

Prom. Nr. 3191

Ausgleichung räumlicher Aerotriangulationen mit Hilfe von elektronischen Rechenautomaten

VON DER

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN ZÜRICH

ZUR ERLANGUNG DER

WÜRDE EINES DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

GENEHMIGTE

PROMOTIONSARBEIT

VORGELEGT VON

Robert Anton Schlund

dipl. Verm.-Ing. ETH

von Schneisingen (AG)

Referent: Herr Prof. Dr. M. Zeller

Korreferent: Herr Prof. Dr. F. Kobold

Zürich 1961

Dissertationsdruckerei Leemann AG

Erscheint als Nr. 11
der Mitteilungen aus dem Geodätischen Institut an der
Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich

Verlag Leemann Zürich

Inhaltsverzeichnis

<i>Einleitung</i>	5
<i>1. Kapitel: Die Anwendung elektronischer Rechenautomaten in der Photogrammetrie</i>	7
1.1. Automation in der Photogrammetrie	7
1.2. Programmgesteuerte, digitale Rechenautomaten	7
1.3. Die Programmierung für digitale Rechenautomaten	9
1.4. Die elektronische Rechenmaschine der ETH (ERMETH)	9
1.5. Die Remington-Rand Lochkarten.	10
<i>2. Kapitel: Grundsätzliches zur räumlichen Aerotriangulation</i>	11
2.1. Die Aufgabe der räumlichen Aerotriangulation	11
2.2. Die Aufgabe der Paßpunkte in der Photogrammetrie	12
2.3. Die Genauigkeit photogrammetrischer Paßpunkte.	12
2.4. Der Anwendungsbereich der räumlichen Aerotriangulation	15
2.5. Geodätische Grundlagen der Aerotriangulation	16
2.6. Instrumentelle Methoden der räumlichen Aerotriangulation	17
<i>3. Kapitel: Die Ausgleichung räumlicher Aerotriangulationen</i>	18
3.1. Die in der Aerotriangulation auftretenden Fehler	18
3.2. Grundsätzliche Überlegungen zur Ausgleichung	20
3.3. Die Ausgleichung einzelner Bildstreifen	20
3.4. Die Methoden der Blockausgleichung	21
3.5. Die Wirtschaftlichkeit der verschiedenen Verfahren	21
3.6. Problemstellung	22
<i>4. Kapitel: Bemerkungen zur Lösung der Aufgabe</i>	23
4.1. Die Grundlagen der vorgeschlagenen Ausgleichungsmethode	23
4.2. Voraussetzungen für die Anwendung des Verfahrens	26
<i>5. Kapitel: Die Mittelbildung der Maschinenkoordinaten.</i>	27
5.1. Begründung der Mittelbildung	27
5.2. Grundzüge des Programms.	28

<i>6. Kapitel: Die Streifenausgleichung</i>	29
6.1. Die Helmert-Transformation	29
6.2. Die Berechnung der wahren Fehler in den Paßpunkten	31
6.3. Die Fehlerflächen in X , Y und H	33
6.4. Fehlerflächen mit horizontalen Tangenten im 1. Modell	34
6.5. Die Verbesserung der Landeskoordinaten und Höhen	33
6.6. Bemerkungen zum Programm für die Streifenausgleichung	55
<i>7. Kapitel: Die Blockausgleichung</i>	37
7.1. Begründung der Mittelbildung	37
7.2. Grundzüge des Programms für die Mittelung von Streifen	38
7.3. Bemerkungen zur Praxis der Blocktriangulation	39
<i>8. Kapitel: Die Ausgleichung einzelner Stereomodelle</i>	40
8.1. Die Grundlagen der Modellausgleichung	40
<i>9. Kapitel: Diskussion einiger Beispiele</i>	41
9.1. Die Hauptstreifen des Blocks „Vercors“	41
9.2. Triangulation und Ausgleichung des Blocks „Vercors“	55
9.3. Katastervermessung „Berg am Irchel“	62
<i>10. Kapitel: Zusammenfassung</i>	70
10.1. Vorschläge für zukünftige Versuche	72
<i>Literaturverzeichnis</i>	73
<i>Anhang</i>	77
<i>Summary</i>	79

Einleitung

Die Methoden der räumlichen Aerotriangulation gestatten die Bestimmung der für luftphotogrammetrische Kartierungen erforderlichen Paßpunkte mit einem Minimum an terrestrischen Vermessungsarbeiten. Dadurch kann die *Wirtschaftlichkeit der Photogrammetrie* unter Umständen sehr erheblich gesteigert werden. Es ist daher verwunderlich, daß diese seit Jahren bekannten und fehlertheoretisch weitgehend abgeklärten Verfahren in der Praxis nicht häufiger angewendet werden. Dies mag damit zusammenhängen, daß viele Photogrammeter nicht von der Zuverlässigkeit und Genauigkeit der Lufttriangulation überzeugt sind; andere jedoch scheuen vielleicht vor den damit verbundenen Ausgleichungsproblemen zurück. Mit der vorliegenden Arbeit möchte der Verfasser zeigen, daß solche Bedenken unbegründet sind, indem auch mit einfachen Ausgleichungsmethoden gute Resultate erzielt werden können.

Dem Einsatz von personal- und zeitsparenden, neuzeitlichen Hilfsmitteln kommt heute eine wesentliche Bedeutung zu. Das nachfolgend beschriebene Verfahren zur Ausgleichung von Einzelmodellen, Streifen und Blöcken läßt sich verhältnismäßig leicht für elektronische Rechenautomaten mittlerer Kapazität programmieren, wobei eine fast vollständige Automation erreicht werden kann.

Da die Fehlertheorie der räumlichen Aerotriangulation bereits hinreichend untersucht wurde, sei hier bewußt auf neue theoretische Überlegungen verzichtet. Die Berechtigung der Hypothesen, welche dem vorgeschlagenen Verfahren zu Grunde liegen, wird jedoch an Hand von praktisch durchgerechneten Beispielen nachgewiesen.

Einleitend werden Probleme des programmgesteuerten Rechnens mit digitalen Rechenautomaten kurz erläutert und die Aufgaben der räumlichen Aerotriangulation sowie die bekannten Methoden der Streifen- und Blockausgleichung in Erinnerung gerufen. Der Beschreibung der vorgeschlagenen Ausgleichungsprogramme folgen praktisch durchgerechnete Beispiele, welche fehlerstatistisch untersucht werden.

An dieser Stelle möchte ich meinen beiden Referenten, Herrn Prof. Dr. M. Zeller und Herrn Prof. Dr. F. Kobold, für das meiner Arbeit entgegengebrachte Interesse meinen verbindlichsten Dank aussprechen. Ebenso danke

ich den Herren Prof. Dr. E. Stiefel und Prof. Dr. H. Rutishauser, durch deren wohlwollendes Entgegenkommen meine praktischen Arbeiten an der elektronischen Rechenmaschine des Instituts für Angewandte Mathematik der ETH sehr gefördert wurden. Danken möchte ich ferner Herrn Dr. Th. Ginsburg, welcher mir bei der Ausarbeitung und beim Ausprüfen der Programme wertvolle Unterstützung angedeihen ließ.

Zürich, den 30. Juni 1961.

Robert A. Schlund

1. Kapitel: Die Anwendung elektronischer Rechenautomaten in der Photogrammetrie

1.1. Automation in der Photogrammetrie

Ein erster Schritt zur Automation in der Photogrammetrie erfolgte schon im Jahre 1914; der „Stereoautograph v. Orel-Zeiß“ gestattete erstmals die automatische Auswertung kontinuierlicher Geländelinien. Die seither gebauten Autographen entsprechen optisch-mechanischen Analogiegeräten, in welchen die bei der Aufnahme der stereoskopischen Bildpaare bestehenden Verhältnisse simuliert werden. Heute eröffnen der Ersatz der optisch-mechanischen Analogien durch elektronische Bauelemente und die numerische Auflösung der Gleichungssysteme durch programmgesteuerte Rechenautomaten neue Möglichkeiten zu einer noch weitergehenden Automatisierung der Photogrammetrie. Im Zusammenhang mit der selbsttätigen Durchführung der gegenseitigen Orientierung und teilweise sogar der Auswertung sei insbesondere auf die Arbeiten von *Helava* [31], [32], [33] und *Demeter* [23] hingewiesen.

Seit einiger Zeit spielt die numerische, koordinatenmäßige Bestimmung individueller Punkte, beispielsweise in der Katastervermessung und in der Aerotriangulation, wieder eine vermehrte Rolle. Hier bietet nun auch die Verbindung konventioneller Auswertegeräte mit elektronischer Datenverarbeitung die Möglichkeit zu einer sehr weitgehenden Automation: die Modellkoordinaten der vom Photogrammeter im Autographen eingestellten Punkte können direkt auf Lochkarten- oder Streifen usw. registriert und in dieser Form einem digitalen Rechenautomaten zugeführt werden. Zum geringeren Arbeitsaufwand gesellt sich hierbei eine Erhöhung der Sicherheit und Genauigkeit, indem Ablese-, Schreib- und Rechenfehler ausgeschaltet werden.

1.2. Programmgesteuerte, digitale Rechenautomaten

Im Gegensatz zu den Analogie-Geräten arbeiten die digitalen Rechenautomaten numerisch, d. h. mit Zahlen. Ihr Aufbau und ihre Wirkungsweise soll hier nicht behandelt werden; hierzu sei auf die bereits sehr umfangreiche Fachliteratur hingewiesen (z. B. auf die kurz gefaßte Beschreibung von *Rutis-*

hauser, Speiser, Stiefel [47]). Mit Rücksicht auf die nachfolgend besprochenen Probleme seien jedoch einige wichtige Begriffe kurz erläutert.

Ein elektronischer Rechenautomat besteht im Prinzip aus fünf Hauptteilen:

Das Rechenwerk entspricht funktionsmäßig einer gewöhnlichen Bürorechenmaschine, arbeitet jedoch sehr viel schneller; die arithmetischen Operationen werden innerhalb von wenigen Mikro- bis Millisekunden durchgeführt.

Das Speicherwerk ersetzt das Arbeitsblatt oder das Gedächtnis beim Handrechnen. Für das Speichern einer Zahl in einer bestimmten Zelle, bzw. für das Ablesen derselben, werden — je nach dem Typ des Speichers — ebenfalls nur wenige Mikro- oder Millisekunden benötigt. Die Kapazität des Speichers spielt bei der Behandlung photogrammetrischer Probleme insofern eine wichtige Rolle, als bei solchen Aufgaben meist viele Eingabewerte (Modellkoordinaten usw.) und Resultate (Landeskoordinaten usw.) gespeichert werden müssen.

Das Leitwerk regelt — gemäß dem gespeicherten Rechenprogramm — den automatischen Ablauf der Rechnung; es entspricht somit funktionsmäßig dem Operateur einer Bürorechenmaschine.

Das Kommandopult ermöglicht die direkte Beeinflussung der Rechnung durch den Operateur, wie dies bei Start oder Unterbruch der Rechnung, bei der Eingabe von Daten usw. notwendig werden kann.

Der Ein- und Ausgang dient der Eingabe von Daten (Programm, Parameter, Anfangswerte usw.) und der Herausgabe von Resultaten; dazu werden Lochkarten oder -streifen, Magnetbänder usw. verwendet. Der Ausgang in Klarschrift erfolgt über einen Zeilendrucker oder eine elektrische Schreibmaschine. Während in älteren Rechenautomaten diese Phasen oft verzögernd auf den Ablauf der Berechnung wirken, sind sie bei neueren Typen der enormen Rechengeschwindigkeit weitgehend angepaßt. Dies spielt gerade bei photogrammetrischen Berechnungen, bei welchen sehr viele Zahlenwerte eingegeben und herausgedruckt werden müssen, eine ganz wesentliche Rolle.

Neben äußerst leistungsfähigen und schnellen Großanlagen stehen heute auch kleinere, bedeutend billigere Rechenautomaten zur Verfügung, deren Kapazität für die Behandlung vieler photogrammetrischer Probleme vollkommen ausreicht. Trotzdem lohnt sich die Anschaffung einer solchen Anlage nur dann, wenn dauernd ein genügendes Arbeitsvolumen vorhanden ist; für durchschnittliche photogrammetrische Organisationen ist dies meist nicht der Fall, selbst wenn sämtliche anfallenden Rechenarbeiten, wie geodätische und photogrammetrische Berechnungen, Flächen- und Massenrechnungen usw. mit ihr durchgeführt werden. Demgegenüber sei auf die Tatsache hingewiesen, daß es wohl bald kein Land mehr gibt, in welchem nicht mindestens ein gut ausgerüstetes Rechenzentrum vorhanden ist, welches sowohl die Programmierung als auch die Durchführung der Berechnungen als Kundendienst übernehmen

kann. Das Fehlen eines eigenen digitalen Rechenautomaten sollte deshalb keinen Photogrammeter davon abhalten, sich dieses modernen Hilfsmittels zu bedienen.

1.3. Die Programmierung für digitale Rechenautomaten

Elektronische Rechenautomaten verfügen zwar über ein ausgezeichnetes „Gedächtnis“ und über eine sehr hohe Rechengeschwindigkeit, doch können sie nur solche Operationen ausführen, welche ihnen von einem detaillierten Rechenprogramm vorgeschrieben werden. Das Programm regelt den automatischen Ablauf der Rechnung und muß deshalb neben den Befehlen für die arithmetischen Operationen auch sämtliche organisatorischen Anweisungen enthalten. Es entspricht somit einer sehr konsequent in einzelne Schritte zerlegten Rechenvorschrift, welche natürlich voraussetzt, daß das wissenschaftlich-technische Problem mathematisch formuliert und in expliziten Formeln ausgedrückt werden kann. Hinsichtlich der Methoden der Programmierung sei auf die einschlägige Fachliteratur (z. B. *Thuring* [58], *Guentsch* [28]) verwiesen.

Programme, welche für einen bestimmten Rechenautomaten aufgestellt und in dessen „Befehlssprache“ verschlüsselt wurden, sind nicht ohne weiteres in anderen Typen verwendbar. Die Entwicklung tendiert jedoch gegen eine universelle, „algorithmische“ Formelsprache, welche von den verschiedenen Typen digitaler Rechenautomaten mit Hilfe eines geeigneten Übersetzungsprogramms „verstanden“ werden kann. Es werden dem Automaten nur die notwendigen Einzelheiten des Problems mitgeteilt, worauf dieser die eigentliche Detailprogrammierung selbsttätig durchführt. Damit wird nicht nur der Zeitaufwand für die Ausarbeitung des Programms erheblich herabgesetzt, sondern es kann dann ein und dasselbe Programm in verschiedenen Rechenautomaten verwendet werden. Eine solche, als „ALGOL“ bezeichnete Formelsprache wird beispielsweise von *Rutishauser* in [48] beschrieben.

1.4. Die elektronische Rechenmaschine der ETH (ERMETH)

Die ERMETH ist ein Einzelmodell, welches am Institut für Angewandte Mathematik der ETH entwickelt und in Zusammenarbeit mit schweizerischen Firmen gebaut wurde; ihre mathematischen Grundlagen wurden von *Stock* in [56] beschrieben. Es handelt sich um eine für heutige Begriffe bereits „langsame“, dezimale Serie-Maschine mit einer relativ großen Speicherkapazität von 10 000 „Wörtern“ zu 14 Dezimalen (plus Vorzeichen usw.). Normalerweise wird mit beweglichem Komma gerechnet, doch ist die ERMETH auch für

das Rechnen mit festem Komma eingerichtet. Der Katalog der Befehle (siehe Anhang I) umfaßt 46 arithmetische und logistisch-organisatorische Befehle. Die mäßige Rechengeschwindigkeit von rund 60 Befehlen pro Sekunde wird noch beeinträchtigt durch den relativ langsamen Ein- und Ausgang über Lochkarten und -streifen, bzw. Schreibmaschine.

Die mit den nachfolgend beschriebenen Programmen durchgeführten Berechnungen zeigen, daß sich Rechenautomaten von der Leistungsfähigkeit der ERMETH sehr gut für die Behandlung photogrammetrischer Probleme eignen, daß jedoch ein schnellerer Ein- und Ausgang mit Lochkarten und Zeilendrucker vorteilhaft wäre. Die verwendeten Programme könnten ohne besondere Schwierigkeiten auch für kleinere Anlagen umgearbeitet werden.

1.5. Die Remington-Rand-Lochkarten

Dank ihrer besonderen Einteilung eignen sich die für die ERMETH verwendeten Remington-Lochkarten vorzüglich zur Bearbeitung photogrammetrischer Aufgaben. Die 5 Felder, welche je in der oberen und unteren Hälfte eine 7-stellige Zahl aufnehmen (zusammen also ein 14-stelliges Wort), gestatten

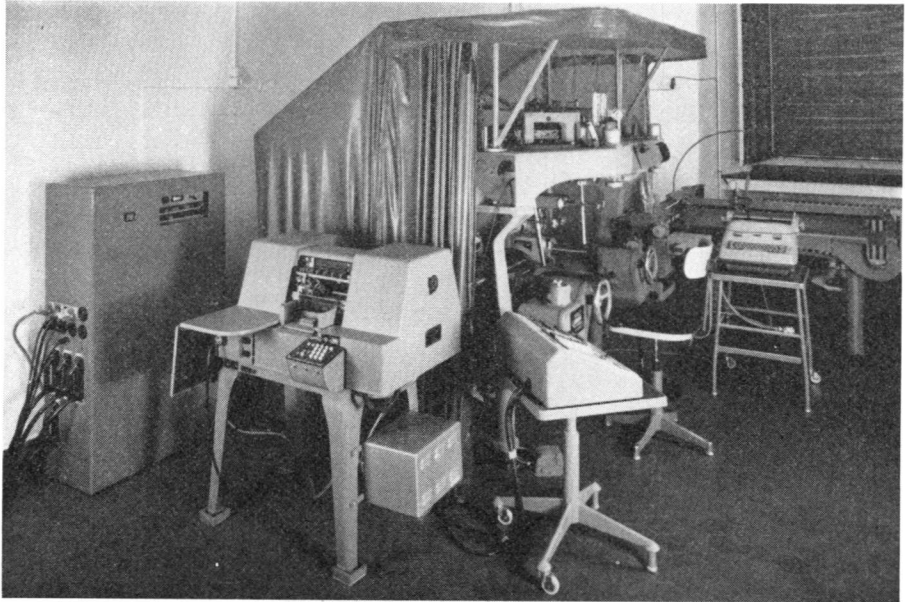


Abb. 1. Präzisions-Autograph Wild A 7 mit Koordinaten-Registriergerät EK 3 und synchronisiertem Remington-Kartenlocher (Typ 207-1).

die Registrierung sämtlicher Daten eines Punktes (z. B. Streifen- und Modellnummer, Punktart und -nummer, Maschinenkoordinaten x, y, h) in einer Hälfte der Lochkarte. Es ist somit möglich, zwei Beobachtungen ein und desselben Punktes in eine einzige Karte zu lochen. Da jedem Lochkartenfeld gerade eine Speicherzelle des Rechenautomaten entspricht, werden zusammengehörige Werte in je einer Zelle gespeichert; dadurch wird nicht nur der Bedarf an Speicherzellen bedeutend reduziert, sondern auch die Verarbeitung der Eingabedaten wesentlich erleichtert.

Abb. 1 zeigt die zur vollautomatischen Registrierung der Maschinenkoordinaten benützte Ausrüstung. Eine Lochkarte mit zweifacher Registrierung der Daten eines Punktes ist in Abb. 2 dargestellt.

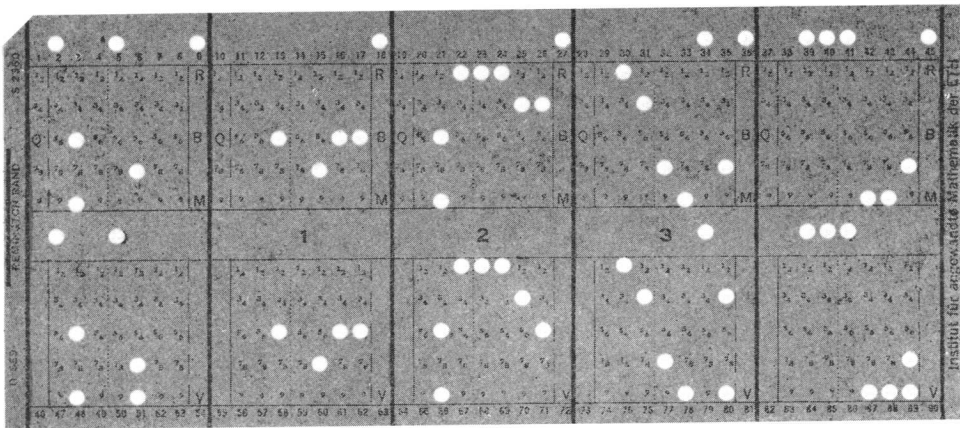


Abb. 2. Remington-Lochkarte mit zweifacher Original-Registrierung der Daten eines Punktes ($\frac{2}{3}$ der natürlichen Größe).

2. Kapitel. Grundsätzliches zur räumlichen Aerotriangulation

2.1. Die Aufgabe der räumlichen Aerotriangulation

Die Aufgabe der Lufttriangulation besteht in der photogrammetrischen Bestimmung von Paßpunkten, welche sonst durch „klassische“, terrestrische Vermessungsmethoden festgelegt werden müßten.

Dabei sind die Landeskoordinaten und Höhen der Punkte mit einer für die nachfolgende absolute Orientierung und kartographische Auswertung der

Bildpaare in einem Kartiergerät 2. oder 3. Ordnung genügenden Genauigkeit zu ermitteln.

Je nach der Anzahl und Verteilung der für die Aerotriangulation gegebenen Paßpunkte könnte man das Verfahren als eine „Überbrückung festpunktloser Räume“ oder als „Paßpunkt-Verdichtung“ bezeichnen. Daß die Aufgabe mit möglichst geringem Zeit-, Arbeits- und Kostenaufwand gelöst werden muß, um gegenüber der terrestrischen Paßpunktbestimmung entscheidende Vorteile zu bieten, dürfte selbstverständlich sein.

2.2. Die Aufgabe der Paßpunkte in der Photogrammetrie

Die Paßpunkte stellen die notwendige Verbindung zwischen dem Landeskoordinaten-System und den Luftbildern des Geländes her. Sie ermöglichen die absolute Orientierung, d. h. die Maßstabsbestimmung und Horizontierung des durch die gegenseitige Orientierung erhaltenen Stereomodells und legen dessen Lage im Koordinatensystem der Karte fest. Theoretisch müßten hierzu in jedem Modell zwei Lagepunkte und drei — nicht auf einer Geraden liegende — Höhepunkte gegeben sein. Zweckmäßigerweise wird man jedoch jeden Paßpunkt nach Lage *und* Höhe bestimmen und zudem etwa 5—6 Punkte pro Modell vorsehen. Diese Überbestimmung gestattet eine genauere Einpassung der Bildpaare, indem sie die Beseitigung allfälliger Modelldeformationen ermöglicht und zudem vor groben Koordinaten-, Höhen- oder Identifikationsfehlern in den Paßpunkten schützt.

Vom Standpunkt der photogrammetrischen Auswertung aus betrachtet, sollte zwischen geodätisch vermessenen und durch Lufttriangulation bestimmten Paßpunkten kein wesentlicher Unterschied bestehen. Damit die photogrammetrisch bestimmten Punkte zudem auch anderen Zwecken dienen können (in bisher unvermessenen Gebieten ergeben sie beispielsweise die Grundlagen für die Ergänzung und Verifikation der Karte sowie für lokale Vermessungsarbeiten allgemeiner Art), müssen sie nicht nur in den Luftbildern, sondern auch im Gelände einwandfrei identifizierbar sein. Für solche Zwecke sind infolgedessen künstliche, in den Negativen gestochene Punkte unbrauchbar.

2.3. Die Genauigkeit photogrammetrischer Paßpunkte

Für „reguläre“ Kartierungen muß die photogrammetrische Auswertung bestimmten Genauigkeitsansprüchen genügen. Dies bedingt eine entsprechend genaue Einpassung der Modelle, wobei die hierzu erforderlichen Paßpunkte als „praktisch fehlerfrei“ aufzufassen sind. Unter Berücksichtigung des Karten-

maßstabes, der Äquidistanz und der mittleren Beobachtungsfehler im Kartiergerät lassen sich infolgedessen für die zulässigen Fehler der Paßpunkte gewisse Regeln aufstellen.

Die zu fordernde *Lagegenauigkeit* der Paßpunkte hängt offensichtlich vom Maßstab der Karte ab; sie muß innerhalb der Unsicherheit liegen, mit welcher die Punkte überhaupt aufgetragen werden können. Der zulässige mittlere Lagefehler der Paßpunkte kann somit auf beispielsweise $\pm 0,1$ mm im Kartenmaßstab festgesetzt werden.

Bezüglich der *Höhengenauigkeit* sind die Verhältnisse weniger einfach. Um die verlangte Auswertegenauigkeit zu sichern, dürfte man mittlere Höhenfehler der Paßpunkte von etwa $1/10$ der Äquidistanz tolerieren. Diese absoluten Fehler können jedoch bei größeren Schichtlinien-Intervallen Werte annehmen, welche die mittleren Beobachtungsfehler im Modell beträchtlich überschreiten. Solche Fehler würden vom Beobachter wahrgenommen und wahrscheinlich als „Modelldeformationen“ interpretiert; dies aber würde zu Schwierigkeiten bei der Orientierung des Modells führen. Unabhängig von den zulässigen absoluten Fehlern sollten deshalb die Differenzen zwischen den Höhenfehlern in den Paßpunkten eines Modells, wir wollen sie hier als „relative“ Fehler bezeichnen, den $\sqrt{2}$ -fachen Wert des mittleren Höhen-Beobachtungsfehlers μ_H nicht überschreiten. Wir erhalten somit zwei Bedingungen, wovon immer die strengere maßgebend ist.

Die zufälligen, mittleren Beobachtungsfehler μ_L und μ_H sind in erster Linie von der Flughöhe H über Grund und vom Kartiergerät abhängig; sie können somit für jedes Instrument in ‰ von H angegeben werden. Für Weitwinkelaufnahmen darf man $\mu_L = \mu_H = \mu$ setzen. Für die zulässigen, mittleren Fehler der Paßpunkte lassen sich somit folgende Toleranzen angeben:

$$\begin{aligned} \text{Absolute Fehler: } M_L &= \pm 0,1 \text{ mm} \times \text{Maßstabfaktor der Karte.} \\ M_H &= \pm 1/10 \text{ der Äquidistanz der Schichtlinien.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Relative Fehler: } m_L &= \pm 0,1 \text{ mm} \times \text{Maßstabfaktor der Karte.} \\ m_H &= \pm \mu \times \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Die nachfolgenden praktischen Beispiele ergeben ein klares Bild von der Größenordnung der tolerierbaren Fehler photogrammetrischer Paßpunkte:

a) *Plan 1:1000* — Äquidistant 1 m.

Wild Plattenkammer RC 7, Aviogon $f=100$ mm, $H=1200$ m über Grund.
Bildmaßstab ca. 1:12000.

Autograph *Wild* A 7, Modellmaßstab 1:3000; $\mu = \pm 0,13$ ‰ von H .

$M_L = m_L = \pm 0,1$ m ——— $M_H = \pm 0,1$ m; ($m_H = \pm 0,2$ m).

b) *Plan 1:5000* — Äquidistanz 2,5 m.

Filmkammer *Wild* RC 7, Aviogon $f=100$ mm, $H=2000$ m über Grund.
Bildmaßstab ca. 1:20 000.

Autograph *Wild* A 8, Modellmaßstab 1:7500; $\mu = \pm 0,15\text{‰}$ von H .

$M_L = m_L = \pm 0,5$ m ——— $M_H = \pm 0,25$ m; ($m_H = \pm 0,4$ m).

c) *Plan 1:10 000* — Äquidistanz 5 m.

Filmkammer *Wild* RC 8, Aviogon $f=115$ mm, $H=3450$ m über Grund.
Bildmaßstab ca. 1:30 000.

Autograph *Wild* A 8, Modellmaßstab 1:12 500; $\mu = \pm 0,15\text{‰}$ von H .

$M_L = m_L = \pm 1,0$ m ——— $M_H = \pm 0,5$ m; ($m_H = \pm 0,7$ m).

d) *Karte 1:25 000* — Äquidistanz 20 m.

Filmkammer *Wild* RC 8, Aviogon $f=115$ mm, $H=4600$ m über Grund.
Bildmaßstab ca. 1:40 000.

Autograph *Wild* A 8, Modellmaßstab 1:15 000; $\mu = \pm 0,15\text{‰}$ von H .

$M_L = m_L = \pm 2,5$ m ——— ($M_H = \pm 2,0$ m); $m_H = \pm 1,0$ m.

e) *Karte 1:50 000* — Äquidistanz 25 m.

Filmkammer *Wild* RC 8, Aviogon $f=152$ mm, $H=7200$ m über Grund.
Bildmaßstab ca. 1:47 400.

Kartiergerät *Wild* B 8 Aviograph, Modellmaßstab 1:25 000; $\mu = \pm 0,20\text{‰}$ von H .

$M_L = m_L = \pm 5,0$ m ——— ($M_H = \pm 2,5$ m); $m_H = \pm 2,0$ m.

f) *Karte 1:100 000* — Äquidistanz 50 m.

Filmkammer *Wild* RC 9, Super-Aviogon $f=88$ mm, $H=6150$ m über Grund.
Bildmaßstab ca. 1:70 000.

Kartiergerät *Wild* B 9 Aviograph, Modellmaßstab 1:50 000; $\mu = \pm 0,25\text{‰}$ von H .

$M_L = m_L = \pm 10,0$ m ——— ($M_H = \pm 5,0$ m); $m_H = \pm 2,0$ m.

Diese Beispiele geben Anlaß zu einigen grundsätzlichen Feststellungen:

1. Die Lagefehler der Paßpunkte sind im allgemeinen weniger kritisch als die Höhenfehler. Dies hängt mit den üblichen Verhältnissen von Kartenmaßstab zu Äquidistanz zusammen.
2. Bei den Planmaßstäben bis 1:10 000 ist die absolute Höhengenaugkeit der Paßpunkte entscheidend; die Flughöhe über Grund ist im Verhältnis zum Kartenmaßstab relativ groß.
3. Bei kleineren Kartenmaßstäben und größeren Äquidistanzen treten infolge des verhältnismäßig großen Bildmaßstabes die „relativen“ Höhenfehler in den Vordergrund. Die absoluten Höhenfehler sowie die Lagefehler sind weniger kritisch.

4. Für große Planmaßstäbe, etwa bis 1:5000, ist die zu fordernde absolute Genauigkeit der Paßpunkte so hoch, daß sie durch Folgebildanschluß (ein Aeronivellement kommt infolge der Ungenauigkeit der Hilfsdaten ohnehin nicht in Frage) kaum zu erreichen ist. Durch geeignete Wahl der Flughöhe der Hochbefliegung bei der in 2.4 beschriebenen Methode der „Hoch/Tiefbefliegung“ lassen sich dagegen solche Genauigkeiten erzielen.

Die angegebenen Toleranzen für die Lage- und Höhenfehler der Paßpunkte gelten sowohl für geodätisch vermessene als auch für photogrammetrisch bestimmte Punkte. Damit die Restfehler der Aerotriangulation nach der Ausgleichung innerhalb dieser Grenzen gehalten werden können, müssen jedoch die Paßpunkte, welche der Lufttriangulation zu Grunde liegen, wesentlich genauer sein; ihre mittleren Fehler sollten $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ der erwähnten Werte nicht überschreiten.

2.4. Der Anwendungsbereich der räumlichen Aerotriangulation

Die photogrammetrische Paßpunktbestimmung durch räumliche Aerotriangulation eignet sich offensichtlich in besonderem Maße für Kartierungsprojekte in mittleren bis kleinen Maßstäben, welche sich über relativ große Gebiete erstrecken. Das Verhältnis von Aufwand und Nutzeffekt erreicht dann ein Optimum, wenn es sich um unerschlossene, für die terrestrische Vermessung ungeeignete Gebiete mit geringer Festpunktdichte handelt. In der Regel wird es sich um Blocktriangulationen handeln, doch kommen ausnahmsweise (für Routenaufnahmen usw.) auch einzelne Luftbildstreifen in Frage.

Für großmaßstäbliche Kartierungen, etwa von 1:500 bis 1:5000, welche sich meist über kleinere Flächen ausdehnen, erfolgt die photogrammetrische Paßpunktverdichtung im allgemeinen genauer, schneller und billiger nach dem Verfahren der „Hoch/Tiefbefliegung“. Aus unabhängigen, mit Hilfe terrestrisch vermessener Paßpunkte absolut orientierten Modellen einer speziellen Hochbefliegung werden die Paßpunkte für die zur Kartierung vorgesehene Tiefbefliegung herausgegeben, in Landeskoordinaten transformiert und eventuell ausgeglichen, wie dies im 8. Kapitel beschrieben wird. Die hauptsächlichen Vorteile dieser Methode sind darin zu finden, daß die geodätisch zu bestimmenden Punkte eine bessere und gleichmäßigere Verteilung aufweisen und daß die Genauigkeit der photogrammetrisch bestimmten Paßpunkte nicht nur höher, sondern vor allem auch regelmäßiger ist als bei einer Streifen- oder Blocktriangulation.

Die Aerotriangulation im eigentlichen Sinne kommt bei großen Maßstäben vorwiegend dann in Frage, wenn es sich um einzelne, relativ schmale Streifen handelt, wie sie beispielsweise bei Kartierungen für Straßenprojekte usw. vorkommen.

2.5. Geodätische Grundlagen der Aerotriangulation

Infolge der mit geodätischen Vermessungen verbundenen, erheblichen Kosten wird man im allgemeinen versuchen, die Aerotriangulation mit einem Minimum an gegebenen Paßpunkten durchzuführen, d.h. möglichst ausgedehnte festpunktlose Räume zu überbrücken. Die Distanzen zwischen den gegebenen Paßpunktgruppen werden jedoch oft nicht nur von der angestrebten Genauigkeit der zu bestimmenden Neupunkte, sondern ebensowohl von der Dichte des geodätischen Festpunktnetzes bestimmt. Wie wir bereits bemerkten, müssen die der Aerotriangulation zu Grunde liegenden Paßpunkte eine verhältnismäßig hohe Genauigkeit aufweisen; so sollten beispielsweise die mittleren Fehler der Paßpunkte für eine Lufttriangulation zum Zwecke einer Kartierung im Maßstab 1 : 100 000 die Werte von ± 3 m in der Lage und ± 1 m in der Höhe nicht überschreiten. Damit aber werden Methoden wie astronomische Ortsbestimmung, Aneroid-Höhenmessung usw. zum vornherein ausgeschlossen und *es muß ein durch Triangulation oder Trilateration bestimmtes, geodätisches Festpunktnetz vorausgesetzt werden*. Wo noch keine Triangulation 1. Ordnung vorhanden ist, muß sie eben vorgängig geschaffen werden; sie wird übrigens nicht nur als Grundlage für die Kartierung, sondern ebensowohl für die mit der technischen Entwicklung des Gebietes zusammenhängenden, allgemeinen Vermessungsarbeiten dienen.

Da die Seitenlängen eines Triangulations- oder Trilaterationsnetzes 30 bis 50 km nicht übersteigen, sind damit die durch die Aerotriangulation zu überbrückenden Distanzen weitgehend festgelegt. Die Festpunkte werden normalerweise von geodätischen Gesichtspunkten, wie günstige Form der Dreiecke, Sichtverbindung usw., ausgewählt und sind meist nicht direkt als Paßpunkte verwendbar; dagegen lassen sich von ihnen ausgehend auf relativ einfache Weise (z. B. Polarkoordinaten-Methode, unter Benützung von astronomischer Azimutbestimmung und elektronischer Distanzmessung) Gruppen von geeigneten Paßpunkten bestimmen.

Für Kartierungen in sehr kleinen Maßstäben, etwa 1 : 250 000 und kleiner, besonders aber für möglichst billige Erkundungskarten ohne große Genauigkeitsansprüche, kann man sich unter Umständen auch ohne geodätisch festgelegte Paßpunkte behelfen. Als Beispiel sei die von *Karara* in [36] vorgeschlagene Methode der räumlichen Aerotriangulation mit gemessenen Querstrecken erwähnt. Für die Ausgleichung der Lage stützt sich dieses Verfahren auf — nicht koordinatenmäßig festgelegte — Querstrecken, deren Längen mit elektronischen Distanzmeßgeräten (Tellurometer, Geodimeter usw.) gemessen und deren Azimute durch astronomische Beobachtungen bestimmt werden. Für die Ausgleichung der Höhen werden barometrisch ermittelte Kontrollhöhen verwendet, deren Genauigkeit allerdings im allgemeinen eher zweifel-

haft sein dürfte. Eine besondere Anwendung dieser Methode wurde von *Brandenberger* in [19] beschrieben. Ob eine solche Kompromißlösung wirtschaftlich ist oder nicht, hängt von den näheren Umständen ab; in solchen Fällen könnte man nämlich noch einfachere Methoden, wie "Slotted Templates" in Verbindung mit A.P.R. (Airborne Profile Recorder), eventuell zusammen mit Shoran-, Hiran- oder Deccanavigation einsetzen.

An dieser Stelle sei noch das in Schweden entwickelte und angewandte Verfahren der Modelltriangulation nach *Ekelund* erwähnt, welches sich in Verbindung mit der von *Thorsell* in [57] beschriebenen Methode der Ausgleichung für bestimmte Aufgaben gut eignen dürfte. Es setzt prinzipiell die terrestrische Bestimmung von Höhenpunkten in allen Modellen voraus.

2.6. Instrumentelle Methoden der räumlichen Aerotriangulation

Die instrumentelle Arbeit am Autographen besteht bei der räumlichen Lufttriangulation aus dem Orientieren und Aneinanderreihen der Modelle von Luftbildstreifen und aus der Beobachtung der Paß- und Neupunkte, wobei als Resultat die Maschinenkoordinaten x , y und h der Punkte registriert werden. Die Fehlertheorien der verschiedenen Verfahren sowie deren praktische Durchführung seien hier als bekannt vorausgesetzt; sie wurden in der Fachliteratur sehr eingehend beschrieben.

Entsprechend der Art der Fehlerfortpflanzungsgesetze unterscheidet man — in Anlehnung an die Geodäsie — zwei Hauptkategorien der räumlichen Aerotriangulation:

a) *Das Aeropolygon*, welches dem einfachen Folgebildanschluß ohne Verwendung von Hilfsdaten entspricht und nicht mit der von *Bachmann* in [3] als „Aéropolygonation“ bezeichneten Methode der „Hoch/Tiefbefliegung“ verwechselt werden darf. Seine Fehlertheorie wurde u. a. von *Bachmann* [2], *Zeller* [69], *Brandenberger* [17] und *Zarzycki* [66] behandelt. Infolge der ungünstigen Fehlerfortpflanzung eignet sich dieses Verfahren eher für relativ kurze Streifen, bis zu ca. 10 Modellen und für große Bildmaßstäbe.

b) *Das Aeronivellement* umfaßt jene Gruppe von Verfahren, welche sich bei der gegenseitigen und absoluten Orientierung der Modelle teilweise auf — während des Bildfluges durch besondere Hilfsgeräte ermittelte — Hilfsdaten stützen. Als Beispiele seien erwähnt der Folgebildanschluß mit Statoskopdaten (*Zeller* [68], [70]), Sonnenperiskopdaten (*Santoni* [49]), Gyroskopdaten (*Bartorelli* [5]) oder Kombinationen davon. Ferner gehören in diese Gruppe die Methode der unabhängigen Bildpaare (*Helmy* [34]), das Verfahren mit A.P.R. und Schrägaufnahmen in der Streifenachse (*Blachut* [8], [9], [10]) und als Spezialfall (es werden keine Hilfsdaten verwendet) die Methode mit $bz=0$.

Brandenberger gibt in [20] einen Überblick auf den gegenwärtigen Stand der Methoden des Aeronivellements.

Infolge der oft recht beträchtlichen Fehler der Hilfsdaten ist das Aeronivellement für großmaßstäbliche Aerotriangulationen nicht zu empfehlen; dagegen eignet es sich dank seiner günstigen Fehlerfortpflanzung gut für lange Streifen und kleinere Bildmaßstäbe.

Bei allen Methoden der räumlichen Aerotriangulation sind einwandfreie Luftaufnahmen, präzise und gut justierte Autographen, zuverlässige Operateure und zweckmäßige Orientierungsverfahren unbedingt vorauszusetzen. Für letztere kommen sowohl numerische als auch optisch-mechanische Methoden in Betracht; hier sei beispielsweise auf *Bachmann* [1], *Zeller* [69], *Brandenberger* [14], *Kaspar* [38], [39] und *Braum* [21] verwiesen. Wichtig ist, daß immer dasselbe Orientierungsverfahren angewendet wird; falls Schichtarbeit nicht vermieden werden kann, sollten die beteiligten Operateure möglichst gleichwertig sein, da sonst mit dem Auftreten von Sprüngen in den Streifen gerechnet werden muß.

Abschließend sei festgehalten, daß der Zweck der instrumentellen Arbeit am Autographen in der Ermittlung der Modellkoordinaten und -höhen der Paß- und Neupunkte im System des ersten Bildpaares des Streifens besteht. Als Nebenprodukt werden zugleich auch angenäherte Elemente der äußeren Orientierung der einzelnen Modelle erhalten.

3. Kapitel. Die Ausgleichung räumlicher Aerotriangulationen

Die durch die instrumentelle Aerotriangulation ermittelten Modellkoordinaten und Höhen der Paß- und Neupunkte sind mit Fehlern behaftet, welche sich in den Bildstreifen fortpflanzen. Die Transformation in Landeskoordinaten und Meereshöhen ergibt infolgedessen nicht unmittelbar wahre, bzw. genügend genaue Werte. Diese müssen vielmehr durch eine Ausgleichung so verbessert werden, daß die unvermeidlichen Restfehler innerhalb der in 2.3 erwähnten Toleranzen bleiben. *Die Ausgleichung wird selbstverständlich um so erfolgreicher sein, je sorgfältiger die instrumentellen Beobachtungen durchgeführt wurden;* man könnte direkt von einer „aptitude à la compensation“ der triangulierten Streifen sprechen.

3.1. Die in der Aerotriangulation auftretenden Fehler

Die Methode der Ausgleichung hängt weitgehend von der Natur und Wirkung sowie von der Art der Fortpflanzung der die Beobachtungen verfälschen-

den Fehler ab. Infolge der Vielfältigkeit der Fehlerquellen bei der Lufttriangulation ist mit dem Auftreten von sehr verschiedenen Fehlerarten zu rechnen. *Hallert* gibt in Appendix B von [30] einen Überblick auf die in der Photogrammetrie hauptsächlich vorkommenden Fehler.

Der Gesamtfehler in einem Punkt des Streifens ist immer zusammengesetzt aus Anteilen zufälliger und solchen systematischer Natur. Dabei pflegt man zusätzlich zwischen zufälligen und pseudo-zufälligen, bzw. zwischen systematischen und quasi-systematischen Fehlern zu unterscheiden (z. B. *Karara* [36], [37], *Wiser* [64], [65], *Foerstner* [24]). In der Praxis lassen sich leider diese verschiedenen Fehleranteile nur unvollständig voneinander trennen.

Bei den *Fehlern mit zufälligem Verlauf* sind die zufälligen Beobachtungsfehler, welche bei einer genügend großen Zahl von Beobachtungen der Gaußschen Normalverteilung folgen, ausschlaggebend. Sie sind unvermeidlich und nicht reproduzierbar. Die „pseudo-zufälligen“ Fehler dagegen sind kaum von großer Bedeutung.

Die *Fehler mit systematischem Verlauf* sind vorwiegend auf die eigentlichen systematischen Fehler zurückzuführen. Diese wirken sich gesetzmäßig aus und verfälschen jedes Modell in gleicher Weise; sie sind reproduzierbar und lassen sich teilweise eliminieren. Der Einfluß der einzelnen systematischen Fehleranteile kann berechnet oder empirisch bestimmt werden; in diesem Zusammenhang sei beispielsweise auf die Arbeiten von *Zeller* [69], *Brandenberger* [13], [15], [16] und *Braum* [21] verwiesen. Falls ihre Fortpflanzungsgesetze im Streifen bekannt sind, läßt sich ihr Einfluß bei der Ausgleichung rechnerisch oder graphisch berücksichtigen.

Es treten aber auch Fehler auf, welche zwar zufälliger Natur sind, in ihrer Wirkung jedoch systematische Fehler vortäuschen. Zudem können sich zufällige Fehler nach dem Gesetz der doppelten Summenreihen ähnlich wie systematische Fehler fortpflanzen. Diese „quasi-systematischen“ Fehler sind nur innerhalb gewisser Grenzen reproduzierbar. Da sie den eigentlichen systematischen Fehlern überlagert und von diesen nicht einwandfrei zu trennen sind, muß immer mit einer gewissen Streuung der Fehler mit systematischem Verlauf gerechnet werden; dieser Tatsache ist bei der Ausgleichung gebührend Rechnung zu tragen.

Die Frage, ob bei der Aerotriangulation die Fehler mit zufälligem oder jene mit systematischem Verlauf vorwiegen, ist noch sehr umstritten. Theoretische Überlegungen und praktische Versuche zeigen jedoch, daß bei kurzen Bildstreifen eher die zufälligen Fehler überwiegen, während in längeren Streifen eindeutig die Fehler mit systematischem Verlauf dominieren. In diesem Zusammenhang sei auf die Arbeiten von *Schermerhorn* [50], *Gotthardt* [25], *Brandenberger* [18], *van der Weele* [63], *Wiser* [64], [65], *Karara* [37] und *Foerstner* [24] verwiesen.

3.2. Grundsätzliche Überlegungen zur Ausgleichung

Eine optimale Verbesserung der Resultate der Aerotriangulation wäre offensichtlich dadurch zu erreichen, daß zuerst durch ein geeignetes Verfahren die Fehler mit systematischem Verlauf eliminiert und hierauf die zufälligen Restfehler nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen werden. Meist beschränkt man sich jedoch bei Einzelstreifen auf *eine*, der bevorzugten Hypothese angepaßte Ausgleichungsmethode. Die bisher veröffentlichten Resultate räumlicher Aerotriangulationen führen zur Feststellung, daß die „strenge“ Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate nicht bessere Ergebnisse zeitigt, als die einfacheren „Interpolations“-Verfahren, welche sich auf das Fortpflanzungsgesetz der systematischen Fehler stützen. Dies ist insofern kein Zufall, als üblicherweise bei beiden Methoden Potenzreihen, von welchen nur die ersten Glieder verwendet werden, zur Anwendung gelangen. *Bei ungefähr gleicher Wirkung wäre — nach Ansicht des Verfassers — dem einfacheren, mit geringerem Arbeitsaufwand verbundenen Verfahren der Vorzug zu geben, selbst wenn dieses auf einer weniger strengen Theorie beruhen sollte.*

Bei Blocktriangulationen lassen sich die beiden Verfahren verbinden, indem zuerst die Fehler mit systematischem Verlauf in den einzelnen Streifen eliminiert und hierauf die zufälligen Restfehler durch eine Blockausgleichung verbessert werden. Von dieser Möglichkeit macht beispielsweise das hier behandelte Ausgleichungsverfahren Gebrauch.

3.3. Die Ausgleichung einzelner Bildstreifen

Seit von Gruber [26], [27] befaßten sich zahlreiche Photogrammeter mit dem Problem der Streifenausgleichung, wobei z. T. sehr unterschiedliche, fehlertheoretisch begründete Verfahren vorgeschlagen wurden.

Ausgehend von den als zufällig angenommenen Fehlern der Orientierungselemente der Bildpaare entwickelten Roelofs [44], [45], [46], Bachmann [1], [2], Bjerhammar [7], Moreau [40], [41], van der Weele [61] und Verdin [59] Ausgleichungsverfahren nach der Methode der kleinsten Quadrate. Zeller [68], [69], [70], von Speyr [55], Pastorelli [43], Brandenberger [17], Zarzycki [67], Karara [36] und Helmy [34] schlugen Methoden vor, welche sich auf die Fortpflanzungsgesetze der systematischen Fehler stützen und die direkte Verbesserung der Koordinaten und Höhen der beobachteten Punkte bezwecken. Auch Schermerhorn [51], [52], [53] befaßte sich eingehend mit diesen Problemen. Mit Ausnahme des Verfahrens von Zarzycki handelt es sich um numerische Methoden, welche mit einer großen Rechenarbeit verbunden sind; leider eignen sich die meisten nicht besonders gut für den Einsatz elektronischer Rechenautomaten. Brucklacher [22] veröffentlichte Formeln, welche für die

Z 11 programmiert wurden, während *Webb/Perry* in [60] eine für die IBM 650 programmierte Methode der Streifenausgleichung beschrieben; *Novicki* erläutert in [42] ein für die UNIVAC bearbeitetes Programm.

3.4. Die Methoden der Blockausgleichung

In der Mehrzahl der Fälle wird durch die räumliche Lufttriangulation ein ganzer Block von parallelen, sich seitlich überdeckenden Bildstreifen erfaßt, wobei sich allerdings die instrumentelle Arbeit immer auf die einzelnen Streifen bezieht. Die in den Gemeinsamkeitsgebieten benachbarter Streifen liegenden Punkte können somit zweifach bestimmt werden. Infolge der in den Streifen auftretenden und sich dort fortpflanzenden Fehler sind die ermittelten Koordinaten und Höhen solcher Punkte nicht identisch. Die Blockausgleichung bezweckt nun einerseits die Beseitigung der dadurch entstehenden Klaffen zwischen den Streifen, bzw. die Ermittlung eindeutiger Koordinatenwerte, andererseits aber auch eine Steigerung der Genauigkeit. Die verschiedenen Methoden der Blockausgleichung unterscheiden sich hauptsächlich dadurch, daß entweder zuerst die einzelnen Streifen verbessert und nur die übrigbleibenden Restfehler ausgeglichen werden (z. B. *Brandenberger* [17], *Zeller* [71], [72]), oder aber daß die einzelnen Modelle, bzw. aus zwei oder mehr Modellen bestehende kleine Blöcke als starre Grundelemente aufgefaßt werden, wobei die Ausgleichung des Blocks in einem Guß erfolgt. Auf rechnerischem Wege erfordert diese zweite Methode einen ganz erheblichen Rechenaufwand, insbesondere falls die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt werden soll. Man bedient sich in diesem Falle mit Vorteil mechanischer Analogien. Als Beispiele solcher Blockausgleichungsverfahren seien erwähnt die Methoden von *van der Weele* [62], *Baetslé* [4], *Baussart* [6] und *Jerie* [36]; in [11] und [12] gibt *Bonneval* einen Überblick auf die verschiedenen Verfahren der Blockausgleichung.

3.5. Die Wirtschaftlichkeit der verschiedenen Verfahren

Das Endresultat jeder Streifen- oder Blockausgleichung, nämlich die Liste der Landeskoordinaten und -höhen der zu bestimmenden Punkte, kann offensichtlich auf sehr verschiedene Arten erhalten werden. Bei der Wahl des Verfahrens spielen in der Praxis nicht nur die erzielbaren Genauigkeiten, sondern auch rein wirtschaftliche Überlegungen, wie Arbeits- und Kostenaufwand, verfügbare Mittel usw., eine wichtige Rolle. Dabei ergeben sich merkliche Unterschiede zwischen den verschiedenen Ausgleichungsmethoden.

Die numerische, direkte Blockausgleichung führt infolge der vielen Be-

dingungsgleichungen zu sehr umfangreichen Rechenarbeiten, welche nur mit Hilfe von komplizierten Programmen auf sehr leistungsfähigen Rechenanlagen durchgeführt werden können; die Ausgleichung wird dadurch ziemlich kostspielig. Die entsprechenden mechanischen Analogieverfahren dagegen erfordern eine spezielle Ausrüstung, und zwar separat für die Ausgleichung der Lage und der Höhen; der manuelle Arbeitsaufwand ist beträchtlich und schließt Fehlermöglichkeiten in sich.

Die Ausgleichung gestaltet sich einfacher, wenn zuerst die einzelnen Streifen des Blockes ausgeglichen werden; dies kann wiederum auf verschiedene Arten geschehen. Erfolgt die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, so werden im allgemeinen zuerst die Elemente der äußeren Orientierung der Modelle des Streifens verbessert; dadurch wird die Berechnung ziemlich kompliziert. Zudem müssen die am Autographen abgelesenen Elemente von Hand in Lochkarten usw. gelocht werden; dies bedeutet vermehrte Arbeit und zusätzliche Fehlermöglichkeiten.

Am einfachsten läßt sich die Streifenausgleichung nach einem Interpolationsverfahren, welches unmittelbar die gesuchten Koordinaten und Höhen der beobachteten Punkte erfaßt, durchführen. Dies kann — ohne besondere Hilfsmittel — graphisch erfolgen; noch rationeller ist jedoch die numerische Ausgleichung, welche mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen mittlerer Kapazität und relativ einfachen Rechenprogrammen praktisch vollautomatisch durchgeführt werden kann. Bei minimalem Arbeitsaufwand liefert dieses Vorgehen Resultate, welche denjenigen einer „strengen“ Ausgleichung durchaus ebenbürtig sind.

Falls die zur Ausgleichung der Füllstreifen eines Blockes benötigten Paßpunkte aus „Hauptstreifen“ bestimmt werden, ist der Bedarf an terrestrisch zu vermessenden Punkten nicht wesentlich größer als bei der direkten Blockausgleichung. Die durch die Triangulierung und Ausgleichung der Hauptstreifen verursachten Mehrkosten werden, wenn auch nur teilweise, durch die einfachere Blockausgleichung kompensiert.

Unter Berücksichtigung der Vor- und Nachteile der verschiedenen Methoden der Blockausgleichung gelangt man zur Feststellung, daß sowohl die Resultate als auch die Gesamtkosten in den meisten Fällen ungefähr gleich sind, daß jedoch die einfacheren Verfahren mit entsprechend einfacheren Mitteln durchführbar sind.

3.6. Problemstellung

Es soll ein numerisches Verfahren der Modell-, Streifen- und Blockausgleichung entwickelt und für die ERMETH programmiert werden, welches folgende Bedingungen erfüllt:

1. Der Blockausgleichung soll eine Ausgleichung der einzelnen Streifen vorangehen.
2. Die Streifenausgleichung soll auf einem Interpolationsverfahren beruhen und sich direkt auf die Landeskoordinaten und Meereshöhen der beobachteten Punkte beziehen.
3. Das Verfahren soll unabhängig sein von der Art der instrumentellen Aeri-triangulation, sich also sowohl für den Folgebildanschluß als auch für die verschiedenen Arten des Aeronivellements eignen.
4. Unter Verzicht auf absolute theoretische Strenge soll das Verfahren ebenso wirksam sein wie eine „strenge“ Ausgleichung.
5. Es sollen möglichst geringe Anforderungen an die Verteilung der gegebenen Paßpunkte innerhalb der Streifen gestellt werden.
6. Die Ausgleichung soll von der Registrierung der Modellkoordinaten bis zum Druck der definitiven Koordinatenliste möglichst automatisch erfolgen.
7. Das Verfahren soll sich auch zur Programmierung für andere, insbesondere kleinere Rechenautomaten eignen.
8. Die Wirksamkeit der Ausgleichungsprogramme soll durch praktische Versuche nachgewiesen werden.

4. Kapitel. Bemerkungen zur Lösung der Aufgabe

Die vorliegenden Programme gestatten die Ausgleichung von Einzelmodellen, Einzelstreifen oder Blöcken. Mit Hilfe von Lochkarten und einem digitalen Rechenautomaten läßt sich die Ausgleichung vollständig automatisch durchführen.

Die nachfolgend beschriebenen Programme für die Mittelung der Maschinenkoordinaten und für die Streifenausgleichung lassen sich für praktische Arbeiten leicht in einem einzigen Programm zusammenfassen.

4.1. Die Grundlagen der vorgeschlagenen Ausgleichungsmethode

Da auch bei einer Blocktriangulation zuerst die einzelnen Füllstreifen auszugleichen sind, wollen wir uns zunächst nur mit der Streifenausgleichung befassen. Diese erfolgt im Landeskoordinaten-System, was eine einmalige Transformation der Maschinenkoordinaten erfordert.

Gegeben sind die im System des ersten Bildpaares jedes Streifens registrierten Modellkoordinaten (x, y, h) aller im Autographen beobachteten Punkte

sowie die Landeskoordinaten und Meereshöhen der gegebenen Paßpunkte. Gesucht sind die ausgeglichenen Landeskoordinaten und -höhen der zu bestimmenden Neupunkte.

Die Streifenausgleichung stützt sich auf folgende Hypothese: Trägt man in allen Punkten eines triangulierten Streifens die *systematischen Fehler* dX , dY und dH in räumlichen, rechtwinkligen Systemen $(x, y; dX)$, $(x, y; dY)$ und $(x, y; dH)$ auf, dann bilden sie *stetige Fehlerflächen*, welche sich *analytisch darstellen und berechnen lassen*. Sofern die Anzahl und Verteilung der gegebenen Paßpunkte mindestens der Ordnung dieser Flächen entspricht, lassen sich aus den wahren Fehlern in den Paßpunkten die Koeffizienten der Gleichungssysteme der drei Fehlerflächen bestimmen. Hierauf können für jeden beliebigen Punkt mit den Maschinenkoordinaten (x, y) die Verbesserungen zu den transformierten Koordinaten X_T , Y_T und H_T berechnet werden.

Die Ordnung der Fehlerflächen hängt in erster Linie von den Fortpflanzungsgesetzen der systematischen Fehler ab, deren Kenntnis deshalb vorausgesetzt werden muß. Dabei ist zu beachten, daß sich die meisten Fehlertheorien ausschließlich auf die Streifenachse beziehen und nicht unbedingt auch für die Streifenränder gelten; dies sei an einem typischen Beispiel veranschaulicht:

Die Abbildungen 3a, 3b und 3c stellen Längs- und Querschnitte durch die Fehlerflächen des Hauptstreifens 10 des Blocks „Vercors“ dar; die Fehler in

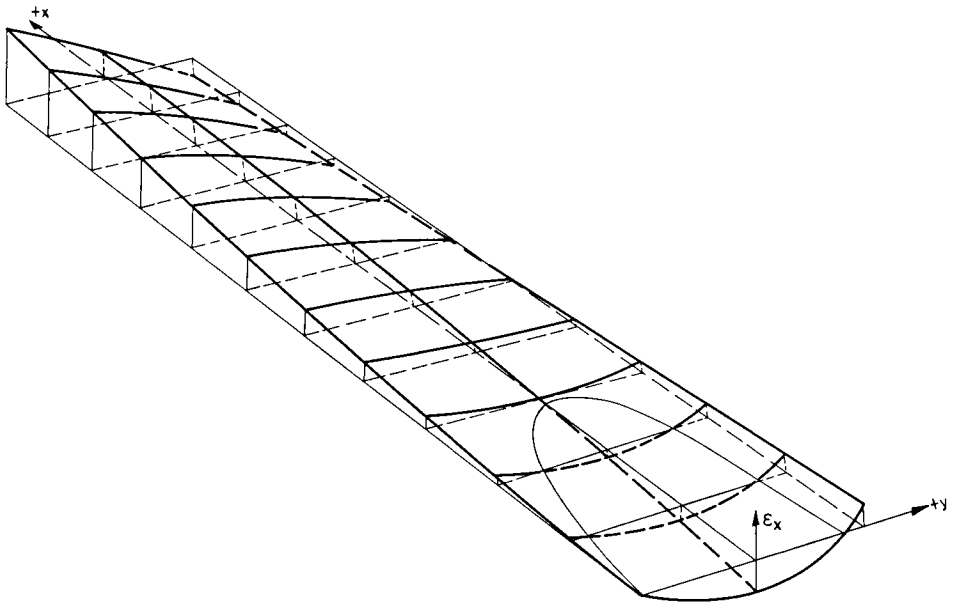


Abb. 3a. Block Vercors: Hauptstreifen 10 (Hinweg). Die Fehlerfläche in X .

Abb. 3b. Block Vercors: Hauptstreifen 10
(Hinweg). Die Fehlerfläche in Y .

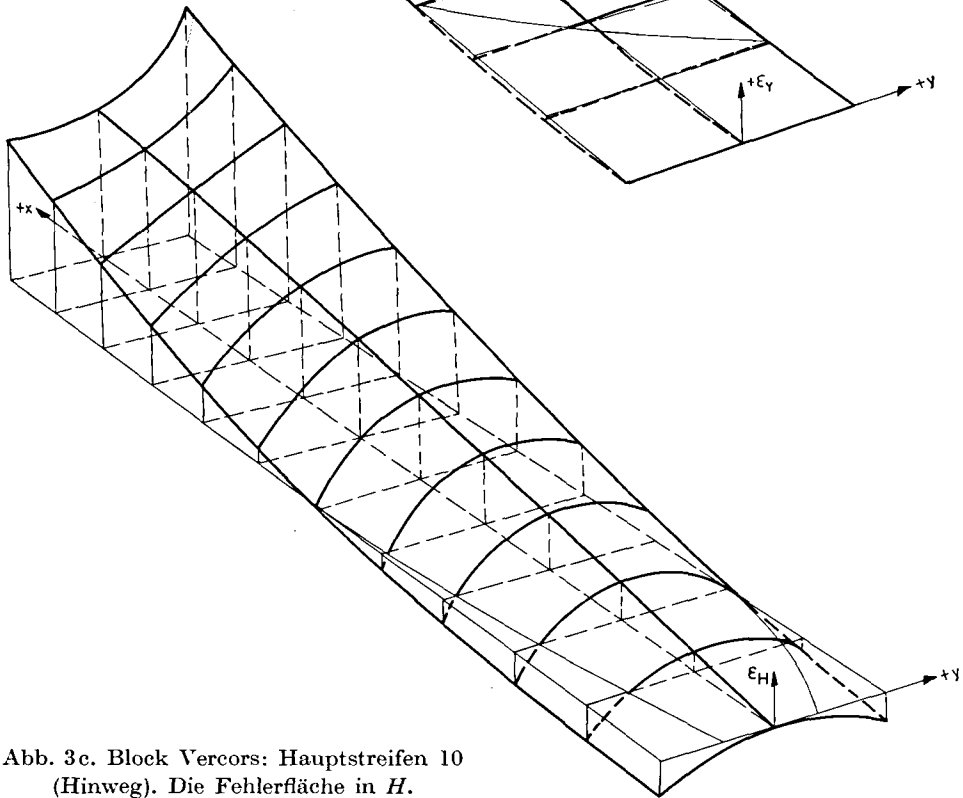
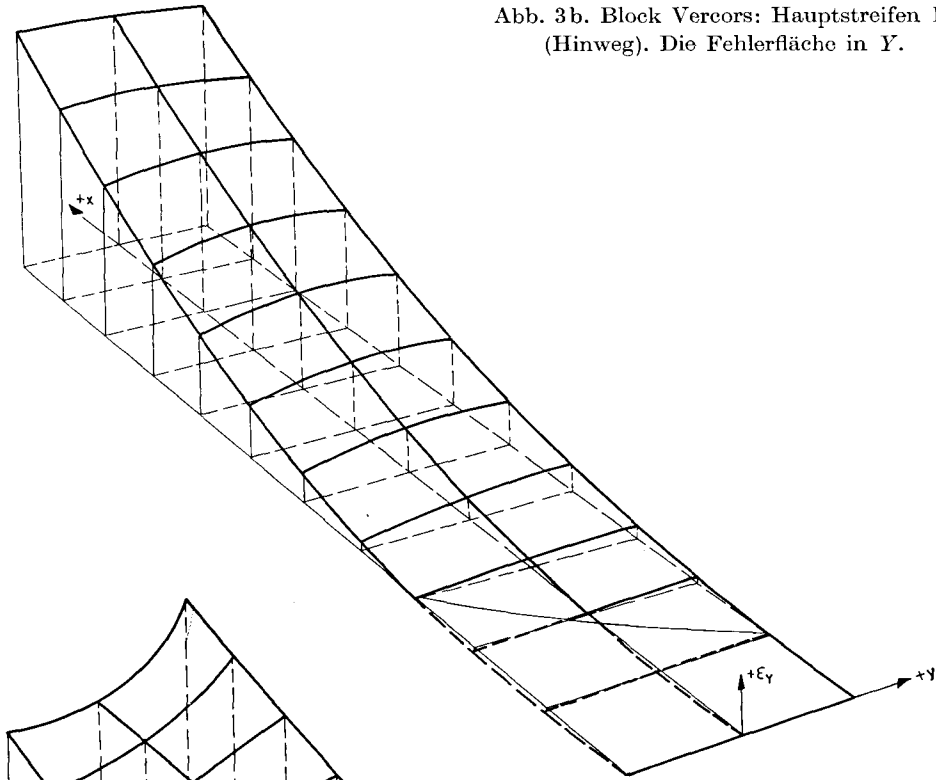


Abb. 3c. Block Vercors: Hauptstreifen 10
(Hinweg). Die Fehlerfläche in H .

X und Y wurden 100-fach, diejenigen in H sogar 1000-fach überhöht aufgetragen. Die Verwindung der Flächen ist besonders in X und H sehr deutlich erkennbar. Während die Höhenfehler in der Streifenachse praktisch linear verlaufen und damit durchaus der Fehlertheorie entsprechen, sind die Längsschnitte entlang den Streifenrändern offensichtlich Kurven 2. Ordnung. Für die Ausgleichung eines solchen Streifens sind somit mindestens drei Paßpunktgruppen (Streifenanfang, -mitte und -ende) erforderlich.

Die ausgeglichenen Landeskoordinaten und Höhen der Punkte können außer den zufälligen Beobachtungsfehlern, deren Einfluß durch eine Folge von einfachen Mittelbildungen stark vermindert wird, noch gewisse Restfehler enthalten, welche auf kleine, quasi-systematische Abweichungen der berechneten von den wahren Fehlerflächen sowie auf zufällige Unstetigkeiten derselben zurückzuführen sind. Diese Fehleranteile sind jedoch regional mehr oder weniger konstant und wirken sich nur auf die absolute, nicht aber auf die „relative“ Genauigkeit der Punkte aus. Bei sorgfältiger Arbeit an einem stabilen Autographen bleiben diese quasi-systematischen Restfehler im Verhältnis zu den zufälligen Beobachtungsfehlern so klein, daß sie praktisch kaum in Erscheinung treten. *Die Restfehler nach der Streifenausgleichung sind somit vorwiegend zufälliger Natur*; diese Feststellung wird durch die im 9. Kapitel untersuchten Beispiele durchaus bestätigt.

Die im 7. Kapitel beschriebene, sehr einfache Blockausgleichung setzt die vorgängige Ausgleichung der einzelnen Füllstreifen voraus und beruht auf der Annahme, daß die dadurch erhaltenen Landeskoordinaten und -höhen der Punkte nur noch zufällige Restfehler enthalten.

4.2. Voraussetzungen für die Anwendung des Verfahrens

Das vorgeschlagene Ausgleichungsverfahren eignet sich für alle Methoden der räumlichen Aerotriangulation, welche die Maschinenkoordinaten der Punkte im System des ersten Bildpaares der Streifen liefern; bei der Methode „ $bz=0$ “ müssen jedoch vorgängig die Höhen modellweise entsprechend den φ -Variationen umgerechnet werden.

Die Fehlerfortpflanzungsgesetze der Triangulationsverfahren müssen schon beim Bildflug (Disposition der Hauptstreifen) und bei der geodätischen Paßpunktbestimmung (Verteilung der Paßpunkte für die Hauptstreifen) berücksichtigt werden. Die Ausgleichung setzt nur voraus, daß die Fehlerflächen möglichst stetig sind; diese Forderung gilt übrigens für alle Ausgleichungsmethoden, einschließlich der direkten Blockausgleichung.

Das Programm für die Streifenausgleichung sieht die Verwendung von 4

bis zu 20 Paßpunkten vor. Falls in den Streifen überschüssige, d. h. fehlertheoretisch nicht unbedingt erforderliche Paßpunkte vorhanden sind, so können diese — sofern sie in geeigneten Positionen liegen — gemäß dem in 6.2 beschriebenen Verfahren zur Genauigkeitssteigerung herangezogen werden; andernfalls geben sie wenigstens einen Anhaltspunkt für die durch die Ausgleichung erzielte Genauigkeit.

5. Kapitel. Die Mittelbildung der Maschinenkoordinaten

5.1. Begründung der Mittelbildung

Die durch die Aerotriangulation zu bestimmenden Paßpunkte sind üblicherweise identisch mit den Übergangspunkten zwischen den Modellen der Streifen. Sie werden folglich in je zwei aufeinanderfolgenden Bildpaaren beobachtet und registriert. Beim Anschluß der Modelle ist darauf zu achten, daß die x , y und h des mittleren Übergangspunktes genau mit den im vorangegangenen Bildpaar registrierten Werten übereinstimmen; bei Verwendung von mehreren Punkten in der Streifenachse werden allfällig auftretende Differenzen gemittelt. Die registrierten Modellkoordinaten bedürfen daher keiner weiteren Reduktion und können direkt als Eingabedaten für die Ausgleichung verwendet werden.

Infolge der unvermeidlichen Beobachtungs- und Modellfehler sind jedoch die x , y und h der übrigen gemeinsamen Punkte, insbesondere auch diejenigen der äußeren Übergangspunkte, meist nicht identisch. Für die Ausgleichung müssen aber eindeutige Werte vorliegen. Bei gleichen Auswertebedingungen, wie sie bei Lufttriangulationen vorauszusetzen sind, kommen den einzelnen Modellen gleiche Gewichte zu. Die zufälligen Beobachtungsfehler treten in allen Bildpaaren mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Die Modelldeformationen sind vorwiegend instrumentell bedingt und somit systematischer Natur; sie wirken sich praktisch in allen Bildpaaren und damit auch in den Modellanschlüssen gleich aus. Da somit kein Grund zur Bevorzugung der Daten eines bestimmten Modells besteht, sind die arithmetischen Mittel der je zwei Registrierungen als wahrscheinlichste Werte der Maschinenkoordinaten und -höhen der gemeinsamen Punkte zu betrachten. Durch diese erste Ausgleichung der Beobachtungen entstehen fiktive, „mittlere“ Streifen, welche hierauf der eigentlichen Streifenausgleichung unterzogen werden.

5.2. Grundzüge des Programms

Das Programm für die Mittelbildung der Modellkoordinaten ist naturgemäß sehr einfach. Es seien deshalb hier nur einige spezielle Punkte erwähnt.

Als Kontrolle gegen unverhältnismäßig große Klaffen zwischen den Modellen, bzw. als Schutz vor groben Fehlern, können dem Rechenautomaten gewisse Toleranzen für die zulässigen Differenzen zwischen den beiden Ableisungen mitgeteilt werden. Ihre Größe läßt sich aus den mittleren Beobachtungsfehlern $m_x \cong m_y$ und m_h sowie aus den eventuell empirisch zu bestimmenden, durch Modelldeformationen verursachten Klaffen Δ_x , Δ_y und Δ_h abschätzen. Bezeichnen wir die Toleranzen als D_x , D_y und D_h , wobei

$$D_x = |m_x| \cdot \sqrt{2} + |\Delta_x|, \quad D_y = |m_y| \cdot \sqrt{2} + |\Delta_y|, \quad D_h = |m_h| \cdot \sqrt{2} + |\Delta_h|$$

als ungünstigste „normale“ Fälle angenommen werden können, so sollten die tatsächlich auftretenden Klaffen innerhalb dieser Werte liegen. Das Programm prüft also zuerst

$$|x_1 - x_2| \leq D_x? \quad |y_1 - y_2| \leq D_y? \quad |h_1 - h_2| \leq D_h?$$

Werden in einem Punkt die Toleranzen überschritten, so druckt der Rechenautomat die betreffenden Daten heraus und bezeichnet die zweifelhaften, gemittelten Werte mit einem Asterik. Als weitere Kontrolle werden natürlich auch die Streifen-, Modell- und Punktnummern miteinander verglichen; stimmen diese nicht überein, dann wird die Rechnung unterbrochen. Diese Kontrollen, wie auch die eigentliche Mittelbildung

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad h = \frac{h_1 + h_2}{2},$$

werden dadurch erleichtert, daß die Daten der beiden Beobachtungen zusammen in einer Lochkarte registriert und in je einer Zelle gespeichert werden.

Während die Maschinenkoordinaten x und y am Autographen immer in 0,01 mm des Modellmaßstabes registriert werden, das Komma sich also stets an derselben Stelle befindet, erfolgt die Höhenablesung je nach dem Übersetzungsverhältnis im Höhengetriebe und dem Modellmaßstab entweder ebenfalls in 0,01 mm, oder aber in m, dm oder cm. Es empfiehlt sich daher, die Stelle des Kommas für die Höhen durch einen einzugebenden Parameter festzulegen. Ferner ist es zweckmäßig, die für die Koordinaten-Transformation und die Streifenausgleichung vorgesehenen Paßpunkte besonders zu kennzeichnen. Abschließend werden die gemittelten Maschinenkoordinaten punktweise in neue Karten gelocht; dies wäre nicht notwendig, falls die Programme für die Mittelbildung und für die Streifenausgleichung zusammengelegt würden.

6. Kapitel. Die Streifenausgleichung

Das in 4.1 umrissene Verfahren der Streifenausgleichung umfaßt vier Hauptteile: die Koordinaten-Transformation, die Ermittlung der Fehler in den gegebenen Paßpunkten, die Berechnung der Koeffizienten der drei Fehlerflächen (d. h. die Auflösung der drei Gleichungssysteme) und die Verbesserung der Landeskoordinaten und -höhen der Punkte. In den nachfolgenden Abschnitten sollen diese Teile des Programms kurz erläutert werden; auf eine Beschreibung der für praktische Arbeiten nicht erforderlichen Zusatzprogramme sowie der Sammel- und Bibliotheksprogramme wollen wir dagegen verzichten.

6.1. Die Helmert-Transformation

Durch die Modellanschlüsse und die soeben beschriebene Mittelbildung erhält man die Modellkoordinaten aller Punkte eines Bildstreifens im System des ersten Bildpaares. Für die Transformation in Landeskoordinaten läßt sich somit der ganze Streifen als Erweiterung des ersten Modells auffassen.

Die Transformation umfaßt eine Nullpunkt-Verschiebung, eine Drehung und eine Maßstabänderung gemäß den bekannten Formeln

$$\begin{aligned}X_T &= X_0 + \lambda \cdot \sin \varphi \cdot y + \lambda \cdot \cos \varphi \cdot x, \\Y_T &= Y_0 + \lambda \cdot \cos \varphi \cdot y - \lambda \cdot \sin \varphi \cdot x.\end{aligned}$$

Dabei bedeuten: X_0 und Y_0 = Verschiebungs-Komponenten; φ = Drehwinkel zwischen den beiden Systemen; λ = Maßstabfaktor.

$$\begin{aligned}\text{Die Substitutionen } \lambda \cdot \cos \varphi &= a; & \lambda \cdot \sin \varphi &= b; \\ \lambda &= \sqrt{a^2 + b^2}; & \text{tg } \varphi &= \frac{b}{a}\end{aligned}$$

führen zu den neuen Transformationsformeln

$$\begin{aligned}X_T &= X_0 + b \cdot y + a \cdot x, \\Y_T &= Y_0 + a \cdot y - b \cdot x.\end{aligned}$$

Diese Gleichungen gelten für „gleichsinnige Systeme“, in welchen der kürzeste Übergang von der $+x$ - zur $+y$ -Achse in beiden Koordinatensystemen im gleichen Drehsinn erfolgt. Für „ungleichsinnige“ Systeme sind einfach die x und y zu vertauschen. Die Transformations-Konstanten X_0 , Y_0 , a und b (und daraus auch λ und φ) lassen sich offensichtlich berechnen, wenn zwei Punkte in beiden Systemen gegeben sind.

Da die registrierten Modellkoordinaten der Paßpunkte durch zufällige Beobachtungsfehler und durch Modelldeformationen verfälscht sind, benützt

man zur Steigerung der Genauigkeit der Transformation zweckmäßigerweise sämtliche im ersten Modell des Streifens verfügbaren Paßpunkte. Die Bestimmung der Transformationskonstanten erfolgt dann nach *Helmert* gemäß einer vermittelnden Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Zuerst werden die Maschinen- und Landeskoordinaten auf den Schwerpunkt der Punktgruppe reduziert; seine Koordinaten sind

$$x_s = \frac{[x]}{n}, \quad y_s = \frac{[y]}{n} \quad \text{und} \quad X_s = \frac{[X]}{n}, \quad Y_s = \frac{[Y]}{n}.$$

Es ergeben sich somit die reduzierten Koordinaten

$$\begin{aligned} x' &= x - x_s; & y' &= y - y_s, \\ X' &= X - X_s; & Y' &= Y - Y_s. \end{aligned}$$

Dieses Vorgehen gestattet das Rechnen mit kleineren Zahlen; zudem werden die Normalgleichungen vereinfacht, indem die $[x']$, $[y']$, $[X']$, $[Y']$ gleich Null werden. Die üblichen Fehlergleichungen $v_x = X - X_T$, bzw. $v_y = Y - Y_T$ lassen sich nun schreiben als

$$\begin{aligned} v_x &= -a \cdot x' - b \cdot y' + 0 - X_0 + (X' + X_s - a \cdot x_s - b \cdot y_s); \\ v_y &= -a \cdot y' + b \cdot x' - Y_0 + 0 + (Y' + Y_s - a \cdot y_s + b \cdot x_s). \end{aligned}$$

Die Auflösung des aus diesen Fehlergleichungen erhältlichen Normalgleichungssystems ergibt schließlich, unter Berücksichtigung der Ausgleichsbedingung $[v_x v_x] + [v_y v_y] = \text{Minimum}$:

$$\begin{aligned} a &= \frac{[y' Y'] + [x' X']}{[y' y'] + [x' x']}; & b &= \frac{[y' X'] - [x' Y']}{[y' y'] + [x' x']}, \\ X_0 &= X_s - b \cdot y_s - a \cdot x_s; & Y_0 &= Y_s - a \cdot y_s + b \cdot x_s. \end{aligned}$$

Eine umfassende Rechenkontrolle ergibt sich aus der Bedingung

$$\begin{aligned} &([x' x'] + [y' y']) + ([x' X'] + [y' Y']) + ([y' X'] - [x' Y']) - \\ &- 2 \cdot ([x' x'] + [x' X']) + [x' S'] - [y' S'] = 0; \end{aligned}$$

dabei ist

$$S' = x' + y' + X' + Y'.$$

Ferner läßt sich zeigen, daß

$$\begin{aligned} [X_T] &= n \cdot X_0 + a \cdot [x] + b \cdot [y] \quad \text{und} \\ [Y_T] &= n \cdot Y_0 - b \cdot [x] + a \cdot [y] \end{aligned}$$

sein muß; dies ergibt eine weitere Rechenkontrolle.

Die Bedingungen

$$[v_x] = 0 \quad \text{und} \quad [v_y] = 0$$

müssen innerhalb der Rechengenauigkeit erfüllt sein und werden als Schluß-

kontrolle verwendet. Der mittlere Fehler m_T der für die Ausgleichung verwendeten, transformierten Paßpunkte des ersten Modells wird berechnet als

$$m_T = \sqrt{\frac{[v_x v_x] + [v_y v_y]}{2n - 4}}$$

und ergibt ein erstes Maß für die nach der Streifenausgleichung zu erwartenden Restfehler.

Die Helmert-Transformation, welche verschiedene mehrfach zyklische Teile aufweist, eignet sich gut für die Berechnung mittelst elektronischer Rechenautomaten. Das vorliegende Programm umfaßt 190 Befehlspaare.

6.2. Die Berechnung der wahren Fehler in den Paßpunkten

Wie in 4.1 erwähnt wurde, erfolgt die Berechnung der Koeffizienten der Fehlerflächen in X , Y und H auf Grund der wahren Fehler in den gegebenen Paßpunkten des Streifens; die terrestrisch bestimmten Koordinaten und Höhen dieser Punkte werden dabei als „praktisch fehlerfrei“ vorausgesetzt. Die Maschinenkoordinaten der Paßpunkte werden im System des ersten Bildpaares in Landeskoordinaten transformiert; falls die Höhen in 0,01 mm im Modellmaßstab registriert wurden, müssen sie durch Multiplikation mit einem entsprechenden Faktor in Meter umgerechnet werden. Hierauf werden die Fehler

$$dX = X_T - X; \quad dY = Y_T - Y; \quad dH = H_T - H$$

berechnet.

Der diesbezügliche Teil des vorliegenden Programms weist einige Besonderheiten auf, welche wohl das Programm (nicht aber die Rechnung selbst) etwas verlängern, seinen Anwendungsbereich jedoch merklich erweitern.

Falls die Paßpunkte für die Lage und die Höhen nicht identisch sind, was leider immer noch vorkommt, müssen infolge der Verschiedenheit der Maschinenkoordinaten x, y der Lage-, bzw. Höhenpaßpunkte für dieselben separate Matrizen $x^n y^m$ (siehe 6.3) berechnet werden. Durch einen Parameter wird dem Rechenautomaten mitgeteilt, ob diese zusätzliche Arbeit durchgeführt werden muß oder nicht.

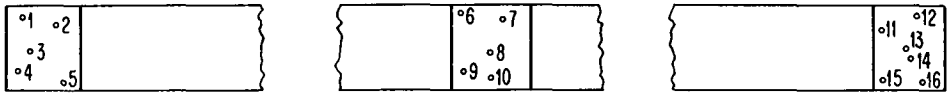
In der Praxis kommt es oft vor, daß zwischen den X - und Y -Koordinaten ein Grenzwert G bezeichnet werden kann, wobei entweder

$$|G| < X \quad \text{und} \quad |G| > Y, \quad \text{oder} \quad |G| > X \quad \text{und} \quad |G| < Y \quad \text{ist.}$$

Als Schutz gegen grobe Fehler wurde deshalb im Unterprogramm für die Koordinatentransformation eine fakultative Grenzwert-Kontrolle vorgesehen.

Infolge der zufälligen Beobachtungsfehler sollten eigentlich die Ausglei-

chungsflächen nicht genau durch die beobachteten und transformierten X -, Y - und H -Werte der Paßpunkte verlaufen; die Restfehler sollten also nach der Ausgleichung in diesen Punkten nicht identisch gleich Null sein. Den Beobachtungsfehlern kann dadurch Rechnung getragen werden, daß zur Bestimmung der Koeffizienten der Fehlerflächen nicht nur die fehlertheoretisch notwendige Anzahl von Paßpunkten, sondern auch allfällig vorhandene überschüssige Paßpunkte herangezogen werden. Dies kann durch eine sehr einfache Ausgleichung bewerkstelligt werden; das Vorgehen sei an einem praktischen Beispiel erläutert: in einem Luftbildstreifen seien die Paßpunkte wie folgt verteilt:



Die Fehler systematischer Natur verlaufen innerhalb der einzelnen Modelle des Streifens praktisch linear. Da die übrigen Fehler zufälliger Art sind, kann man imaginären Hilfspunkten in der Mitte zwischen je zwei benachbarten Paßpunkten eines Modells (z. B. 1—2, 13—14 usw.) Fehlerwerte zuordnen, welche den arithmetischen Mitteln der wahren Fehler in den „zusammengehörigen“ Paßpunkten entsprechen. Der Hilfspunkt mit den Koordinaten

$$x_{1,2} = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_{1,2} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

erhält somit die theoretischen Fehler

$$\epsilon_X = \frac{\epsilon_{X_1} + \epsilon_{X_2}}{2}, \quad \epsilon_Y = \frac{\epsilon_{Y_1} + \epsilon_{Y_2}}{2}, \quad \epsilon_H = \frac{\epsilon_{H_1} + \epsilon_{H_2}}{2},$$

in welchen der Einfluß der zufälligen Beobachtungsfehler um ca. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ vermindert sein sollte. Praktische Versuche zeigten, daß durch diese vorgeschaltete Interpolations-Ausgleichung die mittleren Restfehler nach der Streifenausgleichung um rund 10% verkleinert werden. Ferner lassen sich bei diesem Vorgehen grobe Fehler in den gegebenen Paßpunkten, welche sonst voll in die Fehlerflächen und damit in die Ausgleichung übertragen würden, rechtzeitig entdecken und ausschalten.

Im vorliegenden Programm ist die Mittelbildung der Paßpunkte fakultativ vorgesehen; wird sie durch einen besonderen Parameter aufgerufen, so verlangen Eingabebefehle das Eintasten der Nummern der zu mittelnden Punkte.

6.3. Die Fehlerflächen in X, Y und H

Für die analytische Darstellung der den Fehlern mit systematischem Verlauf entsprechenden Ausgleichungsflächen wurde folgender allgemeine Ansatz gewählt:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_X &= +a_0 \cdot x^0 \cdot y^0 + a_1 \cdot x^1 \cdot y^0 + a_2 \cdot x^2 \cdot y^0 + a_3 \cdot x^3 \cdot y^0 + \dots \\
 &\quad + a_4 \cdot x^0 \cdot y^1 + a_5 \cdot x^1 \cdot y^1 + a_6 \cdot x^2 \cdot y^1 + a_7 \cdot x^3 \cdot y^1 + \dots \\
 &\quad + a_8 \cdot x^0 \cdot y^2 + a_9 \cdot x^1 \cdot y^2 + a_{10} \cdot x^2 \cdot y^2 + a_{11} \cdot x^3 \cdot y^2 + \dots \\
 \epsilon_Y &= +b_0 \cdot x^0 \cdot y^0 + b_1 \cdot x^1 \cdot y^0 + b_2 \cdot x^2 \cdot y^0 + b_3 \cdot x^3 \cdot y^0 + \dots \\
 &\quad + b_4 \cdot x^0 \cdot y^1 + b_5 \cdot x^1 \cdot y^1 + b_6 \cdot x^2 \cdot y^1 + b_7 \cdot x^3 \cdot y^1 + \dots \\
 &\quad + b_8 \cdot x^0 \cdot y^2 + b_9 \cdot x^1 \cdot y^2 + b_{10} \cdot x^2 \cdot y^2 + b_{11} \cdot x^3 \cdot y^2 + \dots \\
 \epsilon_H &= +c_0 \cdot x^0 \cdot y^0 + c_1 \cdot x^1 \cdot y^0 + c_2 \cdot x^2 \cdot y^0 + c_3 \cdot x^3 \cdot y^0 + \dots \\
 &\quad + c_4 \cdot x^0 \cdot y^1 + c_5 \cdot x^1 \cdot y^1 + c_6 \cdot x^2 \cdot y^1 + c_7 \cdot x^3 \cdot y^1 + \dots \\
 &\quad + c_8 \cdot x^0 \cdot y^2 + c_9 \cdot x^1 \cdot y^2 + c_{10} \cdot x^2 \cdot y^2 + c_{11} \cdot x^3 \cdot y^2 + \dots
 \end{aligned}$$

Diese Gleichungen sind in den unbekanntem Koeffizienten a , b und c linear; sie stellen die Fehler im Punkt mit den Modellkoordinaten x, y dar. Jeder gegebene Punkt liefert je eine solche Gleichung; aus den entstehenden, linearen Gleichungssystemen lassen sich somit so viele Koeffizienten a , b und c bestimmen, als gegebene, bzw. „gemittelte“ Paßpunkte vorhanden sind.

Die Matrix $x^n \cdot y^m$ weist in den Horizontalen gegen rechts steigende Potenzen von x , in den senkrechten Reihen nach unten solche von y auf. Die Anzahl der Glieder, welche benützt werden, entspricht in den Horizontalen der Anzahl der Paßpunktgruppen in der Streifenrichtung, während die Anzahl der Glieder in den Vertikalen der Anzahl von Paßpunkten innerhalb der Paßpunktgruppen (in der Querrichtung) entspricht. Es wird vorausgesetzt, daß in jeder Paßpunktgruppe gleich viele (eventuell „gemittelte“) Punkte zur Verfügung stehen.

Für einen Streifen mit beispielsweise $3 \times 3 = 9$ Paßpunkten erhält man somit folgende Gleichungssysteme:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_X &= +a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x \cdot y + a_5 \cdot x^2 \cdot y \\
 &\quad + a_6 \cdot y^2 + a_7 \cdot x \cdot y^2 + a_8 \cdot x^2 \cdot y^2; \\
 \epsilon_Y &= +b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot y + b_4 \cdot x \cdot y + b_5 \cdot x^2 \cdot y \\
 &\quad + b_6 \cdot y^2 + b_7 \cdot x \cdot y^2 + b_8 \cdot x^2 \cdot y^2; \\
 \epsilon_H &= +c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + c_3 \cdot y + c_4 \cdot x \cdot y + c_5 \cdot x^2 \cdot y \\
 &\quad + c_6 \cdot y^2 + c_7 \cdot x \cdot y^2 + c_8 \cdot x^2 \cdot y^2.
 \end{aligned}$$

Die Matrizen $x^n y^m$ werden durch ein Unterprogramm gebildet. Die Auflösung der drei Gleichungssysteme, d. h. die Berechnung der unbekanntem

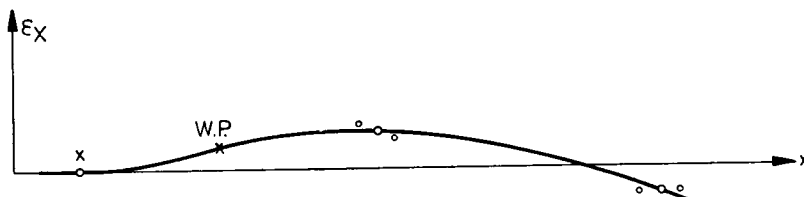
Koeffizienten a , b und c , erfolgt nach einem modifizierten Gaußschen Algorithmus (Eliminationsmethode von Gauß-Jordan mit 2-dimensionaler Pivot-suche). Entsprechend der normalen Endkontrolle bei der vermittelten Ausgleichung nach kleinsten Quadraten werden die berechneten Koeffizienten zur Kontrolle in die betreffenden Gleichungen eingesetzt; die resultierenden ϵ_X , ϵ_Y und ϵ_H müssen mit den gegebenen Werten übereinstimmen.

Zahlreiche durchgeführte Ausgleichungen zeigen, daß es praktisch wenig Sinn hat, mehr als die fehlertheoretisch notwendige Anzahl von Koeffizienten zu bestimmen. Fehlerflächen zu hoher Ordnung neigen zu Schwingungen, welche die Resultate eher verschlechtern. Überschüssige Paßpunkte sollten, wie bereits erwähnt, durch eine Ausgleichung zur Genauigkeitssteigerung herangezogen werden. Immerhin muß festgehalten werden, daß zur Erfassung der quasi-systematischen Anteile der Fehlerflächen mindestens drei Paßpunktgruppen (Anfang, Mitte und Ende des Streifens) erforderlich sind. Lineare Ausgleichungen führen, selbst bei theoretisch linearer Fehlerfortpflanzung, nicht zu genügend genauen Resultaten.

6.4. Fehlerflächen mit horizontalen Tangenten im 1. Modell

Für die Verfahren des Aeronivellements eignet sich in der Regel am besten eine bi-quadratische Ausgleichung mit 3×3 Paßpunkten, bzw. Koeffizienten. Beim Folgebildanschluß dagegen entsprechen die Längsschnitte durch die X -Fehlerfläche Kurven 3. Ordnung, während die Y - und H -Fehler wiederum auf Parabeln 2. Ordnung verlaufen. Das in diesem Abschnitt vorgeschlagene Verfahren stellt einen Versuch dar, um auch beim Aeropolygon mit nur drei Paßpunktgruppen auszukommen.

Im ersten, absolut orientierten Modell eines Streifens ist nur mit unbedeutenden, vorwiegend zufälligen Fehlern zu rechnen. Man darf daher annehmen, daß die Fehlerflächen in den nach 6.2 „gemittelten“ Paßpunkten dieses Bildpaars horizontale Tangenten aufweisen. Die X -Fehlerkurven „ y -konstant“, deren Wendepunkte ungefähr beim ersten Drittel der Streifenlänge auftreten, verlaufen somit etwa wie folgt:



Für die Fehlerfläche bedeutet dies, daß ihre ersten Ableitungen nach x in den gemittelten Paßpunkten des ersten Modells gleich Null gesetzt werden können. Zu den $l_x \cdot l_y$ -Gleichungen mit $(l_x \cdot l_y + l_y)$ Unbekannten

$$\begin{aligned} \epsilon_X = & +a_0 \quad +a_1 \cdot x \quad +a_2 \cdot x^2 \quad +a_3 \cdot x^3 \\ & +a_4 \cdot y \quad +a_5 \cdot x \cdot y \quad +a_6 \cdot x^2 \cdot y \quad +a_7 \cdot x^3 \cdot y \\ & +a_8 \cdot y^2 \quad +a_9 \cdot x \cdot y^2 \quad +a_{10} \cdot x^2 \cdot y^2 \quad +a_{11} \cdot x^3 \cdot y^2 \end{aligned}$$

erhält man somit noch l_y zusätzliche Gleichungen

$$\begin{aligned} 0 = & +a_1 \quad +2 \cdot a_2 \cdot x \quad +3 \cdot a_3 \cdot x^2 \\ & +a_5 \cdot y \quad +2 \cdot a_6 \cdot x \cdot y \quad +3 \cdot a_7 \cdot x^2 \cdot y \\ & +a_9 \cdot y^2 \quad +2 \cdot a_{10} \cdot x \cdot y^2 \quad +3 \cdot a_{11} \cdot x^2 \cdot y^2 \end{aligned}$$

Damit lassen sich nun sämtliche Unbekannten des Gleichungssystems bestimmen. Da die $x^n y^m$ bereits zur Verfügung stehen, erfordert die Berechnung des Zusatzteils der Matrix nur sehr wenig zusätzliche Rechenzeit.

Da bisher noch keine mit Folgebildanschluß triangulierte Streifen nach dieser Methode ausgeglichen werden konnten, läßt sich über die Güte des Verfahrens noch keine auf praktische Erfahrungen gestützte Aussage machen.

6.5. Die Verbesserung der Landeskoordinaten und Höhen

Mit den Transformationskonstanten X_0 , Y_0 , a und b sowie den Koeffizienten a_i , b_i und c_i der Fehlerflächen stehen sämtliche Daten für die Transformation und Ausgleichung der im Autographen beobachteten Punkte zur Verfügung. Die Berechnung der definitiven Landeskoordinaten und Höhen erfolgt durch ein letztes Unterprogramm, welches seinerseits die bereits verwendeten Unterprogramme einsetzt. Die Berechnungen erfolgen hintereinander für alle beobachteten Punkte, wobei zuerst die X_T , Y_T und die Werte ϵ_X , ϵ_Y und ϵ_H bestimmt werden, worauf

$$X = X_T - \epsilon_X; \quad Y = Y_T - \epsilon_Y; \quad H = H_T - \epsilon_H.$$

Die Resultate werden in Tabellenform herausgedruckt und, falls dies für ihre Weiterverwendung gewünscht wird, in neue Lochkarten gestanzt.

6.6. Bemerkungen zum Programm für die Streifenausgleichung

Das in den vorangehenden Abschnitten skizzierte, sehr vielseitige Programm für die Modell- und Streifenausgleichung umfaßt rund 1500 Befehlspaare, ist also relativ lang. Für praktische Arbeiten ließe es sich jedoch ohne weiteres

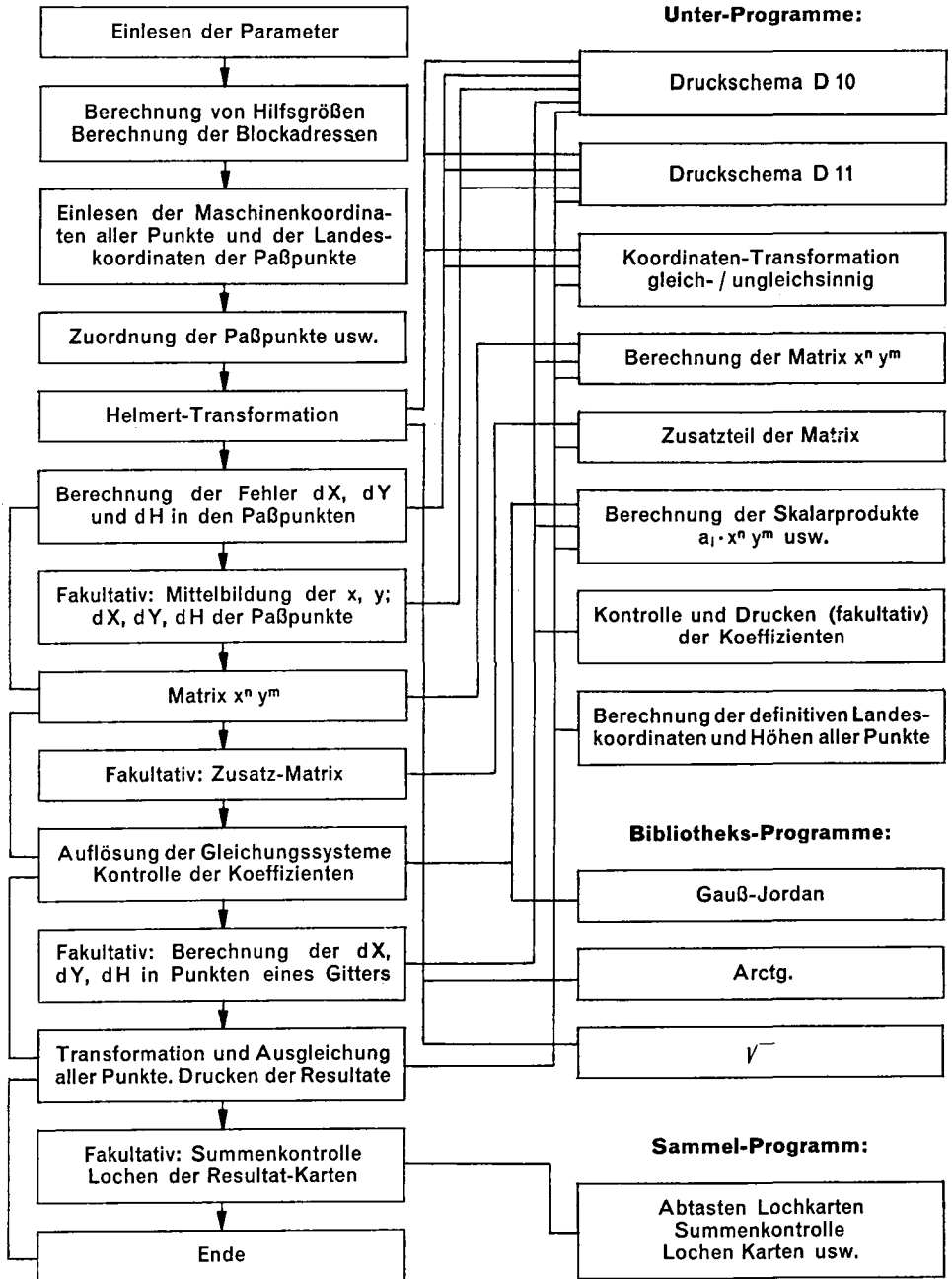


Abb. 4. Blockscheema des Programms für die Streifenausgleichung.

auf ungefähr 1000 Befehlspaare verkürzen. Da die ERMETH über eine ziemlich große Speicherkapazität verfügt, wurde darauf verzichtet, nicht mehr benötigte Zahlenblöcke zu überschreiben; der Bedarf an Rechenzellen ließe sich nötigenfalls leicht auf rund 2000 Zellen reduzieren. Für Programm- und Rechenzellen kann somit mit einem Gesamtbedarf von ca. 3000 Speicherzellen gerechnet werden.

Hinsichtlich des Zeitaufwandes für die Ausgleichung eines Streifens ist zu bemerken, daß zu Versuchszwecken die Programme für die Mittelbildung der Modellkoordinaten und für die Ausgleichung getrennt wurden, wobei Zwischenresultats-Karten gelocht und wieder eingelesen werden müssen. Zudem ist die ERMETH als verhältnismäßig langsame Maschine zu betrachten, insbesondere was den Ein- und Ausgang anbetrifft. Werden gegenwärtig pro Streifen rund 2 Stunden benötigt, so sollten bei Verwendung eines kombinierten Programms und eines schnelleren Rechenautomaten nicht mehr als 15 Minuten beansprucht werden.

Die Hauptteile des Programms für die Streifenausgleichung sind in dem in Abbildung 4 dargestellten, vereinfachten Blockschema zusammengefaßt. Die weitgehende Verwendung von Unterprogrammen sowie von Bibliotheks- und Sammelprogrammen kommt im Schema deutlich zum Ausdruck.

7. Kapitel. Die Blockausgleichung

Die vorgeschlagene Methode der Blockausgleichung setzt die vorgängige Ausgleichung der einzelnen Füllstreifen voraus. *Sie besteht ganz einfach aus der Bildung der arithmetischen Mittel der Landeskoordinaten und Höhen von Punkten, welche aus je zwei benachbarten Streifen unabhängig bestimmt wurden.*

Die Methode beruht zwar nicht auf einer „strengen“ Theorie, ergibt jedoch Resultate, welche denjenigen einer Gesamt-Blockausgleichung durchaus ebenbürtig sind. Dazu bietet sie einige für die Praxis nicht unwesentliche Vorteile: sie ist sehr einfach und sicher, eignet sich gut für die Behandlung mit kleineren Rechenautomaten und gestattet insbesondere den Beginn der kartographischen Auswertung lange bevor der ganze Block trianguliert und ausgeglichen ist.

7.1. Begründung der Mittelbildung

Für die Ausgleichung der Füllstreifen werden aus den Hauptstreifen bestimmte Paßpunkte verwendet, deren mittlere Lage- und Höhenfehler annähernd den zufälligen Beobachtungsfehlern entsprechen. Allfällige quasi-

systematische Restfehleranteile sind im Bereich benachbarter Füllstreifen praktisch konstant; auftretende Differenzen liegen innerhalb der Beobachtungs-Ungenauigkeit. Es darf somit angenommen werden, daß sich die Ausgleichung der einzelnen Füllstreifen auf Paßpunkte gleicher Genauigkeit stützt.

Die einzelnen Füllstreifen sind normalerweise gleich lang; identische Auswertebedingungen vorausgesetzt, kommen ihnen deshalb gleiche Gewichte zu.

Durch die Triangulation und Ausgleichung der Füllstreifen werden die in den Gemeinsamkeitsgebieten benachbarter Streifen beobachteten Punkte zweifach bestimmt. Die je zwei Bestimmungen sind gleichwertig, nicht korreliert und mit vorwiegend zufälligen Restfehlern behaftet. Somit ergeben die arithmetischen Mittel der X , Y und H die plausibelsten Werte für die Koordinaten und Höhen solcher gemeinsamer Punkte; ihre mittleren Fehler sollten um annähernd $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kleiner sein als die mittleren Restfehler in den einzelnen Streifen.

Im Gegensatz zu den üblichen Methoden der direkten Blockausgleichung und zu den von *Zeller* [71], [72] und *Brandenberger* [17] vorgeschlagenen Verfahren, werden die Fehler eines Streifens nur mit denjenigen der unmittelbar anschließenden, nicht aber mit solchen von nicht benachbarten Streifen verknüpft. Es wird somit nicht künstlich eine (ursprünglich gar nicht vorhandene) Fehlerfortpflanzung im Block geschaffen. Da die Restfehler nach der Blockausgleichung praktisch von der gleichen Größenordnung sind wie die zufälligen Beobachtungsfehler in den Kartiergeräten, treten auch so bei der absoluten Orientierung der einzelnen Modelle nur ganz unbedeutende Zwänge auf.

Wie bei der Mittelbildung der Modellkoordinaten (siehe 5.2), kann man auch hier als Schutz vor groben Fehlern Toleranzen für die zulässigen Klaffen in X , Y und H zwischen den beiden unabhängigen Bestimmungen der gemeinsamen Punkte festlegen. Aus den Differenzen in sämtlichen gemittelten Punkten des Blockes lassen sich zudem mittlere Klaffen berechnen, durch welche die Genauigkeit der ausgeglichenen Neupunkte abgeschätzt werden kann.

7.2. Grundzüge des Programms für die Mittelung von Streifen

Das Programm ist sehr ähnlich demjenigen für die Mittelung von Modellkoordinaten (siehe 5.2); in diesem Falle werden jedoch die bereits in den einzelnen Streifen ausgeglichenen Landeskoordinaten und Höhen gemeinsamer Punkte gemittelt. Das Programm ist anwendbar sowohl auf zweimal, z. B. hin- und zurücktriangulierte Einzelstreifen, als auch auf benachbarte, sich seitlich überdeckende Streifen eines Blockes.

Die zu mittelnden Werte stehen normalerweise schon in den Resultat-

Lochkarten der Streifenausgleichung zur Verfügung. Nachdem die Daten der zu mittelnden Streifen in besonderen Zahlenblöcken gespeichert sind, werden nacheinander die Nummern der Punkte des ersten mit denjenigen des zweiten Streifens verglichen. Findet sich dort eine entsprechende Nummer, so werden die Differenzen ΔX , ΔY und ΔH gebildet und mit den als Parameter eingegebenen Toleranzen D_X , D_Y und D_H verglichen. Die Differenzen und deren Quadrate werden fortlaufend summiert und gespeichert. Die arithmetischen Mittel X_m , Y_m und H_m werden hierauf berechnet und zusammen mit der Punktnummer herausgedruckt. Dabei sind diejenigen Werte, welche aus zwei um mehr als die Toleranz voneinander abweichenden Zahlen gemittelt wurden, mit einem Asterik zu versehen. Nachdem keine gemeinsamen Punkte mehr vorkommen, erfolgt die Berechnung der durchschnittlichen und mittleren Klaffen, welche einen Anhaltspunkt für die Genauigkeit der Blockausgleichung ergeben. Abschließend können — fakultativ — noch die Daten der nicht gemittelten Punkte herausgeschrieben werden.

7.3. Bemerkungen zur Praxis der Blocktriangulation

Die wirtschaftlichen Vorteile der vorgeschlagenen Methode kommen nur dann voll zur Geltung, wenn alle Phasen der Arbeit richtig koordiniert werden; ihrer Organisation ist deshalb größte Aufmerksamkeit zu schenken.

Zur *Planung* gehört in erster Linie die Abklärung folgender, sich gegenseitig stark beeinflussender Fragen:

Verfügbare Mittel: Flugzeug? Kamera? Hilfsdaten? Triangulations- und Kartiergerät? — Ziel: Maßstab und verlangte Genauigkeit der herzustellenden Karte? — Daraus: Flughöhe über Grund und Bildmaßstab? Zulässige mittlere Fehler der durch die Lufttriangulation zu bestimmenden Paßpunkte? — Daraus: Anzahl der zu überbrückenden Modelle, d. h. Länge der Haupt- und Füllstreifen, bzw. Dimensionen des Blockes? Geodätische Grundlagen? Disposition der Hauptstreifen und der Paßpunkte für dieselben?

Der *Bildflug* beginnt mit den Hauptstreifen; in bisher nur ungenügend kartierten Gebieten dienen diese als Navigationsgrundlage für die Befliegung der Füllstreifen.

Die *Feldarbeiten* für die Paßpunktbestimmung werden anfänglich mit Vorteil auf die ersten Modelle der Hauptstreifen konzentriert. Dies ermöglicht den frühzeitigen Beginn der Aerotriangulation.

Die *räumliche Aerotriangulation* kann beginnen, sobald die Paßpunkte für das erste Modell des ersten Hauptstreifens zur Verfügung stehen. Je nach dem Fortschritt der terrestrischen Vermessung werden zuerst sämtliche Haupt-

streifen trianguliert, oder es werden — nach der Ausgleichung des ersten Hauptstreifens — die Füllstreifen in Angriff genommen.

Die *Kartierung* beginnt mit den Hauptstreifen und schließt unmittelbar an die Ausgleichung des ersten Hauptstreifens an. Sobald die ersten zwei Füllstreifen ausgeglichen und gemittelt sind, steht auch der Kartierung des ersten Füllstreifens nichts mehr im Wege.

Diese sehr weitgehende, zeitliche Überlappung von Bildflug, Paßpunktbestimmung, Lufttriangulation und Kartierung kann bei größeren Arbeiten einen Zeitgewinn von Wochen oder sogar Monaten ermöglichen, verglichen mit Methoden, bei welchen die Kartierung erst nach beendigter Blockausgleichung (für welche zuerst sämtliche Füllstreifen trianguliert sein müssen) erfolgen kann.

8. Kapitel. Die Ausgleichung einzelner Stereomodelle

In der numerischen Photogrammetrie begegnet man relativ häufig dem Problem der Transformation von Einzelmodellen. Als Beispiele seien erwähnt die koordinatenmäßige Katastervermessung und die photogrammetrische Paßpunktbestimmung nach der Methode der „Hoch/Tiefbefliegung“. Das im 6. Kapitel beschriebene Programm für die Streifenausgleichung läßt sich ohne Abänderung auch auf die Transformation und Ausgleichung von Einzelmodellen anwenden, stützt es sich doch allein auf die Fehlerflächen in X , Y und H , unabhängig von der Anzahl der im Streifen enthaltenen Modelle.

8.1. Die Grundlagen der Modellausgleichung

Infolge von zufälligen Beobachtungsfehlern und systematischen Modelldeformationen ist die absolute Orientierung eines Bildpaares in der Regel nicht fehlerlos. Dadurch werden aber die Koordinaten und Höhen aller Punkte des Modells verfälscht; als Folge dieser Fehler treten zudem systematische Klaffen zwischen benachbarten Modellen auf.

Die Modellfehler verlaufen sowohl in der x - als auch in der y -Richtung praktisch linear; für die Ausgleichung sind deshalb Paßpunkte in den vier Ecken des Bildpaares notwendig und hinreichend. Die Fehlerflächen in X , Y und H lassen sich somit durch folgende Gleichungssysteme darstellen:

$$\begin{array}{lll} \epsilon_X = +a_0 + a_1x & \epsilon_Y = +b_0 + b_1x & \epsilon_H = +c_0 + c_1x \\ & + a_2y + a_3xy & + b_2y + b_3xy & + c_2y + c_3xy \end{array}$$

Die Verwendung weiterer Paßpunkte, z. B. in der Gegend der Bild-Hauptpunkte, ist zwar ohne weiteres möglich, führt jedoch im allgemeinen nicht zu einer höheren Genauigkeit. Dagegen ist es sehr zweckmäßig, die Modellausgleichung mit „gemittelten“ Paßpunkten durchzuführen, um den Einfluß der zufälligen Beobachtungsfehler in den Paßpunkten möglichst zu verkleinern. Hierzu sollten in den Modellecken je zwei ziemlich nahe beieinanderliegende Paßpunkte gegeben sein; die Bestimmung der zusätzlichen Punkte erfordert meist nur wenig Arbeit und Kosten.

Zur Steigerung der Genauigkeit ist es üblich, sämtliche Paß- und Neupunkte je zweimal zu beobachten. Bei Verwendung von Remington-Lochkarten können dabei beide Ablesungen in der gleichen Lochkarte registriert werden. Sie werden nach dem im 5. Kapitel beschriebenen Programm gemittelt; die Koordinatentransformation und die Modellausgleichung erfolgen sodann mit diesen vorausgeglichene Maschinenkoordinaten.

Die vorgeschlagene Methode der Modellausgleichung bietet verschiedene Vorteile: die bis zum Endresultat mögliche Vollautomation gewährleistet bei minimalem Arbeitsaufwand ein hohes Maß an Sicherheit und Genauigkeit; da zudem allfällige Unvollkommenheiten der Einpassung der Bildpaare sehr wirksam kompensiert werden, kann auf umständliche und zeitraubende Verfahren der gegenseitigen und absoluten Orientierung der Modelle verzichtet werden.

9. Kapitel. Diskussion einiger Beispiele

Die Wirksamkeit der beschriebenen Ausgleichungsmethoden wurde vom Verfasser seit 1958 an einer größeren Zahl von Einzelstreifen, einem Block und an einer Gruppe von Einzelmodellen praktisch erprobt. Die erzielten Resultate scheinen denjenigen anderer, „strengerer“ Verfahren zumindest ebenbürtig zu sein und bestätigen durchweg die dem vorgeschlagenen Vorgehen zu Grunde liegenden Hypothesen.

9.1. Die Hauptstreifen des Blocks „Vercors“

Der Block „Vercors“, ein Versuchs-Operat der Kommission III der S. I. P., enthält 3 Haupt- und 6 Füllstreifen von je ca. 55 km, bzw. 50 km Länge; die auswertbare Fläche beträgt somit rund 2750 km². Das Gebiet ist ziemlich gebirgig; die Meereshöhen gehen von 180 m auf über 2100 m, wobei Höhenunterschiede von mehr als 1000 m in einem Bildpaar nicht selten sind.

Für die vorliegende Arbeit wurde das mit der Plattenkammer *Wild RC 7*

(Weitwinkel-Objektiv „Aviagon“, $f = 100,35$ mm) aus rund 8000 m über Grund aufgenommene Bildmaterial verwendet. Die durchschnittliche Längsüberdeckung beträgt ca. 70%, was einem Basisverhältnis von $B:H \cong 1:2,4$ entspricht; die Längsüberdeckung ist jedoch teilweise sehr unregelmäßig und variiert zwischen ungefähr 60% und 80%.

Das räumliche Aeronivellement mit Statoskopdaten erfolgte gemäß einem vom Verfasser entwickelten, von der durch *Helmy* in [34] beschriebenen Methode der unabhängigen Bildpaare in wesentlichen Teilen abweichenden Verfahren. Für die instrumentelle Arbeit stand der Präzisions-Autograph *Wild A 7* des Photogrammetrischen Instituts der ETH, mit einem Koordinaten-Registriergerät *EK 3* und synchronisiertem Remington-Kartenlocher zur Verfügung.

Was die nachfolgend angeführten Resultate der Streifen- und Blockausgleichung anbetrifft, muß leider vorausgeschickt werden, daß die gegebenen Paß- und Kontrollpunkte viel zu wünschen übrig ließen. Hinsichtlich ihrer Genauigkeit sind keine konkreten Angaben erhältlich; es wurden jedoch mehrfach grobe Koordinaten- und Höhenfehler (bis zu 130 m!) einwandfrei festgestellt.

Die Paßpunkte sind teilweise sehr ungünstig verteilt und zudem fast ausschließlich nur lage- oder höhenmäßig bestimmt. Die ursprünglichen Identifikations-Skizzen waren größtenteils ungenügend und verschiedene Punkte sind unauffindbar. Ungefähr die Hälfte aller Kontrollpunkte ist schlecht definiert; bei den Bäumen beispielsweise ist nur die schattige Seite und der Schlag Schatten sichtbar, was offensichtlich zu systematischen Einstellfehlern führte. Es darf angenommen werden, daß mit besseren Kontrollpunkten und dementsprechend kleineren Beobachtungsfehlern eine wesentlich bessere Lagegenauigkeit nach der Ausgleichung erzielt worden wäre.

Wir wollen zunächst an Hand der drei hin- und zurücktriangulierten Hauptstreifen die Wirkung der Streifenausgleichung untersuchen. Die Ausgleichung dieser 6 Streifen erfolgte mit je 3×3 Paßpunkten, wobei für den Hin- und Rückweg jeweils die gleichen Punkte verwendet wurden. Die Untersuchung bezieht sich auf die Ausgleichung mit teilweise (es standen nicht überall genügend Punkte zur Verfügung) „gemittelten“ Paßpunkten

Es sollen insbesondere die Fragen abgeklärt werden, ob die Restfehler nach der Streifenausgleichung wirklich zufälliger Natur sind und ob deshalb die Mittelbildung der hin- und zurücktriangulierten Streifen gerechtfertigt ist oder nicht. Die fehlerstatistische Proben sind insofern etwas fragwürdig, als die Anzahl der verfügbaren Kontrollpunkte relativ klein ist und die Beobachtungen der Hin- und Rücktriangulation nicht vollkommen voneinander unabhängig sind. Immerhin dürfte dieses Vorgehen ziemlich zuverlässige Angaben über die Wirksamkeit der vorgeschlagenen Ausgleichungsmethode liefern.

Die Restfehler nach der Streifenausgleichung seien durch folgende Werte charakterisiert:

- die durchschnittlichen Fehler $d = \frac{[\epsilon]}{n}$,
- die mittleren Fehler $m = \pm \sqrt{\frac{[\epsilon^2]}{n}}$,
- die maximalen Restfehler M_X, M_Y, M_H ,
- die Verhältnisse $d : m$,
- die prozentualen Anteile der Restfehler innerhalb der Werte $\pm m, \pm 2m$ und $\pm 3m$.

Gemäß der Methode der kleinsten Quadrate sollten die Restfehler annähernd eine normale Verteilung aufweisen. Falls das Gaußsche Fehlergesetz $\varphi(\epsilon) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} a^{-h^2 \epsilon^2}$ genau zutrifft, also für rein zufällige Fehler und eine genügend große Zahl von Beobachtungen, ist

$$d \cong 0,8 m, \text{ oder } d : m \cong 0,8.$$

Ferner läßt sich zeigen, daß die theoretischen Wahrscheinlichkeiten W für das Auftreten von zufälligen, wahren Restfehlern ϵ , welche größer sind als $\pm m, 2m$ und $3m$, folgende Werte annehmen:

- ϵ größer als $\pm m : W = 0,3173$, oder ca. 1 : 3,
- ϵ größer als $\pm 2m : W = 0,0465$, oder ca. 1 : 20,
- ϵ größer als $\pm 3m : W = 0,0027$, oder ca. 1 : 400.

Theoretisch sollten infolgedessen die Restfehler folgendermaßen verteilt sein:

- ca. 66,6 % innerhalb von $\pm m$,
- ca. 95,0 % innerhalb von $\pm 2m$,
- ca. 99,75% innerhalb von $\pm 3m$.

Abweichungen von diesen Sollwerten sind infolge der verhältnismäßig kleinen Zahl von Beobachtungen und weil es sich infolge der Unsicherheit der Kontrollpunkte nicht genügend streng um wahre Fehler handelt, zu erwarten.

Die Resultate der Ausgleichung der 6 Streifen sind in Tabelle I zusammengestellt. Da sie nur wenig voneinander abweichen, können wir für die nachfolgenden Überlegungen die arithmetischen Mittel der Resultate der Einzelstreifen verwenden. Für einen solchen durchschnittlichen Streifen erhalten wir insbesondere:

$d_X = 1,3 m; \quad d_Y = 1,2 m; \quad d_H = 1,3 m.$ $m_X = \pm 1,8 m; \quad m_Y = \pm 1,6 m; \quad m_H = \pm 1,75 m.$

Tabelle I. Block „Vercors“
Die Restfehler nach der Ausgleichung der Hauptstreifen (je hin- und zurücktrajungiert)

Hauptstreifen Nr.	Länge der Streifen km	Anzahl unabh. Modelle	Durchschnittl. Flugh. ü. Grund m	Anzahl Testpunkte L/H	Durchschnittliche Restfehler			Mittlere Restfehler			d : m			Maximale Restfehler							
					d _x m	d _y m	d _{ll} m	m _x m	m _y m	m _{ll} m	X	Y	H	M _x m	M _y m	M _{ll} m					
10 Hinweg	55	9	8033	38/58	1,4	1,3	1,4	± 2,2	± 1,8	± 1,7	0,64	0,72	0,79	- 5,8	+ 5,3	- 4,8					
					1,4	1,2	1,8	± 1,9	± 1,6	± 2,4	0,74	0,75	0,75	- 4,1	- 4,2	- 5,8					
11 Hinweg	51	9	7894	31/47	1,6	1,1	1,2	± 2,2	± 1,5	± 1,6	0,73	0,73	0,75	+ 5,1	- 3,5	+ 3,4					
					1,4	0,8	1,3	± 2,0	± 1,2	± 1,6	0,70	0,67	0,81	+ 6,0	- 3,5	- 3,6					
12 Hinweg	50	8	7898	36/45	0,8	1,4	1,2	± 1,1	± 1,9	± 1,7	0,78	0,74	0,70	- 3,1	+ 5,1	- 5,6					
					1,1	1,6	1,0	± 1,6	± 1,8	± 1,5	0,67	0,78	0,66	- 5,3	+ 3,9	+ 3,8					
Mittel aller Streifen		8 ² /3	7941	Total 207/295	1,3	1,2	1,3	± 1,8	± 1,6	± 1,7 ₅	0,72	0,75	0,74	± 4,9	± 4,3	± 4,5					
Mittlere Restfehler in ‰ der Flughöhe über Grund														Absolute, max. Restfehler		+ 6,0		+ 5,3		- 5,8	
Prozentuale Anteile der Restfehler innerhalb von														76 ‰		72 ‰		72 ‰		72 ‰	
(Durchschnitt der einzelnen Streifen)														94 ‰		94 ‰		95 ‰		95 ‰	
														99,5 ‰		100 ‰		99,7 ‰		99,7 ‰	

Die mittleren Restfehler in einem Einzelstreifen entsprechen somit rund $0,23\text{‰}$, $0,20\text{‰}$ und $0,22\text{‰}$ der Flughöhe über Grund und sind nur wenig größer als die zufälligen Beobachtungsfehler in einem Einzelmodell. Für letztere gibt *Helmy* in [34], unter Berücksichtigung von Weitwinkelaufnahmen und 70%iger Längsüberdeckung, folgende theoretische Werte an:

$$m_L = \pm 0,17\text{‰} \text{ von } H; \quad m_H = \pm 0,19\text{‰} \text{ von } H.$$

Bei einer Flughöhe von rund 8000 m über Grund müßte man also auf jeden Fall mit zufälligen, mittleren Lage- und Höhenfehlern von ca. $\pm 1,4$ m, bzw. $\pm 1,5$ m rechnen.

Der totale, mittlere Lagerrestfehler ($m_L = \pm 2,4$ m) ist im Verhältnis zum mittleren Höhenfehler auffallend groß; dies dürfte auf die bereits erwähnten Mängel der gegebenen Kontrollpunkte zurückzuführen sein. Absolut betrachtet, ist jedoch auch dieser Wert noch als sehr günstig zu bezeichnen.

Die außerordentlich gute Höhengenaugigkeit ist um so beachtlicher, als die Registrierung der Höhen nur auf runde Meter genau erfolgte. Beim verwendeten Modellmaßstab von 1:20 000 beträgt das kleinste Intervall am Höhenzählwerk 1 m; da es praktisch unmöglich ist, die Höhenspindel und das Registrierwerk so zu kuppeln, daß immer genau beim Wert 0,5 auf- oder abgerundet wird, kann es sogar vorkommen, daß die Höhe um 1 m falsch registriert wird.

Die Rundungsfehler lassen sich übrigens leicht reduzieren, indem das Höhenzählwerk so geschaltet wird, daß nicht direkt Meter, sondern 0,01 mm im Modellmaßstab registriert werden; für die Umrechnung in Meereshöhen ist im Programm für die Streifenausgleichung ein entsprechender Faktor vorgesehen.

Durch die Streifenausgleichung wird ferner nur der Einfluß der Erdkrümmung auf den ganzen Streifen, nicht aber deren Wirkung im einzelnen Modell eliminiert. Während also die Höhen der gesuchten Neupunkte, d. h. die Übergangspunkte zwischen den Modellen, wirksam kompensiert werden, verbleiben in Punkten in der Mitte der Bildpaare noch Höhenfehler, welche nur durch die Verwendung von geeigneten Kompensationsplatten vermieden werden können.

Die Größenordnung der mittleren und maximalen Restfehler, ihre prozentuale Verteilung und die Verhältnisse $d:m$ deuten darauf hin, daß die Restfehler nach der Streifenausgleichung vorwiegend zufälliger Natur sind.

Da die Hin- und Rücktriangulation von Bildstreifen mit dem gleichen Bildmaterial und den gleichen Stoskopdaten erfolgt, sind die beiden Bestimmungen offensichtlich nicht vollständig voneinander unabhängig; die Auswirkungen dieser Korrelation treten in den nachfolgenden Untersuchungen deutlich hervor.

Tabelle II. Block „Vercors“
Die Klaffen zwischen der Hin- und Rücktriangulation der 3 Hauptstreifen

Haupt-Streifen	Anzahl Vergleichs-Punkte L/H	Durchschnittliche Klaffen			Mittlere Klaffen			$\sigma : \tau$			Maximale Klaffen		
		σ_X m	σ_Y m	σ_H m	τ_X m	τ_Y m	τ_H m	X	Y	H	D_X m	D_Y m	D_H m
10	117/115	1,0	1,0	1,8	$\pm 1,3$	$\pm 1,3$	$\pm 2,3$	0,77	0,77	0,78	+3,4	-5,0	+7,4
11	104/105	1,0	2,0	1,4	$\pm 1,4$	$\pm 2,6$	$\pm 1,9$	0,71	0,77	0,74	-6,1	+6,6	+6,7
12	108/109	1,3	1,2	1,4	$\pm 1,8$	$\pm 1,5$	$\pm 1,7_5$	0,72	0,80	0,80	-6,6	+4,4	-5,0
Mittel aller Streifen	Total 329/329	1,1	1,4	1,5	$\pm 1,5$	$\pm 1,8$	$\pm 2,0$	0,73	0,78	0,75	-6,6	+6,6	+7,4

Tabelle III. Block „Vercors“
Die Restfehler der aus Hin- und Rücktriangulation gemittelten Hauptstreifen

Haupt- Streifen Nr.	Anzahl gemittelter Punkte L/H	Durchschnittliche Restfehler			Mittlere Restfehler			$d:m$			Maximale Restfehler		
		d_x m	d_y m	d_H m	m_x m	m_y m	m_H m	X	Y	H	M_x	M_y	M_H
10	34/53	1,4	1,1	1,2	± 1,9	± 1,6	± 1,7	0,74	0,69	0,71	- 5,0	+ 4,8	- 3,6
11	31/45	1,5	0,7	1,1	± 2,1	± 1,1	± 1,3	0,72	0,64	0,85	+ 5,5	- 3,3	- 2,7
12	36/45	0,8	1,4	0,9	± 1,1	± 1,8	± 1,2	0,72	0,78	0,77	- 3,3	+ 4,5	- 3,5
Mittel aller Streifen	Total 101/143	1,2	1,1	1,1	± 1,7	± 1,5	± 1,4	0,70	0,73	0,78	± 4,6	± 4,2	± 3,3
Mittlere Restfehler in ‰ der Flughöhe über Grund					~ 0,21 ‰	~ 0,19 ‰	~ 0,18 ‰	Absolute maxi- male Fehler			+ 5,5	+ 4,8	- 3,6
Anteile der Restfehler innerhalb von ± 2 m (Durchschnitt der einzelnen Streifen) ± 3 m		± m			73 %	76 %	69 %						
		± 2 m			93 %	94 %	94 %						
		± 3 m			100 %	100 %	100 %						

Durch die nach der Ausgleichung in den einzelnen Streifen verbleibenden Restfehler entstehen Klaffen zwischen den aus der Hin-, bzw. Rücktriangulation bestimmten Koordinaten und Höhen der beobachteten Punkte; ihre durchschnittlichen und mittleren Werte sind in der Tabelle II zusammengestellt. Die mittleren Klaffen betragen im Durchschnitt der 3 Hauptstreifen:

$$\tau_X = \pm 1,5 \text{ m}; \quad \tau_Y = \pm 1,8 \text{ m}; \quad \tau_H = \pm 2,0 \text{ m}.$$

Sie sind also bedeutend kleiner als die $\sqrt{2}$ -fachen Werte der mittleren Restfehler in den Einzelstreifen, welche man bei nichtkorrelierten Beobachtungen und zufälligen Fehlern erwarten müßte.

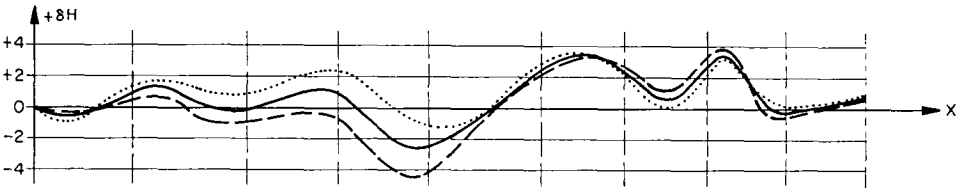
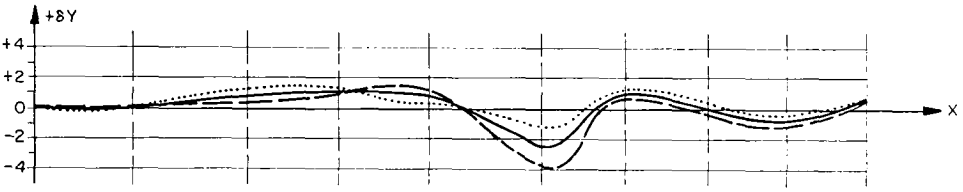
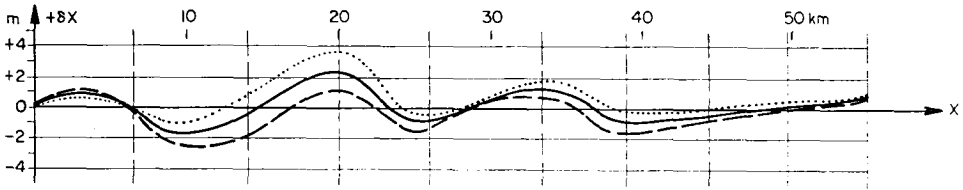
Die Korrelation zwischen der Hin- und Rücktriangulation von Streifen wirkt sich natürlich auch auf die Resultate der daraus gemittelten Streifen aus. Wie aus der Tabelle III hervorgeht, sind die mittleren Restfehler der gemittelten Hauptstreifen verhältnismäßig wenig kleiner als diejenigen in den einzelnen Streifen. Ihre durchschnittlichen Werte sind:

$m_X = \pm 1,7 \text{ m}; \quad m_Y = \pm 1,5 \text{ m}; \quad m_H = \pm 1,4 \text{ m}.$
--

Immerhin ist festzustellen, daß diese mittleren Fehler nur noch rund $0,21\text{‰}$, $0,19\text{‰}$ und $0,18\text{‰}$ der Flughöhe über Grund entsprechen und somit nur wenig größer sind als die zufälligen Beobachtungsfehler. Da zudem die maximalen Restfehler bedeutend kleiner werden, scheint der Aufwand der Hin- und Rücktriangulation von Hauptstreifen eines Blockes durchaus gerechtfertigt zu sein.

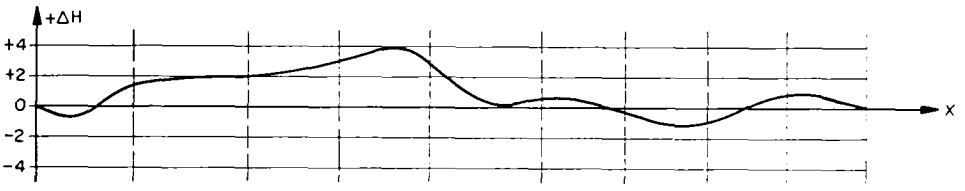
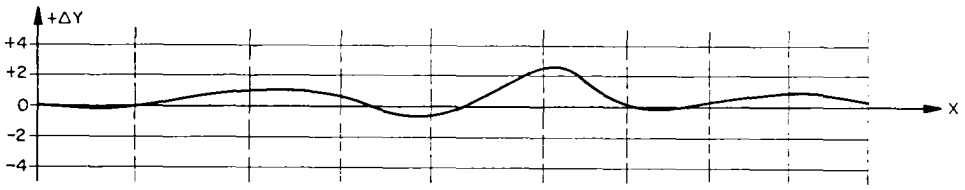
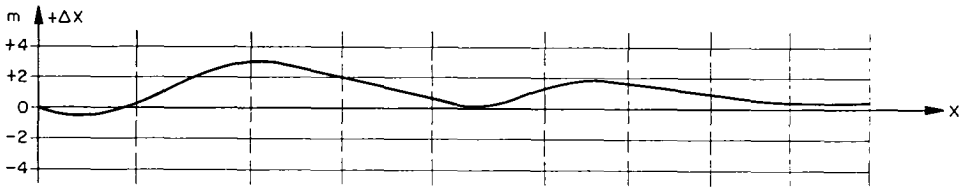
In den Abbildungen 5a, 5b und 5c ist der Verlauf der Restfehler in den einzelnen und gemittelten Streifen sowie der Klaffen zwischen der Hin- und Rücktriangulation für Punkte in der Nähe der Streifenachse graphisch dargestellt. Die Ähnlichkeit dieser Längsschnitte durch die „Restfehlerflächen“ ist offensichtlich; die zwischen der Hin- und Rücktriangulation auftretenden Differenzen dürften sowohl auf zufällige Beobachtungsfehler als auch auf quasi-systematische, z. B. durch die doppelte Summation zufälliger Fehler hervorgerufene Fehler zurückzuführen sein. Der allgemeine Verlauf der Kurven läßt sich wohl nur durch zufällige Fehler der verwendeten Statoskopdaten erklären; diese bewirken kleine, durch die Streifenausgleichung kaum erfaßbare Unregelmäßigkeiten der ursprünglichen Fehlerflächen, und zwar in gleicher Weise bei der Hin- und Rücktriangulation des Streifens.

Die Abbildungen 6a, 6b und 6c geben ein anschauliches Bild vom Verlauf der Lage- und Höhenrestfehler in den gemittelten Hauptstreifen. Von einer Systematik kann hier kaum mehr die Rede sein; wo jedoch eine solche auftritt, handelt es sich um dermaßen kleine Fehlerbeträge, daß sie für praktische Zwecke ohne weiteres toleriert werden kann.



Die Restfehler in der Streifenachse.

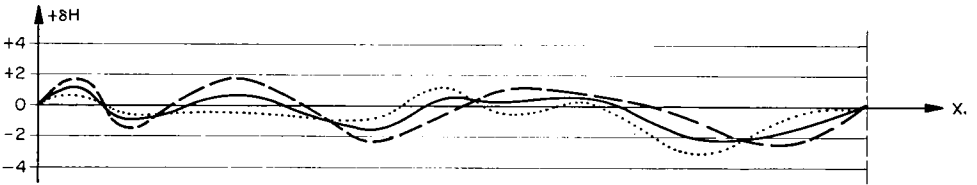
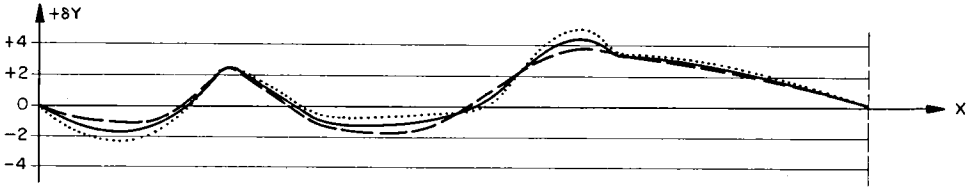
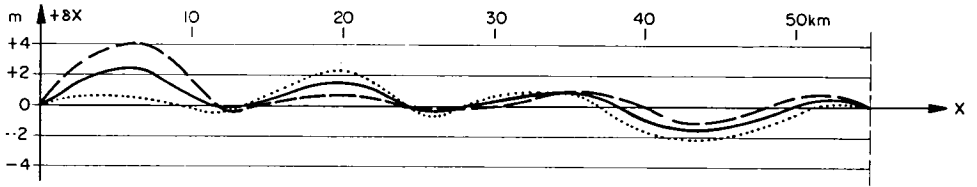
----- Hinweg; Rückweg; — Mittel aus Hin- und Rückweg.



Die Klaffen zwischen der Hin- und Rücktriangulation.

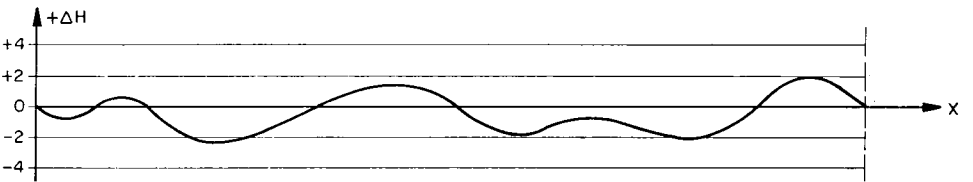
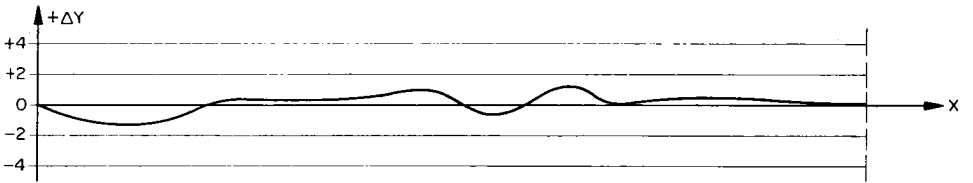
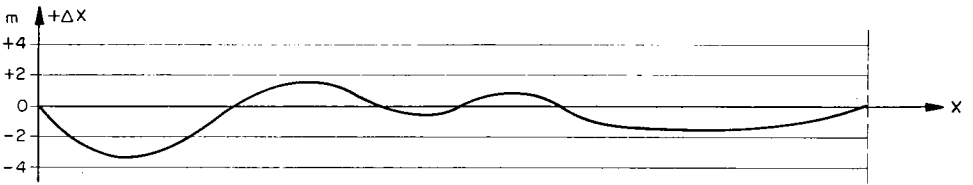
Abb. 5a: Hauptstreifen 10, Vercors.

Maßstäbe: Streifenachse 1 : 500 000; Restfehler, bzw. Klaffen 1 : 500.



Die Restfehler in der Streifenachse.

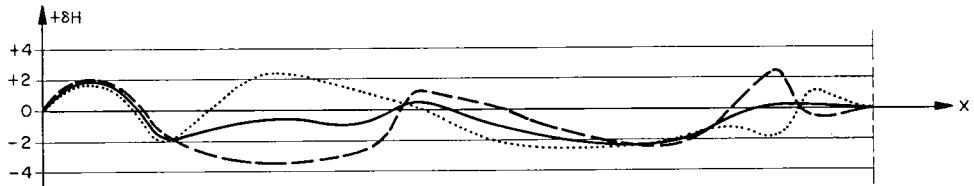
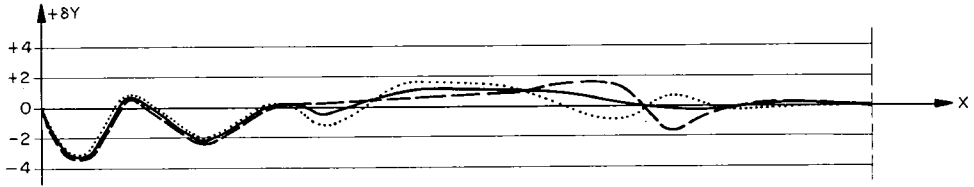
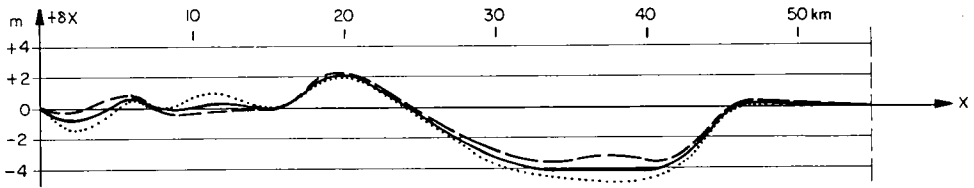
----- Hinweg; Rückweg; — Mittel aus Hin- und Rückweg.



Die Klaffen zwischen der Hin- und Rücktriangulation.

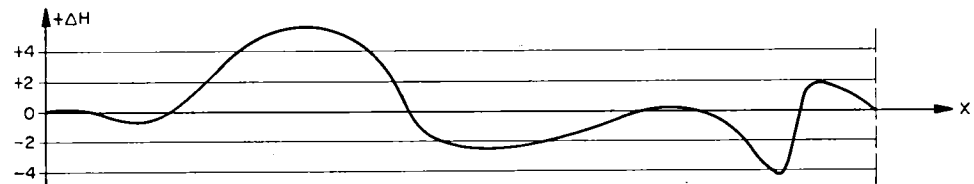
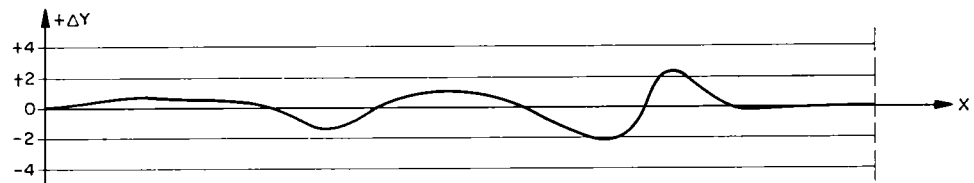
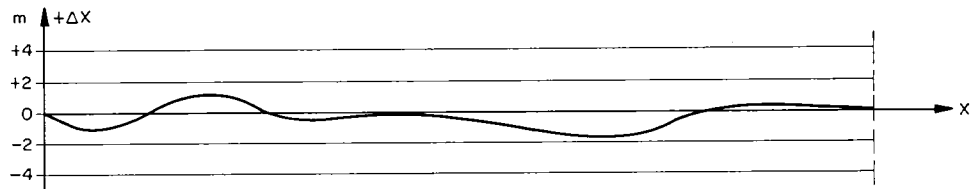
Abb. 5b: Hauptstreifen 11, Vercors.

Maßstäbe: Streifenachse 1 : 500 000; Restfehler, bzw. Klaffen 1 : 500.



Die Restfehler in der Streifenachse.

----- Hinweg; Rückweg; — Mittel aus Hin- und Rückweg.

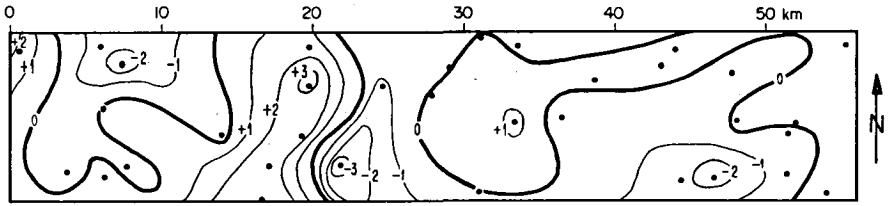


Die Klaffen zwischen der Hin- und Rücktriangulation.

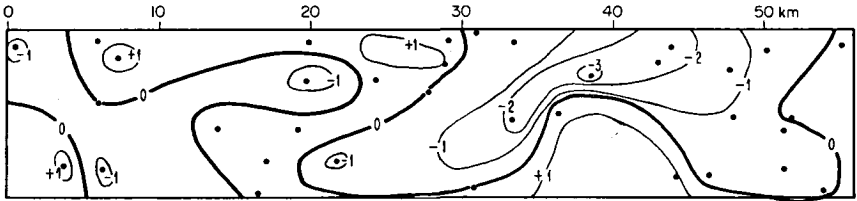
Abb. 5c: Hauptstreifen 12, Vercors.

Maßstäbe: Streifenachse 1 : 500 000; Restfehler, bzw. Klaffen 1 : 500.

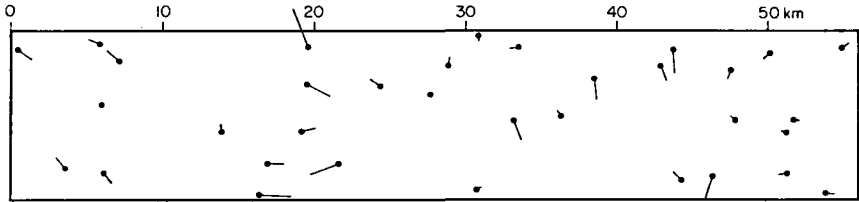
Die Restfehler in X.



Die Restfehler in Y.



Die Lage-Restfehler.



Fehler 1:1000 (1 mm = 1 m)

Die Höhen-Restfehler.

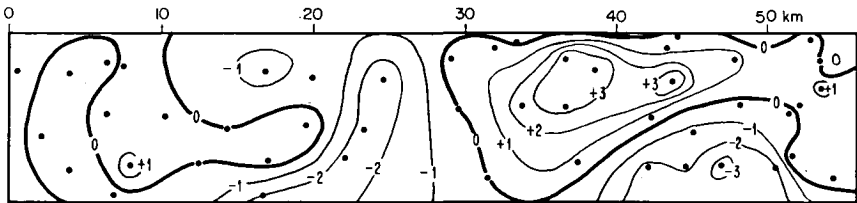
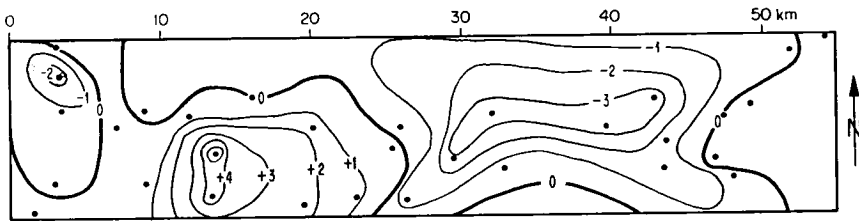


Abb. 6a. Block „Vercors“ — Hauptstreifen 10.

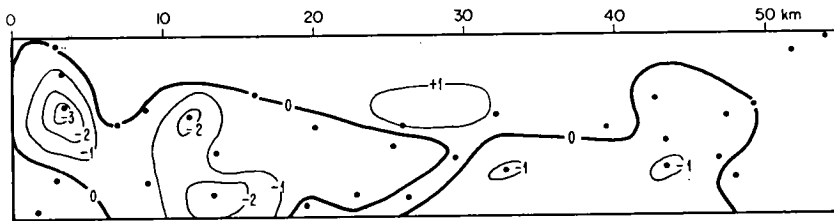
Mittel aus Hin- und Rücktriangulation.

Maßstab 1:500 000.

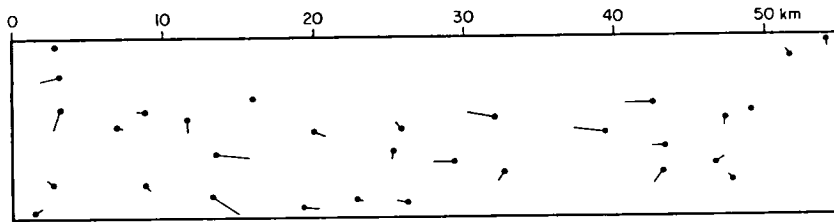
Die Restfehler in X.



Die Restfehler in Y.



Die Lage-Restfehler,



Fehler 1:1000 (1 mm = 1 m)

Die Höhen-Restfehler.

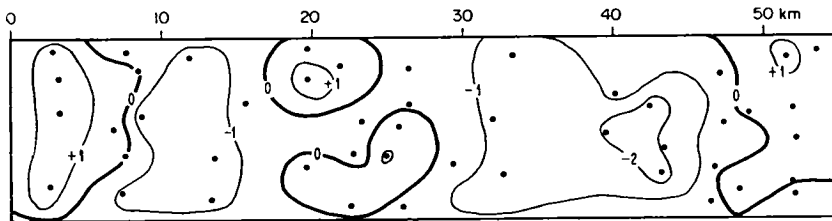
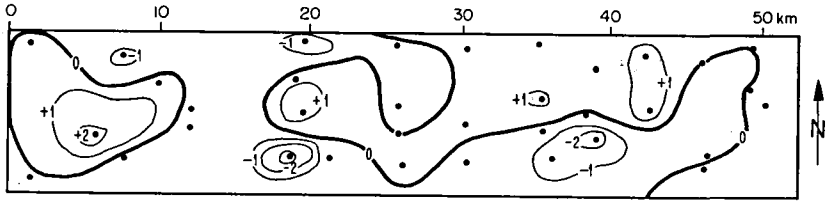


Abb. 6b. Block „Vercors“ — Hauptstreifen 11.

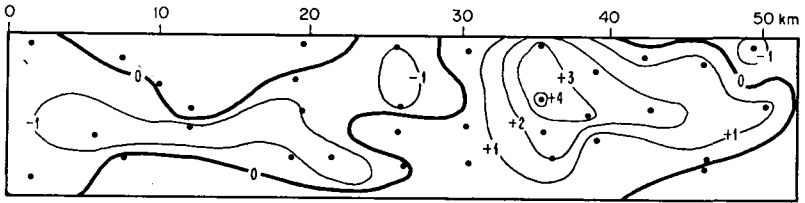
Mittel aus Hin- und Rücktriangulation.

Maßstab 1 : 500 000.

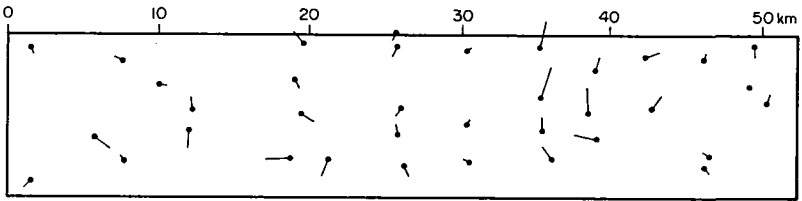
Die Restfehler in X.



Die Restfehler in Y.



Die Lage-Restfehler.



Fehler 1:1000 (1 mm = 1 m)

Die Höhen-Restfehler.

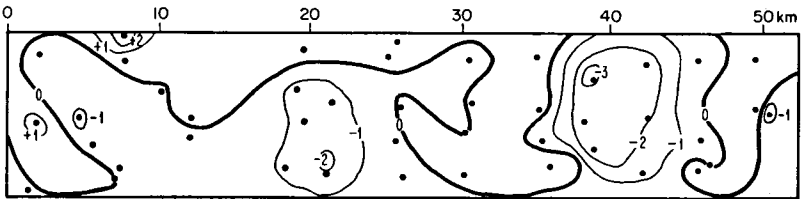


Abb. 6c. Block „Vercors“ — Hauptstreifen 12.

Mittel aus Hin- und Rücktriangulation.

Maßstab 1:500 000.

9.2. Triangulation und Ausgleichung des Blocks „Vercors“

Das im 7. Kapitel beschriebene Verfahren der Blockausgleichung wurde am Block „Vercors“, dessen Einzelheiten schon in 9.1 dargelegt wurden, praktisch erprobt.

Die durchschnittlichen Flughöhen der sechs Füllstreifen schwanken zwischen 7420 m und 8610 m über Grund, bei einem Durchschnitt aller Streifen von ca. 8100 m; der mittlere Bildmaßstab des ganzen Blocks beträgt somit rund 1 : 81 000.

Die teilweise sehr knappe seitliche Überdeckung der Füllstreifen (zwischen FS 4 und FS 5 erreicht sie beispielsweise nur ca. 4% bis 10%) sowie die unregelmäßige Längsüberdeckung der Luftbilder wirkten sich insofern nachteilig auf die Arbeit aus, als in verschiedenen Streifen die Übergangspunkte sehr nahe an die Bildränder verlegt werden mußten. Eine etwas sorgfältigere Befliegung wäre besonders für Blocktriangulationen in gebirgigem Gelände sehr wünschenswert. Auf die mangelhafte Qualität der gegebenen Paß- und Kontrollpunkte wurde bereits in 9.1 hingewiesen.

Die Ausgleichung der einzelnen Füllstreifen erfolgte mit je 3×3 „gemittelten“ Paßpunkten, wodurch insbesondere der Einfluß der Restfehler in den aus den Hauptstreifen bestimmten Paßpunkten wesentlich vermindert wurde.

Die Resultate der einzeln ausgeglichenen Füllstreifen sind in der Tabelle IV zusammengestellt. Die mittleren Restfehler in den Füllstreifen betragen durchschnittlich

$$\bar{m}_X = \pm 2,6 \text{ m}; \quad \bar{m}_Y = \pm 2,3 \text{ m}; \quad \bar{m}_H = \pm 2,1 \text{ m}.$$

Diese mittleren Fehler sind um 0,8 m, 0,7 m und 0,4 m, d. h. um rund 44% (X und Y), bzw. um ca. 20% (Höhen) größer als die entsprechenden Werte in den mit Hilfe geodätisch bestimmter Paßpunkte ausgeglichenen Hauptstreifen. Die rund $\pm 1,5$ m betragenden, mittleren Restfehler der Hauptstreifen wirkten sich also nur in verhältnismäßig geringem Ausmaß auf die Genauigkeit der Füllstreifen aus.

Die in den ausgeglichenen Füllstreifen verbleibenden Restfehler bewirken Klaffen zwischen den einzelnen Streifen (siehe Tabelle V); für den ganzen Block ergeben sich folgende Durchschnittswerte der mittleren Klaffen:

$$\mu_X = \pm 3,1 \text{ m}; \quad \mu_Y = \pm 2,7 \text{ m}; \quad \mu_H = \pm 3,2 \text{ m}.$$

Im Gegensatz zur Hin- und Rücktriangulation eines Einzelstreifens, besteht zwischen benachbarten Füllstreifen eines Blockes keine direkte Korrelation. Die mittleren Klaffen entsprechen denn auch in guter Näherung den $\sqrt{2}$ -fachen Werten der mittleren Restfehler der Streifen, was wiederum die Hypothese der zufälligen Restfehler nach der Streifenausgleichung bestätigt.

Tabelle IV. Block „Vercors“
Die Restfehler nach der Ausgleichung der einzelnen Füllstreifen

Streifen Nr.	Länge der Streifen ca.	Anzahl unabh. hängig. Modelle	Durchschnittl. Flughöhe ü. Grund ca.	Anzahl Test-Punkte L/H	Durchschnittl. Restfehler			Mittlere Restfehler m'			$d' : \bar{m}$			Maximale Restfehler		
					\bar{d}_x m	\bar{d}_y m	\bar{d}_H m	\bar{m}_x m	\bar{m}_y m	\bar{m}_H m	X	Y	H	M'_x	M'_y	M'_H
1	50 km	8	8610 m	36/56	2,6	1,8	1,1	± 3,0	± 2,2	± 1,5	0,87	0,82	0,73	-6,3	+5,3	-4,1
2	49 km	8	8460 m	33/42	2,3	1,6	1,7	± 2,7	± 2,0	± 2,2	0,85	0,80	0,77	-6,7	+4,4	-5,4
3	50 km	8	8310 m	33/46	2,4	2,6	1,9	± 2,9	± 3,1	± 2,3	0,83	0,84	0,83	+6,4	+6,9	-5,4
4	48 km	10	8040 m	28/44	1,7	1,7	1,8	± 2,3	± 2,1	± 2,3	0,74	0,81	0,78	-4,8	+4,1	+5,9
5	51 km	10	7420 m	32/46	2,4	1,6	1,3	± 3,0	± 2,2	± 1,7	0,80	0,73	0,76	-5,9	-6,7	+4,7
6	46 km	7	7950 m	38/54	1,3	1,8	1,7	± 1,5	± 2,2	± 2,3	0,87	0,82	0,74	-3,7	+6,2	+5,9
Mittel aus allen Streifen.	49 km	8 ^{1/2}	8130 m	Total 200/288	2,1	1,9	1,6	± 2,6 (~0,32 %/100 H)	± 2,3 (~0,28 %/100 H)	± 2,1 (~0,26 %/100 H)	0,91	0,81	0,76	5,6	5,6	5,3

Tabelle V. Block „Vercors“
 Nach der Ausgleichung der Füllstreifen aufstretende Klaffen in Punkten in den Gemeinsamkeitsgebieten der Streifen

Zwischen den Streifen	Anzahl gemeins. Punkte	Durchschnittliche Klaffen			Mittlere Klaffen			$\sigma : \mu$			Maximale Klaffen		
		σ_X m	σ_Y m	σ_H m	μ_X m	μ_Y m	μ_H m	Y	Y	H	D_X m	D_Y m	D_H m
1—2	35/35	2,8	1,4	2,5	± 3,5	± 1,9	± 3,1	0,80	0,74	0,81	+ 7,3	- 5,6	+ 5,7
2—3	34/34	2,2	1,8	2,8	± 2,5	± 2,3	± 3,4	0,88	0,78	0,82	+ 5,1	- 5,6	+ 7,7
3—4	32/32	2,5	2,2	2,6	± 3,0	± 2,8	± 3,3	0,83	0,79	0,79	- 6,3	- 7,4	+ 8,1
4—5	26/27	2,8	2,3	2,5	± 3,3	± 2,7	± 3,1	0,85	0,85	0,81	+ 7,6	- 4,5	- 8,7
5—6	38/39	2,5	2,6	2,3	± 3,0	± 3,4	± 3,0	0,83	0,76	0,68	- 6,4	+ 7,0	- 8,7
Ganzer Block	Total 165/167	2,5	2,1	2,5	± 3,1	± 2,7	± 3,2	0,81	0,78	0,78	+ 7,6	- 7,4	- 8,7

Tabelle VI. Block „Vercors“
Die Restfehler nach der Blockausgleichung (Schlußresultat)

Gemeins. Punkte in Streifen	Anzahl Punkte L/H	Durchschnittliche Fehler			Mittlere Restfehler			d : m			Maximale Restfehler		
		d _x m	d _y m	d _H m	m _x m	m _y m	m _H m	X	Y	H	M _x m	M _y m	M _H m
1—2	11/15	1,5	1,5	1,4	± 1,8	± 2,0	± 1,7	0,83	0,75	0,82	- 3,3	+ 3,8	- 2,7
2—3	12/14	2,2	2,0	1,3	± 2,5	± 2,4	± 1,5	0,88	0,83	0,87	+ 4,6	+ 5,2	+ 2,5
3—4	7/11	1,9	1,7	1,2	± 2,2	± 2,1	± 1,3	0,86	0,81	0,92	- 4,4	+ 3,8	+ 1,8
4—5	4/7	1,0	2,8	1,1	± 1,1	± 2,9	± 1,3	0,91	0,97	0,85	- 1,8	+ 3,5	+ 2,7
5—6	13/19	1,3	1,4	1,2	± 1,7	± 1,8	± 1,4	0,76	0,78	0,86	- 3,1	- 4,2	- 3,0
Ganzer Block	47/66	1,7	1,8	1,3	± 2,0	± 2,1	± 1,5	0,85	0,86	0,87	+ 4,6	+ 5,2	- 3,0
Mittlere Restfehler als ‰ der Flughöhe (8130 m über Grund)					~ 0,25 ‰	~ 0,26 ‰	~ 0,18 ‰						
Anteil der Restfehler innerhalb von					66 %	66 %	67 %						
					94 %	94 %	98 %						
					100 %	100 %	100 %						

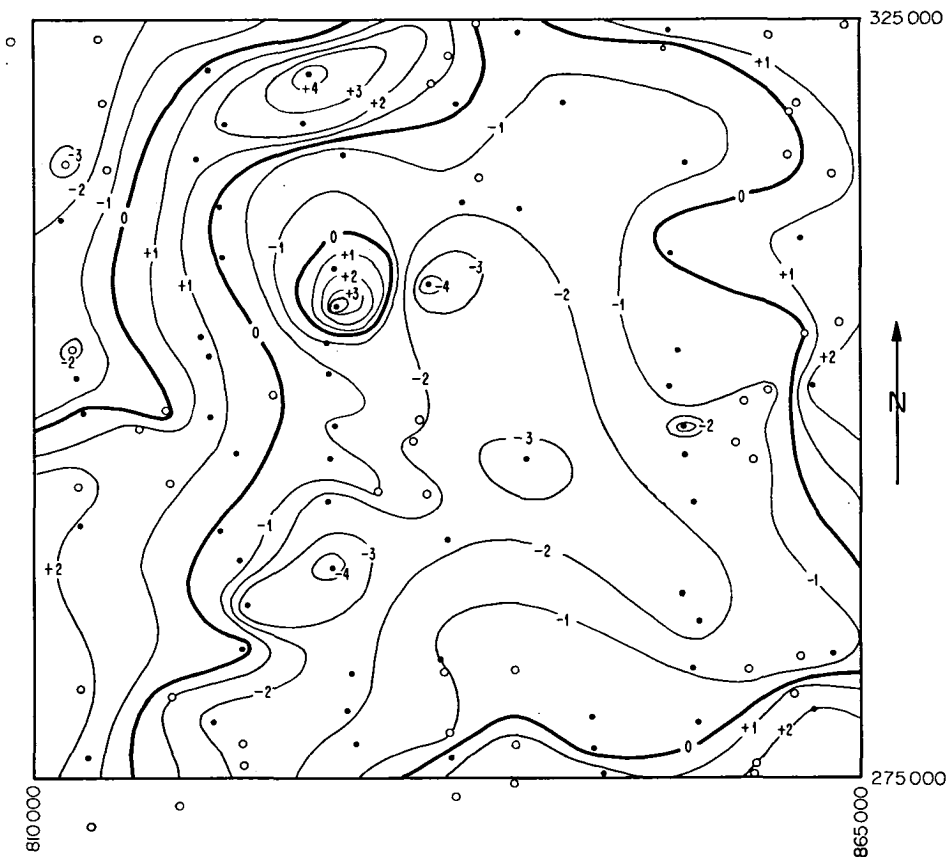


Abb. 7a. Block „Vorsors“. Die Restfehler in X nach der Blockausgleichung.
 ○ Gegebene Paßpunkte ● Gegebene Kontrollpunkte. Maßstab 1:500 000.

Falls es sich bei der vorgeschlagenen Blockausgleichung wirklich um die Mittelbildung von unabhängig bestimmten, mit zufälligen Fehlern behafteten Koordinaten und Höhen handelt, müssen die Restfehler in den gemittelten Punkten um annähernd $\frac{1}{\sqrt{2}}$ kleiner sein als diejenigen in den einzelnen Füllstreifen. Wie die in der Tabelle VI zusammengefaßten Resultate zeigen, ist dies tatsächlich der Fall. Die mittleren und maximalen Restfehler nach der Blockausgleichung betragen:

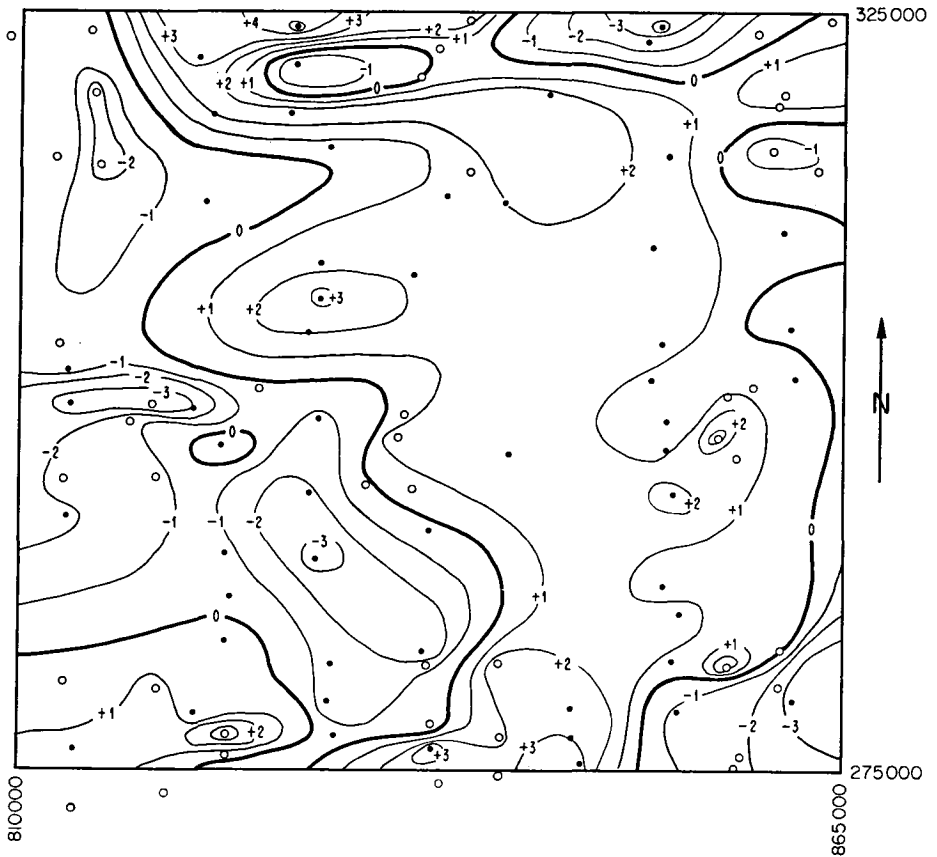


Abb. 7b. Block „Vercors“. Die Restfehler in Y nach der Blockausgleichung.
 ○ Gegebene Paßpunkte ● Gegebene Kontrollpunkte. Maßstab 1 : 500 000.

$m_X = \pm 2,0 \text{ m, oder rund } 0,25 \text{ ‰ von } H$ $m_Y = \pm 2,1 \text{ m, oder rund } 0,26 \text{ ‰ von } H$ $m_L = \pm 2,9 \text{ m, oder rund } 0,36 \text{ ‰ von } H$ $m_H = \pm 1,5 \text{ m, oder rund } 0,18 \text{ ‰ von } H$ $M_X = +4,6 \text{ m; } M_Y = +5,2 \text{ m; } M_H = -3,0 \text{ m}$
--

Die prozentualen Anteile der Restfehler und die Verhältnisse $d:m$ deuten wiederum auf normal verteilte, zufällige Restfehler hin. Dies geht auch aus den Abbildungen 7a, 7b, 7c und 8 hervor, in welchen die Restfehler nach der Blockausgleichung graphisch dargestellt sind; die „Restfehlerflächen“ weisen praktisch keinen systematischen Charakter auf.

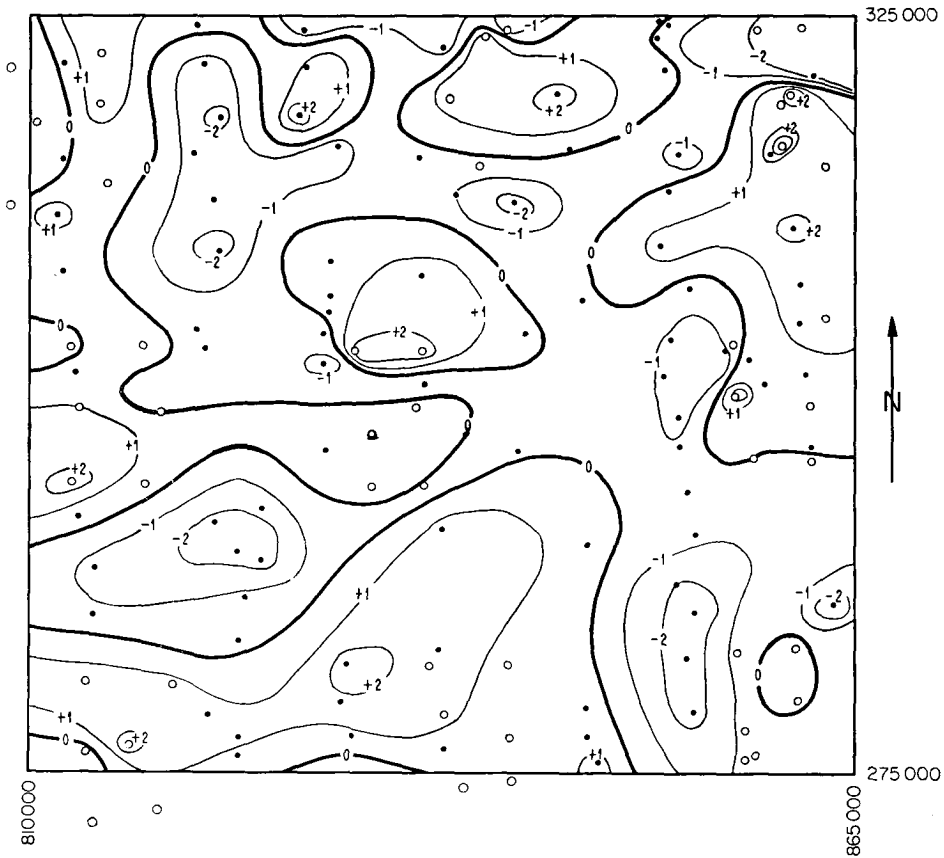


Abb. 7c. Block „Vercors“. Die Restfehler in H nach der Blockausgleichung.
 ○ Gegebene Höhenpaßpunkte ● Gegebene Kontrollpunkte. Maßstab 1 : 500 000.

Die Genauigkeit der durch die Blockausgleichung bestimmten Punkte wäre ausreichend für eine Kartierung im Maßstab 1 : 25 000, mit 20 m Äquidistanz. In Anbetracht des kleinen Bildmaßstabes von rund 1 : 80 000 darf dieses Resultat als sehr befriedigend bezeichnet werden.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die gesamte Ausgleichung, von den im Autographen eingestellten Punkten bis zur endgültigen Liste der Koordinaten und Höhen, vollständig automatisch durchgeführt werden kann. In einer modernen Rechenanlage dürfte der Zeitaufwand für die Ausgleichung der insgesamt 12 Haupt-, bzw. Füllstreifen und des Blockes rund 2 bis 3 Stunden betragen. Demgegenüber müßte bei Verwendung von Analogie-Einrichtungen für die Gesamt-Blockausgleichung mit einem Arbeitsaufwand von ungefähr einem Monat gerechnet werden.

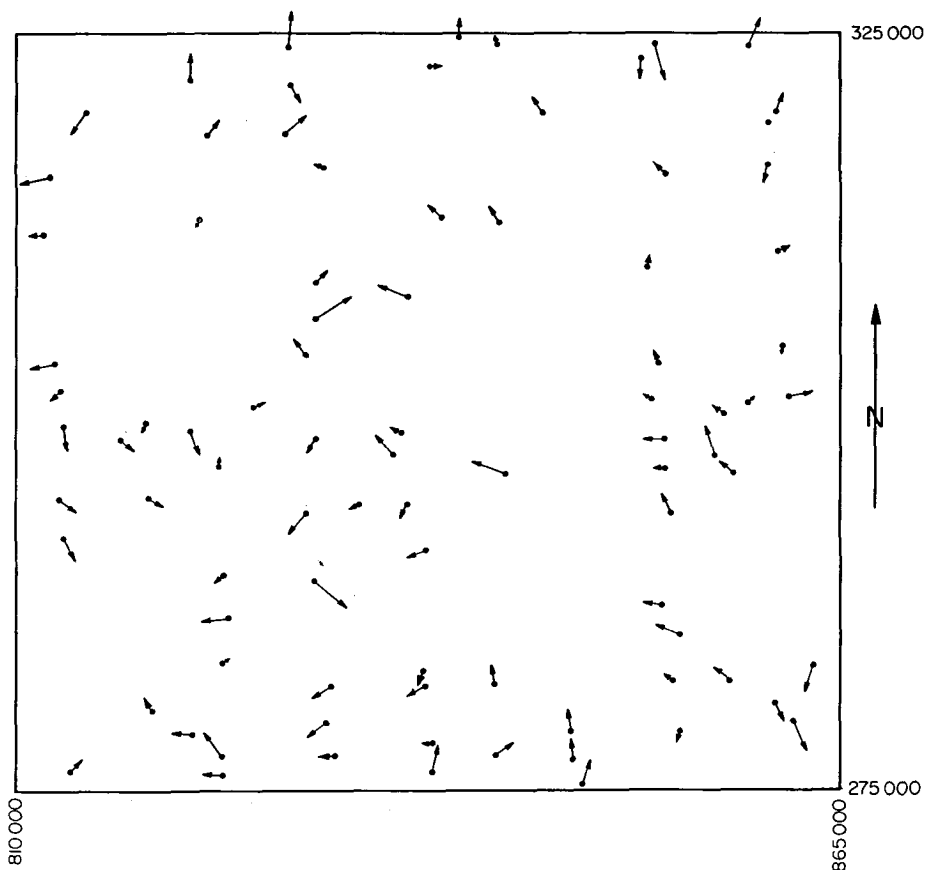


Abb. 8. Block „Vercors“. Die totalen Lage-Restfehler.
 Maßstäbe: Lage 1 : 500 000. Fehler 1 : 1000 (1 mm = 1 m).

9.3. Katastervermessung „Berg am Irchel“

Als letztes Beispiel sei die Anwendung der vorliegenden Programme auf absolut orientierte Einzelmodelle untersucht. Die Gelegenheit dazu bot der vom kantonalen Meliorations- und Vermessungsamt Zürich veranlaßte Versuch „Berg am Irchel“. Anlässlich der Neuvermessung dieser ca. 400 ha umfassenden Gemeinde wurden durch das Vermessungsbüro K. Weißmann in Zürich im Jahre 1959 erstmals numerische, photogrammetrische Aufnahmemethoden in der Instruktionszone II der schweizerischen Grundbuchvermessung eingesetzt.

In einem 5 Bildpaare umfassenden Testgebiet sind die durch herkömmliche, terrestrische Vermessungsmethoden (Polygonierung und Tachymetrie)

bestimmten Koordinaten der Grenzpunkte mit den Resultaten der graphischen Auswertung 1:1000 und mit denjenigen von affinen Sektoren- und Modelltransformationen verglichen worden. (Siehe *W. Fischer*: „Die Anwendung der Photogrammetrie in der Instruktionszone II der schweizerischen Grundbuchvermessung“, Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie, Nr. 1, 1959.)

Die auszuwertenden Paß- und Grenzpunkte wurden durch Bestreichen der Steinköpfe mit weißer Dispersionsfarbe luftsichtbar gemacht. Beim verwendeten Bildmaßstab von ca. 1:7000 (Plattenkammer *Wild* RC 7, Normalwinkelobjektiv „Aviotar“, $f=170$ mm, Flughöhe rund 1200 m über Grund), gestatteten die relativ kleinen Signale ein sehr genaues Einstellen der Punkte im Autographen.

Die gegenseitige Orientierung der Modelle erfolgte nach einem optisch-mechanischen Verfahren. Da es sich ursprünglich nur um die Bestimmung der Lagekoordinaten der Punkte handelte, wurde bei der absoluten Orientierung kein besonderes Gewicht auf die Höhengenaugigkeit gelegt.

Die Auswertung erfolgte am A 7 des Photogrammetrischen Instituts der ETH, wobei für die Registrierung der Modellkoordinaten ein Registriergerät EK 1 zur Verfügung stand. Da zu jener Zeit noch kein Kartenlocher am Autograph angeschlossen war, mußten die Maschinenkoordinaten nachträglich von Hand in Lochkarten übertragen werden; bei rund 600 Punkten bedeutete dies eine erhebliche Mehrarbeit. Sämtliche Punkte wurden in je zwei Durchgängen mit umgekehrter Reihenfolge beobachtet. Die affinen Transformationen wurden mit Hilfe eines Rechenautomaten IBM 650 durchgeführt.

Für die Transformation und Ausgleichung der Modelle gemäß dem im 8. Kapitel beschriebenen Verfahren mußten die Modellkoordinaten nochmals — in Remington-Lochkarten — gelocht werden. Die Mittelung der je zwei Beobachtungen pro Punkt erfolgte mit dem im 5. Kapitel erläuterten Programm, wobei als Toleranzen für die Differenzen zwischen den beiden Durchgängen $D_x = D_y = 0,03$ mm und $D_h = 30$ cm eingesetzt wurden. Daß diese Werte nur selten erreicht oder überschritten wurden, spricht für die Sorgfalt der beteiligten Operateure.

Für die Helmert-Transformation und Ausgleichung der Modelle 1 bis 4 standen je 4, für das Modell 5 jedoch 6 Paßpunkte zur Verfügung; die Genauigkeit der Resultate war in beiden Fällen praktisch dieselbe, was übrigens zu erwarten war. Da nur je ein Paßpunkt in den Ecken der Modelle gegeben war, erfolgte die Ausgleichung ohne die in 6.2 beschriebene Mittelung der Paßpunkte; die zufälligen Beobachtungsfehler in denselben wurden infolgedessen voll in die Fehlerflächen übertragen, wodurch quasi-systematische Restfehler verursacht werden. Eine gewisse Genauigkeitssteigerung wäre durch die Verwendung „gemittelter“ Paßpunkte zu erzielen.

Die ausgeglichenen Landeskoordinaten und Höhen wurden modellweise mit den terrestrisch bestimmten Werten verglichen. Die auftretenden Differenzen δX , δY und δH sind so klein, daß die in ihnen ebenfalls enthaltenen, unvermeidlichen Fehler der terrestrischen Vermessung nicht mehr vernachlässigt werden dürfen; wir bezeichnen die Abweichungen deshalb nicht als „wahre Fehler“, sondern einfach als „Differenzen“. Bei der terrestrischen Vermessung wirken sich zufällige Fehler in den Polygonpunkten als systematische, regional konstante Fehler in den daraus tachymetrisch bestimmten Grenzpunkten aus; ihnen überlagert sind sodann die zufälligen Fehler der tachymetrischen Beobachtungen. Die Differenzen δX , δY und δH treten denn auch tatsächlich zonenweise in auffallend konstanter Größe auf. Um trotzdem mit einiger Sicherheit aus den berechneten Differenzen auf die „wahren“ Fehler der photogrammetrischen Bestimmung schließen zu können, muß dem Einfluß dieser quasi-systematischen, der terrestrischen Vermessung zuzuschreibenden Fehleranteile Rechnung getragen werden. Dies kann durch eine modellweise Reduktion der δX , δY und δH auf die arithmetischen Mittel derselben erfolgen. Es entstehen dann die reduzierten Differenzen

$$\delta X' = \delta X - \frac{[\delta X]}{n}; \quad \delta Y' = \delta Y - \frac{[\delta Y]}{n}; \quad \delta H' = \delta H - \frac{[\delta H]}{n},$$

welche schon eher als Fehler der photogrammetrischen Bestimmung gelten können, trotzdem auch darin noch die zufälligen Fehler der tachymetrischen Vermessung enthalten sind. Werden die durchschnittlichen und mittleren Fehler aus den ursprünglichen Differenzen δX , δY und δH berechnet, dann treten zwischen den Werten für X und Y , aber auch zwischen den einzelnen Modellen, unverhältnismäßig große Unterschiede zutage, welche keineswegs photogrammetrisch bedingt sein können; diese Unterschiede verschwinden weitgehend, wenn die reduzierten Differenzen verwendet werden.

Ein erstes Maß für die Lagegenauigkeit der photogrammetrisch bestimmten Punkte ergibt sich aus den mittleren Lagefehlern in den Paßpunkten nach der Helmert-Transformation. In den Werten

$$m_T = \pm \sqrt{\frac{[v_X v_X] + [v_Y v_Y]}{2n - 4}}$$

sind neben den zufälligen Beobachtungsfehlern auch die durch Modelldeformationen usw. bedingten, systematischen Fehler enthalten. Sie sind ferner beeinflusst durch allfällige Fehler in den Koordinaten der Paßpunkte selbst.

Es darf angenommen werden, daß — abgesehen vom bereits erwähnten Einfluß der zufälligen Beobachtungsfehler in den Paßpunkten — die Fehler systematischer Natur durch die Modellausgleichung eliminiert werden; die Restfehler, und damit auch die reduzierten Differenzen $\delta X'$, $\delta Y'$ und $\delta H'$,

sollten infolgedessen zufälligen Charakter aufweisen und annähernd normal verteilt sein. Wir führen deshalb auch hier die in 9.1 erläuterte, fehlerstatistische Untersuchung durch. Nach *Hallert* [28] wollen wir dabei die mittleren Differenzen als „Standard-Differenzen“ s bezeichnen. Die Untersuchung bezieht sich in erster Linie auf

die durchschnittlichen Differenzen $d = \frac{[\delta']}{n}$,

die Standard Differenzen $s = \pm \sqrt{\frac{[\delta' \delta']}{n}}$,

die maximalen Differenzen M'_X, M'_Y, M'_H ,

die Verhältnisse $d : s$ und

die prozentuale Verteilung der δ' innerhalb von $\pm s, \pm 2s$ und $\pm 3s$.

Da nur rund ein Viertel aller Testpunkte terrestrisch bestimmte Höhen aufweisen und da bei der Einpassung und Auswertung der Modelle kein besonderes Gewicht auf die Höhengenaugigkeit gelegt wurde (bei einer Katastervermessung interessieren normalerweise nur die Lagekoordinaten X und Y), werden wir die Untersuchungen getrennt für Lage und Höhen durchführen.

Modell Nr.	1	2	3	4	5	1--5
Anzahl der Paßpunkte	4	4	4	4	6	
m_T cm	$\pm 4,6$	$\pm 5,2$	$\pm 4,6$	$\pm 3,2$	$\pm 5,0$	$\pm 4,5$
Anzahl der Testpunkte	106	76	154	113	149	598
d_X cm	2,9	3,3	2,9	3,2	2,6	2,9
d_Y cm	3,1	2,4	4,4	3,2	3,9	3,5
d_L cm	4,2	4,1	5,3	4,5	4,7	4,5
s_X cm	$\pm 3,5$	$\pm 4,1$	$\pm 3,6$	$\pm 4,1$	$\pm 3,3$	$\pm 3,7$
s_Y cm	$\pm 3,8$	$\pm 3,0$	$\pm 5,4$	$\pm 4,1$	$\pm 4,2$	$\pm 4,3$
s_L cm	$\pm 5,2$	$\pm 5,1$	$\pm 6,5$	$\pm 5,8$	$\pm 5,3$	$\pm 5,7$
$d_X : s_X$	0,83	0,80	0,80	0,78	0,79	0,79
$d_Y : s_Y$	0,82	0,80	0,81	0,78	0,93	0,81
$d_L : s_L$	0,81	0,80	0,81	0,78	0,89	0,79
M_X cm	± 11	+12	± 9	+12	± 8	+12
M_Y cm	+12	+7	+15	+9	± 13	+15

Hinsichtlich der Lagegenauigkeit interessieren neben den Differenzen in X und Y auch die durchschnittlichen und mittleren, totalen Lagedifferenzen

$$d_L = \pm \sqrt{d_X^2 + d_Y^2}, \quad s_L = \pm \sqrt{s_X^2 + s_Y^2}.$$

Für die 5 Einzelmodelle sowie für die Gesamtheit aller beobachteten Punkte ergibt sich folgendes Bild (siehe Tabelle S. 65).

Die aus den nicht reduzierten Original-Differenzen berechneten, mittleren Differenzen

$$m_X = \pm 4,7 \text{ cm}, \quad m_Y = \pm 5,0 \text{ cm}, \quad m_L = \pm 6,9 \text{ cm}$$

sind rund 27%, 16%, bzw. 21% größer als die „Standard-Differenzen“, doch sind auch sie noch außerordentlich klein. Die reduzierten Differenzen weisen folgende Verteilung auf:

Innerhalb von	$\pm s$	$\pm 2s$	$\pm 3s$	$\pm 4s$
Gemäß Theorie	66,6 %	95,0 %	99,7 %	100 %
$\delta_{X'}$	74,3 %	95,5 %	99,7 %	100 %
$\delta_{Y'}$	69,7 %	95,8 %	99,7 %	100 %
$\delta_{H'}$	61,0 %	96,7 %	100 %	100 %

Sowohl die Verhältnisse $d:s$ als auch die Verteilung der reduzierten Differenzen deuten auf zufällige, normal verteilte „Restfehler“ hin. Dies kommt besonders auch in der graphischen Darstellung (Abbildung 9) der Häufigkeit von Punkten mit den kombinierten Differenzen ($\pm \delta X'$, $\pm \delta Y'$) deutlich zum Ausdruck.

Auch für die Untersuchung der Differenzen zwischen den terrestrisch, bzw. photogrammetrisch bestimmten Höhen der Punkte sind die reduzierten Werte $\delta H'$ von besonderem Interesse. In den einzelnen Modellen sowie in den insgesamt 127 Testpunkten des ganzen Gebietes ergeben sich folgende Resultate:

Modell Nr.	1	2	3	4	5	1—5
Anzahl der Testpunkte	21	21	25	23	37	127
d_H cm	5,9	8,4	6,6	8,1	7,1	7,2
s_H cm	$\pm 7,1$	$\pm 10,3$	$\pm 8,8$	$\pm 9,9$	$\pm 9,1$	$\pm 9,2$
M_H cm	± 14	+21	-22	± 16	+20	-22
$d_H : s_H$	0,83	0,82	0,75	0,82	0,78	0,78

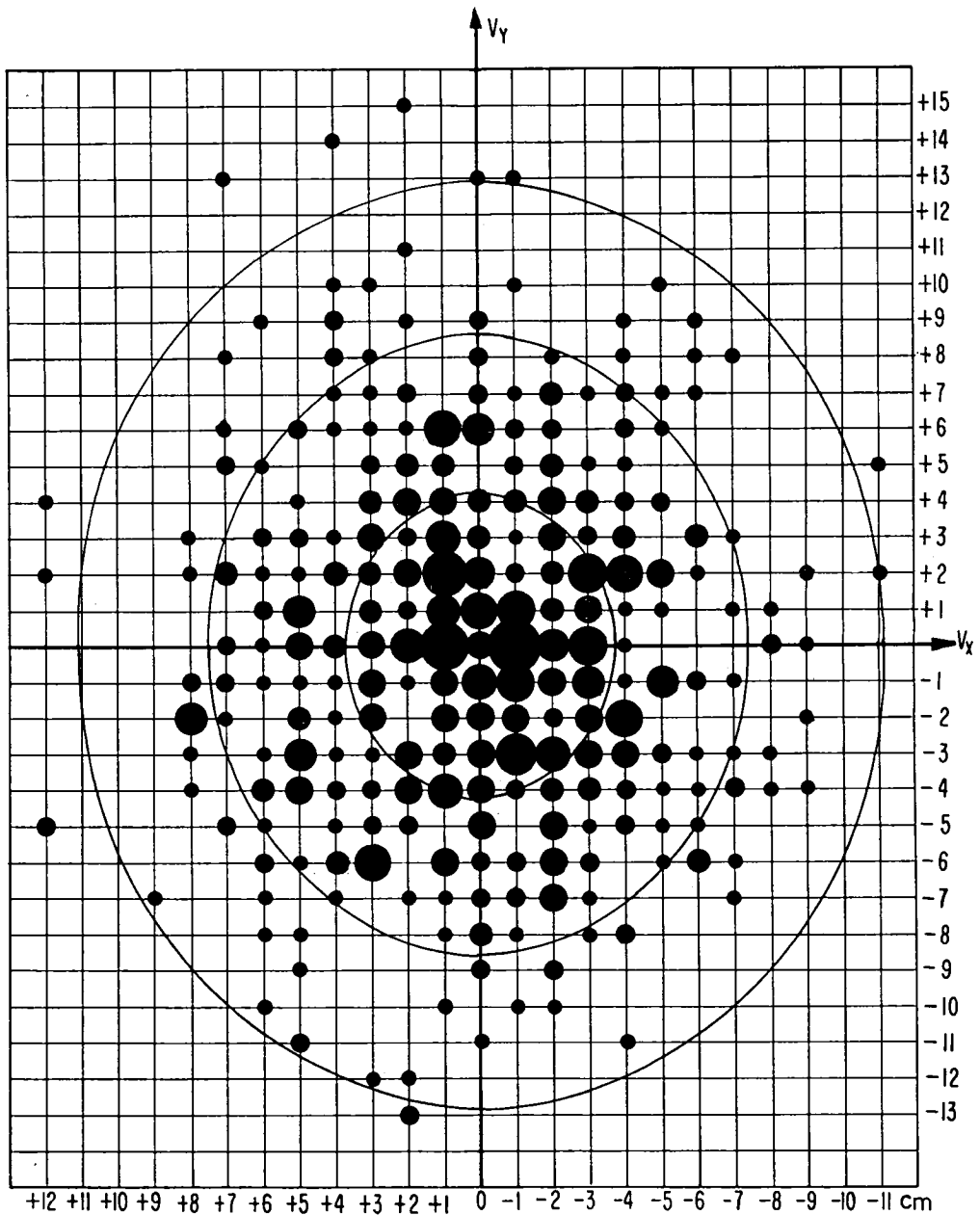


Abb. 9. „Berg am Irchel“.

Die Verteilung der reduzierten Differenzen $\delta X'$, $\delta Y'$.

$d^2/4$ entspricht der Anzahl von Testpunkten mit entsprechenden Differenzen $\delta X'$ und $\delta Y'$.

Die Ellipsen beziehen sich auf die Standard-Differenzen $\pm s_L$, $\pm 2s_L$, $\pm 3s_L$.

Der Unterschied zwischen der „Standard-Differenz“ $s_H = \pm 9,2$ cm und der mittleren Differenz $m_H = \pm 9,6$ cm ist verhältnismäßig klein. Während in den Differenzen $\delta X'$ und $\delta Y'$ mit ungefähr gleichen Anteilen von Fehlern der terrestrischen und der photogrammetrischen Bestimmung gerechnet werden muß, scheinen in den Differenzen $\delta H'$ die zufälligen Fehler der photogrammetrischen Bestimmung zu überwiegen. Daß es sich um zufällige und normal verteilte Differenzen handelt, geht aus den prozentualen Anteilen der $\delta H'$ innerhalb von $\pm s_H$, $\pm 2s_H$ und $\pm 3s_H$ sowie aus den Verhältnissen $d_H : s_H$ ziemlich klar hervor.

Die Wirkung der Modellausgleichung läßt sich durch einen Vergleich mit den fehlertheoretisch hergeleiteten, mittleren Lage- und Höhenfehlern deutlich veranschaulichen. Letztere betragen für Normalwinkel-Aufnahmen nach Zeller [68]:

$$\bar{m}_L = \pm 0,20\text{‰} H; \quad \bar{m}_H = \pm 0,25\text{‰} H.$$

Der Flughöhe von 1200 m über Grund entsprechend, müßte man demnach mit mittleren Fehlern von ± 24 cm, bzw. ± 30 cm rechnen. Tatsächlich liegen jedoch sogar die maximalen Abweichungen weit innerhalb dieser theoretischen Werte. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß die theoretischen Lagefehler für nicht signalisierte Punkte gelten; die vorliegenden Resultate illustrieren infolgedessen teilweise auch die Wirkung der Signalisierung.

Die maßgeblichen Resultate seien hier nochmals zusammengefaßt:

$s_X = \pm 3,7$ cm $\cong \pm 5,3 \mu$ im Bild $\cong \pm 0,031\text{‰}$ von H
$s_Y = \pm 4,3$ cm $\cong \pm 6,1 \mu$ im Bild $\cong \pm 0,036\text{‰}$ von H
$s_L = \pm 5,7$ cm $\cong \pm 8,1 \mu$ im Bild $\cong \pm 0,047\text{‰}$ von H
$s_H = \pm 9,2$ cm $\cong \pm 0,077\text{‰}$ von H

Schon diese Resultate, in welchen doch immer noch die zufälligen Fehleranteile der terrestrischen Vermessung enthalten sind, dürfen als sehr befriedigend bezeichnet werden. Hinsichtlich der Höhengenaugigkeit ist zu bemerken, daß der mittlere Höhenrestfehler bei der Einpassung der Modelle ± 15 cm betrug, mit maximalen Restfehlern von 40 cm.

In den Gemeinsamkeitsgebieten der Modelle 1-2, 1-3, 1-5, 2-3, 2-4, 2-5, 3-5 und 4-5 wurden insgesamt 67 Grenzpunkte je zweimal bestimmt. Die entsprechenden Koordinaten- und Höhenwerte wurden gemittelt und wiederum mit denjenigen der terrestrischen Vermessung verglichen. Es ergaben sich folgende mittlere Differenzen:

$$m'_X = \pm 3,5$$
 cm; $m'_Y = \pm 4,0$ cm; $m'_H = \pm 5,5$ cm.

Die Werte m'_X und m'_Y sind nur wenig kleiner als die Standard-Differenzen s_X und s_Y in den nicht gemittelten Punkten; dies ist offensichtlich darauf

zurückzuführen, daß in diesen Differenzen noch wesentliche Fehleranteile der terrestrischen Vermessung enthalten sind. m'_H dagegen ist etwas mehr als $\sqrt{2}$ -mal kleiner als s_H ; dies bestätigt die Vermutung, daß in den Differenzen $\delta H'$ die zufälligen Fehler der photogrammetrischen Bestimmung vorwiegen.

Es soll nun doch versucht werden, aus den vorliegenden Resultaten wenigstens angenähert auf die wahren, mittleren Restfehler m_X , m_Y und m_H nach der Modellausgleichung zu schließen. Zu diesem Zweck wollen wir die mittleren Klaffen zwischen den aus benachbarten Modellen unabhängig bestimmten Koordinaten und Höhen gemeinsamer Punkte untersuchen; diese weisen folgende Werte auf:

$$m_{\Delta X} = \pm 4,3 \text{ cm}; \quad m_{\Delta Y} = \pm 5,0 \text{ cm}; \quad m_{\Delta H} = \pm 18,4 \text{ cm}.$$

Aus den bisher durchgeführten Untersuchungen kann geschlossen werden, daß die Restfehler in den einzelnen Modellen zufällig und normal verteilt sind; die zwischen den unabhängigen, ausgeglichenen Modellen auftretenden mittleren Klaffen sollten deshalb theoretisch den $\sqrt{2}$ -fachen Werten der wahren, mittleren Fehler in den Einzelmodellen entsprechen. Es ergeben sich für diese folgende Werte:

$m_X = \pm 3,0 \text{ cm} \cong \pm 4,3 \mu \text{ im Bild} \cong \pm 0,025 \text{ ‰ von } H$ $m_Y = \pm 3,5 \text{ cm} \cong \pm 5,0 \mu \text{ im Bild} \cong \pm 0,029 \text{ ‰ von } H$ $m_L = \pm 4,5 \text{ cm} \cong \pm 6,4 \mu \text{ im Bild} \cong \pm 0,037 \text{ ‰ von } H$

Der mittlere Lagefehler von $\pm 6,4 \mu$ in der Bildebene entspricht ungefähr dem von *Roelofs* an Hand von „Couples Témoin“ festgestellten, reinen Beobachtungsfehler in einem photogrammetrischen System. Es kann daraus geschlossen werden, daß durch die Modellausgleichung mit Ausnahme der zufälligen Beobachtungsfehler sämtliche Modellfehler vollständig eliminiert wurden.

Aus der Differenz zwischen dem mittleren Lage-Restfehler m_L und der Standard-Differenz s_L erhält man einen Anhaltspunkt hinsichtlich des mittleren Fehlers t der tachymetrischen Vermessung; aus $s_L^2 = m_L^2 + t^2$ folgt:

$$t = \pm 3,5 \text{ cm}.$$

Dieser Wert dürfte ungefähr mit der praktisch erreichbaren Genauigkeit der tachymetrischen Vermessung übereinstimmen. In gleicher Weise läßt sich aus dem Unterschied zwischen den mittleren und den Standard-Differenzen der mittlere Lagefehler p der Polygonpunkte abschätzen; es ergibt sich

$$p = \pm 3,9 \text{ cm}.$$

Da sich, wie bereits erwähnt, die Fehler der Polygonpunkte als quasi-systematische Fehler in den tachymetrisch bestimmten Grenzpunkten auswirken,

muß festgestellt werden, daß die photogrammetrische Koordinatenbestimmung der polygonometrisch-tachymetrischen Vermessung nicht nur wirtschaftlich überlegen, sondern auch in bezug auf die erzielbare Genauigkeit zumindest ebenbürtig ist.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß bei Verwendung von signalisierten Punkten und bei numerischer Auswertung die bisher gültigen, theoretischen Fehlerwerte zweifellos revidiert werden müssen.

10. Kapitel. Zusammenfassung

Der Verfasser stellt sich die Aufgabe, eine einfache, numerische Methode der Modell-, Streifen- und Blockausgleichung zu entwickeln und für einen digitalen Rechenautomaten mittlerer Leistungsfähigkeit zu programmieren.

Bei der *Ausgleichung von Streifen* wird von der Annahme ausgegangen, daß die maßgeblichen Fehler systematischer Natur sind und sich durch stetige, analytisch darstellbare Fehlerflächen erfassen lassen. Die zufälligen Fehlerinflüsse werden durch eine Folge von Mittelbildungen berücksichtigt.

Für die *Ausgleichung von Blöcken* setzt der Verfasser voraus, daß vorgängig die einzelnen Streifen, jeder für sich, ausgeglichen werden; die hierzu notwendigen Paßpunkte seien beispielsweise aus hin- und zurücktriangulierten Hauptstreifen bestimmt worden. Es wird ferner vorausgesetzt, daß die Restfehler nach der Streifenausgleichung und damit auch die Differenzen in X , Y und H von Punkten in den Gemeinsamkeitsgebieten der Füllstreifen als zufällig und normal verteilt angenommen werden dürfen. So besteht die Blockausgleichung nur noch aus der Bildung der arithmetischen Mittel der aus benachbarten Streifen unabhängig bestimmten Koordinaten und Höhen der gemeinsamen Punkte.

Die Ausgleichung von absolut orientierten *Einzelmodellen* erfolgt mit dem gleichen Programm wie die Streifenausgleichung.

Die Zweckmäßigkeit des Verfahrens und die Berechtigung der ihm zu Grunde liegenden Hypothesen wird nicht durch theoretische Überlegungen, sondern durch umfangreiche, praktische Versuche nachgewiesen. Diese umfassen insbesondere die Untersuchung von 12 kleinmaßstäblichen Einzelstreifen, eines Blockes mit 3 Haupt- und 6 Füllstreifen, und einer Gruppe von 5 großmaßstäblichen Einzelmodellen. Die Resultate dieser Ausgleichungen können wie folgt zusammengefaßt werden:

- a) Die Ausgleichung von ca. 50 km langen, aus rund 8000 m über Grund aufgenommenen Einzelstreifen ergab folgende mittlere Restfehler:

$$m_X = \pm 1,8 \text{ m} \cong \pm 22 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,22\text{‰ von } H,$$

$$m_Y = \pm 1,6 \text{ m} \cong \pm 20 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,20\text{‰ von } H,$$

$$m_L = \pm 2,4 \text{ m} \cong \pm 30 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,30\text{‰ von } H,$$

$$m_H = \pm 1,75 \text{ m} \cong \pm 0,22\text{‰ von } H.$$

- b) Durch die Mittelung von hin- und zurücktriangulierten Einzelstreifen wurden die mittleren und maximalen Restfehler um 10% bis 20% vermindert; es ergaben sich folgende Werte:

$$m_X = \pm 1,7 \text{ m} \cong \pm 21 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,21\text{‰ von } H,$$

$$m_Y = \pm 1,5 \text{ m} \cong \pm 19 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,19\text{‰ von } H,$$

$$m_L = \pm 2,3 \text{ m} \cong \pm 29 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,29\text{‰ von } H,$$

$$m_H = \pm 1,4 \text{ m} \cong \pm 0,175\text{‰ von } H.$$

Sowohl in a) als auch in b) scheinen die Restfehler zufällig und normal verteilt zu sein. Die mittleren Fehler wurden aus den wahren Fehlern in terrestrisch bestimmten, teilweise jedoch sehr schlecht definierten Kontrollpunkten berechnet; der im Vergleich zum mittleren Höhenrestfehler verhältnismäßig große Lagerrestfehler dürfte auf die mangelhafte Qualität der Kontrollpunkte zurückzuführen sein.

- c) Durch die Blockausgleichung wurden die in den einzelnen Füllstreifen übrig bleibenden Restfehler um 10—30% reduziert. Im Block „Vercors“ (50 km mal 55 km, durchschnittliche Flughöhe 8100 m über Grund), dessen Füllstreifen mit Hilfe von bereits photogrammetrisch (aus Hauptstreifen) bestimmten Paßpunkten ausgeglichen wurden, betragen die mittleren Restfehler

$$m_X = \pm 2,0 \text{ m} \cong \pm 25 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,25\text{‰ von } H,$$

$$m_Y = \pm 2,1 \text{ m} \cong \pm 26 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,26\text{‰ von } H,$$

$$m_L = \pm 2,9 \text{ m} \cong \pm 36 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,36\text{‰ von } H,$$

$$m_H = \pm 1,5 \text{ m} \cong \pm 0,185\text{‰ von } H.$$

Auch in diesem Fall sind die Restfehler zufälliger Natur und normal verteilt. Der verhältnismäßig große Unterschied zwischen den Lage- und Höhenrestfehlern ist wiederum auf die großenteils schlecht definierten Kontrollpunkte zurückzuführen.

- d) Die Transformation und Ausgleichung von großmaßstäblichen, absolut orientierten Einzelmodellen (Flughöhe 1200 m über Grund) ergab für signalisierte Punkte folgende Restfehler:

$$\begin{aligned}
m_X &= \pm 3,0 \text{ cm} \cong \pm 4,3 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,025 \text{ ‰ von } H, \\
m_Y &= \pm 3,5 \text{ cm} \cong \pm 5,0 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,029 \text{ ‰ von } H, \\
m_L &= \pm 4,5 \text{ cm} \cong \pm 6,4 \mu \text{ im Negativ} \cong \pm 0,037 \text{ ‰ von } H, \\
m_H &= \pm 9,2 \text{ cm} \cong \pm 0,077 \text{ ‰ von } H.
\end{aligned}$$

Da die Lage-Restfehler der photogrammetrischen Bestimmung in diesem Falle von der gleichen Größenordnung sind wie die Fehler der terrestrischen Vermessung, können die mittleren Fehler nicht aus wahren Fehlern berechnet werden; sie wurden deshalb aus den Klaffen zwischen benachbarten Modellen ermittelt. Die Restfehler sind zufällig und normal verteilt.

Die der vorgeschlagenen Ausgleichungsmethode zu Grunde liegenden Annahmen wurden durch die praktischen Versuche durchweg bestätigt. Die erzielbaren Genauigkeiten dürften denjenigen von theoretisch strenger begründeten Verfahren wohl kaum nachstehen.

10.1. Vorschläge für zukünftige Versuche

Bei der heute erreichbaren Präzision der numerischen Photogrammetrie stellt sich immer mehr die Frage, wie diese Genauigkeit überhaupt festgestellt werden soll. Es ist keine Seltenheit mehr, daß durch die Photogrammetrie eher Fehler der terrestrischen Kontrollvermessung festgestellt werden als umgekehrt! Dies gilt insbesondere für die Untersuchung großmaßstäblicher Einzelmodelle, wo man sich an der Grenze der Leistungsfähigkeit sowohl der photogrammetrischen als auch der terrestrischen Koordinaten- und Höhenbestimmung bewegt. Da die Kontrollvermessung als „praktisch fehlerfrei“ aufgefaßt werden sollte, muß ihrer absoluten Genauigkeit vermehrte Aufmerksamkeit geschenkt werden; jedenfalls sollten die mittleren Fehler der terrestrischen Vermessung mit genügender Sicherheit bekannt sein.

Was die Untersuchung von räumlichen Aerotriangulationen anbetrifft, sei nochmals darauf hingewiesen, daß ihr Zweck einzig in der Bestimmung von Paßpunkten für die kartographische Auswertung besteht. Durch die Versuche soll die Genauigkeit *dieser* Punkte und nicht diejenige von irgendwie über den Streifen oder Block verteilten Kontrollpunkten bestimmt werden! Es sei daran erinnert, daß es sich bei den Neupunkten zumeist um die Übergangspunkte zwischen den Modellen der Streifen handelt, um Punkte also, welche im Autographen ausgewählt und daher scharf definiert sind und welche zudem in je zwei benachbarten Modellen beobachtet werden. Ihre zufälligen Beobachtungsfehler sind deshalb im allgemeinen kleiner als diejenigen in den bisher üblichen Kontrollpunkten. Es wäre infolgedessen zweckmäßiger, ursprünglich nur die für die Aerotriangulation erforderlichen Paßpunkte terrestrisch zu

vermessen; die photogrammetrisch bestimmten Paßpunkte würden nachträglich im Gelände identifiziert und eingemessen. Die terrestrische Kontrollvermessung würde dadurch teilweise etwas erschwert; immerhin könnten ja schwer zu bestimmende Punkte einfach ausgelassen werden. Da bei diesem Vorgehen zudem weniger Punkte bestimmt werden müssen, wäre der Zeitaufwand für die Kontrollvermessung wahrscheinlich eher kleiner als bisher. Die bereits erwähnte Forderung, daß die mittleren Fehler der geodätischen Vergleichsdaten möglichst klein und vor allem bekannt sein müssen, sei hier nochmals nachdrücklich betont.

Bei internationalen Versuchen der SIP und der OEEPE könnten die zu bestimmenden Neupunkte durch ein „Centre Pilot“ genau festgelegt und gleichzeitig mit der Paßpunktbestimmung eingemessen werden. Sämtliche am Versuch teilnehmenden Organisationen müßten dann die gleichen Punkte photogrammetrisch bestimmen. Bei geringerem Arbeitsaufwand (keine Kontrollpunkte!) würde dadurch ein viel nützlicheres Vergleichsmaterial geschaffen.

Neben der durch die Aerotriangulation erzielbaren Genauigkeit interessiert den Praktiker besonders der damit verbundene Arbeits-, Zeit- und Kostenaufwand. Es wäre infolgedessen zu wünschen, daß in Berichten über solche Versuche auch die diesbezüglichen Angaben, getrennt für die instrumentellen Beobachtungen und die Ausgleichung, enthalten sind.

Literaturverzeichnis

Abkürzungen: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik. . . SZfVuK
 Zeitschrift für Vermessungswesen ZfV
 Photogrammetric Engineering PhE
 Société Belge de Photogrammétrie SBdPh

- [1] W. K. Bachmann, Méthode de la connexion des images et théorie des erreurs de l'orientation relative. SZfVuK, Nos. 5ff, 1945.
- [2] W. K. Bachmann, Théorie des erreurs et compensation des triangulations aériennes. Lausanne, 1946.
- [3] W. K. Bachmann, L'Aéropolygonation. Photogrammetria, No. 2, 1950—1951.
- [4] P.-L. Baetslé, Compensation des blocs photogrammétriques en altimétrie par relaxation. Bulletin SBdPh, No. 44, 1956.
- [5] U. Bartorelli, Nadiral Point Gyroscopic Aerial Triangulation According to the Nistri Method. Photogrammetria, No. 4, 1955—1956.

- [6] *M. Baussart*, L'évolution de l'aérotriangulation à l'Institut Géographique National Français. *Photogrammetria*, No. 2, 1957—1958.
- [7] *A. Bjerhammar*, Adjustment of Aerotriangulation. *Photogrammetria*, No. 4, 1950—1951.
- [8] *T. J. Blachut* and *R. D. Leask*, The Radar Profile and its Application to Photogrammetric Mapping. *Photogrammetria*, No. 1, 1952—1953.
- [9] *T. J. Blachut*, Airborne Control Method of Aerial Triangulation. *Photogrammetria*, No. 4, 1955—1956.
- [10] *T. J. Blachut*, Use of auxiliary data in aerial triangulation over long distances. *Photogrammetria*, No. 1, 1957—1958.
- [11] *H. Bonneval*, Rapport sur le problème de la compensation des blocs de bandes. *Bulletin SBdPh.*, No. 52, 1958.
- [12] *H. Bonneval*, Le problème de la compensation des blocs de bandes. *Photogrammetria*, No. 3, 1959—1960.
- [13] *A. Brandenberger*, Fehlertheorie der äußeren Orientierung von Steilaufnahmen. Dissertation ETH, Zürich, 1946.
- [14] *A. Brandenberger*, Theorie und Praxis der gegenseitigen Orientierung von Steilaufnahmen. *SZfVuK.*, No. 9, 1947.
- [15] *A. Brandenberger*, Der Einfluß der Autographenfehler auf die gegenseitige Orientierung bei senkrechten Aufnahmen. *SZfVuK*, Nos. 4, 5, 1948.
- [16] *A. Brandenberger*, Fehlertheorie der inneren Orientierung von Steilaufnahmen. ETH, Zürich, 1948.
- [17] *A. Brandenberger*, The Practice of Spatial Aerial Triangulation. ETH, Zürich, 1951.
- [18] *A. Brandenberger*, Some considerations about error propagation in strip triangulations. Attainable accuracy. *Photogrammetria*, No. 2, 1957—1958.
- [43] *A. Pastorelli* und *T. Blachut*, Versuche über Lufttriangulation mit Filmen und Stoskop am Wildautograph A 5. *Mitteilungen des Geodätischen Instituts der ETH*, No. 1, 1945.
- [44] *R. Roelofs*, Theory of Errors in Aerial Triangulation. *Photogrammetria*, Nos. 3 and 4, 1941.
- [45] *R. Roelofs*, Adjustment of Aerial Triangulation by the Method of Least Squares. *Photogrammetria*, No. 4, 1951—1952.
- [46] *R. Roelofs*, Practical Example of Adjustment of Aerial Triangulation by the Method of Least Squares, *Photogrammetria*, No. 1, 1953—1954.
- [47] *H. Rutishauser*, *A. Speiser*, *E. Stiefel*, Programmgesteuerte, digitale Rechengерäte (elektronische Rechenmaschinen). *Mitteilungen aus dem Institut für Angewandte Mathematik an der ETH*, No. 2, 1951.
- [48] *H. Rutishauser*, Automatische Rechenplanfertigung bei programmgesteuerten Rechenmaschinen. *Mitteilungen aus dem Institut für Angewandte Mathematik an der ETH*, No. 3, 1956.
- [49] *E. Santoni*, Aerial Triangulation using the Solar Periscope. *Photogrammetria*, No. 1, 1957—1958.
- [50] *W. Schermerhorn*, *K. Neumaier*, Systematische Fehler bei der Aerotriangulation. *Photogrammetria*, No. 4, 1939.
- [51] *W. Schermerhorn*, Introduction to the Theory of Errors of Aerial Triangulation in Space. *Photogrammetria*, 1940—1941.
- [52] *W. Schermerhorn*, Experience in Aerial Triangulation. *Photogrammetria*, 1940—1941.
- [53] *W. Schermerhorn*, The Adjustment of Aerial Triangulation. *Photogrammetria*, No. 4, 1957—1958.

- [54] *L. Solaini et C. Trombetti*, Rapport sur les résultats des travaux d'enchaînement et de compensation exécutés pour la Commission A de l'OEEPE jusqu'au mois de Juin 1959 (Texte et Tableaux), No. 1071/OEEPE/A, 1959.
- [55] *A. von Speyr*, Beitrag zur Fehlertheorie der räumlichen Aerotriangulation und Diskussion eines Beispiels. Dissertation ETH, 1940.
- [56] *J. R. Stock*, Die mathematischen Grundlagen für die Organisation der elektronischen Rechenmaschine der Eidgenössischen Technischen Hochschule. Mitteilungen aus dem Institut für Angewandte Mathematik an der ETH, No. 6, 1956.
- [57] *C. U. Thorsell*, A few Hints on Photogrammetric Model Triangulation in Strips and Blocks. Svensk Lantmäteri-Tidskrift, No. 3, 1960.
- [58] *B. Thuring*, Methoden der Programmierung kaufmännischer und wissenschaftlicher Probleme für elektronische Rechenanlagen. 1. Teil: Die Logik der Programmierung. Robert Goeller Verlag, Baden-Baden, 1957.
- [59] *A. Verdin et E. Moreau*, Travaux et recherches dans le domaine du cheminement aérien. Bulletin SBdPh., No. 43, 1956.
- [60] *S. E. Webb and O. R. Perry*, Forest Service Procedure for Stereotriangulation Adjustment by Electronic Computer. PhE., No. 3, 1959.
- [61] *A. J. van der Weele*, Adjustment of Aerial Triangulation. Photogrammetria, 1954—1955.
- [62] *A. J. van der Weele*, Rational Adjustment of Blocks of Aerial Triangulation. Photogrammetria, No. 4, 1955—1956.
- [63] *A. J. van der Weele*, General Problems in Aerial Triangulation. Photogrammetria, No. 2, 1957—1958.
- [64] *P. Wisser*, Considérations sur les erreurs de l'aérotriangulation. Bulletin SBdPh., No. 58, 1959.
- [19] *A. Brandenberger*, Strip Triangulation with Independent Geodetic Controls. Triangulation of Strip Quadrangles. Photogrammetria, No. 2, 1958—1959.
- [20] *A. Brandenberger*, Aerial Triangulation with Auxiliary Data. Photogrammetria, No. 2, 1959—1960.
- [21] *F. Braun*, Die Beseitigung der Modelldeformationen in Senkrechtaufnahmen durch die Änderung der relativen oder der inneren Orientierung. Dissertation ETH, 1960.
- [22] *W. Brucklacher*, Zur räumlichen Aerotriangulation von Bildstreifen. Beiträge zur numerischen Photogrammetrie, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München, 1959.
- [23] *E. R. Demeter*, Optical to Electrical Scanning Transducer for Automatic Stereomapping Instruments. PhE., No. 4, 1960.
- [24] *R. Foerstner*, Probleme der Ausgleichung von Aerotriangulationen. Der zufällige Fehler bei Aerotriangulationen. Der zufällige Fehler bei der Aerotriangulation langer Flugstreifen. Mitteilung No. 36 des Instituts für Angewandte Geodäsie, Frankfurt, 1960.
- [25] *E. Gotthardt*, Der Einfluß unregelmäßiger Fehler auf die Lufttriangulation. ZfV., No. 4, 1944.
- [26] *O. von Gruber*, Ferienkurs in Photogrammetrie. Stuttgart, 1930.
- [27] *O. von Gruber*, Beitrag zur Theorie und Praxis von Aeropolygonierung und Aero-nivellement. Bildmessung und Luftbildwesen, Nos. 3, 4, 1935.
- [28] *F. R. Guentsch*, Einführung in die Programmierung digitaler Rechenautomaten. Berlin, 1960.
- [29] *B. Hallert*, Preliminary Report on Standardization of Expressions for Accuracy in Photogrammetry. Photogrammetria, No. 3, 1959—1960.

- [30] *B. Hallert*, Photogrammetry; Basic Principles and General Survey. McGraw-Hill, 1960.
- [31] *U. V. Helava*, New principle for photogrammetric plotters. *Photogrammetria*, No. 2, 1957—1958.
- [32] *U. V. Helava*, Mathematical Methods in the Design of Photogrammetric Plotters. *Photogrammetria*, No. 2, 1959—1960.
- [33] *U. V. Helava*, Analytical Plotter Using Incremental Computer. *PhE.*, No. 3, 1960.
- [34] *R. Helmy*, Die Aerotriangulation mit unabhängigen Bildpaaren. Dissertation ETH, 1958.
- [35] *H. G. Jerie*, Block Adjustment by Means of Analogue Computer. *Photogrammetria*, No. 4, 1957—1958.
- [36] *H. M. Karara*, Fehlerfortpflanzung und Ausgleichung von Aerotriangulationsstreifen mit gemessenen Querstrecken. Dissertation ETH, 1956.
- [37] *H. M. Karara*, About the Character of Errors in Spatial Aerotriangulation. *PhE.*, No. 3, 1959.
- [38] *H. Kasper*, Die Überkorrektur bei der gegenseitigen Orientierung von Senkrechtaufnahmen eines beliebigen Geländes. *SZfVuK*, No. 5, 1948.
- [39] *H. Kasper*, Bericht über einige neue Verfahren für die gegenseitige Orientierung von Senkrechtaufnahmen. *ZfV*, Nos. 2 u. 7, 1950.
- [40] *E. Moreau*, La transformation des coordonnées «appareil» en coordonnées «terrain» dans le cheminement aérien. *Bulletin SBdPh.*, No. 33, 1953.
- [41] *E. Morreau*, Travaux et recherches dans le domaine du cheminement aérien. *Bulletin SBdPh.*, No. 45, 1956.
- [42] *A. L. Novicki* and *C. J. Born*, Improved Stereotriangulation Adjustments with Electronic Computers. *PhE.*, No. 4, 1960.
- [65] *P. Wisser*, Sur la reproductibilité des erreurs du cheminement aérien. *Bulletin SBdPh.*, No. 60, 1960.
- [66] *J. M. Zarzycki*, Beitrag zur Fehlertheorie der räumlichen Aerotriangulation. Dissertation ETH, 1952.
- [67] *J. M. Zarzycki*, Graphische Interpolationsausgleichung eines Doppelstreifens. *SZfVuK.*, 1949.
- [68] *M. Zeller*, Der Folgebildanschluß mit Stoskop und seine praktische Durchführung am Wild-Autograph A 5. *SZfVuK.*, Nos. 3 u. 4, 1942.
- [69] *M. Zeller*, Lehrbuch der Photogrammetrie. Orell Füßli Verlag, Zürich, 1947.
- [70] *M. Zeller* und *A. Brandenberger*, Beispiel für die Ausgleichung eines Doppelstreifens mit Stoskopangaben. *Mitteilungen aus dem Geodätischen Institut an der ETH*, No. 4, 1948.
- [71] *M. Zeller*, Die Bestimmung von Punktnetzen mittels Lufttriangulation und deren Ausgleichung. *SZfVuK.*, No. 10, 1950.
- [72] *M. Zeller*, Practical Experience in Determining a Net of Points by Aero Triangulation of Different Parallel Strips and their Compensation. *Photogrammetria*, No. 4, 1951—1952.

Anhang

Katalog der ERMETH-Befehle

Bezüglich der Wirkung der einzelnen Befehle sei auf *H. Waldburger*: „Gebrauchsanleitung für die ERMETH“, Abschnitt B, verwiesen. Die nachfolgenden Kolonnen haben folgende Bedeutung:

- Kolonne 1: Verschlüsselung (Code) des Befehls.
- Kolonne 2: Abkürzung des Befehls.
- Kolonne 3: Adresse des Befehls, variiert durch Indexregister.
- Kolonne 4: Operation.

1	2	3	4	
00			Leerbefehl ohne Wirkung	
01	A	i, n	Ablesen	
02	+	i, n	Addition	} mit gleitendem Komma
03	-	i, n	Subtraktion	
04	×	i, n	Multiplikation	
05	:	i, n	Division	
06	N		Normalisierung	
07	×sg	i, n	Mal Signum	
08	-1		Vorzeichenwechsel	
09	×		Absolutbetrag	
11	Ex	i, n	Extraktion mit $\langle i, n \rangle$	
12	++	i, n	Addition	} mit festem Komma
13	--	i, n	Subtraktion	
14	××	i, n	Multiplikation	
15	::	i, n	Division	
16	VL	i, n*	Linksverschiebung um i, n* Stellen	
17	VR	i, n*	Rechtsverschiebung um i, n* Stellen	
18	Qn		Q-nicht (Q-Charakter wechseln)	
19	S	i, n	Speichern	
21	C	i, n	Unbedingter Sprung auf Linksbefehl in i, n	
22	C+	i, n	Bedingter Sprung falls $\langle MR \rangle = +$	
23	Co	i, n	Bedingter Sprung falls $\langle AC \rangle \equiv 0$	
24	Cz	i, n	Bedingter Sprung falls z-Schalter „ein“	
25	Cq	i, n	Bedingter Sprung falls Q-Wort	
26	Cui	i, n	Bedingter Sprung falls Überfluß bei EI, ++I, --I	
27	Czz	i, n	Bedingter Sprung falls zz-Schalter „ein“	
28	Cu	i, n	Bedingter Sprung falls Überfluß bei ++, --	
29	Cf	i, n	Bedingter Sprung falls ...	

31	Fin	i, n*	Ende der Rechnung
32	F+	i, n*	Bedingter Stop falls $\langle MR \rangle = +$
33	Fo	i, n*	Bedingter Stop falls $\langle AC \rangle \equiv 0$
34	Fz	i, n*	Bedingter Stop falls z-Schalter „ein“
35	AI	i, n*	Ablesen Indexregister
36	++I	i, n*	Indexaddition
37	--I	i, n*	Indexsubtraktion
38	EI	i, n*	Erhöhen IR_i um n^*
39	SI	i, n*	Speichern Indexregister
41	↓	i, n*	Eingeben mit Tastatur
42	↑	i, n*	Anzeigen im Ziffernfeld
43	At	i, n*	Abtasten Lochkarte
44	L	i, n*	Lochregister
45	W	i, n*	Lochen und Kartenwechsel
46	Kl		Klingelzeichen falls Kl-Schalter „ein“
47	D	i, n*	Drucken $\langle MR \rangle$
48	Z	i, n*	Zwischenraum
49	R	i, n*	Wagenrücklauf und Zeilenschaltung

Summary

Aerial triangulation of strips or blocks is, in many cases, the most economic and certainly the fastest way of determining the geodetic coordinates and heights of points required for the absolute setting of stereo-pairs for the purpose of topographic mapping. That this method is not more widely used in practice, may be due to various reasons: many photogrammetrists do not believe it to be accurate enough; others perhaps are of the opinion that the procedure is too theoretical and complicated to be of practical use. In this essay, the author tries to show that these hesitations are unfounded. He describes a very simple, yet efficient method for the adjustment of individual models, single strips and blocks, which can easily be programmed for medium capacity digital computers.

The introductory chapters 1 to 4 deal with some aspects of electronic computing, the scope of aerial triangulation, and with some problems involved in its adjustment. The accuracy required for the points to be determined is defined as a function of the final map-scale and of the flying height above ground of the air photographs (2.3).

The *adjustment of strips* is based upon the assumption that the main errors in a triangulated strip are systematic and that they can be analytically represented by means of regular error-surfaces. The accidental errors can be taken care of through a series of arithmetic means.

The *block-adjustment* proposed demands the previous adjustment of the individual filler-strips. It is assumed that the residual errors in the strips, and therefore the discrepancies between adjacent strips, are accidental and normally distributed. Thus, the block-adjustment only consists in meaning the independently determined values of X , Y and H .

For the transformation and adjustment of absolutely orientated, *individual stereo-pairs*, the same procedure as for the adjustment of strips can be used.

It is rather difficult to prove the assumptions, on which the proposed methods of strip- and blockadjustment are based, by theoretical considerations only; their justification is, however, confirmed by a considerable number of practical applications, including 12 small-scale strips, a block consisting of 3 tie-strips and 6 filler-strips, and a group of 5 large-scale stereo-pairs. In fact, an investigation into the results obtained shows that the residual errors are

predominantly accidental and normally distributed, and that the resulting accuracy is quite comparable to that obtainable by theoretically stronger, but much more complicated methods of adjustment.

In Chapter 9, the results actually obtained are discussed in detail; they may be summed up as follows:

- a) *Individual strips* (flying height $H=8000$ m above ground; length about 50 km). The mean square residual errors are:

$$\begin{aligned} m_X &= \pm 1.8 \text{ m} \cong \pm 22 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.22 \text{ ‰ of } H, \\ m_Y &= \pm 1.6 \text{ m} \cong \pm 20 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.20 \text{ ‰ of } H, \\ m_L &= \pm 2.4 \text{ m} \cong \pm 30 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.30 \text{ ‰ of } H, \\ m_H &= \pm 1.75 \text{ m} \cong \pm 0.22 \text{ ‰ of } H. \end{aligned}$$

- b) *Strips meaned from triangulations "go and return"* (details as a) above). The mean square errors, as well as the maximum residual errors, are reduced by about 10% to 20%. The m. s. e. are as follows:

$$\begin{aligned} m_X &= \pm 1.7 \text{ m} \cong \pm 21 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.21 \text{ ‰ of } H, \\ m_Y &= \pm 1.5 \text{ m} \cong \pm 19 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.19 \text{ ‰ of } H, \\ m_L &= \pm 2.3 \text{ m} \cong \pm 29 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.29 \text{ ‰ of } H, \\ m_H &= \pm 1.4 \text{ m} \cong \pm 0.175 \text{ ‰ of } H. \end{aligned}$$

The residual errors in both a) and b) appear to be accidental and normally distributed. The m. s. e. were computed from true errors in geodetically surveyed, but mostly very badly defined check-points; thus, it is not surprising that the errors in position are rather substantial in comparison to the errors in height.

- c) *Block "Vercors"* (size 50 km \times 55 km, average flying height 8100 m above ground; ground control points for tie-strips only, filler-strips adjusted by means of photogrammetrically determined pass-points). The mean square residual errors are:

$$\begin{aligned} m_X &= \pm 2.0 \text{ m} \cong \pm 25 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.25 \text{ ‰ of } H, \\ m_Y &= \pm 2.1 \text{ m} \cong \pm 26 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.26 \text{ ‰ of } H, \\ m_L &= \pm 2.9 \text{ m} \cong \pm 36 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.36 \text{ ‰ of } H, \\ m_H &= \pm 1.5 \text{ m} \cong \pm 0.185 \text{ ‰ of } H. \end{aligned}$$

The residual errors after the block-adjustment are about 20% smaller than those in the individual filler-strips; again, they seem to be accidental and normally distributed. As in a) and b), the errors in position are larger than those in height, a fact which can only be explained by the bad definition of the majority of the check-points available. The mean square errors

shown are comparable to the accidental errors of observation in second- or thirdorder stereo-plotters.

- d) *Cadastral survey "Berg am Irchel"* (5 models, flying height 1200 m above ground; ground control and check-points signallized prior to photography). The mean square residual errors over the whole area are as follows:

$$\begin{aligned}
 m_X &= \pm 3.0 \text{ cm} \cong \pm 4,3 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.025 \text{ ‰ of } H, \\
 m_Y &= \pm 3.5 \text{ cm} \cong \pm 5.0 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.029 \text{ ‰ of } H, \\
 m_L &= \pm 4.5 \text{ cm} \cong \pm 6.4 \mu \text{ at negative-scale} \cong \pm 0.037 \text{ ‰ of } H, \\
 m_H &= \pm 9.2 \text{ cm} \cong \pm 0.077 \text{ ‰ of } H.
 \end{aligned}$$

These errors, and particularly those in position, are very much the same as those of the geodetic check-survey; thus the discrepancies between the two determinations cannot be considered as "true" errors. The mean square errors of the photogrammetric survey were, therefore, computed from the differences between adjacent models. Again, the residual errors are accidental and are following a normal distribution. It should be noted that these errors are very much smaller than the theoretical errors of observation which, for normal-angle air photographs, are usually taken to correspond to $\pm 0.20 \text{ ‰}$ and $\pm 0.25 \text{ ‰}$ of the flying height for the position and elevation respectively.

It may be concluded that even this simple method of adjustment is capable of supplying the coordinates and heights of the pass-points required for topographic mapping to the necessary standards of accuracy. Naturally, the degree of accuracy obtainable by any method of compensation largely depends upon the quality of the instrumental observations; for spatial aerotriangulation, only high quality air photographs, precise first-order plotters and experienced operators should be employed.

Lebenslauf

Ich, *Robert Anton Schlund*, Bürger von Schneisingen AG, wurde am 30. Juni 1919 als Sohn des Fabrikanten Hans Walter Schlund und seiner Frau Anna Maria in Burgdorf BE geboren. Dort besuchte ich die Primarschule und das Progymnasium. 1932 zog unsere Familie nach Zürich, wo ich nach zwei Jahren Sekundarschule die kantonale Oberrealschule absolvierte und mit der eidgenössischen Matura abschloß. Von 1938 bis 1944 studierte ich, mit Unterbrüchen zufolge aktiven Militärdienstes, an der Abteilung für Kulturingenieur- und Vermessungswesen der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich, wo ich das Diplom als Vermessungsingenieur erwarb.

Nach vier Jahren praktischer Tätigkeit als Geometer-Praktikant und Chef-Photogrammeter in Massagno und Lugano, arbeitete ich während einiger Zeit als Ingenieur bei der Firma Wild in Heerbrugg. 1949 folgte ich einer Berufung als Chefingenieur der Aircraft Operating Co. (Aerial Surveys) Ltd. in Johannesburg, Südafrika, wo ich rasch zum Generaldirektor und Verwaltungsrats-Delegierten befördert wurde. 1953 erwarb ich das Brevet als Berufspilot, um mich auch zum Luftvermessungs-Piloten auszubilden. Mit Rücksicht auf meine Familie, kehrte ich im Jahre 1957 in die Schweiz zurück. Seither arbeite ich als wissenschaftlicher Mitarbeiter von Herrn Prof. Dr. M. Zeller am Photogrammetrischen Institut der ETH, wobei ich mich hauptsächlich mit Problemen der räumlichen Aerotriangulation und mit der Anwendung digitaler Rechenautomaten in der numerischen Photogrammetrie beschäftige. Die vorliegende Publikation kann als Zusammenfassung dieser Arbeiten betrachtet werden.