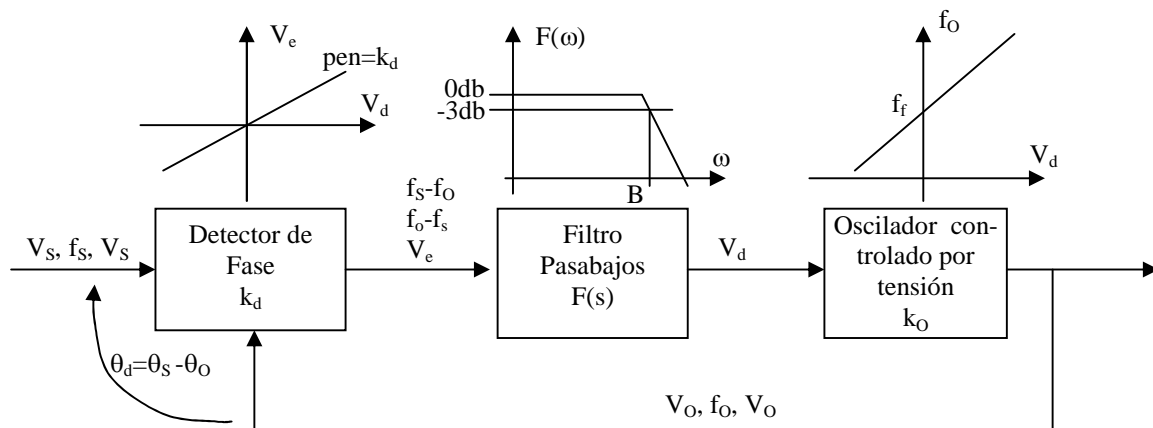


PLL - PHASE LOOP LOCKED - Lazos Enganchados en Fase

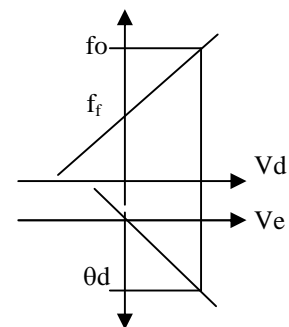
General

- Es un circuito que permite que una señal de referencia externa, controle la frecuencia y la fase de un oscilador.
- El primer uso documentado de un PLL fue en 1932, en un receptor homodino o sincrodino, pero no fue hasta los años 60, con la aparición de los circuitos integrados que se los comenzó a usar profusamente.

Diagrama en bloques y principio de funcionamiento

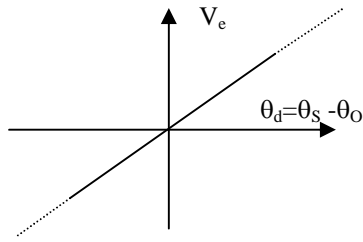


- El VCO (Voltage Controlled Oscillator) oscila libremente a una frecuencia, determinada por una red RC o LC, llamada frecuencia de corrida libre f_f (free frequency). Esta frecuencia es comparada con la frecuencia f_s de una señal de referencia en el detector de fase (que se comporta como un mezclador cuando excede su rango lineal, esto se demostrará en la próxima sección), el cual entrega la mezcla de ambas $f_s - f_o$ o $f_o - f_s$ dependiendo cual es mayor. Los productos de alta frecuencia tal como $f_s + f_o$, $2f_s$, $2f_o$, etc. son eliminados por el filtro pasabajos $F(s)$.
- Si la frecuencia de la señal V_e ($f_s - f_o$ o $f_o - f_s$) es lo suficientemente baja para que el filtro pasabajos no la atenúe ni la desfase en exceso, V_d controlará el VCO, tendiendo a reducir la diferencia de frecuencias hasta que se igualen.
- Una vez que se sincronizan V_o y V_s , esto es $f_o = f_s$, el detector de fase entrega una tensión V_e , con una componente continua estable necesaria para que el VCO iguale la frecuencia de la señal de referencia. En este caso se establece una diferencia de fase θ_d para producir la tensión V_e antedicha.

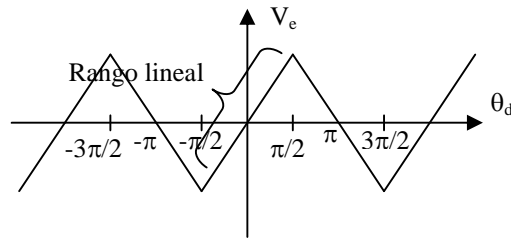


Demostración de que el comparador de fase se

comporta como un mezclador cuando se excede su rango lineal



Comparador de fase ideal



Comparador de fase real

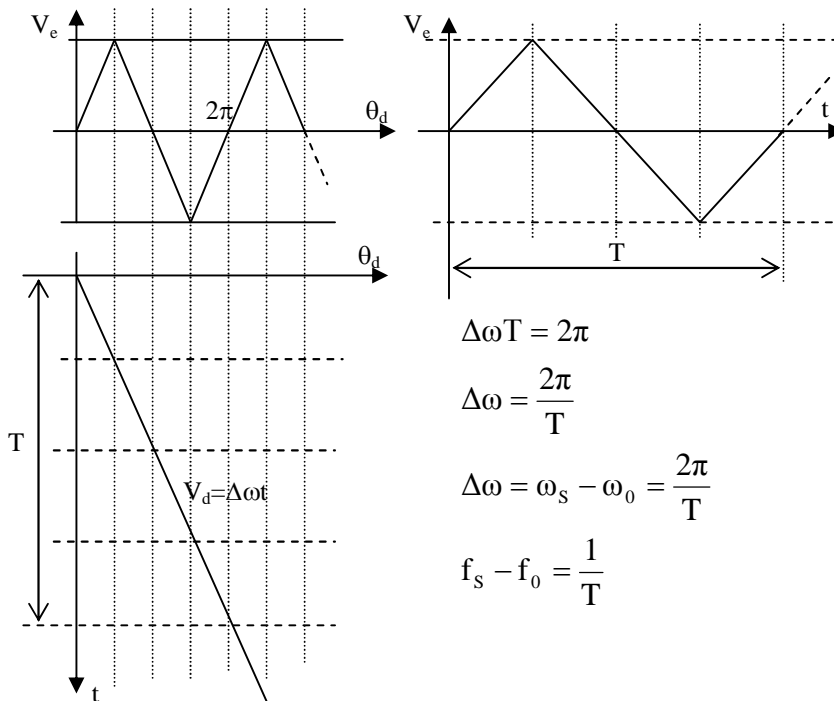
Sea $V_0 = \cos(\omega_0 t + \Theta_0)$ y $V_S = \cos(\omega_s t + \Theta_S)$

si $\omega_s = \omega_0 + \Delta\omega \therefore \omega_s t = \omega_0 t + \Delta\omega t$ entonces se puede expresar que

$V_S = \cos(\omega_0 t + \Delta\omega t + \Theta_S) = \cos(\omega_0 t + \theta_S)$

$\theta_d = \theta_S - \theta_0 = \Delta\omega t + \Theta_S - \Theta_0$ si forzamos $\Theta_S = \Theta_0 = 0$

$\theta_d = \Delta\omega t$ que crece monótona con el tiempo



- La frecuencia fundamental de $V_e(t)$ es la diferencia $f_s - f_0$.

Estados de funcionamiento

Estado de corrida libre

- Esta condición ocurre cuando no hay señal de entrada o hay una señal de entrada a la cual el lazo no tiene posibilidades de enganchar. En esta condición, generalmente $V_d = 0$ o $V_d \approx V_{DD} / 2$, cuando el chip es alimentado con una fuente de tensión V_{DD} no partida.

Estado fijo

- Es el que corresponde cuando el lazo está enganchedo en fase. $f_0 = f_s$ salvo una diferencia finita de fase θ_d .

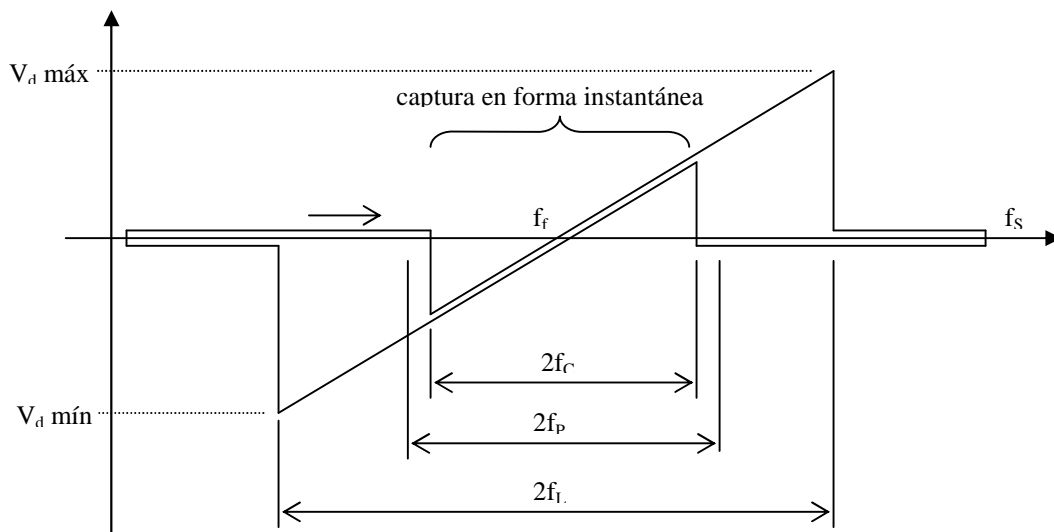
- Cuando un lazo está enganchado por cada ciclo de la señal de entrada, hay uno y solo un ciclo de la señal de salida. Si el comparador de fase no excede su rango lineal se asegura el cumplimiento de esta condición.

Estado de captura

- Es el estado previo al fijo, es cuando el VCO está cambiando de frecuencia, intentando enganchar la frecuencia de la señal de referencia.

Rangos de funcionamiento

- Es conveniente definir los rangos de funcionamiento a partir de las variaciones de V_d cuando se varía la frecuencia de la señal de referencia.



- f_f : frecuencia de corrida libre
 - $2f_c$: rango de captura
 - $2f_p$: rango de tracción
 - $2f_L$: rango de seguimiento
 - siempre se cumple que $2f_c < 2f_p < 2f_L$
- El rango de seguimiento $2f_L$ no depende de las características del filtro. Los límites superior y/o inferior quedan definidos por el dispositivo que primero se sature, puede ser el comparador de fase, el VCO o algún otro dispositivo activo del lazo.
 - El rango de captura $2f_c$ y el rango de tracción $2f_p$ dependen entre otras cosas, del filtro pasabajos.
 - Las características del filtro, entre otras cosas, limitan la rapidez en que el estado fijo puede ser alcanzado, ya que la tensión del capacitor del filtro pasabajos no puede cambiar instantáneamente, oficiando el capacitor de memoria, asegurando una rápida recaptura de la señal, si el sistema sale de sincronismo por un transitorio de ruido.
 - El proceso de adquisición del estado fijo, es complicado, no lineal, y de difícil análisis, por lo cual acá solo se analizará el PLL ya en estado fijo.

- Una vez que el proceso de corrección (o adquisición del sincronismo en el lazo, o fijación del lazo) se ha completado, el PLL va a seguir automáticamente las variaciones de la señal de entrada.
- Si esta señal es más bien estable, con poco ruido y disturbios, el lazo necesita muy poca información para reproducirla fielmente. En este caso, un filtro de ancho de banda muy pequeño (puede ser tan angosto como 1 o 2Hz) es suficiente. El uso del PLL reduce tremendamente el contenido de ruido de la señal de entrada.
- El lazo funciona como un filtro de frecuencia variable y de pequeño ancho de banda, que puede seguir automáticamente una señal de referencia, aun cuando esta posea una relación señal a ruido muy pobre.
- A la luz de los razonamientos anteriores, se concluye que dentro del rango de captura sólo es posible un estado de equilibrio, correspondiente al PLL enganchado. Fuera del rango de captura pero dentro del rango de tracción, son posibles dos situaciones: *enganchado u oscilando a la frecuencia libre*, dependiendo si se entra en esa región estando el PLL enganchado o no.
- Finalmente, fuera del rango de seguimiento, sólo funcionará desenganchado.

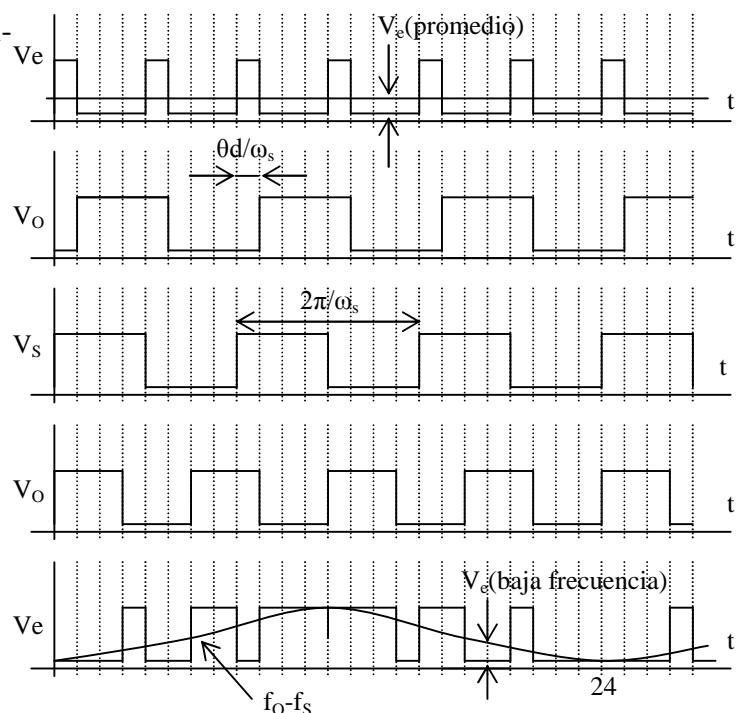
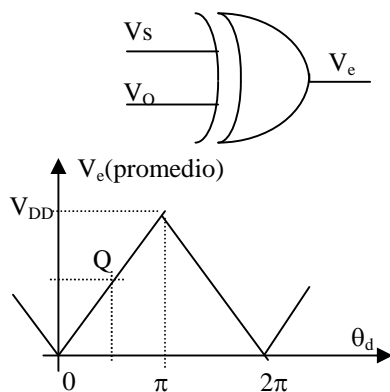
Aplicaciones del PLL

- Los PLL se usan básicamente para:
 - Generadores de portadoras para emisión con modulación de ángulo o no.
 - Generación de osciladores locales en recepción.
 - Sintetizadores de frecuencia.
 - Demoduladores de señales moduladas en ángulo.
 - Recuperación de impulsos de reloj en transmisiones digitales.
 - Circuitos de sincronismo para barrido horizontal y vertical en receptores de televisión.
 - Recepción de señales satelitales de satélites no geostacionarios.
 - etc.

- Más adelante se analizarán algunas aplicaciones específicas.

Detectores de fase

Detector de fase con puerta XOR



$$V_e = k_d \cdot \theta_d$$

$$\theta_d = \theta_s - \theta_o$$

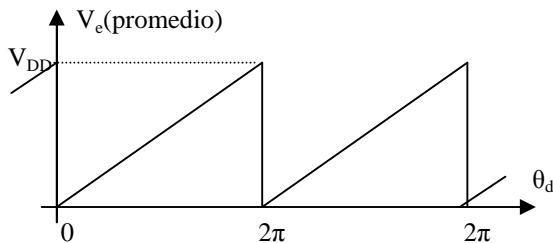
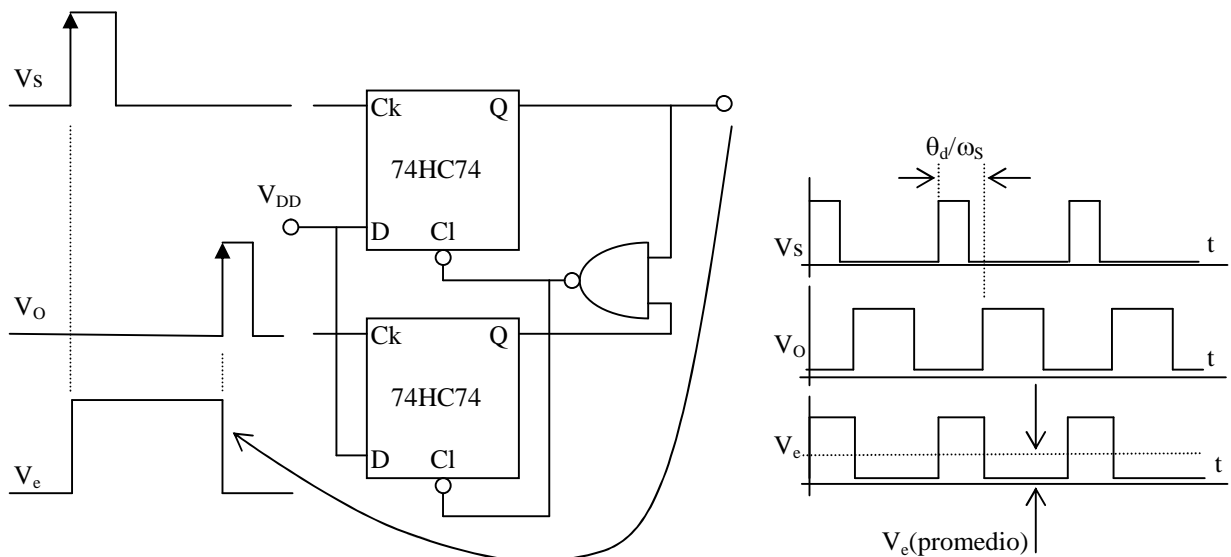
$$k_d = \frac{V_{DD}}{\pi}$$

$$f_s = \frac{1}{8} \quad f_o = \frac{1}{6}$$

$$f_o - f_s = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

- La puerta XOR es un comparador de desigualdad, cuando sus entradas tienen niveles lógicos distintos la salida es alta.
- Es sensible a los cambios del ciclo de trabajo (duty cycle).
- Da un valor de continua estable para armónicos de la señal de entrada, posibilitando que el PLL sincronice con armónicos.

Detector de fase controlado por flancos



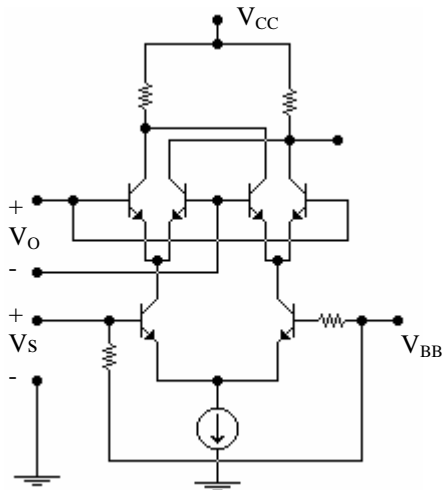
$$k_d = V_{DD}/2\pi$$

- Tiene el doble de rango lineal que la puerta XOR, por lo tanto el PLL tiene mejor captura y seguimiento.
- Es sensible a armónicos de la señal de entrada.
- Esta versión, demasiado simple, es sensible al cambio del duty cycle, resultando extraños errores.

- Para evitar la sensibilidad al duty cycle, y a los armónicos, existen detectores de fase más elaborados como el MC4044 (4π radianes) o como el comparador II del CD4046 que está elaborado con 4 flip flops. Normalmente cuanto más complicados son los detectores, menor es la máxima frecuencia de trabajo.

Multiplicador como detector de fase (MC1496)

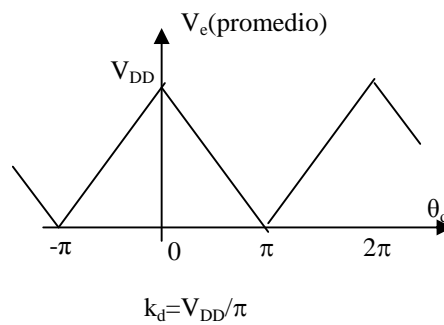
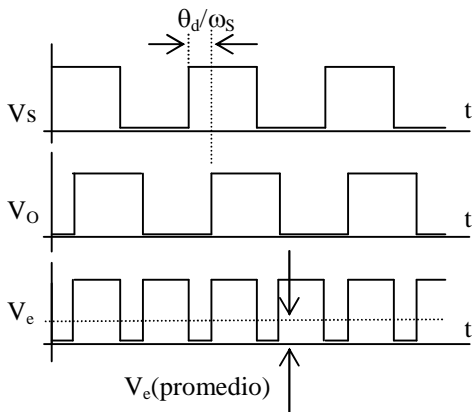
- Este circuito se usa en una gran variedad de PLL integrados, y también tiene aplicación como modulador balanceado, mezclador y detector de producto.
- Este circuito no necesita que las señales sean cuadradas, mientras una, o ambas sean lo suficientemente intensas como para que los transistores trabajen en una zona no lineal.
- En una aplicación del PLL como demodulador de FM, la entrada del VCO, puede ser cuadrada, mientras que la señal de FI puede ser senoidal, la función de transferencia resulta en vez de triangular, cosenoidal.



| V_S | V_O | V_e |
|-------|-------|-------|
| - | - | + |
| - | + | - |
| + | - | + |
| + | + | - |

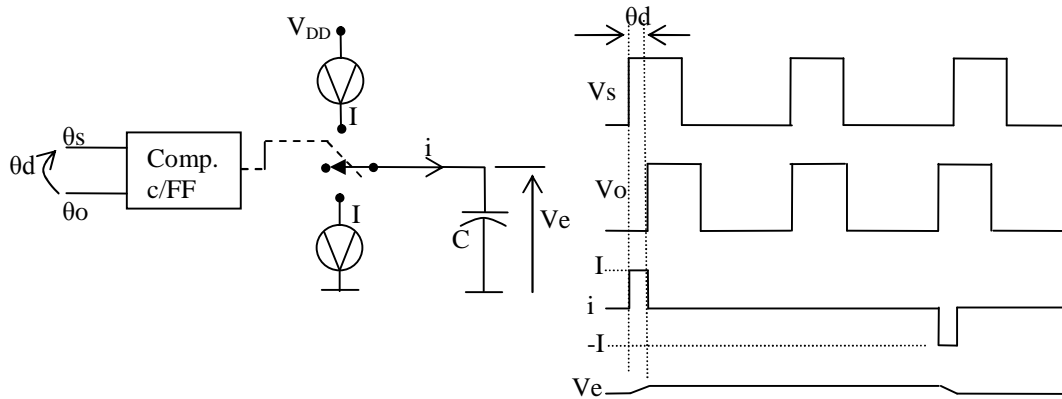
} Ley del producto

ver
 MC1357
 MC3357
 MC3359
 MC1496



Comparador con bomba de carga

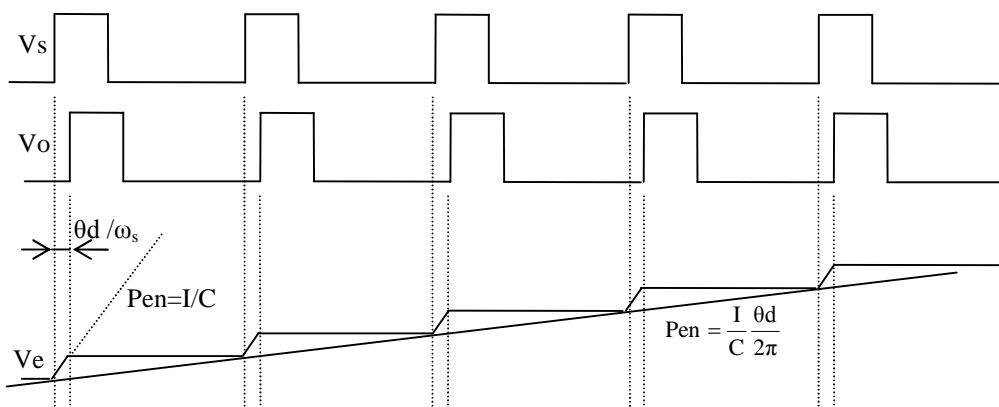
- El comparador II del CD4046 es un comparador con bomba de carga. En la siguiente figura se muestra un diagrama simplificado del circuito. Nótese que el comparador con FF accionado por flancos, conecta las fuentes de corrientes solo durante el desfase entre V_s y V_o . La rampa de V_e se produce por las corrientes I o $-I$ inyectadas al capacitor. La tensión V_e del capacitor se mantiene constante cuando no se producen las corrientes mencionadas, ya que no tiene un circuito de descarga.



- Formalmente, el comparador no admite una función de transferencia ya que no es invariante en el tiempo. A continuación se muestra un circuito lineal no invariante en el tiempo, como es este comparador, y un circuito invariante en el tiempo pero alineal.



- Sin embargo se le puede atribuir una función de transferencia que produzca los mismos resultados prácticos. Se muestra una situación hipotética donde el andar tipo escalera de V_e se reemplaza por una recta con efecto equivalente.



$V_e = \frac{1}{C} \int I dt$ discontinua integrada durante $\frac{\theta_d}{\omega_s}$ segundos por período equivale a una

$V_e = \frac{1}{C} \int I \frac{\theta_d}{2\pi} dt = \frac{I}{2\pi \cdot C} \int \theta_d dt$ continua integrada durante todo el tiempo, aplicando la transformada de Laplace a la expresión anterior

$$V_e(s) = \frac{I}{2\pi \cdot C} \frac{\theta_d(s)}{s} \quad \text{por lo tanto} \quad F(s) = \frac{V_e(s)}{\theta_d(s)} = \frac{I}{2\pi \cdot C} \frac{1}{s}$$

$F(s) = \frac{k}{s}$ el comparador ya no es más una constante, se comporta como un integrador

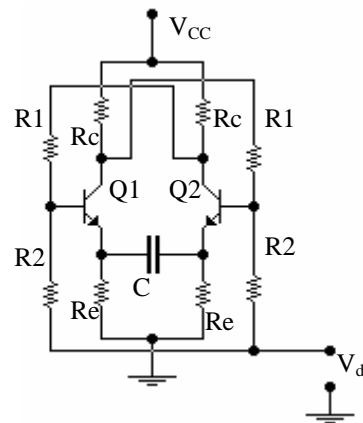
- La introducción de un nuevo integrador, ya que como veremos el VCO actúa para la fase como un integrador, cambia totalmente el comportamiento del PLL. Es fácil comprender que no puede existir ningún desfase constante en la entrada del comparador, ya que la acción integradora provoca una rampa a la salida del mismo obligando a realizar un barrido al VCO. Esto explica que en el laboratorio no se pueda medir ningún desfase entre V_e y V_o .
- En la hoja de datos del CD4046 se indica que para el Comparador II, el rango de captura es igual al rango de seguimiento. La existencia de un desfase provoca grandes excursiones a la salida del comparador provocando un barrido del VCO hasta que este se aproxima a la f_s produciéndose el enganche.

Osciladores controlados por tensión (VCO)

- Hay muchos tipos de VCO, pero los más comunes son los astables o de relajación y el oscilador senoidal LC sintonizado por diodo varicap.

Multivibrador astable controlado por tensión (MC4324, LM566, XR-2206, 8038, etc.)

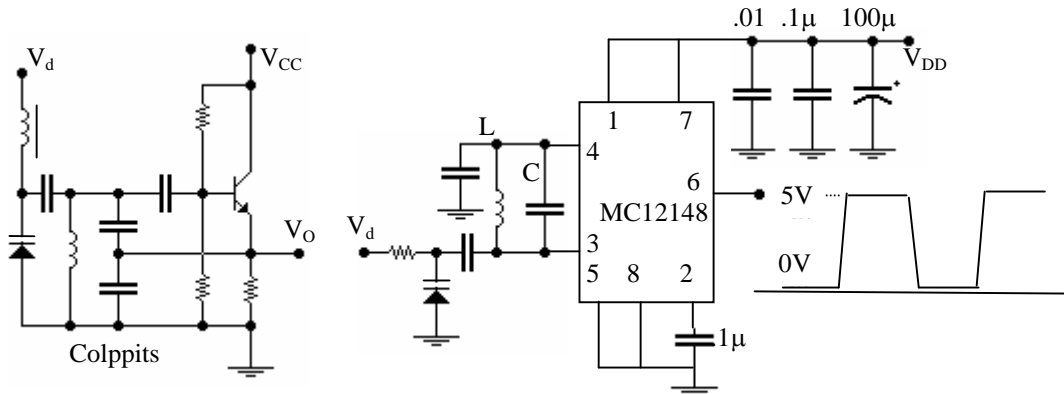
- La variación de la frecuencia con la tensión es bastante lineal y la salida del VCO es una onda cuadrada, lo cual es una ventaja para el comparador de fase por los flancos abruptos.
- La mayoría son de capacitor único, pero muchos más complicados que el que se muestra en figura, pero se basan en el mismo principio.
- En los circuitos utilizados, las R_e se substituyen por fuentes de corriente, lo que hace que las exponenciales de carga y descarga del capacitor C , se transforman en rampas, resultando que el período T sea una función lineal de la tensión de control V_d .



Oscilador LC sintonizado con diodo varicap

- Se usan en alta frecuencia, o cuando se desea una forma de onda senoidal.
- También se usa osciladores a cristal sintonizado por diodo varicap, para casos muy específicos, donde se desea alta estabilidad y bajo ruido, pero adolecen de tener un rango de sintonía muy limitado.

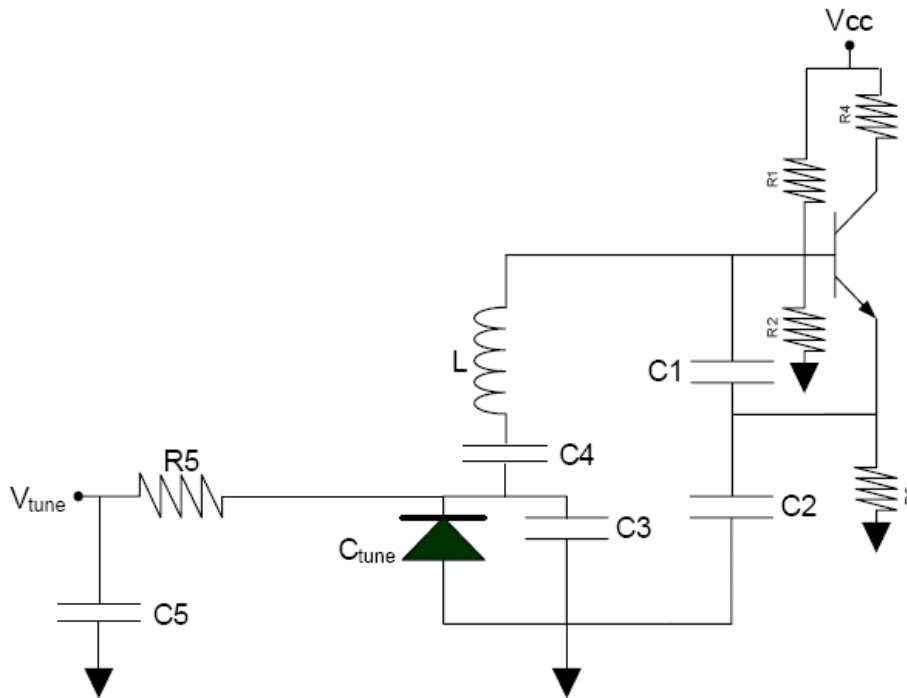
- El MC12148 (tecnología MOSAIC III) es el reemplazo directo del MC1648 (obsoleto), llega a 1100MHz con onda cuadrada (en realidad trapezoidal)



Diferentes tipos de osciladores

| Tipo de Circuito | Circuito Resonante | Rango de sintonía | Ruido de fase |
|---------------------------------------|------------------------------------|--------------------|------------------|
| <i>Oscilador RC</i> | <i>Resistor y capacitor</i> | <i>Amplio</i> | <i>Pobre</i> |
| <i>VCO común LC</i> | <i>Inductor y Capacitor</i> | <i>Amplio</i> | <i>Justo</i> |
| <i>Stripline VCO</i> | <i>Microstrip</i> | <i>Amplio</i> | <i>Justo</i> |
| <i>SAW (Surface acoustic wave)</i> | <i>Filtro SAW</i> | <i>Angosto</i> | <i>Excelente</i> |
| <i>VXCO</i> | <i>Cristal</i> | <i>Muy angosto</i> | <i>El mejor</i> |
| <i>CRO (ceramic resonator osc)</i> | <i>Cerámico</i> | <i>Amplio</i> | <i>Excelente</i> |
| <i>DRO (dielectric resonator osc)</i> | <i>Dielectric</i> | <i>Amplio</i> | <i>Excelente</i> |
| <i>VCO YIG</i> | <i>Esfera YIG</i> | <i>Muy amplio</i> | <i>Justo</i> |
| <i>VCO silicio</i> | <i>Se usa con cables espirales</i> | <i>Muy amplio</i> | <i>Justo</i> |

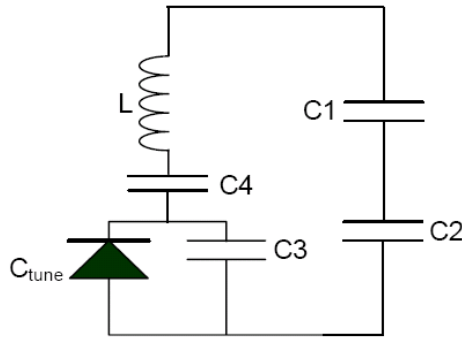
Una vista del VCO con oscilador Clapp



| Componente | Propósito primario | Valor |
|-------------------------|---|---------------------------------------|
| <i>C_{tune}</i> | Diodo varactor, capacitancia variable con voltaje | 32pf @ 0V 15pf @ 2V 12,5pf @ 3V |
| <i>T1</i> | Ampificador | |
| <i>L</i> | Inductor para el tanque | 56nH |
| <i>C1 y C2</i> | Acoplan la salida en el tanque y forman parte resonante Del mismo | 27pf |
| <i>C3</i> | Mejora el ruido de fase debido a la resistencia del diodo varactor estando en paralelo | |
| <i>C4</i> | Bloqueo de CC para no perjudicar la polarización del transistor | 100pf |
| <i>C5</i> | Trabaja con R5 para prevenir ruido desde el VCO. | |
| <i>R1,R2,R3,R4</i> | Polarización del transistor | 10KΩ, 8,2KΩ, 10KΩ, 75Ω |
| <i>R5</i> | Aísla el tanque del VCO del filtro para que la capacitancia del filtro no varíe la frecuencia del VCO | 10KΩ |

Impacto de los componentes en la frecuencia del VCO

Para este circuito tanque, existen dos componentes adicionales: el diodo varactor y C4. El circuito simplificado del tanque se muestra a continuación.



En orden de entender mejor el impacto de los componentes en la frecuencia de este VCO, se ha calculado teóricamente asumiendo que la capacitancia parásita es cero. Luego se cambiaron los componentes y se calculó la capacitancia parásita bajo estas circunstancias diferentes para ver los cambios. La frecuencia teórica fue calculada con la siguiente fórmula:

$$f_{teórica} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{equiv}}}$$

El impacto de C4 en la frecuencia es muy pequeño, pero es muy fácil tenerlo en cuenta puesto que está justo en serie con los otros capacitores donde dominará el de menor valor por estar en serie. El valor del capacitor $C_{parasita}$ se asumió inicialmente cero, pero luego fue extrapolado comparando las frecuencias operativa y teórica por la fórmula:

$$C_{parasita} = \frac{1}{(2\pi f_{medida})^2 L} - C_{equivalente}$$

Una vez que la capacitancia parásita fue extrapolada cuando el varactor fue polarizado a un valor fijo de 2V, se pudo calcular el rango de frecuencias del VCO. En orden de medir las frecuencias extremas del VCO, fue sintonizado a frecuencias distantes de su frecuencia de sintonía y se anotó la frecuencia real lograda.

| | C1 | C2 | C3 | L | Frecuencia medida | | | Frecuencia Teórica | C _{parasita} |
|----|----|-----|----|-----|-------------------|-------|-------|--------------------|-----------------------|
| | | | | | Min | V= 2V | Máx | V = 2V | |
| | pf | pf | pf | nH | | | | | Pf |
| #1 | 27 | 27 | | 12 | 385,3 | 430,3 | 445,3 | 564,1 | 4,8 |
| #2 | 27 | 27 | | 56 | 204,8 | 227,8 | 235,2 | 261,1 | 2,1 |
| #3 | 27 | 27 | | 120 | 139,8 | 155,1 | 160 | 178,4 | 2,1 |
| #4 | 27 | 27 | 10 | 56 | 194,1 | 205,4 | 208,5 | 230,5 | 2,2 |
| #5 | 15 | 150 | | 56 | 204,7 | 226,2 | 233,3 | 260,5 | 2,2 |
| #6 | 18 | 56 | | 56 | 203,3 | 226,3 | 233,7 | 260,5 | 2,2 |

El primer hecho notable es que el valor calculado para la capacitancia parásita es muy constante, excepto para la primera fila, donde está la frecuencia más alta y por lo tanto podría haber otros efectos. También cambia el valor de la inductancia. El efecto de la capacitancia parásita constante cuando es este modelo para predecir la frecuencia del VCO.

Las primeras tres filas de la tabla muestran el impacto del cambio del valor de la inductancia. Debemos notar que el rango de sintonía absoluto crece con la frecuencia, pero en porcentaje, permanece constante.

Comparando la cuarta línea con la tercera, vemos el impacto de agregar un capacitor en paralelo con el varactor. Esto reduce en forma importante el rango de sintonía, pero se coloca para mejorar el ruido de fase.

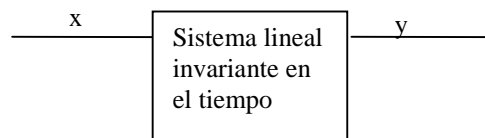
Las últimas dos filas tratan los capacitores de acople en el tanque. Fueron elegidos para mantener sus valores perfectamente constantes y la frecuencia no varía como podríamos suponer teóricamente.

Cuando la frecuencia de salida es alta, hay entonces otros efectos causan que la capacidad parásita crezca.

En resumen, vemos qué poderosa puede ser la capacidad parásita en la creación de un modelo. Las opciones 5 y 6 exploran el impacto de cambiar los capacitores de acople. Estos no actúan sobre el rango de sintonía, pero tienen algún impacto sobre el ruido de fase. El ruido de fase óptimo existiría si C2 fuera infinito y C1 fuera cero, o haciendo la relación C1/C2 lo más alta posible. Sin embargo, la ganancia del amplificador es lo que limita el valor práctico de esta relación. Como con la analogía del péndulo, esto estaría creando disturbios en el tanque de la forma más pequeña posible. En este caso, la ganancia mínima posible sería aplicada al ruido $1/f_3$ y $1/f_2$. Pero esto no es práctico, lo que realmente limita esta relación es cuán grande puede ser C2.

Función de transferencia del PLL

- Las funciones de transferencia, son aplicables solo a sistemas lineales invariantes en el tiempo.
- En los PLL, al igual que la polarización de los transistores, algunos valores de reposo, no están vinculados en forma lineal. Por lo tanto se buscará un modelo equivalente lineal válido únicamente en un restringido rango de operación.



- Un sistema lineal invariante en el tiempo, está definido por la siguiente ecuación diferencial lineal:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x$$

donde $n \geq m$, transformado por Laplace a ambos miembros,

$$F(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

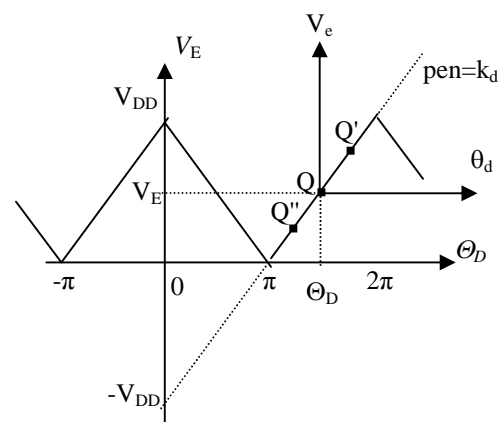
$F(s)$, es una propiedad del sistema, el valor de n da el orden del sistema.

- El siguiente detector de fase, no tiene una función de transferencia, ni aún para la línea punteada:

$$V_E(t) = -V_{DD} + kd \theta_D(t)$$

$$a_n y = -V_{DD} + b_m x$$

La última ecuación no satisface la ecuación diferencial lineal exigida.



- Sin embargo si se intenta encontrar la función de transferencia de todos modos, transformando por Laplace la ecuación de la recta:

$$V_E(s) = -\frac{V_{DD}}{s} + kd \theta_D(s)$$

$$F(s) = \frac{V_E(s)}{\theta_D(s)} = kd - \frac{V_{DD}}{s \theta_D(s)}$$

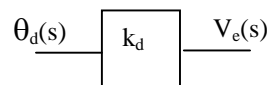
Función de transferencia

La posible función de transferencia no es tal, ya que depende de la entrada.

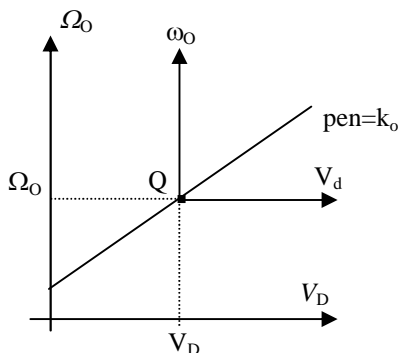
- Por esta razón, solo se desarrollará un modelo matemático para variaciones alrededor del punto de trabajo Q. A diferencia de los transistores, las relaciones de pequeña señal no dependen del punto de trabajo Q, por ser tramos lineales, tanto en el detector como en el VCO, siempre y cuando el PLL no salga de su estado fijo (ver Q, Q' y Q'').

Función de transferencia del detector

$$V_e(t) = k_d \theta_d(t), \quad V_e(s) = k_d \theta_d(s) \quad \therefore \frac{V_e(s)}{\theta_d(s)} = k_d$$



Función de transferencia del VCO

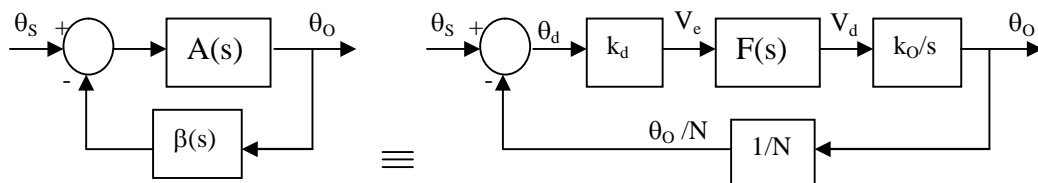


$$\begin{aligned} \omega_0(t) &= k_o V_d(t) \\ \omega_0(t) &= \frac{d\theta_0(t)}{dt} \quad \therefore \theta_0(t) = \int \omega_0(t) dt \\ \theta_0(t) &= k_o \int V_d(t) dt \\ \theta_0(s) &= \frac{k_o}{s} V_d(s) \end{aligned}$$

- El VCO, actúa para la fase como un integrador, por lo tanto ningún error estático (V_e y θ_d) puede mantenerse en el tiempo debido a este efecto.
- También puede advertirse que el efecto promediador (integrador) del VCO ayuda a mantener constante la fase de salida θ_O , durante perturbaciones momentáneas en la entrada θ_S .

Función de transferencia total

- Combinando todos los bloques constitutivos se obtiene la función de transferencia :

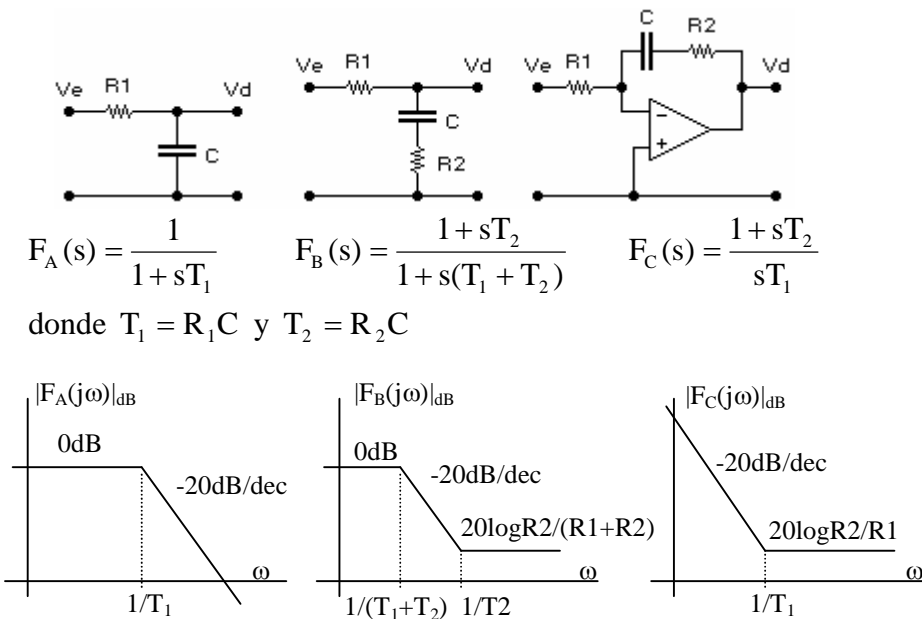


$$\frac{\theta_O}{\theta_S} = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta(s)}$$

$$\frac{\theta_O}{\theta_S} = \frac{\frac{k_d k_o F(s)}{s}}{1 + \frac{k_d k_o F(s)}{sN}} = \frac{k_d k_o F(s)}{s + \frac{k_d k_o F(s)}{N}}$$

Filtro pasabajos (FPB)

- El filtro pasabajos tiene dos importantes funciones. Primero, elimina el ruido y cualquier componente de alta frecuencia de la salida del detector de fase, tales como $f_s + f_o$, armónicas de f_s y f_o , etc., dejando pasar solo la componente de baja frecuencia $f_s - f_o$ o $f_o - f_s$ cuando se está adquiriendo el estado fijo, una continua, o pequeñas variaciones cuando el PLL ya está en estado fijo.
- Segundo, es el bloque más importante en la determinación de las características dinámicas del lazo, rango de captura, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria.
- Los filtros pasabajos más comunes usados en PLL son los siguientes:



Función de transferencia del PLL con FPB $F_B(s)$

$$\frac{\theta_o}{\theta_s} = \frac{k_d k_O (1 + sT_2)}{s + s^2(T_1 + T_2) + \frac{k_d k_O (1 + sT_2)}{N}} = \frac{k_d k_O}{T_1 + T_2} \frac{1 + sT_2}{s^2 + s \frac{1 + k_d k_O T_2 / N}{T_1 + T_2} + \frac{k_d k_O}{N(T_1 + T_2)}}$$

- El tipo de respuesta queda fundamentalmente definido por los coeficientes del polinomio denominador. Las características de las respuestas de las funciones de transferencia de 2^{do} orden se especifican en función del coeficiente de amortiguamiento ζ y la frecuencia natural ω_n .
- No debe establecerse ninguna relación entre el ω de la función de transferencia y el ω_s o ω_o , frecuencias de entrada y salida del PLL. Son absolutamente independientes y normalmente $\omega_n \ll \omega_s$.
- Se sabe de la teoría de los servomecanismos que:

$$\frac{\theta_o}{\theta_s} = \frac{k_d k_o}{T_1 + T_2} \frac{T_2 s + 1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{por comparación} \quad \boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{k_d k_o}{N(T_1 + T_2)}}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N(T_1 + T_2)}{k_d k_o}} \left(\frac{1 + k_d k_o T_2 / N}{T_1 + T_2} \right) \quad \xi = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{N}{k_d k_o (T_1 + T_2)}} + T_2 \sqrt{\frac{k_d k_o}{N(T_1 + T_2)}} \right)$$

$$\text{Queda} \quad \xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_d k_o}{N(T_1 + T_2)}} \left(T_2 + \frac{N}{k_d k_o} \right) \quad \text{entonces} \quad \boxed{\xi = \frac{\omega_n}{2} \left(T_2 + \frac{N}{k_d k_o} \right)}$$

$$\text{Despejando } T_2 = \frac{2\xi}{\omega_n} - \frac{N}{k_d k_o}$$

- El tipo de un sistema es el número de polos en el origen de la función de transferencia a lazo abierto. Con el $F_A(s)$ y $F_B(s)$ el sistema es de 2^{do} orden tipo 1, pero con el filtro $F_C(s)$, el sistema es de 2^{do} orden tipo 2. Esta clasificación está relacionada con el error de fase para distintos tipos de señal de entrada.

$$\text{El teorema del valor final expresa que} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_d(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} [s \theta_d(s)]$$

$$\text{Donde } \theta_d(s) = \frac{1}{1 + A(s)\beta(s)} \theta_s(s)$$

$$\text{Si se aplica un escalón de posición} \quad \theta_s(t) = C_p \quad \text{para } t \geq 0$$

$$\text{Transformando por Laplace} \quad \theta_s(s) = \frac{C_p}{s}$$

$$\text{Si se aplica un escalón de velocidad} \quad \theta_s(t) = C_v t \quad \text{para } t \geq 0$$

$$\text{Transformando por Laplace} \quad \theta_s(s) = \frac{C_v}{s^2}$$

$$\text{Si se aplica un escalón de aceleración} \quad \theta_s(t) = C_A t^2 \quad \text{para } t \geq 0$$

$$\text{Transformando por Laplace} \quad \theta_s(s) = \frac{2C_A}{s^3}$$

- Las expresiones de la ganancia de lazo abierto para un filtro pasabajos tipo B y tipo C son respectivamente

$$A(s)\beta(s) = \frac{k_d k_o}{sN} \frac{1 + sT_2}{1 + s(T_1 + T_2)}$$

$$A(s)\beta(s) = \frac{k_d k_o}{sN} \frac{1 + sT_2}{sT_1}$$

La primera es de tipo 1 y la segunda de tipo 2. Aplicando el teorema del valor final a la ganancia de lazo tipo 1, para un escalón de posición no hay error de régimen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_d(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} [s \theta_d(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{1}{1 + A(s)\beta(s)} \theta_s(s) \right]$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_d(t)] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{1}{1 + \frac{k_d k_o}{sN} \frac{1+sT_2}{1+s(T_1+T_2)}} \frac{C_p}{s} \right] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{1}{1 + \frac{k_d k_o}{sN}} C_p \right] = 0$$

- Nótese que para un escalón de velocidad, lo que equivale a un escalón de frecuencia, el error de régimen es constante, proporcional a la amplitud del escalón e inversamente proporcional al producto de las ganancias del detector y del VCO:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\theta_d(t)] = \frac{NC_v}{k_d k_o}$$

Se puede resumir los errores de régimen θ_d en una tabla:

| Entrada | Tipo 1 | Tipo 2 | Tipo 3 |
|------------------------|------------------------------|-----------|--------|
| Escalón de posición | 0 | 0 | 0 |
| Escalón de velocidad | Constante | 0 | 0 |
| Escalón de aceleración | Se incrementa constantemente | Constante | 0 |

Diseño del FPB

- La exigencia más usual que se le hace a un PLL, es que ante un cambio de la frecuencia de entrada (escalón de velocidad de fase), la frecuencia de salida se establezca en su nuevo valor en un tiempo determinado. Esto condiciona fundamentalmente el valor de ω_n . Un efecto equivalente se produce en un sintetizador al cambiar N.
- Se debe tener en cuenta que la función de transferencia para las fases es igual que la correspondiente a las frecuencias como se muestra a continuación:

$$\omega_o(t) = \frac{d\theta_o(t)}{dt} \quad \text{transformando} \quad \omega_o(s) = s\theta_o(s) \quad \text{y} \quad \omega_s(s) = s\theta_s(s)$$

$$\text{por lo tanto} \quad \frac{\omega_o(s)}{\omega_s(s)} = \frac{\theta_o(s)}{\theta_s(s)} = F(s) \quad \text{igual función de transferencia}$$

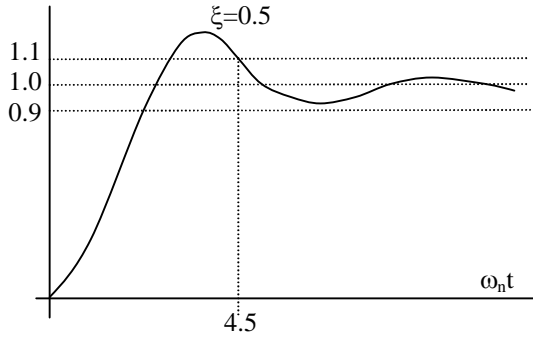
- La información de la respuesta a un escalón para sistemas de 2^{do} orden tipo 1 está normalizada para escalones unitarios, y el tiempo con la inversa de ω_n , para distintos valores de amortiguamiento ξ .

Ejemplo: En un PLL con FPB tipo B, determine T_1 y T_2 para $\xi=0.5$ y un tiempo de respuesta $t=10\text{ms}$ ($\pm 10\%$).

La gráfica muestra la respuesta normalizada a un escalón de un sistema tipo 1 de 2^{do} orden para $\xi=0.5$.

$$\omega_n t = 4.5$$

$$\omega_n = \frac{4.5}{10\text{ms}} = 450 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



T_1 y T_2 se despejan de

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_d k_O}{N(T_1 + T_2)}}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{k_d k_O}{\omega_n^2 N}$$

y de $\xi = \frac{\omega_n}{2} \left(T_2 + \frac{N}{k_d k_O} \right)$ se despeja $T_2 = \frac{2\xi}{\omega_n} - \frac{N}{k_d k_O}$

Nótese que de haberse utilizado un filtro como $F_A(s)$, donde $T_2=0$, no es posible la elección independiente de ξ y ω_n , ya que fijado ξ queda fijado ω_n o viceversa.

$$\xi = \frac{\omega_n}{2} \frac{N}{k_d k_O} \text{ si } T_2 = 0$$

Normalmente N , k_d y k_o no son valores que el diseñador pueda cambiar a voluntad.

Ancho de Banda

- Si en la función de transferencia del PLL realizado con el filtro pasabajos tipo B, se hace $T_2=0$, la función de transferencia para el filtro $F_A(s)$ queda:

$$\frac{\theta_O}{\theta_S} = \frac{k_d k_O}{T_1} \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Para condición de régimen, esto es $s \rightarrow 0$, $\theta_O = N\theta_S$ por lo tanto la función queda:

$$\frac{\theta_O}{\theta_S} = N \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

La respuesta en frecuencia se encuentra reemplazando s por $j\omega$

$$\frac{\theta_O}{\theta_S} = N \frac{\omega_n^2}{-\omega^2 + j2\xi\omega_n\omega + \omega_n^2} \quad \left| \frac{\theta_O}{\theta_S} \right| = \frac{N\omega_n^2}{|\omega_n^2 - \omega^2 + j2\xi\omega_n\omega|}$$

Consideraremos al ancho de banda, como la frecuencia correspondiente a -3dB por debajo del valor de la función para $\omega=0$ que llamaremos ω_{3dB} , entonces:

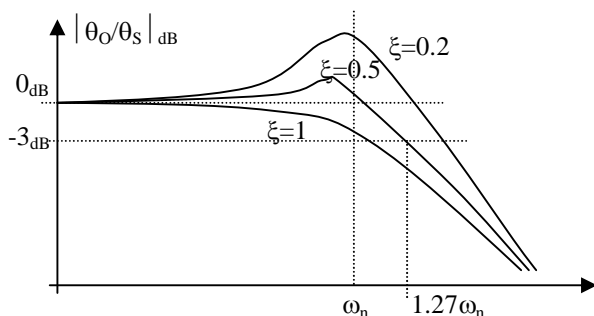
$$\left| \frac{\theta_O}{\theta_S} \right|_{\omega=0} = N \quad \left| \frac{\theta_O}{\theta_S} \right|_{\omega=\omega_{3dB}} = \frac{N}{\sqrt{2}}$$

$$2\omega_n^4 = (\omega_n^2 - \omega_{3dB}^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega_{3dB}^2$$

$$0 = \omega_n^4 - 2\omega_n^2 \omega_{3dB}^2 + \omega_{3dB}^4 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega_{3dB}^2 - 2\omega_n^4$$

$$0 = \omega_{3dB}^4 + \omega_{3dB}^2 (-2\omega_n^2 + 4\xi^2 \omega_n^2) - \omega_n^4$$

$$\omega_{3dB}^2 = \omega_n^2 - 2\xi^2 \omega_n^2 \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 \omega_n^4 + \omega_n^4}$$



$$\left(\frac{\omega_{3dB}}{\omega_n}\right)^2 = 1 - 2\xi^2 \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + 1}$$

$$\omega_{3dB} = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2 \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + 1}}$$

para $\xi=0.5$ $\omega_{3dB}=1.27\omega_n$

ω/ω_n

- Es interesante relacionar el rango de captura con el ancho de banda. Si aceptamos como válida la expresión del rango de captura para un FPB tipo A, que figura en las hojas de datos del PLL CD4046, podemos comparar a ω_C con ω_n y con ω_{3dB} para un ξ dado.

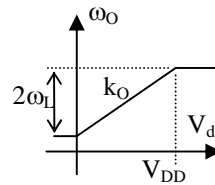
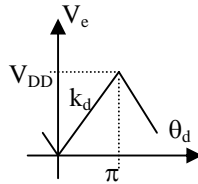
Las hojas de datos indican para el FPB tipo A y comparador XOR que el rango de captura es

$$2f_c \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2\pi f_L}{T_1}} \quad \text{reemplazando } 2\pi f \text{ por } \omega \text{ queda } \omega_C \approx \sqrt{\frac{\omega_L}{T_1}}$$

$$V_{DD} = \pi k_d \quad \text{y} \quad 2\omega_L = k_O V_{DD}$$

$$2\omega_L = \pi k_O k_d, \quad \omega_L = \frac{\pi}{2} k_O k_d$$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{k_O k_d}{T_1}} = 1.25\omega_n$$



De esto se deduce que para $\xi \sim 0.5$ $\omega_{3dB} \sim \omega_C$

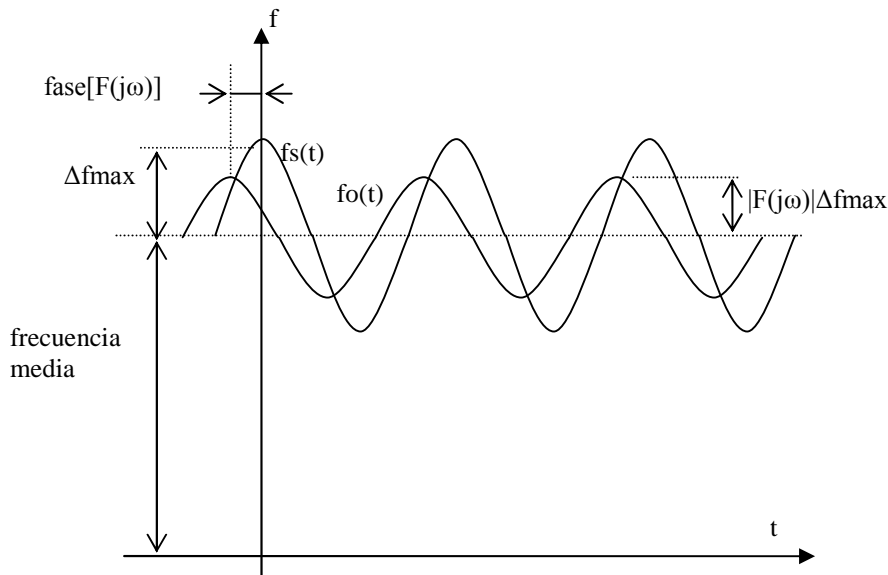
- Analicemos el significado del ancho de banda ω_{3dB} . Un PLL bien diseñado debe ser inmune a las variaciones de amplitud de la señal de entrada. Trabaja con la fase y la frecuencia de la señal.

$$\theta_s(t) = \theta_{max} \cdot \cos(\omega t) \quad \theta_o(t) = |F(j\omega)| \theta_{max} \cdot \cos(\omega t + \text{fase}[F(j\omega)])$$

Como la función de transferencia para las frecuencias es la misma que para la de las fases, entonces las relaciones temporales para una variación sinusoidal de la frecuencia de entrada son las siguientes

$$f_s(t) = \Delta f_{max} \cdot \cos(\omega t) \quad \text{y} \quad f_o(t) = |F(j\omega)| \Delta f_{max} \cdot \cos(\omega t + \text{fase}[F(j\omega)])$$

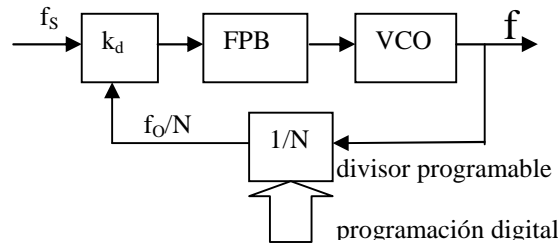
Gráficamente,



Para $\omega = \omega_{3dB}$ la amplitud de $f_o(t)$ es el 70.7% (-3dB) de la amplitud de $f_s(t)$, siempre y cuando $f_s(t)$ sea senoidal.

Aplicaciones de los PLL- Sintetizadores

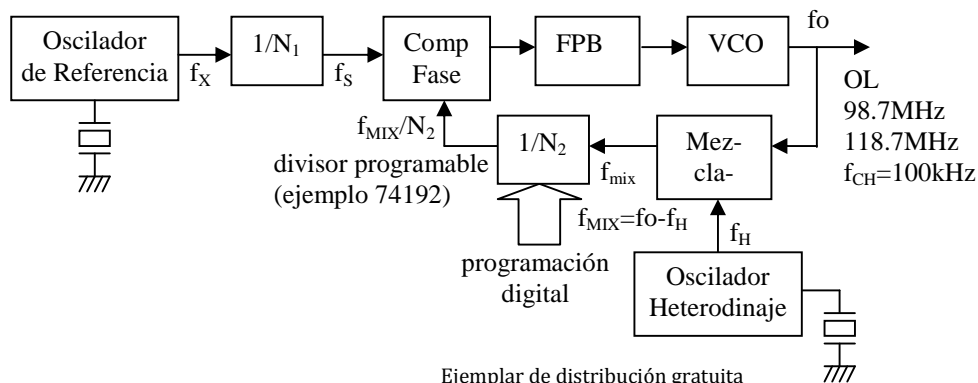
Sintetizador básico



- Normalmente, es conveniente que la frecuencia de referencia f_s , sea lo más alta posible, para que sea removida fácilmente por el FPB, y no sea la frecuencia de referencia f_s , la que obligue a fijar la frecuencia de corte del FPB.
- Generalmente la frecuencia de corte del FPB quede definida por la frecuencia natural ω_n y el coeficiente de amortiguamiento ξ .
- La energía en frecuencia de referencia que alcanza al VCO, lo modula, y se traduce en bandas laterales espurias llamadas bandas laterales de referencia.
- Otra causa que justifica la conveniencia de seleccionar una frecuencia de referencia lo más alta posible, es que la corrección de la tensión de control solo puede realizarse una vez cada ciclo de la señal de entrada. Por ejemplo si la frecuencia de referencia es de 1kHz la corrección es cada 1ms.
- Cuando la f_o es elevada, no siempre es simple y económico la realización del divisor programable. A continuación se analizarán dos técnicas para resolver este problema.

Sintetizador tipo "down converter"

- Para disminuir la frecuencia del divisor programable se heterodina la f_o con la de un oscilador a cristal de cuarzo, de frecuencia fija f_H .
- Se analizará sobre un ejemplo de un sintetizador para el oscilador local de un receptor de FM de 200 canales separados cada 100kHz, desde 88 a 108MHz, se usa una frecuencia intermedia $f_I=10.7\text{MHz}$.



- Parece aceptable exigir al circuito que cuando N_2 cambie en una unidad f_o cambie en un canal f_{CH} .

$$f_s = \frac{f_o - f_H}{N_2}, \text{ si se incrementa el OL para el canal siguiente } f_s = \frac{f_o + f_{CH} - f_H}{N_2 + 1}$$

despejando de la primera $f_o = N_2 f_s + f_H$ y reemplazando en la segunda

$$(N_2 + 1)f_s = N_2 f_s + f_H + f_{CH} - f_H \text{ simplificando queda } \boxed{f_s = f_{CH}}$$

- Para el caso numérico $f_s = f_{CH} = 100\text{kHz}$

si se elige a $f_x = 1\text{MHz}$, $N_1 = \frac{f_x}{f_s} = 10$

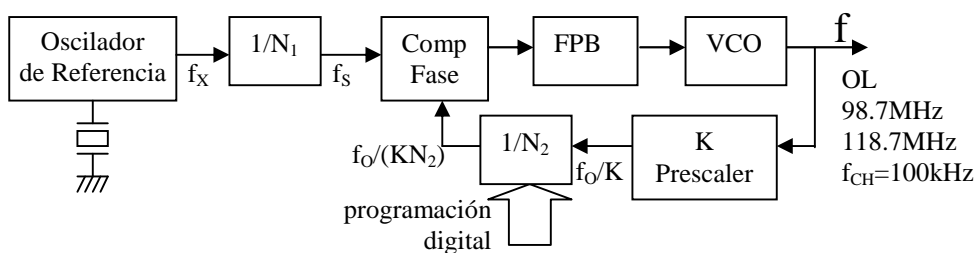
se elige $f_H = 98\text{MHz}$, la f_H máxima es 98.6MHz

es conveniente que f_H sea lo más grande posible para que f_{MIX} sea posible dividirla con un divisor programable convencional (CMOS o TTL), para este caso f_{MIX} va de 0.7 a 20.7MHz

$$\left. \begin{aligned} N_2 \text{ máx} &= \frac{f_o \text{ máx} - f_H}{f_s} = \frac{118.7 - 98}{0.1} = 207 \\ N_2 \text{ mín} &= \frac{f_o \text{ mín} - f_H}{f_s} = \frac{98.7 - 98}{0.1} = 7 \end{aligned} \right\} 200 \text{ canales}$$

Sintetizador tipo "prescaling"

- Esta otra alternativa, emplea un divisor fijo de alta frecuencia o prescaler, el cual antecede al divisor programable.



- Si se plantea la misma exigencia, cuando N_2 cambie en una unidad f_o cambie en un canal f_{CH}

$$f_s = \frac{f_o}{KN_2}, \text{ si se incrementa el OL para el canal siguiente } f_s = \frac{f_o + f_{CH}}{K(N_2 + 1)}$$

despejando de la primera $f_o = KN_2 f_s$ y reemplazando en la segunda

$$KN_2 f_s + K f_s = KN_2 f_s + f_{CH} \text{ simplificando queda } \boxed{f_s = \frac{f_{CH}}{K}}$$

Se puede demostrar fácilmente que si se plantea que N_2 cambie dos unidades por cambio de ca-

nal, el resultado es $f_s = \frac{f_{CH}}{2K}$, con lo cual resulta una f_s a la mitad.

- Para el caso numérico dado, se elige $K=10$ lo que da una $\frac{f_o}{K} = 11.87\text{MHz}$ como máximo, que puede ser aceptada sin inconvenientes por cualquier divisor programable de lógica convencional.

$$\text{si } f_x = 1\text{MHz}, N_1 = \frac{f_x}{f_s} = 10$$

$$N_2 \text{ máx} = \frac{f_o \text{ máx}}{Kf_s} = \frac{118.7}{0.1} = 1187$$

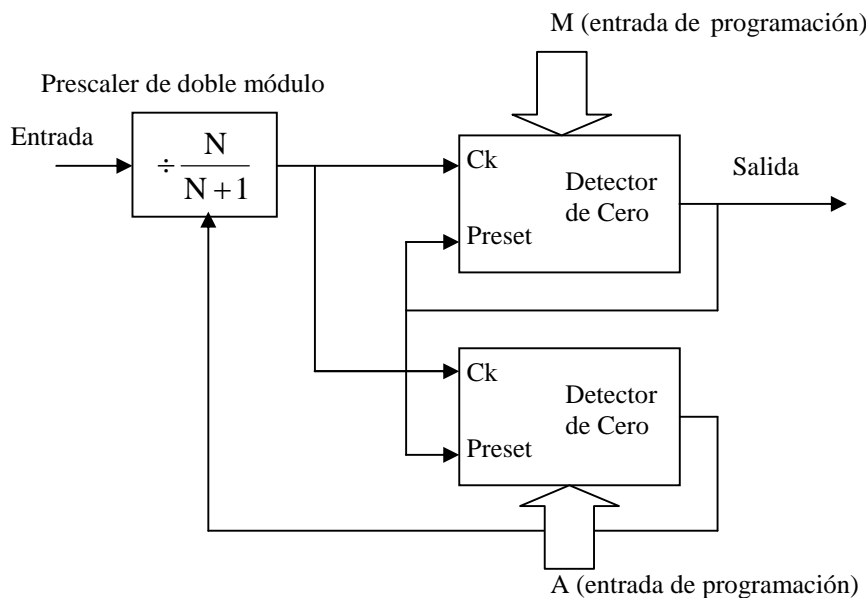
$$N_2 \text{ mín} = \frac{f_o \text{ mín}}{Kf_s} = \frac{98.7}{0.1} = 987$$

} 200 canales

- Nótese, que si $K=1$ $f_s=f_{CH}$. Es posible obtener un divisor programable N_2 que soporte altas frecuencias y sea económicamente aceptable, usando un divisor programable de doble módulo. Esto evita el uso del prescaler fijo (equivale a $K=1$) y la consecuente disminución de la frecuencia de referencia ($f_s = \frac{f_{CH}}{K}$).

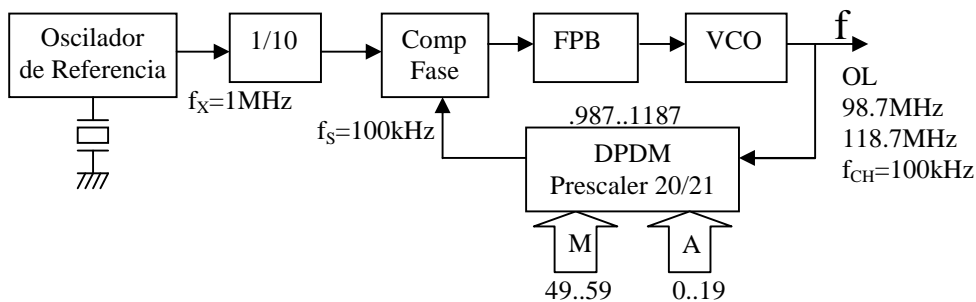
Divisor programable de doble módulo

- Es una técnica que se utiliza en sintetizadores de VHF con lógica convencional, para no reducir la frecuencia de referencia a un valor inaceptable por el uso de un prescaler fijo.
- El corazón del divisor programable de doble módulo es un prescaler de doble módulo. Este circuito ECL (u otra lógica rápida), divide por dos factores que difieren en uno, dependiendo de una entrada de control.
- Para sintetizadores programados en BCD es conveniente la relación 10/11. Algunas relaciones normalizadas son: 5/6, 8/9, 16/17, 20/21, 32/33, 64/65, 128/129, etc.



- Está compuesto por dos contadores decrecientes con entradas de preset, uno cuenta desde M y otro desde A, y siempre $M \geq A$.

- Supóngase que el prescaler comienza dividiendo por $N+1$, entonces deben ser aplicados $(N+1)A$ pulsos en la entrada para que el contador de abajo llegue a cero, y el prescaler comience a dividir por N , después deben ser aplicados $N(M-A)$ pulsos a la entrada para que el contador de arriba llegue a cero y haya un pulso a la salida y se reinicie el ciclo.
- Para un ciclo es necesario $(N+1)A+N(M-A)=MN+A$ pulsos a la entrada, por lo tanto el divisor programable de doble módulo divide por $MN+A$.
- Ya se mencionó una restricción, que M sea mayor o igual que A . Existe otra, el mínimo factor de división es $N(N-1)$. Por ejemplo para $N=10$, el mínimo factor por el cual divide es 90. Para probar esta afirmación intente determinar los valores de M y A para que divida por 89.
- Se resuelve a continuación el sintetizador ya planteado con un divisor programable de doble módulo.



- Se ha optado por un prescaler de doble módulo 20/21. Resulta de esta elección, que la máxima frecuencia de entrada de los contadores descendentes es $118.7\text{MHz}/20=5.9\text{MHz}$, suficientemente baja para cualquier lógica convencional y no respeta la resolución.
- El mínimo factor de división del divisor programable de doble módulo es $98.7\text{MHz}/100\text{kHz}=987$, que es mayor que el mínimo factor posible $N(N-1)=20*19=380$.
- El mayor factor de división será $118,7\text{MHz}/100\text{kHz}$ o sea 1187.
- Un juego de valores posibles para las entradas de programación M y A se muestran en la siguiente tabla. Como referencia $987/20=49.35$ y $49*20=980$.

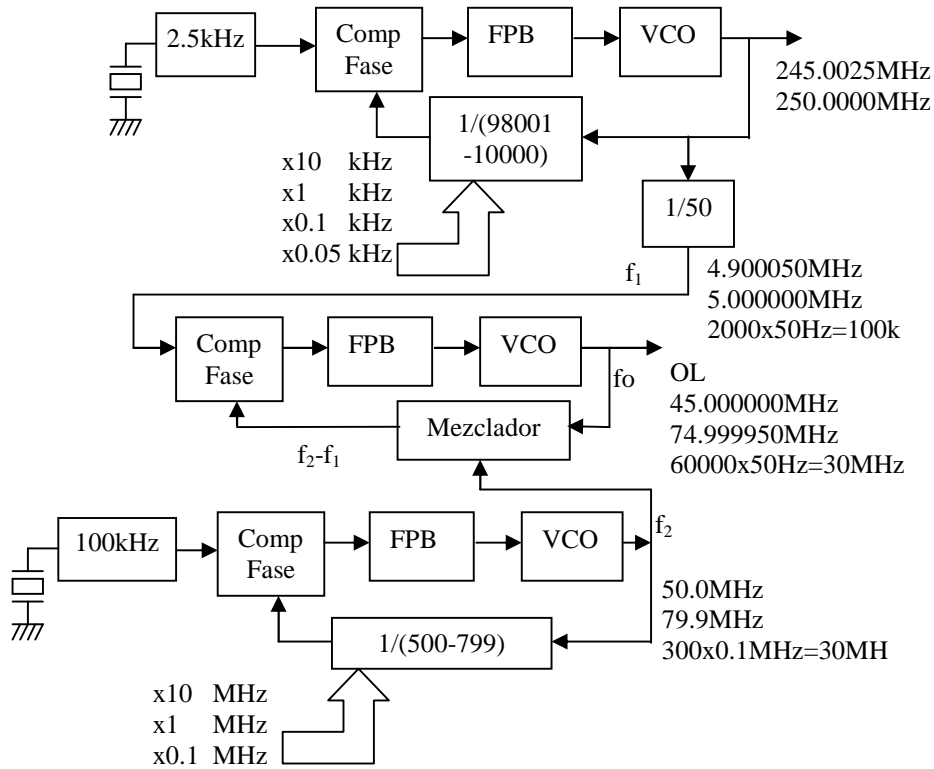
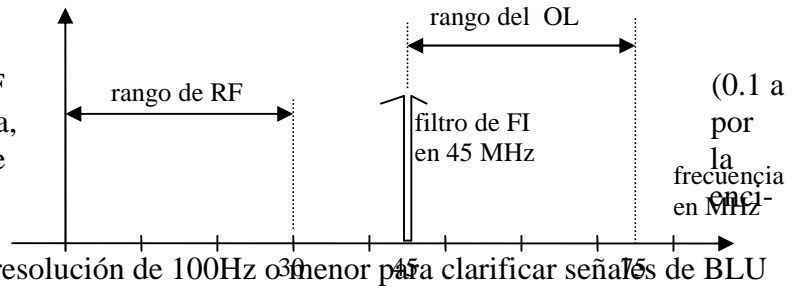
| M | A | $M*20+A$ |
|-----|-------|-------------|
| 49 | 7..19 | 987...999 |
| 50 | 0..19 | 1000...1019 |
| ... | ... | .. |
| 58 | 0..19 | 1160...1179 |
| 59 | 0..7 | 1180...1187 |

Tabla de funcionamiento

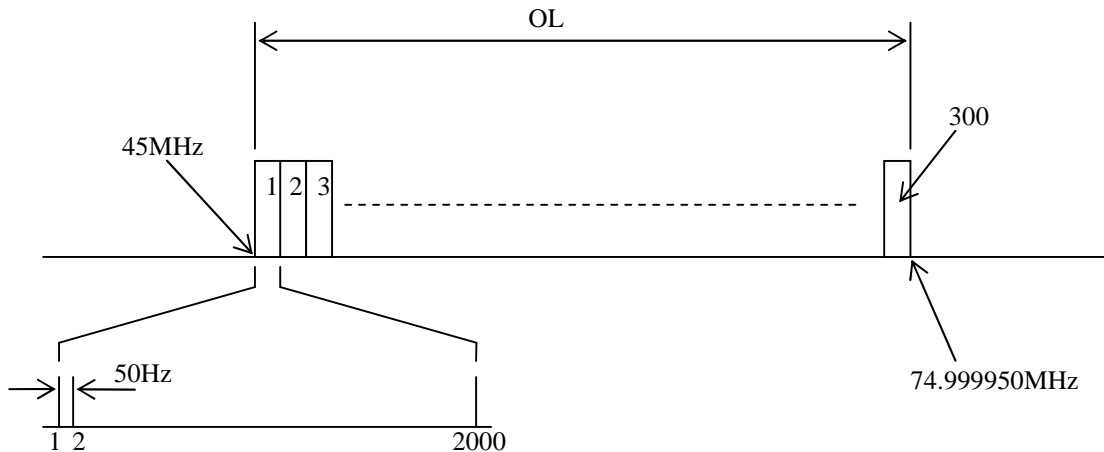
| M | A | M*20+A |
|----------|----------|-----------------|
| 49 | 6 | 986 (no) |
| 49 | 7 | 987 |
| 49 | 8 | 988 |
| 49 | 9 | 989 |
| 49 | 10 | 990 |
| 49 | 11 | 991 |
| 49 | 12 | 992 |
| 49 | 13 | 993 |
| 49 | 14 | 994 |
| 49 | 15 | 995 |
| 49 | 16 | 996 |
| 49 | 17 | 997 |
| 49 | 18 | 998 |
| 49 | 19 | 999 |
| 50 | 0 | 1000 |
| 50 | 1 | 1001 |
| 50 | 2 | 1002 |
| 50 | 3 | 1003 |
| 50 | 4 | 1004 |
| 50 | 5 | 1005 |
| 50 | 6 | 1006 |
| 50 | 7 | 1007 |
| 50 | 8 | 1008 |
| 50 | 9 | 1009 |
| 50 | 10 | 1010 |
| 50 | 11 | 1011 |
| 50 | 12 | 1012 |
| 50 | 13 | 1013 |
| 50 | 14 | 1014 |
| 50 | 15 | 1015 |
| 50 | 16 | 1016 |
| 50 | 17 | 1017 |
| 50 | 18 | 1018 |
| 50 | 19 | 1019 |
| | | |
| 59 | 0 | 1180 |
| 59 | 1 | 1181 |
| 59 | 2 | 1182 |
| 59 | 3 | 1183 |
| 59 | 4 | 1184 |
| 59 | 5 | 1185 |
| 59 | 6 | 1186 |
| 59 | 7 | 1187 |
| 59 | 8 | 1188(no) |

Ejemplo sintetizador de HF

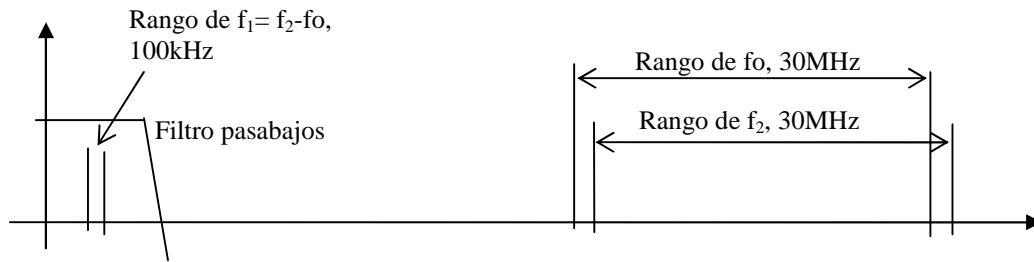
- En los receptores modernos de HF (30MHz) se usa una primera FI alta, ejemplo 45MHz o mayor, fuera de banda de recepción, y un OL por ma de la FI, resultando que varíe menos de una octava. Se usa una resolución de 100Hz o menor para clarificar señales de BLU apropiadamente.



- En el ejemplo que se muestra, el sintetizador genera 60000 frecuencias separadas 50Hz, con solo dos osciladores a cristal. La salida es el OL de un receptor de HF. Consta de tres lazos, y dos divisores programables, que probablemente, por cuestión de costos, deban ser resueltos como divisores programables de doble módulo.



- Nótese que el divisor por 50 eleva la frecuencia de referencia del primer lazo de 50Hz a 2.5kHz para agilizar la respuesta del mismo.



- El empleo del segundo PLL, en vez de un mezclador simple, facilita el filtrado mediante un sencillo filtro pasabajos. De emplearse un mezclador para obtener f_0 a partir de f_2 y f_1 , debería seguir a este un complejo filtro pasabanda sintonizado a $f_2 - f_1$.

Ejercicio: Plantee una solución para el divisor programable de doble módulo del tercer lazo.

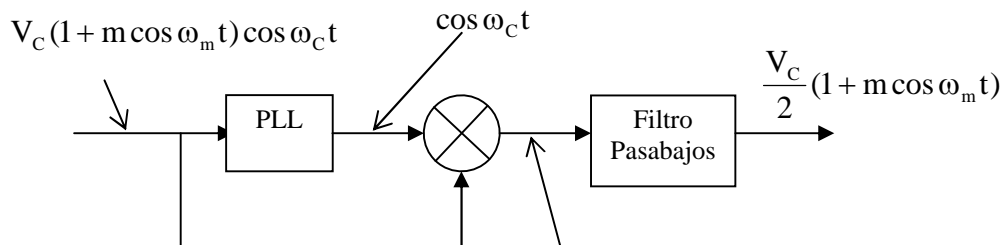
Sea $N=16$, $f_{\text{máx}}=79.9\text{MHz}/16=4.99\text{MHz}$ es adecuada para un divisor de lógica convencional. Se verifica que $N(N-1)=240$ es menor que 500 que es el divisor mínimo. Cálculos auxiliares: $500/16=31.25$ y $799/16=49.93$

| M | A | $M*16+A$ |
|-----|-------|-----------|
| 31 | 4..15 | 500...511 |
| 32 | 0..15 | 512...527 |
| ... | ... | .. |
| 49 | 0..15 | 784...799 |

Pruebe con otras soluciones.

Receptor Homodino o Sincrodino

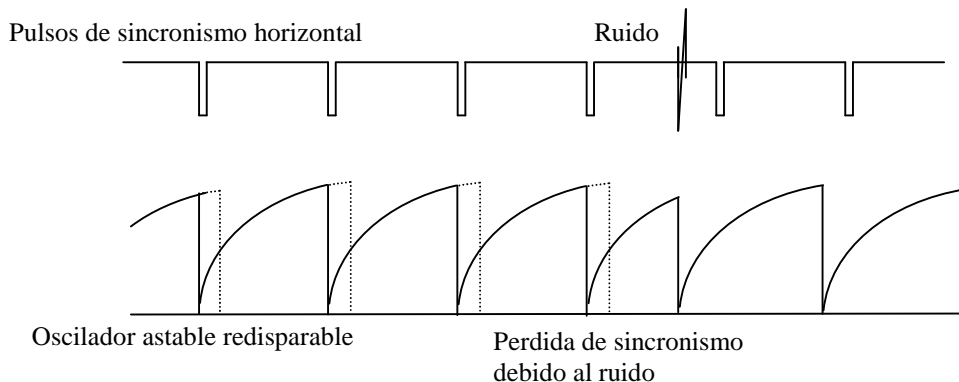
- Como se comentó al inicio, la primera aplicación documentada de un PLL data de 1932 y se refiere a la recepción sincrónica de señales de radio moduladas en AM.
- Para demodular sincrónicamente una señal de AM hay que mezclarla con una portadora con la misma frecuencia y fase. Las señales de radio frecuentemente se desvanecen o son acompañadas por ruido. El PLL puede recuperar la portadora aún con altos niveles de ruido.



$$V_c(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t \cos \omega_c t = V_c(1 + m \cos \omega_m t) \left(\frac{1}{2} \cos 2\omega_c t + \frac{1}{2} \right)$$

Barrido horizontal de televisión

- Fue la primera aplicación comercial generalizada.
- La forma antigua de sincronizar el barrido horizontal (y vertical también) de televisión se hacía mediante el uso de un oscilador astable. Este oscilador cuando oscila libremente tiene un período ligeramente mayor al período del barrido horizontal.
- Cuando se recibe una señal adecuada, un circuito separa los pulsos de sincronismo horizontal, que redisparan el oscilador astable prematuramente, antes que finalice su período natural.



- Este sistema funciona bien cuando la señal de televisión tiene buena relación señal a ruido y está libre de interferencias, ya que cualquier señal impulsiva puede ser interpretada como un pulso de sincronismo.
- El uso de un PLL ajusta la frecuencia y fase de los circuitos de barrido en base al promedio de cientos de pulsos de sincronismo. La ausencia de pulsos en la señal de entrada o la presencia de ruido impulsivo, solo puede afectar al sincronismo cuando se produce en grandes cantidades.

Recepción de señales satelitales

- El uso del PLL en el espacio, comienza con el lanzamiento del primer satélite artificial de Estados Unidos de América (década del 60). Estos vehículos transportaban un transmisor de baja potencia (10mW) de onda continua interrumpida (CW). Las señales recibidas resultan en consecuencia muy débiles.
- La frecuencia de la señal recibida desde estos satélites de órbita baja, sufre un corrimiento hacia arriba cuando se aproximan al receptor terrestre, y hacia abajo cuando se alejan, debido al efecto Doppler. Un fenómeno similar ocurre con las señales recibidas por el satélite.
- Para fijar ideas, consideremos el caso de un satélite de órbita baja, que orbita la tierra cada dos horas, cuya frecuencia de transmisión es de 108MHz. Supóngase que la información que transmite el satélite necesita un ancho de banda muy pequeño, como puede ser el necesario para transmitir la información de telemetría. Se considera que con un ancho de banda de 4Hz es suficiente.

$$V = \frac{1\text{vuelta}}{2\text{horas}} = \frac{40000\text{km}}{2\text{h}} = 20000\text{km/h}$$

Efecto Doppler $f_d = f \frac{V}{C}$

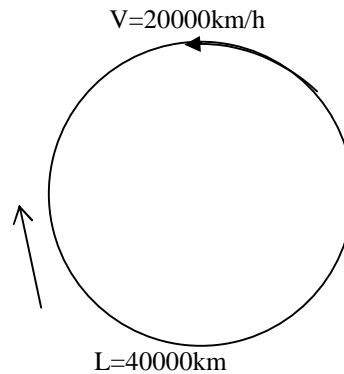
$$f_d = \frac{108 \times 10^6 \times 20000}{3 \times 10^8 \times 3.6} = 2 \text{ kHz}$$

$$B_{\text{SISTEMA}} = 4 \text{ kHz}$$

$$B_{\text{INFORMACIÓN}} = 4 \text{ Hz}$$

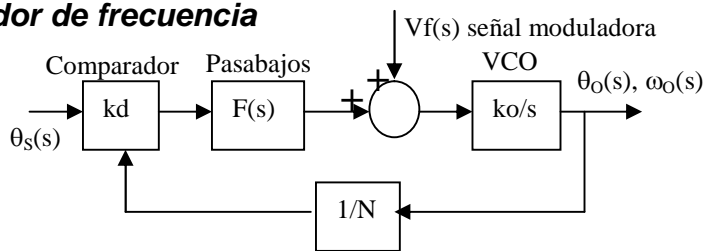
$$N = kTB$$

$$10 \log \frac{4k}{4} = 30 \text{ dB}$$



- Si el PLL tiene un ancho de banda de 4Hz, y este opera como un filtro sintonizable, se mejora la relación señal ruido en 30db. De no usarse el PLL se debería aumentar la potencia del transmisor en 30dB, esto es de 10mW a 10W para producir la misma relación señal a ruido en un receptor con 4kHz de ancho de banda.

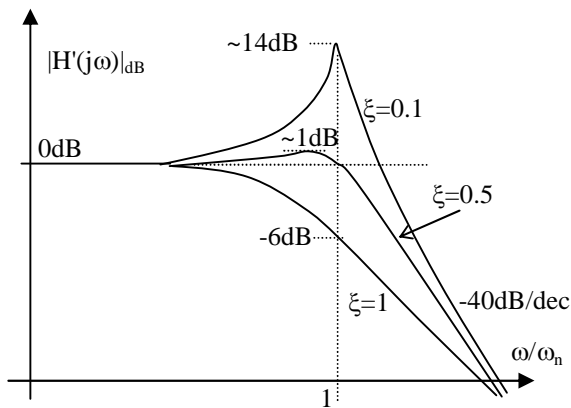
Modulador de frecuencia



- La función de transferencia de lazo cerrado $H(s)$ de un PLL, es parecida a la de un filtro pasabajos (esto es exacto si $\xi < 1$). Si la frecuencia de la señal moduladora V_f es mucho mayor que la frecuencia de corte de $H(s)$, el lazo no reaccionará, la salida del filtro pasabajos no variará, por lo tanto se comportará como un modulador de frecuencia, esto es $\omega_o(s) = k_o V_f(s)$.
- Se demostrará esto suponiendo por simplicidad que $F(s) = F_A(s)$.

$$\text{si } F(s) = F_A(s) \quad H(s) = \frac{N\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{normalizando } H'(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

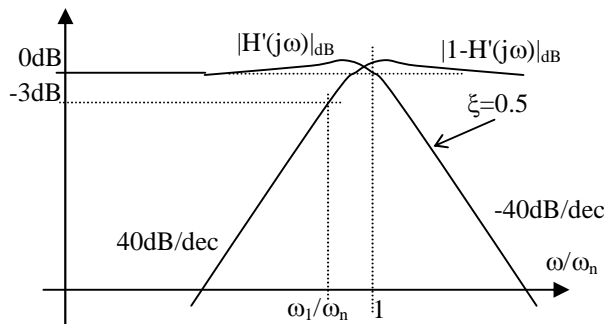
$$\text{pero } H'(s) = \frac{\frac{k_d k_o}{sN} F_A(s)}{1 + \frac{k_d k_o}{sN} F_A(s)} \quad \text{por lo tanto } 1 - H'(s) = \frac{s}{s + \frac{k_d k_o}{N} F_A(s)}$$



$$\frac{\theta_o(s)}{V_f(s)} = \frac{\frac{k_o}{s}}{1 + \frac{k_d k_o}{sN} F_A(s)} = \frac{k_o}{s + \frac{k_d k_o}{N} F_A(s)} = \frac{k_o}{s} [1 - H'(s)]$$

como $\omega_o(s) = s\theta_o(s)$, $\frac{\omega_o(s)}{V_f(s)} = k_o [1 - H'(s)]$

- Si la frecuencia de modulación es mucho mayor que la frecuencia de corte del modulador, esto es $\omega_{mod} \gg \omega_1$, la ganancia del modulador vale $\frac{\omega_o}{V_f} = k_o$.



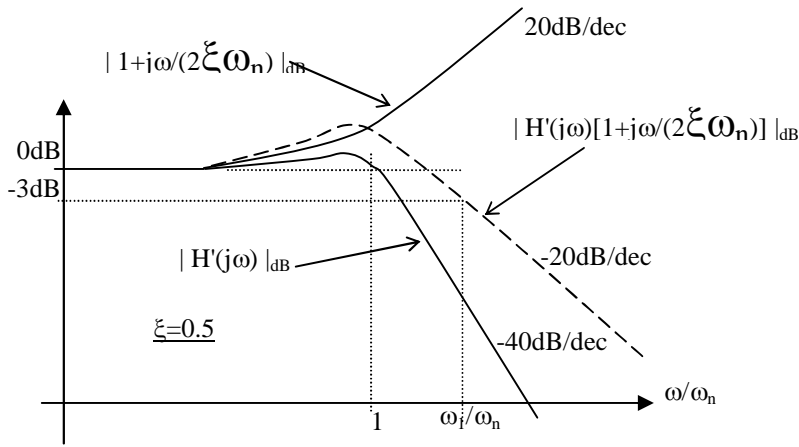
- Para modulación de frecuencia sin distorsión, se debe cumplir que $\omega_{mod}(\text{mín}) > \omega_1$. Este último valor es del orden de la frecuencia natural del lazo ω_n .

Modulador de fase

- Si la frecuencia de la señal moduladora es mucho menor que la frecuencia de corte del lazo $H(s)$, el lazo reacciona muy rápido manteniendo la frecuencia de salida, pero la fase se modifica para compensar el efecto de V_f .
- Se demostrará esto, partiendo de los resultados obtenidos del modulador de frecuencia.

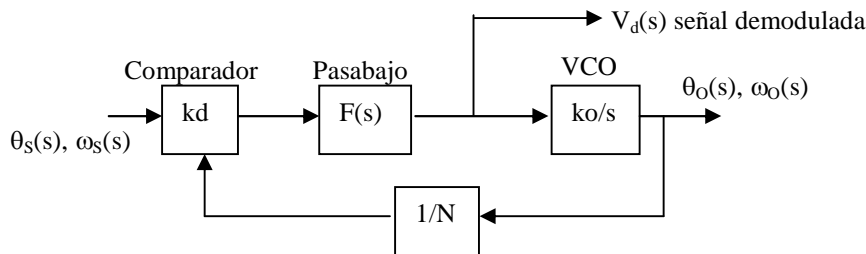
$$\frac{\theta_o(s)}{V_f(s)} = \frac{k_o}{s} [1 - H'(s)] = \frac{k_o}{s} \left(1 - \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \right) = k_o \frac{s + 2\xi\omega_n}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\frac{\theta_o(s)}{V_f(s)} = \frac{k_0}{\omega_n^2} \frac{(s + 2\xi\omega_n)\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{2\xi k_0}{\omega_n} H'(s) \left(1 + \frac{s}{2\xi\omega_n} \right)$$



- Para modulación de fase sin distorsión, se debe cumplir que $\omega_{mod}(máx) < \omega_1$. Este último valor es del orden de la frecuencia natural del lazo ω_n .
- La ganancia del modulador de fase para frecuencias bajas de modulación es $\frac{\theta_o}{V_f} = \frac{2\xi k_0}{\omega_n}$ pero para $F(s)=F_A(s)$ $\xi = \frac{\omega_n}{2k_d k_0}$ por lo tanto $\frac{\theta_o}{V_f} = \frac{N}{k_d}$

Demodulador de frecuencia



para frecuencia modulada $\omega_s(t) = k \cdot m(t)$, donde $m(t)$ señal moduladora pero $\frac{d\theta_s(t)}{dt} = \omega_s(t) = k \cdot m(t)$ transformando por Laplace $\theta_s(s) = \frac{k}{s} \cdot m(s)$

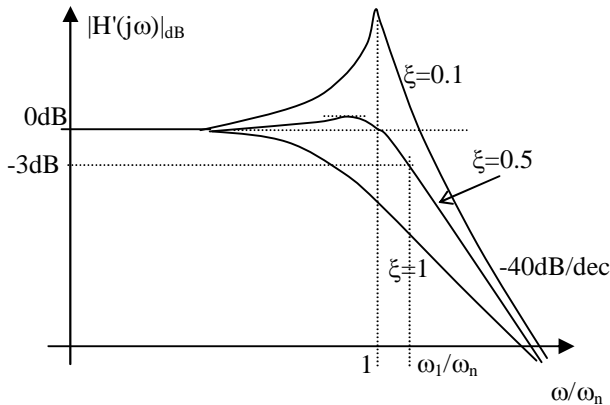
sea $H(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_s(s)}$ la función de transferencia del PLL, entonces

$$\theta_o(s) = H(s) \cdot \theta_s(s) = H(s) \cdot \frac{k}{s} m(s) \text{ pero como } \theta_o(s) = V_d(s) \cdot \frac{k_0}{s}$$

queda $V_d(s) = \frac{s}{k_0} \theta_o(s)$ por lo tanto

$$V_d(s) = H(s) \frac{k}{k_0} m(s)$$

- La respuesta en frecuencia de $H(s)$ es parecida a la de un filtro pasabajos, especialmente para ξ mayores que uno, donde la frecuencia de corte depende fundamentalmente de la frecuencia natural ω_n y también del ξ .



- Para demodulación de frecuencia sin distorsión, se debe cumplir que $\omega_{mod}(máx) < \omega_1$, siendo ω_1 del orden de ω_n .
- La ganancia del demodulador para bajas frecuencias de modulación es $\frac{V_d}{m} = N \frac{k}{k_0}$.

PROBLEMAS

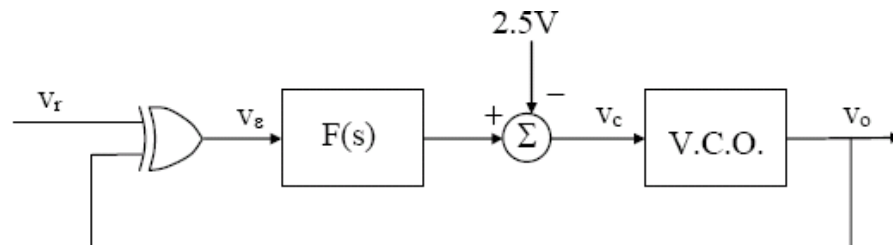
- Dibuje el esquema de un sintetizador de frecuencia de tres lazos PLL.
 - Utilizando una señal de referencia de 100 KHz, elegir los divisores programables N_A y N_B para obtener una frecuencia de salida en el rango de 30 a 40 Mhz, con una resolución de 1 kHz.
 - Explicar brevemente el funcionamiento.

Solución. (b) $N_A: 100 - 199$ $N_B: 299 - 398$

- Diseñar un sintetizador de frecuencia con PLL múltiple para cubrir el rango de frecuencias de salida entre 35.4 a 40MHz en incrementos de 100Hz. La frecuencia de referencia será de 100 kHz. Elegir los divisores programables para que ningún lazo opere con frecuencia de referencia inferior a 100 kHz.
 - Explicar brevemente el funcionamiento.

Sol. (a) $N_A: 1000 - 1999$ $N_B: 353 - 398$

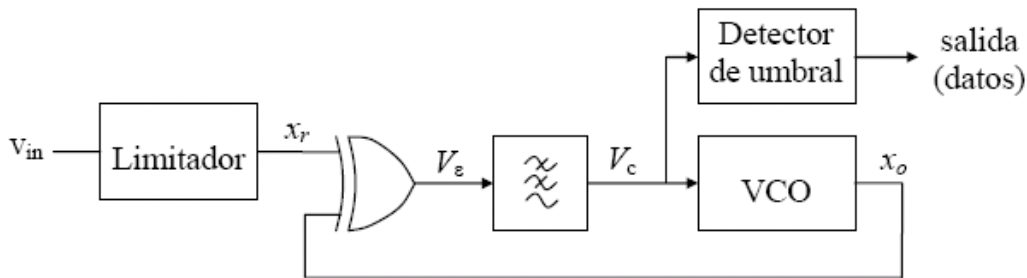
- En el PLL de la figura v_r , v_e y v_o son señales cuadradas, con amplitudes de 0 a 5V. El filtro $F(s)$ proporciona a la salida el valor medio de la señal de entrada. La función de transferencia de VCO es $f_o = f_c + K_{cv}v_c$.



Representar las señales v_r , v_o , v_e y v_c en función del tiempo cuando $f_r = f_c$.

- En reposo.
- Cuando inicialmente ($t = 0$), v_o está atrasada 45° respecto al caso anterior
- Cuando inicialmente ($t = 0$), v_o está adelantada 45° respecto al caso (a)
- Cuando inicialmente ($t = 0$), v_o está atrasada 135° respecto al caso (a)

4. El circuito de la figura es un demodulador FSK binario que utiliza un PLL. La señal de entrada es senoidal con dos posibles frecuencias, 1.1MHz y 1.3MHz, que corresponden a los niveles lógicos "0" y "1", respectivamente. El limitador a la entrada convierte las señales sinusoidales en señales cuadradas de la misma frecuencia. Las tensiones asociadas a los niveles lógicos "0" y "1" en la puerta XOR, son 0 V y +5V, respectivamente. El filtro pasa bajo obtiene a la salida el valor medio de la señal de entrada. La relación entre la frecuencia de salida y la tensión de control del VCO es $f_o = 1 + 0.08 \cdot V_c$ MHz. El detector de umbral es un comparador que determina el nivel lógico de la tensión de entrada comparándola con una referencia de 2,5 V.



- Representar la relación entre V_c y la diferencia de fase entre x_r y x_o , ($\Delta\phi$).
- Indicar la diferencia de fase entre x_o y x_r cuando el PLL se halla en régimen estacionario, con la salida enganchada a la entrada, en dos casos: cuando la frecuencia de entrada sea 1.1 MHz y cuando sea 1.3MHz.
- Representar las señales x_r , x_o , V_ϵ y V_c en los dos casos anteriores.
- ¿Cual es la máxima velocidad de transmisión de datos que permite el tiempo de enganche del PLL?
- ¿Cual es la máxima separación entre las frecuencias asociadas a los niveles lógicos "0" y "1" que podemos emplear con este PLL?

Sol. (b) $\pi/4$ y $3\pi/4$ (d) 110 kbits/s (e) 0,4 MHz

5. Se utiliza un PLL de 1er orden (sin filtro) para sintetizar una señal de 2 MHz a partir de una onda de referencia de 50 kHz. El oscilador variable utilizado posee una ganancia de 100 Hz/V y el detector de fase posee una ganancia de 2 V/rad.

- Dibujar el diagrama de bloques del modelo lineal del PLL.
- Calcular el ancho de banda del sistema en lazo cerrado. Explicar su significado físico.
- Si incorporamos un filtro pasabajos a la salida del detector de fase, calcular su frecuencia de corte para obtener un sistema de segundo orden con amortiguamiento $\zeta = 0.7$

Sol. (b) $B = 5$ Hz (c) $f_c = 10$ Hz

6. Se utiliza un PLL para regenerar una portadora de 1 MHz. El VCO posee una ganancia de 1 kHz/V y el detector de fase posee una ganancia de $10/\pi$ V/rad.

- Dibujar el diagrama de bloques del modelo lineal y calcular la función de transferencia $\Delta\omega_o/\Delta\omega_r$ (sin filtro).
- Si la fase de la entrada sufre un incremento en escalón de 45° hallar la evolución temporal de la fase de salida.
- Insertamos un filtro pasabajos en el lazo del PLL cuya función de transferencia es

$$F(s) = \frac{1}{1 + s/5 \cdot 10^3}$$

Calcular la nueva función de transferencia $\Delta\omega_o/\Delta\omega_r$ y repetir el apartado (b)

Sol. (a) $\frac{\Delta\omega_o}{\Delta\omega_r} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{2 \cdot 10^4}}$ (c) $\frac{\Delta\omega_o}{\Delta\omega_r} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{2 \cdot 10^4} - (\frac{\omega}{10^4})^2}$

7. Se quiere diseñar un sintetizador de frecuencia en el rango de 180.0 a 220.0 MHz, en incrementos de 0.1 MHz. Se va a utilizar un PLL y un divisor de preescala de módulo dual 32/33 (cuyo nombre comercial es MC12015).

a) Dibújese el diagrama de bloques correspondiente

b) Indíquese: - La frecuencia del oscilador de referencia

- El rango de los contadores necesarios

c) ¿Qué valor debe almacenar cada contador para sintetizar la frecuencia 200.0 MHz?

Sol. (b) $f_r = 0.1$ MHz, $A = 1 - 32$, $N = 56 - 68$ (c) $A = 16$, $N = 62$

8. Un PLL tiene una frecuencia de funcionamiento libre de 10 MHz, con un intervalo de captura de 1 MHz y un intervalo de sincronización o enganche de 2 MHz. Grafique la frecuencia del VCO en función de la frecuencia de entrada de referencia cuando este último varía de 5 a 15 MHz.

9. Un PLL tiene las características siguientes: frecuencia de funcionamiento libre: 3 MHz intervalo de sincronización: 200 kHz intervalo de captura 50 kHz

¿Cuál es la frecuencia de entrada más alta que

(a) causará que un lazo no sincronizado se sincronice o enganche?

(b) puede seguirse mediante un lazo sincronizado o enganchado?

10. En la figura 2.49 se muestra un sintetizador de frecuencia simple.

(a) ¿Qué intervalo de frecuencia genera cuando N varía de 100 a 200?

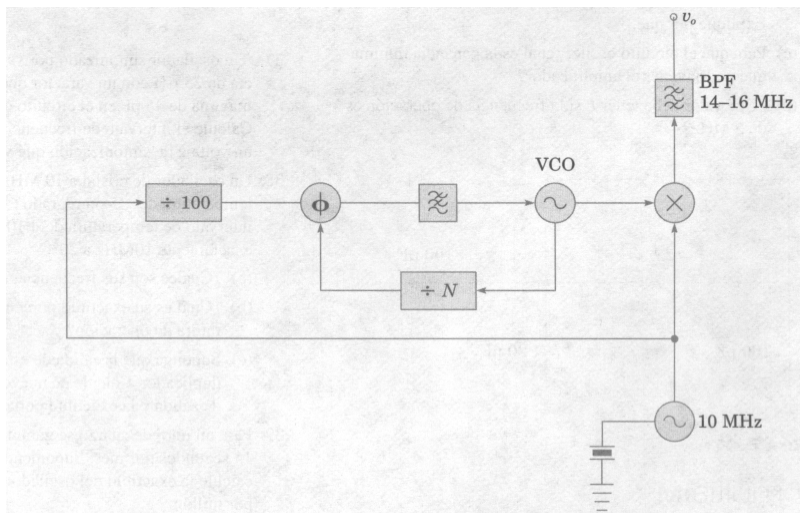
(b) ¿Cuál es el paso de frecuencia más pequeño posible con este sintetizador?

11. Dibuje un diagrama a bloques para un sintetizador de frecuencia simple que generará frecuencias de 1 a 10 MHz en pasos de 500 kHz. Encuentre el intervalo de valores de N que se necesitará para el divisor programable.

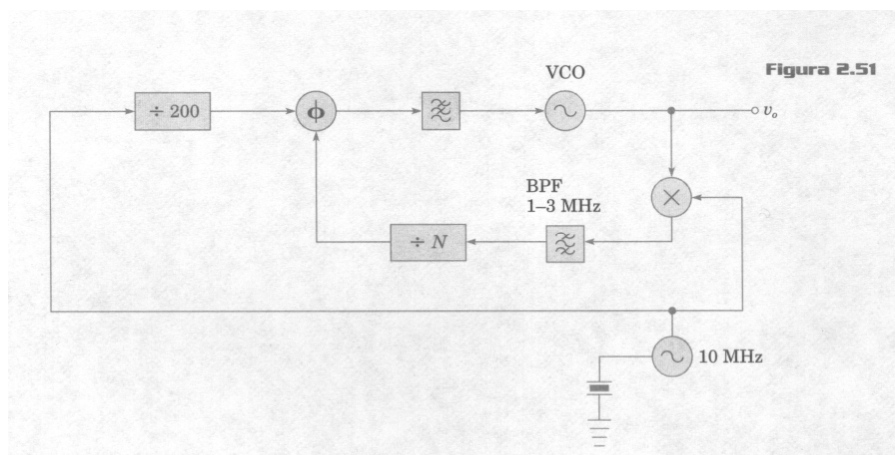
12. Un sintetizador de frecuencia simple puede funcionar hasta 50 MHz con un paso de frecuencia de 10 kHz. Calcule los nuevos valores por estas especificaciones si se usa un prescaler fijo de 10:1. El prescaler por sí mismo puede responder a frecuencias hasta de 1 GHz.

13. Calcule la frecuencia de salida para el sintetizador mostrado en la figura 2.49 para N = 50 y M = 10.

14. En la figura 2.50 se muestra un sintetizador con translación de frecuencia externa. Calcule la frecuencia de salida para N = 50.



15. El sintetizador de la figura 2.51 tiene translación de frecuencia dentro del lazo. Calcule su frecuencia de salida para $N = 30$.
16. El oscilador de cristal de 10 MHz en un sintetizador de frecuencia de PLL se calibró a un estándar de referencia conocido que se sabe es exacto a 5 ppm. Se garantiza que el oscilador no varía más de 10 ppm por mes.
 - (a) Un año después, ¿cuáles son las frecuencias máxima y mínima que podría estar produciendo el oscilador?
 - (b) Suponga que este oscilador se usa en un PLL simple de un solo lazo para generar una frecuencia de 45 MHz. ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo que podría tener la frecuencia de salida después de un año?
17. Dibuje un circuito para un oscilador Colpitts que operará con un amplificador no inversor con una ganancia de voltaje de menos de 1. Diseñelo con una fracción de realimentación de dos y una frecuencia de operación de 18. MHz. El inductor debe tener un valor de 5 microhenrios.
19. Un receptor de radio de AM usa inyección del lado de alta ($f_{in} > f_o$) y frecuencia intermedia (IF) de 455 kHz. Diseñe un sintetizador de frecuencia que sirva como oscilador local para este receptor.
20. Dibuje un diagrama a bloques para un sintetizador con un prescaler de dos módulos, uno que divide entre 10 y otro que divide entre 11, y elija valores convenientes para que genere frecuencias en el intervalo de 100 a 200 MHz, a intervalos de 1 MHz.
21. Diseñe un sintetizador con translación de frecuencia dentro del lazo que genere frecuencia entre 144 y 148 MHz, a intervalos de 10 kHz.



REPASO

1. ¿Qué es un PLL?.
2. ¿El VCO oscila en frecuencia libre?.
3. ¿La salida del comparador de fase controla el VCO siempre que su frecuencia sea...?.
4. ¿El comparador de fase entrega o no tensión cuando se sincronizan entrada y salida?.
5. Si el comparador excede su rango lineal, se comporta como un...?
6. ¿Qué estado sigue al de captura?.
7. El rango de captura $2f_c$ y el rango de tracción $2f_p$ dependen entre otras cosas de ...?
8. ¿El lazo funciona como un filtro de frecuencia variable y de pequeño ancho de banda o todo lo contrario?.
9. Recordar el uso de los PLL.
10. ¿Cómo posibilita el comparador de fase la posibilidad de sincronizar con armónicos?.
11. El detector de fase controlado por flancos tiene mejor captura y seguimiento que la compuerta XOR. ¿Por qué?.
12. ¿Cuáles son los tipos de VCO más comunes?.
13. ¿Cuál es el VCO más sensible al ruido de fase?.
14. ¿A qué sistemas se aplican las funciones de transferencia?.

15. El filtro pasa bajos tiene dos funciones importantes ...
16. ¿Cómo se relaciona el rango de captura con el ancho de banda?
17. ¿La frecuencia de referencia debe ser alta o baja respecto de la frecuencia de corte del filtro pasa bajos?
18. ¿Qué sucede cuando la frecuencia f_0 es alta y como se soluciona?
19. ¿El uso de prescaler de doble módulo sirve en el caso de transmisores de baja frecuencia o de VHF y más arriba o se aplica en cualquier tipo?
20. Para demodular sincrónicamente una señal de AM hay que mezclarla con una portadora con....
21. ¿Se puede utilizar un PLL para recuperar una portadora, aún con altos niveles de ruido?

Bibliografía

1. Phaselock Techniques/Floyd M. Gardner/John Wiley & Sons, Inc.
2. Lazos de Fijación de Fase/Ernest J. Lazlo/Revista Telegráfica Electrónica/Agosto 75
3. Phase-Locked Loop Design Fundamentals/AN535/Motorola
4. The Phase-Locked Loop Reference Book with Experimentes/Howard M. Berlin/The Bug-book Reference Series /Titus, Rony, Larsen, & Titus
5. Electrónica Aplicada a las Altas Frecuencias/F. de Dieuleveult/Paraninfo
6. Sistemas de Comunicaciones Electrónicas/Wayne Tomasi/Prentice Hall
7. Manual ARRL 1986