

Geofísica de la Tierra Sólida 2019 - Certamen 2

2 horas

Importante: Hay que elegir 5 de las 7 preguntas de la sección A, y elegir 2 de las 3 preguntas en la sección B.

La sección A consta de 25 puntos, la sección B de 25 puntos.

Sección A [Elija 5 de las 7 preguntas. Todas las preguntas constan de 5 pts (=50% en total)]

- A1) (a) [2 pts] ¿Qué representa la traza del tensor de deformación  $\epsilon_{ij}$ ? CAMBIO VOLUMÉTRICO [1pt] PROPORCIONAL A  $\frac{\delta V}{V}$  [1pt]
- (b) [3 pts] Escriba las nueve componentes del tensor de esfuerzo  $\sigma_{ij}$  para un punto dentro de la Tierra en equilibrio sujeto a una presión de 10 GPa.  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = -1 \times 10^{10}$  [Pa] OTROS COMPONENTES CERO [1pt]

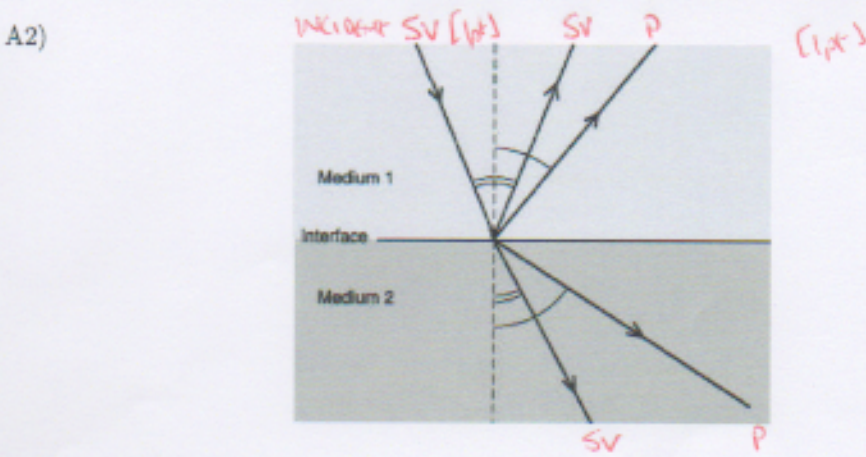


Figura 1: Onda incidente en una frontera entre dos medios.

- (a) [2 pts] En la figura, ¿cuál de los dos medios posee mayores velocidades sísmicas? Justifique su respuesta. MEDIO 2 [1pt] ANGULOS MAYORES CON LA NORMAL / SNELL /  $\frac{\sin i}{v} = \text{cte.}$  [1pt]
- (b) [3 pts] Marcar los 5 rayos en la figura con el tipo de onda que corresponde (P, SV o SH). CERO SH  $\Rightarrow$  [1pt]

A3) Un sismograma puede tener 3 componentes: Z, R, T.

- (a) [1 pt] ¿A cuáles dos componentes debería llegar la onda P? Z, R [1pt]
- (b) [2 pts] Si la onda P llega en la otra componente también, ¿qué dice eso sobre el medio? [O MAL INSTALACIÓN] [1pt] QUE NO ES ISOTRÓPICO O HOMOGENEO/ESTRUCTURA 3
- (c) [2 pts] La tasa  $\frac{\text{amplitud onda P componente vertical}}{\text{amplitud onda P componente horizontal}}$  es mayor para eventos locales o eventos telesísmicos? Fundamente su respuesta.

[1pt] TELESÍSMICOS ... POR LA CURVATURA DEL RAYO LLEGAN MAS VERTICAL [1pt]

[O LOCALES, PERO EVENTOS PROFUNDOS...]

MATT  
PATA APROX/INICIAL  
NOTEN, RES PUESTAS BUENA  
COMENTAR QUE NO ESTAN  
EN ESTA PATA TAMBIEN  
RECIBEN PUNTAJE



A4) [5 pts] Escriba la nomenclatura de las siguientes cinco fases sísmicas (todas las partes de los rayos representan ondas compresionales):

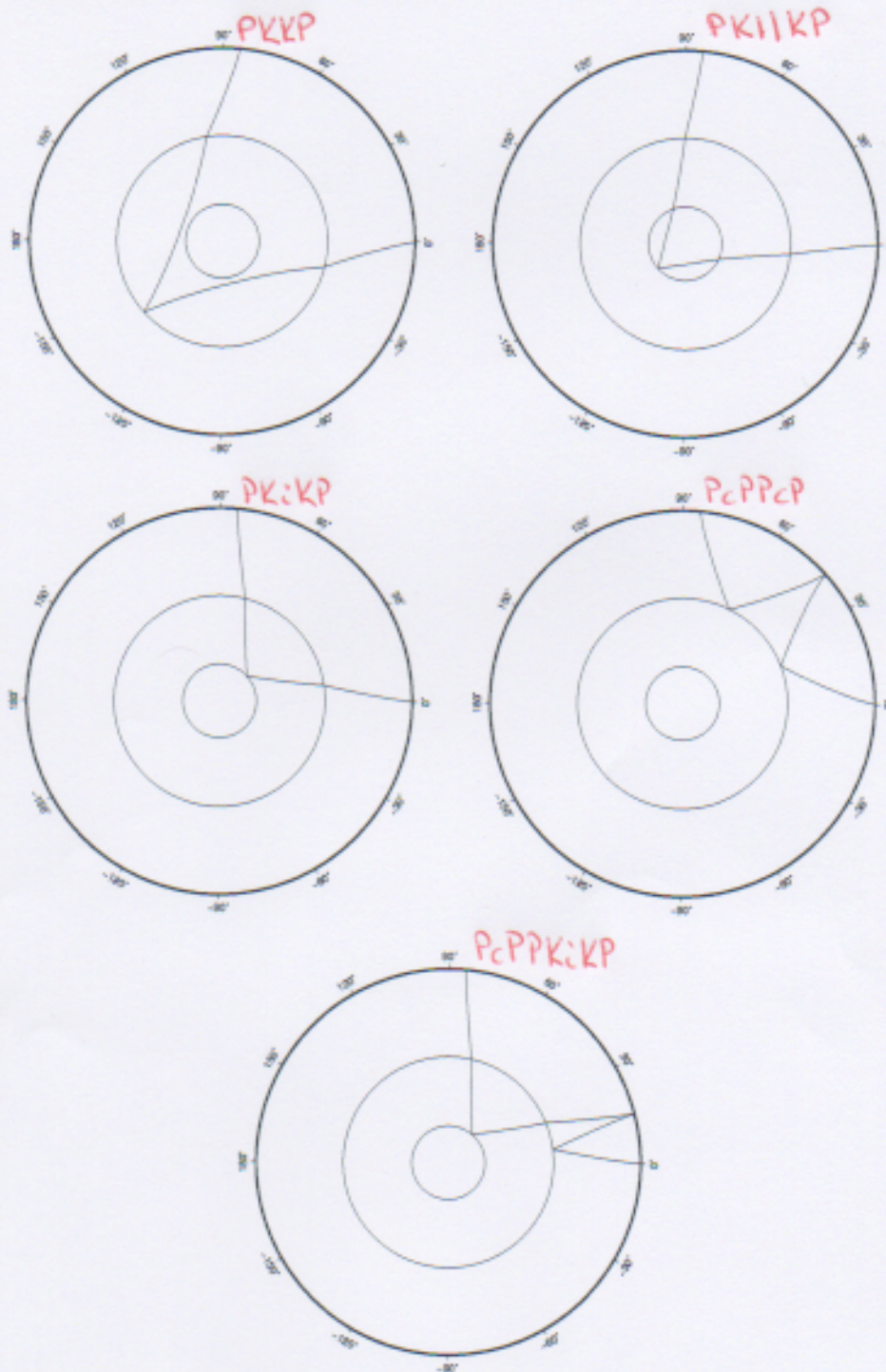


Figura 2: Cinco diferentes fases sísmicas (la fuente está a 0° cada vez, las fases llegan a una distancia de 85°).



A5) La ley de Fourier de conducción dice

$$q = -k\nabla T \approx -k \frac{\Delta T}{\Delta z} \hat{z}$$

donde  $q$  es el flujo de calor en  $Wm^{-2}$

— CONVECCIÓN EXISTE [1pt] A TRAVÉS DE CIRCULACIÓN HIDROTÉRMICA [1pt] PLACA DELGADA /

(a) [2 pts] ¿Por qué no se debe aplicar esta ecuación a la corteza oceánica ubicada muy cerca de una dorsal?

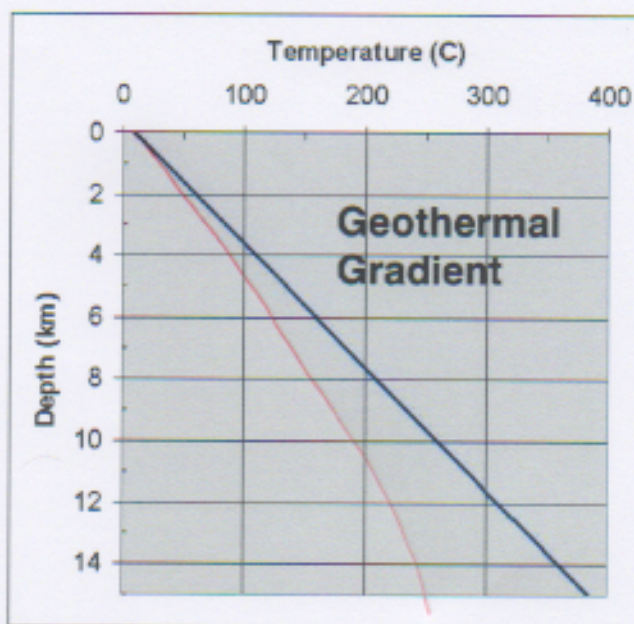


Figura 3: El geotermo en la corteza.

(b) [3 pts] La figura muestra el aumento de temperatura con la profundidad en corteza continental. Dibuje el perfil de  $T(z)$  si existe una gran cantidad de material radiactivo dentro de esta corteza.  $\Rightarrow$  SERA UNA PARÁBOLA [1pt]

$T(z) = T_s + c_1 z + c_2 z^2$

EMPIEZA EN LA MISMA  $T_s$  EN LA SUPERFICIE [1pt]

CURVATURA ASI  $\uparrow$  [1pt]



A6) La ecuación de difusión en la Tierra (ignorando la producción de calor) está dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T$$

con  $\kappa \approx 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  dentro de la corteza continental.

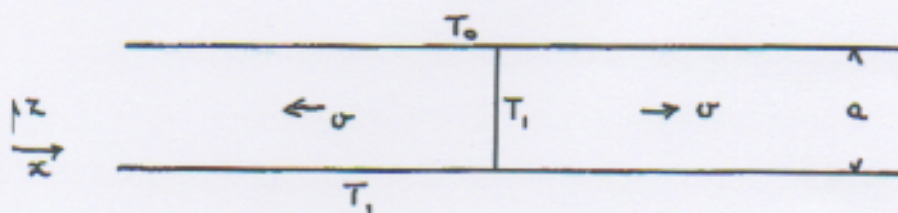
(a) [2 pts] Use análisis dimensional para definir una longitud de difusión, la distancia que habría penetrado el calor dentro de un cierto lapso de tiempo.  $\kappa$  en  $L^2/T$

$$\Rightarrow L = \sqrt{\kappa T} \quad \text{con } T \text{ el lapso de tiempo [2 pt]}$$

(b) [3 pts] ¿Cuál es la distancia aproximada de penetración dentro de la corteza de los cambios de temperatura entre el verano y el invierno (es decir, un cambio semi-anual)?

$$\begin{aligned} \text{SEMI ANUAL} &\Rightarrow \frac{365 \text{ DÍAS}}{2} \\ &= 182.5 \text{ DÍAS} \\ &= 1576800 \text{ SEGUNDOS} \end{aligned}$$

A7) [5 pts]



$$L = \sqrt{1 \times 10^{-6} \times 1576800}$$

$$L = \sqrt{1576.8}$$

$$L = 4 \text{ METRO.}$$

(NO ES MUCHA DISTANCIA ...)

Figura 4: Modelo simple para una placa oceánica.

En las clases se derivó la distribución de temperatura para una placa oceánica:

$$T = (T_1 - T_0) \left( 1 - \frac{z}{a} + \frac{2}{\pi} e^{-\frac{z}{a}} \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \right) + T_0$$

Muestre que el flujo de calor ( $q = -k \nabla T$ ), en la dirección vertical, en la superficie de la placa, satisface:

$$z = a$$

$$q_z = c_1 + c_2 e^{-\frac{z}{a}}$$

$$\cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) = \dots$$

y encontrar las expresiones para los constantes  $c_1$  y  $c_2$ .

$$\begin{aligned} q_z &= -k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=a} = (T_1 - T_0) \left[ \frac{k}{a} - \frac{2\pi k}{\pi a} e^{-\frac{z}{a}} \cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) \right] \\ &= (T_1 - T_0) \frac{k}{a} \left[ 1 + 2 e^{-\frac{z}{a}} \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow c_1 = (T_1 - T_0) \frac{k}{a}$$

$$c_2 = 2(T_1 - T_0) \frac{k}{a}$$



## Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B1) [12.5 pts total]

El desplazamiento de la Tierra puede ser escrito usando potenciales:

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi$$

(a) [4 pts] La onda P está representada por el potencial  $\Phi$ , la solución que satisface su ecuación de movimiento es:

$$\Phi = Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)} = Ae^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}$$

con  $A$  un número complejo:  $A = (A_1 + iA_2)$ 

$$\bar{\mathbf{u}} = \nabla\Phi = \left( \frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}, \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) = \mathbf{k} \bar{A} e^{i(\bar{\mathbf{k}}\cdot\bar{\mathbf{x}} - \omega t)}$$

Muestre que, para la onda P, el desplazamiento del medio  $\mathbf{u}$  está en la misma dirección que el vector de onda  $\mathbf{k}$ .  $\Rightarrow \bar{\mathbf{u}} \propto \bar{\mathbf{k}}$ (b) [2.5 pts] ¿Cuáles de las componentes de  $\Psi$  están asociadas a una onda SH viajando en el plano  $x-z$ ? Justifique su respuesta. PLANO  $x-z \Rightarrow$  movimiento SH

$$u_y = \frac{\partial\psi_x}{\partial z} - \frac{\partial\psi_z}{\partial x} \Rightarrow \psi_x \text{ y } \psi_z \text{ asociados con onda SH}$$

(c) [6 pts] Se puede escribir las soluciones para las componentes de  $\Psi$  en la misma manera oscilatoria:

$$\Psi = (Be^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}, Ce^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}, De^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)})$$

con  $B = (B_1 + iB_2)$ ,  $C = (C_1 + iC_2)$ ,  $D = (D_1 + iD_2)$ .Calcule la amplitud de la onda SH viajando en el plano  $x-z$  ( $u_y|_{\max}$ ) en términos de  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_z$ .

$$u_y = \frac{\partial\psi_x}{\partial z} - \frac{\partial\psi_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} (Be^{i(\bar{\mathbf{k}}\cdot\bar{\mathbf{x}} - \omega t)}) - \frac{\partial}{\partial x} (De^{i(\bar{\mathbf{k}}\cdot\bar{\mathbf{x}} - \omega t)})$$

$$= B i k_z e^{i(\bar{\mathbf{k}}\cdot\bar{\mathbf{x}} - \omega t)} - D i k_x e^{i(\bar{\mathbf{k}}\cdot\bar{\mathbf{x}} - \omega t)}$$

$$= \left[ (B_1 + iB_2) i k_z - (D_1 + iD_2) i k_x \right] e^{i(\bar{\mathbf{k}}\cdot\bar{\mathbf{x}} - \omega t)}$$

$$= \left[ (D_2 k_x - B_2 k_z) + i(B_1 k_z - D_1 k_x) \right] e^{i(\bar{\mathbf{k}}\cdot\bar{\mathbf{x}} - \omega t)}$$

MAY QUE SABER QUE LA AMPLITUD EN TÉRMINOS REALES ES EL LARGO DEL VECTOR DEL NÚMERO COMPLEJO [1pt]

$$\Rightarrow \text{AMPLITUD} = \sqrt{(D_2 k_x - B_2 k_z)^2 + (B_1 k_z - D_1 k_x)^2}$$

BRUTAL!

4 pts hasta



## Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B2) [12.5 pts total]

Una observadora está situada a una distancia de  $\sim 1000$  km de un gran terremoto. A esta distancia se siente las ondas de superficie.

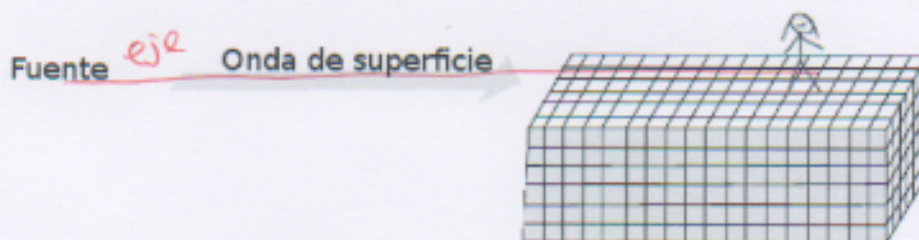


Figura 5: Onda de superficie saliendo de la fuente y llegando a una observadora.

- (a) [0.5 pts] ¿Cuál onda de superficie llega primero? **LOVE [0.5 pt]**
- (b) [1 pt] ¿Las ondas de superficie tienen una frecuencia mayor o menor que las ondas de cuerpo? **FRECUENCIA ... MENOR [1 pt]**
- (c) [3 pts] ¿Cómo se siente el movimiento de la onda Love con respecto al eje entre la observador y la fuente? ¿Cómo se siente el movimiento de la onda Rayleigh con respecto al eje entre la observador y la fuente?
- (d) [4 pts] Explique en detalle como los efectos de la dispersión afectan el cómo se sienten estas ondas.
- (e) [4 pts] Si la Tierra estuviera sin estructura interna, es decir un medio completamente homogéneo, ¿cómo cambiaría sus respuestas en las partes (a) a (d)?

(c) **LOVE: HORIZONTAL ES LA OSCILACION, PERPENDICULAR AL ESTE EJE [1 pt]**  
**RAYLEIGH: RETROGRADO ELÍPTICO [1 pt], EN EL PLANO DE ESTE EJE CON LA PROFUNDIDAD**

(d) **2 EFECTOS:**

**DURACIÓN DE LAS FASES ES LARGO: DIFERENTES PARTES VIAJAN A DIFERENTES VELOCIDADES [2 pt]**

**PERIODOS MAS LARGOS LLEGAN PRIMERO (VIAJAN MÁS RÁPIDO) [2 pt]**

(e) **SIN CAPA DE BAJA VELOCIDAD => ONDAS LOVE NO EXISTEN!**

**=> (a) SOLO RAYLEIGH LLEGA [1 pt]**

**(b) NINGUN CAMBIO [1 pt]**

**(d) SIN DISPERSION... => DURACIÓN MENOR, MEZCLA DE FRECUENCIAS LLEGAN AL MISMO TIEMPO [2 pt]**



Sección B [Elija 2 de las 3 preguntas, 12.5 pts cada una (=50% en total)]

B3) [12.5 pts total]

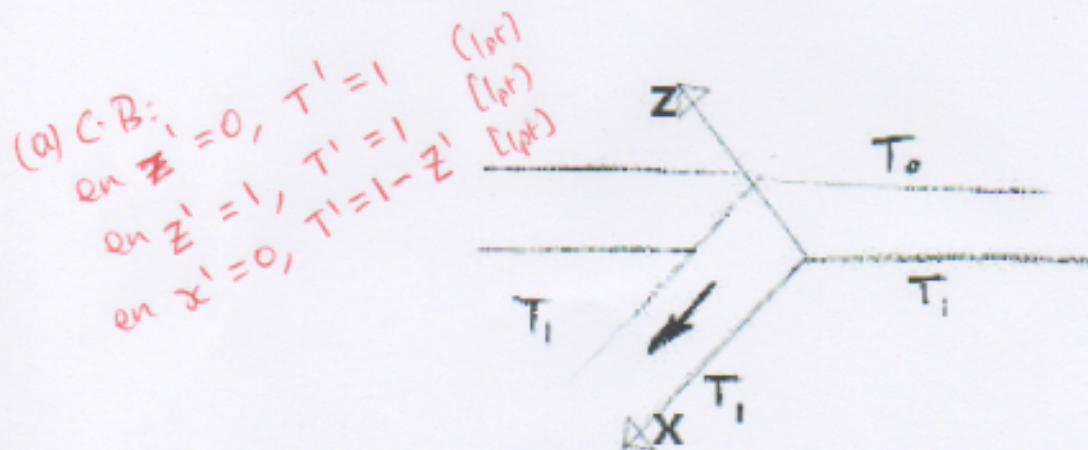


Figura 6: Aproximación simple para la geometría y condiciones de borde en una zona de subducción.

(a) [4 pts] En la tarea 5 se calculó la distribución de temperatura en una zona de subducción. Cuando se aplica el cambio de variables para tener el problema adimensional ( $z = az'$ ,  $x = ax'$ ,  $T = (T_1 - T_0)T' + T_0$ ), ¿cuáles son las condiciones de borde del problema? ¿En qué posición del modelo existe una discontinuidad en la función  $T'(x', z')$ ?

LA DISCONTINUIDAD EXISTE EN  $x'=0, z'=1$

(b) [1.5 pts] La solución final calculada para una zona de subducción es:

$$T'(x', z') = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n}{n\pi} e^{((Pe/2) - \sqrt{(Pe/2)^2 + n^2\pi^2})z'} \sin(n\pi z') \right]$$

¿En esta expresión, qué representa  $Pe$  y qué dimensiones tiene?

NUMERO DE PÉLET ADIMENSIONAL  
 $Pe = \frac{V_0 L}{\kappa}$  o EFECTO ADVECCIÓN / EFECTO DIFUSIÓN

(c) [7 pts] Muestre que, a primera aproximación, la temperatura mínima dentro de la placa que subduce está en su centro (para un valor de  $x'$  fijo).

con  $n=1$ ,  $T'(x', z') = 1 - \frac{2}{\pi} e^{(\frac{Pe}{2} - \sqrt{\frac{Pe^2}{4} + \pi^2})z'} \sin(\pi z')$

justicia [1pt] con  $n > 1 \Rightarrow$  exponencial muy negativo  $\Rightarrow$  va a cero.

con  $x'$  fijo  $\Rightarrow T'(x', z') = 1 - \text{cte.} \cdot \sin(\pi z')$

$\frac{\partial T'}{\partial z'} = -\text{cte.} \cdot \cos(\pi z')$  en la placa  $0 \leq z' \leq 1$

$\Rightarrow \frac{\partial T'}{\partial z'} = 0$  en  $z' = \frac{1}{2}$  EN EL CENTRO DE LA PLACA.