Tentamensskrivning i Matematisk Analys för MEI 2009-01-14

Kursnummer: LMA223 Poäng: 10,5 Skrivtid: 08.30 – 12.30.

Hjälpmedel: Inga. Examinator: R. Andersson, tel. 070 – 718 2685.

Åberopar man satser som ej ingår i kursen skall dessa härledas.

Givetvis krävs fullständiga lösningar och exakta förenklade svar!

---

1. Beräkna följande gränsvärden

   a) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2+5x}-2x)$ b) $\lim_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{4-x}}{x}$ c) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^2}{x^4+5x^2}$ (6 p)

   ---

2. Konstruera grafen till funktionen $f(x)=\frac{4x}{4+x^2}$ med angivande av definitionsområde, asymptoter och lokala extrempunkter. (6 p)

---

3. Funktionen $f(x)=x^2-4x+5+3\ln x$ är given.
   (a) Ange funktionens definitionsområde D_f och visa att f är omvändbar, dvs har en invers har en invers ϕ för alla $x\in D_f$. (3 p)
   (b) Beräkna $\phi(2)$, $\phi'(2)$ och $\phi''(2)$. (3 p)

   ---

4. Låt $f(x)=\arctan 3x-\arcsin x$. Ange funktionens definitionsområde samt lös ekvationen $f(x)=0$. (6 p)

   ---

5. Lös differentialekvationerna a) $(1+x^2)y'-xy=x^3+x$ (4 p)
   b) $y''-y'=x^2$ (5 p)

   ---

6. Beräkna den generaliserade integralen $\int_1^\infty \frac{\ln(1+x^2)}{x^3}dx$ (6 p)

   ---

7. Definiera $\arctan x$ och härled dess derivata (6 p)

   ---

8. Formulera och bevisa formel för partiell integration (obest. Integral). (5 p)