Erlös und Gewinn

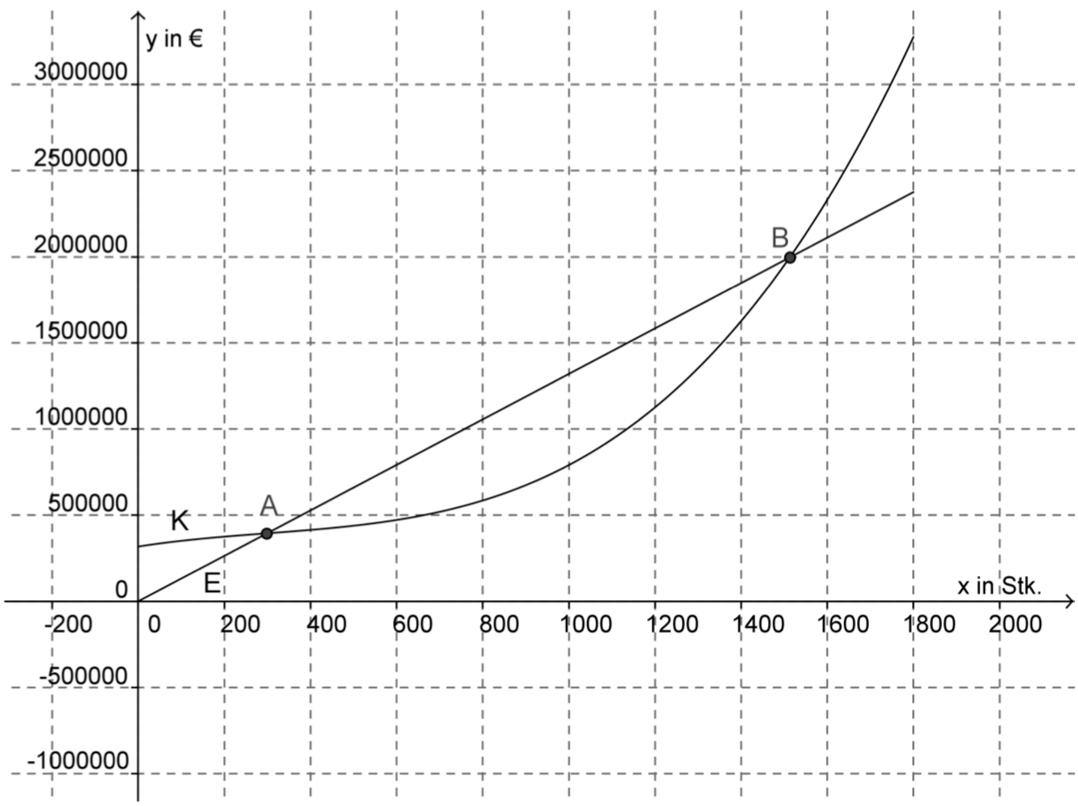
Aufgabennummer: 2_011	Prüfungsteil: Typ 1 ☐ Typ 2 ☒
Grundkompetenzen: FA 1.6, FA 1.7, FA 2.1, AN 3.3	

☐ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Eine Digital-Spiegelreflexkamera wird zu einem Stückpreis von € 1.320 angeboten.

Ein Produktionsbetrieb kann monatlich maximal 1 800 Stück dieser Kamera produzieren. Es wird dabei angenommen, dass der Verkaufspreis unabhängig von der verkauften Stückzahl x konstant gehalten wird und alle produzierten Kameras auch verkauft werden. Die Funktion K mit $K(x) = 0{,}00077x^3 - 0{,}693x^2 + 396x + 317\,900$ beschreibt die Gesamtkosten K für die Produktion in Abhängigkeit von der produzierten Stückzahl x.

Die Graphen der Kostenfunktion K und der Erlösfunktion E sind in der nachstehenden Grafik dargestellt.



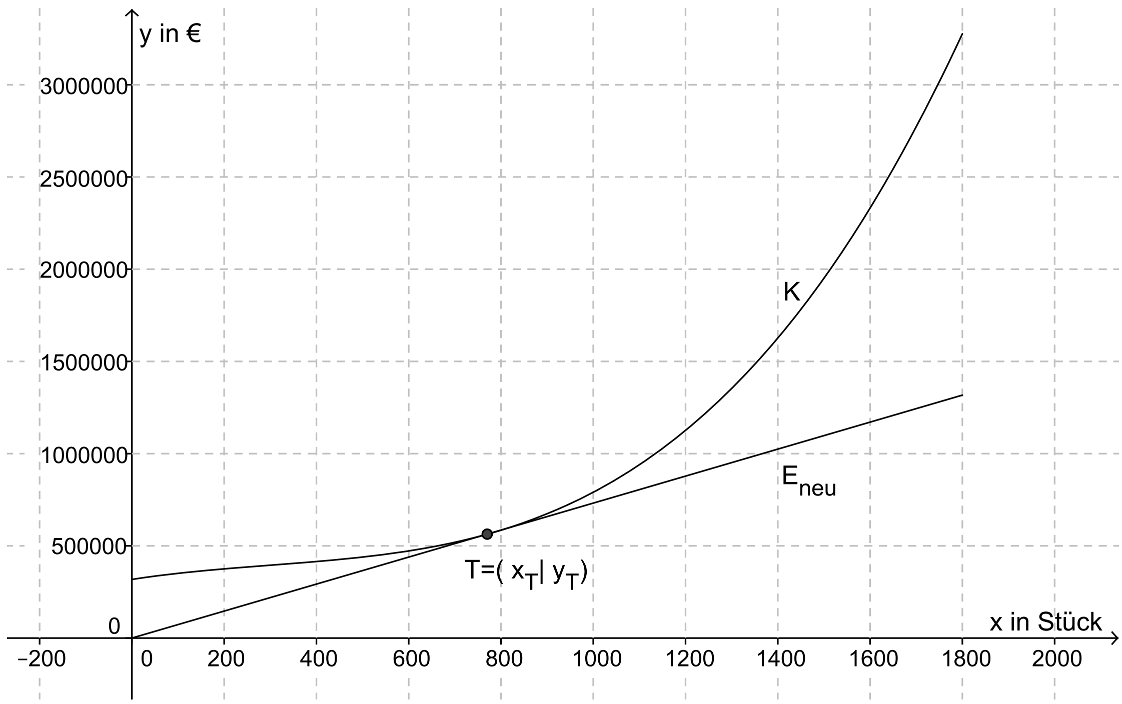
Aufgabenstellung:

a) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Gewinnfunktion G ein!

Eine Stückpreisänderung wurde vorgenommen und hat bewirkt, dass der Break-even-Point bei einer geringeren Stückzahl erreicht wird. Geben Sie an, wie der Stückpreis verändert wurde und welchen Einfluss diese Veränderung auf die Lage der Nullstellen der Gewinnfunktion G und den Gewinnbereich hat!

b) Erstellen Sie die Gleichung der Gewinnfunktion G!
Berechnen Sie diejenige Stückzahl, bei der der Gewinn maximal wird!

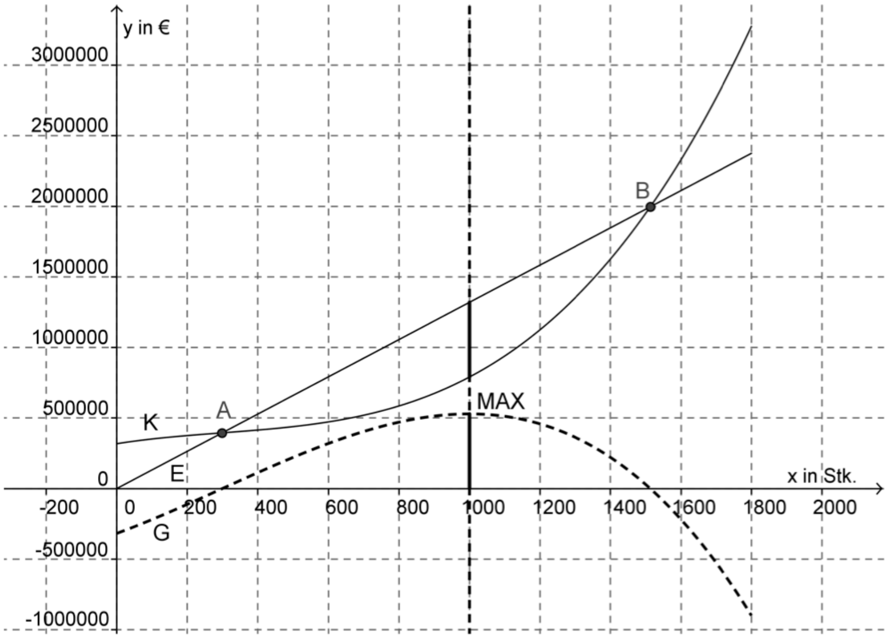
c) In der nachstehenden Grafik wurde die Erlösfunktion so abgeändert, dass die Graphen der Kostenfunktion K und der Erlösfunktion E_{neu} einander im Punkt T berühren.
Bestimmen Sie die Gleichung der Erlösfunktion E_{neu}!



Interpretieren Sie die Koordinaten des Punktes T im gegebenen Kontext und erklären Sie, welche Auswirkungen die Änderung der Erlösfunktion auf den Gewinnbereich hat!

Möglicher Lösungsweg

a) Graph der Gewinnfunktion:



Der Stückpreis muss erhöht werden. Die Nullstellen liegen weiter auseinander, das heißt, der Gewinnbereich wird größer.

b) Gewinnfunktion:

$G(x) = E(x) - K(x)$

$G(x) = 1\,320x - (0{,}00077x^3 - 0{,}693x^2 + 396x + 317\,900)$

$G(x) = -0{,}00077x^3 + 0{,}693x^2 + 924x - 317\,900$

Bedingung für maximalen Gewinn:

$G'(x) = 0$

$G'(x) = -0{,}00231x^2 + 1{,}386x + 924$

$$-0{,}00231x^2 + 1{,}386x + 924 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-1{,}386 \pm \sqrt{1{,}386^2 + 4 \cdot 0{,}00231 \cdot 924}}{-0{,}00462} = \begin{cases} (-400) \\ 1000 \end{cases}$$

Der maximale Gewinn wird bei einer Stückzahl von 1 000 erzielt.

c) Die Gleichung der Erlösfunktion E_{neu} lautet:

$E_{\text{neu}}(x) = \frac{y_T}{x_T} \cdot x$

Nur bei der Produktionsmenge von x_T Stück wird genau kostendeckend produziert.
Kosten und Erlös betragen je € y_T.
Bei dieser Produktionsmenge ist es nicht möglich, mit Gewinn zu produzieren.