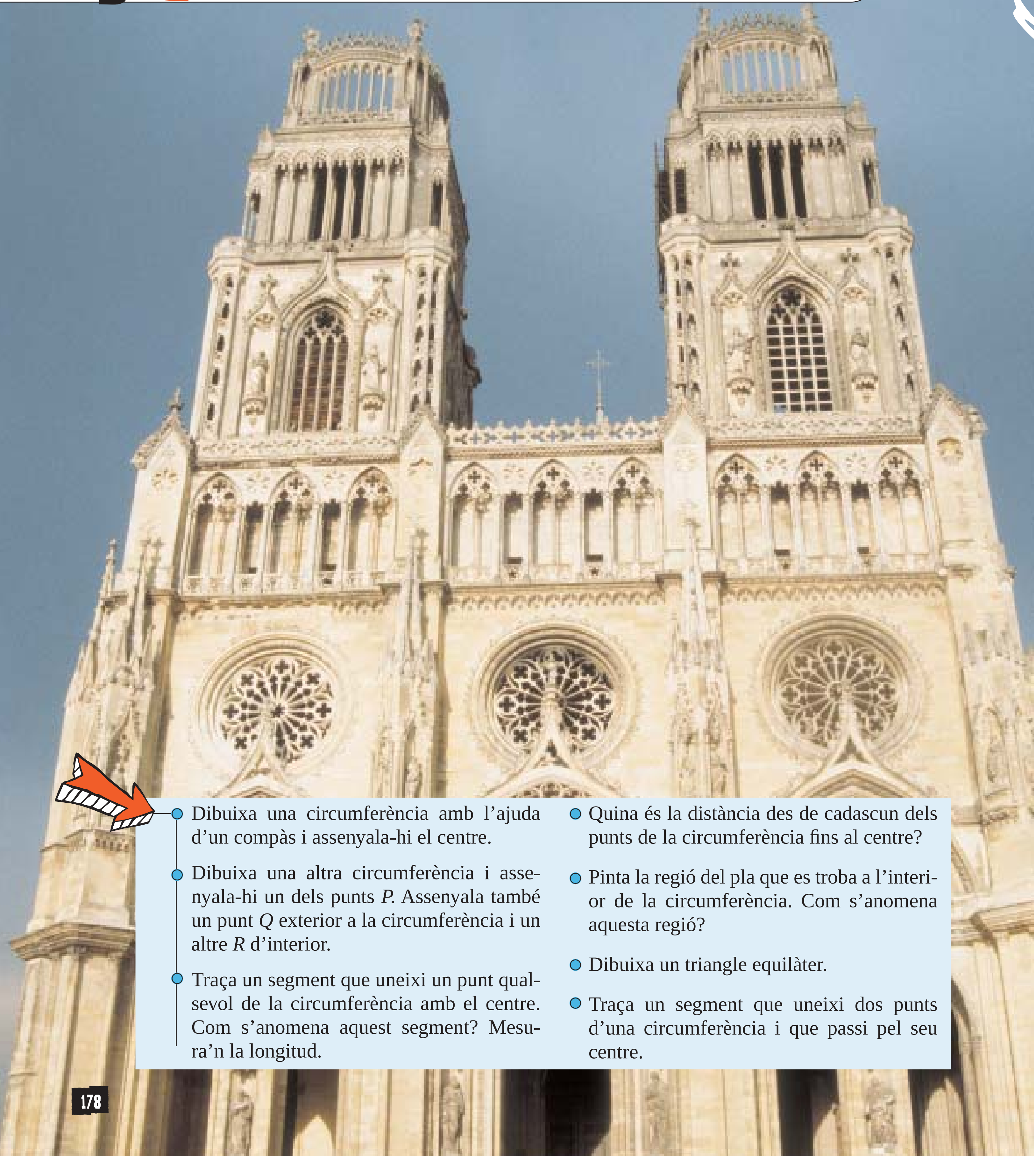
unitat 8

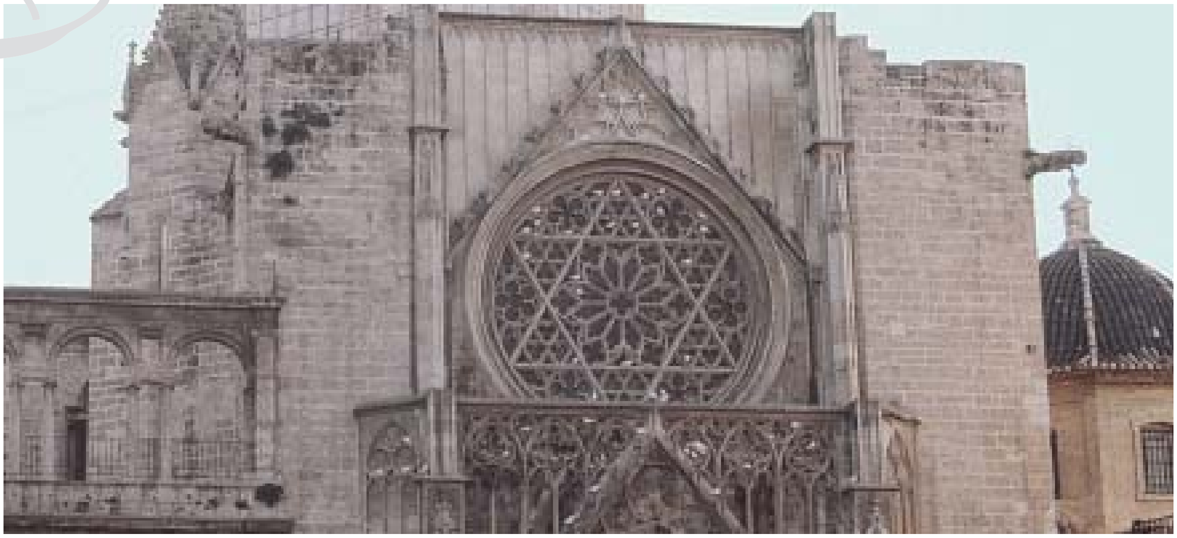
Circumferència i cercle



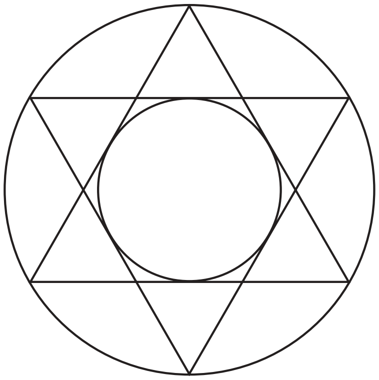
- Dibuixa una circumferència amb l'ajuda d'un compàs i assenyala-hi el centre.
- Dibuixa una altra circumferència i assenyala-hi un dels punts *P*. Assenyala també un punt *Q* exterior a la circumferència i un altre *R* d'interior.
- Traça un segment que uneixi un punt qualsevol de la circumferència amb el centre. Com s'anomena aquest segment? Mesura'n la longitud.
- Quina és la distància des de cadascun dels punts de la circumferència fins al centre?
- Pinta la regió del pla que es troba a l'interior de la circumferència. Com s'anomena aquesta regió?
- Dibuixa un triangle equilàter.
- Traça un segment que uneixi dos punts d'una circumferència i que passi pel seu centre.

A punt!

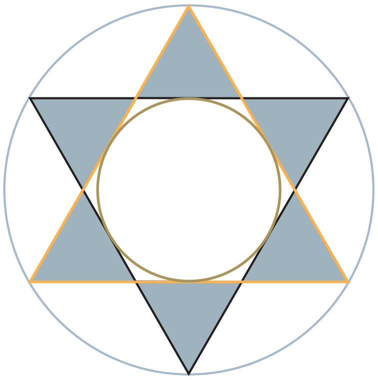
Observa a la fotografia la rosassa d'una catedral gòtica. Aquest element arquitectònic està constituït per un gran nombre de figures geomètriques.



Si es consideren algunes de les figures que més ressalten en la rosassa, es pot obtenir l'esquema següent:



- Assenyalem a l'esquema línies poligonals tancades. Fixa't que és possible destacar-ne sis triangles equilàters petits, dos triangles equilàters grans i un hexàgon regular.
- A l'esquema, s'hi poden observar dues circumferències que tenen els seus centres en el mateix punt, és a dir, dues circumferències concèntriques.
- Observa que els vèrtexs dels triangles equilàters estan situats a la circumferència exterior.



- T'adones que els costats dels triangles equilàters grans tenen tots un punt de contacte amb la circumferència interior i que aquest punt és únic en cada costat?

En aquesta unitat estudiarem continguts que fan referència a la **circumferència** i el **cercle** i comprovarem que, donat un triangle qualsevol, sempre és possible dibuixar dues circumferències de manera que cadascuna d'elles tingui tres punts en comú amb el triangle.

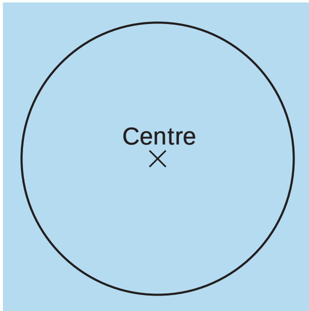
8.1 La circumferència i els seus elements

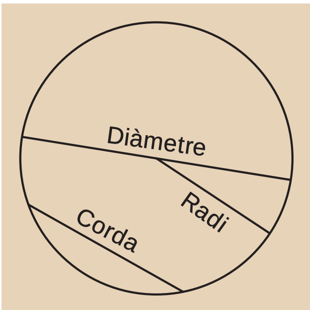
Si agafem un tros de filferro i n'unim els extrems, podem tenir diferents models sobre els contorns de les figures planes.

Es poden obtenir figures de contorn rectilini, els polígons, o de contorn curvilini, la **circumferència**.

> La ***circumferència*** és *una línia corba, tancada i plana, els punts de la qual equidisten d'un punt interior que s'anomena centre.*

El prefix *equi-* de la paraula *equidisten* significa *igual*.



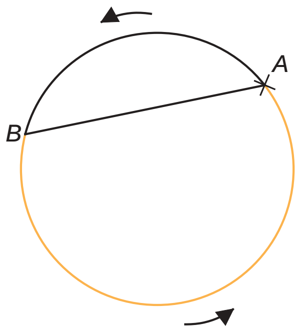


Recordem alguns dels elements que es poden identificar en una circumferència:

- **Radi**. És el segment que uneix un punt qualsevol de la circumferència amb el centre.

  La longitud d'un radi és la mesura de la distància que separa un punt qualsevol de la circumferència i el centre.

- **Corda**. És el segment que uneix dos punts de la circumferència.



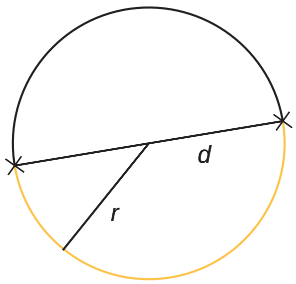
- **Arc**. És cadascuna de les dues parts en què una corda divideix la circumferència.

  La circumferència de la dreta està dividida en dos arcs: l'arc petit AB i l'arc gran BA.

- **Diàmetre**. És una corda que passa pel centre de la circumferència.

  La longitud d'un diàmetre d és sempre el doble que la longitud d'un radi r:

$$d = 2 \cdot r$$



Un diàmetre divideix la circumferència en dos arcs iguals que s'anomenen **semicircumferències**.

exemple 1

Traça una corda de 3 cm en una circumferència de 2 cm de radi.

Observa bé els dibuixos de la figura de sota perquè t'ajudaran a entendre el procediment de traçat d'una corda:

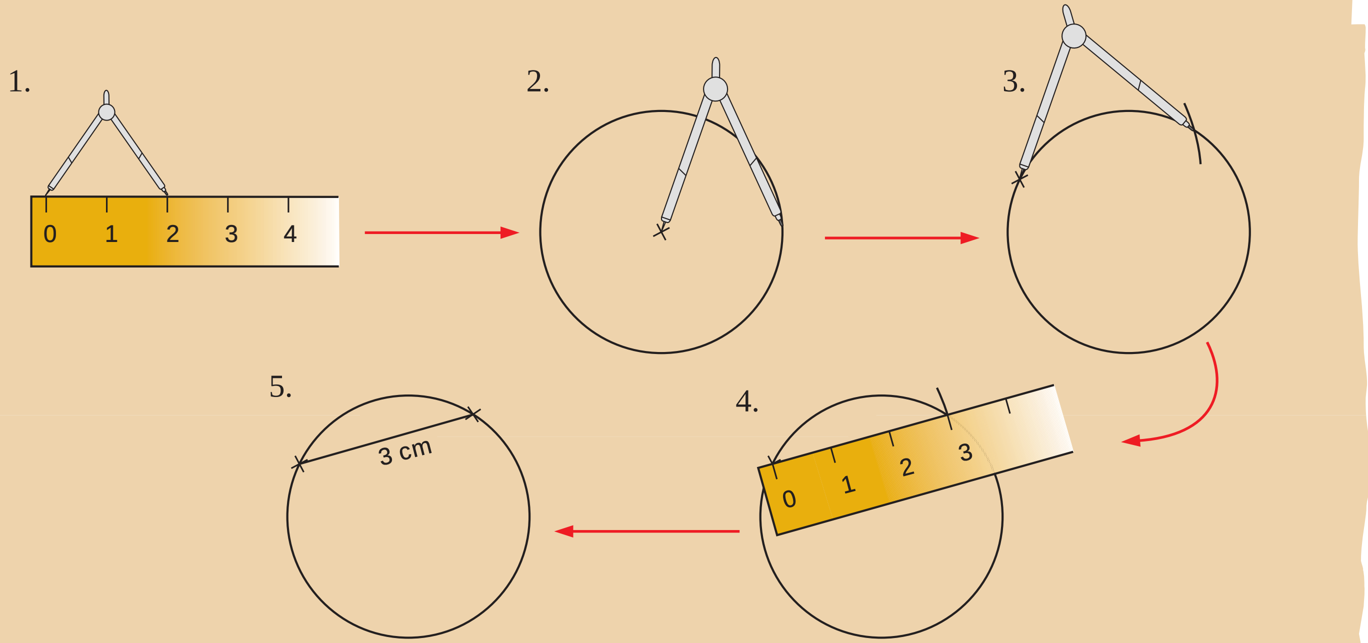
1. Agafa el compàs i, amb l'ajuda d'un regle, obre'l 2 cm.

2. Dibuixa la circumferència.

3. Obre 3 cm el compàs.

4. Fixa'l en un punt de la circumferència i mou-lo fins que puguis assenyalar un altre punt de la mateixa circumferència.

5. Uneix els dos punts amb el regle i traça-hi la corda.



activitats

1. Amb un compàs dibuixa una circumferència de 3 cm de radi. Quina longitud ha de tenir el segment que uneix el punt fix del compàs amb el punt on se situa el llapis? Quina és la longitud d'un diàmetre d'aquesta circumferència?

2. Dibuixa una corda de 2 cm de longitud i una altra de 4 cm a la circumferència de l'exercici anterior.

3. Quina és la longitud de la corda més gran que pots traçar en una circumferència de 4 cm de radi?

4. Dibuixa una circumferència i divideix-la en quatre arcs iguals traçant-hi dos diàmetres perpendiculars.

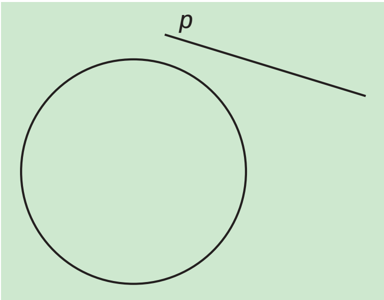
5. Traça una corda d'1,5 cm de radi en una circumferència. Assenyala-hi els arcs que determina.

8.2 Posicions relatives de circumferències i rectes

Observa a la fotografia diferents models de les posicions en què es poden trobar en el pla una recta i una circumferència o dues circumferències.

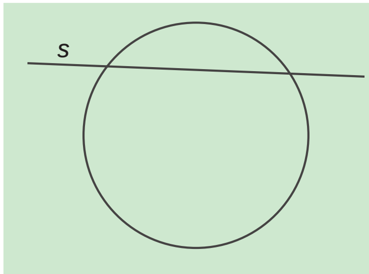
Posició relativa d'una recta i circumferència

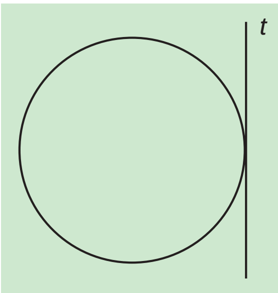
Una recta i una circumferència es poden trobar en les posicions relatives següents:



Una recta p *és* ***exterior*** *a una circumferència quan la recta i la circumferència no tenen cap punt en comú.*

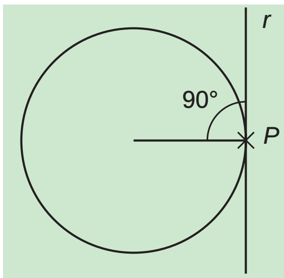
Una recta s *és* ***secant*** *a una circumferència quan la recta s i la circumferència tenen dos punts en comú.*





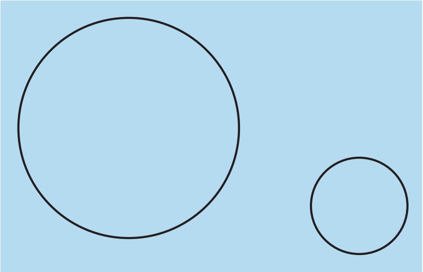
Una recta t *és* ***tangent*** *a una circumferència quan la recta i la circumferència només tenen un punt en comú.*

Observa la figura de sota. La recta *r* és tangent a la circumferència en el punt *P*. El radi de la circumferència corresponent al punt *P* forma un angle de 90° amb la recta *r*.



Una recta ***tangent*** *a una circumferència és sempre perpendicular al radi en el punt de contacte.*

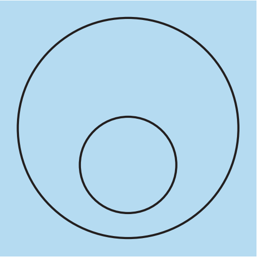
Posició relativa de dues circumferències

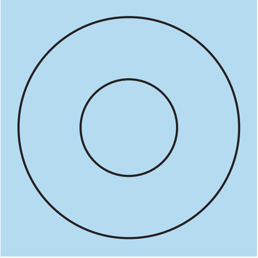


Dues circumferències es poden trobar en diferents posicions relatives:

- *Dues circumferències són **exteriors** quan tots els punts de cada una d'elles són exteriors als punts de l'altra.*

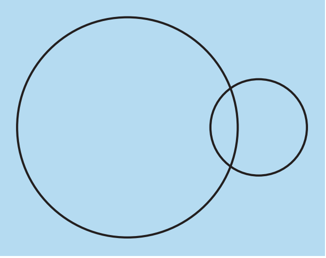
- *Dues circumferències són **interiors** quan tots els punts d'una d'elles són interiors als punts de l'altra.*





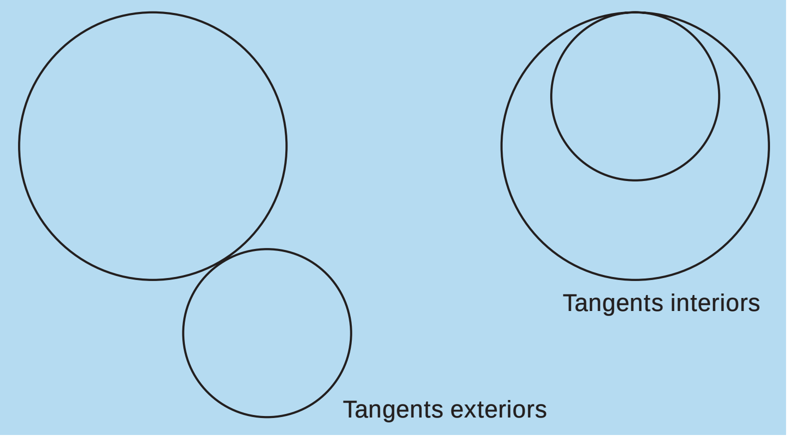
- *Dues circumferències són **concèntriques** quan són interiors i tenen el mateix centre.*

- *Dues circumferències són **secants** si tenen dos punts en comú.*



- *Dues circumferències són **tangents** si només tenen un punt en comú.*

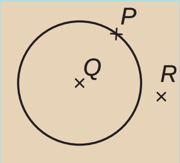
Dues circumferències tangents poden ser **tangents interiors** o **tangents exteriors**.



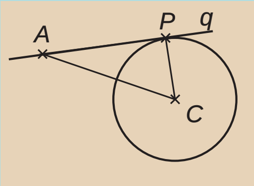
activitats

6. Dibuixa una circumferència i traça-hi diverses rectes tangents. Pots fer servir el transportador d'angles o l'escaire com a ajuda.

7. Quantes rectes es poden traçar que siguin exteriors, secants o tangents a la circumferència de la figura i que continguin el punt *P*? Quantes rectes amb cada una de les posicions relatives estudiades poden passar pel punt *R*? I pel punt *Q*?

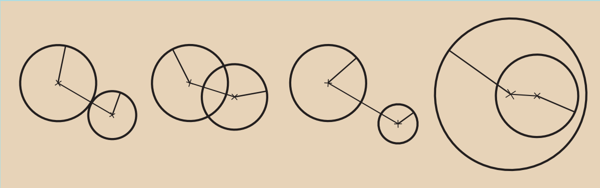


8. Quina posició relativa a la circumferència té la recta *q*? De quin tipus és el triangle *PCA*? Per què?



9. Dibuixa dues circumferències concèntriques de radis 3 cm i 4 cm.

10. Observa les circumferències de la figura.



Explica, en cada cas, si la longitud del segment que uneix el centre de les dues circumferències és més gran, igual o més petita que la suma de les longituds dels radis corresponents.

11. Dues circumferències de radis 4 cm i 3 cm són tangents interiors. Quina és la distància entre els centres de les dues circumferències? Quina seria aquesta distància en cas que les dues circumferències fossin tangents exteriors?

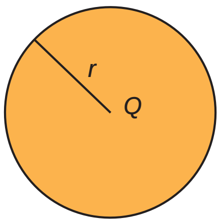
12. Dibuixa dues circumferències secants de radis 2 cm i 4 cm. Pot ser 6 cm la distància entre els seus respectius centres? Per què?

8.3. El cercle i les figures circulars

Observa la fotografia i fixa't com el motllo han deixat diferents línies corbes tancades marcades a la pasta feta pel pastisser.

En cada cas tenim un model del pla dividit en dues zones. Les línies són la **frontera** entre la zona **interior** i la zona **exterior**.

Estudiem les zones interiors i cadascuna de les figures planes que s'hi observen.



- **Cercle.** És la superfície plana limitada per una circumferència.

  S'anomena **radi d'un cercle** el radi de la circumferència que el limita.

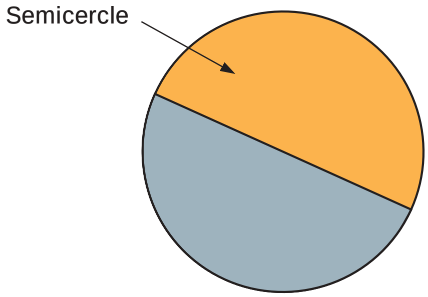
Entre una circumferència i el seu cercle existeix la mateixa relació que entre una línia poligonal tancada i el polígon del qual és frontera.

Observa que un semicercle és un segment circular limitat per una corda que és un diàmetre de la circumferència.

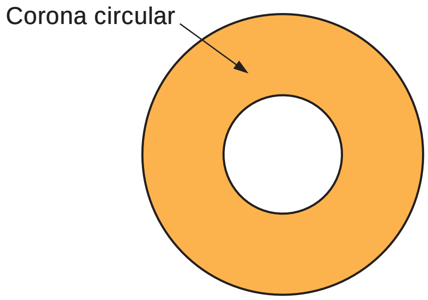
Un semicercle és també un sector circular limitat per dos radis que es troben sobre la mateixa recta.

- **Semicercle.** És la superfície plana limitada per una semicircumferència i un dels diàmetres.

  Un diàmetre d'una circumferència divideix el seu cercle en dos **semicercles**.



- **Corona circular.** És la superfície plana limitada per dues circumferències concèntriques de radi diferent.

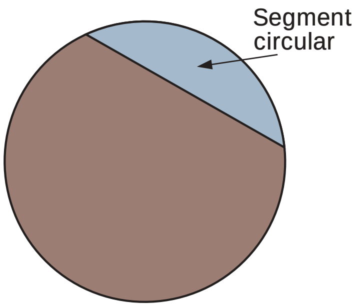


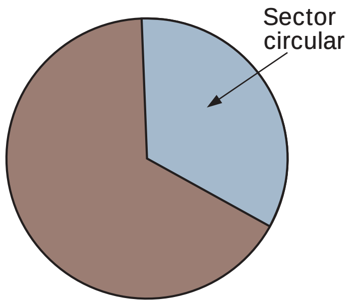
- **Segment circular.** És la superfície plana limitada per una corda de circumferència i l'arc que li correspon.

  Una corda divideix un cercle en dos segments circulars.

- **Sector circular.** És la superfície plana limitada per dos radis d'una circumferència i l'arc corresponent.

  Dos radis divideixen un cercle en dos sectors circulars.





activitats

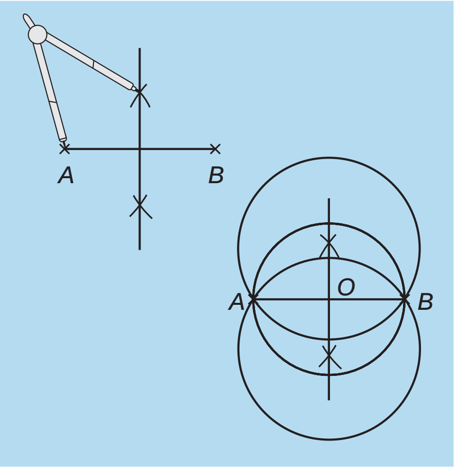
13. Explica la diferència geomètrica fonamental que existeix entre una circumferència i un cercle.

14. Dibuixa dues circumferències concèntriques. Pinta dos segments circulars, un en cada un dels cercles corresponents, de manera que no tinguin cap punt en comú. Podries trobar dos segments circulars, un en cada cercle, que tinguessin punts en comú?

15. Dibuixa una circumferència de 4 cm de radi i una altra de 1,5 cm de radi i concèntrica a l'anterior. Pinta la corona circular que limiten les dues circumferències.

16. En les circumferències concèntriques de l'exercici anterior, és possible pintar-hi dos sectors circulars, un en cada cercle, de manera que no tinguin cap punt en comú? Justifica la teva resposta.

8.4. Els triangles i la circumferència

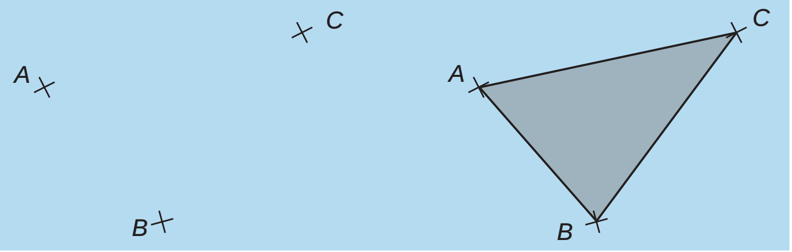


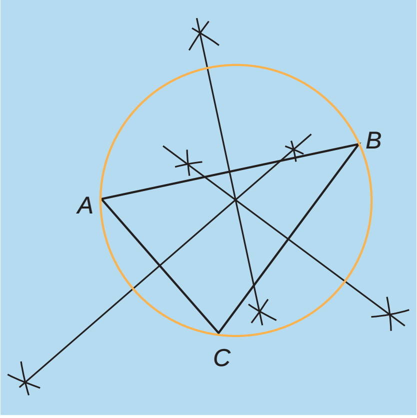
Considerem dos punts *A* i *B* de la figura de l'esquerra.

Amb l'ajuda del compàs, tracem la mediatriu del segment *AB*. Amb centre en el punt mitjà del segment *AB*, dibuixem una circumferència que passa per *A* i *B*. Qualsevol punt de la mediatriu equidista de *A* i *B* i, per tant, qualsevol punt de la mediatriu dibuixada pot ser centre d'una circumferència que passa pels punts *A* i *B*.

Considerem ara tres punts *A*, *B* i *C* que no estiguin alineats. Els tres punts són els vèrtexs d'un triangle.

Es diu que tres punts estan alineats quan pertanyen a una mateixa recta.





Observa la figura de l'esquerra i fixa't que només podem dibuixar una única circumferència que passa pels tres punts.

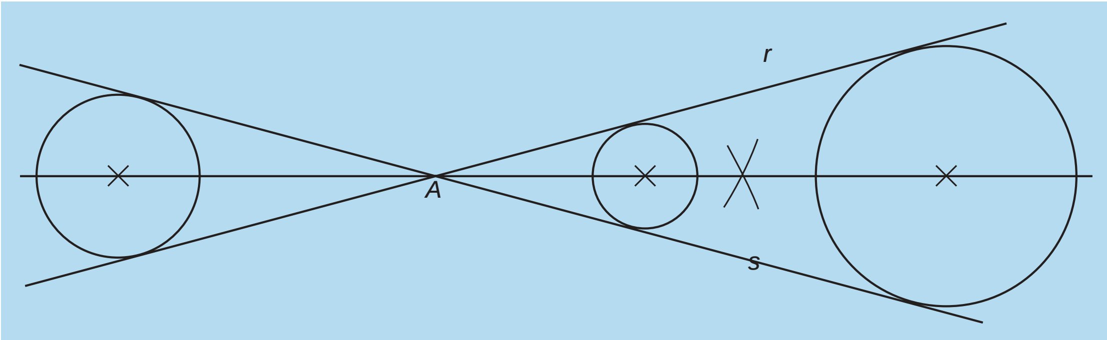
El centre de la circumferència que passa per *A*, *B* i *C* ha de ser un punt de la mediatriu del segment *AB*. La circumferència ha de passar també per *C* i, per tant, ha de tenir també el centre a les mediatrius dels segments *AC* i *BC*. És a dir, el centre de la circumferència que passa pels punts *A*, *B* i *C* ha de pertànyer a cada una de les mediatrius dels segments *AB*, *AC* i *BC*.

Existeix un punt comú a les tres mediatrius del triangle: el **circumcentre**. Aquest punt és el centre de la circumferència que passa pels punts *A*, *B* i C, que són els vèrtexs del triangle.

Tot triangle es pot inscriure en una circumferència.

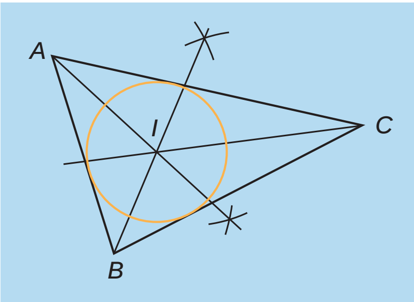
El ***circumcentre*** *d'un triangle és el centre de la circumferència circumscrita. Aquest triangle està* ***inscrit*** *a la seva circumferència circumscrita.*

Existeix una única manera de trobar el centre d'una circumferència que passa pels tres vèrtexs d'un triangle i, per tant, existeix una única circumferència circumscrita a un triangle.



Les rectes r i s es tallen en el punt A. S'han dibuixat circumferències tangents a r i s. Totes aquestes circumferències tenen el seu centre a la bisectriu de l'angle $\widehat{A}$.

Considerem tres punts A, B i C, que són els vèrtexs d'un triangle. Dibuixem una circumferència tangent als tres costats d'aquest triangle.



La circumferència dibuixada ha de tenir el centre en les bisectrius dels angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ i $\widehat{C}$.

Existeix un punt I comú a les tres bisectrius d'un triangle: l'**incentre**.

Aquest punt és el centre de la circumferència que és tangent als tres costats d'un triangle.

*L'**incentre** d'un triangle és el centre de la circumferència inscrita. El triangle està circumscrit a la seva circumferència inscrita.*

Existeix una única manera de trobar el centre d'una circumferència que és tangent als tres costats d'un triangle i, per tant, existeix una única circumferència inscrita a un triangle.

activitats

17. Dibuixa un segment de 5 cm de longitud. Assenyala-hi els extrems A i B. Dibuixa tres circumferències de radis diferents que passin per A i B.

18. Dibuixa un triangle de costats 3 cm, 4 cm i 6 cm i traça la seva circumferència circumscrita.

19. Quantes circumferències podem inscriure en un triangle? Per què? Quantes en podem circumscriure? Per què?

20. Dibuixa un triangle isòsceles i traça'n la circumferència inscrita.

21. Dibuixa un triangle equilàter de 4 cm de costat. Traça les circumferències inscrita i circumscrita. On estan situats els centres de les dues circumferències?

22. Dibuixa un triangle rectangle i inscriu-lo en una circumferència. En quin dels tres costats del triangle està situat el centre de la circumferència circumscrita?

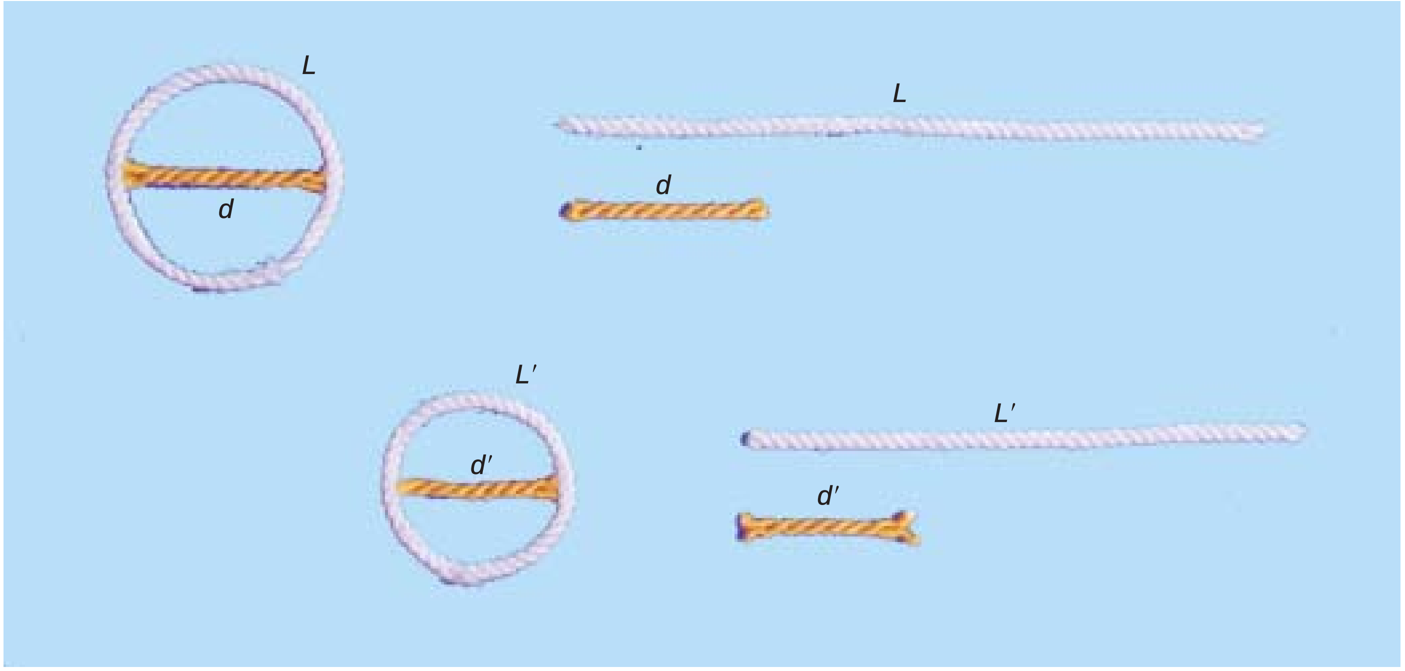
8.5 La longitud de la circumferència i el nombre π

La determinació experimental de la longitud de la circumferència no és un problema fàcil i demana alguns raonaments matemàtics.

La dificultat rau, d'entrada, en el fet que no existeix cap instrument que ens aproximi al màxim la longitud d'una circumferència. Els metres de fusta o els regles no serveixen per aquest propòsit i les cintes mètriques de roba o flexibles acostumen a ser poc pràctiques.

D'altra banda, no podem oblidar els errors propis del procés de mesura. A més, com mesurem longituds de circumferències grans?

És necessari un mètode de càlcul que s'explica a partir de les observacions següents:

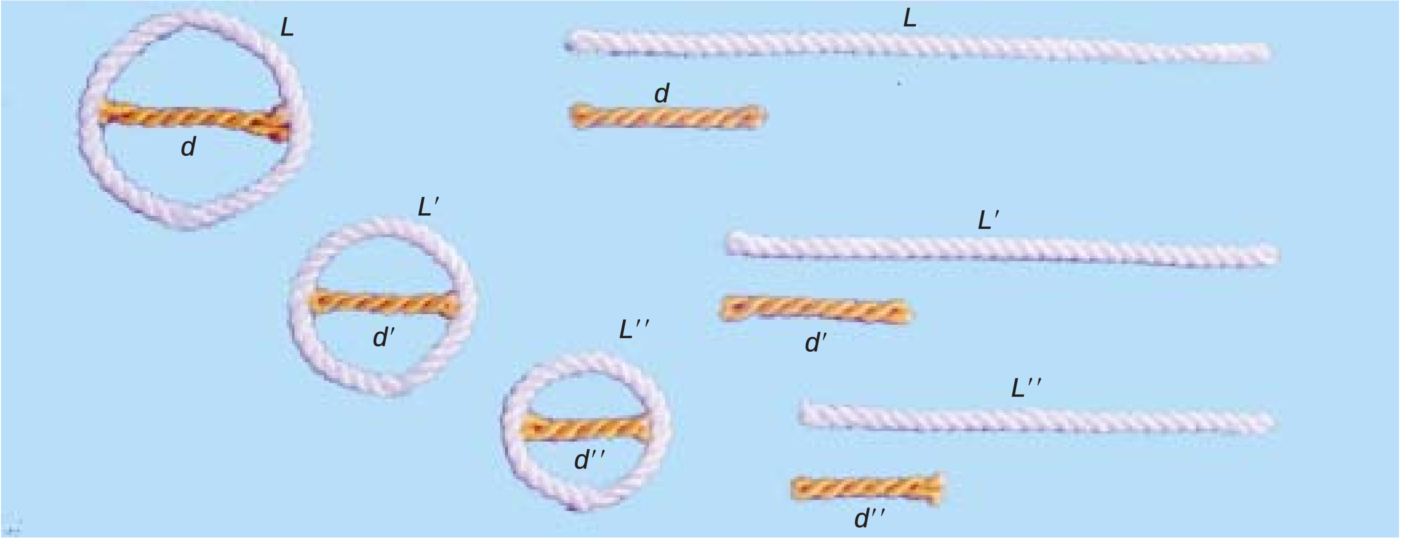


Les circumferències de la figura tenen longituds diferents. Imaginem-nos que tenim un fil de longitud L, igual a la longitud de la primera circumferència, i un segon fil de longitud L', com la de la segona circumferència. És evident que L és més gran que L'.

Què succeeix amb els diàmetres respectius de les dues circumferències? És fàcil observar que d és més gran que d'.

Aquestes primeres consideracions ens permeten afirmar que la longitud d'una circumferència depèn de la longitud del seu diàmetre: L és més gran com més gran és d. I, a la inversa, la longitud d'una circumferència és menor que la d'una altra, si el diàmetre de la primera és més petit que el de la segona.

Intentem aprofundir una mica més en aquesta relació entre la longitud d’una circumferència i la del seu diàmetre:



Amb el procediment d’estendre un fil de longitud igual a cada una de les longituds de les circumferències de la figura de més amunt, mesurem L, L' i L'':

$$L = 3{,}1 \text{ cm} \qquad L' = 5{,}8 \text{ cm} \qquad L'' = 6{,}2 \text{ cm}$$

Mesurem també d, d' i d'':

$$d = 1{,}0 \text{ cm} \qquad d' = 1{,}8 \text{ cm} \qquad d'' = 2{,}0 \text{ cm}$$

A partir d’aquestes dades, podem intentar esbrinar quantes vegades el diàmetre d’una circumferència està contingut en la longitud d’aquesta circumferència. Només cal efectuar, en cada cas, la divisió entre la longitud de la circumferència i la del diàmetre:

$$3{,}1 : 1 = 3{,}1 \qquad \begin{array}{r|l} 5{,}8 & 1{,}8 \\ \hline 40 & 3{,}2 \\ 4 & \end{array} \qquad 6{,}2 : 2 = 3{,}1$$

$$\frac{L}{d} = 3{,}1 \qquad \frac{L'}{d'} \simeq 3{,}2 \qquad \frac{L''}{d''} = 3{,}1$$

Fixa’t que, en tots tres casos, la longitud de cada circumferència conté sempre una mica més de tres vegades la longitud del diàmetre. Podem escriure:

$$\frac{L}{d} = \frac{L'}{d'} = \frac{L''}{d''} \simeq 3$$

Si repetíssim aquest procediment en moltes circumferències, procurant reduir al màxim els errors que cometem quan mesurem, podríem comprovar que la relació entre la longitud d’una circumferència i la del seu diàmetre, el quocient $\frac{L}{d}$, és sempre la mateixa.

Les longituds de diferents circumferències i les dels seus diàmetres corresponents són magnituds ***directament proporcionals****. La constant de proporcionalitat és* ***3,14…***

Aquesta constant de proporcionalitat s'expressa per π, lletra grega que es llegeix *pi*. Es tracta d'un número que té un nombre il·limitat de xifres decimals no periòdiques.

$$\frac{L}{d} = \frac{L'}{d'} = \frac{L''}{d''} = \pi$$

Arquimedes (Siracusa, 287 aC-212 aC) va realitzar importantíssims estudis en els camps de la física i les matemàtiques. El seu nom ha esdevingut sinònim de científic i de geni.

Els savis de civilitzacions molt antigues, uns 200 anys abans de Crist, ja afirmaven que la longitud d'una circumferència era, aproximadament, 3,16 vegades més gran que la del seu diàmetre.

Arquimedes, matemàtic grec que va viure uns 250 anys abans de Crist i va dedicar gran part de la seva vida a l'estudi de la relació $\frac{L}{d}$ en una circumferència, va arribar a la conclusió que el valor de π era un nombre comprès entre 3,14 i 3,142. Va establir com a valor aproximat de π, 3,1416.

A la civilització xinesa, cap al segle V, utilitzaven com a valor de la relació $\frac{L}{d}$, 3,14159292.

Als segles XVIII i XIX, diferents matemàtics van aproximar π fins a 707 xifres decimals.

Amb l'ajuda dels potents ordinadors del segle XX, el nombre de xifres decimals conegudes del nombre π ha crescut molt: avui es poden determinar fins a 100 milions de xifres decimals!

Nosaltres, per als nostres càlculs, en tenim prou amb el valor que va donar Arquimedes: π és un nombre comprès entre 3,14 i 3,142. Podem prendre com a valor aproximat de π, 3,14.

Després d'aquest curt viatge en el temps per conèixer una mica la història del nombre π, tornem a recordar el seu significat: π és el nombre de vegades que la longitud de qualsevol circumferència conté la longitud del seu diàmetre.

Si tenim clar què significa π, ens serà fàcil determinar com es calcula la longitud *L* d'una circumferència quan en coneixem la longitud *d* del diàmetre: *L* és π vegades *d*.

Per tant,

$$L = \pi \cdot d$$

La ***longitud d'una circumferència*** *es calcula multiplicant π per la longitud del diàmetre.*

Recorda que $d = 2 \cdot r$. Aleshores:

$$L = \pi \cdot d = \pi \cdot 2 \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot r$$
$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

exemple 2

a) Calcula la longitud de la circumferència que limita el cercle central del terreny de joc d'un camp de futbol, si el radi mesura 9,15 m.

Per obtenir la longitud de la circumferència central del terreny de joc d'un camp de futbol hem de calcular la longitud d'una circumferència de diàmetre $d = 2 \cdot 9{,}15 \text{ m} = 18{,}3 \text{ m}$:

$$L = \pi \cdot d$$

$$L = 3{,}14 \cdot 18{,}3 \text{ m} = 57{,}462 \text{ m}$$

Recorda que π és un nombre i, per tant, no té unitats.

La circumferència central d'un camp de futbol té una longitud de 57,462 m.

b) La longitud de la circumferència del disc que serveix de pilota en un partit d'hoquei sobre gel és 23,93 cm. Quina és la mesura del radi del disc?

Per obtenir el radi del disc d'hoquei sobre gel, hem de calcular el radi d'una circumferència de 23,92 cm de longitud:

$$L = \pi \cdot d$$

$$23{,}93 \text{ cm} = 3{,}14 \cdot d$$

La mesura del diàmetre d es calcula dividint la longitud de la circumferència entre 3,14:

$$d = \frac{23{,}9 \text{ cm}}{3{,}14} = 7{,}62 \text{ cm}$$

El diàmetre mesura el doble que el radi. Per tant:

$$r = 7{,}62 \text{ cm} : 2 = 3{,}81 \text{ cm}$$

El radi del disc d'hoquei sobre gel mesura 3,81 cm.

activitats

23. Calcula la longitud d'una circumferència de 3,3 cm de radi.

24. Mesura aproximadament el diàmetre d'un disc compacte. Amb el mètode del fil estès, mesura aproximadament la longitud de la circumferència exterior del disc. Comprova que la relació $\frac{L}{d}$ és molt propera al nombre π: com més cura tinguis a l'hora de prendre mides, més propera a π serà.

25. El radi d'una circumferència mesura 4,5 cm. Quina és la longitud de la circumferència?

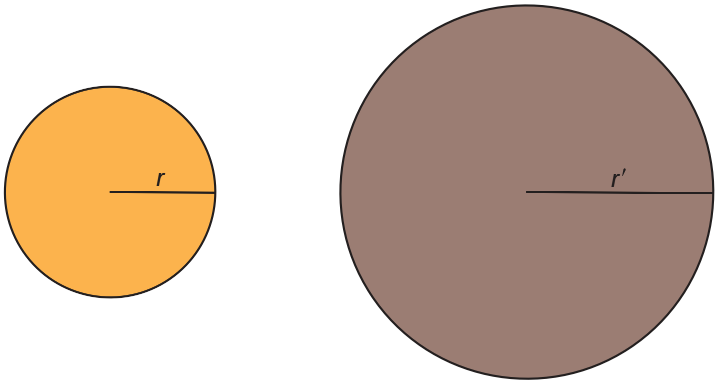
26. La longitud d'una circumferència és 12,56 cm. Quant mesura el diàmetre? I el radi?

27. Una piscina circular té un perímetre de 78,5 m. Quina és la longitud del radi de la piscina?

28. El radi de la roda d'una bicicleta mesura 35 cm. Un ciclista ha de recórrer 5,49 km. Quantes voltes haurà de donar cada roda de la bicicleta?

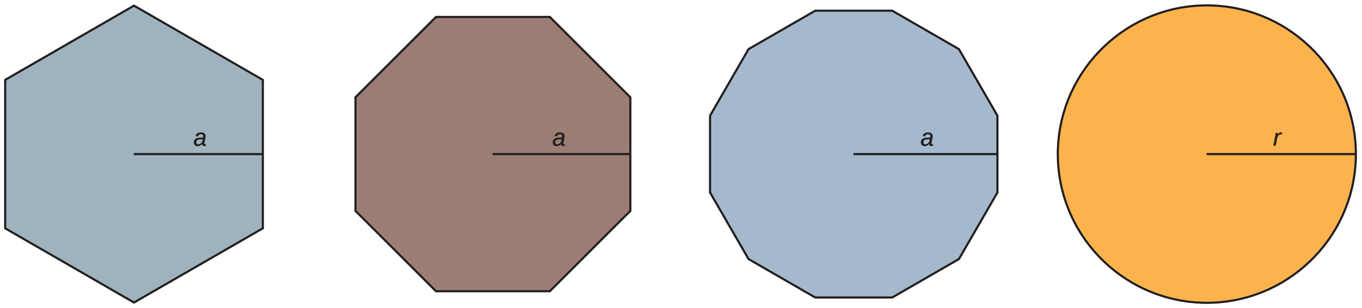
8.6. L'àrea del cercle

De la mateixa manera que la longitud d'una circumferència depèn de la longitud del seu radi, és fàcil observar que l'àrea del cercle també depèn de la mesura del radi: si el radi d'una circumferència és més gran que el d'una altra, la superfície del primer cercle és més gran que la del segon.



Per trobar la relació que existeix entre l'àrea d'un cercle i longitud del radi és necessari plantejar-se algunes consideracions geomètriques.

Considerem diferents polígons regulars. Fixa't en la figura de sota:



Si observes la figura, podràs comprovar que, a mesura que augmenta el nombre de costats del polígon, la seva àrea s'acosta més a l'àrea del cercle. Al mateix temps, l'apotema del polígon s'apropa més al radi del cercle i el seu perímetre, a la longitud de la circumferència.

Per tant, podem admetre que l'àrea del cercle és equivalent a l'àrea d'un polígon regular d'un nombre molt gran de costats. Per aquesta raó es pot calcular l'àrea del cercle com la d'un polígon regular. Recorda que l'àrea d'un polígon regular és:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

En el cas del cercle, podem considerar que $P = 2 \cdot \pi \cdot r$ i $a = r$.

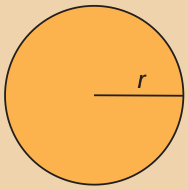
Per tant,

$$A = \frac{L \cdot \pi}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot r}{2} = \pi \cdot r^2$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

*L'**àrea d'un cercle** es calcula multiplicant el nombre π pel quadrat del seu radi:* $A = \pi \cdot r^2$

exemple 3



a) Calcula l'àrea d'un cercle de 3 cm de radi.

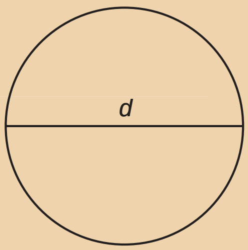
Àrea del cercle:

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = 3{,}14 \cdot 3^2 \text{ cm}^2 = 3{,}14 \cdot 9 \text{ cm}^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2$$

L'àrea d'un cercle de 3 cm de radi és 28,26 cm^2.

b) Quant mesura el diàmetre d'una circumferència el cercle de la qual té una àrea de 50,24 cm^2?



Àrea del cercle:

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$50{,}24 \text{ cm}^2 = 3{,}14 \cdot r^2$$

El valor del radi elevat al quadrat es calcula dividint l'àrea del cercle entre 3,14:

$$r^2 = \frac{50{,}24 \text{ cm}^2}{3{,}14} = 16 \text{ cm}^2 \rightarrow$$

$$r = \sqrt{16 \text{ cm}^2} = 4 \text{ cm}$$

La longitud del diàmetre és el doble de la del radi:

$$d = 2 \cdot r$$

Per tant,

$$d = 2 \cdot 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

El diàmetre de la circumferència mesura 8 cm.

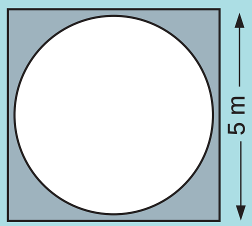
activitats

29. Calcula l'àrea d'un cercle que té 6 cm de diàmetre.

30. La longitud d'una circumferència és 31,4 cm. Quina és l'àrea del seu cercle?

31. Un cercle té una àrea de 78,5 cm^2. Quants centímetres mesura el radi?

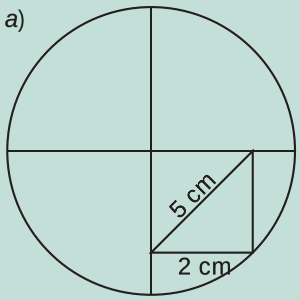
32. Calcula l'àrea de la zona acolorida de la figura.



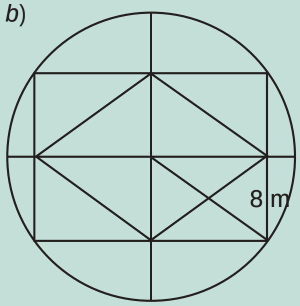
De tots colors

Jocs amb circumferències i cercles

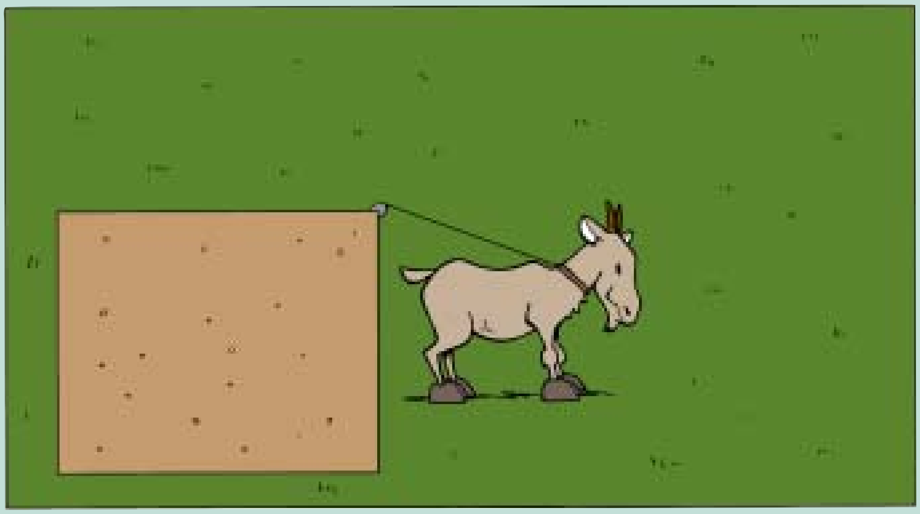
a)



b)

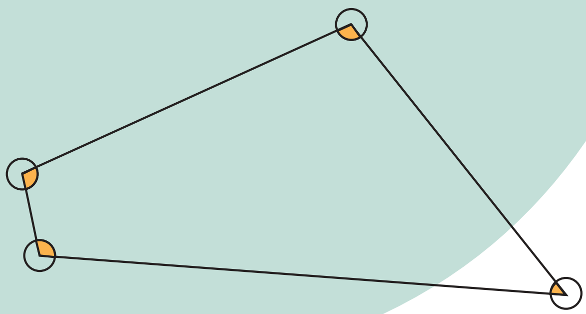


- Quant mesura el radi de la circumferència de la figura *a*?
- Quina és la longitud del costat del rombe de la figura *b*?
- Una cabra està lligada amb una corda al vèrtex d'un solar rectangular. Marca la zona màxima per on pot pasturar la cabra.



- Dues monedes d'euro parteixen de la posició que indica la figura. La moneda B roman en repòs i la moneda A roda al voltant de la B, sense lliscar, fins que torna a la posició inicial. Quantes voltes haurà fet la moneda A?

- Tenim quatre cèrcols iguals d'1 cm de radi. N'unim els centres i obtenim un quadrilàter irregular. Quant mesura l'àrea ombrejada?



Problemates
Lluís Segarra
Editorial Graó

Com ho veus?

1. Dibuixa una circumferència i assenyala-hi el centre, una corda, un diàmetre, el radi i un arc. Fes el dibuix amb regle i compàs.

2. Els radis de dues circumferències tangents interiors tenen longituds de 7 cm i 4 cm. Quina és la distància entre els centres de les circumferències?

3. Un camió té unes rodes de 65 cm de diàmetre. El transportista que el condueix ha recorregut 120 km. Quantes voltes ha donat cadascuna de les rodes en el recorregut?

4. Dibuixa una circumferència de 6 cm de radi. Circumscriu aquesta circumferència en un triangle rectangle.

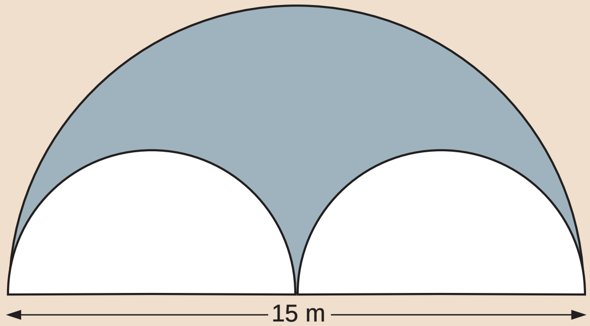
5. La longitud d'una circumferència és 113,04 m. Calcula l'àrea del cercle corresponent.

6. Al mig d'una zona de gespa d'un parc de la ciutat s'hi vol construir una font circular de 5 m de radi. La gespa té forma de rectangle de dimensions 23 m i 15 m. Calcula l'àrea de gespa que no estarà ocupada per la font.

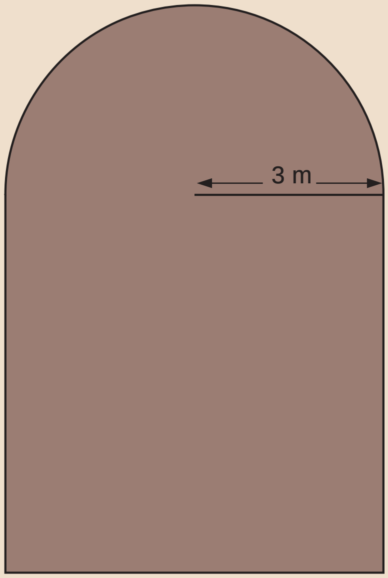
7. Un camió té unes rodes que mesuren 66 cm de diàmetre. Si ha recorregut 75 km, quantes voltes ha donat cada roda?

8. Calcula la distància que recorre un satèl·lit quan dóna una volta completa a la Terra, si descriu circumferències que tenen com a centre la Terra i 9 000 km de radi.

9. Calcula el perímetre i l'àrea de la part acolorida de la figura.



10. Calcula el perímetre i l'àrea d'aquesta figura.



11. Dibuixa una circumferència de 5,5 cm de diàmetre inscrita en un triangle rectangle.

12. L'àrea d'un cercle és 113,04 m^2. Quina longitud té el diàmetre d'aquest cercle? Expressa'n la mesura en centímetres.

13. Els radis de dues circumferències tangents exteriors sumen 18 cm. Una de les circumferències mesura 11 cm de radi. Quant mesura el radi de la segona circumferència?

Carrega bateries

1. Dibuixa una circumferència de 1,5 cm de radi. Traça-hi una corda de 2 cm. Marca els extrems de la corda i pinta'n l'arc corresponent. Dibuixa un diàmetre. Quina longitud té?

2. Dibuixa dues circumferències concèntriques de radis 5 cm i 3 cm.

3. Dibuixa una circumferència que tingui 5 cm de diàmetre.

4. Dibuixa dues circumferències tangents exteriors que tinguin el mateix diàmetre.

5. Dibuixa dues circumferències secants de radis 4 cm i 2,5 cm.

6. Respon si les afirmacions següents són certes o falses. Corregeix les que no siguin correctes:

a) Una recta tangent a una circumferència forma un angle de 70° amb el radi en el punt de contacte.

b) La longitud d'una circumferència es calcula multiplicant la longitud del diàmetre pel nombre π.

c) L'àrea d'un cercle de 6 cm de diàmetre és 28,26 cm^2.

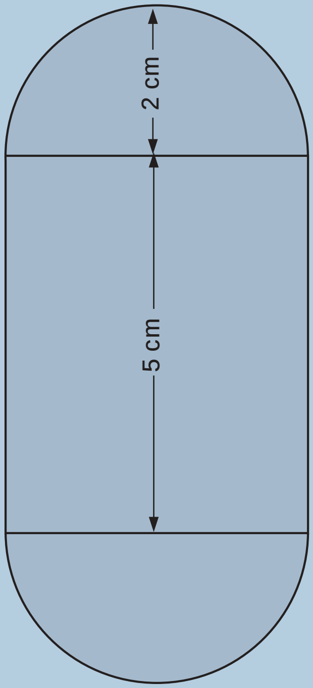
d) Dues circumferències de radi 3 cm i diàmetre 6 cm respectivament tenen longituds diferents.

e) El nombre π és la raó que s'estableix entre la longitud d'una circumferència i el seu radi.

7. Una circumferència té un radi que mesura 13 cm. Calcula'n la longitud i l'àrea del cercle corresponent.

8. Volem plastificar un disc de cartolina de 7 cm de radi. Quants centímetres quadrats de superfície de plàstic necessitem?

9. Calcula el perímetre i l'àrea d'aquesta figura plana.



10. Quina longitud de cinta es necessita per marcar una zona enjardinada circular de 20 m de diàmetre?

11. Una circumferència mesura 28,26 cm. Quina és la longitud del seu radi? Quina és la superfície del cercle que limita?

12. Calcula la superfície d'una plaça circular de 100 m de radi. Quants arbres es podran plantar al seu voltant, si la distància entre arbre i arbre és de 3 m?

A tota màquina!

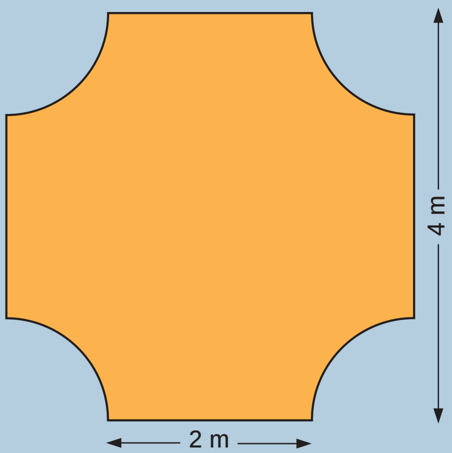
1. Explica de manera raonada què succeeix amb la longitud d'una circumferència si en dupliquem o en tripliquem el radi. I amb l'àrea del seu cercle? Què succeeix amb una circumferència de 628 cm de longitud si s'augmenta en 3 cm el radi?

2. Inscriu un triangle rectangle en una circumferència de 10 cm de diàmetre.

3. Construeix un triangle de costats 3 cm, 4 cm i 5 cm. Traça'n la circumferència circumscrita. Pren les mesures que consideris necessàries i calcula la longitud de la circumferència.

4. L'Alba fa córrer un cèrcol de 90 cm de diàmetre. Quants metres recorre l'Alba quan el cèrcol dóna 20 voltes?

5. Calcula el perímetre i l'àrea de la figura.



6. Un quadrat i un cercle tenen el mateix perímetre. Quina de les dues figures té una superfície més gran? Explica la resposta amb un exemple i el dibuix corresponent.

7. Les rodes d'un cotxe han de donar 1 000 voltes per tal de récorrer una distància de 753,6 m. Quant mesura el radi de cada roda?

8. Calcula l'àrea d'una corona circular limitada per dues circumferències concèntriques de 6 cm i 8 cm de radi.

9. Quin és el radi d'una circumferència la longitud de la qual és igual a la d'una semicircumferència d'un cercle de radi 2 cm?

10. La superfície d'una taula rodona és 1,1304 m^2. Volem cobrir-la amb unes tovalles rodones que pengin 10 cm per tot el voltant. Quanta superfície de roba necessitem?

11. Tenim dues rodes, una de 45 cm de radi i l'altra de radi 60 cm. Si han de recórrer una distància de 10 m, quantes voltes donarà més la primera que la segona?

12. Dibuixa dues circumferències secants i traça la recta que passa pels seus dos punts en comú. Traça també la recta que uneix els centres de les dues circumferències. Com són aquestes dues rectes?

13. Calcula el perímetre i l'àrea d'una zona limitada per dues circumferències de 20 cm i 16 cm de diàmetre, respectivament.

14. Calcula el radi d'una taula circular on poden seure 8 persones, si cadascuna ocupa un arc de 62,5 cm. Quin radi hauria de tenir una taula rodona per a 10 persones que ocupessin la mateixa longitud que cadascuna de les 8 persones anteriors?