 9y - 10x + 4y$
$= 2x - 5y$

c) $(6x - 15y - 36) \times \frac{1}{3}$
$= \frac{6}{3}x - \frac{15}{3}y - \frac{36}{3}$
$= 2x - 5y - 12$

7. a) $(-9s + 24t) \div 3$
$= \frac{9}{3}s + \frac{24}{3}t$
$= -3s + 8t$

c) $(36x^2 - 12x + 28) \div 4$
$= \frac{36}{4}x^2 - \frac{12}{4}x + \frac{12}{4}$
$= 9x^2 - 3x + 7$

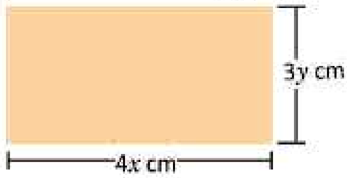
8. a) $\frac{10x + 4y}{32} + \frac{-3x + y}{8}$
$= \frac{(10x + 4y)}{32} + \frac{4(-3x + y)}{32}$
$= \frac{(10x + 4y) + (-12x + 4y)}{32}$
$= \frac{10x + 4y - 12x + 4y}{32}$
$= \frac{-2x + 8y}{32} = \frac{2(-x + 4y)}{32}$
$= \frac{-x + 4y}{16}$

Tarea: página 9 del Cuaderno de Ejercicios.

1.9 Multiplicación de un monomio por un monomio

P

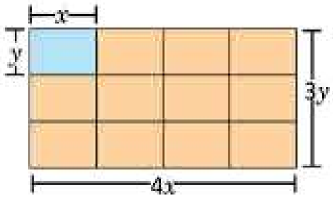
Determina el área de un rectángulo que tiene $4x$ cm de largo y $3y$ cm de ancho.



S

El área del rectángulo será el resultado de la multiplicación $4x \times 3y$.

Dividiendo el rectángulo en rectángulos más pequeños de y cm de ancho y x cm de largo.



El área de cada rectángulo pequeño es $x \times y = xy$ (base × altura).

Observa que la multiplicación de los monomios $4x \times 3y$ se realiza así:

$$\begin{aligned} 4x \times 3y &= 4 \times x \times 3 \times y \\ &= 4 \times 3 \times x \times y \\ &= 12xy \end{aligned}$$

Hay 4 rectángulos de área xy a lo largo y 3 a lo ancho.

Por lo tanto, el área del rectángulo que tiene $4x$ cm de largo y $3y$ cm de ancho es la suma del área de los $4 \times 3 = 12$ rectángulos de área xy, así:

$A = 4x \times 3y = 4 \times 3 \times x \times y = 12xy$.

C

Para multiplicar dos monomios se multiplican los coeficientes de los monomios y luego se multiplican las variables. Por ejemplo: $7x \times (-5y)$.

$$\begin{aligned} 7x \times (-5y) &= 7 \times (-5) \times x \times y \\ &= -35xy \end{aligned}$$

Al multiplicar dos potencias de la misma base se puede expresar como una sola potencia:

$b \times b^2 = b \times (b \times b) = b^3$.

E

Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios:

a) $2b \times 5b^2$

Se multiplican los coeficientes y las variables.

$$\begin{aligned} 2b \times 5b^2 &= 2 \times 5 \times b \times b^2 \\ &= 10b^3 \end{aligned}$$

b) $(-4n)^3$

Se multiplican los coeficientes y las variables.

$$\begin{aligned} (-4n)^3 &= (-4n) \times (-4n) \times (-4n) \\ &= (-4) \times (-4) \times (-4) \times n \times n \times n \\ &= -64n^3 \end{aligned}$$

Efectúa las siguientes multiplicaciones de monomios:

a) $5x \times 6y$
$30xy$

b) $8b \times (-3a)$
$-24ab$

c) $-7m \times (-3n)$
$21mn$

d) $9x \times 4x^3$
$36x^4$

e) $-9a^2 \times a^3$
$-9a^5$

f) $(-2n)^3$
$-8n^3$

g) $-6ab \times (-8a^2b)$
$48a^3b^2$

h) $-9ab \times 3(-a)^2$
$-27a^3b$

Indicador de logro

1.9 Realiza multiplicaciones de monomios con monomios.

Secuencia

En séptimo grado se aprendió a multiplicar un monomio por un número y en la clase 1.5 de esta unidad se introdujo la multiplicación de un polinomio por un número, para esta clase se trabajará la multiplicación de un monomio por un monomio; esto mediante el cálculo del área de un rectángulo utilizando rectángulos más pequeños de dimensiones xy.

Es importante enfatizar en la aplicación de las propiedades de los exponentes cuando se multiplica la parte literal.

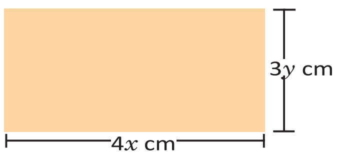
Propósito

Ⓟ, Ⓢ Multiplicar un monomio por un monomio utilizando un modelo geométrico, la ley de los signos para la multiplicación y las respectivas propiedades de los exponentes.

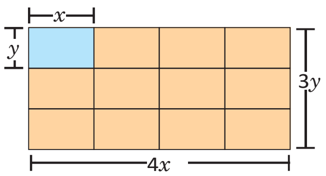
Ⓔ Realizar la multiplicación de monomios evidenciando dos propiedades de los exponentes, producto de potencias de igual base en el literal a) y la potencia de un producto en el literal b).

Fecha: U1 1.9

Ⓟ Determina el área del rectángulo



Ⓢ



Hay 4 rectángulos de área xy a lo largo y 3 a lo ancho, haciendo un total de 12.

$A = 12xy$

Ⓔ Realiza la siguiente multiplicación

a) $2b \times 5b^2 = 2 \times 5 \times b \times b^2$
$= 10b^3$

b) $(-4n)^3 = (-4n) \times (-4n) \times (-4n)$
$= -64n^3$

Ⓡ a) $5x \times 6y = 5 \times 6 \times x \times y$
$= 30xy$

b) $8b \times (-3a) = 8 \times (-3) \times b \times a$
$= -24ab$

Tarea: página 10 del Cuaderno de Ejercicios.

1.10 División de un monomio por un monomio

P Realiza las siguientes divisiones de monomios:

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$ b) $12ab \div (-4b)$

S

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$

Expresando como división de fracciones, utilizando el recíproco del número y simplificando.

$$\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz = \frac{y^2z}{3} \div \frac{5yz}{9}$$
$$= \frac{y^2z}{3} \times \frac{9}{5yz}$$
$$= \frac{y \times \cancel{y}^{1} \times \cancel{z}^{1} \times \cancel{9}^{3}}{\cancel{3}_{1} \times 5 \times \cancel{y}_{1} \times \cancel{z}_{1}}$$
$$= \frac{3}{5}y$$

b) $12ab \div (-4b)$

Expresando la división como una fracción y simplificando.

$$12ab \div (-4b) = \frac{12ab}{-4b}$$
$$= -\frac{12ab}{4b}$$
$$= -\frac{\cancel{12}^{3} \times a \times \cancel{b}^{1}}{\cancel{4}_{1} \times \cancel{b}_{1}}$$
$$= -3a$$

Además, para el literal b) se observa que se puede aplicar la multiplicación por el recíproco de la siguiente manera:

$$12ab \div (-4b) = 12ab \times \frac{1}{-4b}$$
$$= -\frac{12ab}{4b}$$
$$= -\frac{\cancel{12}^{3} \times a \times \cancel{b}^{1}}{\cancel{4}_{1} \times \cancel{b}_{1}}$$
$$= -3a$$

Al dividir dos potencias puedes simplificar:

$$y^2z \div yz = \frac{y^2z}{yz} = \frac{y \times \cancel{y}^{1} \times \cancel{z}^{1}}{\cancel{y}_{1} \times \cancel{z}_{1}} = y$$

C Para dividir dos monomios se expresa como división de fracciones, se utiliza la multiplicación por el recíproco y se simplifica a la mínima expresión.

Realiza las siguientes divisiones de monomios:

a) $18xy \div 6x$
$3y$

b) $24x^3 \div (-6x)$
$-4x^2$

c) $15mn \div (-12n)$
$\frac{-5m}{4}$

d) $-8a^2b \div 6ab^2$
$\frac{-4a}{3b}$

e) $6ab \div \frac{1}{4}bc$
$\frac{24a}{c}$

f) $10y^2z^2 \div \frac{5}{2}yz$
$4yz$

g) $-\frac{3}{5}t^3u \div \frac{3}{10}t^2u$
$-2t$

h) $-\frac{5}{8}y^4 \div \frac{1}{2}y^2$
$\frac{-5y^2}{4}$

Indicador de logro

1.10 Efectúa divisiones de monomios con monomios.

Secuencia

En séptimo grado se aprendió a dividir un monomio entre un número y en la clase 1.6 de esta unidad se dividió un polinomio entre un número. Para esta clase se introducirá la división de un monomio entre un monomio, para ello es importante el uso de la ley de los signos y las propiedades de los exponentes.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Dividir un monomio por otro monomio de una manera análoga al producto de un monomio por un número.

Solución de algunos ítems:

3. f) $= 10y^2z^2 \div \frac{5}{2}yz$

$= \dfrac{10\,y^2z^2}{\frac{5}{2}yz}$

$= \dfrac{20\,y^2z^2}{5yz}$

$= 4yz$

3. g) $= -\frac{3}{5}t^3u \div \frac{3}{10}t^2u$

$= -\dfrac{\frac{3}{5}t^3u}{\frac{3}{10}t^2u}$

$= -\dfrac{30\,t^3u}{15\,t^2u}$

$= -2t$

Fecha: **U1 1.10**

Ⓟ Realiza las divisiones:

a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz$

b) $12ab \div (-4b)$

Ⓢ a) $\frac{1}{3}y^2z \div \frac{5}{9}yz = \frac{y^2z}{3} \times \frac{9}{5yz} = \frac{3}{5}y$

b) $12ab \div (-4b) = -\frac{12ab}{4b} = -3a$

Ⓡ a) $18xy \div 6x = \frac{18xy}{6x} = 3y$

b) $24x^3 \div (-6x) = \frac{24x^3}{-6x} = -4x^2$

c) $15mn \div (-12n) = \frac{15mn}{-12n} = \frac{-5}{4}m$

d) $-8a^2b \div 6ab^2 = \frac{-8a^2b}{6ab^2} = -\frac{4a}{3b}$

e) $6ab \div \frac{1}{4}bc = \frac{6ab}{\frac{1}{4}bc} = \frac{24a}{c}$

Tarea: página 11 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.11 Multiplicación y división combinadas de monomios con monomios

P

Realiza las siguientes operaciones, luego simplifica el resultado a su mínima expresión.

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x)$

b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b)$

S

Expresando las operaciones como una fracción.

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x) = -\frac{7x^2 \times 6y}{3y^2x}$

$= -\frac{7x \times 2}{y}$

$= -\frac{14x}{y}$

b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b) = \frac{(2a^2b) \times (3b)}{6ab^2}$

$= \frac{a \times 1}{1}$

$= a$

C

Para operar multiplicaciones y divisiones combinadas de monomios, primero se determina el signo (utilizando la ley de los signos), y luego se expresa como una sola fracción hasta simplificar a la mínima expresión.

E

Realiza la siguiente operación, simplifica el resultado a su mínima expresión: $(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right)$.

$$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(-\frac{2a}{3}\right) = -8a^3 \times 4a^2 \times \left(\frac{3}{2a}\right)$$

$$= -\frac{8a^3 \times 4a^2 \times 3}{2a}$$

$$= -\frac{4a^2 \times 4a^2 \times 3}{1}$$

$$= -48a^4$$

Efectúa las siguientes operaciones, simplifica el resultado a su mínima expresión.

a) $2x^2 \times 6x \div 3x^4$
$\frac{4}{x}$

b) $10yz \div 4z^2 \times (-6z)$
$-15y$

c) $a^2b \div (-ab) \times (-b^2)$
$+ab^2$

d) $-s^2t \times (-st^2) \div (-s^2t^2)$
$-st$

e) $(-2a)^2 \div 6ab^2 \times 9b$
$\frac{6a}{b}$

f) $-xy \div (-2xy)^3 \times (-4x)$
$\frac{-1}{2xy^2}$

g) $3y^3 \times 6y \div (-3y)^2$
$2y^2$

h) $24a^2b^2 \div 8ab \times 3b$
$9ab^2$

i) $(-2st)^3 \times (-2s) \div (-3s^2)$
$\frac{16s^2t^3}{3}$

j) $\frac{3}{5}ab^2 \times 5a \div \frac{1}{3}ab$
$9ab$

k) $\left(-\frac{1}{2}xz\right)^2 \div 6xz^3 \times (-4)$
$\frac{-x}{6z}$

l) $-\frac{2}{5}t^2 \div (-t^3) \times \left(-\frac{5}{2}t^2\right)$
$-t$

12

Indicador de logro

1.11 Realiza operaciones combinadas de polinomios que incluyen división por un número o por un monomio.

Secuencia

En la clase 1.9 y 1.10, se trabajó con la multiplicación y división de monomios respectivamente; en esta clase se trabajará con las dos operaciones combinadas, cuidando siempre el uso correcto de la ley de los signos y las propiedades de los exponentes para ambas operaciones.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Realizar multiplicaciones y divisiones de monomios, considerando dos casos: cuando se tiene un número impar de monomios con signo negativo y cuando se tiene un número par.

Ⓔ Ilustrar un caso donde al menos un monomio tiene coeficiente fraccionario. Se tiene un número impar de monomios con signo negativo y todos tienen la misma variable en la parte literal.

Solución de algunos ítems:

b) $= 10yz \div 4z^2 \times (6z)$

$= 10yz \times \frac{1}{4z^2}(-6z)$

$= \frac{-60\,yz^2}{4\,z^2}$

$= -15y$

c) $= a^2b \div (-ab) \times (-b^2)$

$= a^2b \times \left(-\frac{1}{ab}\right) \times (-b^2)$

$= \frac{a^2b^3}{ab}$

$= ab^2$

Fecha: **U1 1.11**

Ⓟ Realiza las siguientes operaciones:

a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x)$

b) $-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b)$

Ⓢ a) $7x^2 \times 6y \div (-3y^2x) = -\frac{7x^2 \times 6y}{3y^2x}$

$= -\frac{7x \times 2}{y}$

$= -\frac{14x}{y}$

b)

$-2a^2b \div 6ab^2 \times (-3b) = \frac{(2a^2b) \times (3b)}{6ab^2}$

$= \frac{a \times 1}{1}$

Ⓔ Realiza la siguiente operación:

$(-2a)^3 \times (-4a^2) \div \left(\frac{2a}{3}\right)$

$= -8a^3 \times 4a^2 \times \left(\frac{3}{2a}\right)$

$= -\frac{8a^3 \times 4a^2 \times 3}{2a}$

$= -48a^4$

Ⓡ a) $2x^2 \times 6x \div 3x^4 = 2x^2 \times 6x \times \left(\frac{1}{3x^4}\right)$

$= \frac{2x^2 \times 6x}{3x^4}$

$= \frac{4}{x}$

Tarea: página 12 del Cuaderno de Ejercicios.

1.12 Sustitución y valor numérico de polinomios

P

Efectúa las operaciones indicadas y luego determina el valor numérico de cada polinomio, utilizando los valores dados para las variables.

$(4x - 5y) - (x - y)$ si $x = 6$, $y = -4$

S

Sustituyendo el valor de las variables en cada polinomio:

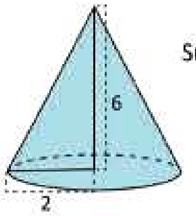
$$\begin{aligned}(4x - 5y) - (x - y) &= 4x - 5y - x + y\\ &= 3x - 4y\\ &= 3 \times 6 - 4 \times (-4)\text{; sustituyendo el valor de las variables.}\\ &= 18 + 16\\ &= 34\end{aligned}$$

C

Para encontrar el valor numérico de un polinomio sustituyendo el valor de las variables, primero se reducen los términos semejantes.

E

El volumen de un cono está dado por el polinomio $\frac{1}{3}\pi r^2 h$, donde π es una constante (número), r es el radio de la base del cono y h es la altura. Determina el volumen de un cono de 2 cm de radio y 6 cm de altura.



Sustituyendo los valores de las variables r y h en el polinomio del volumen del cono.

$r = 2$
$h = 6$

Entonces, para este caso, $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (2)^2 \times 6 = 8\pi$.

Por lo tanto, el volumen del cono de radio 2 cm y altura 6 cm es 8 πcm³.

1. Efectúa las operaciones indicadas y luego determina el valor numérico de cada polinomio utilizando los valores de las variables indicadas.

a) $(3x - 2y) + (x - y)$ si $x = 5$, $y = -2$
$4x - 3y$; VN: 26

b) $(x + 3y) - (x - y)$ si $x = 1$, $y = -4$
$4y$; VN: -16

c) $(x - y) - 2(x - y)$ si $x = 8$, $y = -2$
$-x + y$; VN: -10

d) $3(x - 2y) - (2x - 5y)$ si $x = -4$, $y = 5$
$x - y$; VN: -9

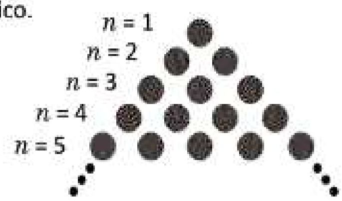
e) $(6x - y) - 2(3x - 5y)$ si $x = -2$, $y = 3$
$9y$; VN: 27

f) $(4x - y) - (5x - 3y)$ si $x = -6$, $y = 4$
$-x + 2y$; VN: 14

2. Analiza y determina cuál de los siguientes polinomios representa la suma de las primeras filas, en la siguiente figura, n representa el número de fila. Auxíliate del gráfico.

a) $2n - 1$

b) $\frac{1}{2}n(n + 1)$



Indicador de logro

1.12 Utiliza la sustitución de variables para determinar el valor numérico de un polinomio.

Secuencia

En séptimo grado de la clase 14 a la 17 de la lección 1, Unidad 4, se determinó el valor numérico de expresiones algebraicas. Ahora se determinará el valor numérico de un polinomio y/o fórmulas matemáticas, para ello se realizará primero la sustitución de los valores dados para la variable.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar el valor numérico de una expresión algebraica de manera análoga al proceso aprendido en séptimo grado.

Ⓔ Determinar el valor numérico de una fórmula matemática conocida para modelar la aplicación del contenido para resolver situaciones.

Solución de algunos ítems:

1. b) $= (x + 3y) - (x - y)$
$= x + 3y - x + y$
$= 4y$

Valor numérico:
$4(-4) = -16$

c) $(x - y) - 2(x - y)$
$= x - y - 2x + 2y$
$= -x + y$

Valor numérico:
$-x + y = -8 - 2$
$= -10$

Posibles dificultades:
Puede que no se sustituya correctamente el valor de cada variable, en ese caso sugerir que se revisen los valores respectivos.

Además de la aplicación de la ley de los signos y propiedades de los exponentes, sugerir que revisen nuevamente y si es posible anotarlos en una tabla para tenerlos listos.

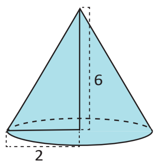
Fecha: **U1 1.12**

Ⓟ Efectúa las operaciones y determina el valor numérico:
$(4x - 5y) - (x - y)$ si $x = 6$, $y = -4$

Ⓢ $(4x - 5y) - (x - y) = 4x - 5y - x + y$
$= 3x - 4y$

Sustituyendo los valores conocidos.
$3x - 4y = 3 \times 6 - 4 \times (-4)$
$= 18 + 16$
$= 34$

Ⓔ Determina el volumen del cono.



$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times (2)^2 \times 6 = 8\pi$

Ⓡ 1. a) $(3x - 2y) + (x - y)$, si $x = 5$, $y = -2$
$(3x - 2y) + (x - y) = 3x - 2y + x - y$
$= 4x - 3y$

Valor numérico:
$4x - 3y = 4 \times 5 - 3 \times (-2)$
$= 20 + 6$
$= 26$

Tarea: página 13 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 1

1.13 Practica lo aprendido

1. Identifica los términos que conforman los siguientes polinomios, el grado de cada término y el grado del polinomio.

a) $5xyz + 2t^2$
$5xyz,\ 2t^2$

b) $5x^4 + 7z^3 - 21xz$
$5x^4,\ 7z^3,\ -21xz$

c) $6ab - 6st^2$
$6ab,\ -6st^2$

d) $3xyz$
$3xyz$

2. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

a) $(10a - 7b + 9) - (-3a - b + 5)$
$13a - 6b + 4$

b) $(5xy - 5y^2) + (-8xy + 8y^2)$
$-3xy + 3y^2$

c) $(8t^2 + 2 - 4t) - (-t^2 - 2t + 7)$
$9t^2 - 2t - 5$

3. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones de un número por un polinomio:

a) $-7(10m - 8n)$
$-70m + 56n$

b) $10(2a - 5b) - 7(-2a + 3b)$
$34a - 71b$

c) $(35x - 5z) \div 5$
$7x - z$

d) $(-64x^2 + 16x) \div (-8)$
$8x^2 - 2x$

4. Efectúa las operaciones y reduce términos semejantes.

a) $\frac{6m - 3n}{27} + \frac{m - 2n}{3}$
$\frac{15m - 21n}{27}$

b) $\frac{2a + 5b}{3} - \frac{-3a + 6b}{5}$
$\frac{19a + 7b}{15}$

c) $y - z - \frac{-9y - 3z}{7}$
$\frac{16y - 4z}{7}$

d) $t - 2u - \frac{5t - u}{2}$
$\frac{-3t - 3u}{2}$

1.14 Practica lo aprendido

1. Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios:

a) $9t \times 6s$
$54st$

b) $(-4n^2) \times 6n^3$
$-24n^5$

c) $7a \times 8ab$
$56a^2b$

d) $(-7a)^2$
$49a^2$

2. Desarrolla las siguientes divisiones de monomios:

a) $36mx \div 9x$
$4m$

b) $(-18st^2) \div 10s^2t$
$\frac{-9t}{5s}$

c) $12ay^3 \div \frac{3}{5}a^2y$
$\frac{20y^2}{a}$

d) $-\frac{2}{9}w^3 \div \frac{2}{3}w$
$\frac{w^2}{3}$

3. Realiza las siguientes operaciones, simplifica el resultado a su mínima expresión.

a) $4y \times 15y^3 \div 10y^2$
$6y^2$

b) $(-5n)^2 \div 15mn^2 \times 12m$
4

c) $(-4ab)^3 \times (-2b) \div (-6b^4)$
$\frac{64a^3}{3}$

d) $(-\frac{2}{3}w^4) \div (-w^3) \times (-\frac{9}{10}w)$
$\frac{-3w^2}{5}$

4. Efectúa las operaciones indicadas y luego determina el valor numérico de cada polinomio, utilizando los valores de las variables indicadas.

a) $(2x - 5y) + (-4x + y)$ si $x = 3,\ y = -3$
$-2x - 4y$; VN: 6

b) $2(-x + y) - (3x - y)$ si $x = -1,\ y = 4$
$-5x + 3y$; VN: 17

c) $(-4x - 3y) + 5(x + y)$ si $x = 7,\ y = -5$
$x + 2y$; VN: -3

d) $-5(x - 2y) - (-4x - 6y)$ si $x = -4,\ y = 5$
$-x + 16y$; VN: 84

Indicador de logro

1.13 y 1.14 Resuelve problemas utilizando operaciones algebraicas.

Solución de algunos ítems:

Clase 1.13

1. a) $5xyz - 2t^2$
   Términos: $5xyz, -2t^2$
   Grado del término $5xyz$: 3
   Grado del término $2t^2$: 2
   Grado del polinomio: 3

2. a) $(10a - 7b + 9) - (-3a - b + 5)$
   $= 10a - 7b + 9 + 3a + b - 5$
   $= 13a - 6b + 4$

Clase 1.14

2. a) $36mx \div 9x$

   $= \frac{36mx}{9x} = 4m$

3. a) $4y \times 15y^3 \div 10y^2$

   $= 4y \times 15y^3 \div \frac{1}{10y^2}$

   $= \frac{60y^4}{10y^2}$

   $= 6y^2$

4. a) $(2x - 5y) + (-4x + y)$
   $= -2x - 4y$

   Valor numérico:
   $-2x - 4y = -2(3) - 4(-3)$
   $= -6 + 12$
   $= 6$

Tarea: página 14 del Cuaderno de Ejercicios.

2.1 Suma de números consecutivos

P

Efectúa las siguientes sumas, determina un procedimiento para sumar 5 números consecutivos.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$ ______

$13 + 14 + 15 + 16 + 17 =$ ______

$28 + 29 + 30 + 31 + 32 =$ ______

S

Efectuando las sumas y buscando algún patrón.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \underline{15}$ (5×3)

$13 + 14 + 15 + 16 + 17 = \underline{75}$ (5×15)

$28 + 29 + 30 + 31 + 32 = \underline{150}$ (5×30)

La suma de 5 números consecutivos parece ser 5 veces el número del centro.

Comprobando "la conjetura" realizada a partir de las sumas particulares.

Tomando n como el primer término de una suma de 5 términos.

$13, \quad 14, \quad 15, \quad 16, \quad 17$

$\downarrow$

$13, \quad 13 + 1, \quad 13 + 2, \quad 13 + 3, \quad 13 + 4$

$\downarrow$

$n, \quad n + 1, \quad n + 2, \quad n + 3, \quad n + 4$

Entonces, la suma de 5 términos consecutivos en general será:

$$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 = 5 \times (n + 2).$$

Por lo tanto, la conjetura es verdadera y la suma de 5 números consecutivos es 5 veces el número del centro (ordenados de menor a mayor).

En matemática, para solucionar un problema pueden abordarse diversas estrategias, una de ellas es la utilizada en esta clase, en la cual se determina el resultado para casos particulares y se busca un "patrón" para formular una "conjetura"; es decir, una observación que al parecer se cumple en todos los casos pero carece de sustento lógico, es únicamente intuitivo. Posteriormente se demuestra la conjetura utilizando un método inductivo.

C

Para conjeturar sobre la suma de 5 números consecutivos fue necesario aplicar suma de polinomios. Utilizando variables para expresar la situación, se pueden comprobar varias propiedades que hay entre los números.

1. Escribe cinco números consecutivos representando el número del centro con n; luego expresa la suma de estos números en términos de n.

   $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$ $\quad (n - 2) + (n - 1) + (n) + (n + 1) + (n + 2) = 5n$

2. Encuentra la propiedad de la suma de 7 números consecutivos y compruébala.

   $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 63 = 7 \times 9$

   $(n) + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5) + (n + 6) = 7n + 21 = 7(n + 3)$

Indicador de logro

2.1 Utiliza polinomios para obtener propiedades de números u operaciones.

Secuencia

En la lección 1 de esta unidad, se trabajaron las operaciones con polinomios, en esta clase se utilizarán para representar la suma de números consecutivos, para ello se harán conjeturas que se buscarán generalizar mediante expresiones algebraicas.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Calcular la suma de cinco números consecutivos, luego generalizar para cinco números consecutivos cualesquiera.

Solución de algunos ítems:

1. $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$
   $(n - 2) + (n - 1) + (n) + (n + 1) +$
   $(n + 2) = n - 2 + n - 1 + n +$
   $n + 1 + n + 2 = 5n$

Estrategia de resolución de problemas:
Para esta clase y las siguientes, se utiliza la búsqueda de regularidades numéricas que se puedan modelar mediante una expresión algebraica, la cual se conoce como **búsqueda de patrones**.

Posibles dificultades:
El estudiante quizás no recuerde o no conozca el concepto de números consecutivos, en ese caso será necesario dar una explicación general.

Como no se ha visto el factoreo la respuesta final debe ser obtenida como el proceso inverso de la propiedad distributiva del producto sobre la suma.

Fecha: **U1 2.1**

Ⓟ Efectúa las siguientes sumas:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$ ________
$13 + 14 + 15 + 16 + 17 =$ ________
$28 + 29 + 30 + 31 + 32 =$ ________

Ⓢ
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 \quad (5 \times 3)$
$13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 75 \quad (5 \times 15)$
$28 + 29 + 30 + 31 + 32 = 150 \quad (5 \times 30)$

$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4)$
$= 5n + 10 = 5 \times (n + 2)$

Ⓡ

1. $9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55 = 5 \times 11$
   $(n - 2) + (n - 1) + n + (n + 2) + (n + 2) = 5n$

2. $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 63 = 7 \times 9$

$n - 3n - 2 + n - 1 + n + n + 2 + n + 2\ n + 3 = 7n$

Tarea: página 15 del Cuaderno de Ejercicios.

Lección 2

2.2 Suma de un número con su invertido

P

Efectúa las siguientes sumas de un número con su invertido, demuestra si se cumple alguna regla.

$12 + 21 =$ ____

$63 + 36 =$ ____

$91 + 19 =$ ____

S

Efectuando las sumas y buscando algún patrón.

$12 + 21 = \underline{33} = 11 \times 3$

$63 + 36 = \underline{99} = 11 \times 9$

$91 + 19 = \underline{110} = 11 \times 10$

La suma de un número con su invertido es un múltiplo de 11, ¿se cumplirá siempre esta afirmación?

Comprobando "la conjetura" realizada a partir de las sumas particulares de arriba, se toma y como el dígito de las unidades y x como el dígito de las decenas, escribiendo el número mediante la expresión de los números base 10.

$$63 = 60 + 3$$
$$63 = 10 \times 6 + 3$$
$$= 10 \times x + y$$

Observa que en este caso, las variables x y y representan dígitos; es decir, números entre 0 y 9, y no se está tomando en cuenta el valor posicional de las decenas.

Entonces, la suma de un número con su invertido utilizando las variables x y y, es:

$$(10x + y) + (10y + x) = 11x + 11y$$
$$= 11(x + y)$$

Por lo tanto, la suma de un número con su invertido siempre es múltiplo de 11.

C

Para comprobar las propiedades de los números, hay que utilizar variables adecuadamente según la situación, identificar regularidades y aplicar las operaciones algebraicas necesarias para representarlas.

1. Determina si la suma de un número de 4 cifras con su invertido es múltiplo de 11. Considera los casos a continuación:

a) $1\,234 + 4\,321 = 5\,555 = 11 \times 505$

b) $1\,032 + 2\,301 = 3\,333 = 11 \times 303$

c) $1\,121 + 1\,211 = 2\,332 = 11 \times 212$

2. Comprueba tus resultados del numeral 1.

a) $(1\,000w + 100x + 10y + z) + (1\,000z + 100y + 10x + w)$
$1\,001w + 110x + 110y + 1\,001z = 11(91w + 10x + 10y + 91z)$

Indicador de logro

2.2 Utiliza polinomios para obtener propiedades de números u operaciones.

Secuencia

Anteriormente se modeló la suma de x números consecutivos, en esta clase se utilizarán las operaciones con polinomios para modelar la suma de un número con su invertido, siempre continuando con la representación algebraica de propiedades de los números.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Determinar la suma de un número con su invertido mediante operaciones algebraicas. Es importante que el estudiante comprenda la importancia de identificar regularidades y representar un número mediante una variable.

Solución de algunos ítems:

2. a) $(1\,000w + 100x + 10y + z) +$
$(1\,000z + 100z + 10x + w)$

$= (1\,001w + 110x + 110y + 1\,001z)$
$= (11 \times 91w + 11 \times 10x + 11 \times 10y + 11 \times 91z)$
$= 11(91w + 10x + 10y + 91z)$

Posibles dificultades:
Puede que el estudiante no comprenda el concepto de número invertido, en ese caso será importante ejemplificar de manera general.

Como no se ha visto el factoreo la respuesta final debe ser obtenida como el proceso inverso de la propiedad distributiva del producto sobre la suma, tal como se hizo en la clase anterior.

Fecha: **U1 2.2**

Ⓟ Efectúa las siguientes sumas:
$12 + 21 =$ ______
$63 + 36 =$ ______
$91 + 19 =$ ______

Ⓢ
$12 + 21 = \underline{33} = 11 \times 3$
$63 + 36 = \underline{99} = 11 \times 9$
$91 + 19 = \underline{110} = 11 \times 10$

$63 = 60 + 3$
$63 = 10 \times 6 + 3$
$= 10 \times x + y$
$= 11x + 11y = 11(x + y)$

Ⓡ
1. a) $1\,234 + 4\,321 = 5\,555 = 11 \times 505$
b) $1\,032 + 2\,301 = 3\,333 = 11 \times 303$
c) $1\,121 + 1\,211 = 2\,332 = 11 \times 212$

2. a) $1\,234 = 1 \times 1\,000 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 4$
$4\,321 = 4 \times 1\,000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 1$

Generalizando:
$1\,000w + 100x + 10y + 1z$
$1\,000z + 100y + 10x + 1w$
Suma: $11(91w + 10y + 10x + 91z)$

Tarea: página 16 del Cuaderno de Ejercicios.

2.3 Sumas de días del calendario

P

Efectúa la suma de los días del calendario que están sombreados, demuestra si se cumple alguna regla en general.

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

S

Efectuando las sumas y buscando algún patrón:

Color rosado: $2 + 8 + 9 + 10 + 16 = 45 = 5 \times 9$

Color azul: $14 + 20 + 21 + 22 + 28 = 105 = 5 \times 21$

Las sumas de los cinco días coloreados parecen ser 5 veces el número que queda al centro.

Comprobando "la conjetura" realizada a partir de las sumas particulares de arriba; se toma n como el término del centro de la parte sombreada.

Entonces, un día después será denotado por $n + 1$ y un día antes por $n - 1$.
Además, para denotar el mismo día, pero de la semana anterior, será $n - 7$ y el mismo día la semana siguiente será $n + 7$.

La suma de los 5 días coloreados estará dado por:

$$14 + 20 + 21 + 22 + 28$$

$$(21 - 7) + (21 - 1) + 21 + (21 + 1) + (21 + 7)$$

$$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$$

Por lo tanto, la suma de los días sombreados en esta forma en el calendario es 5 veces el número que queda al centro.

C

Cuando se trata de varios números, es importante elegir el número que se representará con la variable conveniente, para identificar los patrones y expresarlos mediante expresiones algebraicas.

Utiliza polinomios para comprobar la regla que hay en la suma de los días sombreados en los siguientes calendarios:

a) Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$5n$

b) Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$3n$

c) Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$5n$

Indicador de logro

2.3 Aplica polinomios para resolver problemas en los que se tengan que reconocer patrones.

Secuencia

En las clases 2.1 y 2.2, se modelaron algunas propiedades de los números, y para esta clase se utilizarán las operaciones algebraicas para determinar la suma de subconjuntos de números del calendario que guardan regularidades entre sí.

Es importante que se haga énfasis en el uso de las expresiones algebraicas en diferentes ciencias, como la química, física, biología, etc., para ir cambiando el concepto del álgebra que se ha tenido en el sistema educativo.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Reconocer regularidades entre los números que están ubicados en posiciones donde se pueden identificar dichas regularidades y representarlas mediante una expresión algebraica.

Posibles dificultades:
Probablemente no logren identificar las regularidades, en ese caso puede asignarse trabajo por parejas o equipos de 3 estudiantes, para que analicen e identifiquen las relaciones con el apoyo de los compañeros, fortaleciendo así las relaciones interpersonales.

Fecha: **U1 2.3**

Ⓟ Demuestra si se cumple alguna regla general para la suma de los días indicados:

Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

Ⓢ

$2 + 8 + 9 + 10 + 16 = 45 = 5 \times 9$

$14 + 20 + 21 + 22 + 28 = 105 = 5 \times 21$

$14 + 20 + 21 + 22 + 28$

$(21 - 7) + (21 - 1) + 21 + (21 + 1) + (21 + 7)$

$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$

Ⓡ

a) $9 + 15 + 16 + 17 + 23 = 80 = 5 \times 16$

$9 + 15 + 16 + 17 + 23$

$(16 - 7) + (16 - 1) + 16 + (16 + 1) + (16 + 7)$

$(n - 7) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 7) = 5n$

b) $8 + 15 + 22 = 45 = 3 \times 15$

$(n - 7) + n + (n + 7) = 3n$

c) $3 + 9 + 15 + 21 + 27 = 75 = 5 \times 15$

$(n - 12) + (n - 6) + n + (n + 6) + (n + 12) = 5n$

Tarea: página 17 del Cuaderno de Ejercicios.

2.4 Resolución de problemas utilizando polinomios

P

Carlos tiene 25 centavos de dólar para comprar dulces en la tienda, si los dulces de miel cuestan 3 centavos y los de eucalipto 2.5 centavos cada uno. Tomando a como la cantidad de dulces de miel, b como la cantidad de dulces de eucalipto, establece el polinomio que representa la situación. Luego responde, Carlos compra 5 dulces de miel, ¿cuántos dulces de eucalipto puede comprar con el vuelto?

S

Cada dulce de miel cuesta 3 centavos de dólar y cada dulce de eucalipto 2.5, se gastan 25 centavos, entonces se puede plantear la siguiente ecuación:

Costo de los dulces de miel ⟶ $3a + 2.5b = 25$ ⟵ Dinero que tiene Carlos.

Costo de los dulces de eucalipto.

El problema pide la cantidad de dulces de eucalipto que puede comprar Carlos, es decir b; si compra 5 dulces de miel, es decir $a = 5$. Trabajando la ecuación:

$$3a + 2.5b = 25$$
Multiplicando ambos lados por 2,
$$6a + 5b = 50$$
transponiendo el término $6a$,
$$5b = 50 - 6a$$
dividiendo ambos lados por 5.
$$b = \frac{50 - 6a}{5} = -\frac{6a}{5} + 10$$

Finalmente para determinar cuántos dulces de eucalipto puede comprar Carlos hay que sustituir el valor numérico de $a = 5$ en el polinomio $-\frac{6a}{5} + 10$, se tiene $\frac{-6 \times 5}{5} + 10 = -6 + 10 = 4$.

C

Para resolver problemas utilizando polinomios se pueden realizar los siguientes pasos:

1. Se identifican las variables del problema.
2. Se plantea una ecuación con las variables identificadas en el paso anterior.
3. Se despeja la variable que soluciona el problema planteado.
4. Se sustituye el valor numérico de una variable en el polinomio que resulta después de despejar.

E

Despeja la variable indicada y sustituye el valor numérico que aparece entre corchetes [].

$\frac{1}{3}ab = 5$ $[a, b = 5]$. Entonces, $\frac{1}{3}ab = 5$ $\quad ab = 15 \quad a = \frac{15}{b}$. Por lo tanto, $a = \frac{15}{5} = 3$.

Multiplicando por 3 ambos lados. Dividiendo por b ambos lados.

1. Despeja la variable indicada y sustituye el valor numérico que aparece entre corchetes [].

a) $5x - 6y = 25$ $[x, y = 10]$
$x = 17$

b) $3.5t + u = 7$ $[u, t = 4]$
$u = -7$

c) $\frac{1}{6}wz = 10$ $[w, z = 15]$
$w = 4$

2. Un arquitecto trabaja en el diseño de las paredes de una casa; cuenta con dos tipos de ladrillo, el primer tipo es de 10 pulgadas de altura y el segundo de 6 pulgadas de altura. Si la pared mide 72 pulgadas de alto, tomando w como la cantidad de ladrillos del tipo 1, z como la cantidad de ladrillos del tipo 2, establece el polinomio que representa la situación. Además, el arquitecto decide que esta pared debe tener 6 filas de ladrillos del primer tipo, ¿cuántas filas del segundo tipo debe tener la pared? $10w + 6z = 72$; $z = 2$

Indicador de logro

2.4 Utiliza polinomios para resolver situaciones cotidianas.

Secuencia

En las clases anteriores de esta lección, se han modelado algunas propiedades de los números; en esta clase se utilizarán las expresiones algebraicas y sus operaciones para resolver situaciones cotidianas. Estas expresiones tienen dos variables y se conoce solo el valor de una de ellas, para resolverlas se debe hacer referencia a lo aprendido en la Unidad 5 de séptimo grado.

Propósito

Ⓟ, Ⓢ Resolver situaciones cotidianas mediante el uso de polinomios, utilizando dos variables donde solo se conoce el valor de una de ellas (luego de sustituir el valor conocido, el proceso se reduce a la solución de una ecuación con una incógnita).

Ⓔ Despejar una variable en una ecuación que tiene dos incógnitas donde el valor de una de ellas es conocido.

Fecha:

U1 2.4

Ⓟ Carlos tiene 25 centavos de dólar; si los dulces de miel cuestan 3 centavos y los de eucalipto 2.5 centavos cada uno. Si compra 5 de miel, ¿cuántos de eucalipto puede comprar con el vuelto?

Ⓢ
$$3a + 2.5b = 25$$
$$6a + 5b = 50$$
$$5b = 50 - 6a$$
$$b = \frac{50 - 6a}{5} = -\frac{6a}{5} + 10$$

Como $a = 5$, entonces $b = \frac{-6 \times 5}{5} + 10 = -6 + 10 = 4$

Ⓔ $\frac{1}{3}ab = 5 \quad [a, b = 5]$

$\frac{1}{3}ab = 5 \qquad ab = 15 \qquad a = \frac{15}{b}$

Ⓡ a) $5x - 6y = 25 \quad [x, y = 10]$

$x = 17$

b) $3.5t + u = 7 \quad [u, t = 4]$

$u = -7$

c) $\frac{1}{6}wz = 10 \quad [w, z = 15]$

$w = 4$

Tarea: página 18 del Cuaderno de Ejercicios.

2.5 Practica lo aprendido

1. Determina un procedimiento para sumar 9 números consecutivos.
   $9n$, donde n es el número que está justo en el centro si se consideran los datos ordenados.

2. Demuestra que si un número de tres cifras tiene la cifra de las decenas dos unidades mayor que la de las centenas y dos unidades menos que la de las unidades, entonces al sumarlo con su invertido el resultado es múltiplo de 111. $100(x-2)+10(x)+(x+2)$: número
   $100(x+2)+10(x)+(x-2)$: invertido
   Suma: $222x$, es múltiplo de 11

3. Utiliza polinomios para encontrar la regla que hay en la suma de los días sombreados en los siguientes calendarios:

a) Febrero 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	**2**	**3**	4	5
6	7	8	**9**	10	11	12
13	14	**15**	**16**	**17**	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28					

$7n$

b) Marzo 2017

L	M	M	J	V	S	D
		1	2	**3**	4	5
6	7	8	**9**	10	11	12
13	14	15	16	**17**	18	19
20	21	22	23	24	**25**	26
27	28	29	30	**31**		

$5n$

4. Carlos compra 3 pupusas de queso con loroco y 2 revueltas, en total debe pagar \$2.20. Si Carlos sabe que las pupusas de queso con loroco valen \$0.50, ¿qué precio tienen las pupusas revueltas? Resuélvelo utilizando polinomios y valor numérico. Cuestan 0.35 centavos
   $3x+2y=2.20$
   $y=0.35$

5. ¿Cuántos cuadrados de 10 m² de área son necesarios para cubrir un área de 200 m² si ya se han utilizado 7 cuadrados de 20 m² de área? $10x+20y=200$
   $x=6$ Se necesitan 6 cuadrados

6. El abuelito de Ana tiene problemas con uno de sus riñones y el nefrólogo le ha recomendado que tome 2 litros de agua al día. Para cumplir la recomendación del médico, Ana quiere conocer la capacidad que tienen los vasos de su casa, y así podrá saber cuántos vasos con agua tendrá que beberse al día el abuelo. Considerando que los vasos tienen forma cilíndrica. Determina cuántos vasos con agua debe beber cada día el abuelo de Ana; ¿cómo se resuelve esto?

   Nota: para resolver esta situación, toma las medidas de un vaso cilíndrico que esté en tu escuela o en tu casa.

7. Una de las propiedades de la sucesión de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...) es que "la suma de diez elementos consecutivos cualesquiera de la sucesión es igual a 11 veces el séptimo elemento de ese grupo". No es necesario que comience por el primer término de la sucesión. Ilustra la propiedad con dos ejemplos y escribe una expresión algebraica tomando como x el séptimo elemento del grupo.
   $1+1+2+3+5+8+13+21+34+55=143=11\times13$
   $2+3+5+8+13+21+34+55+89+144=143=11\times34$
   Sea x el número que ocupa la posición 7 y y el que ocupa la posición anterior a x.
   $(5x-8y)+(5y-3x)+(2x-3y)+(2y-x)+(x-y)+(y)+(x)+(x+y)+(2x+y)+(3x+2y)=11x.$

Indicador de logro

2.5 Resuelve situaciones de diferentes contextos del entorno, utilizando las operaciones con polinomios.

Solución de algunos ítems:

1.
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$
$= 45 = 9 \times 5$
$(n - 4) + (n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 9n$

2. Se tiene que el número es de la forma:

$100\,(x - 2) + 10\,x + (x + 2)$
$= 100x - 200 + 10\,x + x + 2$
$= 111x - 198$

Mientras que el invertido:
$100(x + 2) + 10\,x + (x - 2)$
$= 100x + 200 + 10\,x + x - 2$
$= 111x + 198$

Luego sumando el número con su invertido se tiene que

$111x - 198 + (111x + 198)$
$= 222x - 198 + 198$
$= 222x$

Se tiene que $222x$ es múltiplo de 11.

4. Se tiene la siguiente relación:
$3x + 2y = 2.20$, como $x = 0.50$

$3(0.50) + 2y = 2.20$
$1.5 + 2y = 2.20$
$2y = 0.7$
$y = 0.35$

Tarea: página 19 del Cuaderno de Ejercicios.

2.6 Practica lo aprendido

Expresa los siguientes problemas como ecuaciones con polinomios, luego resuélvelos utilizando valor numérico.

1. Carmen compra 2 chibolas de cristal y 4 metálicas por \$1.90, ¿cuánto cuestan las chibolas metálicas si las de cristal cuestan \$0.25 cada una?

$2x + 4y = 1.9$

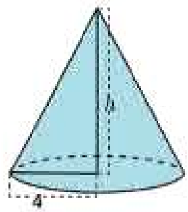
$y = 0.35$

2. Mario necesita 1 024 MB para hacer un respaldo de sus archivos de la computadora, para ello cuenta con 3 memorias *USB* con capacidad de 256 MB. ¿Cuántas memorias *USB* con capacidad de 128 MB necesita Mario para esta labor?

$256x + 128y = 1\,024$

$y = 2$

3. El volumen de un cono es $8\pi \text{cm}^3$. Si el cono tiene un radio de 4 cm, determina la medida de la altura de dicho cono. $h = \frac{3}{2}$



4. Beatriz vende pan dulce y ha olvidado el precio de la semita de piña, pero recuerda que ayer Miguel compró 2 semitas y 3 salpores y pagó \$0.83. Si Beatriz sabe que cada salpor cuesta \$0.11, ¿cómo podría Beatriz saber el precio de la semita de piña?

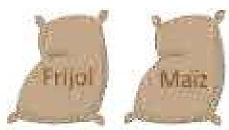
$2x + 3y = 0.83$

$y = 0.25$

5. José cultiva maíz y frijol, este año venderá 5 quintales de frijol y 3 de maíz, él se ha proyectado recaudar \$500 con la venta de su cosecha. Si piensa vender el quintal de frijol a \$85, ¿qué precio debe tener el quintal de maíz para que José logre su proyección?

$3x + 5y = 500$

$x = 25$



6. En la escuela de María se celebrará el día del amor y la amistad, por lo que se requiere instalar algunos parlantes, con el cuidado de que no sobrepasen los 120 decibeles de sonido. Si se cuenta con 2 parlantes de 40 decibeles cada uno, ¿cuántos parlantes de 20 decibeles se necesitan?

$40x + 20y = 120$

$y = 2$

Indicador de logro

2.6 Resuelve situaciones de diferentes contextos del entorno, utilizando las operaciones con polinomios.

Solución de algunos ítems:

1. Se tiene la siguiente relación:

$2x + 4y = 1.9$ como $x = 0.25$

$$\begin{aligned} 2(0.25) + 4y &= 1.9 \\ 0.5 + 4y &= 1.9 \\ 4y &= 1.4 \\ y &= 0.35 \end{aligned}$$

2. Sustituyendo $x = 3$ en

$$\begin{aligned} 256x + 128y &= 1024 \\ 256(3) + 128y &= 1024 \\ 768 + 128y &= 1024 \\ 128y &= 256 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

3. Como el volumen del cono es:

$V = \frac{1}{3}Ah$,

Y como el $A = \pi(4^2) = 16\pi$,
además $V = 8\pi$,

$$V = 8\pi = \frac{1}{3}(16\pi)h.$$

De aquí que

$$h = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

Tarea: página 20 del Cuaderno de Ejercicios.