



Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia

ISSN: 0120-6230

revista.ingenieria@udea.edu.co

Universidad de Antioquia

Colombia

Pedraza, Luis; Hernández, Cesar; Ballesteros, Dora María

Modelo del desvanecimiento selectivo en frecuencia

Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia, núm. 58, marzo, 2011, pp. 114-122

Universidad de Antioquia

Medellín, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=43021467012>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

## **Modelo del desvanecimiento selectivo en frecuencia**

### **Model of frequency selective fading**

*Luis Pedraza<sup>1</sup>, Cesar Hernández\*<sup>1</sup>, Dora María Ballesteros<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad de Tecnología, Transversal 70 B N. 73 a 35 sur. Bogotá, Colombia

<sup>2</sup> Universidad Militar Nueva Granada, Facultad de Ingeniería, Carrera 11 N.º 101-80. Bogotá, Colombia

(Recibido el 08 de febrero de 2010. Aceptado el 31 de agosto de 2010)

#### **Resumen**

En este artículo se presenta un análisis matemático del desvanecimiento selectivo en frecuencia producido por la propagación multitrayectoria, así como las técnicas recientes para reducir los efectos de este fenómeno como: la diversidad de antenas, el receptor Rake, la ecualización adaptable y OFDM (Multiplexación por división de frecuencia ortogonal).

----- *Palabras clave:* Desvanecimiento, multiplexación por división de frecuencia ortogonal, diversidad, ecualización, radio cognitiva

#### **Abstract**

In this paper a mathematical analysis of the frequency selective fading produced by multipath propagation is presented, as well as recent techniques to reduce the effects of this phenomenon as: the diversity of antennas, the Rake receiver, the adaptive equalization and OFDM (Orthogonal frequency division multiplexing).

----- *Keywords:* Fading, orthogonal frequency division multiplexing, diversity, equalization, cognitive radio

---

\* Autor de correspondencia: teléfono móvil: 311 218 66 35, fax: + 57 + 1+ 731 15 25, correo electrónico: cahernandezs@udistrital.edu.co (C. Hernández).

## Introducción

El principal problema con la recepción de señales inalámbricas es el desvanecimiento causado por la propagación multitrayectoria, sumado a otros problemas como la Interferencia Intersímbolo (ISI), los obstáculos, interferencias, etc. Esto hace que la calidad del enlace varíe. Otras dificultades adicionales son el limitado ancho de banda, el bajo consumo de potencia, el gestionamiento de red y la operación multicelular. Como resultado de la propagación multitrayectoria, hay muchas señales reflejadas, que llegan al receptor a diferentes tiempos. Las señales retrasadas son el resultado de reflexiones por las características del terreno tales como árboles, colinas o montañas, u objetos tales como personas, vehículos o edificios, estas reflexiones conllevan a Interferencia Intersímbolo (ISI). La combinación de estos inconvenientes, repercute en que las señales pueden sufrir desvanecimiento. Ya desde hace algún tiempo se han analizado los efectos del desvanecimiento selectivo en frecuencia como se observa en [1 - 3].

Una característica del desvanecimiento selectivo en frecuencia es que algunas frecuencias son realzadas, mientras que otras se atenúan. Si hay un receptor móvil, entonces las longitudes y atenuaciones relativas de las trayectorias de recepción cambiarán con el tiempo. Una señal de banda estrecha variará en calidad dependiendo de cómo los picos y los canales de su respuesta en frecuencia se muevan alrededor de ella, implicando también una variación sensible en la respuesta de fase.

La técnica de espectro ensanchado es robusta en contrarrestar el desvanecimiento y la interferencia, pero dispone de demandas difíciles sobre las tecnologías existentes, ya que se necesita manejar procesos en tiempo real con un gran ancho de banda [4]. En [5],[6],[7] y [8] se presentan diferentes técnicas para contrarrestar el desvanecimiento como los sistemas MIMO (Múltiple entrada Múltiple salida) OFDM, los

sistemas de diversidad de frecuencia OFDM, el sistema de espectro ensanchado multiportadora de acceso múltiple y el sistema de entrelazado ensanchado OFDM, respectivamente.

## Propagación multitrayectoria

Cuando una señal de comunicación es transmitida a través del aire hasta un receptor la señal tomará diferentes caminos antes de que llegue a dicho receptor, esto puede hacer que exista un retraso de propagación mayor que el periodo del símbolo y se produzca el llamado desvanecimiento selectivo en frecuencia. El desvanecimiento selectivo en frecuencia es una anomalía de propagación de radio causada por la cancelación parcial de una sola señal, si los componentes espectrales de la señal transmitida son afectados por diferentes amplitudes y cambios de fase, se dice que el desvanecimiento es de frecuencia selectiva [9].

La señal transmitida llega al receptor por dos caminos diferentes, y generalmente uno de estos es más corto o largo, lo que ocasiona que la señal sea atenuada, retrasada en el tiempo y distorsionada. El desvanecimiento selectivo en frecuencia ocurre debido a la dispersión de tiempo de los símbolos transmitidos dentro del canal (figura 1) y se diferencia del desvanecimiento plano a partir de las características presentadas en la figura 2. Todo esto produce ISI, lo cual es una forma de autointerferencia que incrementa la tasa de errores en transmisión digital. No puede ser solucionada incrementando la relación portadora a ruido, ya que si se incrementa la potencia de la portadora esto también incrementa la autointerferencia (figura 3) [10].

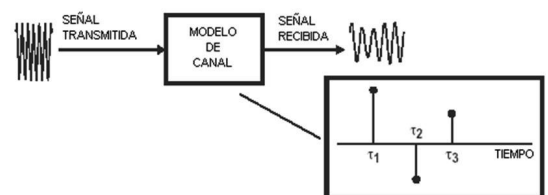
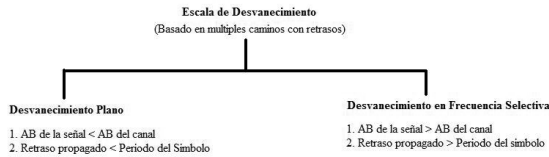
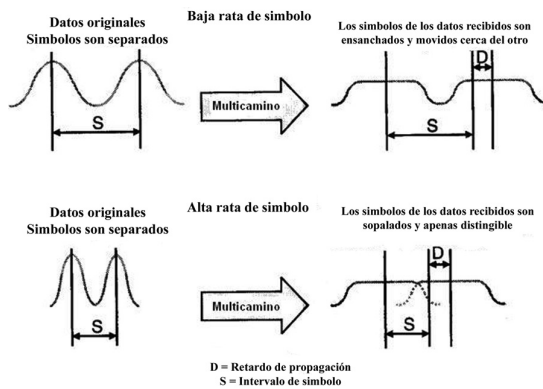


Figura 1 Modelo del canal



**Figura 2** Tipos de escala de desvanecimiento



**Figura 3** Interferencia Intersímbolo

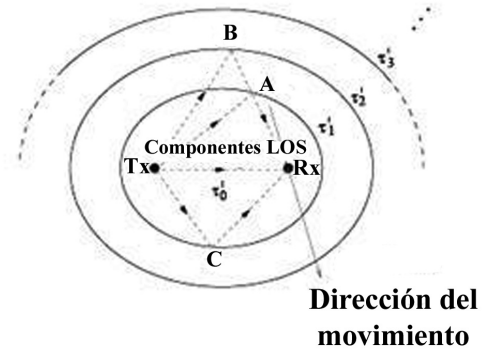
**Modelamiento de canales de desvanecimiento selectivo en frecuencia**

Este tipo de desvanecimiento puede ser representado a partir del modelo elíptico de la figura 4, como un filtro lineal caracterizado por la respuesta al impulso (Figura 5). Aquí el retraso de propagación discreto se presenta en la ecuación 1:

$$\tau'_l = \tau'_0 + l\Delta\tau', \quad l=0,1,\dots \quad (1)$$

Donde  $\tau'_0$  es el retraso de propagación de la línea de vista (LOS),  $\Delta\tau'$  es un retraso de propagación infinitesimal y  $l$  es el número de caminos con diferentes retrasos de propagación. Se observa que el modelo elíptico incrementa su precisión si  $l$  se incrementa y  $\Delta\tau'$  se hace más pequeña. Usando la función del sistema introducida en [11], las señales de entrada y salida del canal selectivo en frecuencia, pueden relacionarse de maneras diferentes. En sistemas variantes en el tiempo, la respuesta al impulso ( $h_0(t_0, t)$ ) es una

función del tiempo  $t_0$ , en el cual el canal ha sido excitado por un impulso  $\delta(t - t_0)$ . Esta relación puede ser expresada en la ecuación 2:



**Figura 4** Modelo de propagación elíptico

$$\delta(t - t_0) \rightarrow h_0(t_0, t) \quad (2)$$

Por causalidad  $h_0(t_0, t) = 0$  para  $t < t_0$ . Por lo tanto la respuesta del sistema es mostrada en la ecuación 3:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)\delta(t - t_0)dt_0 \quad (3)$$

Lo cual matemáticamente equivale a la convolución.

Reemplazando la ecuación 3 en 2, se tiene la ecuación 4:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(t_0)h_0(t_0, t)dt_0 \quad (4)$$

Donde  $t_0$  en términos del retraso de propagación se muestra en la ecuación 5:

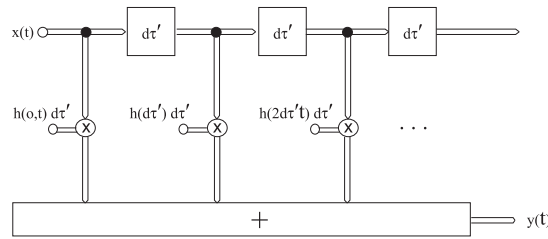
$$\tau' = t - t_0 \quad (5)$$

Entonces de la ecuación 5 en 4, se obtiene la ecuación 6:

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(t - \tau')h(\tau', t)d\tau' \quad (6)$$

Realizando la transformada de Fourier de la entrada y de la respuesta al impulso se tiene la ecuación 7, [12]:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f')H(f',t)e^{j2\pi f't} df' \quad (7)$$



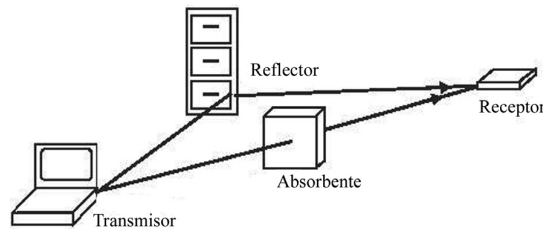
**Figura 5** Representación de un canal selectivo en frecuencia

El comportamiento de canales con desvanecimiento selectivo en frecuencia puede ser analizado en [13], donde se encuentra la capacidad de un solo usuario en un canal discreto que es expuesto a desvanecimientos selectivos en frecuencia y en tiempo, y en [14] en donde se analiza la capacidad de transmisión multiportadora a través de un canal con un lento desvanecimiento selectivo en frecuencia y realimentación limitada, la cual especifica la información del estado del canal.

**Análisis del desvanecimiento selectivo en frecuencia para el modelo de dos rayos**

Se supone que la señal en el receptor para el modelo de dos rayos, mostrado en la figura 6 es la mostrada en la ecuación 8:

$$y(t) = A[a_1 \cos w_c t + a_2 \cos w_c (t - \tau)] \quad (8)$$



**Figura 6** Modelo de propagación de dos rayos

En la ecuación 9, se puede representar la señal resultante en el receptor de la siguiente forma:

$$y(t) = AB(\tau) \cos(w_c t + \theta) \quad (9)$$

Donde B(τ) es la magnitud a analizar.

Como:  $\cos(x+y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$ , entonces la ecuación 8 queda convertida en la ecuación 10:

$$y(t) = A[a_1 \cos w_c t + a_2 \cos w_c t \cos w_c \tau + a_2 \sin w_c t \sin w_c \tau] \quad (10)$$

Agrupando términos se tiene la ecuación 11:

$$y(t) = A[\cos w_c t [a_1 + a_2 \cos w_c \tau] + a_2 \sin w_c t \sin w_c \tau] \quad (11)$$

Ahora haciendo los siguientes cambios de variables en la ecuación 11:

$$M = [a_1 + a_2 \cos w_c \tau] \text{ y } N = a_2 \sin w_c \tau$$

Se tiene la ecuación 12:

$$y(t) = A[M \cos w_c t - (-N) \sin w_c t] \quad (12)$$

Si  $P = -N$  entonces la ecuación 12 se presenta como se observa en la ecuación 13:

$$y(t) = A[M \cos w_c t - P \sin w_c t] \quad (13)$$

Aplicando la siguiente identidad, presentada en la ecuación 14a:

$$A \cos x - B \sin x = R \cos(x - \theta) \quad (14a)$$

Donde la ecuación 14b, indica lo siguiente:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (14b)$$

Sustituyendo la ecuación 13 en la 14b, y realizando los correspondientes cambios de variables, se obtiene la ecuación 15:

$$R = \sqrt{a_1^2 + 2a_1 a_2 \cos w_c \tau + a_2^2 [\cos^2 w_c \tau + \sin^2 w_c \tau]} \quad (15)$$

Como  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ , entonces la ecuación 15 se convierte en la ecuación 16:

$$R = B(\tau) = \sqrt{a_1^2 + 2a_1 a_2 \cos w_c \tau + a_2^2} \quad (16)$$

Ahora se procede a graficar la magnitud dada en la ecuación 16 con respecto a la frecuencia, para esto se tiene que el rayo 1 tiene una amplitud normalizada  $a_1 = 1$  y para el rayo 2 se dan 3 amplitudes  $a_2 = 0.1$ ,  $a_2 = 0.5$  y en el peor de los casos  $a_2 = 1$ , con la frecuencia del canal  $f_c = n/(2\tau)$ , se obtiene la magnitud en la tabla 1:

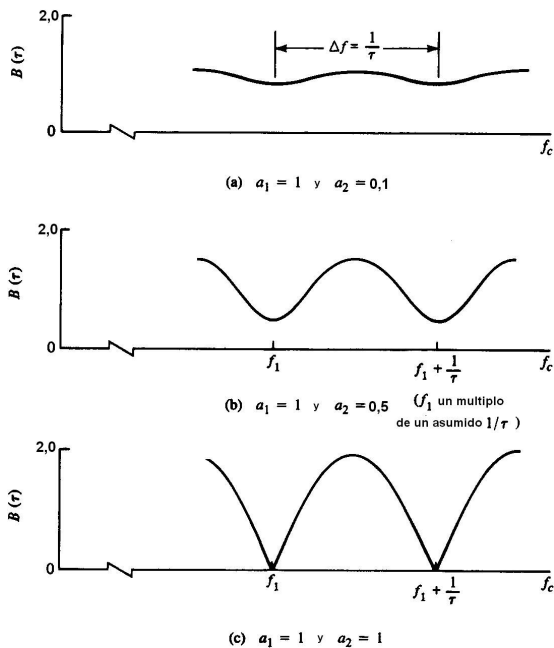
**Tabla 1** Valores de  $B(\tau)$

$n$	$f_{c_n}$	$B(\tau)$
1	$1/2\tau$	$(0.25)^{1/2}$
2	$1/\tau$	$(2.25)^{1/2}$
3	$3/2\tau$	$(0.25)^{1/2}$

La diferencia entre frecuencias es:

$$f_{c_3} - f_{c_1} = 3/2\tau - 1/2\tau = 1/\tau$$

Graficando  $B(\tau)$  de la tabla 1 se tiene:



**Figura 7** Graficas de  $B(\tau)$  Vs  $f_c$

Si  $\tau = n/2f_c = n(\lambda/2)$ , ( $n = 1, 2, \dots$ ) es un múltiplo entero de medio periodo de la portadora, se tienen cambios de señal desde una amplitud mínima de:

$$AB(\tau)_{\min} = |a_1 - a_2|A$$

A una amplitud máxima de:

$$AB(\tau)_{\max} = |a_1 + a_2|A$$

Finalmente, de la figura 7, se concluye que el desvanecimiento selectivo de frecuencias ocurre cuando el retardo coincide con un número de medios periodos ( $n(\lambda/2)$ ), ya que ambos rayos se encuentran en contrafase [9].

### Técnicas para reducir el desvanecimiento selectivo en frecuencias

A continuación se presentan las técnicas más utilizadas para la reducción del desvanecimiento selectivo en frecuencias, analizado anteriormente.

#### Diversidad de antenas

Esta es una solución para contrarrestar el efecto de desvanecimiento selectivo, la cual consiste en separar dos antenas por un múltiplo impar de  $\lambda/4$  de otra, como se observa en la figura 8.

En la figura 8a), se tiene que la separación entre las antenas del router es  $5\lambda/4$ , donde  $\lambda/4 \approx 3$  cm, por lo tanto la separación de sus antenas es de aproximadamente 15 cms. Cuando se combinan estas señales adecuadamente se puede mejorar la relación C/N (Portadora a ruido). En la figura 9 se presenta la mejora en la potencia de recepción para un router que posee diversidad de antenas [15]. Una aplicación se presenta en [16], donde es propuesto un método estadístico lineal de alto orden para mitigar la degradación causada por la propagación multirayectoria en un sistema de comunicaciones móviles, usando un arreglo lineal de antenas en el receptor de la estación base.

De la figura 9 se observa que la diversidad de dos antenas provee una ganancia de 1 a 14 dB.

#### Receptores RAKE

Una técnica utilizada para minimizar la ISI y a su vez el desvanecimiento selectivo en frecuencias es la de los receptores RAKE, la cual es usada

especialmente en canales CDMA (por ejemplo, comunicaciones móviles de tercera generación).

(a)



(b)

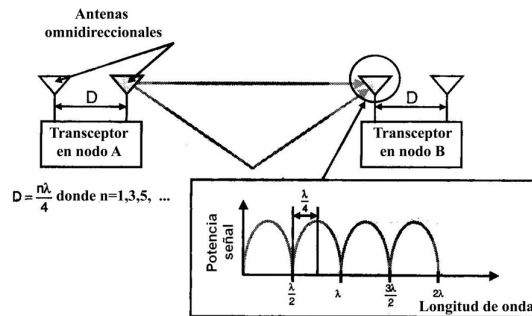


Figura 8 a) Router inalámbrico a 2,4 GHz con diversidad de antenas. b) Separación de antenas a  $n(\lambda/4)$  con  $n=1,3,5, \dots$  etc

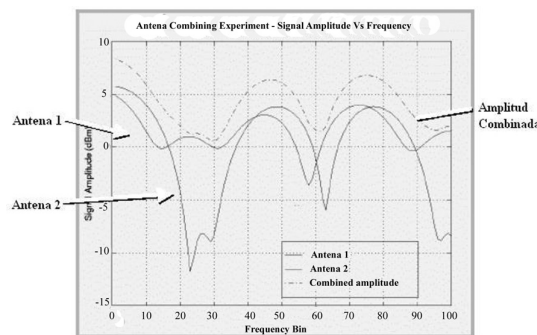


Figura 9 Potencia de recepción en un router con diversidad de dos antenas

La RAKE es una estrategia combinada. Su objetivo es separar los diferentes componentes de la señal recibida, los cuales ordinariamente interferirían entre sí en una composición corrupta, y luego combinarlos coherentemente para obtener una réplica mucho más fuerte de la señal transmitida.

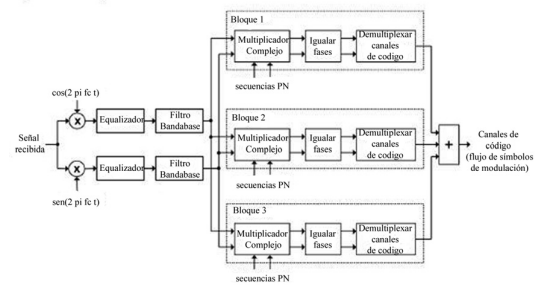


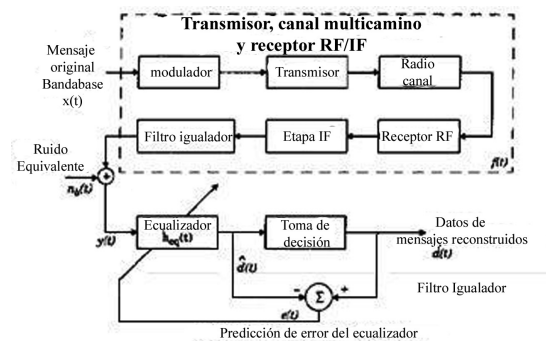
Figura 10 Receptor RAKE de un canal CDMA

Para un receptor RAKE como el mostrado en la figura 10, la señal recibida por el receptor es primero demodulada, filtrada y ecualizada, el propósito de los filtros y ecualizadores es mantener el espectro de la señal en el ancho de banda sin interferencia intersimbólica, estos ecualizadores son no adaptativos. Después del filtrado y ecualización cada uno de los bloques, que está sincronizado con una trayectoria específica, muestrea la señal a la velocidad de chip. En cada uno de los bloques la señal muestreada es multiplicada por la secuencia pseudoaleatoria que identifica a la estación móvil y la celda, esta secuencia está sincronizada con el retardo de la trayectoria que le corresponde al bloque, con esta multiplicación se logra identificar la señal de la estación móvil que se desea recibir entre las señales de todas las estaciones móviles que son atendidas. Después de la multiplicación se deben igualar las fases de las señales en los tres bloques para que luego sean combinadas coherentemente. Una vez igualadas las fases se demultiplexan los canales de código inversos, esta operación se realiza multiplicando la señal por el código Walsh que identifica el canal que se desea obtener. Luego de la demultiplexación de los canales de código, las señales a las salidas de los tres bloques se alinean en el tiempo, y finalmente

se suman (esto es, se combinan coherentemente) obteniendo como resultado una estimación de los flujos de símbolos de modulación de cada uno de los canales de código inversos [17].

### Ecuación adaptable

La idea para minimizar el desvanecimiento selectivo en frecuencias, es discriminar en el receptor la componente de señal recibida suministrada por el transmisor y la distorsión hecha por la función de transferencia del canal. Una vez que la distorsión se conoce puede ser restada o cancelada para recobrar una mejor imagen de la señal transmitida, como se muestra en la figura 11 [15]. Por ejemplo en [18] se presenta una técnica de ecualización adaptable que minimiza la tasa de error de bit (BER) por debajo de  $10^{-3}$ .

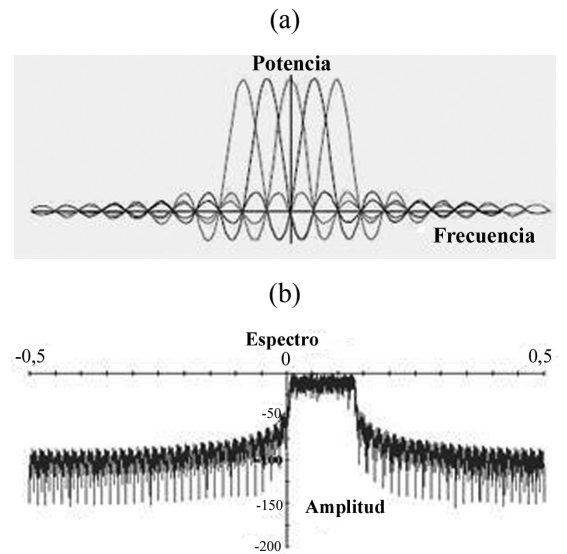


**Figura 11** Receptor de un ecualizador adaptable

### Multiplexación por División de Frecuencia Ortogonal (OFDM)

OFDM es un esquema de multiplexación de banda ancha que es específicamente capaz de hacerle frente a los problemas de la recepción multitrayectoria. Esto es logrado transmitiendo muchas señales digitales traslapadas de banda angosta en paralelo, dentro de una banda ancha. El aumento del número de canales de transmisión paralelos reduce la tasa de datos que cada portadora individual debe transportar y alarga el período del símbolo. Como resultado, el tiempo de retraso de las ondas reflejadas es comprimido dentro de un tiempo de símbolo.

En OFDM, cada subportadora es ortogonal al resto de subportadoras, ya que una subportadora no interfiere con las subportadoras adyacentes porque el máximo del espectro de una subportadora coincide con los ceros en amplitud del espectro de las portadoras vecinas, como se ve en la figura 12 [19].

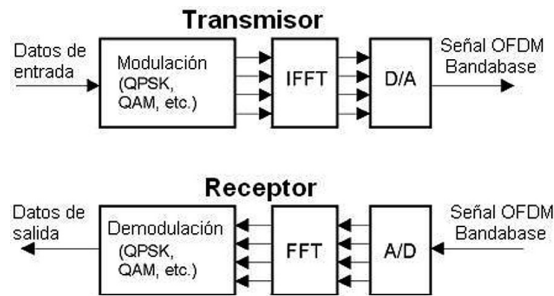


**Figura 12** a) Espectro de subportadoras en OFDM. b) Espectro de una señal en OFDM con 1024 subportadoras

Por lo tanto, OFDM se puede definir simplemente como una forma de modulación multiportadora donde su espaciado entre portadoras es seleccionado cuidadosamente de modo que cada subportadora es ortogonal a las otras subportadoras. Como es bien sabido, las señales ortogonales se pueden separar en el receptor con técnicas de correlación, por lo tanto, la interferencia intersímbolo entre los canales puede ser eliminada. La ortogonalidad puede ser alcanzada seleccionando cuidadosamente el espaciado de portadoras, dejando que el espaciado sea igual al recíproco del período útil de símbolo.

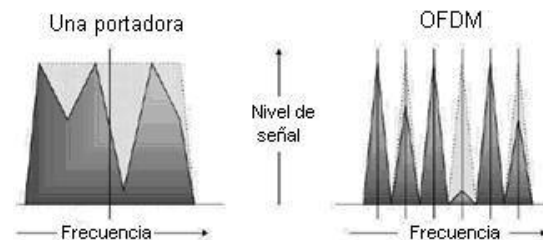
La implementación física de un sistema de comunicación basado en OFDM, utiliza técnicas de procesamiento digital de señales como la transformada rápida de Fourier (FFT), como se ve en la figura 13.





**Figura 13** Sistema de comunicación basado en OFDM

En OFDM, el dato es dividido entre un número grande de subportadoras, por lo tanto, el desvanecimiento selectivo en frecuencia solo afecta a algunas subportadoras y no a toda la señal, como se ve en la figura 14. Si el flujo de datos está protegido por un código de corrección de error hacia adelante (FEC), este tipo de desvanecimiento puede ser fácilmente manejado [20],[21].



**Figura 14** Comparación entre el desvanecimiento selectivo en frecuencia para una portadora (izquierda) y OFDM (derecha)

En este tipo de sistemas de comunicación se usa modulación adaptativa, donde la técnica de modulación depende de la C/N detectada.

Un estudio realizado en [22] considera la detección de señales OFDM dentro de canales con desvanecimiento selectivo en frecuencia para radio cognitiva.

### Conclusiones

El uso de técnicas como OFDM, diversidad de antenas, ecualizadores y receptores especiales,

de manera individual han demostrado una gran eficacia para combatir el desvanecimiento selectivo en frecuencias, por tanto, la combinación de algunas de estas técnicas en redes inalámbricas, permitirán tener redes más robustas y la oportunidad de ofrecer a los usuarios sistemas más multifuncionales.

El desvanecimiento selectivo en frecuencia solo afecta a algunos subcanales y no a toda la señal. Si el flujo de datos está protegido por un código de corrección de error hacia adelante, este tipo de desvanecimiento puede reducirse significativamente.

Uno de los parámetros por el que se puede juzgar una red inalámbrica es la capacidad de retardo ensanchado que puede tolerar.

### Referencias

1. B. Gance, L. Greenstein. "Frequency-Selective Fading Effects in Digital Mobile Radio with Diversity Combining". *IEEE Transactions on Communications*. Vol.31. 1983. pp. 1085-1094.
2. S.A. Fachtel, H. Meyr. "A novel approach to modeling and efficient simulation of frequency-selective fading radio channels". *Communications. ICC 93. Geneva. Technical Program, Conference Record, IEEE International Conference on*. Vol.1. May 23-26. 1993. pp. 302-306.
3. K. Joeeung, K. Inkyoung, R. Sangmin, H. Daesik, K. Changeon. "The effects of multipath fading and transmit diversity on adaptive modulation in a frequency selective Rayleigh fading channel". *Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings. (ICASSP '02). IEEE International Conference on*. Vol. 3. 2002. pp. 2185-2188.
4. H. Meyr, M. Moeneclaey, S. Fechte. *Digital Communication Receivers*. Ed. John Wiley & Sons. New York (USA). 1998. pp. 706-710.
5. R. S. Blum, Y. Li, J. H. Winters, Q. Yan. "Improved Space-Time Coding for MIMO-OFDM Wireless Communications". *IEEE Transactions on Communications*. Vol. 49. 2001. pp. 1873-1878.
6. S. W. Kim, K. H. Yoon, R. G. Jung, J. W. Son, H. G. Ryu. "Adaptive Frequency Diversity OFDM (AFD-OFDM) Communication Narrow-Band". *Conference of 10th Asia-Pacific Conference on Communications and 5th International Symposium on Multi-*

- Dimensional Mobile Communications*, Vols. 1 and 2. 2004. pp. 834-838.
7. S. Kaiser, K. Fazel. "A Flexible Spread-Spectrum Multicarrier Multiple-Access System for Multi-Media Applications". *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*. Vol. 1. 1997. pp. 100-104.
  8. T. Pingzhou, H. Xiaojing, E. Dutkiewicz. "Diversity performance of interleaved spread spectrum OFDM signals over frequency selective multipath fading channels". *Communications and Information Technologies. ISCIT '07. International Symposium on*. Vol. 1. Oct. 17-19. 2007. pp.184-189.
  9. T. Rappaport. *Wireless Communications*. Ed. Prentice Hall. New Jersey. 2002. pp. 139-169.
  10. J. Proakis. *Digital Communications*. Ed. McGraw-Hill. Singapore. 1995. pp. 134-136.
  11. P. A. Bello. "Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels". *IEEE Transactions on Communications Systems*. Vol.11. 1963. pp. 360-393.
  12. M. Pätzold. *Mobile Fading Channels*. Ed. John Wiley & Sons. West Sussex (England). 2004. pp. 244-247.
  13. A.M. Tulino, G. Caire, S. Shamai, S. Verdu. "Capacity of Channels With Frequency-Selective and Time-Selective Fading". *IEEE Transactions on Information Theory*. Vol.56. 2010. pp.1187-1215.
  14. S. Yakun, M.L. Honig. "Asymptotic Capacity of Multicarrier Transmission With Frequency-Selective Fading and Limited Feedback". *IEEE Transactions on Information Theory*. Vol.54. 2008. pp. 2879-2902.
  15. K. Marvin, M. Alouini. *Digital Communication over Fading Channels*. 2a. ed. Ed. John Wiley & Sons. New Jersey (USA). 2005. pp. 316-335.
  16. M. Martone. "An adaptive array for wireless communication systems with frequency selective multipath fading using high order statistics processing". *Communications. ICC 97 Montreal, 'Towards the Knowledge Millennium'. 1997 IEEE International Conference on*. Vol.3. 1997. pp.1356-1360.
  17. R. Esmailzadeh, M. Nakagawa. "Pre-RAKE Diversity Combination for Direct Sequence Spread Spectrum Mobile Communications Systems". *Communications. ICC 93. Geneva. Technical Program, Conference Record, IEEE International Conference on*. Vol. 1. 1993. pp. 463-467.
  18. H. Amca, T. Yenal, K. Hacioglu. "Adaptive equalisation of frequency selective multipath fading channels based on sample selection". *Communications, IEE Proceedings*. Vol. 146. 1999. pp.55-60.
  19. L. Charan. "Orthogonal Frequency Division Multiplex (OFDM) Tutorial". 2004. pp. 1-22. [www.complextoreal.com](http://www.complextoreal.com). Consultada el 20 de octubre de 2009.
  20. R.S. Bahai, R. Saltzberg. *Multicarrier Digital Communications, Theory and applications of OFDM*. Ed. Kluwer Academic. Berkeley (CA). 1999. pp. 133-137.
  21. G. Stüber. *Principles of Mobile Communication*. 2<sup>nd</sup> ed. Ed. Kluwer Academic. Norwell (MA). 2002. pp. 40-42.
  22. L. Zhongding, F.P.S. Chin. "Sensing OFDM Systems under Frequency-Selective Fading Channels". *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. Vol.59. 2010. pp.1960-1968.