Cap. 6-2.- Desviación de fase, el índice de modulación y la desviación de frecuencia

Comparar las expresiones (c), (d) y (e) para la portadora con modulación angular, en la tabla 6-1, muestra que la fórmula para una portadora que se está modulando, en fase o en frecuencia, por una señal modulante de frecuencia única, puede escribirse en forma general modificando la ecuación 6-1 de la siguiente manera:

$$y(t) = V_c\cos[\omega_c t + m \cos(\omega_m t)] \qquad (6\text{-}10)$$

en donde m cos(ωmt) = desviación de fase instantánea, θ(t)

Cuando la señal modulante es una sinusoide de frecuencia única, es evidente, en la ecuación 6-10, que el ángulo de fase de la portadora varía de su valor no modulada bajo un enfoque de sinusoidal única.

En la ecuación 6-10, m representa la máxima desviación de.fase, en radianes, para una portadora modulada en fase. La máxima desviación de fase se llama índice de modulación. Una diferencia importante, entre la modulación en frecuencia y fase, es la manera en que se define el índice de modulación. Para PM, el índice de modulación es proporcional a la amplitud de la señal modulante, independientemente de su frecuencia. El índice de modulación para una portadora de fase modulada se muestra matemáticamente como

$$m = KV_m \text{ radianes} \qquad (6\text{-}11)$$

en donde Vm = voltaje pico de la señal modulante (voltios)
KVm, = desviación pico de fase (radianes)

Para una portadora modulada en frecuencia, el índice de modulación es directamente proporcional a la amplitud de la señal modulante e inversamente proporcional a su frecuencia y se muestra matemáticamente como

$$m = \frac{K_1 V_m}{\omega_m} \qquad (6\text{-}12a)$$

$$m = \frac{K_1 V_m}{2\pi f_m} \qquad (6\text{-}12b)$$

en donde K1 Vm = desviación de frecuencia (radian/segundo)
K1Vm/2π =desviación de frecuencia (hertz)

De la ecuación 6-12b, puede observarse que con FM el índice de modulación es una relación sin unidad y se utiliza sólo para describir la profundidad de la modulación lograda para una señal modulada en amplitud y frecuencia dada. La desviación de frecuencia es el cambio en la frecuencia que ocurre en la portadora, cuando actúa sobre él por una señal modulante. La desviación de frecuencia se da normalmente como un desplazamiento en frecuencia pico en hertz (Δf) La desviación de frecuencia pico-a-pico a veces se llama oscilación de la portadora.

Para un modulador de FM, la sensibilidad de la desviación se da frecuentemente en [hertz por voltio] Por lo tanto, la desviación de frecuencia es simplemente el producto de la sensibilidad de la desviación y el voltaje de la señal modulante.

Además, con FM es común mostrar el índice de modulación como simplemente la relación de la desviación pico de frecuencia dividida entre la frecuencia de la señal modulante o arreglando la ecuación 6-12b da

$$m = \frac{\Delta f}{f_m} \text{ (relación sin unidades)} \qquad (6\text{-}13)$$

EJEMPLO 6-10

(a) Determine la desviación de frecuencia pico (Δf) y el índice de modulación (m) para un modulador de FM con una sensitividad de desviación K_1 = 5 kHz/V y una señal modulante $v_m(t)$ = 2 cos(2π2000t)
(b) Determine la desviación de fase pico (m) para un modulador de PM con una sensitividad de desviación K = 2.5 rad/V y una señal modulante $v_m(t)$ = 2 cos(2n2000t)
Solución *(a) La desviación de frecuencia pico simplemente es el producto de la sensitividad de desviación y amplitud pico de la señal modulante, o*

$$\Delta f = \frac{5kHz}{V} x2V = 10kHz$$

El índice de modulación se determina sustituyendo en la ecuación 6-13.

$$m = \frac{10kHz}{2kHz} = 5$$

(b) El desplazamiento de fase pico para una onda de fase modulada es el índice de modulación y se encuentra sustituyendo en la ecuación 6-11.

$$m = \frac{2{,}5rad}{V} x2V = 5rad$$

En el ejemplo 6-l, el índice de modulación para una portadora modulada, en frecuencia, es igual al índice de modulación de la portadora modulada en fase. Si la amplitud de la señal modulante se cambia, el índice de modulación para las ondas moduladas, en frecuencia y en fase, cambiará proporcionalmente. Sin embargo, si la frecuencia de la señal modulante cambia, el índice de modulación para la onda modulada, en frecuencia, cambiará de manera inversamente proporcional, mientras que el índice de modulación de la onda modulada, en fase, no se afecta. Por lo tanto, bajo condiciones idénticas, FM y PM no se pueden diferenciar para una señal modulante de frecuencia única; sin embargo, cuando la frecuencia de la señal modulante cambia, el índice de modulación PM permanece constante, mientras que el índice de modulación FM incrementa conforme la frecuencia de la señal modulante disminuye, y viceversa.

Porcentaje de modulación. El porcentaje de modulación para una onda de modulación angular se determina de diferente manera que con una onda modulada en amplitud. Con la modulación angular, el porcentaje de modulación simplemente es la relación de la desviación de frecuencia realmente producida a la máxima desviación de frecuencia permitida por la ley establecida en forma porcentual. Matemáticamente, el porcentaje de modulación es

$$\%\text{modulación} = \frac{\Delta f\,(real)}{\Delta f\,(maximo)} x100 \quad (6\text{-}14)$$

Por ejemplo, en Argentina, la CNC limita la desviación de frecuencia para transmisores de la banda de radiodifusión comercial de FM a ±75 Khz. Si una señal modulante produce ±50 Khz. de desviación de frecuencia, el porcentaje de modulación es

$$\%\ \text{modulación} = \frac{50kHz}{75kHz} x100 = 67\%$$

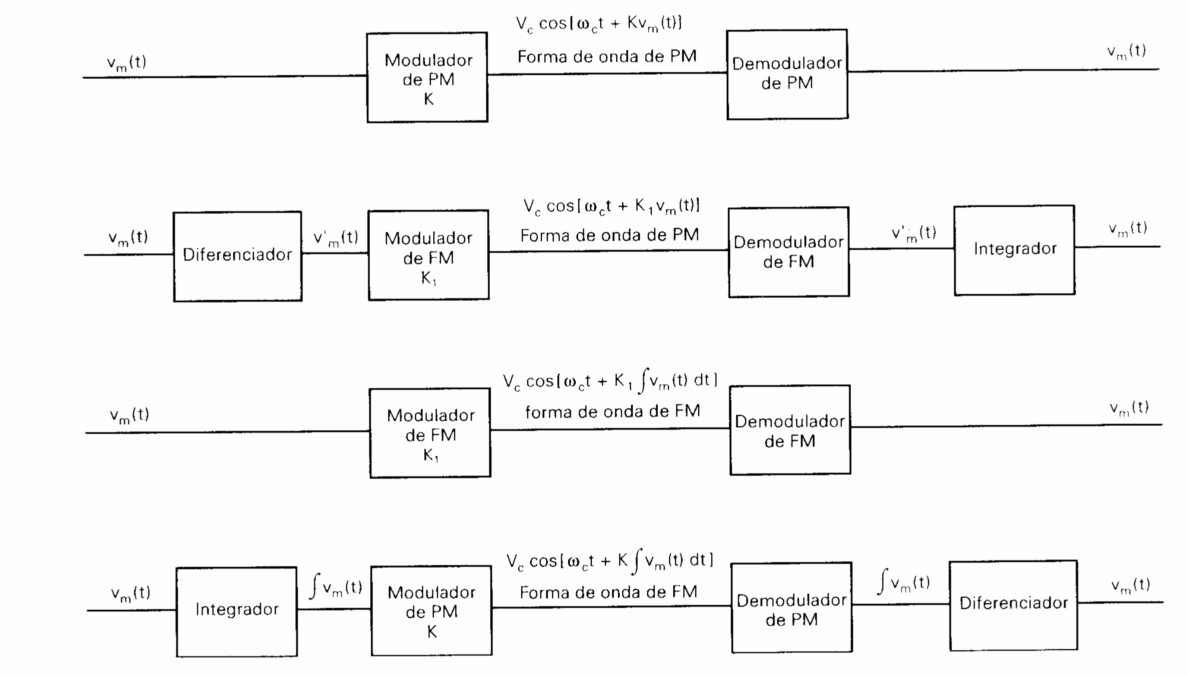
Moduladores y demoduladores de fase y de frecuencia

Un modulador de fase es un circuito en el cual la portadora varía de tal manera que su fase instantánea es proporcional a la señal modulante. La portadora no modulada es una sinusoide de frecuencia única y se llama comúnmente la frecuencia de reposo. Un modulador de frecuencia (frecuentemente llamado un desviador de frecuencia), es un circuito en el cual la portadora varía, de tal manera, que su fase instantánea es proporcional a la integral de la señal modulante. Por lo tanto, con un modulador de frecuencia, si la señal modulante v(t) es diferenciada, antes de ser aplicada al modulador, la desviación de fase instantánea es proporcional a la integral de v(t) o, en otras palabras, proporcional a v´(t) porque v'(t) = v(t) De manera semejante, un diferenciador que precede a un modulador de FM produce una onda de salida en la cual la desviación de fase es proporcional a la señal modulante y es, por lo tanto, equivalente a un modulador de fase. Son posibles varias equivalencias interesantes. Por ejemplo, un demodulador de frecuencia, seguido por un integrador es equivalente a un demodulador de fase. Cuatro equivalencias comúnmente usadas son mencionadas a continuación e ilustradas en la figura 6-4.

1. Modulador de PM = diferenciador seguido por un modulador FM
2. Demodulador de PM = un demodulador de FM seguido por un integrador
3. Modulador de FM = integrador seguido por un modulador de PM
4. Demodulador de FM = demodulador de PM seguido por un diferenciador

Análisis de frecuencia de las ondas con modulación angular

Con la modulación angular, los componentes de la frecuencia de la onda modulada están más complejamente relacionados a los componentes de frecuencia de la señal modulante, que con la modulación en amplitud. En un modulador de frecuencia o de fase, una señal modulante de frecuencia única produce un número infinito de pares de frecuencias



laterales y, por lo tanto, tiene un ancho de banda infinito. Cada frecuencia lateral se desplaza de la portadora por un múltiplo integral de la frecuencia de la señal modulante. Sin embargo, generalmente la mayoría de las frecuencias laterales son insignificantes en amplitud y pueden ignorarse.

Banda Ancha - Modulación por una sinusoide de frecuencia única.

El análisis de frecuencia de una onda modulada angular, por una sinusoide de frecuencia única, produce una desviación pico de fase de *m* radianes, en donde *m* es el índice de modulación. Nuevamente, de la ecuación 6-10 y para una modulación en frecuencia igual a ω_m, $y(t)$ se escribe como

$$y(t) = V_c cos[\omega_c t + m\ cos(\omega_m t)]$$

En la ecuación 6-10, los componentes de la frecuencia individual que forman la onda modulada no son obvios. Sin embargo, las *identidades de función Bessel* están disponibles y se pueden aplicar directamente. Una identidad como tal es

$$\cos(\alpha + m\cos\beta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m)\cos(\alpha + n\beta + \frac{n\pi}{2}) \quad (6\text{-}15)$$

$J_n(m)$ es la función Bessel de primera clase de enésimo orden con argumento *m.* Si la identidad 6-15 se aplica a la ecuación 6-11, *y(t)* puede escribirse como

$$y(t) = V_c \sum J_n(m)\cos(\omega_c t + n\omega_m t + \frac{n\pi}{2}) \quad (6\text{-}16)$$

Expandiendo la ecuación 6-16, para los primeros cuatro términos, resulta en

$$y(t) = V_c \begin{Bmatrix} J_0(m)\cos\omega_c t + J_1(m)\cos\left[(\omega_c + \omega_m)t + \frac{\pi}{2}\right] - J_1(m)\cos\left[(\omega_c - \omega_m)t - \frac{\pi}{2}\right] - \\ - J_2(m)\cos[(\omega_c + 2\omega_m)t] + J_2(m)\cos[(\omega_c - 2\omega_m)t] + \dots \end{Bmatrix} (6-17)$$

El valor de cada coeficiente $J_n(m)$ se calcula como sigue:

$$J_n(m) = \frac{m^n}{2^n n!}\left[1 - \frac{m^2}{2(2n+2)} + \frac{m^4}{2(4)(2n+2)(2n+4)} - \dots\dots\dots\right]$$

Las ecuaciones 6-16 y 6-17 muestran que con la modulación angular, una señal de modulación, en frecuencia única, produce un número infinito de conjuntos de frecuencias laterales, cada uno desplazados de la portadora por un entero múltiplo de la frecuencia de la señal modulante. Un conjunto de bandas laterales incluye una frecuencia lateral superior e inferior (*fc ± fm, fc ± 2fm, fc±t nfm,* etc.)

Los conjuntos sucesivos de bandas laterales se llaman bandas laterales de primer orden, bandas laterales de segundo orden, etc. y sus magnitudes se determinan por los coeficientes $J_1(m)$, $J_2(m)$, etc., respectivamente. La tabla 6-2 muestra las funciones Bessel de primera clase para varios valores del índice de modulación. Vemos que un índice de modulación de 0 (sin modulación), produce cero frecuencias laterales, y entre más grande sea el índice de modulación, mayor es la cantidad de conjuntos de frecuencias laterales producidas. Los valores mostrados para *Jn* se refieren a la amplitud de la portadora no modulada. Por ejemplo, $J_2 = 0.35$ indica que la amplitud del segundo conjunto de frecuencias laterales es igual al 35% de la amplitud de la portadora no modulada (0.35 Vc) Se puede observar que la amplitud de las frecuencias de orden superior rápidamente se convierte en insignificante conforme el índice de modulación disminuye por debajo de la unidad. Para los valores superiores de *m,* el valor de *Jn(m)* comienza a disminuir rápidamente en cuanto $n = m$. Conforme el índice de modulación aumenta a partir de cero, la magnitud de la portadora $J_o(m)$ disminuye. Cuando *m* es igual aproximadamente a 2.4, $J_o(m) = 0$ y la componente de la portadora tiende a cero (esto se llama el *primer cero de la portadora)* Esta propiedad frecuentemente se usa para determinar el índice de modulación o establecer la sensibilidad de la desviación de un modulador de FM. La portadora reaparece conforme *m* incrementa a más de 2.4. Cuando *m* alcanza 5.4, la componente de la portadora nuevamente desaparece (esto se llama el *segundo cero de la portadora)* Los demás incrementos en el índice de modulación producirán ceros de la portadora adicionales a intervalos periódicos. La figura 6-5 muestra las curvas para las amplitudes relativas de la portadora y varios conjuntos de frecuencias laterales, para valores de m, hasta 10. Puede observarse que la amplitud, de la portadora y las frecuencias laterales, varía en una proporción periódica que se parece a una onda seno amortiguada. Los valores negativos para *J(m),* simplemente indican la fase relativa de ese conjunto de frecuencia lateral.

TABLA 6-2 FUNCIONES BESSEL DE PRIMERA CLASE $J_n(m)$

m	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	J_9	J_{10}	J_{11}	J_{12}	J_{13}	J_{14}
0.00	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.25	0.98	0.12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.5	0.94	0.24	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.4	0	0.52	0.43	0.20	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.5	−0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—
3.0	−0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—
4.0	−0.40	−0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—
5.0	−0.18	−0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—
6.0	0.15	−0.28	−0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—
7.0	0.30	0.00	−0.30	−0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—
8.0	0.17	0.23	−0.11	−0.29	−0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	—	—	—
9.0	−0.09	0.25	0.14	−0.18	−0.27	−0.06	0.20	0.33	0.31	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	—
10.0	−0.25	0.05	0.25	0.06	−0.22	−0.23	−0.01	0.22	0.32	0.29	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01

En la tabla 6-2, se mencionan sólo las frecuencias laterales importantes. Una frecuencia lateral no se considera importante, a menos que tenga una amplitud igual o mayor que 1 % de la amplitud de la portadora no modulada (Jn < 0.01) De la tabla 6-2 puede observarse que conforme m incrementa, el número de frecuencias laterales importantes incrementa. Consecuentemente, el ancho de banda de una onda de modulación angular es una función del índice de modulación.

EJEMPLO 6-2

Para un modulador de FM con un índice de modulación m = 1, una señal modulante vm(t) = Vm sen ($2\pi 1000t$), y una portadora no modulada $v_c(t) = 10sen(2\pi 5\ x10^5t)$, determine:

(a) El número de conjuntos de frecuencias laterales significativas.
(b) Sus amplitudes.
(c) Dibuje el espectro de frecuencia mostrando sus amplitudes relativas.

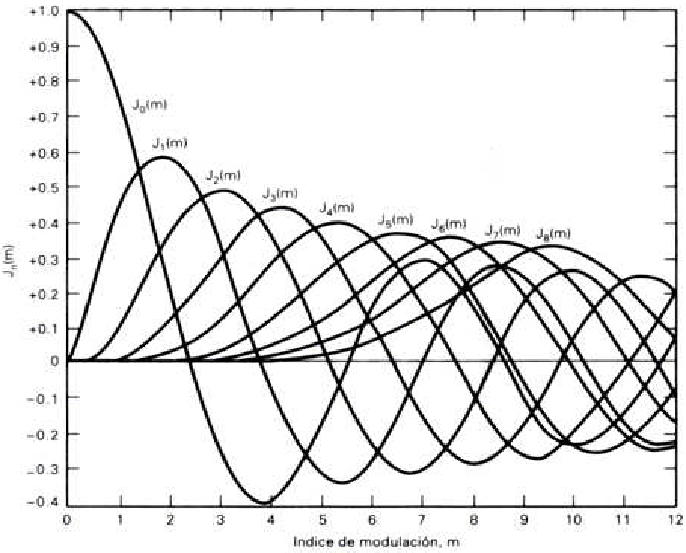


Figura 6-9 *$J_n(m)$ contra (m)*

Solución *(a) De la tabla 6-2, un índice de modulación de 1 rinde una componente de portadora reducida y tres conjuntos de frecuencias laterales significativas.*

(b) Las amplitudes relativas de la portadora y frecuencias laterales son J_o=0.77(10)=7.7V ;

J_1=0.44(10)=4.4V

J_2=0.11(10)=1.1V ; J_3=0.02(10)=0.2V

(c) El espectro de frecuencia se muestra en la figura 6-6.

Si el modulador de FM usado en el ejemplo 6-10, fuera reemplazado por un modulador de PM y se usan la misma portadora y frecuencias de señal modulante, una desviación de fase pico, de *1 rad*, produciría exactamente el mismo espectro de frecuencia.

Propiedades de la señal de banda ancha

Bandas laterales e índice de modulación

Todo proceso de modulación produce bandas laterales. Como se vio al describir la modulación de amplitud (AM), cuando una onda senoidal de frecuencia constante modula una portadora, se producen dos frecuencias laterales. Estas frecuencias son la suma y la diferencia de la frecuencia de la portadora y la moduladora. En la FM y la PM también se producen las frecuencias de bandas laterales de suma y diferencia. Por otra parte, en teoría también se genera un número infinito de pares de bandas laterales superiores e inferiores. Como resultado, el espectro de una señal de FM/PM suele ser más amplio que el de una señal de AM equivalente. También puede desarrollarse una señal de FM de banda angosta especial, cuyo ancho de banda es apenas un poco mayor que el de una señal de AM.

La figura 4-5 muestra un ejemplo del espectro de una señal de FM típica producida modulando una portadora con una onda senoidal de frecuencia única. Observe que las bandas laterales están separadas de la f. de la portadora y espaciadas entre sí por una frecuencia igual a la frecuencia moduladora,.fm. Si la frecuencia modulante es 500 Hz, el primer par de bandas laterales está 500 Hz arriba y abajo de la portadora. El segundo par de bandas laterales está a 2 X 500 Hz = 1 000 Hz, o 1 kHz, también arriba y abajo de la portadora, y así sucesivamente. Observe asimismo que las amplitudes de las bandas laterales varían. Si se supone que todas las bandas laterales son ondas senoidales con una frecuencia y amplitud como indica la figura 4-5, y que todas estas senoides se sumaran entre sí, se crearía entonces la señal de FM que las produce.

Desde luego, a medida que la amplitud de la señal moduladora varía, la desviación de frecuencia cambiará. El número de bandas laterales producidas, su amplitud y su separación, dependen de la desviación de frecuencia y de la frecuencia moduladora. Es necesario tener presente que una señal de FM tiene una amplitud constante. Si dicha señal es la suma de frecuencias de las bandas laterales, entonces podrá verse que las amplitudes de las bandas laterales deben variar con la desviación de frecuencia y la frecuencia moduladora, si su suma, debe producir una señal de FM de amplitud fija.

Aun cuando la FM produce un número infinito de bandas laterales superiores e inferiores, sólo aquellas con las amplitudes más grandes son significativas para transmitir información. Por lo común, cualquier banda lateral con una amplitud menor que 1 % de la portadora no modulada se considera no significativa. En consecuencia, esto reduce marcadamente el ancho de banda de una señal de FM.

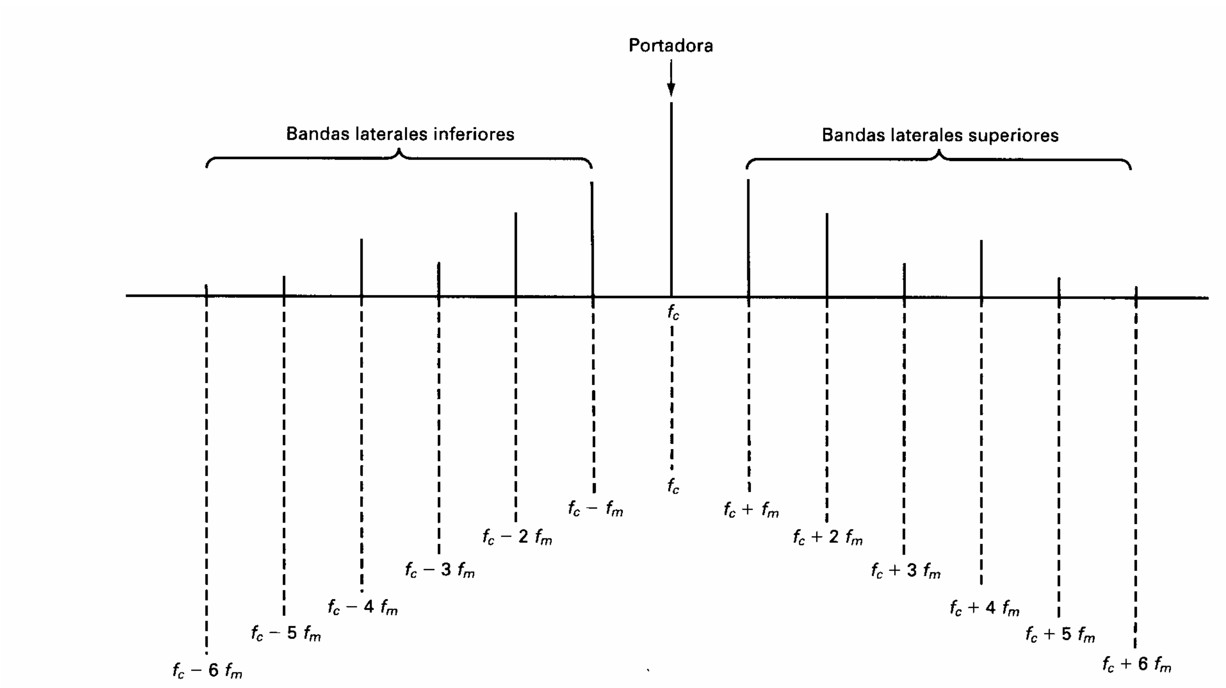


Figura 6.10.- *Espectro de frecuencias de una señal de FM.*

Índice de modulación y relación de desviación

Como ya se señaló, el número de bandas laterales significativas y sus amplitudes dependen de la desviación de frecuencia y de la frecuencia moduladora. El cociente de la desviación de frecuencia y la frecuencia moduladora se denomina índice de modulación

$$m = \frac{f_d}{f_m} = \frac{\omega_d}{\omega_m}$$

donde f_d es la desviación de frecuencia y f_m, la frecuencia moduladora.
Por ejemplo, considere que la desviación de frecuencia máxima de la portadora es ± 25 kHz y que la frecuencia moduladora es 10 kHz. El índice de modulación es, por lo tanto,

m = 25 /10 = 2.5 rad

La mayoría de los sistemas de comunicación que usan modulación de frecuencia establecen límites máximos para la desviación de frecuencia y para la frecuencia moduladora. Por ejemplo, en la radiodifusión usual en FM, la desviación de frecuencia máxima permitida es 75 kHz, y la frecuencia moduladora máxima permitida, 15 kHz. Esto produce un índice de modulación de

m= 75/15 =5 rad

Siempre que se usa la desviación de frecuencia máxima y la frecuencia moduladora permitidas para calcular el índice de modulación, *m* se designa como la relación de desviación.

El espectro de la modulación angular
La modulación angular produce una cantidad infinita de bandas laterales, incluso para la modulación de un solo tono. Múltiplos de f_m separan a estas bandas laterales de la portadora, pero su amplitud tiende a disminuir a medida que se incrementa su separación de la frecuencia portadora. Por lo general, se ignoran las bandas laterales con amplitudes menores pero cercanas a 1% del voltaje de señal total, así que para propósitos prácticos una señal modulada angularmente se considera que es de banda limitada. Aunque en la mayoría de los casos su ancho de banda es mucho mayor que el de una señal AM.

Determinación del número de bandas laterales significativas

Si se conoce el índice de modulación, es posible calcular el número y las amplitudes de las bandas laterales significativas. Esto se hace mediante un proceso matemático complejo llamado funciones de Bessel, concepto matemático fuera del alcance de este apunte. En general, no es necesario saber cómo se realizan los cálculos cuando las funciones de Bessel se han determinado y tabulado para un amplio intervalo de índices de modulación. La figura 6.11

presenta un ejemplo. La columna izquierda presenta el índice de modulación, y las columnas restantes, las amplitudes relativas de la portadora y los diversos pares de bandas laterales. Se eliminaron todas las bandas laterales con una amplitud relativa de portadora menores que 1% (0.01). Observe que algunas de las amplitudes de la portadora y las bandas laterales tienen signo negativo, lo cual significa que la señal representada por esa amplitud tiene un desfasaje de 180° (inversión de fase).

Índice de modulación	Portadora	Bandas laterales (pares)															
		1o.	2o.	3o.	4o.	5o.	6o.	7o.	8o.	9o.	10o.	11o.	12o.	13o.	14o.	15o.	16o.
0.00	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.25	0.98	0.12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.5	0.94	0.24	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.5	−0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.0	−0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.0	−0.40	−0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.0	−0.18	−0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—
6.0	0.15	−0.28	−0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—	—
7.0	0.30	0.00	−0.30	−0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—
8.0	0.17	0.23	−0.11	−0.29	−0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	—	—	—	—	—
9.0	−0.09	0.24	0.14	−0.18	−0.27	−0.06	0.20	0.33	0.30	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—	—
10.0	−0.25	0.04	0.25	0.06	−0.22	−0.23	−0.01	0.22	0.31	0.29	0.20	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—
12.0	−0.05	−0.22	−0.08	0.20	0.18	−0.07	−0.24	−0.17	0.05	0.23	0.30	0.27	0.20	0.12	0.07	0.03	0.01
15.0	−0.01	0.21	0.04	0.19	−0.12	0.13	0.21	0.03	−0.17	−0.22	−0.09	0.10	0.24	0.28	0.25	0.18	0.12

Figura 6.11 *Amplitudes de la portadora y bandas laterales para diferentes índices de modulación de señales de FM, según las funciones de Bessel.*

Como puede verse, el espectro de una señal de FM varía bastante en ancho de banda dependiendo del índice de modulación. Cuanto más alto sea el índice de modulación, tanto mayor será el ancho de banda de la señal de FM. Cuando es necesaria la conservación del espectro, el ancho de banda de una señal de FM puede restringirse deliberadamente estableciendo un límite superior para el índice.

La figura 4-7 describe varios ejemplos de un espectro de señales de FM con diferentes índices de modulación. Comparemos los ejemplos con las entradas de la tabla de la figura 4-6. La portadora no modulada tiene una amplitud relativa de 1.0. Con modulación, la amplitud de la portadora se reduce, mientras que aumentan las amplitudes de las diferentes bandas laterales. Con algunos valores del índice de modulación, la portadora puede desaparecer por completo.

EJEMPLO.- Una señal FM tiene una desviación de frecuencia de 3 kHz y una frecuencia moduladora de 1 kHz. Su potencia total P_T es 5 W, desarrollada a través de una carga resistiva de 50 ohms. La frecuencia portadora es de 160 MHz.

(a) Calcule el voltaje de señal RMS VT.

(b) Calcule el voltaje RMS a la frecuencia de la portadora y cada uno de los tres primeros pares de bandas laterales.

(c) Para los primeros tres pares de bandas laterales, calcule la frecuencia de cada banda lateral.

(d) Calcule la potencia a la frecuencia de la portadora y a cada una de las frecuencias de bandas laterales determinadas en el inciso (c).

(e) Determine qué porcentaje de la potencia de señal total representan los componentes descritos antes.

(f) Trace la señal en el dominio de la frecuencia, como se vería en el analizador de espectro. La escala vertical debe ser la potencia en dBm y la escala horizontal la frecuencia.

Solución

(a) La potencia de la señal no cambia con la modulación ni el voltaje, lo cual se ve fácilmente de la ecuación de potencia.

$$P_T = \frac{V_T^2}{R_L}$$

$$V_T = \sqrt{P_T R_L}$$

$$= \sqrt{5\ \mathrm{W} \times 50\ \Omega}$$

$$= 15.8\ \mathrm{V\ (RMS)}$$

(b) El índice de modulación debe calcularse a fin de usar las funciones de Bessel para calcular los voltajes de la portadora y las bandas laterales.

$$\begin{aligned} m_f &= \frac{\delta}{f_m} \\ &= \frac{3\text{ kHz}}{1\text{ kHz}} \\ &= 3 \end{aligned}$$

De la tabla de funciones de Bessel, los coeficientes para la portadora y los primeros tres pares de bandas laterales son:

$$J_0 = -0.26 \qquad J_1 = 0.34 \qquad J_2 = 0.49 \qquad J_3 = 0.31$$

Éstos son voltajes normalizados, así que tendrán que multiplicarse por el voltaje de señal total RMS para obtener los voltajes RMS de las bandas laterales y de la portadora. Para la portadora

$$V_c = J_0 V_T$$

J_0 tiene signo negativo. Esto indica una relación de fase entre los componentes de la señal. Se requeriría si se quisieran sumar los componentes para obtener la señal resultante. Para el propósito actual, simplemente se ignora, y se utiliza

$$\begin{aligned} V_c &= |J_0| V_T \\ &= 0.26 \times 15.8\text{ V} \\ &= 4.11\text{ V} \end{aligned}$$

De manera similar, se determina el voltaje para cada uno de los tres pares de bandas laterales. Observe que éstos son voltajes para cada uno de los componentes. Habrá una banda lateral inferior y una superior para cada uno de estos voltajes calculados

$$\begin{aligned} V_1 &= J_1 V_T \\ &= 0.34 \times 15.8\text{ V} \\ &= 5.37\text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= J_2 V_T \\ &= 0.49 \times 15.8\text{ V} \\ &= 7.74\text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_3 &= J_3 V_T \\ &= 0.31 \times 15.8\text{ V} \\ &= 4.9\text{ V} \end{aligned}$$

Las bandas laterales se separan de la frecuencia de la portadora por múltiplos de la frecuencia moduladora. Aquí, J. = 160 MHz y *f* 1 kHz, así que hay bandas laterales en cada una las frecuencias siguientes:

$$\begin{aligned} f_{USB_1} &= 160\text{ MHz} + 1\text{ kHz} \\ &= 160.001\text{ MHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{USB_2} &= 160\text{ MHz} + 2\text{ kHz} \\ &= 160.002\text{ MHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{USB_3} &= 160\text{ MHz} + 3\text{ kHz} \\ &= 160.003\text{ MHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{LSB_1} &= 160\text{ MHz} - 1\text{ kHz} \\ &= 159.999\text{ MHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{LSB_2} &= 160\text{ MHz} - 2\text{ kHz} \\ &= 159.998\text{ MHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{LSB_3} &= 160\text{ MHz} - 3\text{ kHz} \\ &= 159.997\text{ MHz} \end{aligned}$$

Puesto que cada uno de los componentes de la señal es una sinusoide, para calcular la potencia puede usarse la ecuación común. Los componentes aparecen a través de la misma carga de 50 ohms

$$P_c = \frac{V_c^2}{R_L} = \frac{4.11^2}{50} = 0.338 \text{ W}$$

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_L} = \frac{5.37^2}{50} = 0.576 \text{ W} \qquad P_2 = \frac{V_2^2}{R_L} = \frac{7.74^2}{50} = 1.2 \text{ W} \qquad P_3 = \frac{V_3^2}{R_L} = \frac{4.9^2}{50} = 0.48 \text{ W}$$

Para calcular la potencia total PT en la portadora y los primeros tres pares de bandas laterales, sólo es necesario sumar las potencias calculadas antes, contando cada una de la potencias de bandas laterales dos veces, porque cada una de las potencias calculadas representa un componente de un par de bandas laterales. Por supuesto que se cuenta sólo una vez la portadora

$$P_T = P_c + 2(P_1 + P_2 + P_3) = 0.338 + 2(0.576 + 1.2 + 0.48) \text{ W} = 4.85 \text{ W}$$

Ésta en realidad no es la potencia de señal total, que se dio como 5 W. El resto está en las bandas laterales adicionales. Para hallar cuánto corresponde a la portadora y los primeros tres pares de bandas laterales, puede restarse. Llámese P, a la diferencia

$$P_x = 5 - 4.85 = 0.15 \text{ W}$$

Como porcentaje de la potencia total esto es

$$P_x(\%) = \left(\frac{0.15}{5}\right)100 = 3\%$$

Se tiene a la mano toda la información para construir la gráfica, excepto que se tienen que convertir los valores de potencia a dBm por medio de la ecuación

$$P\,(\text{dBm}) = 10 \log \frac{P}{1 \text{ mW}}$$

Se obtiene que

$$P_c\,(\text{dBm}) = 10 \log 338 = 25.3 \text{ dBm}$$

$$P_1\,(\text{dBm}) = 10 \log 576 = 27.6 \text{ dBm}$$

$$P_2\,(\text{dBm}) = 10 \log 1200 = 30.8 \text{ dBm}$$

$$P_3\,(\text{dBm}) = 10 \log 480 = 26.8 \text{ dBm}$$

La gráfica se muestra en la figura 6.11.

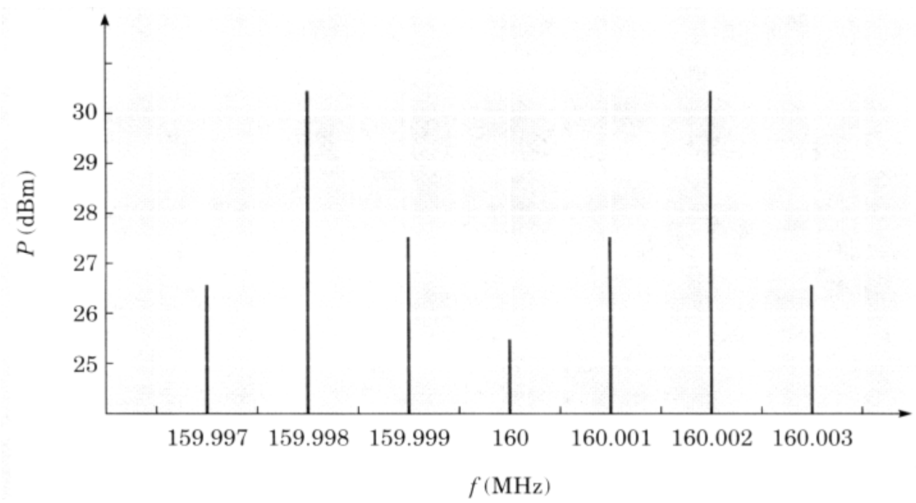


Figura 6.11

Ancho de banda de una señal de FM

El ancho de banda total de una señal de FM puede determinarse conociendo el índice de modulación y con la tabla de la figura 4-6. Por ejemplo, supongamos que el índice de modulación es 2. Según la tabla, esto produce cuatro pares de bandas laterales significativas. El ancho de banda puede determinarse entonces con la fórmula simple

$$B\,W = 2Nf_m\ máx$$

donde N es el número de bandas laterales significativas.

Con el ejemplo anterior y suponiendo una frecuencia moduladora máxima de 2.5 kHz, el ancho de banda de la señal de FM es

$$BW = 2(4)(2.5) = \mathbf{20\ Khz.}$$

Una señal de FM con un índice de modulación de 2 y una frecuencia moduladora máxima de 2.5 kHz ocupará entonces un ancho de banda de *20 kHz.*

Otra forma para calcular el ancho de banda de una señal de FM es mediante la regla de **Carson**. Esta regla sólo considera la potencia en las bandas laterales más significativas cuyas amplitudes son mayores que 2% de la portadora. Se trata de las bandas laterales cuyos valores son 0.02 o mayores en la figura 6.11. La regla de Carson está dada por la expresión

$$BW = 2(f_{d\ máx} + f_{m\ máx})$$

En esta expresión, fd máx es la desviación de frecuencia máxima, y fm max la frecuencia moduladora máxima.

Con una desviación de frecuencia máxima de 5 kHz y una frecuencia moduladora máxima de 2.5 kHz, el ancho de banda sería

$$BW = 2(5\ kHz + 2.5\ kHz) = 2(7.5\ kHz) = \mathbf{15\ kHz}$$

Al comparar este ancho de banda con el del ejemplo anterior, se observa que con la regla de Carson se obtiene un ancho de banda menor. Se ha determinado que, si un circuito o sistema tiene ese valor de banda (por la regla de Carson), se pasará suficiente potencia de bandas laterales para asegurar la inteligibilidad plena de la señal de información.

Porcentaje de modulación

En la AM, el grado de modulación en general se da como un porcentaje de modulación. Este porcentaje es el cociente de la amplitud de la señal moduladora y la amplitud de la portadora. Cuando ambos factores son iguales, el cociente es 1 y se dice que hay modulación de 100%. Si la amplitud de la señal moduladora es mayor que la amplitud de la portadora, habrá sobremodulación y distorsión.

Estas condiciones no existen en la FM o PM. Puesto que la amplitud de la portadora se mantiene constante durante la modulación con FM o PM, el indicador porcentaje de modulación que se usa en la AM no tiene sentido. Además, el incremento en la amplitud o la frecuencia de la señal moduladora no causará sobremodulación o distorsión.

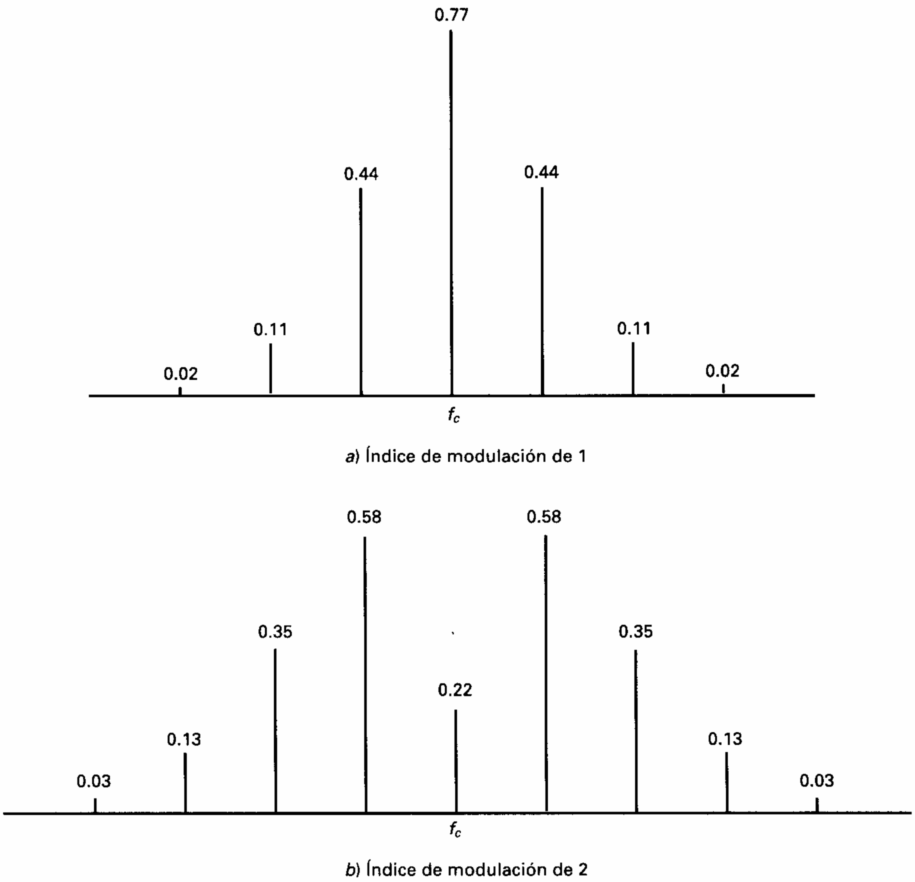


Figura 6.12.- *Número de bandas laterales significativas para diferentes índices de modulación.*

Porcentaje de modulación de FM

Al aumentar la amplitud de la señal moduladora *sólo se incrementa la desviación de frecuencia*. Esto, a su vez, amplía el índice de modulación, lo cual sólo produce más bandas laterales significativas y un mayor ancho de banda. Por consideraciones prácticas de conservación del espectro y del funcionamiento del receptor, en general se establece algún límite para la desviación de frecuencia superior y la frecuencia moduladora superior. Como ya se señaló, se hace referencia al cociente de la desviación de frecuencia máxima permitida y la frecuencia moduladora máxima como la relación de desviación.

Las transmisiones de audio en televisión se hacen en FM. La desviación máxima permitida es 25 kHz, y la frecuencia moduladora máxima, 15 kHz. Esto produce una razón de desviación de

$$d = 25/15 = 1.6666$$

En las radiocomunicaciones móviles bidireccionales usuales que usan FM, la desviación máxima permitida suele ser 5 kHz. La frecuencia moduladora superior suele estar limitada a 2.5 kHz, que es lo bastante alta para una transmisión de voz inteligible. Esto produce una razón de desviación de

$$d = 5/2{,}5 = 2$$

La desviación máxima permitida puede usarse en una relación con la desviación real de la portadora para producir un porcentaje de modulación para FM. Recuerde que en la radiodifusión comercial de FM la desviación máxima permitida es 75 kHz. Si la señal moduladora está produciendo sólo una desviación máxima de 60 kHz, entonces el porcentaje de modulación es desviación real de portadora x 100 /desviación máxima de portadora = 60 x 100/75 = 80%

Cuando se especifican las desviaciones máximas es importante que el porcentaje de modulación se mantenga en menos de 100%, porque las estaciones de FM operan en canales de frecuencias asignadas. Éstos son adyacentes a otros que corresponden a otras estaciones. De permitirse que la desviación exceda el máximo, habrá mayor número de pares de bandas laterales y el ancho de banda de la señal puede ser excesivo. Esto puede ocasionar una nociva interferencia del le canal adyacente.