

**Többvált. fvtan, 2013. 10. 03.**

**Feladatok**

1. Távolságot definiál-e az  $\mathbb{R}$  számegyenesen a

$$d(x, y) := \left| \frac{1}{2x} - \frac{1}{2y} \right|$$

kifejezés? (5 pont)

2. Legyen

$$f(x, y) := \sqrt{\frac{xy}{x+y}}.$$

Hol van értelmezve a függvény? (Ábrázolja is az ÉT-t.) Hol folytonos? Mi az értékkészlete? (7 pont)

3. Legyen

$$f(x, y, z) := \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Számolja ki az  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$  összeget. (6 pont)

4. Számolja ki a

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x(x-1) + y(y+1)}{x+y}$$

határértéket (ha létezik). (6 pont)

**Definíciók, tételek (3 × 4 pont)**

A. Definiálja a *skaláris szorzat* (általános) fogalmát.

B. Definiálja az *összefüggő nyílt tartomány* fogalmát.

C. Mondja ki a kompakt halmazon folytonos ( $\mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$  típusú) függvényekről szóló tétel(ek)e-t.

Ügyeljen a megfelelő indoklásokra, a pontos fogalmazásra, feltételekre. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!