

# Modellierung von Anlagen und Systemen

## Teil 1

### Grundlagen

Ausgabe 0.5, 30.09.2017  
Autoren: Stephan Rupp

Kontakt: [Stephan.Rupp@cas.srupp.de](mailto:Stephan.Rupp@cas.srupp.de)  
Web: <http://www.srupp.de>

Veröffentlicht unter [CC-BY-SA](#)



# Inhaltsverzeichnis

.....	1
<b>1. Einführung.....</b>	<b>4</b>
1.1. Brückengleichrichter.....	4
1.2. Phasenanschnittsteuerung.....	6
1.3. Zweipuls-Brückenschaltung.....	7
1.4. H-Brücke mit Pulsweitenmodulation.....	9
1.5. Dreiphasige Brückenschaltung.....	13
1.6. Vorbereitungsaufgabe: Frequenzumrichter.....	15
<b>2. Photovoltaik.....</b>	<b>16</b>
2.1. Solarzellen.....	16
2.2. DC-Hochsetzsteller.....	23
2.3. Wechselrichter.....	25
2.4. Gesamtsystem.....	27
<b>3. Speicher.....</b>	<b>29</b>
3.1. Batteriespeicher.....	29
3.2. Superkondensatoren.....	37
3.3. Schwungradspeicher.....	41
3.4. Pumpspeicher.....	46
3.5. Wärmespeicher.....	47
3.6. System mit Rückgewinnung der Bremsenergie.....	49
<b>4. Übertrager und Wandler.....</b>	<b>52</b>
4.1. Passive Übertrager.....	52
4.2. Schaltnetzteile.....	54
4.3. Gleichrichter.....	59
4.4. Wechselrichter.....	62
4.5. Batterie mit Laderegler.....	65
4.6. Frequenzumrichter.....	72
<b>5. Inselnetz.....</b>	<b>73</b>
5.1. Lastprofile.....	73
5.2. Erzeugerprofile.....	74
5.3. Auslegung der Anlage.....	75
5.4. Implementierung der Komponenten.....	76
<b>6. Seminararbeit.....</b>	<b>80</b>
6.1. Vorgegebene Aufgabe: Ansteuerung eines BLDC-Motors.....	80
6.2. Freies Thema.....	80

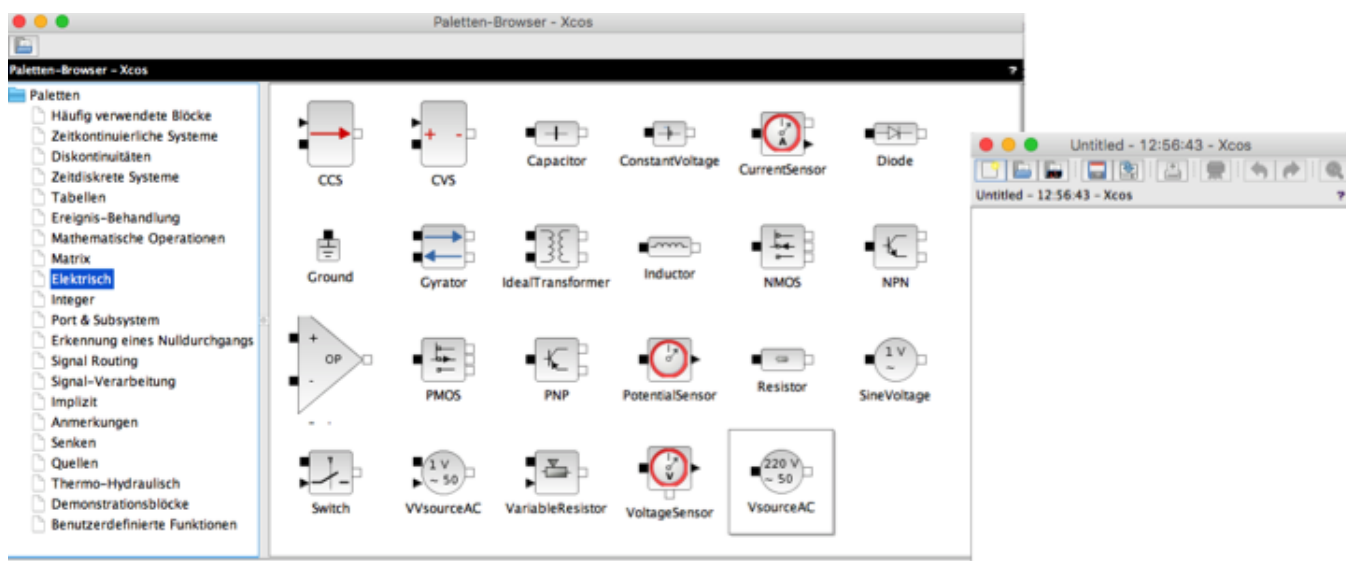
# 1. Einführung

## 1.1. Brückengleichrichter

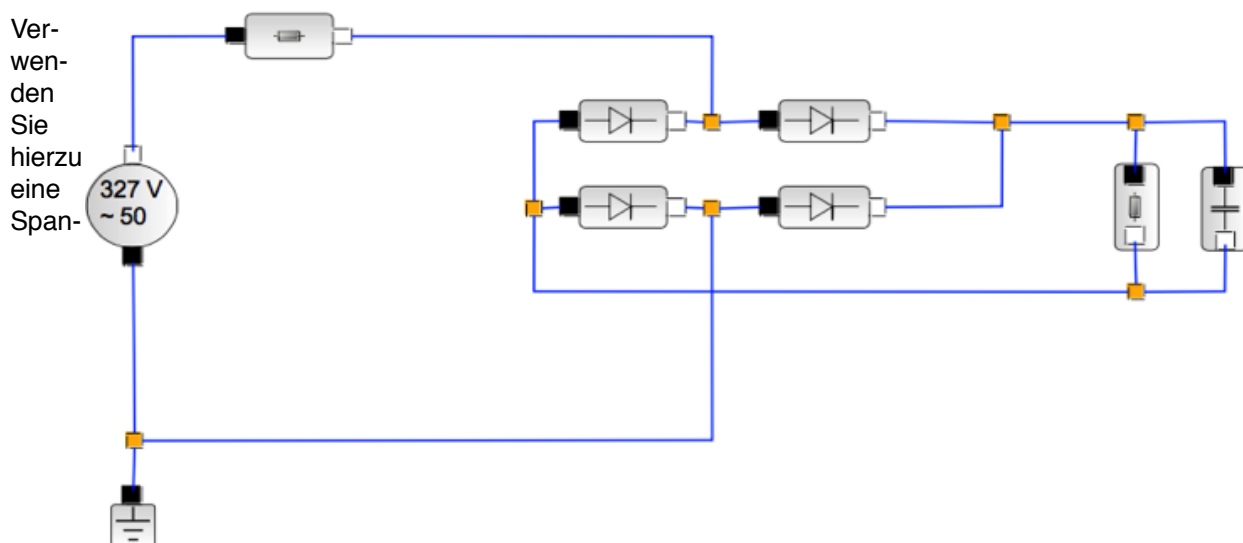
Mit Hilfe der Open Source Umgebung Scilab/Xcos soll eine einfache Schaltung erstellt werden.

Frage 1.1.1: Installieren Sie Scilab auf Ihrem Rechner (siehe Literaturverzeichnis [1]).

Frage 1.1.2: Öffnen Sie die Simulationsumgebung Xcos. Sie erhalten eine Sicht auf die verfügbaren Modelle (Paletten-Browser), sowie ein leeres Diagramm, siehe folgende Abbildung. In das Diagramm lassen sich per Drag & Drop Elemente der Paletten zu einer Schaltung zusammenfügen.



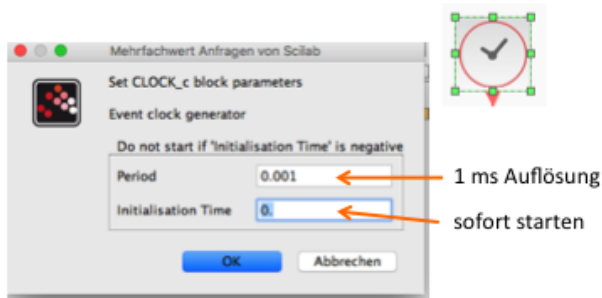
Frage 1.1.3: Erstellen Sie eine einfache Schaltung mit Hilfe der Komponenten aus der Palette „Elektrisch“, z.B. eine Gleichrichterbrücke nach folgendem Muster.



Verwenden Sie hierzu eine Spannungsquelle, Dioden, Widerstände und eine Kondensator aus der elektrischen Palette. Parametrisieren Sie die Bauelemente in geeigneter Weise. Hinweis: Legen Sie zum Speichern Ihrer Beispiele an

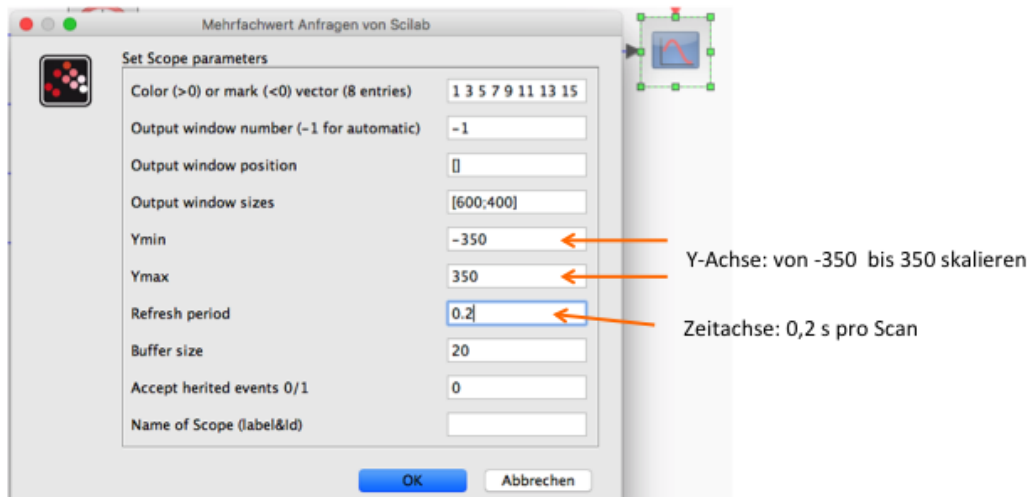


geeigneter Stelle ein Verzeichnis an, so dass Sie Ihre Dateien von dort mit "Datei öffnen" wieder laden können.

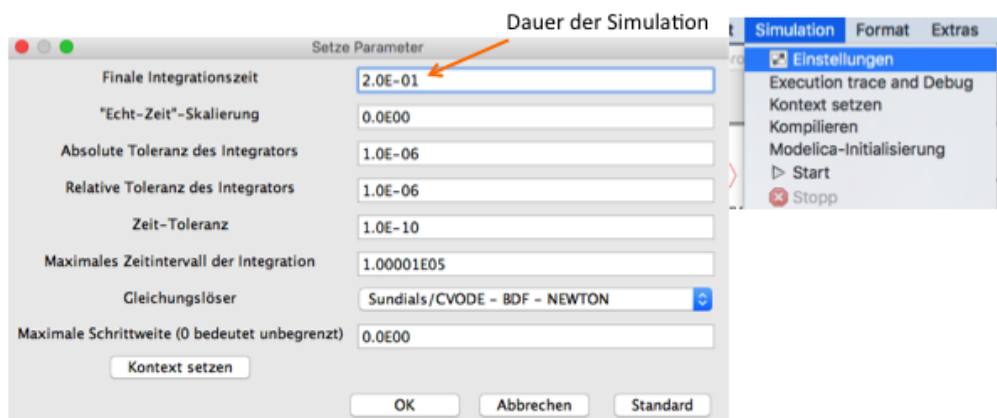


Frage 1.1.4: Ergänzen Sie ein Oszilloskop mit Zeitbasis für die Spannung über der Brücke (Messung mit Spannungssensor), sowie ein Oszilloskop für die Spannung über der Last (Messung mit einem weiteren Spannungssensor). Zeitgeber: Stellen Sie die zeitliche Auflösung und den Startzeitpunkt ein, z.B. wie in folgender Abbildung gezeigt.

Frage 1.1.5: Stellen Sie die Skalierung der Y-Achse des Oszilloskops passend ein und geben Sie die Dauer eines Scans der X-Achse vor (Refresh Period).

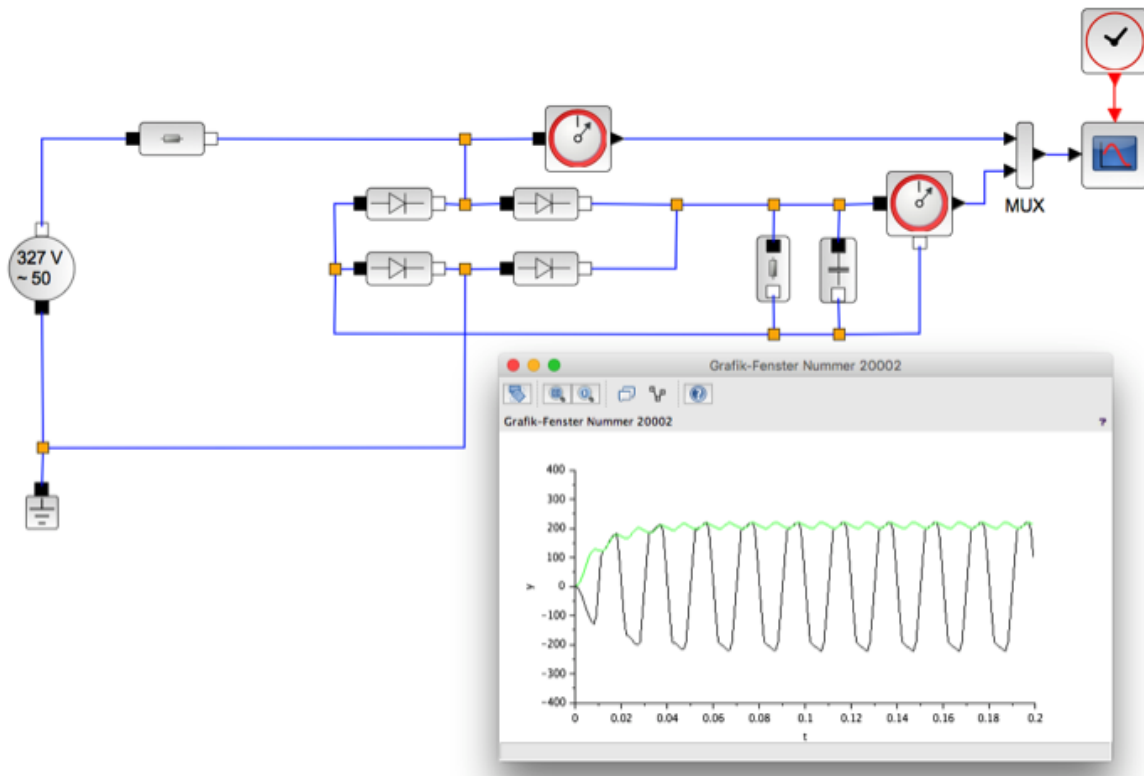


Frage 1.1.6: Stellen Sie die Simulationsumgebung passend ein. Verwenden Sie hierzu den Menüpunkt „Simulation/Einstellungen“. Geben Sie die Dauer der Simulation passend vor.



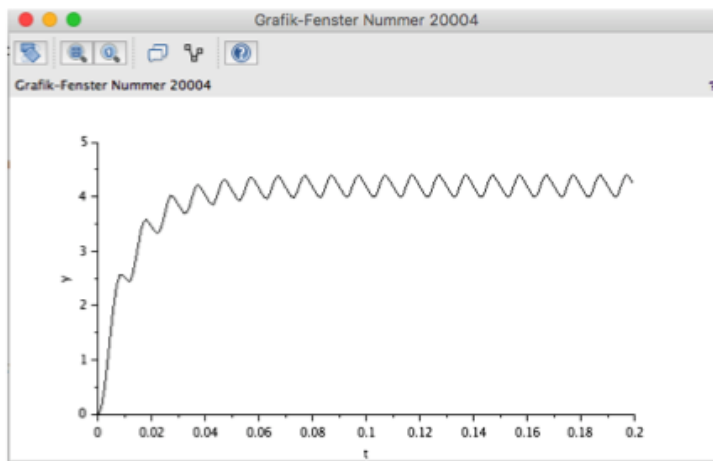
Frage 1.1.7: Simulieren Sie die Schaltung. Verändern Sie die von Ihnen gewählten Parameter gegebenenfalls. Prüfen Sie die Funktion Ihrer Schaltung auf Plausibilität.

Lösung:



Frage 1.1.8: Messen Sie den Strom im Lastpfad. Ergänzen Sie hierzu Stromsensor und Oszilloskop mit Zeitgeber. Simulieren Sie die Schaltung.

Lösung:

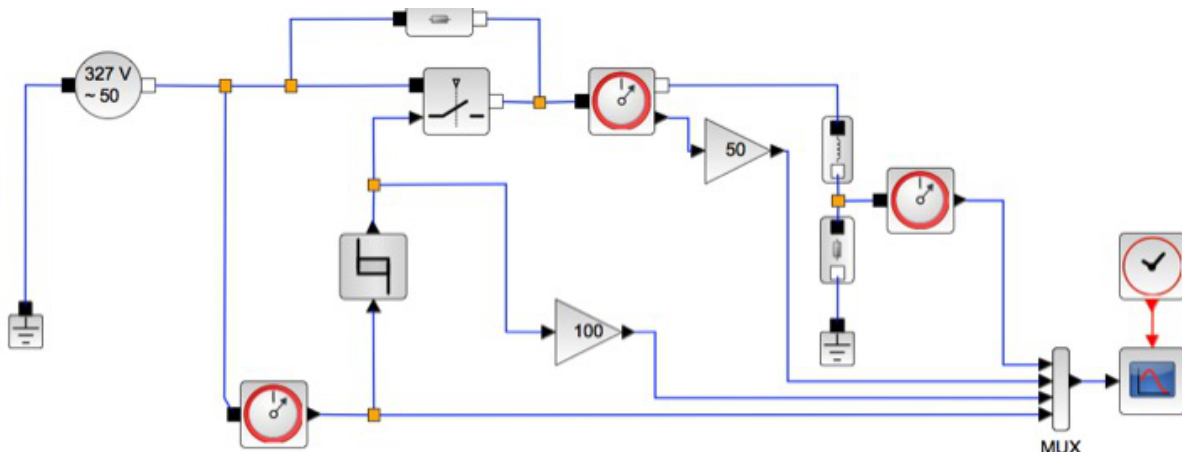


## 1.2. Phasenanschnittsteuerung

Mit Hilfe eines gesteuerten Schalters aus der elektrischen Bibliothek soll eine einfache Phasenanschnittsteuerung realisiert werden.

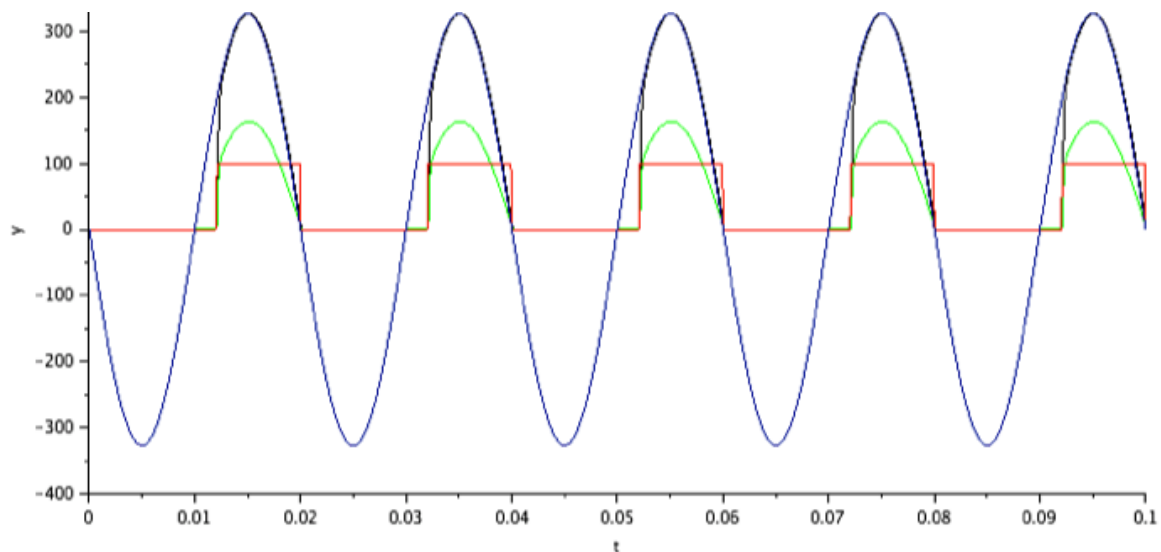
Frage 1.2.1: Bauen Sie die Schaltung mit Xcos auf. Verwenden Sie Standard-Bausteine. Parametrisieren Sie die Bausteine passend.

Lösungsbeispiel:



Frage 1.2.2: Simulieren Sie die Schaltung. Hinweis: Achten Sie auf eine passende Zeitauflösung beim Zeitgeber des Oszilloskops, z.B. 0.001 Sekunden (1 ms), siehe 1.1.4.

Lösungsbeispiel:



Frage 1.2.3: Erweitern Sie die Schaltung nach eigenem Ermessen, z.B. für positive und negative Halbwellen, bzw. Variation der Last.

Frage 1.2.4: Simulieren Sie Ihre erweiterte Schaltung und prüfen Sie auf Plausibilität. Machen Sie sich mit der Simulationsumgebung vertraut.

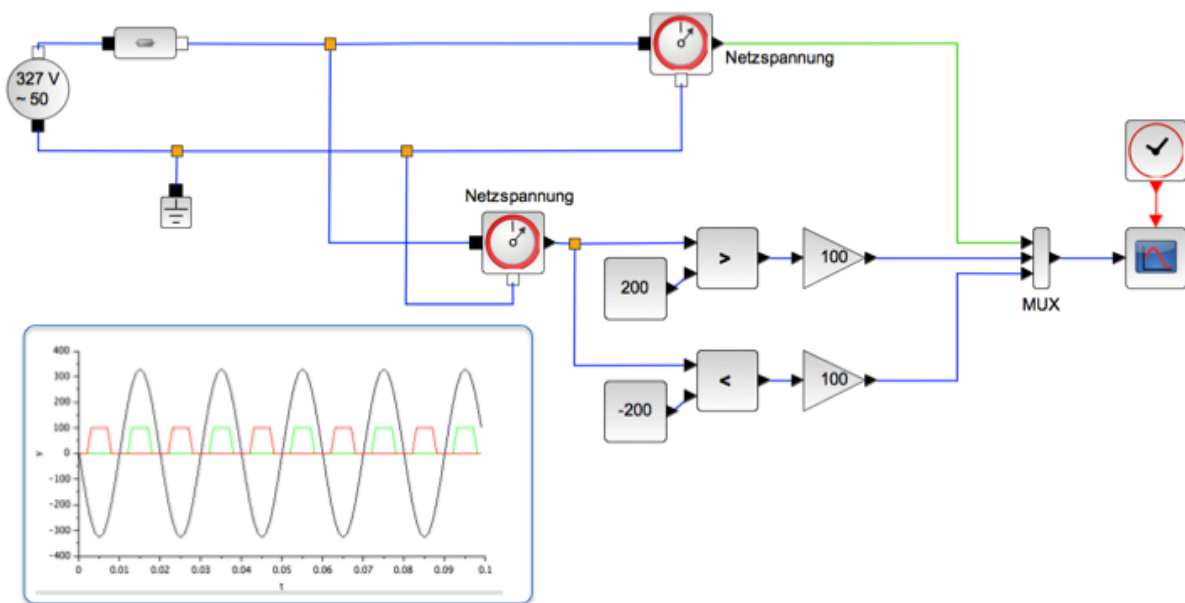
### 1.3. Zweipuls-Brückenschaltung

Mit Hilfe einer Schalterbrücke (z.B. Thyristorbrücke) soll aus einer Wechselspannungsquelle eine variable Gleichspannung erzeugt werden. Mit Hilfe dieser Gleichspannung kann z.B. die Drehzahl eines Gleichstrommotors gesteuert werden. Dieses Beispiel beschränkt sich auf eine ohmsch-induktive Last.

Frage 1.3.1: Realisieren Sie die Schaltung mit Hilfe der Bausteine aus Xcos Bibliothek. Hinweis: Verwenden Sie zunächst eine ohmsch-induktive Last (RL) anstelle des Gleichstrommotors, um die

Funktion der Schaltung zu überprüfen. Verwenden Sie zunächst feste Zündzeitpunkte für die Schalter. Überprüfen Sie die Funktion der Schaltung.

Lösungsbeispiel:

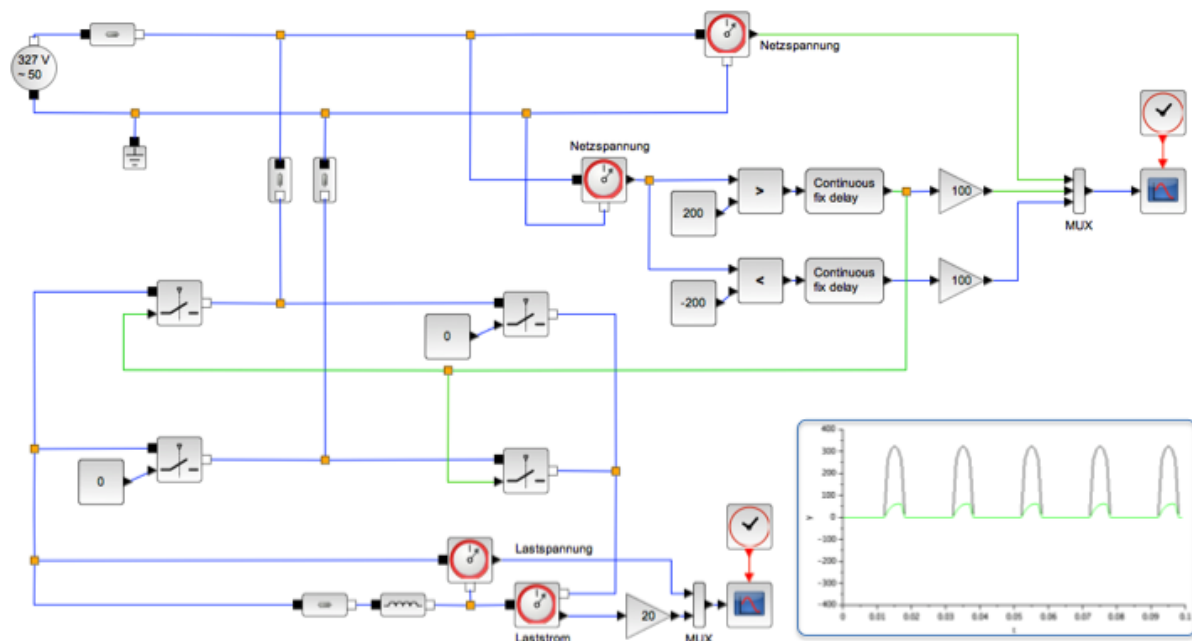


Zunächst werden die Schaltimpulse für die beiden Brückenweige erzeugt. Im hier gezeigten Beispiel erfolgt dies über den Vergleich der Netzspannung mit festen Schwellwerten (Konstanten). Mit Hilfe dieser Schaltimpulse werden dann die beiden Brückenweige angesteuert.

Hinweis 1: Zur Vermeidung algebraischer Schleifen wurden Verzögerungszeiten eingebaut, die die in der Realität vorhandenen Laufzeiten nachbilden. Ohne diese Laufzeiten würde die Schaltung völlig verzögerungsfrei reagieren, wodurch sich bei der Berechnung logische Zirkelschlüsse ergeben.

In der folgenden Abbildung wurde zur Veranschaulichung der Funktionsweise zunächst nur ein Brückenweig geschaltet. Der zweite Brückenweig bleibt durch konstante Schwellwerte deaktiviert. Um die Brückenschaltung komplett zu aktivieren, ist der zweite Zweig mit den passenden Schaltimpulsen anzusteuern. Wie man aus der Lage der Schaltimpulse erkennt, werden beide Zweige abwechselnd geschaltet, und hierbei der negative Bereich der Netzspannung umgepolt.

Der Schaltzeitpunkt (Zündzeitpunkt) wird hier durch die Schwellwerte in der Schaltung zur Erzeugung der Steuerimpulse festgelegt.

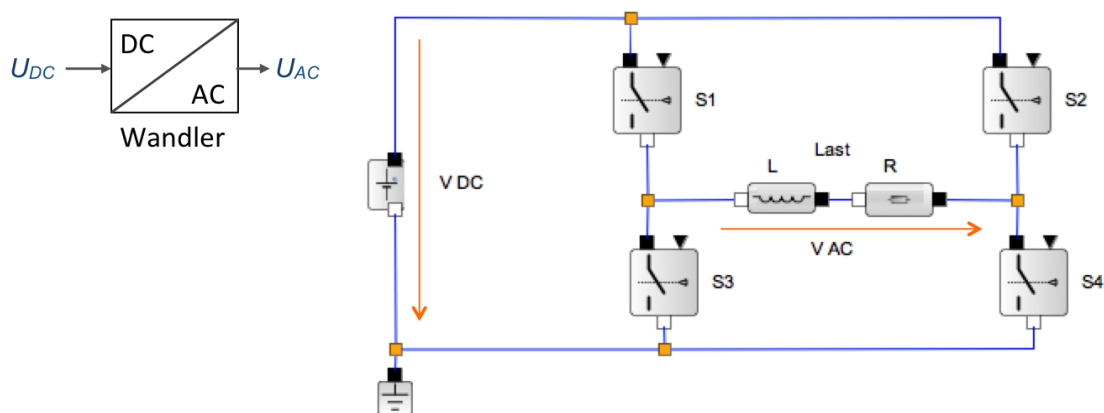


Hinweis 2: Die hier verwendeten Schalter aus der Xcos Standardbibliothek sind nicht ideal, d.h. sie besitzen endliche Leitwerte im offenen Zustand, sowie Schaltwiderstände im geschlossenen Zustand. Auf diese Weise entsprechen diese Schalter einer sehr groben Näherung an ein Halbleiterbauelement (z.B. einen Thyristor), jedoch ohne Speichereffekte und ohne physikalische Schwellwerte.

Frage 1.3.2: Untersuchen Sie die Schaltung für unterschiedliche Zündzeitpunkte. Berechnen Sie die Leistung an der Last über der Zeit, sowie die mittlere abgegebene Leistung. Wie hängt die mittlere Leistung vom Zündzeitpunkt ab?

## 1.4. H-Brücke mit Pulsweitenmodulation

Aus einer Gleichspannungsquelle soll eine Wechselspannung erzeugt werden. Gleichspannungsquellen finden sich z.B. bei Photovoltaikanlagen bzw. Batterien, die ins Energieversorgungsnetz einspeisen sollen. Die Gleichspannung wird hierzu mit Hilfe einer Brückenschaltung in eine Wechselspannung umgetaktet. Zur Annäherung an einen sinusförmigen Verlauf erfolgt die Taktung mit Hilfe einer Pulsweitenmodulation. Folgende Abbildung zeigt das Prinzip der Schaltung.

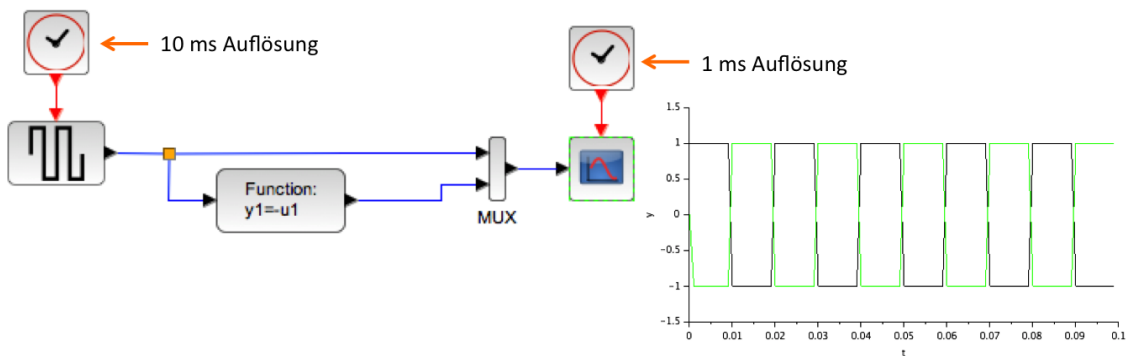


Frage 1.4.1: Erläutern Sie das Prinzip der Schaltung: Wie lässt sich die Gleichspannung durch Bedienen der Schalter S1 bis S4 jeweils so umpolen, dass über der Last eine Wechselspannung liegt?

Lösung: Werden die Schalter  $S_1$  und  $S_4$  geöffnet, so liegt der Lastzweig mit  $R$  und  $L$  zwischen  $U_{DC}$  (in der Abbildung  $V_{DC}$ ) und Masse. Werden die Schalter  $S_3$  und  $S_2$  geöffnet, so liegt der Lastzweig zwischen Masse und  $U_{DC}$ . Somit wird in diesen beiden Schalterstellungen die Spannung umgepolt, d.h. der Spannungspfeil  $U_{AC}$  (bzw.  $V_{AC}$ ) wechselt jeweils seine Richtung. Abwechselndes Betätigen dieser Schalter erzeugt einen Wechselstrom.

Frage 1.4.2: Ansteuerung. Die Brücken soll mit Hilfe eines Rechtecksignals so angesteuert werden, dass die Spannung alle 10 ms wechselt. Aus der Gleichspannung entsteht so eine rechteckförmige periodische Wechselspannung. Erstellen Sie ein Modell der Ansteuerung für die Schalterpaare.

Lösungsbeispiel:



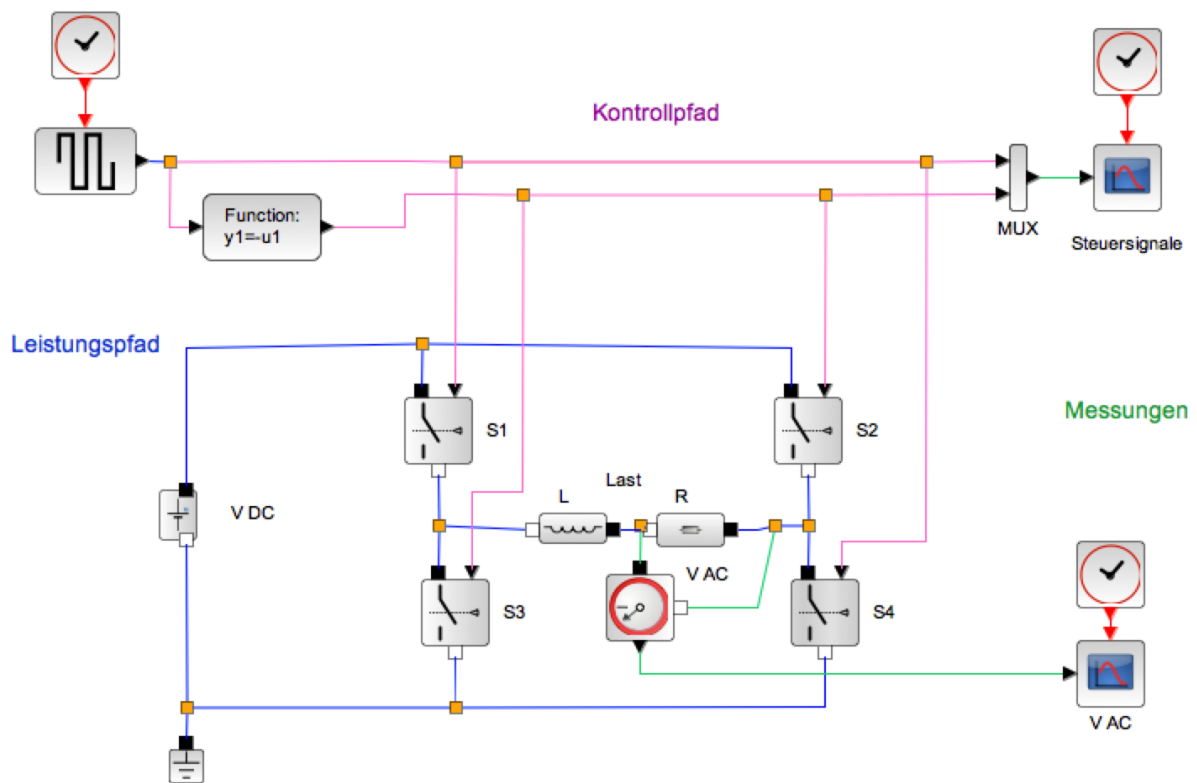
Hinweis zum Funktionsblock: Der Funktionsblock findet sich im Paletten-Browser unter „Benutzerdefinierte Funktionen“. Doppelklick auf den Block im Paletten-Browser öffnet ein Hilfsfenster mit Erläuterungen zu den Parametern des Blocks. Beim Einbau des Blocks in das Modell mit Hilfe eines Doppelklicks auf den Block Dialog-Boxen zur Vorgabe der Parameter zur Verfügung. Folgende Abbildung zeigt ein Beispiel.

skalärer Eingang (Matrix 1x1)

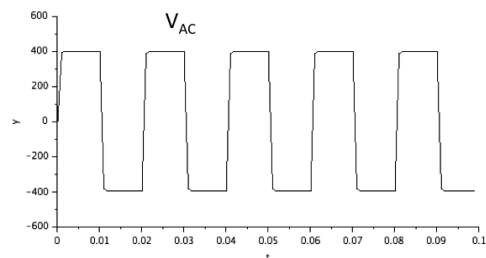
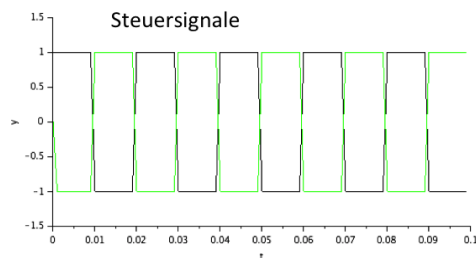
skalärer Ausgang (Matrix 1x1)

gewünschte Funktion  
Konvention:  $y1 :=$  Ausgang 1,  $u1 :=$  Eingang 1

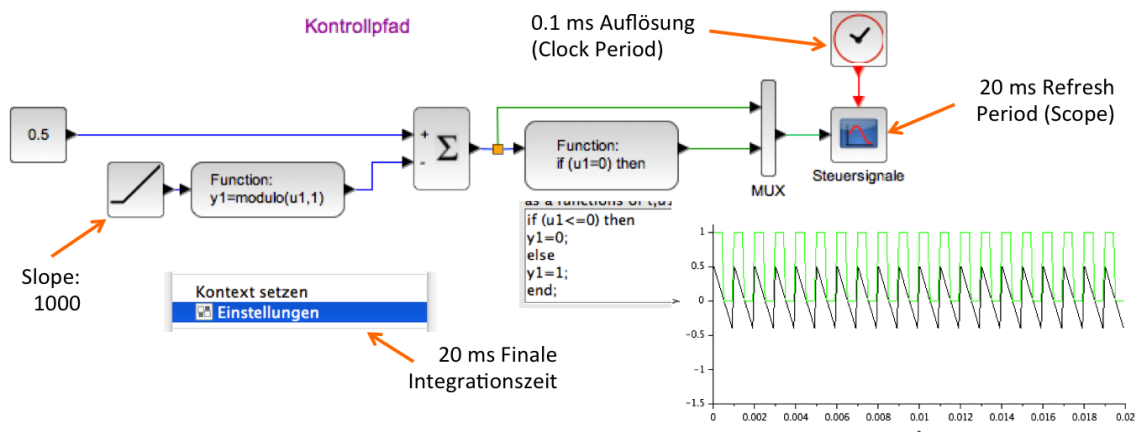
Frage 1.4.3: Bauen Sie eine Schaltung nach folgender Abbildung auf. Die Schaltung soll aus einer gegebenen Gleichspannung mit Hilfe einer H-Brücke eine rechteckförmige Wechselspannung erzeugen. Untersuchen Sie die Funktion der Schaltung. Wählen Sie geeignete Werte für  $V_{DC}$ ,  $R$  und  $L$ .



Lösung: Im Beispiel wurden  $V_{DC} = 400 \text{ V}$  gewählt, sowie  $R=400 \Omega$  (Strom = 1 A) und  $L = 1 \text{ mH}$ . Folgende Abbildung zeigt das Steuersignal und die Spannung über dem Lastwiderstand R.

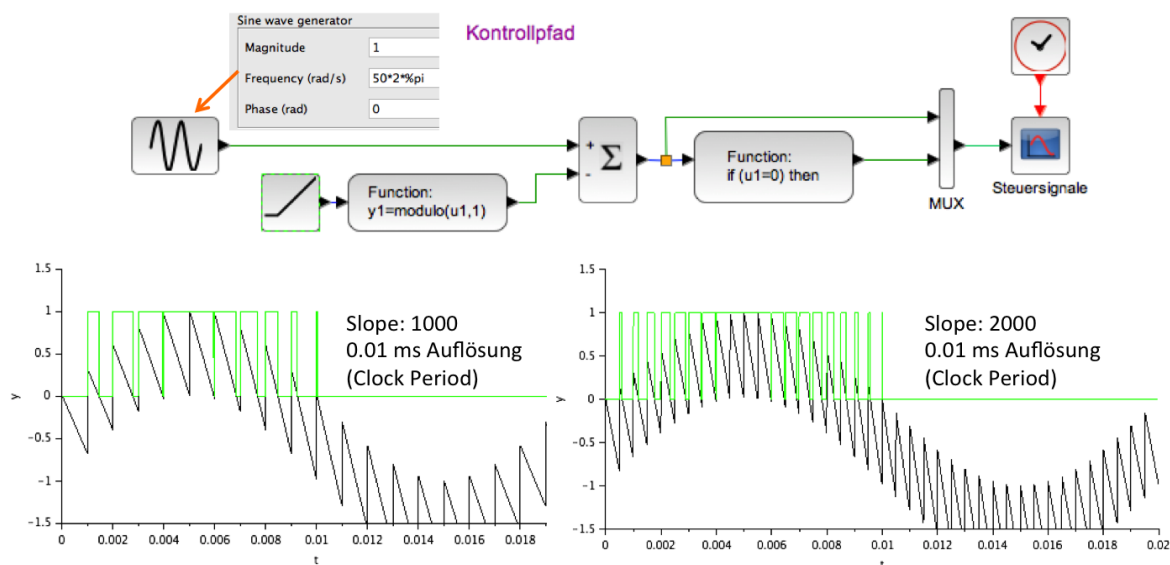


Frage 1.4.4: Steuersignale für PWM. Das Steuersignal soll so modifiziert werden, dass die Schalterpaare durch eine Pulsweitenmodulation (PWM) angesteuert werden, die einen sinusförmigen Verlauf ergibt. Erstellen Sie solche Steuersignale für die Schalterpaare ( $S_1, S_4$ ) und ( $S_2, S_3$ ).



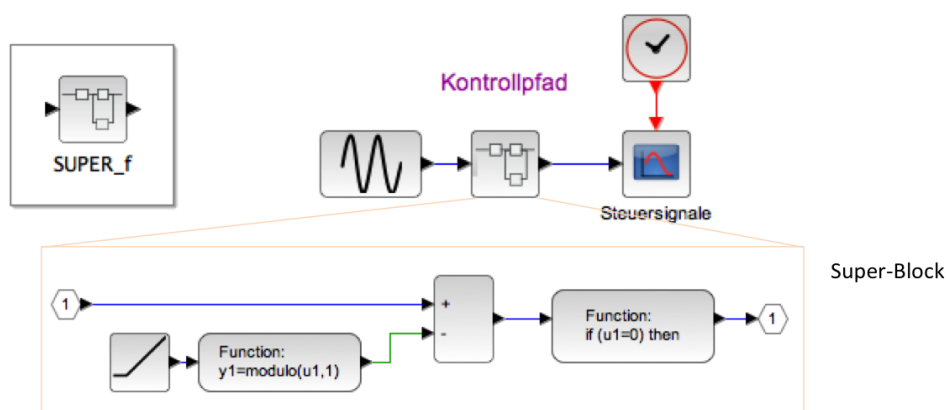
Lösung: Zunächst wird mit Hilfe eines konstanten Signals der Amplitude 0,5 eine konstante Pulsweite hergestellt. Zeitbasis: für das Oszilloskop mindestens 0,1 ms Auflösung (Clock Period) und 20 ms Anzeigedauer (Refresh Period, somit später Darstellung einer Periode). Unter „Einstellungen“ wird die finale Integrationszeit ebenfalls auf 20 ms festgelegt.

Mit Hilfe einer Rampe und einer Modulo(1) Funktion wird ein Sägezahn-Signal zur Abtastung des gewünschten Signals erzeugt. Für ein Intervall von 1 ms wird hierzu der Anstieg der Rampe (Slope) auf 1000 Werte pro Sekunde eingestellt. Vom gewünschten Signal (hier Konstante 0,5) wird die Rampe subtrahiert. Vom Ergebnis werden in einer weiteren Funktion die Anteile, die größer als Null sind, als 1 interpretiert, die Anteile kleiner Null als 0. Man erhält ein konstantes Tastverhältnis.



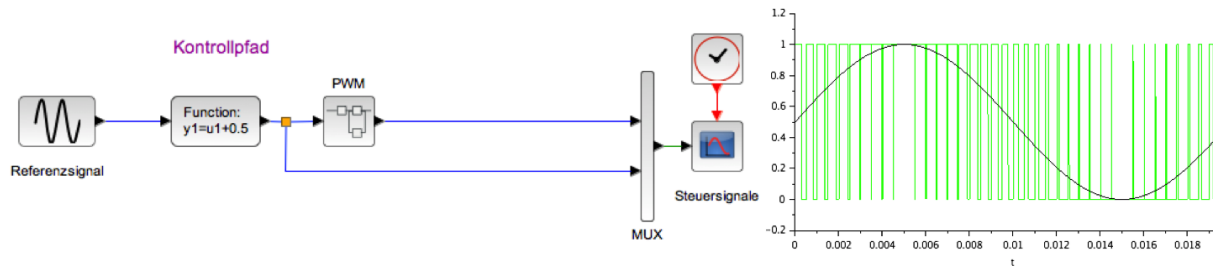
Ersetzt man den konstanten Wert durch einen Sinus-Generator, erhält man ein pulsweitenmoduliertes Signal für die obere Halbwelle. Hinweis: Die zeitliche Auflösung des Oszilliskops und das Tastintervall sind geeignet einzustellen. Mit 2000 Werten pro Sekunde (Slope) ergibt sich ein Intervall von 0,5 ms und somit 40 Werte pro Periode. Mit 4000 Werten pro Sekunde oder mehr wird die Auflösung des PWM-Signals feiner.

Der Übersichtlichkeit halber wurde die PWM-Generierung in folgender Abbildung in einen Super-Block gepackt, wie in folgender Abbildung gezeigt. Der Super-Block findet sich im Paletten-Browser unter benutzerdefinierte Funktionen.



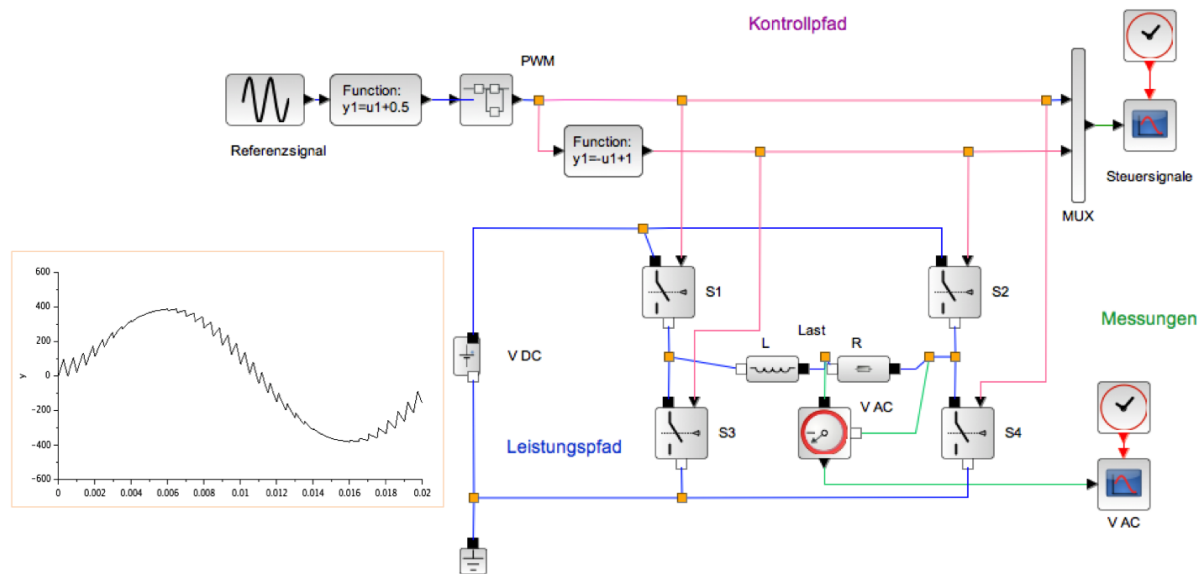


Die Steuersignale für beide Schalterpaare erhält man dann wie folgt. Hierbei wurde das Referenzsignal in den Wertebereich 0 bis 1 verschoben (Amplitude = 0,5, Offset = 0,5), um eine gleichmäßigere Aussteuerung der beiden Brückenzeige zu erreichen.



Frage 1.4.5: Aufbau der Schaltung. Verbinden Sie die Steuersignale mit der Schaltung und überprüfen Sie die Funktion.

Lösung: Für das zweite Schalterpaar wird ein inverses Signal mit Offset 1 verwendet (Funktion  $y1 = -u1 + 1$ ), siehe folgende Abbildung. Zur Glättung der Ausgangsspannung  $V_{AC}$  sind R und L geeignet zu wählen (z.B.  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $R = 100 \Omega$ ).



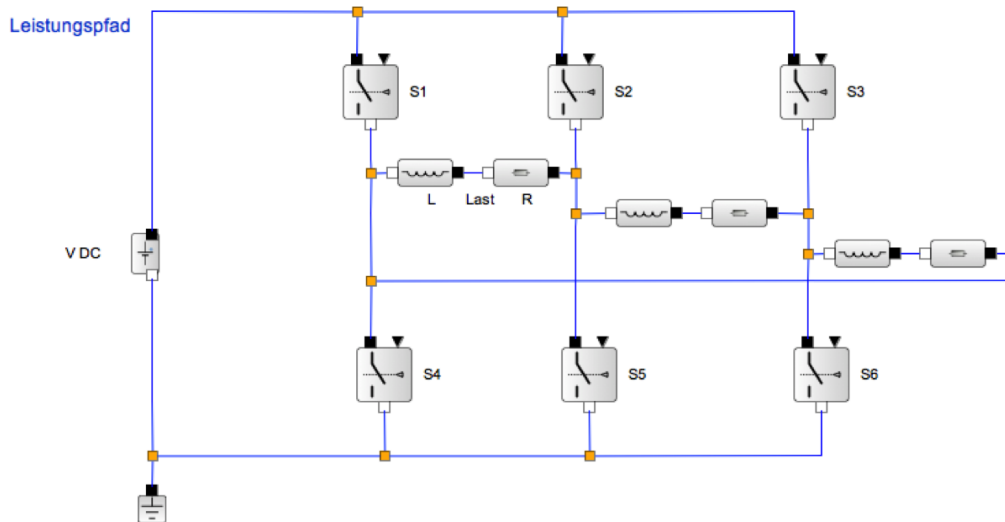
Hinweis: Um den Effekt der Unterabtastung bei der Darstellung zu vermeiden, achten Sie bitte darauf, dass die Zeitbasis der Oszilloskope (Clock Period) hinreichend fein eingestellt ist, z.B. 0,01 ms bei einem Tastintervall von 0,25 ms.

Frage 1.4.6: Bei der oben gewählten Ansteuerung sind die Schalterpaare ( $S_1, S_4$ ) und ( $S_2, S_3$ ) immer abwechselnd geöffnet, d.h. der Lastzweig liegt immer entweder auf positiver Spannung  $U_{DC}$  oder auf negativer Spannung  $U_{DC}$ . Welchen Zweck verfolgt dieses Schaltprinzip?

## 1.5. Dreiphasige Brückenschaltung

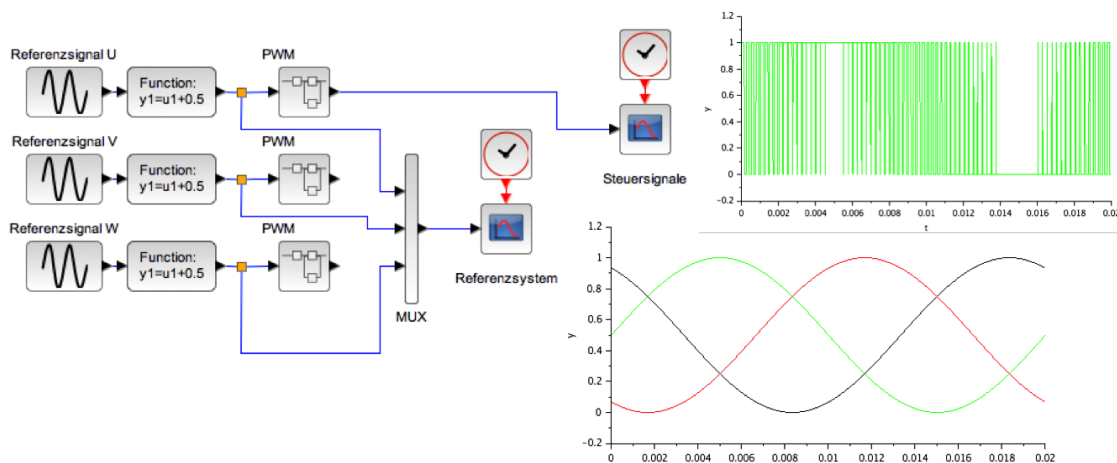
Die H-Brücke soll nun so erweitert werden, dass aus einer Gleichspannungsquelle ein Drehstromsystem erzeugt wird.

Frage 1.5.1: Leistungspfad. Im Leistungspfad wird die in folgender Abbildung gezeigte Schaltung verwendet. Erläutern Sie die Funktion dieser Schaltung. Wie müssen geeignete Schalterpaare angesteuert werden? Skizzieren Sie den Schaltablauf in einer Tabelle bzw. in einem Zeitdiagramm. Welche Lastzweige sind jeweils mit welcher Polarität unter Spannung?



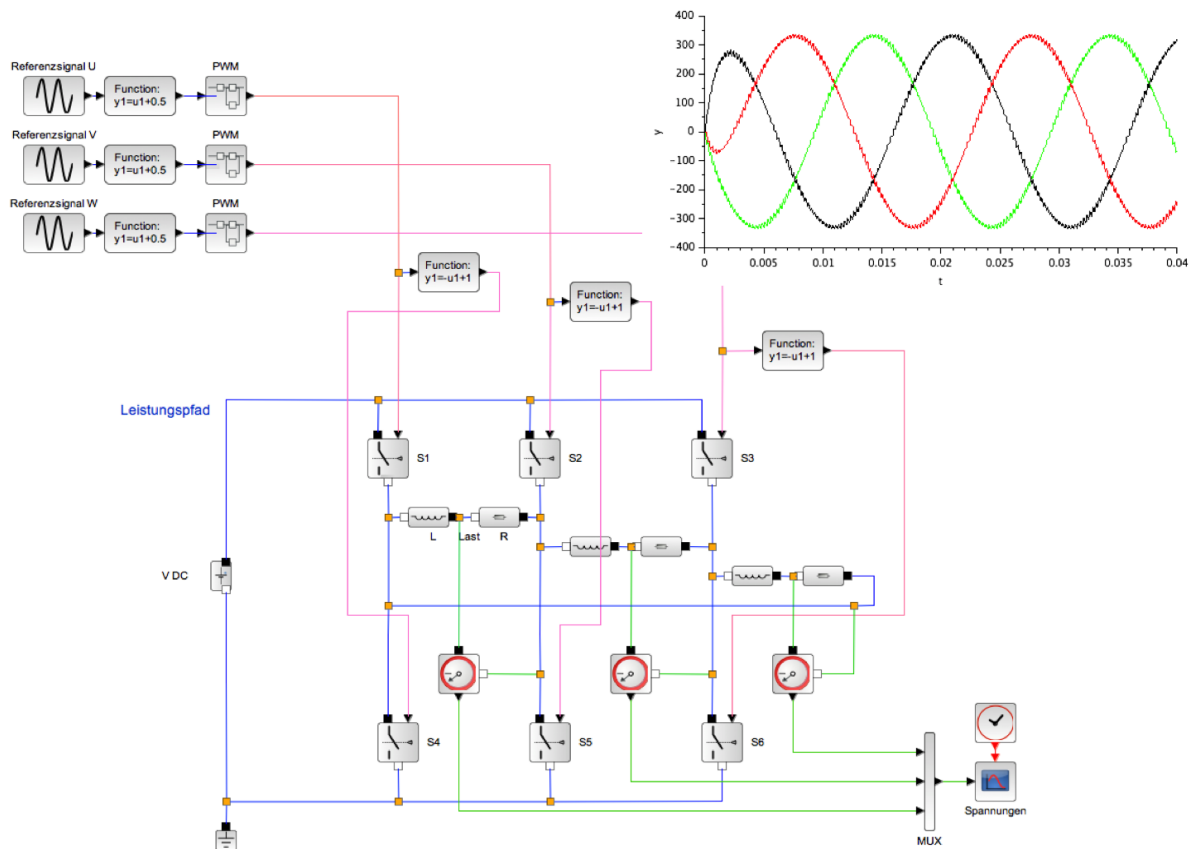
Lösung: Schaltfolge: Zweig 1:  $+V_{DC}$ , Zweig 1:  $-V_{DC}$ ,  
 Zweig 2:  $-V_{DC}$ , Zweig 2:  $+V_{DC}$ ,  
 Zweig 3:  $+V_{DC}$ , Zweig 3:  $-V_{DC}$ ,

Frage 1.5.2: Signalpfad. Erstellen Sie eine geeignete Ansteuerung für die 3-phasige H-Brücke. Hinweis: Verwenden Sie ein Drehstromsystem als Referenz (d.h. phasenversetzte Signalgeneratoren).



Lösung: Sinusgeneratoren mit jeweils 120 Grad =  $2\pi/3$  und 240 Grad =  $4\pi/3$  Phasenversatz, sonstiger Aufbau wie in Aufgabe 1.4.

Frage 1.5.3: Gesamte Schaltung. Bauen Sie die Ansteuerung und die H-Brücke in der Simulation auf. Untersuchen Sie die Funktion Ihrer Schaltung.



**Lösung:** Die Schaltung wurde über zwei Perioden simuliert (40 ms). Man erkennt das Einschwingverhalten (Einschaltvorgang) unmittelbar nach dem Start der Simulation.

Frage 1.5.4: Last in Sternschaltung. Die Last soll nun als Sternschaltung ausgeführt werden. Bauen Sie die Schaltung auf und testen Sie die Schaltung in der Simulation. Welche Unterschiede bestehen zur Dreieckschaltung in Teil 1.5.1? Wie berechnet sich die Leistung mit Leiterströmen, Leiterspannungen, Strangströmen und Strangspannungen?

## 1.6. Vorbereitungsaufgabe: Frequenzumrichter

Entwerfen Sie eine Ansteuerung für einen Antrieb, der mit variabler Drehzahl betrieben werden soll. Die Drehzahl soll über die Frequenz des ausgangsseitigen Wechselrichters als Drehfeld eingestellt werden. Der Antrieb wird aus einem einphasigen AC-Netz gespeist.

Frage 1.6.1: Kontrollpfad. Entwerfen Sie eine Steuerlogik zur Wandlung einer Gleichstromquelle in ein Drehfeld für den Motor. Die Drehzahl soll über die Frequenz des Wechselstroms einstellbar sein. Die Steuersignale sollen eine 3-phasige H-Brücke ansteuern.

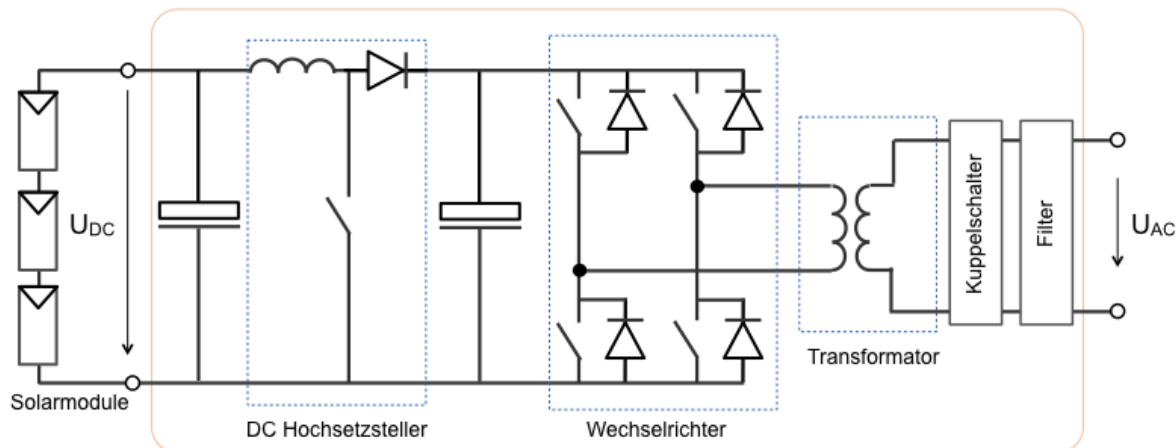
Frage 1.6.2: Wechselrichter. Entwerfen Sie ein einfaches Streckenmodell für den Wechselrichter mit Hilfe einer dreiphasigen H-Brücke. Testen Sie Ihr Modell an einer Gleichspannungsquelle mit Innenwiderstand und Zwischenkreiskapazität.

Frage 1.6.3: Gleichrichter. Entwerfen Sie einen Gleichrichter, der aus einem einphasigen Wechselstromnetz gespeist wird. Der Gleichrichter soll einen DC-Zwischenkreis versorgen.

Frage 1.6.4: Dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse aus den vorangegangenen Aufgaben in Form eines Laborberichts. Diese Aufgabe dient dem Einstieg in Teil 1 der Vorlesung und ist vor dem ersten Vorlesungsblock zu erledigen.

## 2. Photovoltaik

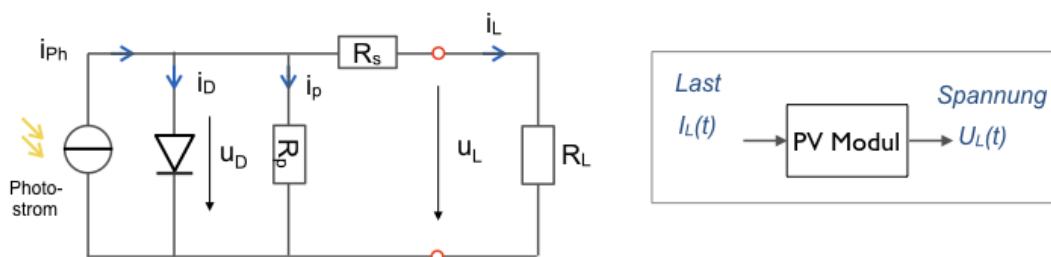
Photovoltaikanlagen bestehen aus den Solarmodulen, sowie einem Solarwechselrichter zur Anschaltung ans Netz. Folgende Abbildung zeigt die Signalkette.



Die Solarmodule enthalten Photodioden und werden in Reihe bzw. parallel verschaltet. Der Solarwechselrichter besteht aus einem DC-Hochsetzsteller zur Anhebung des Spannungsniveaus der Solarmodule, aus dem netzseitigen Wechselrichter, sowie aus einem Schutzschalter und Filter für Oberwellen am Netzanschlusspunkt.

### 2.1. Solarzellen

Handelsübliche Solarmodule werden in Spannungsniveaus von 12V bis 24V angeboten. Daher ist zur Anbindung ans Netz ein Hochsetzsteller vor dem netzseitigen Wechselrichter erforderlich. Solarmodule bestehen aus mehreren Solarzellen. Kernbestandteil der Solarzelle ist die Photodiode mit folgendem Ersatzschaltbild.



Der Photostrom  $I_{PH}$  ist bedingt durch die Einstrahlung und fließt auch ohne äußere Spannung an der Diode, d.h. auch unterhalb der Durchlass-Spannung der Diode, bzw. im Sperrbereich.  $R_S$  kennzeichnet den Innenwiderstand der Photodiode als Spannungsquelle,  $R_P$  dient der Modellierung der Leerlaufspannung. Die Diode im Ersatzschaltbild ist ideal und dient der Formung der Kennlinie. Dunkelstrom, Rauschen, sowie die Sperrschichtkapazität der Diode wurden hierbei vernachlässigt.

Die Photodiode arbeitet somit als Stromquelle mit Dioden-Kennlinie. Ist der Photostrom Null, repräsentiert die Ersatzschaltung eine normale Diode (als Dunkelkennlinie). Die Kennlinie einer idealen Diode lässt sich beschreiben durch

$$i_D = i_s \cdot \left( e^{\frac{u_D}{U_T}} - 1 \right) \quad (2.1.1)$$

Hierbei bedeutet  $U_T$  die Temperaturspannung, und  $i_s$  den Sperrstrom. Aus der Ersatzschaltung ergeben sich folgende Gleichungen:

$$i_L = i_{ph} - i_D - i_p = i_{ph} - i_s e^{\left(\frac{u_D}{U_T} - 1\right)} - \frac{u_D}{R_p} \quad (2.1.2)$$

Durch Einsetzen von

$$u_D = i_L R_s + u_L \quad (2.1.3)$$

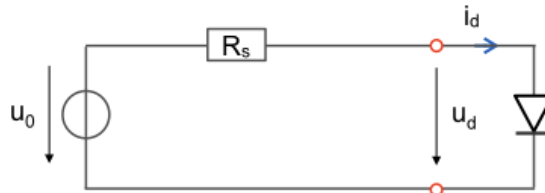
erhält man die Beziehung

$$i_L = i_{ph} - i_s e^{\left(\frac{i_L R_s + u_L}{U_T} - 1\right)} - \frac{(i_L R_s + u_L)}{R_p} \quad (2.1.4)$$

Diese Gleichung lässt sich numerisch durch Iteration lösen.

### Diodenkennlinie

Frage 2.1.1: Arbeitspunkt bestimmen. Eine Diode sei an eine Spannungsquelle angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Die Diode ist durch ihre Kennlinie gemäß Gleichung (2.1.1) beschrieben. Bestimmen Sie  $u_L$  und  $i_L$  grafisch mit Hilfe der Kennlinie.

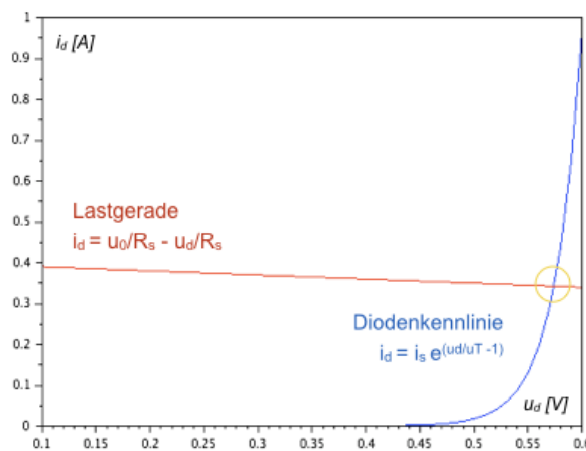


Lösung: Schnittpunkt der beiden Gleichungen

$$i_d(u_d) = \frac{u_0}{R_s} - \frac{u_d}{R_s} \quad \text{Lastgerade} \quad (2.1.5)$$

$$i_d(u_d) = i_s \cdot e^{\left(\frac{u_d}{U_T} - 1\right)} \quad \text{Diodenkennlinie (2.1.6)}$$

Hierbei ist Gleichung (1) eine Gerade mit dem Achsenabschnitt  $u_0/R_s$  und Steigung  $-1/R_s$ . Gleichung (2) ist die Diodenkennlinie. Der Arbeitspunkt liegt im Schnittpunkt beider Funktionen, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Frage 2.1.2: Arbeitspunkt numerisch berechnen. Eine Diode sei an eine Spannungsquelle angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Die Diode ist durch ihre Kennlinie gemäß Gleichung (2.1.1) beschrieben. Bestimmen Sie den Arbeitspunkt numerisch. Hinweis: Zusammenfassung

der Lastgerade mit der Diodenkennlinie ergibt eine nicht lineare Gleichung. Diese lässt sich numerisch unter günstigen Bedingungen iterativ lösen.

Lösung: Genereller Lösungsansatz: Gegeben ist eine nichtlineare Gleichung der Form

$$x = f(x) \quad (2.1.7)$$

Diese lässt sich mit Hilfe eines Startwertes  $x_0$  durch den iterativen Ansatz

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (2.1.8)$$

lösen, sofern die Funktion im gesuchten Arbeitspunkt günstig konditioniert ist.

Im Beispiel wäre die nichtlineare Funktion die Zusammenfassung der Lastgeraden (2.1.5) mit der Diodenkennlinie (2.1.6):

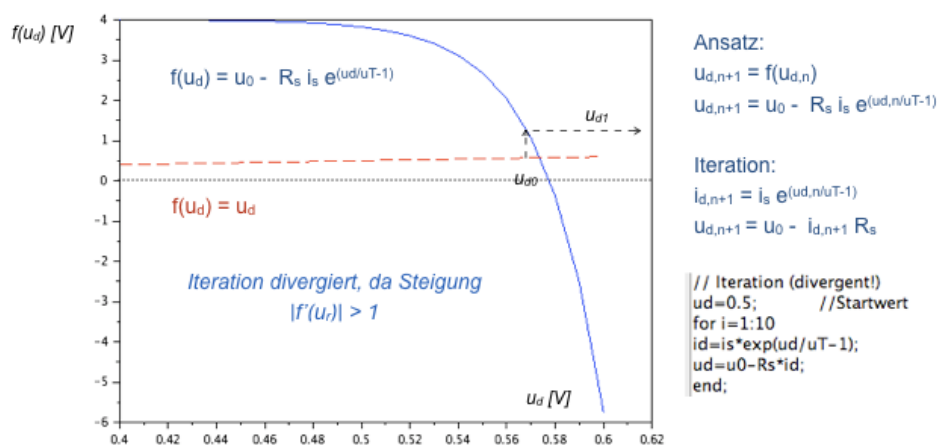
$$u_d = f(u_d) = u_0 - R_s i_s e^{\left(\frac{u_d}{U_T} - 1\right)} \quad (2.1.9)$$

Diese Gleichung hat die Form  $x = f(x)$  und lässt sich für eine Iteration gemäß (2.1.8) verwenden:

$$u_{d,n+1} = f(u_{d,n}) = u_0 - R_s i_s e^{\left(\frac{u_{d,n}}{U_T} - 1\right)} \quad (2.1.10)$$

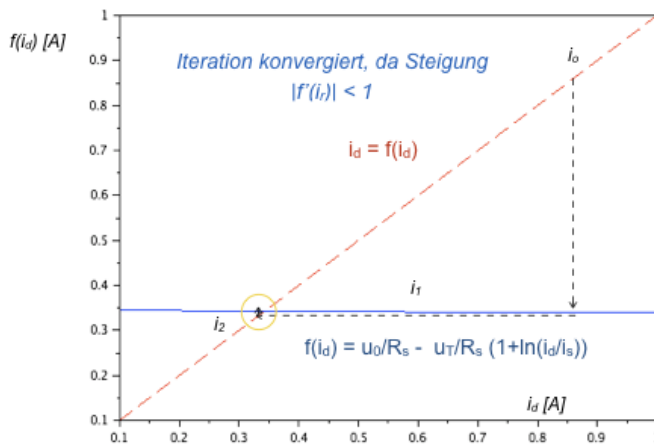
Allerdings konvergiert diese Iteration nicht. Grund hierfür ist die Steigung der Funktion im gesuchten Arbeitspunkt.

Grafisch bedeutet (2.1.7), dass man den Schnittpunkt der Geraden  $f(x) = x$  mit der Funktion  $x = f(x)$  sucht. In folgender Abbildung ist diese Darstellung für die Diodenkennlinie dargestellt.



Den Verlauf der Iteration bis zum gesuchten Arbeitspunkt im Schnittpunkt kann man durch wechselseitige Projektion der Funktionswerte auf die Gerade und von der Geraden auf die Funktion darstellen. Da die Steigung des Betrags der Funktion  $|f(x)| > 1$  ist, konvergiert die Suche allerdings nicht. Für den Rechner ist der offensichtliche Schnittpunkt beider Kurven auf diese Weise nicht ermittelbar.

Formt man die Gleichung jedoch um nach der inversen Funktion (hier: nach dem Strom), so ergibt sich der in der folgenden Abbildung gezeigte Verlauf für die Gerade  $f(x) = x$  und die Funktion  $x = f(x)$ . Da hier nun die Steigung sehr gering ist ( $|f'(x)| \ll 1$ ), konvergiert das Verfahren rasch.



Ansatz:

$$i_{d,n+1} = f(i_{d,n})$$

$$i_{d,n+1} = u_0/R_s - u_T/R_s (1 + \ln(i_{d,n}/i_s))$$

Iteration:

$$u_{d,n+1} = u_T (1 + \ln(i_{d,n}/i_s))$$

$$i_{d,n+1} = (u_0 - u_{d,n+1}) / R_s$$

// Iteration:

id=0.9; // Startwert

for i=1:10

ud=uT\*(1+log(id/is));

id=(u0-ud)/Rs;

end;

1 0.900000 0.598012

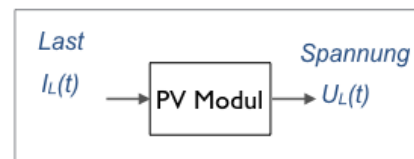
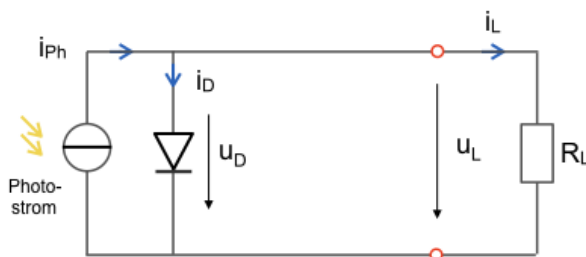
2 0.340199 0.573691

3 0.342631 0.573869

4 0.342613 0.573867

### Vereinfachtes Modell der Photodiode

Frage 2.1.3: Vereinfachtes Modell der Photodiode. Gegeben seien  $U_T = 25$  mV, die Leerlaufspannung  $u_0 = 0,6$  V, der Kurzschlussstrom  $i_0 = 1.2$  A. Schätzen Sie hieraus den Sperrstrom  $i_s$  der Diode gemäß der folgenden vereinfachten Ersatzschaltung ab.



Lösung: Im Leerlauf ist der Diodenstrom gleich dem Photostrom  $i_{ph} \approx i_0$ . Aus der Diodengleichung folgt

$$i_s \approx \frac{i_0}{e^{\frac{u_0}{U_T} - 1}}$$

Man erhält einen Sperrstrom von 0,12 nA.

Frage 2.1.4: Parameter der Ersatzschaltung abschätzen. Gegeben seien  $U_T = 25$  mV, die Leerlaufspannung  $u_0 = 0,6$  V, der Kurzschlussstrom  $i_0 = 1.2$  A, der Sperrstrom  $i_s = 0,12$  nA. Im Leistungsmaximum werden folgende Werte erreicht:  $i_{mp} = 1,13$  A,  $u_{mp} = 0,494$  V. Schätzen Sie die Impedanzen  $R_s$  und  $R_p$ , sowie den Sperrstrom  $i_s$  der Diode gemäß der Ersatzschaltung ab.

Lösung: (1) Im Leerlauf ( $i_L = 0$ ) ist  $u_L = u_D = u_0$ , d.h.

$$0 = i_{ph} - i_s e^{\frac{u_0}{U_T} - 1} - \frac{u_0}{R_p} \approx i_0 - i_s e^{\frac{u_0}{U_T} - 1} - \frac{u_0}{R_p}$$

Bei gegebenem Sperrstrom  $i_s$  lässt sich hieraus  $R_p$  abschätzen ( $R_p = u_0 / (i_0 - i_D)$ ).

(2) Leistungsmaximum: Gegenüber der Leerlaufspannung ergibt sich über der Serienimpedanz  $R_s$  die Spannung:

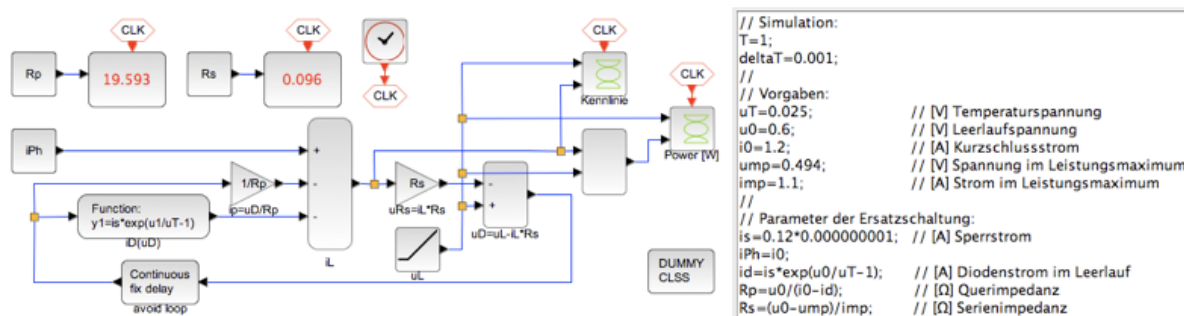
$$u_0 - u_{mp} = R_s \cdot i_{mp}$$

Hieraus folgt  $R_s$ . Mit den gegebenen Werten errechnen sich  $R_s = 0,1 \Omega$  und  $R_p = 19,6 \Omega$ .

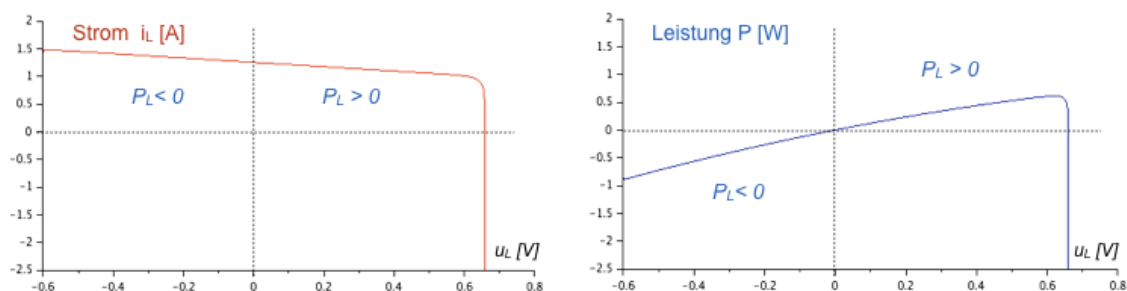
### Solarzelle

Frage 2.1.5: Kennlinie. Berechnen Sie die Strom-Spannungskennlinie der Photodiode über einen Bereich  $-u_0 < u_L < u_0$ . Berechnen Sie außerdem die Leistung.

Lösung: Für den Signalfluss wurde folgende Struktur gewählt:



Der Laststrom  $i_L$  wird iterativ aus der Lastspannung berechnet. Der Photostrom bleibt konstant. Man erhält folgende Kennlinien:



Die Kennlinie stellt eine um den Photostrom verschobene Diodenkennlinie dar, wobei der Zählpfeil des Stroms in Lastrichtung definiert wurde. Eine positive Leistung  $P_L > 0$  bedeutet somit, dass von der Last Leistung aufgenommen wird. Diese Leistung gibt die Diode als Spannungsquelle ab.

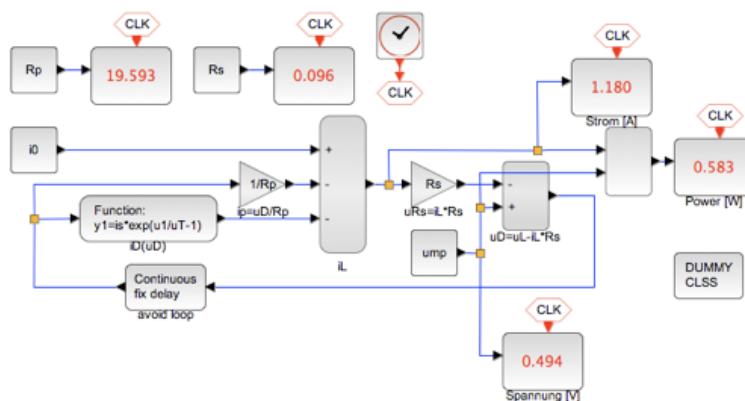
Das Maximum der Leistung ist kurz vor dem Abknicken der Kennlinie erreicht, wenn also das Produkt aus Spannung und Strom maximal wird.

Frage 2.1.6: Arbeitspunkt im Leistungsmaximum. In einer Solarzelle ist die Leistungsausbeute entscheidend: Der Arbeitspunkt soll möglichst im Maximum der oben gezeigten Kennlinie liegen. Überprüfen Sie die Leistung des Moduls, wenn über der Last die Spannung  $u_{mp}$  gefordert wird. Wie könnte man dafür sorgen, dass die Zelle stets im Leistungsmaximum arbeitet?

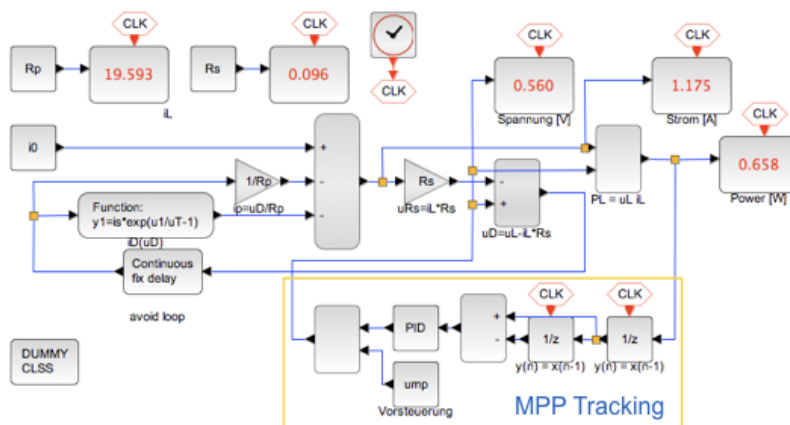
Lösung: Arbeitspunkt bei  $u_{mp}$  siehe folgende Abbildung: Die geforderten Werte werden mit guter Näherung eingehalten.

Der Arbeitspunkt lässt sich jedoch iterativ verbessern. Zu diesem Zweck wird der jeweils aktuelle Wert der gemessenen Leistung  $P(t_n)$  verglichen mit dem vergangenen Wert  $P(t_{n-1})$ . Ist die Differenz  $P(t_n) - P(t_{n-1}) > 0$ , so kann die Leistung durch Vergrößerung der Spannung (bzw. des Stroms) noch gesteigert werden. Ist umgekehrt  $P(t_n) - P(t_{n-1}) < 0$ , so befindet man sich auf dem absteigenden Ast der Leistungskennlinie. In diesem Fall muss die Spannung (bzw. der Strom) reduziert werden.





Folgende Abbildung zeigt eine Regelung auf Basis der Abfrage des Leistungsmaximums.



Man erkennt, dass sich die Leistungsausbeute hierdurch leicht verbessern lässt. Diese Regelung auf das Maximum der Leistungskennlinie (engl. maximum power point) wird als MPP-Tracking bezeichnet.

### Solarmodul

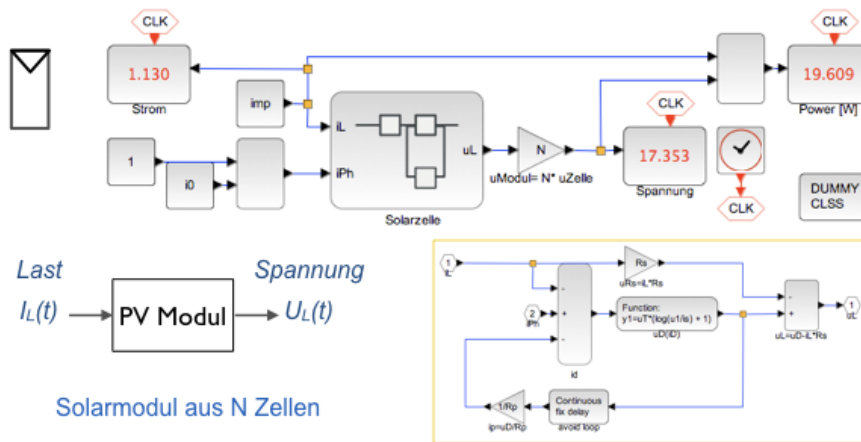
Frage 2.1.7: Solarmodul als Stromquelle. Auf dem Datenblatt eines Solarmoduls finden sich folgende Angaben: maximale Leistung  $P_{\max} = 20 \text{ W}$ , Spannung im Leistungsmaximum  $U_{\text{mp}} = 17,8 \text{ V}$ , Strom im Maximum  $I_{\text{mp}} = 1,13 \text{ A}$ , Leerlaufspannung  $U_0 = 22 \text{ V}$ , Kurzschlussstrom  $I_0 = 1,22 \text{ A}$ . Wie viele Photozellen enthält das Modul? Erstellen Sie ein Modell des Solarmoduls als Stromquelle. Außerdem soll der Photostrom abhängig von der Einstrahlung sein. Die Einstrahlung  $E$  ist in  $\text{W/m}^2$  vorgegeben, wobei als Bezugsgröße die Bestrahlungsstärke  $E_0 = 1000 \text{ W/m}^2$  definiert wird.

Lösung: Unter der Annahme, dass eine Photozelle eine Leerlaufspannung von ca.  $0,6 \text{ V}$  besitzt, sind in dem Solarmodul insgesamt  $N = 22,3 \text{ V} / 0,6 \text{ V} = 36$  Zellen in Reihe geschaltet.

Die Einstrahlung wird in relativen Einheiten vorgegeben:  $e = E/E_0$ . Für  $e = 1$  soll der Photostrom dem Maximalwert  $I_0$  entsprechen. Außerdem wird als Eingang der Laststrom  $I_L$  definiert. Der Einfachheit halber werden nicht  $N$  Zellen hintereinander geschaltet, sondern die Spannung einer Zelle im Modell um den Faktor  $N$  vervielfacht.

Folgende Abbildung zeigt den Signalfluss. In diesem Modell wurde die Diodenspannung aus dem Diodenstrom berechnet, d.h.  $u_d = f(i_d)$ . Diese Gleichung ist numerisch für iterative Verfahren besser kondi-

tioniert als die Beziehung  $u_d=f(i_d)$ . Davon abgesehen gibt es keine Unterschiede. Die Solarzelle wurde der Übersichtlichkeit halber in ein Subsystem verpackt.



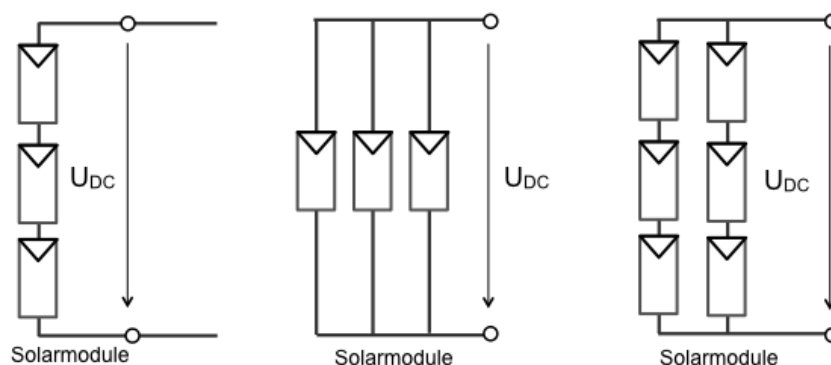
Bemerkung: Für die Zellimpedanzen wurde folgende Werte verwendet:  $R_p=10 \Omega$ ,  $R_s = 0,04 \Omega$ . Letzterer Wert wurde angepasst, um die Herstellerspezifikation zu treffen.

Frage 2.1.8: Bypass-Dioden. Es seien  $N$  Solarzellen in Reihe geschaltet. Eine der Zellen wird abgeschattet. Welche Konsequenz hat dieser Zustand? Wie lässt sich mit Hilfe einer sogenannten Bypass Diode Abhilfe schaffen? Hinweis: Skizzieren Sie ein Ersatzschaltbild mit zwei Zellen.

Lösung: Die abgeschattete Zelle ist nun in Sperrrichtung zum Stromfluss der übrigen Zellen gepolt. In der Serienschaltung ist somit der Stromfluss unterbrochen. Umgekehrt kann der Strom jedoch durch die abgeschattete Diode fließen, es wird somit Leistung aufgenommen. Eine Bypass-Diode gibt den Weg für den Strom durch die inaktive Zelle frei.

### Solaranlage

Folgende Abbildung zeigt unterschiedliche Möglichkeiten der Verschaltung von Solarmodulen zu einer Solaranlage.



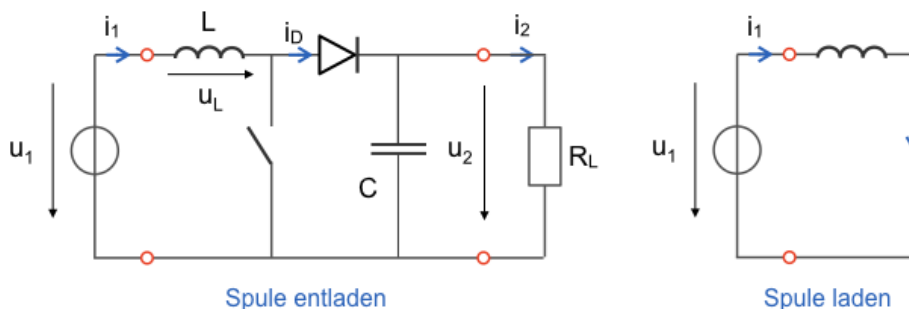
Frage 2.1.9: Solaranlage. Wie würden Sie die Module verschalten, wenn einphasig in ein AC-Netz mit 230 V eingespeist werden soll? Welche Verschaltung wäre für ein DC-Netz mit 24 V oder 48 V zu empfehlen?

Frage 2.1.10: Für eine Solaranlage stehen Ihnen Module mit 20 W Leistung zu Verfügung. Die Module haben im Leistungsmaximum eine Betriebsspannung von 17,8 V und einen Strom von 1,13 A. Die Module sind 345 mm breit und 470 mm hoch. Welche Fläche benötigen Sie für eine Anlage mit 2 kW? Wie verschalten Sie die Module zur einphasigen Einspeisung in ein 230 V Wechsel-

stromnetz? Die Betriebsspannung der Module ist nicht stabil, sondern abhängig von der Einstrahlung. Zum Einspeisen benötigen Sie eine Spannung, die über der Netzspannung liegt. Die Solaranlage liefert Gleichspannung. Was benötigen Sie zur Einspeisung außer den Modulen?

## 2.2. DC-Hochsetzsteller

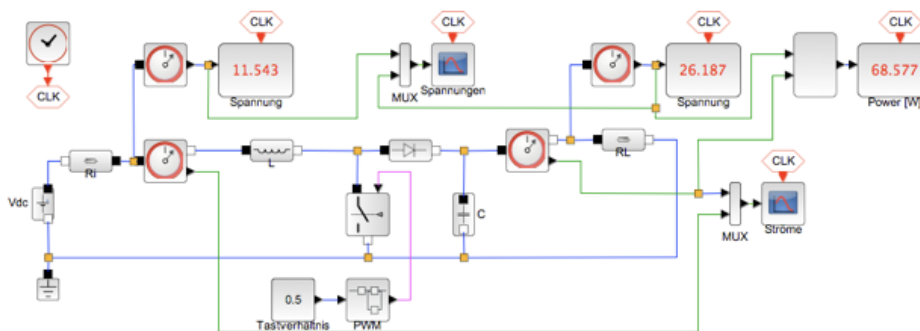
Da Solarmodule eine von der Einstrahlung abhängige Spannung liefern, zum Einspeisen in ein DC-Netz oder AC-Netz jedoch ein Spannungsniveau über der Netzspannung benötigt wird, wird die Ausgangsspannung der Solarmodule auf eine Zwischenkreisspannung angehoben. Folgende Abbildung zeigt den hierfür verwendeten Hochsetzsteller (engl. DC-booster).



Der Zwischenkreis mit der Ladekapazität  $C$  dient hierbei auch als Energiespeicher. Der Hochsetzsteller arbeitet als Strompumpe. Über einen Schalter (z.B. einen Feldeffekt-Transistor) wird ein Stromkreis abwechselnd über der Induktivität  $L$  geschlossen und über der Last geöffnet. Hierbei speichert die Induktivität bei geschlossenem Schalter Energie, die sie beim Öffnen des Schalters an den Stromkreis mit der Ladekapazität  $C$  abgibt.

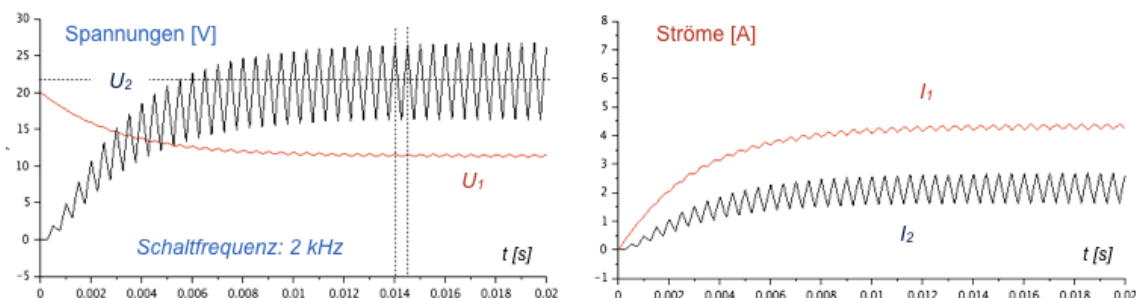
Frage 2.2.1: Simulieren Sie den Schaltkreis mit geeigneten Werten für  $R_L$ ,  $L$  und  $C$ . Verwenden Sie eine Schaltfrequenz von 10 kHz (10000 Schaltvorgänge pro Sekunde) und variieren Sie das Tastverhältnis. Der Hochsetzsteller soll eine Spannung im Bereich von 8 V bis 20 V auf ein Niveau von 24 V (bzw. 48 V) anheben und halten.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.

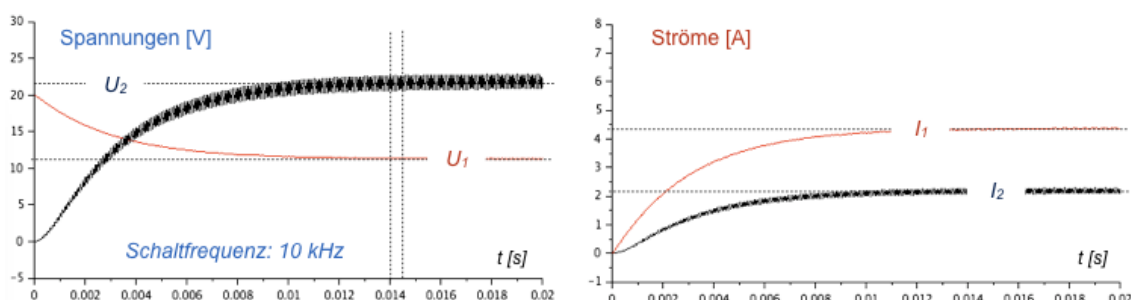


Für  $U_0 = 20$  V,  $R_i = 2$   $\Omega$ ,  $R_L = 10$   $\Omega$ ,  $L = 15$  mH,  $C = 50$   $\mu$ F ergibt sich folgendes Verhalten: Bei einem Tastverhältnis von 50% ist die Ausgangsspannung etwa doppelt so hoch wie die Eingangsspannung. Die Schaltfrequenz wurde mit 2 kHz so gewählt, dass die Schaltvorgänge sich im Anstieg und Absinken des Stroms beim Laden und beim Entladen der Spule zeigen.

Bei einer Schaltfrequenz von 10 kHz verlaufen Spannung und Strom deutlich glatter. Da die Last rein ohmsch ist, findet keinerlei Glättung der Ausgangssignale statt.



Die Ausgangsspannung erreicht das doppelte Niveau der Eingangsspannung. Die Ströme verhalten sich umgekehrt. Dieses Verhalten ist zwingend, da die über den Hochsetzsteller transportierte Leistung ja konstant bleibt.



Bei den gewählten Widerständen würde man erwarten, dass die Spannung  $U_1$  sich zur idealen Spannung  $U_0$  verhält wie  $R_L / (R_i + R_L) = 5/6 \approx 0,8$ , d.h. um ca. 20% nachgibt. Tatsächlich sinkt die Spannung um etwa das Doppelte dieses Wertes, da die Spannung über dem Lastwiderstand ja fast verdoppelt wird und daher ein doppelt so großer Strom fließt.

Frage 2.2.2: Erläutern Sie das Funktionsprinzip der Schaltung. Wie verhält sich die Spannung am Ausgang zur Spannung am Eingang? Wie verhält sich der Strom am Ausgang zum Strom am Eingang? Wie groß ist die Eingangsimpedanz des Hochsetzstellers mit einer Last  $R_L$ ? Wie groß ist die Ausgangsleistung? Wie groß ist die Eingangsleistung? Was wäre ein abstraktes Modell für den Hochsetzsteller?

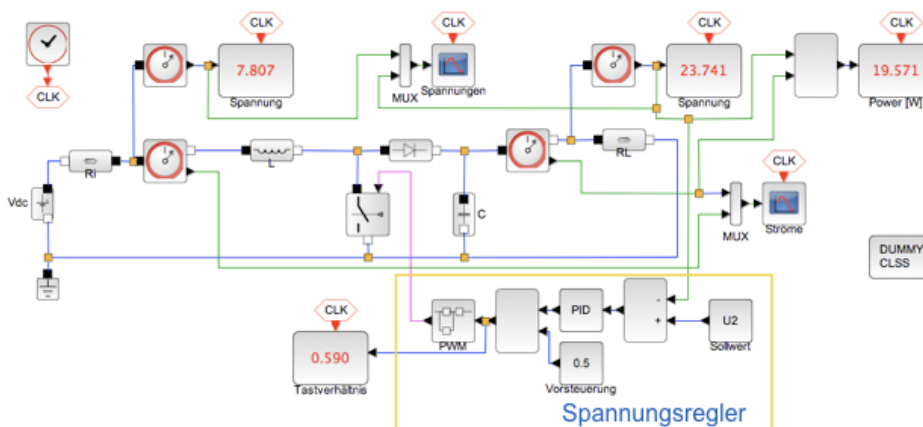
Lösung: Abstraktes Modell: Übertrager mit Übersetzungsverhältnis 1:ü. Spannungen und Ströme werden in diesem Verhältnis transformiert, Impedanzen mit  $\ddot{u}^2$ .

Frage 2.2.3: Geregelte Ausgangsspannung. Der Hochsetzsteller soll die Ausgangsspannung über den spezifizierten Bereich der Eingangsspannung konstant auf 24V halten. Ergänzen Sie eine Regelung, mit der der Hochsetzsteller als Spannungsquelle funktioniert.

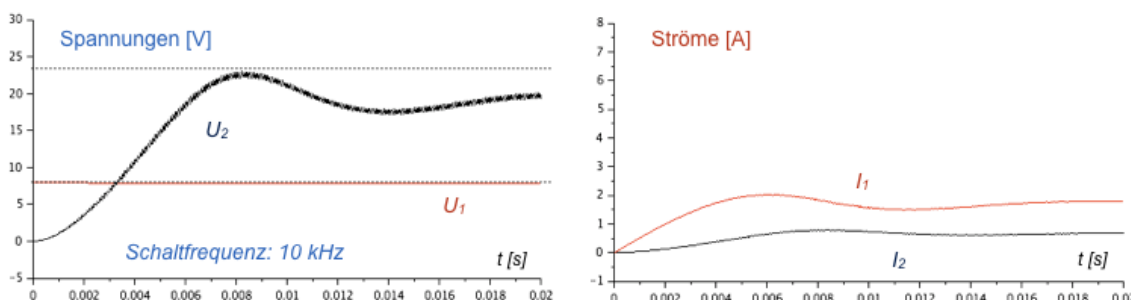
Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.

Der Hochsetzsteller wurde um einen PI-Regler ergänzt (mit überwiegendem I-Anteil), der das Tastverhältnis bei Abweichungen vom fest vorgegebenen Sollwert ändern. Kritisch ist der untere Bereich der Eingangsspannung. Für eine Eingangsspannung von 8 V ergibt sich folgende Anlaufverhalten (Start mit leerer Zwischenkreiskapazität).

Der Innenwiderstand der Quelle wurde hierbei auf  $R_i = 0,1 \Omega$  reduziert, da andernfalls die geforderte Ausgangsleistung nicht erbracht werden kann. Für eine Ausgangsleistung von 20 W wurde  $R_L$  passend gewählt.



Die Dimensionierung der Zwischenkreiskapazität reicht für die geforderte Leistung am unteren Spannungsniveau von  $U_1 = 8\text{ V}$  nicht ganz aus (siehe Abbildung unten). Die gespeicherte Energiemenge reicht für die geforderte Ausgangsleistung nicht aus. Der Einschwingvorgang wird durch den Regler verursacht. Bei Verdopplung der Zwischenkreiskapazität auf  $C = 100\text{ }\mu\text{F}$  wird die gewünschte Ausgangsspannung erreicht.



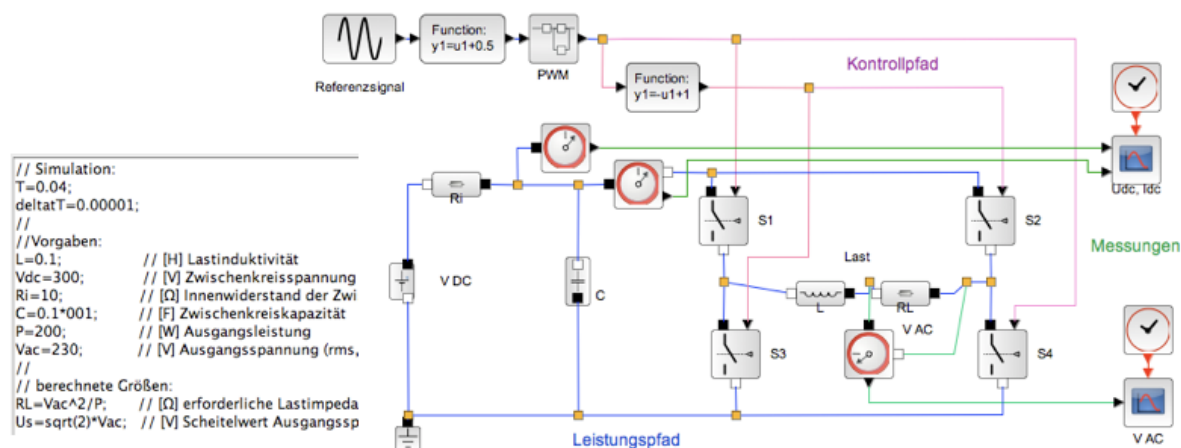
Frage 2.2.4: Leistung. Wird der Lastwiderstand  $R_L$  an konstanter Spannung betrieben, so ist die abgegebene Leistung  $P_L = U_2^2 / R_L$  ebenfalls konstant. Dieses Verhalten passt nicht zu einer Solaranlage, die bei geringerer Einstrahlung auch weniger Leistung verfügbar hat. Welche Vorgaben wären für eine sinnvolle Regelung erforderlich? Welche Rolle spielt der Eingangswiderstand der Solaranlage als Spannungsquelle? Wie verhalten sich Ströme und Spannungen am Eingang und am Ausgang des Hochsetzstellers? Welche Energie wird in der Ladespule und im Zwischenkreiskondensator gespeichert?

## 2.3. Wechselrichter

Für eine Einspeisung in ein 24 V oder 48 V Gleichspannungsnetz wäre eine Kombination der Solaranlage mit einem Hochsetzsteller bereits ausreichend. Für eine Einspeisung in ein Wechselstromnetz muss die Zwischenkreisspannung jedoch mit Hilfe eines Wechselrichters von DC nach AC gewandelt werden. Für den Wechselrichter wird auf die H-Brückenschaltung aus Abschnitt 1.4 zurück gegriffen.

Frage 2.3.1: Passen Sie die H-Brücke aus das gewählte Spannungsniveau des AC-Kreises (230 V) mit Hilfe einer passenden Zwischenkreisspannung an. Der Wechselrichter soll zunächst autonom betrieben werden, d.h. als Quelle ein eigenes AC-Netz treiben. Hinweis: Der Zwischenkreis soll mit einer Zwischenkreiskapazität ausgestattet werden, die von einer Spannungsquelle mit Innenwiderstand gespeist wird.

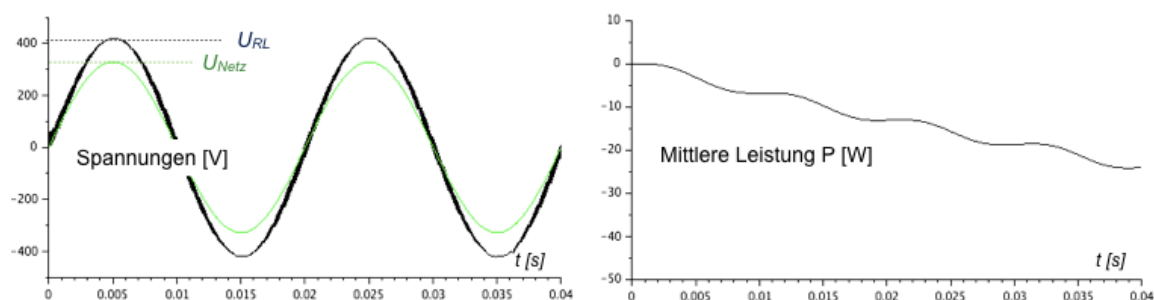
Lösungsbeispiel:



Hinweise: (1) Der Innenwiderstand der Spannungsquelle, die den Zwischenkreis speist, sollte dem Innenwiderstand des vorausgehenden Schaltkreises entsprechen, d.h. Solarmodule und Hochsetzsteller. (2) Die Zwischenkreiskapazität muss ausreichen, um zwischen Einspeisung in den Zwischenkreis und Leistungsentnahme in die Last zu vermitteln. (3) Um den Einschwingvorgang auszulassen, kann die Kapazität auf das Spannungsniveau im Zwischenkreis vorgeladen werden (Initialspannung an C vorgeben). Die Simulation startet dann im eingeschwungenen Zustand.

Frage 2.3.2: Einspeisung in ein vorhandenes AC-Netz. Erweitern Sie den Wechselrichter so, dass in ein vorhandenes Netz eingespeist werden kann. Hinweis: Gehen Sie hierbei davon aus, dass Sie synchron zur Netzfrequenz einspeisen können (die diesbzgl. Messtechnik soll nicht simuliert werden). Welche Leistung wird ins AC-Netz eingespeist? Welche Spannungen ergeben sich am Einspeisepunkt und im AC-Netz?

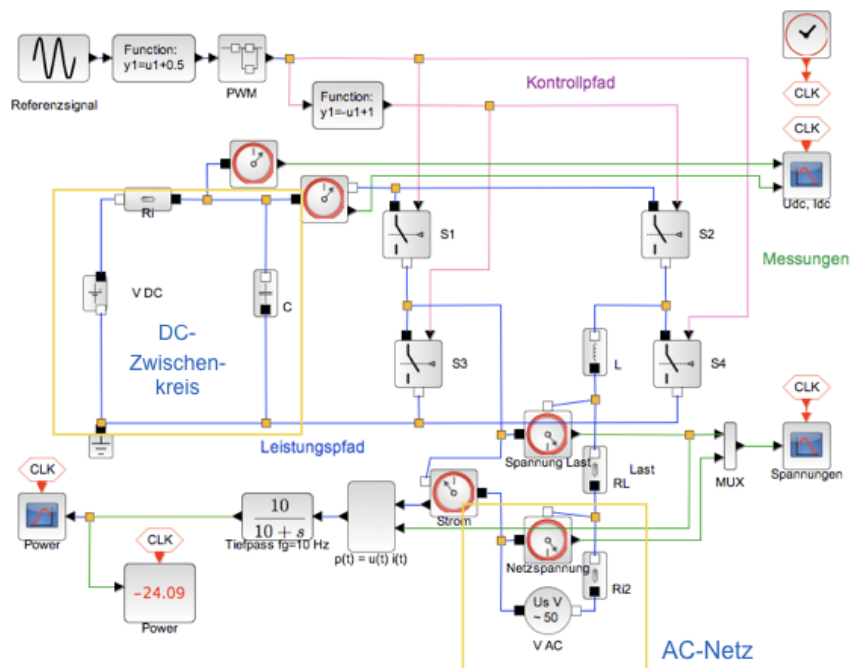
Lösung: Die Zwischenkreisspannung muss angehoben werden, damit sich ein Potentialunterschied zur Netzspannung am Einspeisepunkt ergibt. Anders ist ein Lastfluss in diese Richtung nicht möglich. Folgende Abbildung zeigt die Spannung am Einspeisepunkt zusammen mit der Netzspannung zusammen mit der gemessenen Leistung. Der Aufbau ist in der Abbildung zu Frage 2.3.3 dargestellt.



Frage 2.3.3: Leistungsregelung. Geben Sie vor, welche Leistung Sie ins AC-Netz einspeisen möchten. Erweitern Sie Ihr Modell so, dass genau diese Leistung ins Netz eingespeist wird. Welche Stellgrößen gibt es für diese Regelung? Testen Sie Ihr Konzept in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Regelung der Zwischenkreisspannung. Allerdings ist der Aufwand in Kombination mit einer 10 kHz-Simulation für den Wechselrichter viel zu groß: Die Leistung muss über mehrere Perioden der 50 Hz-Signale für Strom und Spannung durch Mittelwertbildung (bzw. durch ein Tiefpassfilter) gemessen werden. Der Regler kann erst auf diese Messung aufsetzen.

Folgende Abbildung zeigt die Messpunkte für die Spannung am Einspeisepunkt und die Netzspannung, sowie die Leistungsmessung. Das Vorzeichen der Leistung ist negativ ( $P < 0$ ). Es wird also Leistung abgegeben.



Frage 2.3.4: 3-phasiger Wechselrichter. Erweitern Sie Ihre Anlage um die Möglichkeit, in ein dreiphasiges Wechselstromnetz einspeisen zu können. Die Anlage soll 10 kW Leistung produzieren.

## 2.4. Gesamtsystem

Stellen Sie das gesamte System bestehend aus Solarmodulen, Hochsetzsteller und Wechselrichter zusammen. Das System soll eine Leistung von 200 W im Maximum einspeisen. Bei dieser Leistung ist eine einphasige Anbindung ins AC-Netz ausreichend.

Frage 2.4.1: Vorbereitung der Simulation. Stellen Sie die Komponenten für eine Simulation des Gesamtsystems zusammen. Welche Schnittstellen gibt es zwischen den Komponenten? Welche Werte sind anzupassen? Erstellen Sie ein Konzept.

Frage 2.4.2: Simulation des gesamten Systems. Starten Sie eine Simulation. Überprüfen Sie die Funktion Ihres Modells und passen Sie ggf. das Modell an.

Frage 2.4.3: Aufwand (Laufzeit) der Simulation verkürzen. Welche Möglichkeiten bestehen, die Laufzeit der Simulation deutlich zu verkürzen, in dem Sie Subsysteme testen und im Gesamtsystem durch vereinfachte Modelle ersetzen? Ist eine Simulation mit 10 kHz für das Gesamtsystem erforderlich? Erstellen Sie ein Konzept bzw. einige Ideen hierzu.

Frage 2.4.4: Vereinfachtes Modell für den Hochsetzsteller. Der Hochsetzsteller ist dadurch rechenaufwendig, da er eine 10 kHz-Simulation benötigt. Erstellen Sie ein vereinfachtes Modell für den Hochsetzsteller, das keine 10 kHz Simulation benötigt.

Frage 2.4.5: Vereinfachtes Modell für den Wechselrichter. Der Wechselrichter ist dadurch rechenaufwendig, da er eine 10 kHz-Simulation benötigt. Erstellen Sie ein vereinfachtes Modell für den Wechselrichter, das keine 10 kHz Simulation benötigt. Testen Sie das vereinfachte Modell gegen das komplette Modell. Welche Unterschiede gibt es? Welche Unterschiede gibt es im Vergleich zum Hochsetzsteller? Welche weiteren Vereinfachungen wären möglich?

Frage 2.4.5: Vereinfachtes Modell für das Gesamtsystem. Testen Sie Ihr vereinfachtes Modell gegenüber der vollständigen Simulation. Welche Abweichungen gibt es? Welche Aussagen sind mit



dem vereinfachten Modell nicht möglich? Welche Tests an den Subsystemen sind nötig für aussagekräftige Simulationen mit dem vereinfachten Modell?



## 3. Speicher

### 3.1. Batteriespeicher

Als Basis des Batteriemodells dient eine Spannungsquelle mit Innenwiderstand, die um eine Parallelschaltung aus  $R_1$  und  $C_1$  erweitert wird, wie in der folgenden Abbildung gezeigt. Mit Hilfe dieser Ersatzschaltung wird das Impedanzspektrum der Batterie bei gegebener Temperatur und gegebenem Ladezustand näherungsweise wiedergegeben.

Die Batterie wird durch folgende Kenngrößen beschrieben:

- Quellspannung (Leerlaufspannung)  $U_0$  [V]
- Innenwiderstand  $R_0$  [ $\Omega$ ]
- Innenimpedanz  $R_1 // C_1$  [ $\Omega$ ]
- Klemmenspannung  $U_L$  [V]
- Kapazität  $Q_n$  [Ah]
- Ladezustand SoC [%]
- Masse  $m$  [kg]

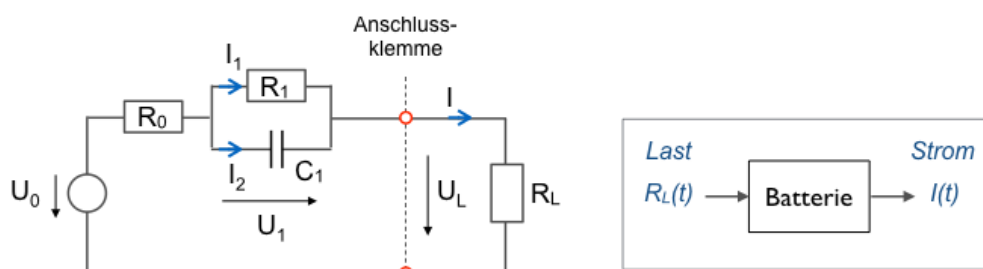


Bild 3.1.1 Elektrische Ersatzschaltung des Batteriemodells

Der Ladezustand wird aus der zufließenden bzw. abfließenden Ladung mit Hilfe des Klemmenstroms über der Zeit ermittelt.

Für die Ersatzschaltung gelten folgende Gleichungen:

$$U_0 = R_0 \cdot I + U_1 + R_L \cdot I \quad (3.1.1)$$

$$U_1 = \frac{1}{C_1} \cdot I_2 = \frac{1}{C_1} \cdot I - \frac{1}{R_1 C_1} \cdot U_1 \quad (3.1.2)$$

Durch Einsetzen von (2.1.1) in (2.1.2) lässt sich der Strom  $I$  eliminieren und  $U_1(t)$  aus der Differenzialgleichung berechnen. Anschließend kann aus  $U_1(t)$  mit Hilfe von (2.1.1) der Strom  $I(t)$  berechnet werden. Aus dem Strom folgen die Klemmenspannung, die aufgenommene bzw. abgegebene Leistung, sowie der Ladezustand.

Wie aus der Schaltung bzw. den Gleichungen ersichtlich, repräsentiert die Kapazität  $C_1$  nur das transiente Verhalten. Im eingeschwungenen Zustand beträgt der gesamte Innenwiderstand  $R_i + R_1$ . Die Masse der Batterie ist dann von Bedeutung, wenn die Batterie bewegt werden soll, beispielsweise in einem elektrischen Fahrzeug, sowie für Betrachtungen der Leistungsdichte.

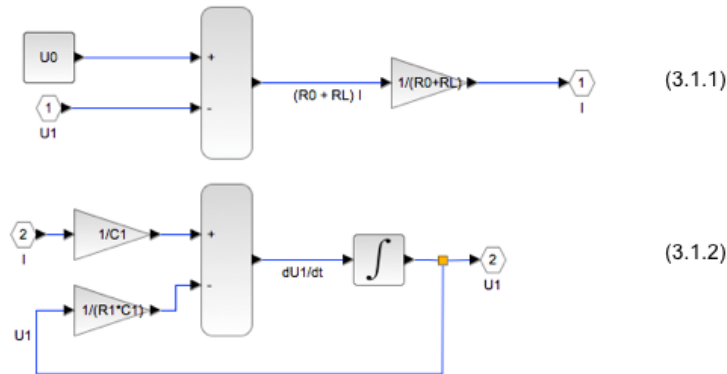
Frage 3.1.1: Eine Batterie sei durch folgende Kenngrößen gegeben:

- Quellspannung (Leerlaufspannung):  $U_0 = 36$  V
- Innenwiderstand:  $R_0 = 0,2$   $\Omega$
- Innenimpedanz:  $R_1 = 0,1$   $\Omega$ ,  $C_1 = 4000$  F

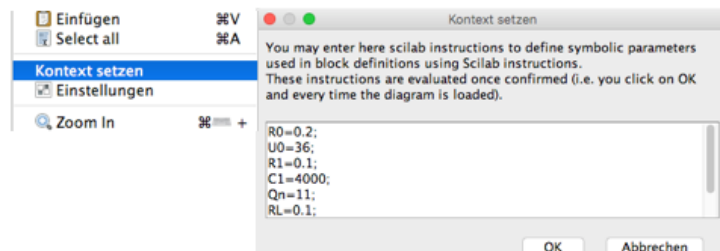
- Kapazität:  $Q_n = 11 \text{ Ah}$
- Masse:  $m = 2 \text{ kg}$

Skizzieren Sie den Signalfluss, der durch die Gleichungen (3.1.1) und (3.1.2) gegeben ist.

Lösung:



Hinweis: Die Parameter für die Blöcke werden im Kontext definiert (Menü Simulation bzw. rechte Maustaste: Kontext setzen)



Frage 3.1.2: Geben Sie statt des Lastwiderstands an der Ausgangsklemme die geforderte Leistung als Eingangsgröße vor. Ergänzen Sie den Ladezustand durch Integration des Stroms.

Lösung: Gleichungssystem:

$$U_0 = R_0 \cdot I + U_1 + U_L \quad (3.1.3)$$

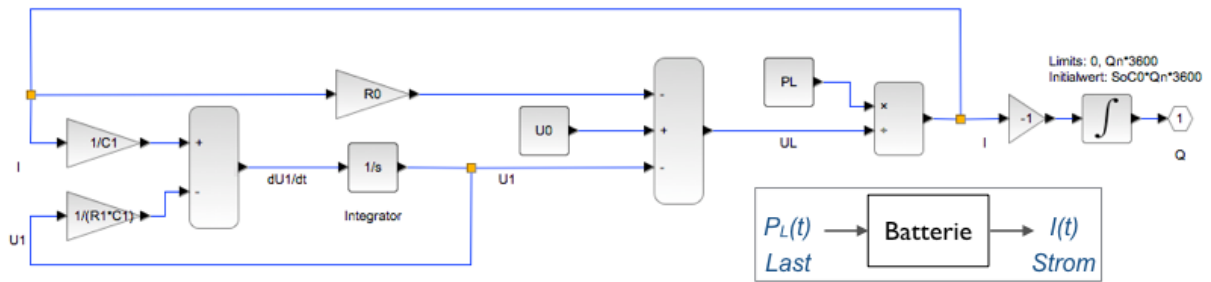
$$\dot{U}_1 = \frac{1}{C_1} \cdot I_2 = \frac{1}{C_1} \cdot I - \frac{1}{R_1 C_1} \cdot U_1 \quad (3.1.4)$$

$$P_L = U_L \cdot I \quad (3.1.5)$$

$$Q_{(t)} = Q_0 - \int_0^t I(\tau) \cdot d\tau \quad (3.1.6)$$

$$\text{SoC} = \frac{Q_{(t)}}{Q_n} \quad (3.1.7)$$

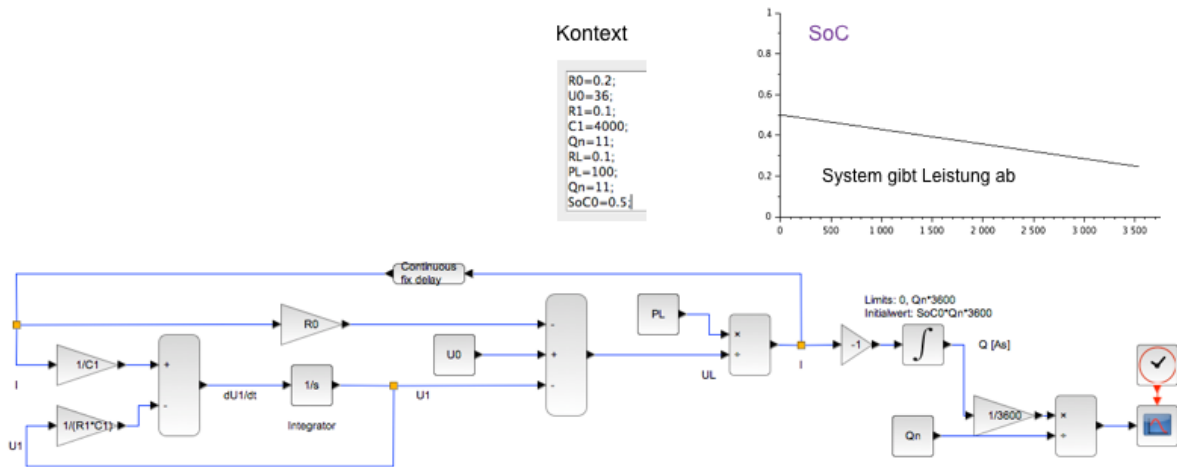
Signalfluss:



Ladezustand: Wenn das System Leistung abgibt (siehe Zählpfeile in der Ersatzschaltung), fließen mit dem Strom Ladungen aus dem System. Der aktuelle Ladezustand (= Initialzustand des Integrierers) muss über das Zeitintegral des Stroms verringert werden. Aus diesem Grund wurde das Vorzeichen des Stroms vor dem Integrierer umgekehrt (siehe Gleichung 3.1.6). Der Initialwert des Ladezustandes kann relativ angegeben werden, z.B. als  $SoC_0 = 50\%$ . Aus der Speicherkapazität  $Q_n$  folgt hieraus  $Q_0 = SoC_0 Q_n$ .

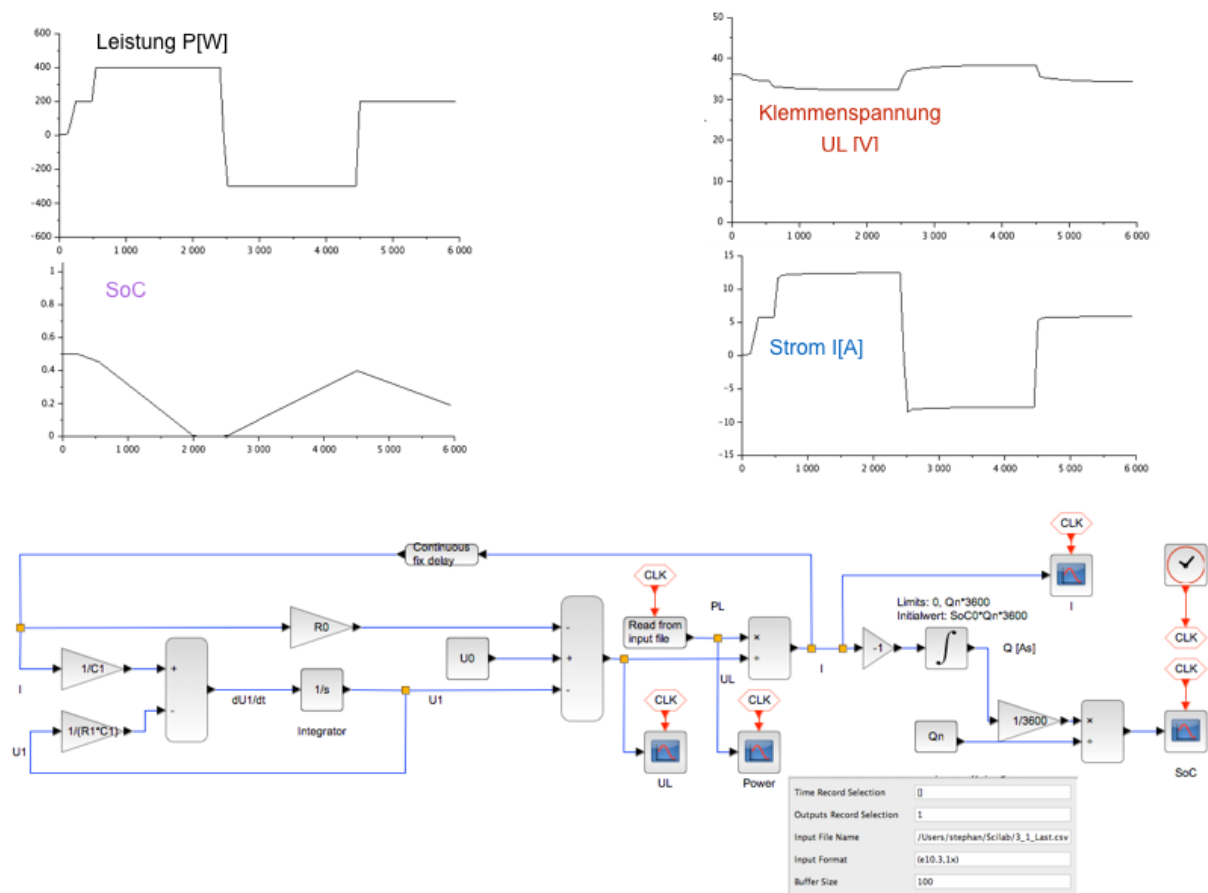
Frage 3.1.3: Erstellen Sie ein Modell und prüfen Sie das Modell in einer Simulation mit einem fest vorgegebenen Parameter für die Leistung. Geben Sie den initialen Ladezustand vor und stellen Sie den Ladezustand des Batteriespeichers über der Zeit dar.

Lösung:



Hinweis: Der oben dargestellte Signalfuss enthält einen logischen Zirkel. In einem realen System verhindern Laufzeiten solche Zirkelschlüsse. Daher lässt sich das Problem durch Einführung einer Verzögerung beheben, z.B. in der Rückführung des Stroms. Die Verzögerungszeit wird unterhalb der für das System relevanten Zeit gewählt.

Frage 3.1.4: Simulation des Systems. Stellen Sie Klemmenspannung, Strom und Ladezustand für ein willkürlich vorgegebenes Lastprofil dar. Das Lastprofil soll aus einer Datei gelesen werden.



Hinweis: Die Datei für das Lastprofil kann mit kommasepariertem Format erstellt werden (als .csv-Datei). Tabellenkalkulationsprogramme und Texteditoren unterstützen dieses Format. Zum Einlesen mit Hilfe des Scilab Blocks „Read from input file“, siehe Quellen, wird am besten ein Gleitkommaformat verwendet (10e+3). Zum Einlesen muss der genaue Pfad der Datei angegeben werden.

### Zeitdiskrete Modelle

Frage 3.1.5: Zeitdiskretes Modell. Führen Sie die Differentialgleichung (3.1.2) durch Verwendung zeitdiskreter Größen in eine Differenzgleichung über. Die Differenzgleichung stellt zusammen mit der übrigen Systemgleichung (3.1.1) ein algebraisches Gleichungssystem dar, das sich numerisch lösen lässt.

Lösung: Für einfache Systeme wie das hier beschriebene Batteriemodell ist ein Test mit Hilfe einer Tabellenkalkulation möglich. Hierzu wird die Differentialgleichung diskretisiert. Die resultierende Differenzgleichung lässt sich algebraisch lösen. Für die Gleichungen (3.1.1) und (3.1.2) erhält man mit Hilfe des Abtastintervalls  $\Delta t$  in zeitdiskreter Form:

$$u_0 = u_1(k) + (R_1 + R_L(k)) \cdot i(k) \quad (3.1.8)$$

$$\frac{u_1(k) - u_1(k-1)}{\Delta t} = \frac{1}{C_1} \cdot i(k) - \frac{1}{R_1 C_1} \cdot u_1(k) \quad (3.1.9)$$

Hierbei steht der Index  $k$  für  $k \Delta t$ . Durch Einsetzen von  $i(k)$  aus (3.1.8) in (3.1.9) erhält man eine Differenzgleichung, aus der  $u_1(k)$  in Abhängigkeit der Last  $R_L(k)$  berechnet werden kann. Aus  $u_1(k)$  lässt sich dann mit Hilfe von Gleichung (3.1.8) der gesuchte Strom  $i(k)$  ermitteln.

Frage 3.1.6: Implementierung des zeitdiskreten Modells in der Tabellenkalkulation. Die Differenzgleichungen lassen sich z.B. mit Hilfe einer Tabellenkalkulation lösen. Implementieren Sie das zeitdiskrete Modell in einer Tabellenkalkulation.

Lösung: Folgende Abbildung zeigt das Berechnungsschema.

<b>Modell:</b>	Spannungsquelle mit Innenwiderstand $R_0$ plus $R_1//C_1$				Differenzgleichung:	
U0	Quellspannung	[V]	U0=	36 V	$u_0 = u_1(k) + (R_0 + R_L) i(k)$	Gl. (1)
R0	Innenwiderstand $R_0$	[Ω]	R0=	0,2 Ω	$(u_1(k) - u_1(k-1)) / \Delta t = (1/C_1) i(k) - (1/R_1 C_1) u_1(k)$	Gl. (2)
Qn	Ladungsmenge	[Ah]	Qn=	11 Ah		
m	Gewicht	[kg]	m=	2 kg		
R1	Innenwiderstand $R_1//C_1$	[Ω]	R1=	0,1 Ω	nach Umformung:	
C1	Kapazität $R_1//C_1$	[F]	C1=	4000 F	$u_1(k) (1 + a \Delta t) = u_1(k-1) + (\Delta t u_0)/(C_1(R_0 + R_L))$	
					$u_1(k) (1 + a \Delta t) = u_1(k-1) + b u_0$	
SoC	Ladezustand	[%]	$\Delta t =$	20 s	mit:	$a = 1/(C_1(R_0 + R_L) + 1/(R_1 C_1))$
Nn	Ladezyklen	[1]			$b = \Delta t / (C_1(R_0 + R_L))$	

Index k	Zeit t [s]	Last RL [Ω]	Hilfsgröße a [1/s]	Hilfsgröße b [1]	Spannung u1 [V]	Strom I [A]	Klemmen- spannung UL [V]	Leistung P [kW]	Ladung Q [As]	Ladung Q [Ah]	Ladezustand SoC
-1					0				14400	4	36,4%
0	0	2	0,003	0,002	0,08	16,33	32,66	0,533	14073	3,91	35,5%
1	20	2	0,003	0,002	0,15	16,30	32,59	0,531	13748	3,82	34,7%
2	40	2	0,003	0,002	0,22	16,26	32,53	0,529	13422	3,73	33,9%

### Anschlussleistung

Die an der Last abgeführte Leistung berechnet sich zu

$$P_L = U_L \cdot I = U_L^2 / R_L = I^2 \cdot R_L \quad (3.1.10)$$

Die gesamte Leistung berechnet sich zu

$$P_0 = U_0 \cdot I = I^2 \cdot (R_i + R_L) \quad (3.1.11)$$

Hierbei ist im eingeschwungenen Zustand  $R_i = R_0 + R_1$ . Für den Wirkungsgrad berechnet man hieraus:

$$\eta = \frac{P_L}{P_V + P_L} = \frac{P_L}{P_0} = \frac{R_L}{R_i + R_L} \quad (3.1.12)$$

Die Verlustleistung  $P_V$  führt zur Erwärmung der Batterie und sollte im Sinne eines vernünftigen Wirkungsgrades gering gehalten werden, d.h.  $\eta > 0,9$ . Für die Lastimpedanz ergibt sich aus (2.1.7):

$$R_L = \frac{\eta}{1 - \eta} \cdot R_i \quad (3.1.13)$$

Für einen Wirkungsgrad von  $\eta > 0,9$  wäre somit  $R_L > 9 R_i$  zu wählen. Im Falle einer geregelten Last wäre  $P_L$  unmittelbar durch die Last vorgegeben. In diesem Fall ermittelt sich die Verlustleistung und somit der Wirkungsgrad aus dem resultierenden Strom.

### Wirkungsgrad und Ersatzschaltung

Für einen Batteriespeicher sind vor allem folgende Kenngrößen von Interesse

- Anschlusswert (Leistung  $P_n$  in kW)
- Kapazität (speicherbare Energie  $E_n$  in kWh)
- Wirkungsgrad (Anteil  $\eta$  der Nutzleistung an der Gesamtleistung)
- Betriebsspannung ( $U_0$  in V)

- Anzahl der Ladezyklen.

Einen realen Batteriespeicher muss man für die jeweils geforderten Kenngrößen aus Batteriezellen aufbauen. Bei der Auslegung wird man auf einen realistischen Wirkungsgrad achten. Hierbei hängt der Innenwiderstand im Ersatzschaltbild von der geforderten Leistung ab (siehe 3.1.12).

Frage 3.1.7: Berechnen Sie den Innenwiderstand für eine gegebene Spannung aus der geforderten Leistung (Anschlusswert) und dem Wirkungsgrad.

Lösung: Für den Innenwiderstand gilt (siehe 3.1.13):

$$\eta \cdot (R_i + R_L) = R_L \quad (3.1.14)$$

Hieraus folgt:

$$R_i = R_L \cdot \left( \frac{1 - \eta}{\eta} \right) \quad (3.1.15)$$

Bei Vorgabe der Leistung gilt wegen  $U_L \approx U_0$ :

$$P_L = U_L \cdot I = U_L^2 / R_L \approx U_0^2 / R_L \quad (3.1.16)$$

Hieraus folgt für den Innenwiderstand durch Einsetzen in (3.1.15):

$$R_i \approx \frac{(1 - \eta) U_0^2}{\eta P_L} \quad (3.1.17)$$

Beispiel: Für eine Batterie mit Spannung 36 V und Anschlusswert 300W berechnet sich bei einem Wirkungsgrad von 95% der Innenwiderstand zu  $R_i \approx 0,216 \text{ Ohm}$ .

Besteht die Ersatzschaltung aus einer Kette von Impedanzen, z.B.  $R_0$  in Serie mit  $R_1 // C_1$ , so bildet der Innenwiderstand  $R_i$  den Widerstand im eingeschwungenen Zustand. Es gilt also:

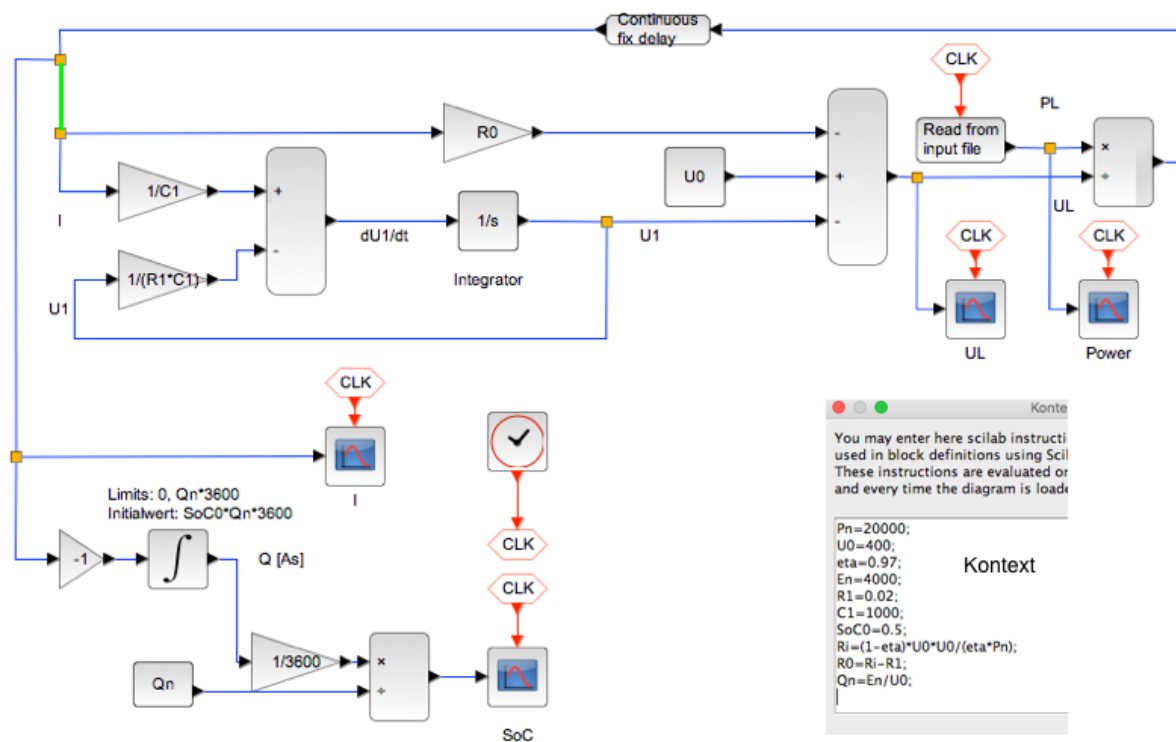
$$R_i = R_0 + R_1 \quad (3.1.18)$$

Der Innenwiderstand  $R_i$  ist also auf die beiden Ersatzwiderstände aufzuteilen. Bei der Simulation kann nun die Last direkt als Leistung  $P$  vorgegeben werden. Für die Systemgleichungen folgt aus der Last der Lastwiderstand gemäß (3.1.16).

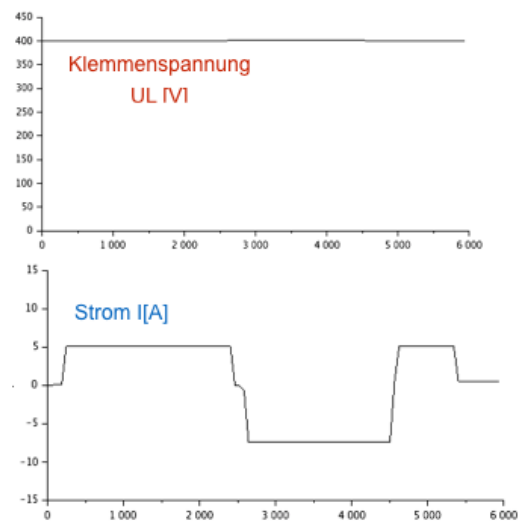
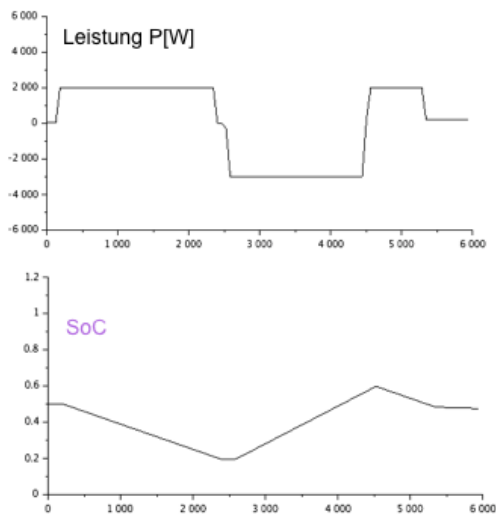
Frage 3.1.8: Erstellen Sie ein Modell, das zu einer gegebenen Betriebsspannung aus dem Anschlusswert (=Nennleistung) und dem Wirkungsgrad den Innenwiderstand der Batterie automatisch berechnet. Verwenden Sie folgende Vorgaben:  $U_0 = 400\text{V}$ ,  $P_n = 20\text{kW}$ ,  $E_n = 4\text{kWh}$ ,  $\eta = 97\%$ ,  $C_1 = 1000\text{F}$ .

Lösung: Aus den Vorgaben folgen  $Q_n = 10\text{Ah}$  und  $R_i = 0,2474\Omega$ . Der Innenwiderstand wird aufgeteilt in  $R_i = R_0 + R_1$ . Mit der willkürlichen Vorgabe von  $R_1 = 0,02\Omega$  (z.B. aus der Zeitkonstanten  $\tau = R_1 C_1 = 20\text{s}$ ) ergibt sich  $R_0 = 0,2274$ . Im Modell werden  $R_1$  und  $C_1$  vorgegeben,  $R_0$  berechnet sich aus  $R_i$  über den Wirkungsgrad und der Nennleistung.

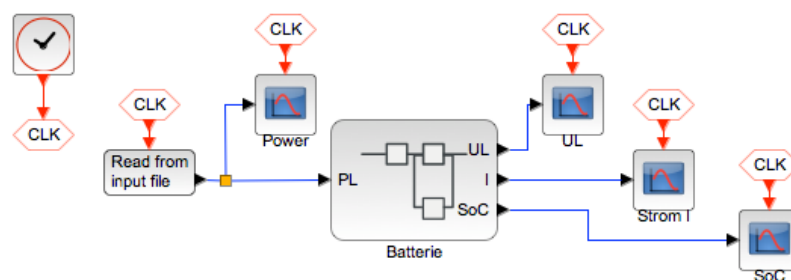
Die Ladung der Batterie für das gegebene Spannungsniveau erhält man aus  $Q_n = E_n / U_0$ . Diese Ladungsmenge ist abhängig vom Spannungsniveau: bei höherer Spannung können die Ladeströme für die gleiche Energiemenge geringer ausfallen. Als Initialzustand der Batterie wird z.B.  $\text{SoC}_0 = 50\%$  angenommen.



Zur Modellierung ist dieser Ansatz am einfachsten. In der Realität würde man eine Batterie aus Zellen einzeln aufbauen und DC-Wandler zur Transformation auf die gewünschte Spannung verwenden. Erreicht man hiermit den geforderten Wirkungsgrad für die gewünschte Spannung und Leistung, ergeben sich die gleichen Werte für eine Ersatzschaltung. Dieses Modell gibt die Eigenschaften der Batterie an den Anschlussklemmen korrekt wieder.



Fasst man die Batterie nun zu einem Superblock zusammen, ergibt sich folgendes System.



### Abhängigkeiten von Temperatur und Ladezustand

Im bisher betrachteten Modell ist die Quellspannung konstant und somit völlig unabhängig vom Ladezustand. Bis zur vollständigen Entladung steht die volle Quellspannung zur Verfügung. Dieses Verhalten ist wenig realistisch: bei einer realen Batterie wäre die Quellspannung abhängig vom Ladezustand. Ebenso hat die Temperatur einen erheblichen Einfluss auf das Verhalten der Batterie.

Im Bereich vollständiger Ladung gibt die Spannung über dem Ladezustand beim Entladen in exponentieller Weise nach:

$$u_{\text{exp}} = A e^{-it/B} \quad (3.1.19)$$

Hierbei bezeichnet A den Betrag der Spannungseinbruchs (z.B. A = 4 V) und B den Ladungsbereich des Spannungseinbruchs (z.B. B = 2500 As). Im Bereich vollständiger Entladung bricht die Spannung völlig zusammen. Diesen Verlauf kann man mathematisch wie folgt beschreiben:

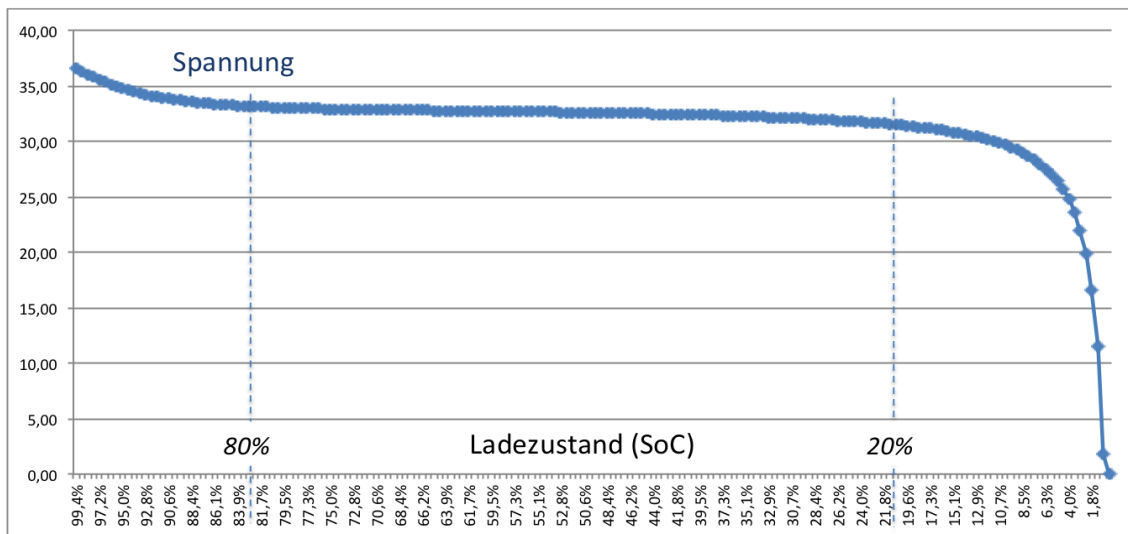
$$u_{\text{dis}} = -K \cdot \frac{Q_n}{Q_n - it} \cdot it \quad (3.1.20)$$

Im hinreichen aufgeladenen Zustand (d.h.  $Q_n \ll it$ ) ist dieser Wert annähernd  $u_{\text{dis}} = -K it$ . Im Bereich der vollständigen Entladung ( $it \approx Q_n$ ) sorgt die Polstelle für einen Zusammenbruch der Spannung. Die Konstante K kennzeichnet die Steilheit des Effektes im linearen Bereich (z.B. K = 0,025 V/Ah). Insgesamt erhält man für die Spannung:

$$u'_1(it) = u_1(it) + u_{\text{exp}}(it) + u_{\text{dis}}(it) \quad (3.1.21)$$

Mit  $u_1$  ist hierbei gemäß Ersatzschaltbild die Spannung ohne die nichtlinearen Effekte (3.1.19) und (3.1.20) bezeichnet. Folgende Abbildung zeigt den Verlauf. Die Batterie wird hierzu im eingeschwungenen Zustand betrieben, d.h. die durch die Kapazität im Ersatzschaltbild bedingten transienten Verläufe spielen keine Rolle. Bei Spannungen kleiner als Null (bedingt durch  $u_{\text{dis}}$  im Bereich der vollständigen Entladung) wird die Kennlinie abgeschnitten.





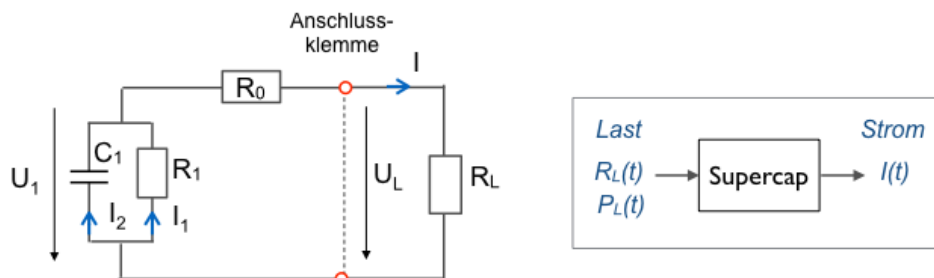
### Ruhe Spannungskurve: Spannung in Abhängigkeit vom Ladezustand

Li-Ionen Batterien besitzen keine Hysterese, d.h. Ladung und Entladung folgen dem gleichen Verlauf bezüglich der Spannung über dem Ladezustand. Die Abbildung zeigt auch, dass für einen realistischer Arbeitspunkt zwischen 20% – 80% SoC die nichtlinearen Effekte so gut wie keine Rolle spielen. In der Praxis sorgt der Laderegler dafür, dass dieser Bereich eingehalten wird. Wird die Batterie in diesem Bereich betrieben, kann man die besagten nichtlineare Effekte im Modell vernachlässigen.

Die Temperatur hat einen erheblichen Einfluß auf die Kenngrößenfelder. Allerdings wird man auch hier die Temperatur auf einem realistischer Arbeitspunkt halten, d.h. bei Nenntemperatur betreiben. Der Laderegler sorgt für eine angemessene Entwärmung im Rahmen der spezifizierten Verlustleistung. Bei Verlassen des spezifizierten Temperaturbereiches sorgt eine Schutzeinrichtung für eine Abschaltung. Auf eine Modellierung der Temperaturabhängigkeit wurde daher in diesem Modell verzichtet.

## 3.2. Superkondensatoren

Superkondensatoren (Supercaps) besitzen wegen ihrer großen Fläche eine große Kapazität. Das Ersatzschaltbild ist das einer Kapazität  $C_1$  mit Selbstentladung (Parallelwiderstand  $R_1$ ) und Innenwiderstand  $R_0$ , wie in folgender Abbildung gezeigt.



Die Ersatzschaltung wird durch folgende Gleichungen beschrieben.

$$U_1 = (R_0 + R_L) \cdot I = R_0 \cdot I + U_L \quad (3.2.1)$$

$$I = -\frac{1}{R_1} \cdot U_1 - C_1 \cdot \dot{U}_1 \quad (3.2.2)$$

Die gespeicherte Energie berechnet sich aus:

$$E_n = \int_0^{U_n} Q \, dU = \int_0^{U_n} C_1 U \, dU = \frac{1}{2} C_1 U_n^2 \quad (3.2.3)$$

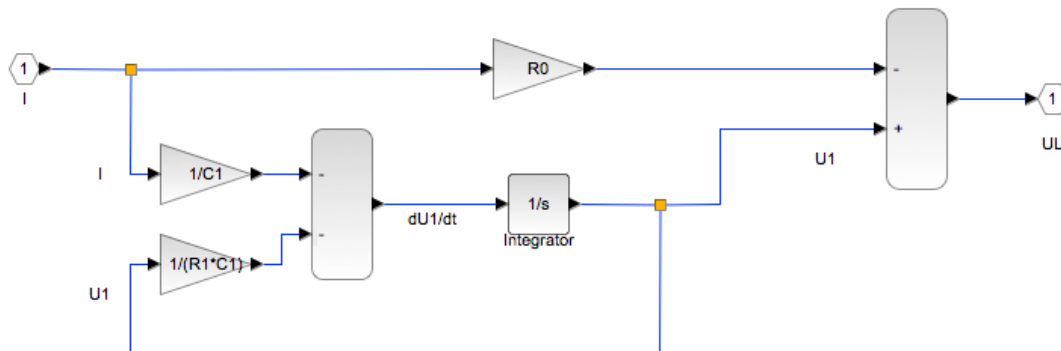
Hierbei ist  $U_n$  die Nennspannung bzw. Betriebsspannung des Kondensators.

Frage 3.2.1: Signalfuss. Stellen Sie den Signalfuss zu den Gleichungen (3.2.1) und (3.2.2) dar.

Lösung: Umformung ergibt

$$U_L = U_1 - R_0 \cdot I \quad (3.2.4)$$

$$\dot{U}_1 = -\frac{1}{C_1} \cdot I - \frac{1}{R_1 C_1} \cdot U_1 \quad (3.2.5)$$



außerdem gelten

$$P_L = U_L \cdot I \quad (3.2.6)$$

$$Q_{(t)} = Q_0 - \int_0^t I(\tau) \cdot d\tau \quad \text{mit } Q_0 = C_1 \cdot U_1(0) \quad (3.2.7)$$

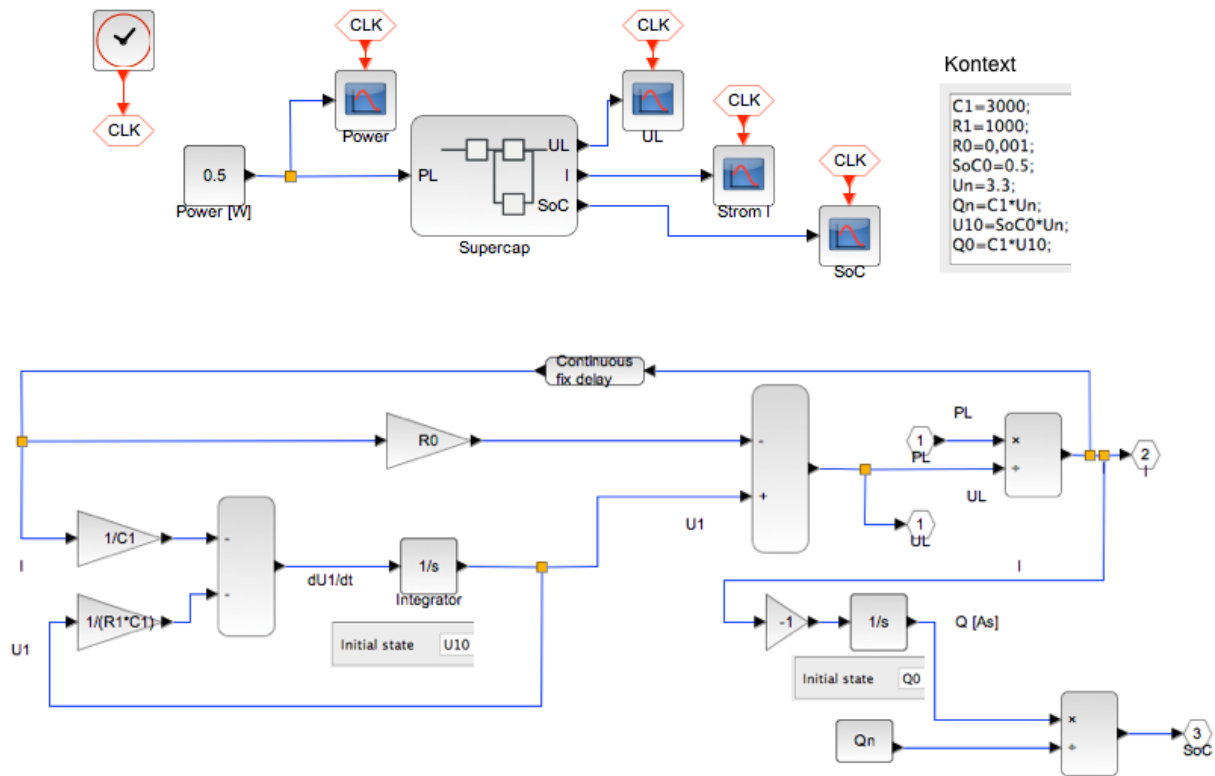
$$SoC = \frac{Q_{(t)}}{Q_n} \quad (3.2.8)$$

Frage 3.2.2: Simulation. Erstellen Sie eine Simulation für folgende Parameter:

- Kapazität  $C_1 = 3000F$
- Selbstentladung  $R_1 = 1000 \, \Omega$
- Innenwiderstand  $R_0 = 0,001 \, \Omega$

Der Kondensator darf an einer Spannung von ca 3,3V betrieben werden. Hinweis: Sie benötigen einen initialen Ladezustand des Kondensators, d.h. eine initiale Spannung  $U_1(0)$ .

Lösung:



### Zeitdiskretes Modell

Der Übersichtlichkeit halber seien die Gleichungen (3.2.1) und (3.2.2) hier nochmals dargestellt:

$$u_1(t) = (R_0 + R_L(t)) \cdot i(t) \quad (3.2.1)$$

$$i(t) = -\frac{1}{R_1} \cdot u_1(t) - C_1 \cdot \frac{du_1(t)}{dt} \quad (3.2.2)$$

Umformung von (3.2.2) nach dem Strom  $I(t)$  und Einsetzen von (3.2.2) in (3.2.1) ergibt:

$$\frac{du_1(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau} \cdot u_1(t) \quad \text{mit} \quad \tau = \frac{C_1 R_1 (R_0 + R_L)}{R_0 + R_L + R_1} \quad (3.2.9)$$

Frage 3.2.3: Zeitdiskretes Modell. Ersetzen Sie die Differentialgleichung (3.2.8) durch eine Differenzgleichung. Lösen Sie diese Gleichung nach  $u_1(k)$  auf.

Lösung: Durch Ersetzen des Differenzials  $du/dt$  durch den Differenzenquotienten  $\Delta u/\Delta t$  erhält man:

$$\frac{u_1(k) - u_1(k-1)}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau} \cdot u_1(k) \quad (3.2.10)$$

Ausmultiplizieren und Zusammenfassen nach  $u_1(k)$  ergibt:

$$u_1(k) = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t}{\tau}} \cdot u_1(k-1) \quad (3.2.11)$$

Nach Gleichung (3.2.1) erhält man aus  $u_1(k)$  den Strom  $i(k)$ .

Frage 3.2.4: Implementieren Sie das zeitdiskrete Modell in der Tabellenkalkulation.

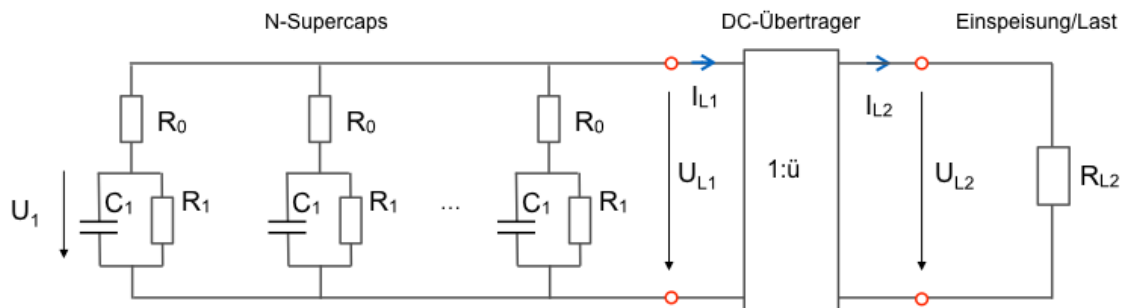
Lösung:

Modell: Supercap C1 mit Innenwiderstand R0 und Selbstentladung R1											
Parameter:	Un		Betriebsspannung	[V]	Un=	3,3 V	Nennspannung des Supercaps				
	R0		Innenwiderstand	[Ω]	R0=	0,001 Ω					
	Qn		Ladungsmenge	[Ah]	Qn=	2,75 Ah	Nennladung aus U0n und C1				
	m		Gewicht	[kg]							
	R1		Selbstentladung	[Ω]	R1=	10000 Ω					
	C1		Kapazität des Supercaps	[F]	C1=	3000 F					
					En=	0,00454 kWh					
	SoC		Ladezustand	[%]	Δt=	1 s					
Index	Zeit	Last	Last	Hilfsgröße	Spannung	Strom	Klemmen-	Leistung	Ladung	Ladung	Ladezustand
k	t [s]	P [kW]	RL [Ω]	τ [s]	u1 [V]	I [A]	spannung	P [kW]	Q [As]	Q [Ah]	SoC
-1					3				9000	2,5	90,9%
0	0	0,5	0,02178	68	2,96	129,80	2,83	0,367	8870	2,46	89,6%
1	1	0,5	0,02178	68	2,91	127,92	2,79	0,356	8742	2,43	88,3%
2	2	0,5	0,02178	68	2,87	126,08	2,75	0,346	8616	2,39	87,0%
3	3	0,5	0,02178	68	2,83	124,26	2,71	0,336	8492	2,36	85,8%
4	4	0,5	0,02178	68	2,79	122,47	2,67	0,327	8369	2,32	84,5%
5	5	0,5	0,02178	68	2,75	120,70	2,63	0,317	8249	2,29	83,3%
6	6	0,5	0,02178	68	2,71	118,96	2,59	0,308	8130	2,26	82,1%
7	7	0,5	0,02178	68	2,67	117,25	2,55	0,299	8013	2,23	80,9%
8	8	0,5	0,02178	68	2,63	115,55	2,52	0,291	7897	2,19	79,8%

Hierbei wurde als variable Last der Lastwiderstand  $R_L$  modifiziert. Die Hilfsgröße  $\tau$  ist dann ebenfalls variabel mit dem Lastwiderstand. Das Zeitintervall  $\Delta t$  wird abhängig von der gewünschten zeitlichen Auflösung vorgegeben.

### System mit DC-Wandler

Es soll ein System aus mehreren parallel geschalteten Supercaps aufgebaut werden, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Zur Anpassung an eine Betriebsspannung  $U_{L2}$  wird ein DC-Wandler verwendet. Der DC-Wandler besitzt das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  mit folgenden Eigenschaften:

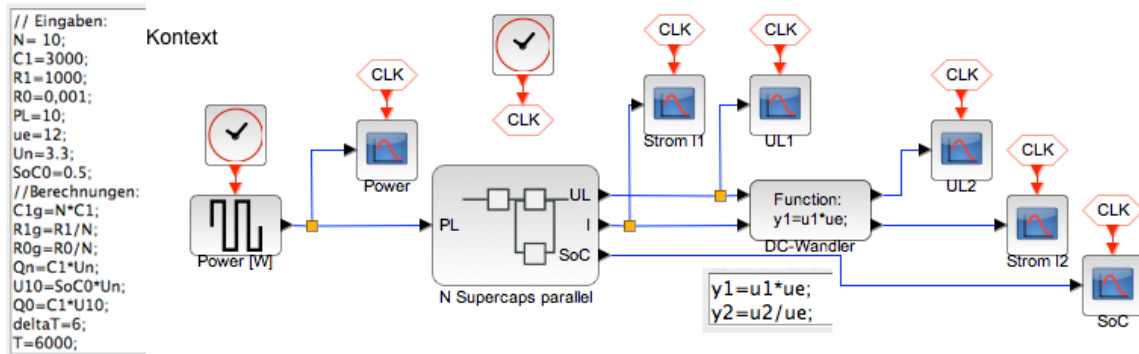
$$U_{L2} = \ddot{u} \cdot U_{L1}; \quad I_{L2} = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot I_{L1} \quad (3.2.12)$$

Frage 3.2.5: Welche Eigenschaften besitzt die Parallelschaltung der N gleichen Superkondensatoren bezüglich der gesamten Kapazität  $C_{1ges}$ , des gesamten Innenwiderstandes  $R_{0ges}$  und der gesamten Selbstentladung  $R_{1ges}$ ? Welche Ersatzschaltung lässt sich näherungsweise verwenden? Was bewirkt der DC-Wandler?

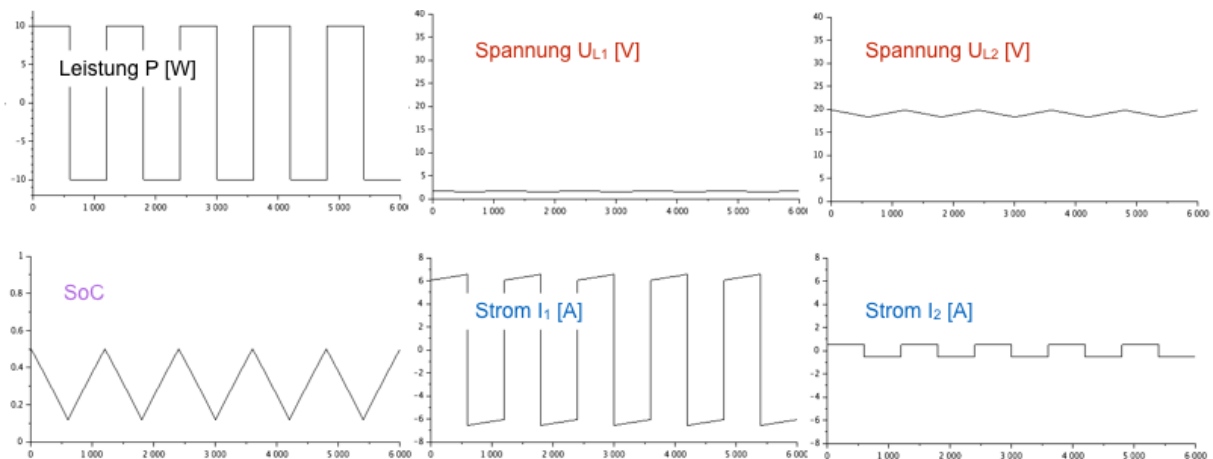
Lösung: Superkondensator mit näherungsweise  $C_{1ges} \approx N C_1$ ;  $R_{0ges} \approx R_0/N$ ;  $R_{1ges} \approx R_1/N$ ; Der DC-Wandler bewirkt durch die Transformation der Spannungen und Ströme auch eine Impedanztransformation. Leistung und Energie bleiben hierbei invariant.

Frage 3.2.6: Implementieren Sie das Modell und testen Sie das Modell in der Simulation.

Lösung:



Mit dem Vorgaben im Kontext erhält man folgende Ergebnisse:



### 3.3. Schwungradspeicher

Als Modell eines mechanischen Speichers (Schwungrad, engl. Flywheel) wird ein einfaches Modell gewählt, das nur die wesentlichen physikalischen Zusammenhänge enthält. Das Funktionsprinzip des Schwungrades wird durch folgende physikalischen Gleichungen beschrieben:

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (3.3.1)$$

$$M = J \dot{\omega} \quad (3.3.2)$$

Der Energiegehalt ist abhängig vom Quadrat der Kreisfrequenz, sowie linear abhängig vom Trägheitsmoment des Schwungrades. Ein Antriebsmoment bewirkt eine Drehimpulsänderung, und somit bei konstantem Trägheitsmoment eine Änderung der Drehzahl. Änderungen der geforderten Leistung lassen sich linear in eine Änderung des Drehmoments umsetzen. Charakteristisch ist die quadratische Abhängigkeit des Energiegehalts von der Drehzahl.

## Dimensionierung

Ein Schwungradspeicher wird durch folgende Kenngrößen beschrieben:

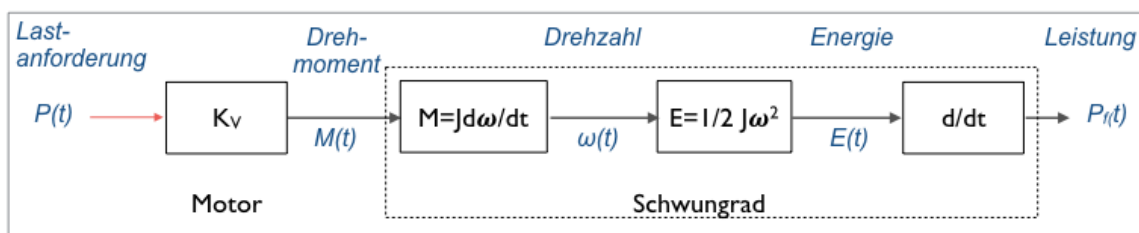
- Anschlusswert (Leistung  $P_n$  in kW)
- Kapazität (speicherbare Energie  $E_n$  in kWh)
- Betriebsfrequenz bei maximaler Ladung ( $f_{in}$  in Hz)

Bei Vorgabe der Betriebsfrequenz  $f_n$  und Vorgabe der Speicherkapazität  $E_n$  folgt für das Modell das erforderliche Trägheitsmoment  $J$  aus Gleichung (3.3.1). Der Energiespeicher soll je nach Bedarf Leistung aufnehmen oder abgeben können. Als Initialwert sei ein halb gefüllter Speicher angenommen. Wegen der nichtlinearen Abhängigkeit des Energiegehaltes (bzw. des Ladezustandes) von der Drehzahl des Schwungrades wird Gleichung (3.3.1) verwendet, um für  $E = E_n/2$  die zugehörige initiale Drehzahl (bzw. Kreisfrequenz) zu berechnen.

Der Anschlusswert (Leistung  $P_n$ ) hat in diesem einfachen Modell keine unmittelbare physikalische Bedeutung. Es wird vorausgesetzt, dass der Motor über diese Leistung verfügt. Bei einem realen System müssen die Komponenten am Anschlusspunkt (z.B. DC-Bus, Frequenzumrichter) hierauf ausgelegt werden, was hier ebenfalls vorausgesetzt wird. Diese Voraussetzung wird im vereinfachten Modell durch Kontrolle der aufgenommen bzw. abgegebenen Leistung überprüft.

## Aufbau des Modells

Ausgehend von der Leistungsanforderung besteht das Modell aus einer Kette von Systemen, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Im einfachsten Fall erfolgt die Berechnung des Drehmoments aus der geforderten Leistung durch Vorgabe einer Konstanten  $K_v$  (bzw. einer Vorsteuerung). Im folgenden Beispiel wurde hierfür die Leistungsanforderung  $P$  auf den Anschlusswert  $P_n$  des Schwungrades bezogen. Aus dem Drehmoment folgt die Drehzahländerung und somit die Drehzahl aus der Differentialgleichung (3.3.2).

Bei gegebener Drehzahl errechnet sich der Energiegehalt nach Gleichung (3.3.1). Die Änderung des Energiegehalts über der Zeit entspricht der aufgenommenen bzw. abgegebenen Leistung. Diese Leistung reflektiert die Energiebilanz des Schwungrades.

## Ladezustand und Drehzahl

Zur Kontrolle werden die Drehzahl des Schwungrades ausgegeben, sowie der Ladezustand. Der aktuelle Ladezustand errechnet sich aus dem aktuellen Energiegehalt bezogen auf die vorgegebene Speicherkapazität.

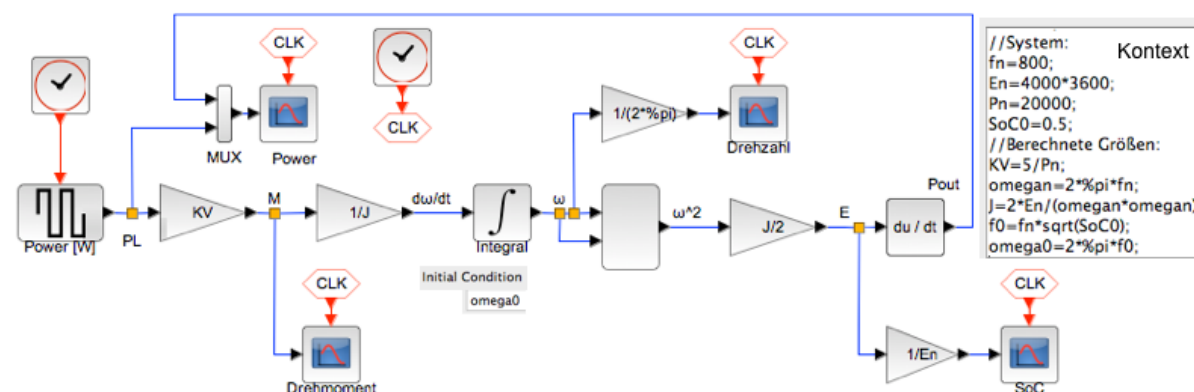
$$\text{SoC} = \frac{E(t)}{E_n} \quad (3.3.3)$$

Als initialer Ladezustand lässt sich beispielsweise ein Wert von  $\text{SoC}_0 = 50\%$  verwenden. Aus dieser Vorgabe berechnet sich dann mit Hilfe von Gleichung (3.3.1) die initiale Drehzahl.

Frage 3.3.1: Erstellen Sie ein Modell eines Schwungradspeichers in der Simulation.

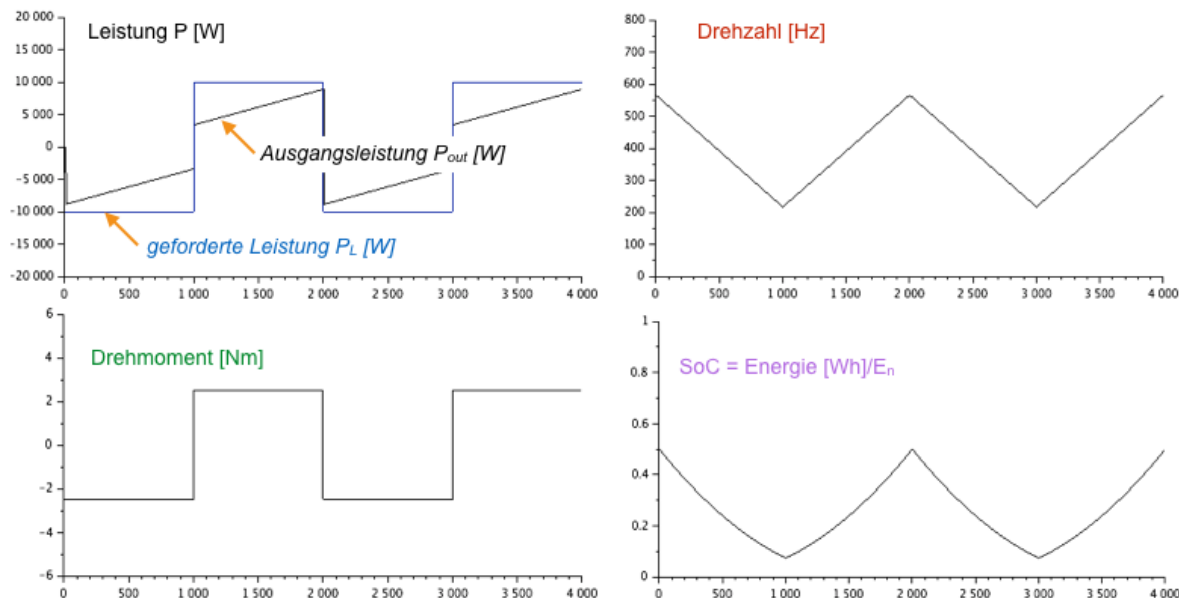
Lösung: Vorgaben sind:  $P_n$ ,  $E_n$  und  $f_n$ , sowie der initiale Ladezustand  $SoC_0$ . Das erforderliche Trägheitsmoment  $J$  berechnet sich hieraus aus (3.3.2). Diese Vorgehensweise ist aus Sicht der Modellierung zulässig: Erreicht eine Implementierung diese Vorgabe, so folgt hieraus das Trägheitsmoment. Aus dem initialen Ladezustand  $SoC_0$  folgt die initiale Drehzahl  $f_{n0}$  ebenfalls aus (3.3.2).

Man erhält den folgenden Signalfluss:



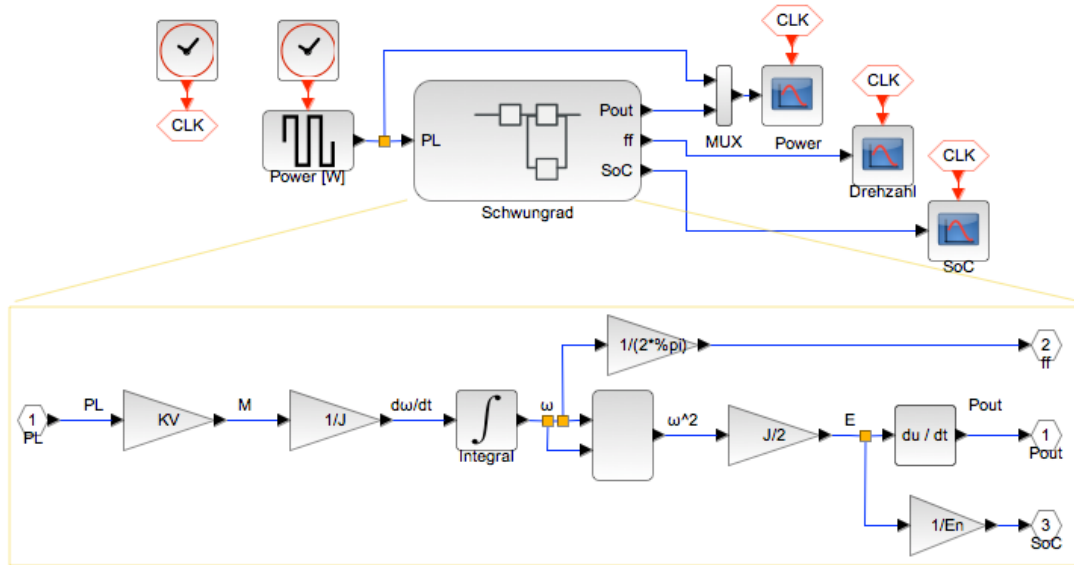
Frage 3.3.2: Testen Sie Ihr Modell mit Hilfe einer geeigneten Lastvorgabe. Wie erklären sich die Abweichungen der Leistung des Modells von der Lastvorgabe?

Lösung: Rechteckiger Lastwechsel mit Amplitude  $P_n/2$ .



Bei geeigneter Wahl des Proportionalitätsfaktors  $KV$  folgte das Schwungrad der Lastvorgabe. Wegen des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen Drehzahl und Energie (siehe Verlauf SoV) in Vergleich zur Drehzahl) eilt jedoch die abgegebene Leistung (=zeitliche Ableitung der Energie) vor, die aufgenommene Leistung nach.

Bei Verwendung eines Superblocks erhält man folgendes Modell.



### Zeitdiskretes Modell

Für ein zeitdiskretes Modell wird die Differentialgleichung (3.3.2) umgewandelt in eine Differenzgleichung für den Quotienten  $\Delta\omega/\Delta t = (\omega(k) - \omega(k-1)) / \Delta t$ .

Frage 3.3.3: Erstellen sie die Gleichungen für ein zeitdiskretes Modell des Schwungrades.

Frage 3.3.4: Implementieren Sie das Modell in der Tabellenkalkulation. Wählen Sie einen initialen Lastzustand von  $SoC_0 = 50\%$ . Testen Sie das Modell mit einer geeigneten Lastvorgabe.

Lösung:

schwungrad																	
P/Pn->		KV1 Motor		-> ΔM ->		Jf ωf' Schwungrad		-> ωf ->		E=1/2 Jf ωf2 Energie		-> E ->		d/dt Leistung		-> P	
KV1=	-5,5	Nm/P[pu]	Pn=	20	kW	pro Schwungrad											
Jf=	1,14	kg m2	En=	4	kWh	pro Schwungrad											
Δt=	2	s	ff0=	800	Hz	ff:= f flywheel											
			ωf0=	5027	1/s	ωf:= ω flywheel											
Lastauf.																	
Index k	P [kW]	P/Pn [pu]	e=P-Pf	ΔM [Nm]	ωf(k) [1/s]	ff(k) [Hz]	Ef [MWs]	Ef [kWh]	Pf [kW]	SoC [%]							
-1	-15,48				3554	566	7,20	2,00	7,23	50%							
0	-15,48	-0,77	-0,33	4,26	3562	567	7,23	2,01	-15,15	50%							
1	-16,16	-0,81	-0,31	4,44	3570	568	7,26	2,02	-15,84	50%							
2	-16,74	-0,84	-0,29	4,60	3578	569	7,29	2,03	-16,45	51%							
3	-17,23	-0,86	-0,26	4,74	3586	571	7,33	2,04	-16,97	51%							
4	-17,75	-0,89	-0,23	4,88	3595	572	7,36	2,05	-17,53	51%							
5	-18,09	-0,90	-0,19	4,97	3603	573	7,40	2,06	-17,90	51%							
6	-18,54	-0,93	-0,15	5,10	3612	575	7,44	2,07	-18,39	52%							
7	-18,73	-0,94	-0,10	5,15	3621	576	7,47	2,08	-18,63	52%							
8	-18,86	-0,94	-0,05	5,19	3630	578	7,51	2,09	-18,81	52%							
9	-18,88	-0,94	-0,01	5,19	3639	579	7,55	2,10	-18,87	52%							
10	-18,95	-0,95	0,04	5,21	3649	581	7,59	2,11	-18,99	53%							

In der gezeigten Lösung wurde die Lastvorgabe auf die Nennleistung des Schwungrades bezogen. Da das Schwungrad nicht auf einem festen Arbeitspunkt (Nennmoment, Nennleistung) betrieben wird, darf diese Leistung die dauerhafte Motorleistung übersteigen, unter der Voraussetzung, dass alle Systemkomponenten (wie z.B. die Leistungselektronik) auf diese Leistung ausgelegt sind.



Die Umwandlung der Lastvorgabe in ein geeignetes Drehmoment erfolgt durch Wahl einer passenden Konstanten  $K_v$ . Das Schwungrad wird somit als Strecke mit einer Steuerung betrieben (kein Regelkreis). Die initiale Drehzahl ergibt sich aus dem vorgegebenen initialen Ladezustand.

### Erweitertes Modell

Verluste wurden in dem bisher verwendeten Modell nicht berücksichtigt. Eine Erweiterung ist jedoch sehr einfach möglich, z.B. durch Vorgabe eines Wirkungsgrades. Auch die Selbstentladung über der Zeit ist in diesem einfachen Modell nicht berücksichtigt. Ein Vorteil der Schwungradspeicher ist die hohe Zahl der Ladezyklen. Die Ladezyklen lassen sich mit Hilfe von Schwellwerten für den Ladezustand erfassen.

Weitere relevante Betriebsparameter für ein erweitertes Modell sind:

- Wirkungsgrad (Anteil  $\eta$  der Nutzleistung an der Gesamtleistung)
- Selbstentladung über der Zeit
- Anzahl der Ladezyklen.

### Batterie von Schwungrädern

Mit Hilfe mehrerer Schwungräder lässt sich die Speicherkapazität eines Schwungradspeichers erhöhen, vergleichbar einer konventionellen Batterie bestehend aus mehreren Zellen. Auf Basis des elementaren Modells lässt sich eine Batterie von Schwungrädern wie folgt realisieren:

- Parallelbetrieb der N einzelnen Räder (bzw. Zylinder)
- Hierdurch:
  - Anschlusswert (Leistung  $P_n$  in kW):  $P_{\text{nges}} = N P_n$
  - Kapazität (speicherbare Energie  $E_n$  in kWh):  $E_{\text{nges}} = N E_n$
- Betriebsfrequenz bei maximaler Ladung ( $f_{\text{in}}$  in Hz): unverändert
- Wirkungsgrad (Anteil  $\eta$  der Nutzleistung an der Gesamtleistung): unverändert
- Anzahl der Ladezyklen: unverändert.

Im Modell ist die Eingangsgröße nun die gesamte Leistung. Diese ist aufzuteilen in N Schwungräder, indem man das gesamte Drehmoment hinter dem Motor auf die N Schwungräder mit ihren N Trägheitsmomenten verteilt, d.h.

$$M = (N \cdot J) \dot{\omega} \quad (3.3.4)$$

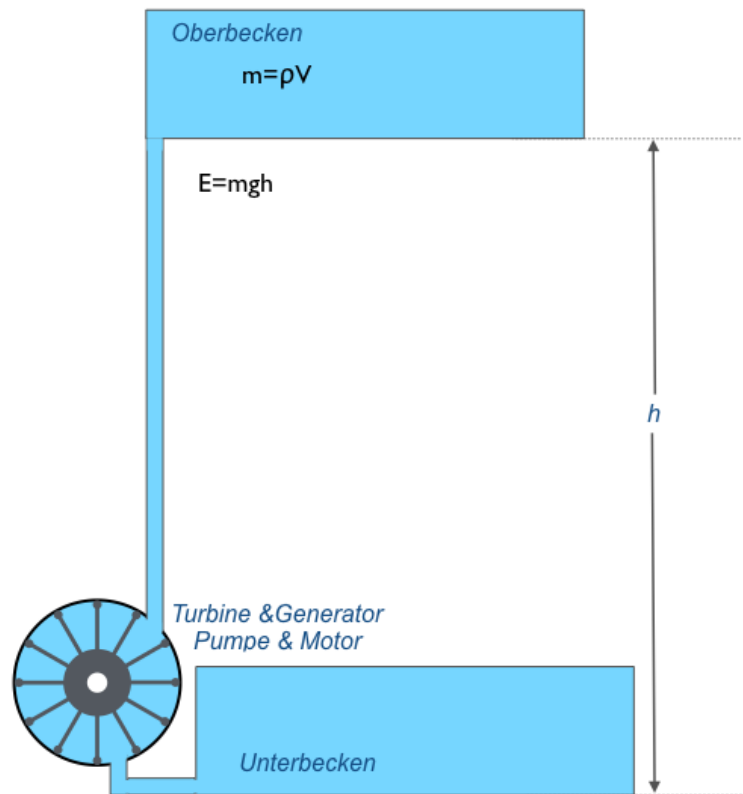
Die Berechnung kann dann wieder mit  $1/N$  des Moments pro Schwungrad erfolgen. Die Energie (bzw. die Leistung) ist dann wieder auf N Schwungräder hochzurechnen.

Da sich die Gesamtleistung aus der Anzahl N der Schwungräder ermittelt, lässt als Bezugsgröße das Modell eines einzelnen Schwungrades verwenden. Die Gesamtkapazität spielt bei Vorgabe der Leistungsanforderung in relativen Einheiten ( $pu = \text{per unit}$ ) keine besondere Rolle, sie ist ein Skalierungsfaktor. Ein einzelnes Schwungrad stellt jedoch die kleinste sinnvolle Bezugsgröße dar.

Hierbei kann die Motorleistung (= Anschlusswert) in Abhängigkeit der Speicherkapazität passend gewählt werden. Soll beispielsweise die gegebene Energie  $E_n$  innerhalb einer vorgegebenen Zeit  $T_n$  aufgenommen bzw. abgegeben werden, so beträgt der Anschlusswert  $P_n = E_n/T_n$ . Für ein Schwungrad der Kapazität  $E_n = 4 \text{ kWh}$ , das in einer Stunde geladen werden soll ( $T_n = 1 \text{ h}$ ), beträgt der erforderliche Anschlusswert somit  $P_n = 4 \text{ kW}$ .

### 3.4. Pumpspeicher

Für einen Pumpspeicher werden zwei Reservoirs mit Volumen  $V$  verwendet, mit einem Gefälle der Höhe  $h$ . Zwischen den Reservoirs wird Wasser heraufgepumpt, bzw. abgelassen. Folgende Abbildung zeigt die Anordnung z.B. auf einem geeigneten Gebäude oder Gelände.



Frage 3.4.1: Welche Energiemenge lässt sich mit einem Becken mit Bodenfläche von  $100 \text{ m}^2$  und  $3,6 \text{ m}$  Tiefe speichern, wenn die Fallhöhe  $20 \text{ m}$  beträgt?

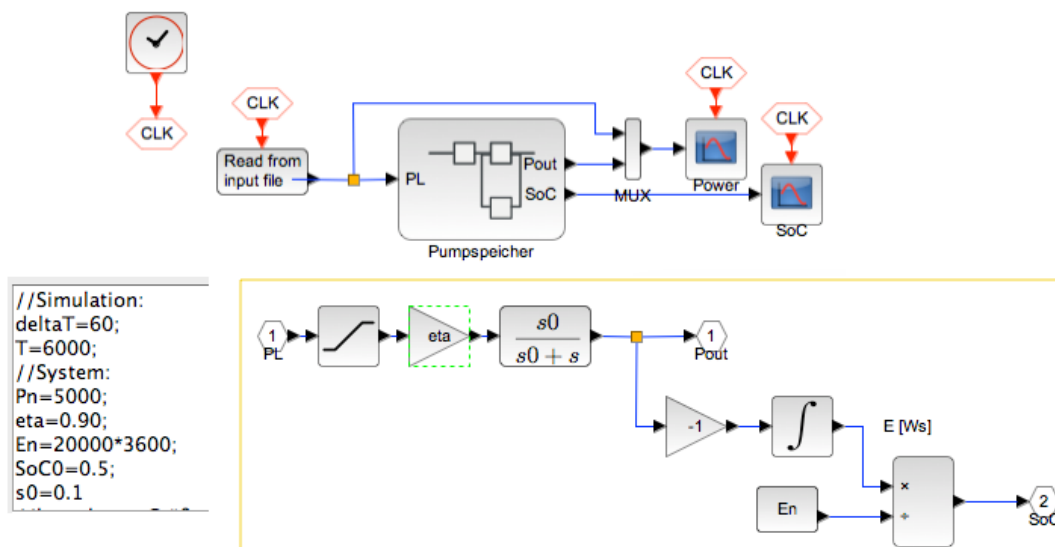
Lösung: Mit einer Dichte von  $\rho = 1 \text{ kg/l}$  wiegen  $V = 360 \text{ m}^3$  Wasser  $m = 360 \text{ t} = 360 \cdot 10^3 \text{ kg}$ . Mit der Erdbeschleunigung  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$  ergeben sich für die Höhe  $h = 20 \text{ m}$  für die Energie  $E = 7,2 \cdot 10^7 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 = 7,2 \cdot 10^7 \text{ Nm} = 7,2 \cdot 10^7 \text{ Ws} = 20 \text{ kWh}$ .

Frage 3.4.2: Wie wären die Pumpen (bzw. Turbinen) und Motoren (bzw. Generatoren) auszulegen, wenn die Anlage innerhalb von  $4 \text{ Stunden}$  aufgeladen bzw. entladen werden soll?

Lösung: Leistung  $P = 20 \text{ kWh} / 4 \text{ h} = 5 \text{ kW}$ . Durchfluss  $25 \text{ l/s}$ .

Frage 3.4.3: Erstellen Sie ein Modell der Strecke. Es sei ein Wirkungsgrad von  $90\%$  angenommen.

Lösung: Für das System wird einfach eine PT1-Strecke mit Zeitkonstante  $\tau = 10 \text{ s}$  angenommen. Die Übertragungsfunktion hierzu lautet  $F(s) = s_0/(s_0+s)$ , wobei  $s_0=1/\tau$ . Nach dem Grenzwertsatz schwingt sich die Sprungantwort dieses Systems für  $t \rightarrow \infty$  ein bei  $F(s \rightarrow 0) = 1$ .



Frage 3.4.4: Simulieren Sie die Strecke als Energiespeicher für eine Wohnanlage. Treffen Sie hierfür sinnvolle Annahmen. Welche Energiedichte besitzt die Anlage?

Lösung: Energiedichte: 20 kWh / 360000 kg = 200 Ws/kg.

### 3.5. Wärmespeicher

Unterhalb des Kellers einer Wohnanlage wird ein Wasserbecken mit Volumen  $V$  als Wärmespeicher für die Heizung angelegt. Das Becken ist hierzu wärmeisoliert und wird elektrisch geladen, wenn der Tarif günstig ist. Entladen wird der Wärmespeicher über die Zentralheizung.

Frage 3.5.1: Welche Energiemenge lässt sich mit einem Becken mit Bodenfläche von  $100 \text{ m}^2$  und  $3,6 \text{ m}$  Tiefe speichern, wenn als Speichermedium Wasser verwendet wird?

Lösung: Die gespeicherte Energie errechnet sich zu:

$$E_{\text{th}} = m c_{\text{th}} \Delta T = \rho V c_{\text{th}} \Delta T$$

Hierbei bezeichnet  $m$  die Masse des Speichermediums (in kg),  $c_{\text{th}}$  dessen spezifische Wärmekapazität (in  $\text{J}/(\text{kg K})$ ), und  $\Delta T$  die Temperaturdifferenz (in K) zur Umgebung. Als Umgebungstemperatur sei  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  angenommen. Die Masse  $m$  (in kg) lässt sich auch als Produkt der Dichte  $\rho$  (in  $\text{kg}/\text{m}^3$ ) und des Volumens  $V$  (in  $\text{m}^3$ ) des Mediums darstellen.

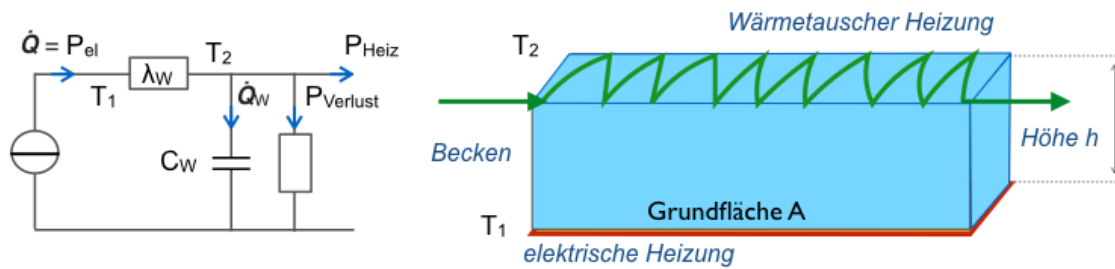
Für Wasser beträgt die spezifische Wärmekapazität  $4,18 \text{ J}/(\text{kg K})$ . Für das gegebene Volumen von  $360 \text{ m}^3$  beträgt die Masse ca  $360 \cdot 10^3 \text{ kg}$ . Wenn sich die Temperatur des Wassers zwischen  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  und  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  bewegt, lässt sich eine Energie von  $E_{\text{th}} = 360 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 60 \text{ K} \cdot 4,18 \text{ J}/(\text{kg K}) = 90,288 \cdot 10^6 \text{ Ws} = 25,08 \text{ kWh}$  speichern.

Frage 3.5.2: Welches Volumen würde benötigt, um die gleiche Wärmemenge zu speichern, wenn als Wärmespeicher statt Wasser Beton bzw. Keramik verwendet wird?

Lösung: Beton oder Keramik besitzen eine geringere spezifische Wärmekapazität als Wasser von ca  $c_{\text{th, Beton}} = 1 \text{ J}/(\text{kg K})$ . Allerdings ist die Dichte größer als Wasser:  $\rho_{\text{Beton}} = 2400 \text{ kg}/\text{m}^3$ . Insgesamt ist also das Produkt  $c_{\text{th, Beton}} \rho_{\text{Beton}}$  kleiner als das von Wasser. Es wird fast das doppelte Volumen benötigt.

Frage 3.5.3: Der Wärmespeicher soll als Nachtspeicherheizung betrieben werden, das Aufladen wird vom Netzbetreiber aus gesteuert. Die Anschlussleistung beträgt  $6 \text{ kW}$ . Der Wirkungsgrad sei  $\eta = 95\%$ . Erstellen Sie ein Modell der Strecke.

Lösung: Grundsätzlich wird folgender Aufbau angenommen.



Ein elektrischer Heizkörper führt dem Speicher Wärme zu. Der Wärmestrom  $\dot{Q}$  heizt die Strecke von der Unterseite des Beckens zur Höhe  $h$  auf. An der Oberseite führen die Wasserleitungen des Heizkreislauftes bei Bedarf Wärme für die Heizung ab. Es gelten folgende Zusammenhänge:

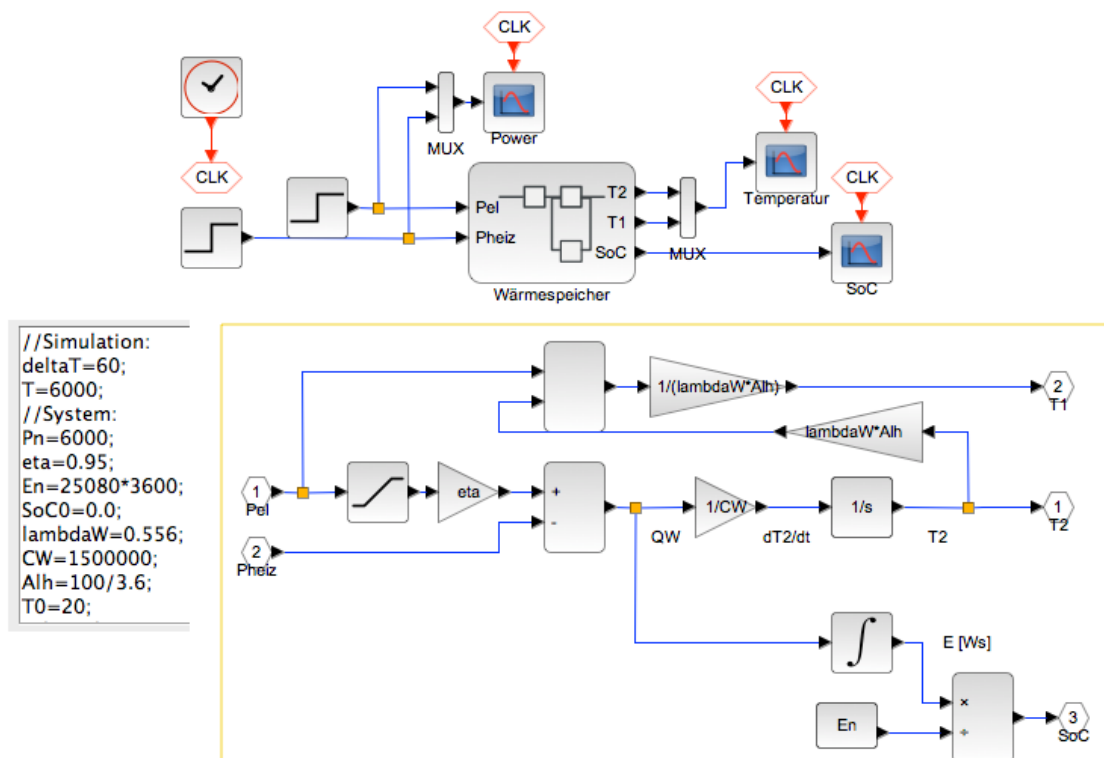
$$\dot{Q} = P_{el} = \lambda_w (A/h) (T_1 - T_2) = \dot{Q}_w + P_{Verlust} + P_{heiz} \quad (3.5.1)$$

$$\dot{Q}_w = C_w dT_2/dt \quad (3.5.2)$$

Hierbei bezeichnet  $\lambda_w$  den Wärmeleitwert des Wassers und  $C_w$  die Wärmekapazität des Wassers. Es sind  $\lambda_w = 0,556 \text{ W/(m K)}$  und  $C_w = \rho_w V c_{th,w} = 360 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 4,18 \text{ J/kgK} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ J/K}$ . Für die Temperatur erhält man folgende Differenzialgleichung:

$$\dot{Q}_w = C_w dT_2/dt = P_{el} - P_{Verlust} - P_{heiz} = \eta P_{el} - P_{heiz}$$

Es ergibt sich folgender Signalfluss:



Frage 3.5.4: Simulieren Sie die Strecke als Energiespeicher für eine Wohnanlage. Treffen Sie hierfür sinnvolle Annahmen. Welche Energiedichte besitzt die Anlage?

Lösung: Energiedichte:  $25,08 \text{ kWh} / 360000 \text{ kg} = 251 \text{ Ws/kg}$  (für Wasser).

### 3.6. System mit Rückgewinnung der Bremsenergie

Ein ausgedientes Fahrgeschäft bestehend aus zwei Falltürmen soll als Energiespeicher für eine S-Bahn-Station verwendet werden. Das System soll Bremsenergie der einfahrenden Züge aufnehmen und diese den abfahrenden Zügen wieder bereit stellen. Die Anlage wird insgesamt als elektrisches Pendel betrieben. Es seien folgende Eigenschaften angenommen:

- Fallturm: 80 m Fallhöhe, Gewicht der umgebauten, beladenen Gondel: 10 t
- S-Bahn: Gewicht eines beladenen Zuges: 80 t, Fahrgeschwindigkeit 72 km/h, Zykluszeit zur Hauptbetriebsstunde: 4 Minuten (hiervon Anfahrt: 40 Sekunden, Bremsen: 40 Sekunden).

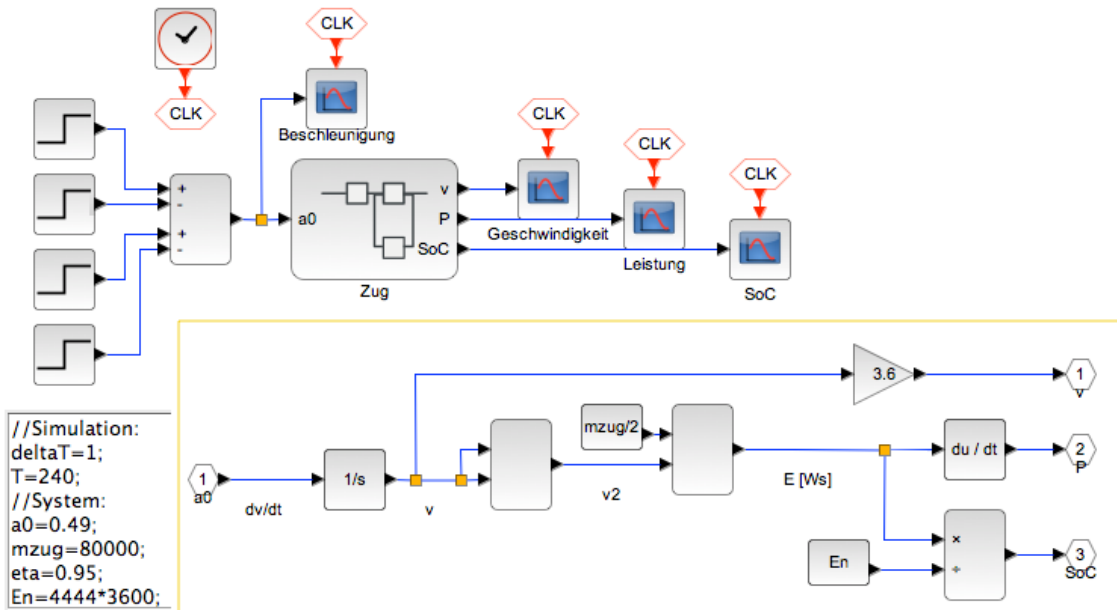
Frage 3.6.1: Physikalisches Modell. Erstellen Sie ein physikalisches Modell der Anlage mit allen relevanten Gleichungen.

Lösung:

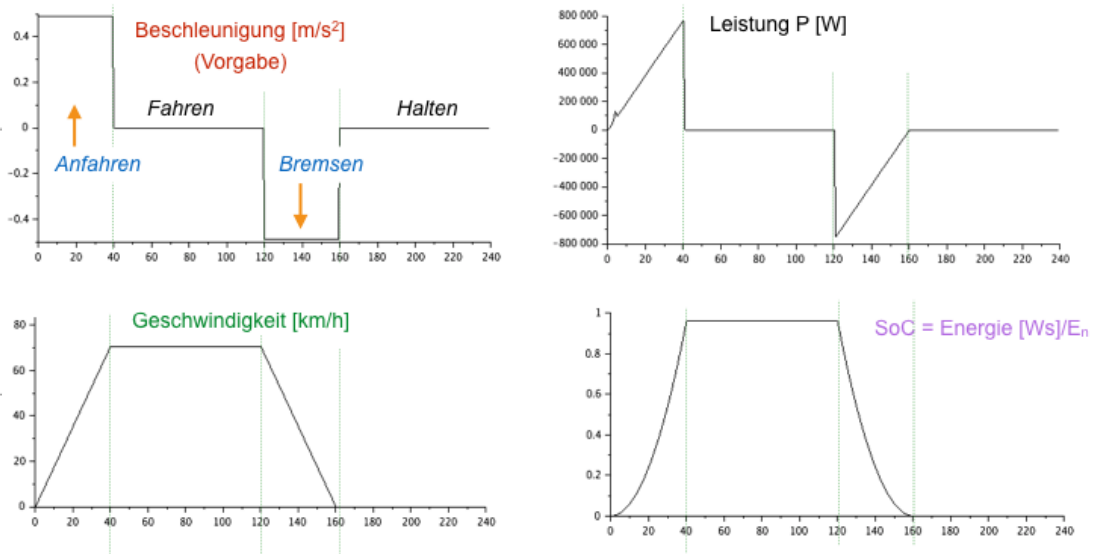
- potentielle Energie der Gondel im Fallturm:
  - $E_{\text{gon}} = m_{\text{gon}} g h = 10^4 \text{ kg } 10 \text{ m/s}^2 80 \text{ m} = 2,22 \text{ kWh}$
  - potentielle Energie zweier Falltürme:  $2 E_{\text{gon}} = 4,44 \text{ kWh}$
- kinetische Energie des Zuges bei Fahrgeschwindigkeit:
  - $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_{\text{zug}} v_{\text{zug}}^2 = 4 \cdot 10^5 \text{ kg } 20^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 4,44 \text{ kWh}$
- Kräfte beim Beschleunigung bzw. beim Bremsen des Zuges:
  - $F_{\text{zug}} = m_{\text{zug}} a_0 = m_{\text{zug}} dv_{\text{zug}}/dt$
  - Nimmt man eine konstante Beschleunigung  $a_0 = 0,49 \text{ m/s}^2$  an, so erreicht Zug innerhalb von 40 s seine Fahrgeschwindigkeit (bzw. wird innerhalb dieser Zeit abgebremst).
- Kräfte beim Beschleunigen bzw. Bremsen der Gondeln:
  - $F_{\text{gon}} = 2 m_{\text{gon}} a_0 - 2 m_{\text{gon}} g = 2 m_{\text{gon}} dv_{\text{gon}}/dt$
- Kopplung der Systeme: Über die Leistung  $P = dE/dt$ . Hierzu wird kinetische Energie durch die Motoren bzw. Generatoren in elektrische Energie gewandelt und diese vom einen in das andere System eingebracht.
- Wirkungsgrad: Für Motoren und Umrichter wird ein Wirkungsgrad von  $\eta = 95\%$  angenommen.

Frage 3.6.2: Signalfuss. Stellen Sie den Signalfuss beider Teilsysteme dar.

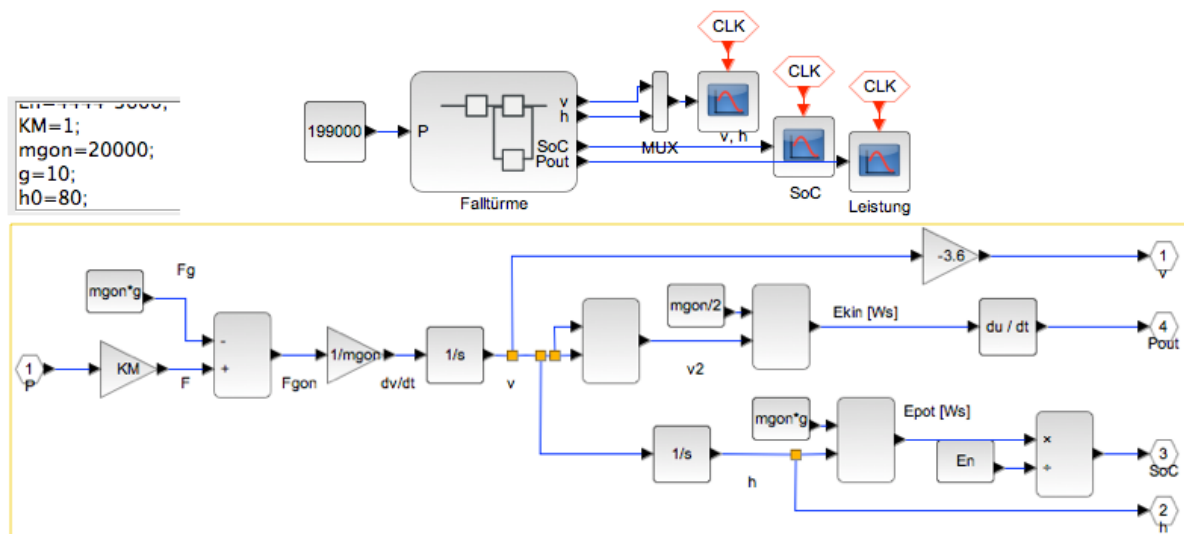
Lösung: Zug:



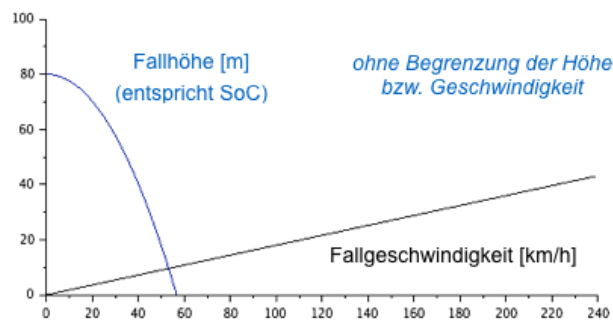
Für den Zug wird mit Hilfe einer konstanten Beschleunigung ein Fahrprofil vorgegeben.



Falltürme:



Bei den Falltürmen wurde der freie Fall durch eine konstante eingespeiste Leistung gebremst, die (über eine Motorkonstante KM) der Erdbeschleunigung entgegen wirkt.



Frage 3.6.3: Simulation. Koppeln Sie die Systeme und simulieren Sie das Gesamtsystem.

Lösung: Kopplung ist nur mit Einsatz eines Reglers möglich, der die Falltürme bändigt.

Frage 3.6.4: Welche Energie ließe sich durch Rückgewinnung der Bremsenergie an der Bahnstation im Jahr ersparen, wenn die Bahn zur Tageszeit im Mittel alle 10 Minuten fährt.

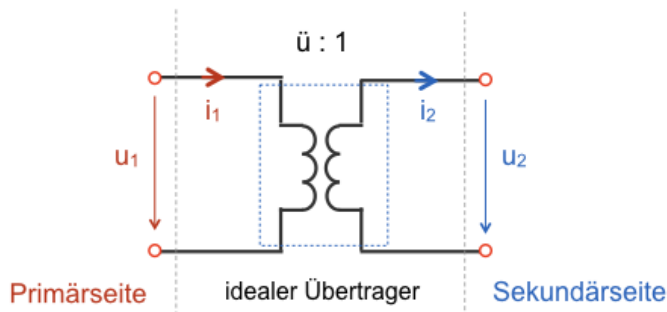
Lösung: Energieersparnis

- pro Fahrzyklus:  $E_{zyk} = \eta^2 E_{kin} = 0,9 * 4,44 \text{ kWh} = 4 \text{ kWh}$
- pro Tag:  $E_{tag} = 12 * 60 / 10 E_{zyk} = 72 E_{zyk}$
- pro Jahr:  $365 E_{tag} = 105 \text{ MWh}$

## 4. Übertrager und Wandler

### 4.1. Passive Übertrager

Folgende Abbildung zeigt einen idealen Übertrager.



Der Übertrager (engl. transformer) hat die Eigenschaft, die Spannung  $u_1(t)$  in die Spannung  $u_2(t)$  zu transformieren, dass folgende Beziehung gilt:

$$u_1 = \ddot{u} \cdot u_2 \quad (4.1.1)$$

Frage 4.1.1: Transformation der Ströme. Der ideale Übertrager ist verlustfrei, kann also keine Leistung konsumieren. Außerdem kann er keine Leistung erzeugen. Somit gilt für die Eingangsleistung  $p_1(t)$  und die Ausgangsleistung  $p_2(t)$ :

$$p_2 = p_1 \quad (4.1.2)$$

Welche Beziehung leitet sich hierdurch für die Ströme ab?

**Lösung:** Berechnet man die Leistung aus der Sekundärseite aus dem Produkt von Strom und Spannung, so erhält man

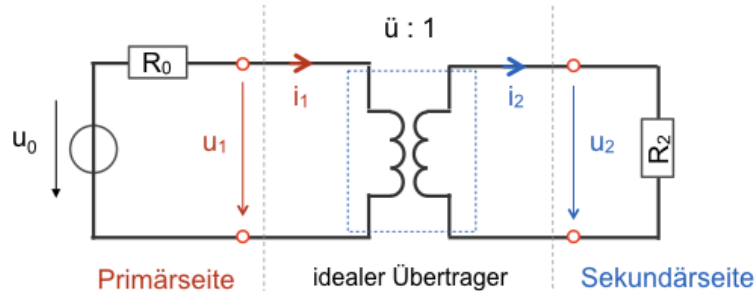
$$p_2 = u_2 \cdot i_2 = p_1 = u_1 \cdot i_1$$

Durch Einsetzen von (4.1.1) erhält man

$$i_1 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot i_2$$

**Anschauliche Begründung:** Wenn die Leistung konstant bleibt, kann man die Spannung nur auf Kosten des Stromes erhöhen (und umgekehrt).

Frage 4.1.2: Transformation der Impedanzen. Der ideale Übertrager sei beschaltet, wie in folgender Abbildung gezeigt. Für die Lastimpedanz auf der Sekundärseite gilt  $R_2 = u_2/i_2$ .



Welche Last  $R_1 = u_1/i_1$  ergibt sich auf der Primärseite? Erscheint Ihnen dieses Verhalten plausibel? Diskutieren Sie die Impedanzen auf der Sekundärseite und Primärseite im Zusammenhang mit den Spannungsniveaus auf der Sekundärseite und Primärseite. Verwenden Sie die Begriffe



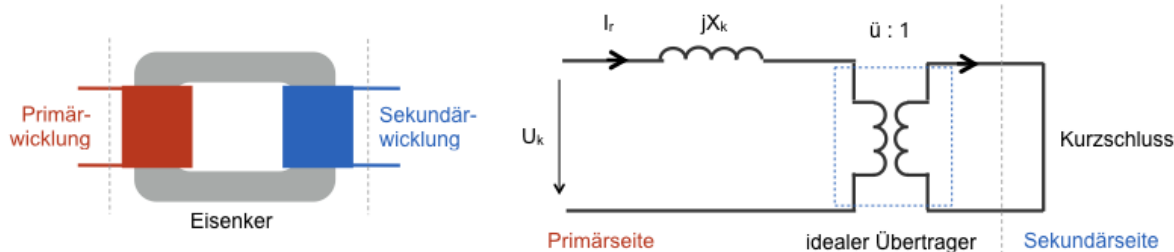
niederohmig und hochohmig. Welchen Zweck erfüllt der Transformator somit bzgl. der Impedanzen? Welche Anwendungsmöglichkeiten ergeben sich hierfür?

Lösung: Durch Verwendung der Transformationsgleichungen für Strom und Spannung ergibt sich

$$R_1 = \bar{u}^2 \cdot R_2$$

Die Impedanztransformation ist eine Konsequenz von (1) der Spannungstransformation gemäß (4.1.1) und (2) der Invarianz der Leistung (4.1.2). Sofern  $\bar{u} > 1$  ist, ist die Primärspannung  $u_1$  größer als die Sekundärspannung  $u_2$ . Da für die Ströme die umgekehrte Beziehung gilt, ist die Last in diesem Fall niederohmig (kleine Spannung, großer Strom). Der Transformator kann eine solche Last an eine hochohmige Quelle anpassen. Diese Anwendung ist z.B. bei Audio-Verstärkern geläufig (wobei die Lautsprecher eine niederohmige Last darstellen).

Frage 4.1.3: Realer, passiver Übertrager. Transformatoren bestehen aus zwei gekoppelten Spulen, die entsprechend ihrem Wicklungsverhältnis auf der jeweils anderen Seite eine Spannung induzieren. Die Kopplung über das Induktionsgesetz funktioniert hierbei nur für zeitlich veränderliche Spannungen. Transformatoren werden daher mit Wechselspannung betrieben.



Im einfachsten Fall berücksichtigt das Ersatzschaltbild nur die Streuinduktivität  $L_k$  (bzw. die Streureaktanz  $X_k = \omega L_k$ ) in Kombination mit einem idealen Übertrager, wie in der Abbildung gezeigt. Zum Streufeld gehören die Feldlinien, die nicht von der Primärseite auf die Sekundärseite koppeln. Die Streuinduktivität ist somit durch die Bauart bedingt. Hinweis: Dieses Ersatzschaltbild gilt nur unter Last. Im Leerlauf überwiegt die Koppelinduktivität des Transformators.

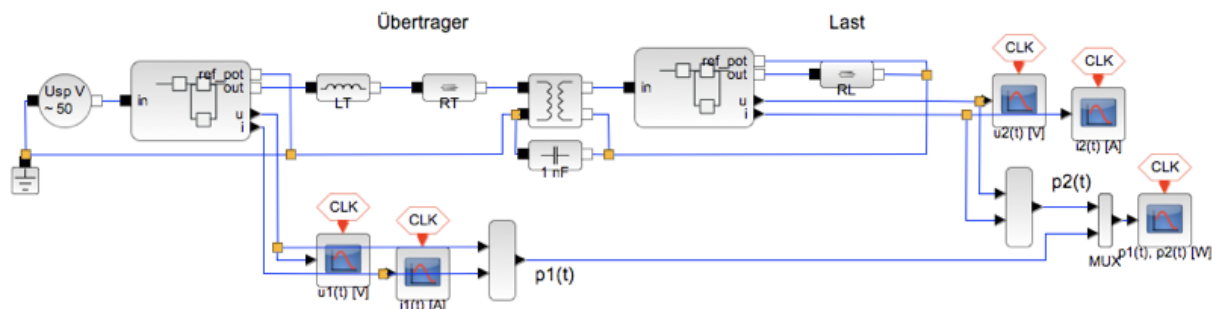
Die Streuinduktivität (bzw die Streureaktanz) lässt sich aus folgender Messung ermitteln: Bei kurzgeschlossener Sekundärseite wird eingangsseitig mit Hilfe einer Spannungsquelle die Primärspannung so weit erhöht, bis der Nennstrom (Bemessungsstrom, engl. rated current) fließt. Diese Spannung  $U_k$  wird als Kurzschlussspannung bezeichnet und findet sich auf dem Datenblatt des Transformators, zusammen mit dem Übersetzungsverhältnis  $\bar{u}$  und dem Nennstrom  $I_r$  (bzw. der Nennleistung  $S_r$  und der Nennspannung  $U_r$ ). Ermitteln Sie aus den gegebenen Werten  $U_k$ ,  $\bar{u}$  und  $I_r$  die Streureaktanz  $X_k$ . Wegen der Art der Messung wird die Streureaktanz auch als Kurzschlussreaktanz bezeichnet. Hinweis: Verwenden Sie die Impedanztransformation im Kurzschlussfall.

Lösung: Wegen  $R_2=0$  gilt auch  $R_1=0$ . Somit fällt die Kurzschlussspannung  $U_k$  über der Reaktanz  $X_k$  ab. Es gilt für die Beträge von Strom und Spannung:  $U_k = X_k I_r$ . Hieraus folgt  $X_k$ .

Ist statt des Nennstroms die Bemessungsscheinleistung  $S_r$  und die Nennspannung  $U_r$  gegeben, folgt der Nennstrom  $I_r$  aus diesen beiden Angaben.

Frage 4.1.4: Modellierung. Modellieren Sie ein einphasiges Wechselstromnetz mit Übertrager gemäß Frage 4.1.2 und überprüfen Sie Ströme, Spannungen und Impedanzen. Als Richtwert für den Übertrager verwenden Sie z.B. eine relative Kurzschlussspannung von  $u_k = U_k/U_r = 5\%$ .

Lösungsbeispiel: In folgendem Beispiel wurde ein Transformator von 20kV/0,4kV mit einer Bemessungsscheinleistung von 250 kVA verwendet. Außer der Streureaktanz ( $X_k$  bzw.  $X_T$ ) des Transformators wurden netzseitig ohmsche Verluste einkalkuliert ( $R_T$ ).

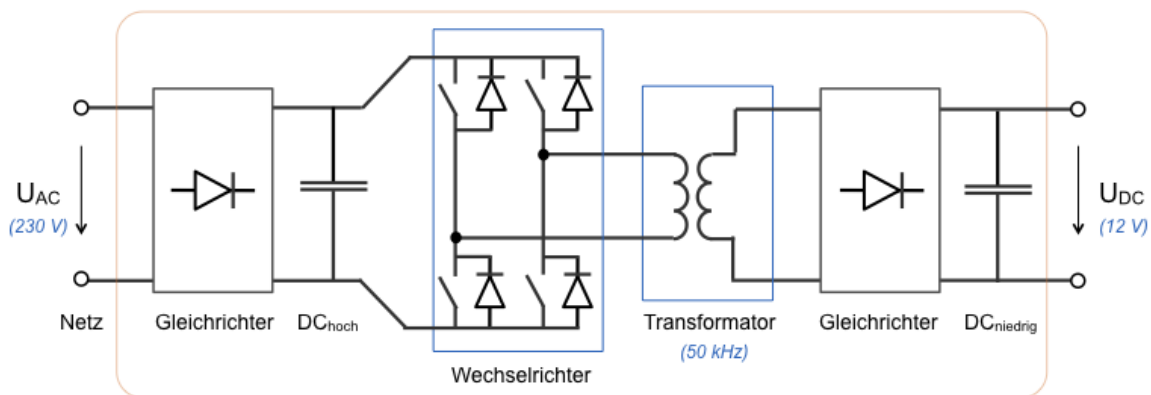


Der Transformator wurde mit einer 50 Hz Wechselspannungsquelle betrieben. Als Last wurde eine Leistung vorgegeben und hieraus mit Hilfe der Nennspannung eine passende Lastimpedanz berechnet. Spannungen, Ströme und der zeitliche Verlauf der Leistung wurden gemessen.

Hinweis: Die Primärseite des einphasigen Transformators liegt auf Bezugspotenzial Masse (GND). Für die Sekundärseite ist eine leitende Verbindung zur Masse nicht vorgeschrieben. Im gezeigten Beispiel wurde der Transformator ohne galvanische Kopplung betrieben. Die Kapazität zwischen Sekundärseite und Primärseite repräsentiert reale parasitäre Kapazitäten und ist erforderlich, um ein Bezugspotenzial für die Sekundärseite zur Berechnung zu definieren. Dennoch bleiben Sekundärseite und Primärseite galvanisch getrennt.

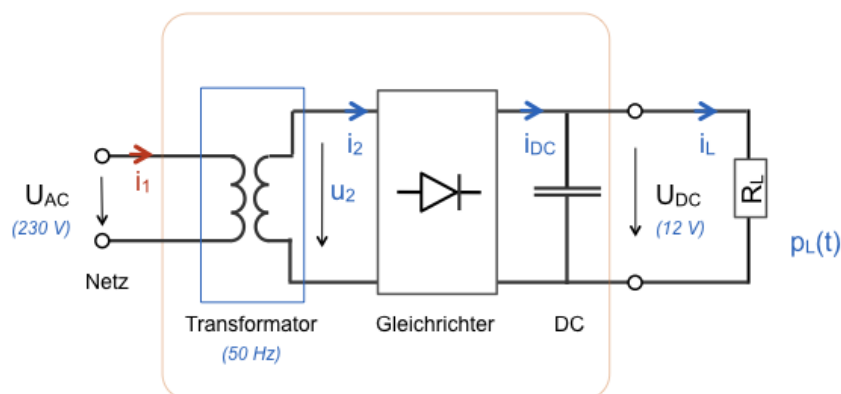
## 4.2. Schaltnetzteile

Ein Schaltnetzteil besitzt den in folgender Abbildung gezeigten Aufbau.

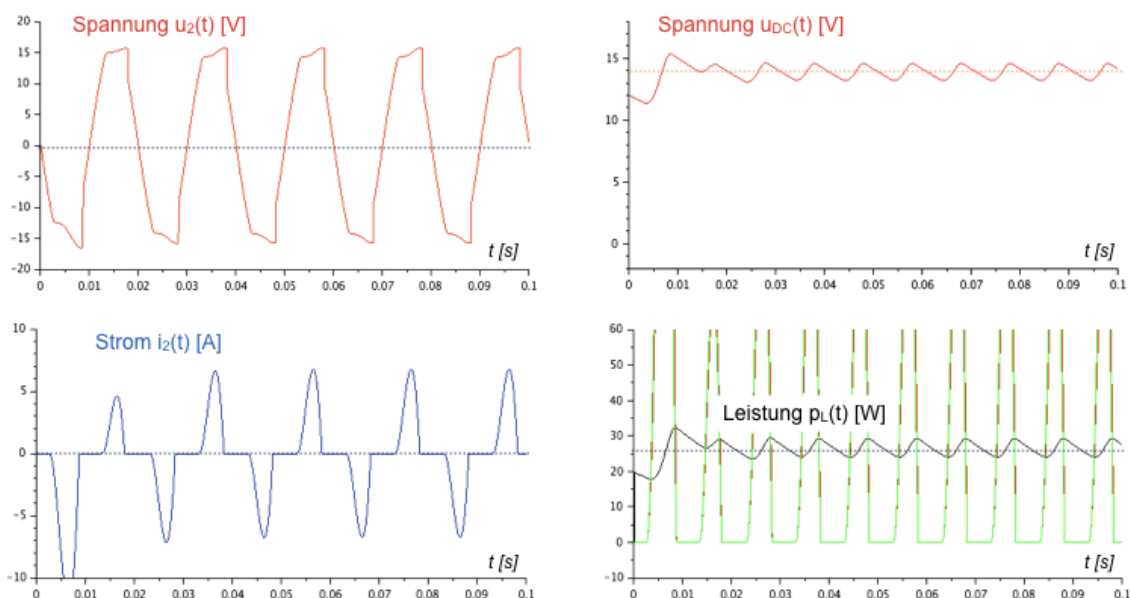


Zweck der Schaltung ist der Anschluss eines Gerätes mit geringer Leistung, das mit niedriger Gleichspannung betrieben wird, am Wechselstromnetz im Haushalt. Da die Spannungsniveaus sehr unterschiedlich sind, und da eine galvanische Trennung gewünscht ist, kommt ein Transformator zum Einsatz. Um Material und Gewicht zu ersparen, wird der Transformator jedoch nicht bei 50 Hz betrieben, sondern mit einer erhöhten Schaltfrequenz im kHz-Bereich.

Frage 4.2.1: Konventionelles Netzteil. Modellieren Sie zunächst ein mit Hilfe eines 50 Hz-Transformators konventionell aufgebautes Netzteil nach folgender Abbildung. Untersuchen Sie Spannungen, Ströme und die Leistung an der Last. Geben Sie plausible Werte für den Leistungsbereich vor (z.B. 20 W an 12 V<sub>DC</sub>)



Lösungsbeispiel: In folgendem Beispiel wurde der Zwischenkreiskondensator bereits vorgeladen (Initialspannung = 12V), so dass der Einschwingvorgang entfällt.



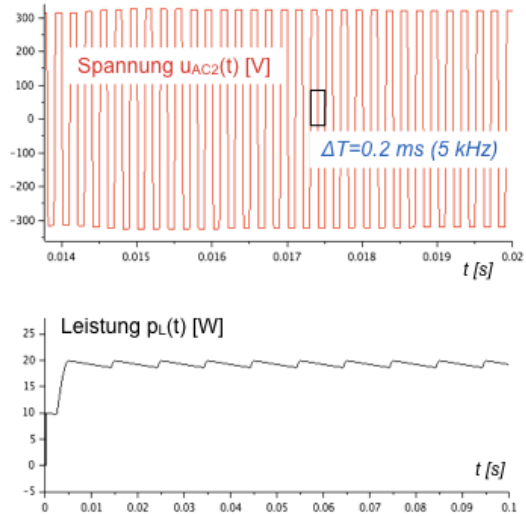
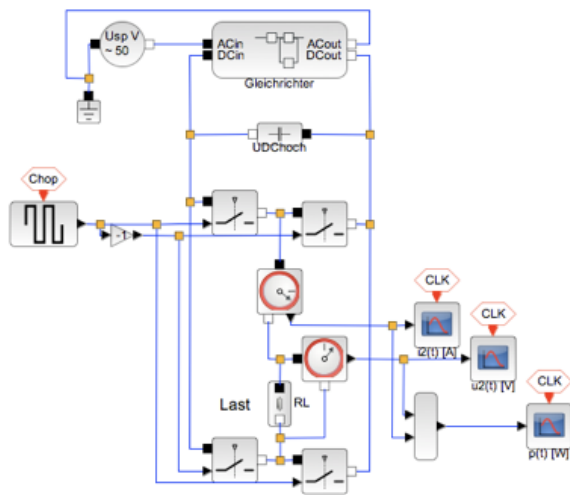
Der Strom  $i_2(t)$  auf der Sekundärseite des Übertragers zeigt die Spitzen zum Nachladen des DC-Zwischenkreises. Hierdurch ist auch die Sekundärspannung  $u_2(t)$  nicht ideal. Die tatsächliche DC-Spannung ist lastabhängig und wegen des nichtlinearen Verhaltens ohne Regler ungenau.

Frage 4.2.2: Modellierung und Simulation. Geben Sie plausible Werte für den Leistungsbereich vor (z.B. 20 W an 12 V<sub>DC</sub>) und modellieren Sie die Schaltung. Das AC-Netz darf bei kleinen Leistungen als ideal angenommen werden. Hinweis: Gehen Sie schrittweise vor.

Lösungsbeispiel: Der Wechselrichter wird direkt mit 50 kHz Wechselspannung gepulst (ohne PWM).

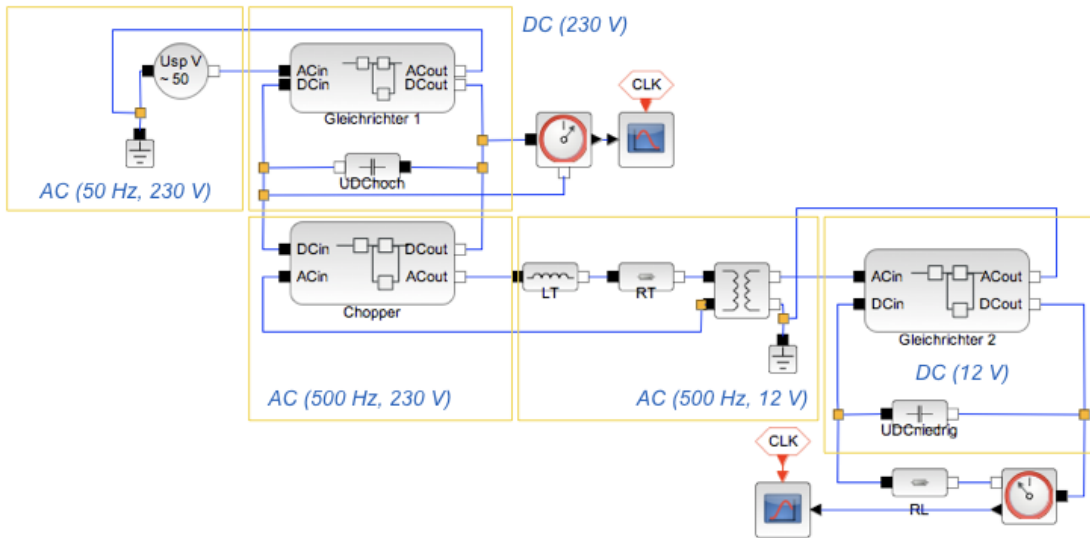
Als Zwischenschritt wird zunächst der netzseitige Gleichrichter mit dem 50 kHz-Wechselrichter aufgebaut, wie in folgender Abbildung gezeigt. Hinweis: Für die Lastimpedanz ist gemäß Leistungsvorgabe ein plausibler Wert in der passenden Spannungsebene vorzugeben ( $u_{DChoch}(t)$  bzw.  $u_{AC2}(t)$ ) vorzugeben.

Für die gepulste Wechselspannung  $u_{AC2}(t)$  wurde der Übersichtlichkeit halber eine Frequenz von 5 kHz (statt 50 kHz) gewählt. Die Periodendauer bei 5 kHz beträgt 0,2 ms. Pro Schaltimpuls (bzw. Halbwelle) ergibt sich somit eine Dauer von 0,1 ms. Das Abtastintervall für die Simulation muss kleiner gewählt werden.

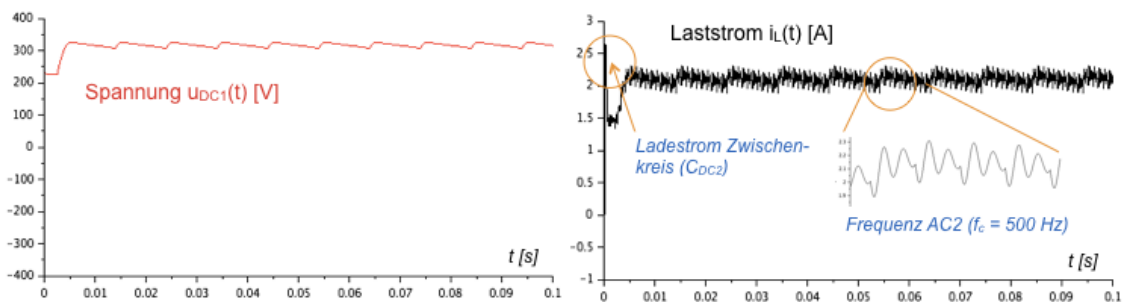


Im Lastzweig erkennt man die gepulste Wechselspannung  $u_{AC2}(t)$ . Zur Kontrolle wurde aus dem Produkt von Laststrom und Lastspannung die an der Last umgesetzte Leistung  $p_L(t)$  berechnet.

Aufbau der gesamten Schaltung:

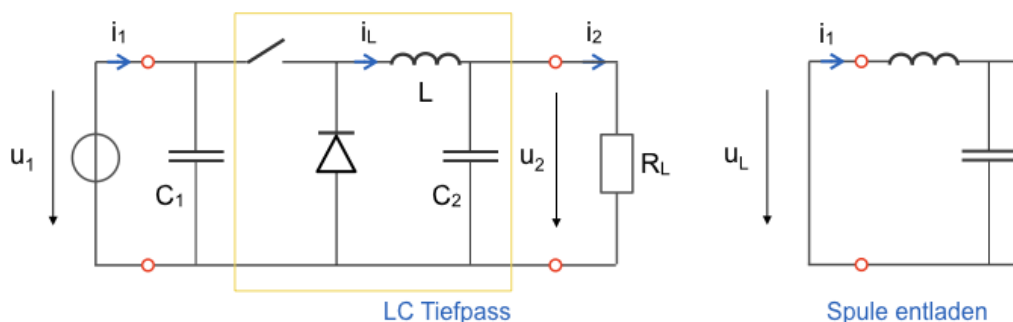


Hinweis: Um die Rechenzeit zu reduzieren, wurde das Potenzial der Ausgangsseite des Transformators auf Masse bezogen, wie es auch der gängigen Praxis entspricht.



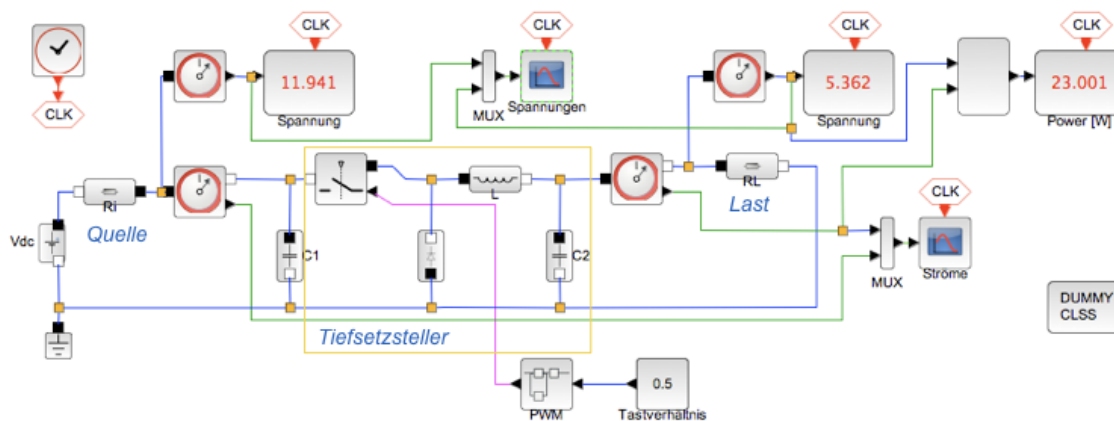
Der Übersichtlichkeit und der Rechenzeit halber wurde die Frequenz des Zerhackers (engl. chopper) für den AC-Zwischenkreis mit  $f_c = 500$  Hz vorgegeben. Für die Berechnung von Schaltkreisen gibt es spezielle Software (z.B. LTspice, Plecs); hier soll nur die grundsätzliche Funktion betrachtet werden. Ohne zusätzliche Filter im Lastzweig erkennt man im Laststrom die Anteile der AC-Zwischenfrequenz.

Frage 4.2.3: Abwärtswandler (Tiefsetzsteller) mit Regelung. Sollen aus dem DC-Zwischenkreis zusätzliche Spannungen erzeugt werden, bieten sich DC-Wandler an, die die Spannung nach unten bzw. oben stellen. Folgende Abbildung zeigt einen Abwärtswandler.

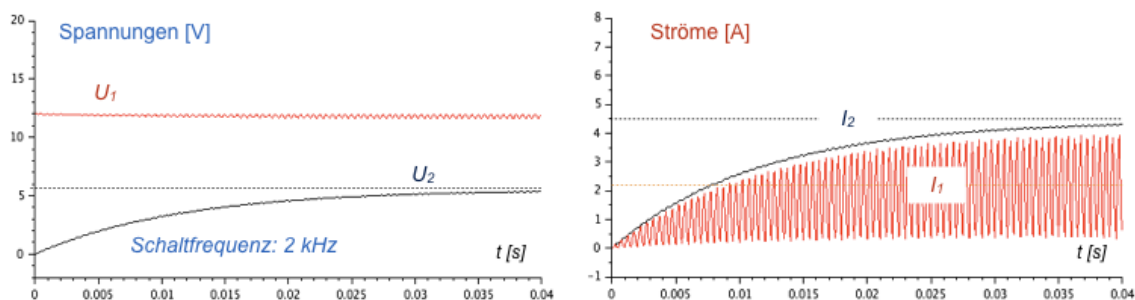


Über das Tastverhältnis lässt sich hierbei auch das Spannungsniveau regeln. Realisieren Sie einen Abwärtswandler in der Simulation, der aus 12 V eine geregelte Spannung von 5 V bzw. 3,3 V erzeugt. Hinweis: Gehen Sie schrittweise vor. Bauen Sie zunächst den Wandler auf, dann die Regelung über das Tastverhältnis. Analysieren Sie das Verhalten der Ströme und Spannungen auf der Primärseite und Sekundärseite. Erklären Sie dieses Verhalten mit Hilfe des Funktionsprinzips eines Übertragers (siehe Aufgabe 4.1). Verwenden Sie das Stichwort Impedanztransformation.

Lösungsbeispiel: Folgende Abbildung zeigt den Aufbau der Schaltung.



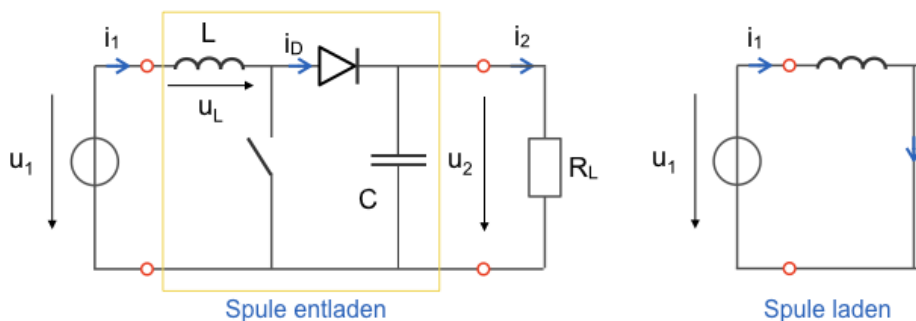
Bei Tastverhältnis 0,5 sollte sich die Ausgangsspannung halbieren. Ein Testlauf zeigt folgendes Ergebnis: Der erste Zwischenkreis wurde mit 12 V Eingangsspannung vorgeladen (durch Initialisierung der Kapazität  $C_1$ ). Hier entfällt also der Aufladevorgang. Der zweite Zwischenkreis startet mit leerer Kapazität  $C_2$  und zeigt als Einschwingverhalten daher den Aufladevorgang. Die Ausgangsspannung  $U_2$  stellt sich auf die halbe Eingangsspannung  $U_1$  ein.



Die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Spannungen: Der Strom im Ausgangskreis beträgt die Hälfte des Stroms im Eingangskreis. Dieses Verhalten wurde eingangs (Aufgabe 1) als notwendige Eigenschaft eines Wandlers diskutiert. Da die Leistung invariant ist, muss sich bei Absenken der Spannung der Strom erhöhen. Die Ströme verhalten sich bezogen auf das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  umgekehrt wie die Spannungen.

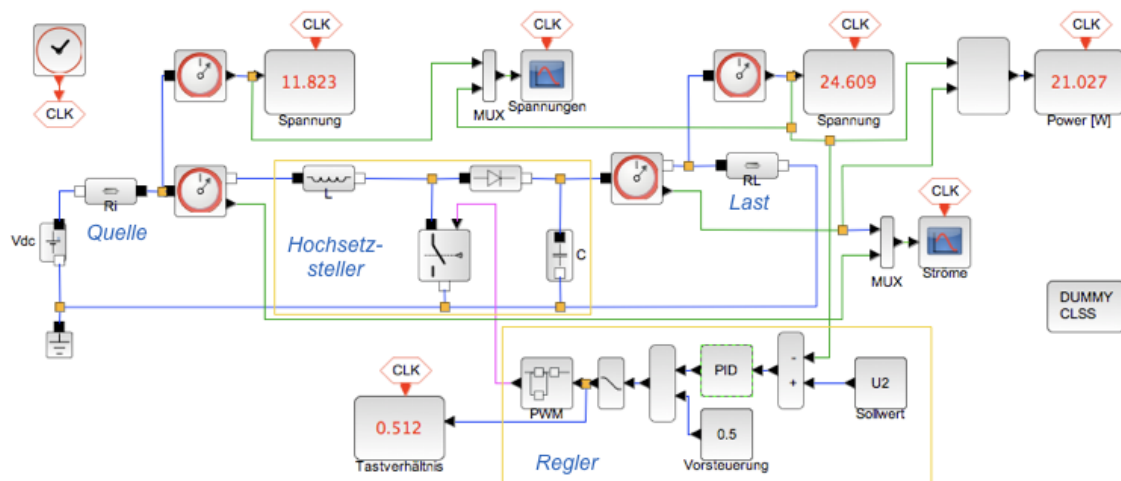
Hierdurch findet eine Transformation der Lastimpedanz statt: Der Lastwiderstand  $R_L$  im Ausgangskreis wird im Eingangskreis in die Impedanz  $R'_L = \ddot{u}^2 R_L$  transformiert. Mit  $U_2 = \ddot{u} U_1$  und  $\ddot{u} = 2$  beträgt  $R'_L = 4 R_L$ . Der Ausgangskreis ist niederohmig (kleine Spannung, großer Strom). Der Eingangskreis ist vergleichsweise hochohmig (große Spannung, kleiner Strom).

Frage 4.2.4: Aufwärtswandler (Hochsetzsteller) mit Regelung. Aus dem DC-Zwischenkreis sollen zusätzliche Spannungen über der Zwischenkreisspannung erzeugt werden. Einen Hochsetzsteller zeigt folgende Abbildung.

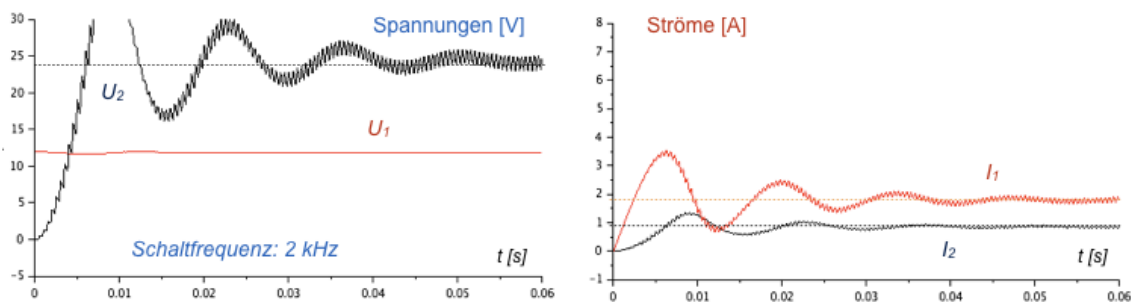


Über das Tastverhältnis des Schalters lässt sich hierbei das Spannungsniveau regeln. Realisieren Sie einen Aufwärtswandler in der Simulation, der aus 12 V eine geregelte Spannung von 24 V erzeugt. Hinweis: Gehen Sie schrittweise vor. Bauen Sie zunächst den Wandler mit festem Tastverhältnis auf, dann die Regelung über das Tastverhältnis. Analysieren Sie das Verhalten der Ströme und Spannungen auf der Primärseite und Sekundärseite. Erklären Sie dieses Verhalten mit Hilfe des Funktionsprinzips eines Übertragers (siehe Aufgabe 4.1). Verwenden Sie das Stichwort Impedanztransformation.

Lösungsbeispiel: Folgende Abbildung zeigt den Aufbau der Schaltung.



Für die Verdopplung der Spannung wird ein Tastverhältnis von ca 0.5 benötigt. Dieses passt der Regler dem gemessenen Spannungsniveau an (Vorsteuerung auf den Arbeitspunkt). Ein Simulationslauf zeigt folgende Ergebnisse:



Die Eingangsspannung  $U_1$  gibt durch Last etwas nach. Dieser Effekt ist die Folge des Innenwiderstandes der Quelle. Im eingeschwungenen Zustand erhält man im Vergleich zum Eingangskreis ( $U_1, I_1$ ) bei doppelter Spannung  $U_2$  bei halbem Strom  $I_2$  im Ausgangskreis.

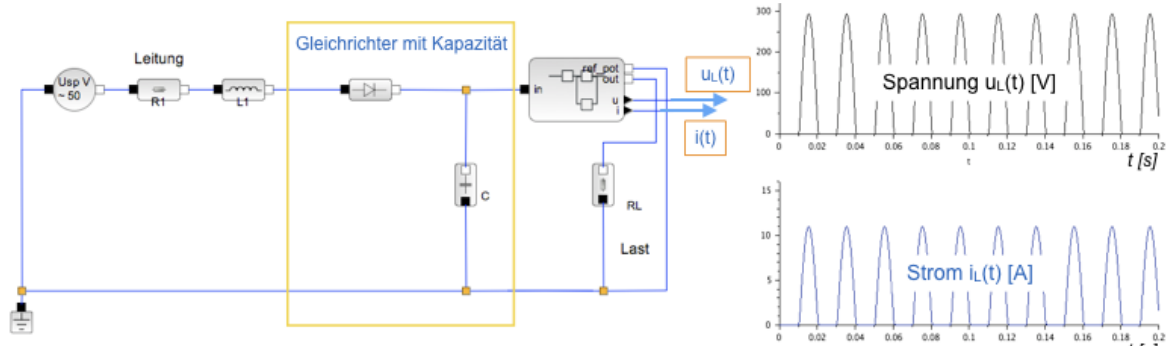
Das Verhalten entspricht dem eines Übertragers (siehe Aufgabe 1): Das Übertragungsverhältnis  $\ddot{u}$  wirkt umgekehrt auf Spannungen und Ströme ( $U_1 = \ddot{u} U_2$ , somit  $\ddot{u} = 0,5$ ). Hierdurch wird die Lastimpedanz vom Sekundärkreis mit dem Quadrat des Übertragungsfaktors  $\ddot{u}$  in den Sekundärkreis transformiert. Der Primärkreis wird somit mit einem Viertel des Lastwiderstandes im Sekundärkreis belastet. Ursache dieses Verhaltens ist die Invarianz der Leistung bei einem verlustlosen Übertrager.

### 4.3. Gleichrichter

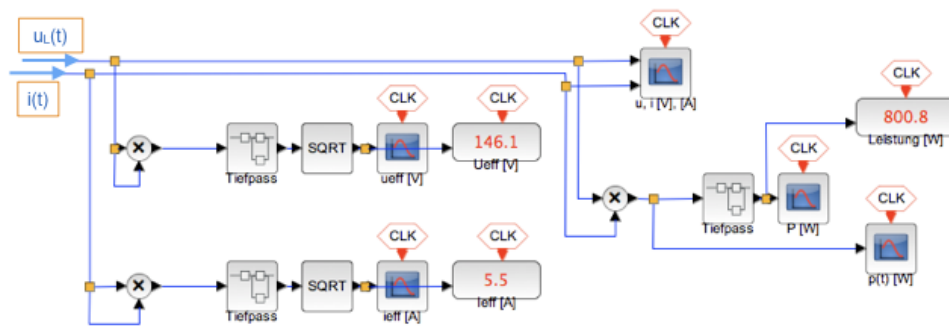
Ein Gleichrichter hat die Aufgabe, Wechselstrom in Gleichstrom zu wandeln. Im einfachsten Fall genügt hierzu eine Diode als Stromventil mit einem Glättungskondensator, wie in folgender Abbildung gezeigt. Hierbei wird allerdings nur die positive Halbwelle des Wechselstromsystems verwendet. Die Schaltung ist wenig effektiv, illustriert jedoch das Prinzip.

Frage 4.3.1: Einfacher Diodengleichrichter. Simulieren Sie einen einfachen Diodengleichrichter. Geben Sie hierbei die Leistung vor und berechnen Sie einen passenden Lastwiderstand. Wählen Sie einen passenden Glättungskondensator. Messen Sie die tatsächlich in der Last umgesetzte Leistung, sowie die Effektivwerte von Strom und Spannung.



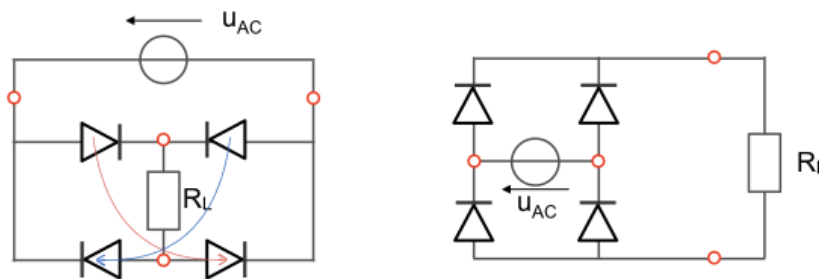


Lösungsbeispiel: Es wird ein einphasiges Niederspannungssystem mit 3 kW Last gewählt. Die Messung der Effektivwerte geschieht nach der in Anhang B aufgeführten Methode.



Die Messung benötigt Zeit: Es sind über 10 Perioden erforderlich, bis sich die Werte für Strom, Spannung und Leistung eingeschwungen haben. Da die Quelle nur teilweise genutzt wird, wird die vorgegebene Leistung nicht annähernd erreicht.

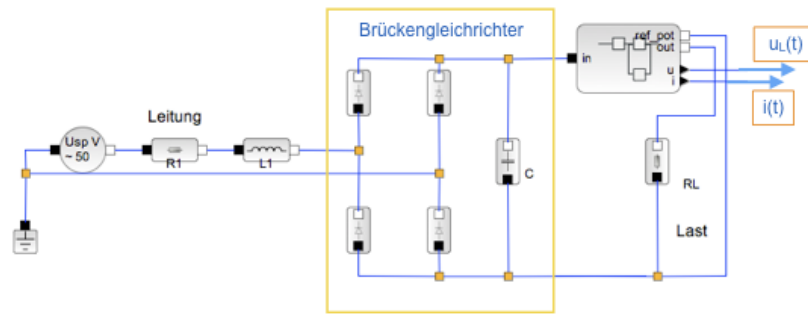
Frage 4.3.2: Brückenschaltung. Verwenden Sie eine Brückenschaltung mit Dioden als Gleichrichter. Untersuchen Sie die Schaltung.



Lösungsbeispiel: Die Schaltung ist so aufgebaut, dass der Lastzweig in jeder Halbwelle von der Wechselspannung versorgt wird. Das Schaltungsprinzip wird offensichtlich, wenn man die Wechselspannungsquelle als Gleichspannungsquelle interpretiert und die Polarität jeweils tauscht.

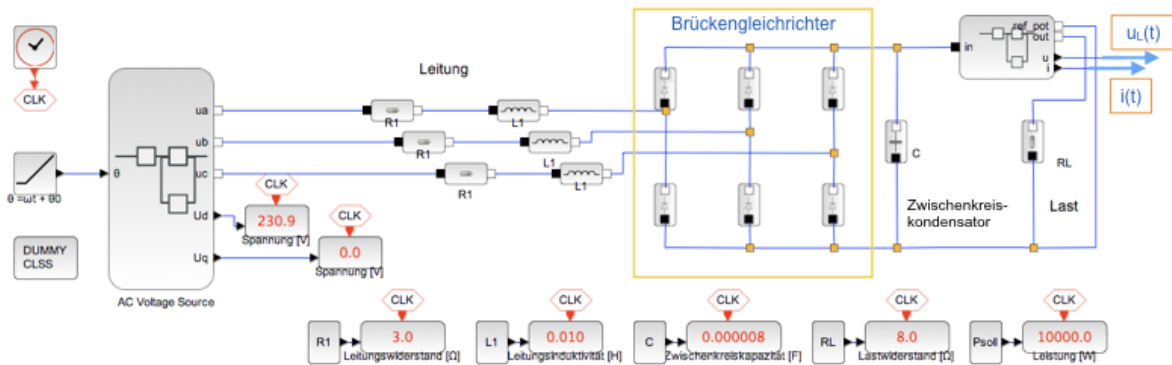
Ein Simulationslauf zeigt folgendes Verhalten: Die Leistungsausbeute ist nun wegen der gleichmäßigeren Ausnutzung der Wechselstromquelle besser, die Verläufe von Spannung und Strom stabiler.





Frage 4.3.3: Dreiphasige Brückenschaltung. Realisieren Sie eine Brückenschaltung zum Anschluss einer DC-Last an ein Drehstromsystem. Wählen Sie einen passenden Lastwiderstand und untersuchen Sie die Schaltung.

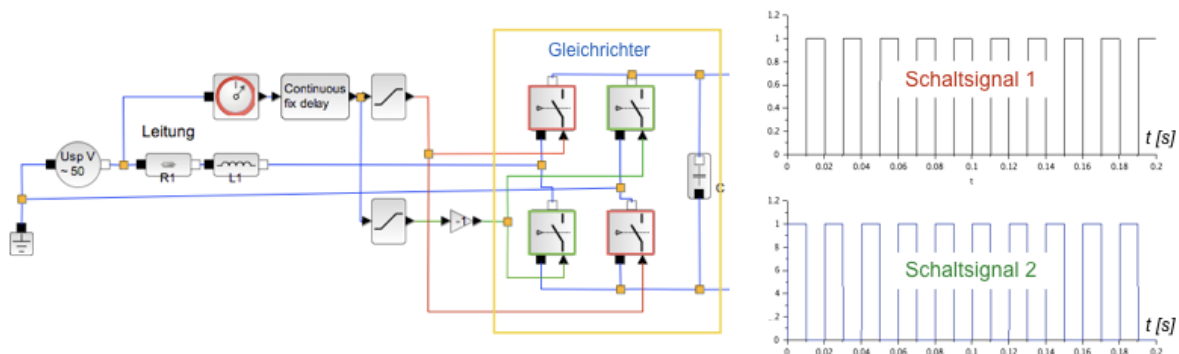
Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



Gegenüber der einfachen Brücke kommt ein weiterer Zweig hinzu. Das Prinzip der Schaltung bleibt erhalten. Im Beispiel wurde das Drehstromsystem mit Hilfe dreier phasenversetzter AC-Quellen in Sternschaltung realisiert. Die Phasenreferenz  $\theta(t) = \omega t + \varphi$  wird zur Transformation der Drehstromzeiger für eine Kontrollausgabe verwendet. Der mathematische Hintergrund hierzu findet sich in Anhang A.

Frage 4.3.4: Gesteuerte Brücke. Statt Dioden sollen Schalter zum Einsatz kommen. Realisieren Sie einen Gleichrichter mit Hilfe einer konventionellen H-Brücke.

Lösungsbeispiel: siehe folgende Abbildung.



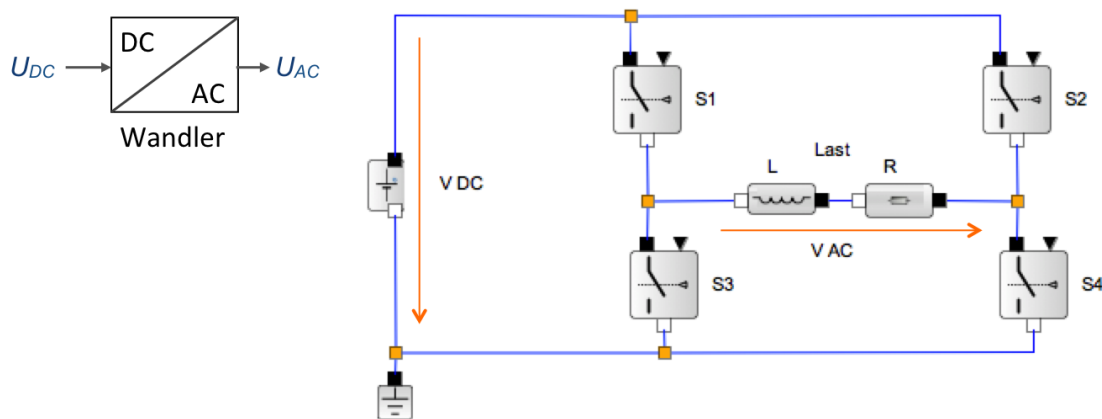
Anstelle der Dioden wurden Schalter verwendet. Die Last wird hierbei im Takt der Wechselfrequenz jeweils in die positive Halbwelle geschaltet, bzw. mit umgekehrter Polarität in die negative Halbwelle.

Die Schaltsignale wurden hierbei einfach aus der gemessenen Wechselspannung abgeleitet. Eine Diode arbeitet im Grunde genommen ähnlich. Die Schalter sind nicht ideal, haben also einen Sperrwiderstand und einen Durchlasswiderstand. Somit wären diese Modelle auch für Betrachtungen der Schaltverluste geeignet. Mit Hilfe einer Pulsweitenmodulation wäre beim Einsatz einer H-Brücke auch die Höhe der DC-Spannung einstellbar.

## 4.4. Wechselrichter

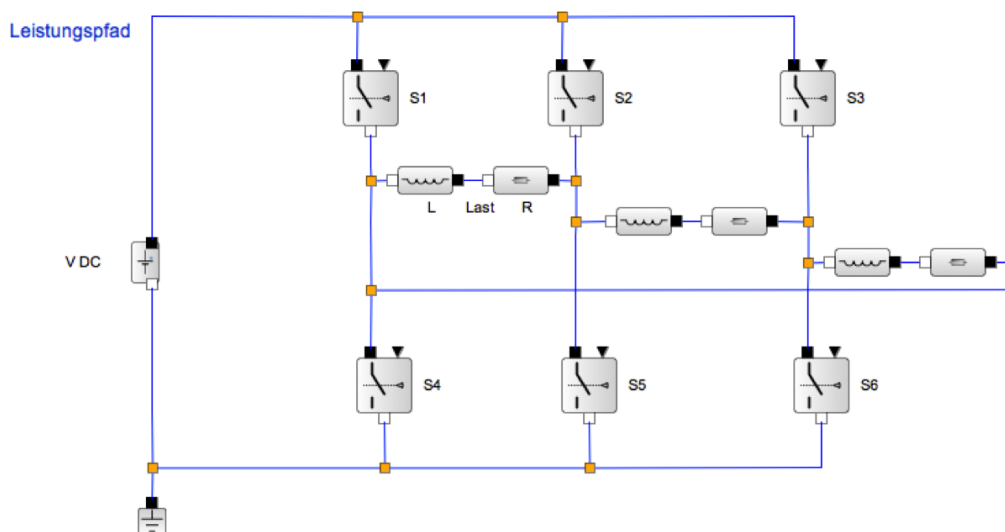
Die H-Brücke als Wechselrichter findet sich bereits in Abschnitt 1.4 dieses Manuskriptes für den einphasigen Betrieb, sowie in Abschnitt 1.5 für den 3-phasigen Betrieb. Hier ist nochmals auf das Funktionsprinzip gezeigt, sowie einige Varianten der Schaltung.

Frage 4.4.1: Einphasige Brücke. Erläutern Sie die Funktion der unten gezeigten Schaltung. In welchem Bereich variiert die Wechselspannung im Vergleich zur ursprünglichen Gleichspannung? Wie ist das Nullpotenzial der Wechselspannung definiert? Welcher Lastfluss stellt sich ein?

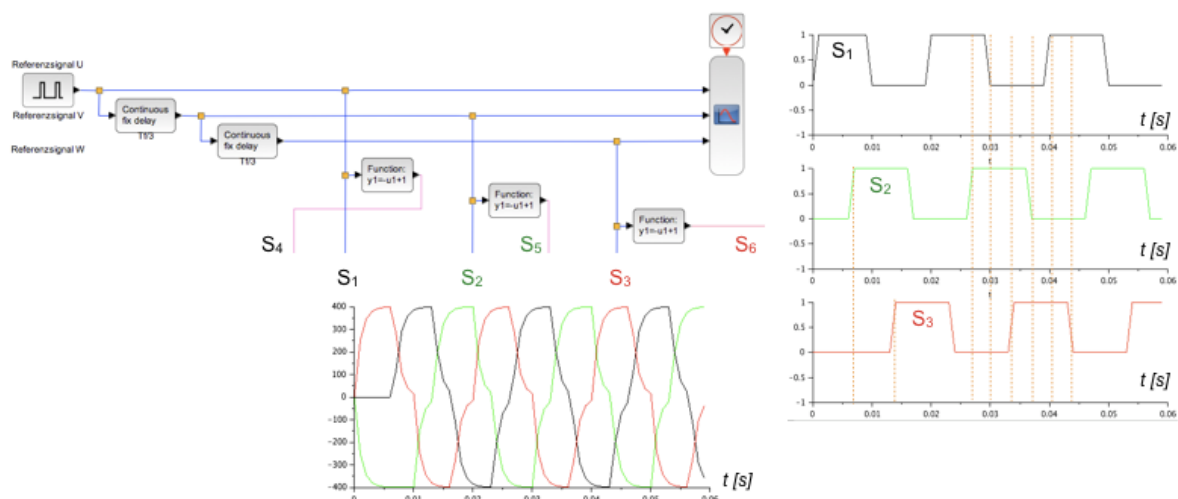


Lösung: Der Lastzweig wird durch periodisches Umschalten der Schalterpaare  $S_1/S_4$  und  $S_2/S_3$  jeweils umgepolt. Hierdurch variiert die AC-Spannung  $U_{AC}$  im Bereich  $-U_{DC}$  bis  $+U_{DC}$ . Ein Nullpotenzial ist nicht fest vorgegeben; es stellt sich als Mittelwert der Wechselspannung ein. Der Lastfluss folgt dem Spannungsgefälle, d.h. von der DC-Quelle zur AC-Last.

Frage 4.4.2: Dreiphasige Brücke. Erläutern Sie die Funktion der in der folgenden Abbildung gezeigten 3-Phasigen Brückenschaltung. In welcher Reihenfolge sind die Schalterpaare anzusteuern? Welche Unterschiede bestehen zur einfachen Brücke (siehe vorige Aufgabe)? Ließe sich die Last auch in Sternschaltung realisieren? Welche Unterschiede bestehen zwischen dem Betrieb in Dreieckschaltung und Sternschaltung?



Lösung: Siehe Abschnitt 1.5. Die Schalterpaare  $S_1/S_4$ ,  $S_2/S_5$  und  $S_3/S_6$  werden periodisch mit einem Drehstromsystem angesteuert. Werden rechteckförmige Schaltverläufe gewählt, überlappen sich hierbei die Schaltsignale um jeweils 60 Grad ( $\pi/3$ ).

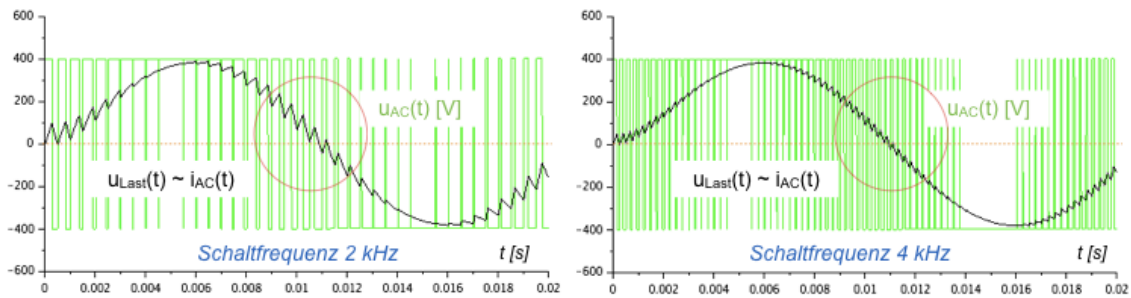


Bei der in der Abbildung gezeigten Dreieckschaltung liegt jeweils die volle DC-Spannung  $+U_{DC}$  bzw.  $-U_{DC}$  über dem Lastzweig. Bei der Sternschaltung stellt sich eine niedrigere Spannung über dem Sternpunkt ein. Die Zusammenhänge ergeben sich aus den Phasenbezügen der Spannungen. Drehstromsysteme werden in Teil 2 dieses Manuskriptes näher betrachtet.

Frage 4.4.3: Pulsweitenmodulation. Erläutern Sie den Einsatz der Pulsweitenmodulation mit erhöhter Schaltfrequenz zur Erzeugung sinusförmiger Spannungsverläufe. Welchen Einfluss hat die Schaltung auf die Welligkeit und somit die Qualität der Ausgangssignale?

Lösung: Es wurde die einfache Brückenschaltung verwendet (siehe Abbildung zur Frage 4.4.1).

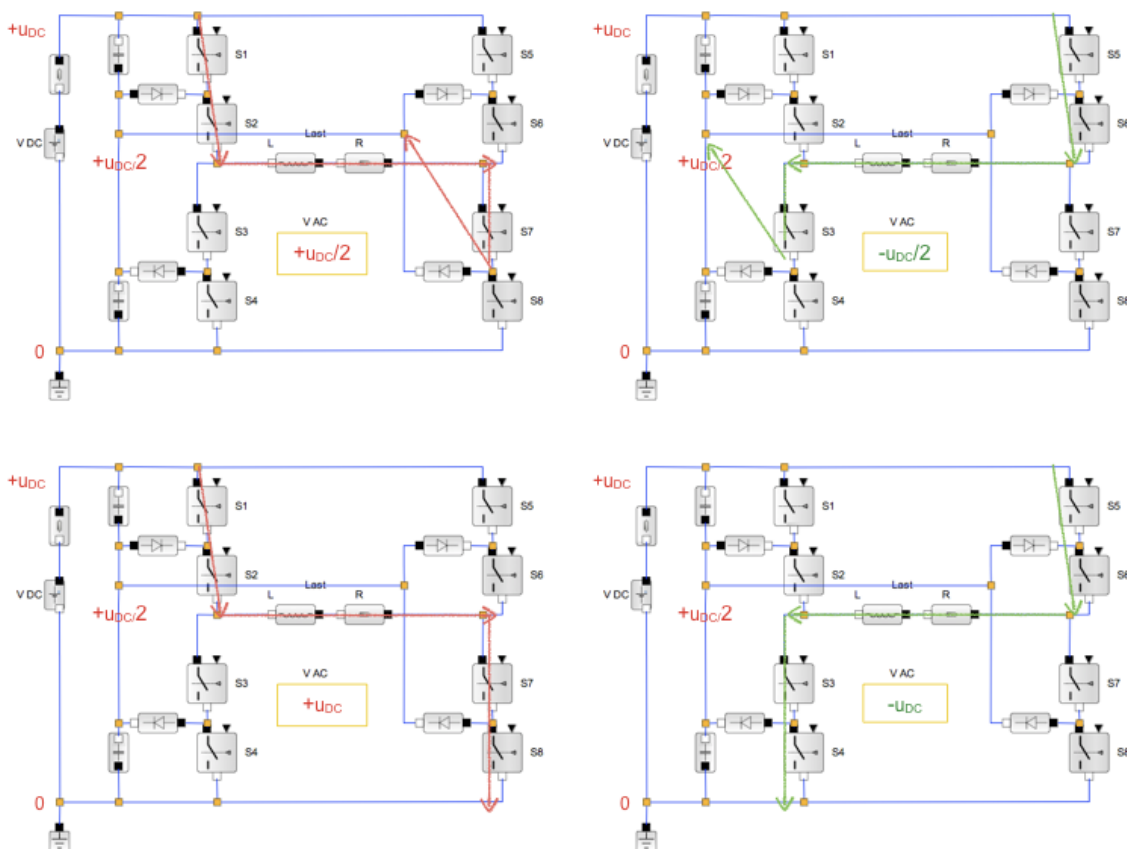
Folgende Abbildung zeigt ist die Spannung  $u_{AC}(t)$  im Lastzweig, die per Pulsweitenmodulation zwischen den Polaritäten  $+U_{DC}$  und  $-U_{DC}$  geschaltet wird, sowie die Spannung  $u_{Last}(t)$  über dem Lastwiderstand  $R$ , der dem Strom im Lastzweig folgt. Der Strom im Lastzweig wird durch die Induktivität  $L$  im Lastzweig geglättet und folgt somit dem Mittelwert der gepulsten Spannung.



Die Qualität des Stromes (bzw. der Spannung über der Last R) ist im Bereich des Nullpotenzials am schlechtesten. Der Effekt ist bei niedrigen Schaltfrequenzen umso ausgeprägter. Grund hierfür ist die Mittelwertbildung aus dem Tastverhältnis 0,5 heraus. Da ein Bezugspotenzial fehlt, muss das Nullpotenzial aus den Scheitelwerten der gepulsten Spannung gemittelt werden.

Frage 4.4.4: Drei Spannungsniveaus zur Verbesserung der Stromqualität, Leistungspfad. Modifizieren Sie die Schaltung so, dass sich gegenüber Frage 4.4.3 bei gleicher Schaltfrequenz eine Verbesserung der Stromqualität ergibt. Führen Sie hierzu ein weiteres Potenzial ein, auf das die Brücke schalten kann. Testen Sie die Funktion der Schaltung mit einer einfachen Ansteuerung.

Lösungsbeispiel: Als Muster wird die einphasige Brücke verwendet.

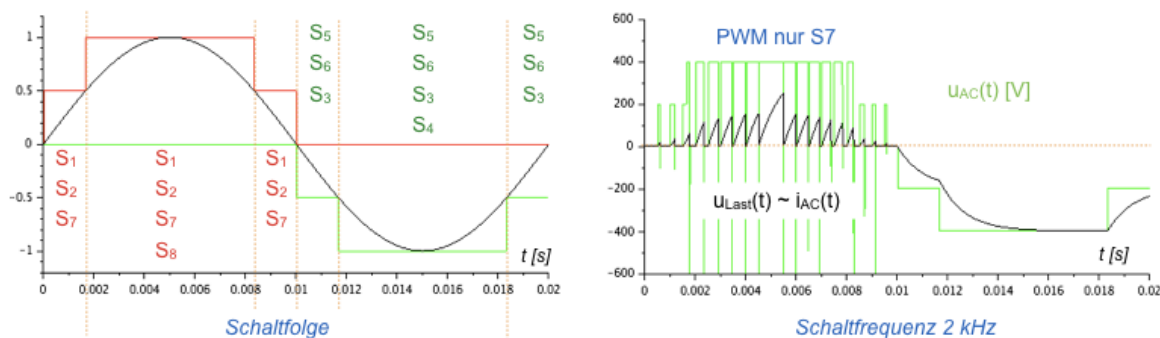


Mit Hilfe zweier Serienkondensatoren im DC-Kreis wird als Bezugsniveau  $U_{DC}/2$  eingeführt. Die Brücke kann nun zwischen den Spannungsniveaus  $+U_{DC}$ ,  $+U_{DC}/2$ ,  $-U_{DC}/2$  und  $-U_{DC}$  schalten.

Um beim Schalten der halben Potenziale Kurzschlüsse Quelle bzw. Kapazitäten zu vermeiden, werden Dioden als Stromventile vorgesehen. Die korrekte Ausrichtung ergibt sich aus den oben in der Abbildung gezeigten Schaltszenarien.

Frage 4.4.5: Drei Spannungsniveaus zur Verbesserung der Stromqualität, Ansteuerung. Entwerfen Sie eine Ansteuerung zur Schaltung von Frage 4.4.4 mit Hilfe der Pulsweitenmodulation. Überprüfen Sie Ihre Schaltung in der Simulation und vergleichen Sie die Ergebnisse mit der Schaltung für zwei Spannungsniveaus (Frage 4.4.3).

Lösungsbeispiel: Folgende Abbildung zeigt die Schaltfolge der in Frage 4.4.4 beschriebenen Schalter.



Für diese Schaltfolge ergeben sich die rechts in der Abbildung wiedergegebenen Spannungen im Lastzweig. Hierbei wurde nur Schalter 7 ansatzweise mit einem pulsweitenmodulierten Signal angesteuert. Die Schaltung kann jetzt die drei gegebenen Spannungsniveaus mit positivem und negativem Vorzeichen schalten. Im Bereich des Nullpotenzials sind die Abweichungen geringer als bei der Schaltung mit 2 Spannungsniveaus.

Frage 4.4.6: Erweiterung für eine dreiphasige Brücke. Erweitern Sie die Schaltung aus Frage 4.4.5 für eine dreiphasige Brücke mit drei Spannungsniveaus.

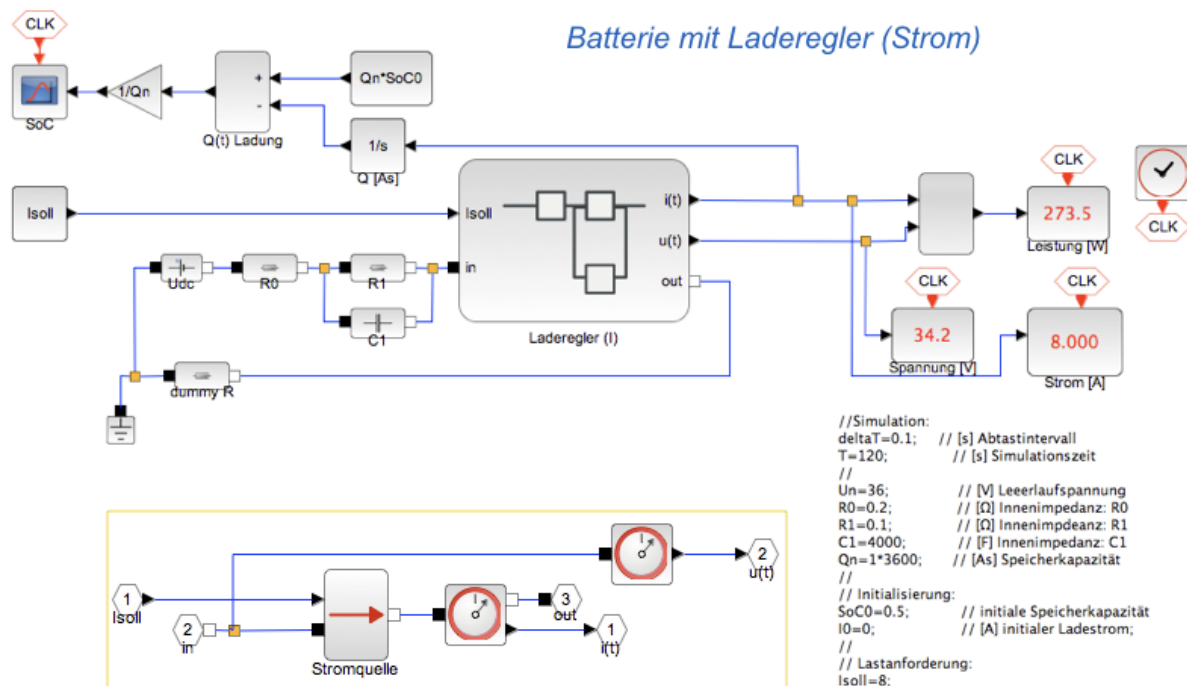
## 4.5. Batterie mit Laderegler

Eine Batterie soll mit einem Laderegler ausgestattet werden, der das Laden bzw. Entladen mit vorgegebenen Ladeströmen ermöglicht. Das System soll hierbei zunächst nicht auf Wechselrichterebene beschrieben werden, sondern abstrakt mit Hilfe einer Stromquelle.

Für die Batterie werden folgende Eigenschaften angenommen:

- Leerlaufspannung (z.B. 36 V)
- Speicherkapazität (z.B. 10 Ah)
- Batteriemodell mit den Innenwiderständen  $R_0$ ,  $R_1$  und  $C_1$
- Nennwert des Ladestroms

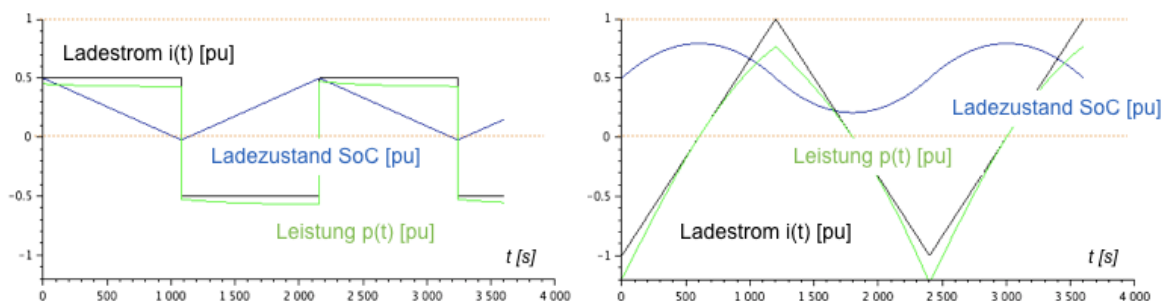
Die Batterie soll an einem DC-Bus mit Batteriespannung betrieben werden. Der Laderegler soll sich auf einen Sollwert für den Strom einstellen lassen. Das Vorzeichen des Stroms bestimmt hierbei, ob aufgeladen oder entladen wird. Folgende Abbildung zeigt das Modell mit dem Laderegler.



Frage 4.5.1: Erläutern Sie die Funktion des Modells. Überprüfen Sie das Modell in einem Simulationslauf mit mehreren Ladezyklen. Berechnen Sie die jeweils aufgenommene bzw. angegebene Energie und Leistung. Untersuchen Sie das Verhalten.

Lösung: Der Laderegler arbeitet unmittelbar mit Vorgabe des Stroms. Äquivalent zur unmittelbaren Vorgabe der Spannung ist dies in einem rechnerischen Modell unabhängig von einer Implementierung immer möglich. Modell: Der Ladezustand der Batterie leitet sich aus der je nach Stromvorgabe zugeflossenen bzw. abgeflossenen Ladungsmenge ab. Die Klemmenspannung gibt abhängig vom Strom gegenüber der Leerlaufspannung nach, bedingt durch die Innenwiderstände.

Je nach Vorgabe der Stromrichtung wird aufgeladen bzw. entladen. Die jeweils aufgenommene bzw. abgegebene Leistung folgt unmittelbar aus dem Produkt von Strom und Klemmenspannung. Beim Aufladen liegt die Klemmenspannung über der Leerlaufspannung. Anders wäre ein Lastfluss in die Batterie nicht möglich. Folgende Abbildung zeigt einige Ladezyklen.



Der Ladestrom lässt sich in Abhängigkeit der Speicherkapazität wählen, z.B.  $I_n = c Q_n$ . Bei Wahl des Faktors  $c = 1$  wäre eine Batterie von 10 Ah bei einem Ladestrom von 10 A in einer Stunde aus dem voll aufgeladenen Zustand komplett leer (bzw. aus dem leeren Zustand komplett voll). Das Verhältnis  $Q_n/I_n$  kennzeichnet die Ladedauer bei Nennstrom.

In den gezeigten Simulationsläufen ist der Ladestrom abgebildet, die Leistung, sowie der Ladezustand. Während der Strom der Vorgabe unmittelbar folgt, fällt die Leistung beim Entladen geringer aus als das Produkt von Nennspannung (= Leerlaufspannung) und Strom. Grund hierfür ist der Innenwiderstand der Batterie.

Beim Aufladen ist umgekehrt die an den Klemmen gemessene Leistung höher als das Produkt aus Klemmenstrom und Nennspannung. Grund hierfür ist die zum Aufladen gegenüber der Leerlaufspannung erhöhte Klemmenspannung, da sich andernfalls ein Lastfluss (= Stromfluss) in die Batterie nicht einstellt.

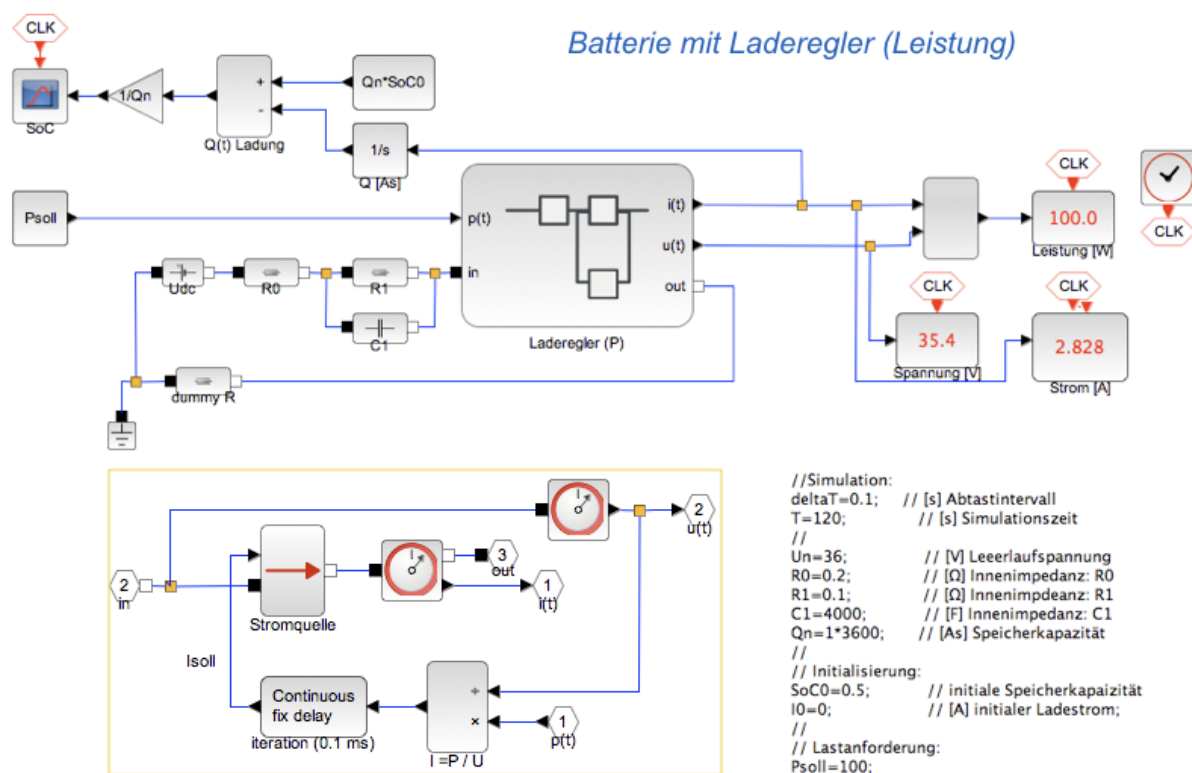
Da die Klemmenspannung annähernd konstant bleibt, folgt die Leistung (und somit der Lastfluss) dem Strom. Der Ladezustand (SoC) folgt dem Integral des Stroms.

Hinweis: Formal handelt es sich bei diesem Modell um eine Steuerung, nicht um eine Regelung, da der Istwert nicht nachgeführt wird. Umgangssprachlich handelt es sich jedoch um einen Laderegler.

Frage 4.5.2: Begrenzung des Ladestroms. Der Laderegler muss bei niedrigem Füllstand (z.B. SoC < 20%) bzw. hohem Füllstand (z.B. SoC > 80%) den Ladestrom begrenzen. Was wäre andernfalls die Konsequenz? Wie lässt sich eine solche Begrenzung realisieren?

Frage 4.5.3: Leistungsregelung. Verändern Sie den Laderegler so, dass die abzugebende bzw. aufzunehmende Leistung vorgegeben werden kann. Überprüfen Sie Ihr Modell in der Simulation und vergleichen Sie die beiden Laderegler.

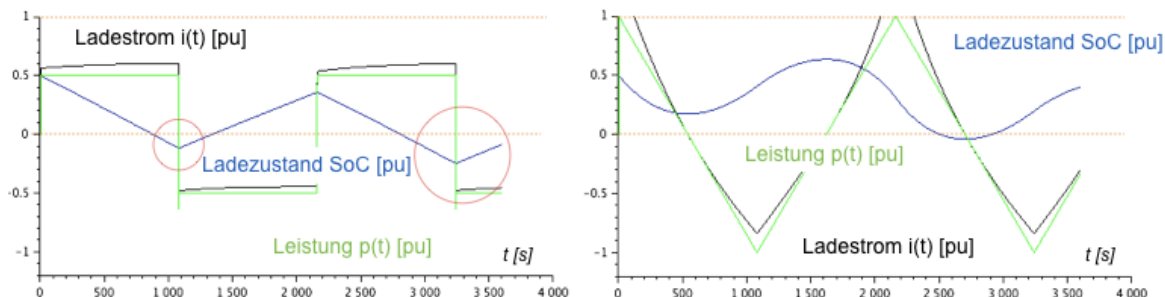
Lösungsbeispiel: Siehe folgende Abbildung.



Es wird wiederum die Stromquelle verwendet. Jedoch wird die Vorgabe des Ladestromes iterativ aus der Leistungsvorgabe (Sollwert) und der gemessenen Klemmenspannung errechnet. Wie bei einem Regelkreis wird der Strom so nachgeführt, dass das Produkt des Stroms mit der gemessenen Klemmenspannung die gewünschte Leistung ergibt. Das iterative Verfahren (Grundlagen siehe Kapitel 2 dieses Manuskripts) arbeitet deutlich schneller als ein Regler. Die Verzögerung in die Rückführung



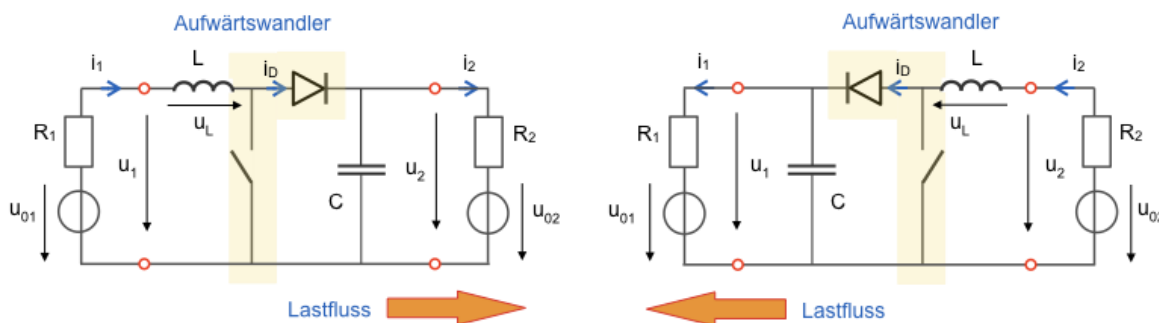
eingefügte Verzögerung bildet Laufzeiten bei der Messung nach und vermeidet einen algebraischen Zirkelschluss. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf:



Im Vergleich zum Laderegler mit Stromvorgabe folgt nun die Leistung dem vorgegebenen Sollwert. Hierdurch erhöht sich beim Entladen der Ladestrom, da bei sinkender Klemmenspannung die Leistungsvorgabe einen noch höheren Strom fordert. Umgekehrt wird beim Aufladen (wegen der erhöhten Klemmenspannung) der Ladestrom begrenzt. Hierdurch verschiebt sich bei großer Belastung das Gleichgewicht zwischen Aufladen und Entladen. Auch hier ist ein Regler erforderlich, der den Lastfluss abhängig vom Ladezustand begrenzt.

Frage 4.5.4: Umsetzung mit Hilfe eines Wandlers. Der Laderegler soll mit Hilfe eines Wandlers realisiert werden, der einen Lastfluss in beide Richtungen ermöglicht (aufladen und entladen). Erstellen Sie hierzu eine Schaltung und testen Sie diese in der Simulation.

Lösungsbeispiel: Um bei gleichen Nennspannungen einen Lastfluss in die eine oder andere Richtung zu erzeugen, ist ein Aufwärtswandler (Hochsetzsteller) erforderlich. Der Wandler lässt sich stromgeregelt oder leistungsgeregelt ausführen. Folgende Abbildung zeigt das Prinzip der Schaltung.

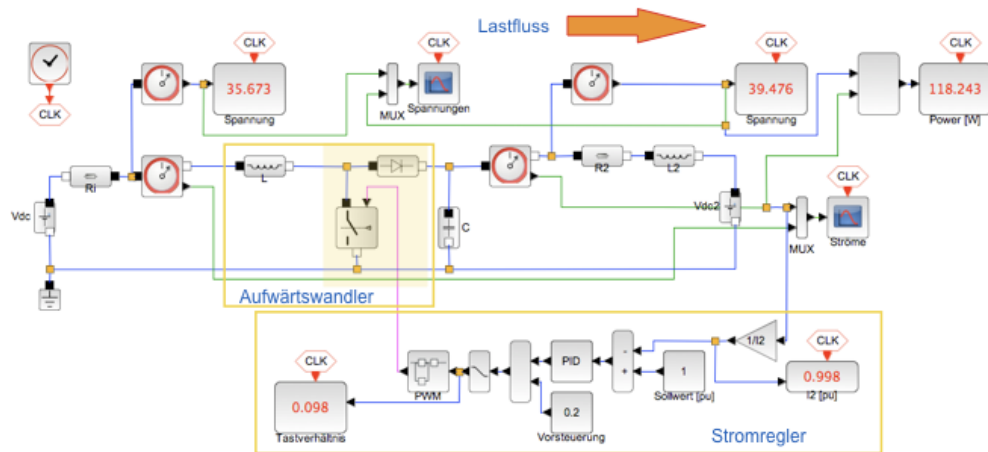


Wenn beide Enden mit derselben Nennspannung betrieben werden sollen ( $u_{01} = u_{02}$ ), muss die Klemmenspannung  $u_2$  (bzw. bei umgekehrtem Lastfluss  $u_1$ ) mit Hilfe eines Aufwärtswandlers angehoben werden. Für einen beidseitig steuerbaren Lastfluss müssen beide Schaltungen kombiniert werden.

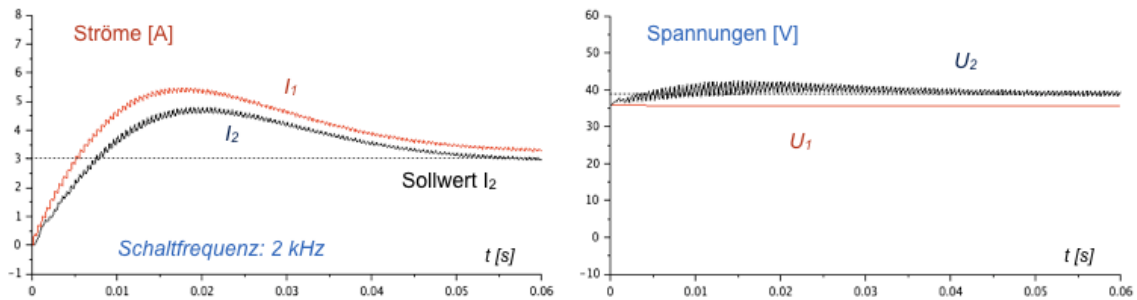
In folgender Abbildung ist ein Wandler für eine Richtung aufgebaut worden. In beiden Enden finden sich Spannungsquellen mit Nennspannung. Soll Leistung von Zweig 1 (links) nach Zweig 2 (rechts) gebracht werden, muss durch den Aufwärtswandler das Spannungsniveau im Zwischenkreis angehoben werden. Die Anhebung erfolge durch geeignete Wahl des Tastverhältnisses.

Das Tastverhältnis wird durch einen PI-Regler so nachgeführt, dass sich ein vorgegebener Sollwert für den Strom in Zweig 2 (Ladestrom) einstellt.



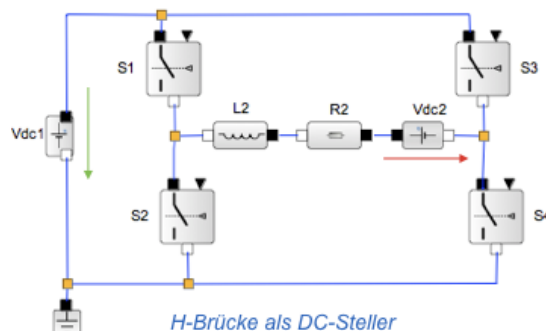


Um den Verlauf des Stromes  $i_2$  in Zweig 2 ein wenig zu glätten, wurde in diesem Zweig eine kleinere Induktivität eingefügt. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationenlauf.



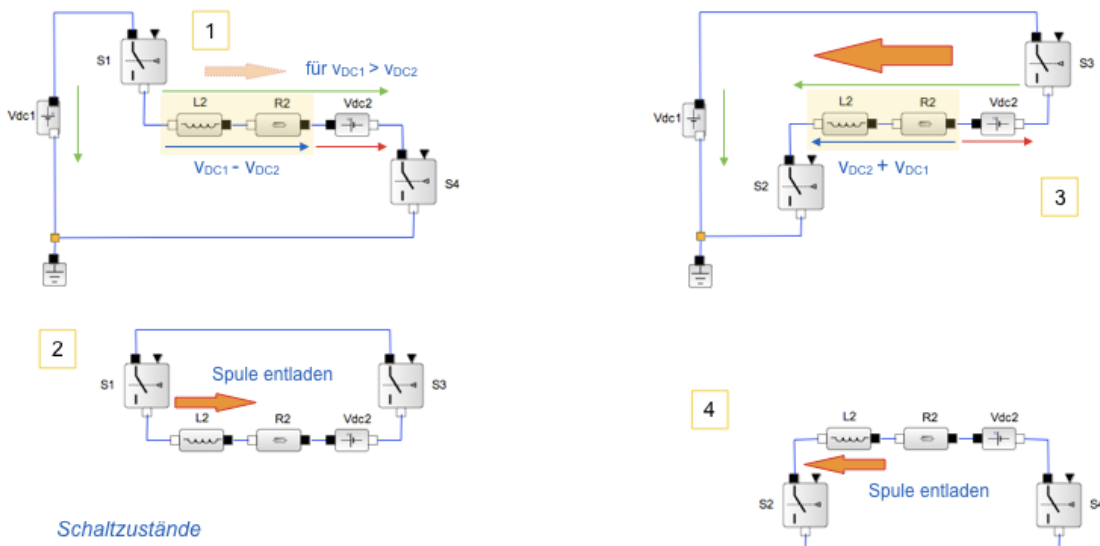
Der Verlauf der Ströme zeigt den Einschwingvorgang vom stromlosen Zustand aus. Der Zwischenkreiskondensator wurde mit der Nennspannung initialisiert, so dass die Klemmenspannung  $u_2$  von der Nennspannung aus startet. Durch die Regelung des Stromes  $i_2$  pegelt sich die Klemmenspannung  $u_2$  oberhalb der Nennspannung ein, wie es der gewünschte Lastfluss erfordert.

Frage 4.5.5: H-Brücke als Gleichstromsteller. Folgende Abbildung zeigt eine H-Brücke mit DC-Kreisen in beiden Zweigen.



Welche sinnvollen Schaltkombinationen kommen in Frage? Erläutern Sie die Funktion der sinnvollen Kombinationen in Abhängigkeit von  $v_{dc1}$  und  $v_{dc2}$ . Welcher Lastfluss ergibt sich jeweils?

Lösung: Sinnvolle Schalterkombinationen: Die Schalter  $S_1$  und  $S_2$  sowie  $S_3$  und  $S_4$  dürfen nie gleichzeitig schalten, da sonst die Quelle  $v_{dc1}$  kurzgeschlossen würde. Weiterhin sind alle Kombinationen uninteressant, bei denen weniger als 2 Schalter betätigt werden. Somit verbleiben von 16 möglichen Kombinationen nur die folgenden 4 Schaltzustände.



Schaltzustände

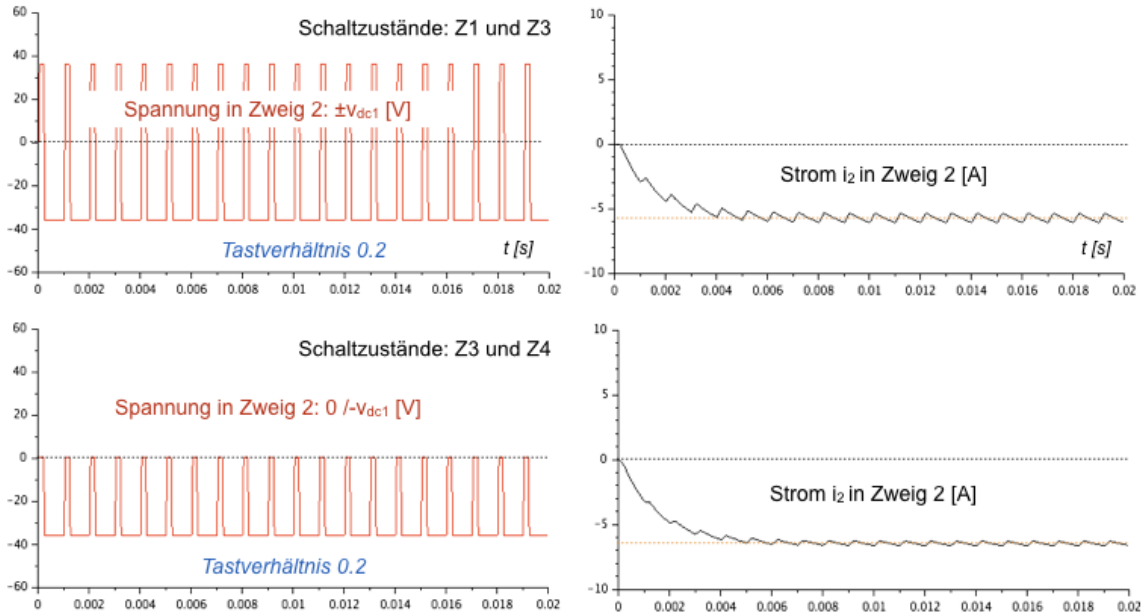
Funktion der Schaltzustände:

1.  $+v_{dc1}$  über dem Lastzweig: Sofern  $v_{dc1} > v_{dc2}$  ergibt sich ein Lastfluss in der gezeigten Richtung. Für  $v_{dc1} = v_{dc2}$  ist der Lastzweig spannungslos. Sofern  $v_{dc1} < v_{dc2}$  wäre der Lastfluss umgekehrt.
2. Entladung der Spule in der gezeigten Richtung des Lastflusses. Dieser Schritt ist nur sinnvoll, wenn es zuvor einen Lastfluss in dieser Richtung geben hat, die Spule somit aufgeladen ist. Speziell bei gleichen Nennspannungen  $v_{dc1} = v_{dc2}$  ist somit ein Aufpumpen des Zweiges 2 nicht möglich. Im Unterschied zu dem weiter oben diskutierten Hochsetzsteller ist die Spule hier im Lastzweig angeordnet. Somit ist ein Pumpen des Stromes nur möglich, wenn die Spule zuvor in Stufe 1 unter der Voraussetzung  $v_{dc1} > v_{dc2}$  aufgeladen worden ist.
3.  $-v_{dc1}$  über dem Lastzweig: Somit ergibt sich für  $v_{dc2} \geq 0$  ein Lastfluss in der gezeigten Richtung. Für  $v_{dc1} = v_{dc2}$  beträgt die Spannung im der Lastzweig  $2 v_{dc1}$ .
4. Entladung der Spule in der gezeigten Richtung des Lastflusses. Dieser Schritt ist sinnvoll in Kombination mit Schritt 3, d.h. wenn es zuvor einen Lastfluss in dieser Richtung geben hat und die Spule somit aufgeladen ist. Bei gleichen Nennspannungen  $v_{dc1} = v_{dc2}$  ist ein Aufpumpen des Zweiges 2 möglich.

Einsatzgebiete: Antriebe, speziell in Kombination mit einem Gleichstrommotor im Lastzweig. In diesem Fall ist  $v_{dc2}$  variabel. Im Motorbetrieb gilt  $|v_{dc2}| < |v_{dc1}|$ , im Generatorbetrieb  $|v_{dc2}| > |v_{dc1}|$ . Das Vorzeichen von  $v_{dc2}$  richtet sich hierbei nach der Drehrichtung der Maschine.

Frage 4.5.6: Simulation. Simulieren Sie den Betrieb der H-Brücke als Gleichstromsteller. Überprüfen Sie Ihre Aussagen aus der letzten Frage. Zusatzfrage: Wie könnte man den Lastfluss umkehren?

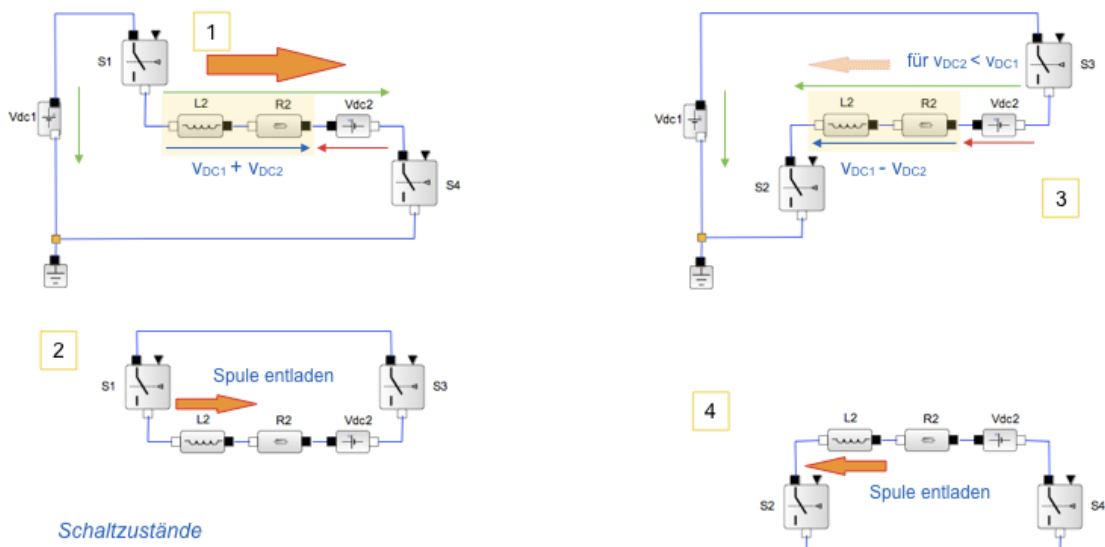
Lösungsbeispiel: Wahlweise wurde zwischen den Zuständen Z1 und Z3 geschaltet (normaler Betrieb der Brücke), und zwischen den Zuständen (Z3 und Z4). Es sind  $v_{dc1} = v_{dc2}$ , wobei die Polarität von  $v_{dc2}$  wie oben gezeigt gewählt wurde (somit Lastfluss von Zweig 2 nach Zweig 1).



Ergebnis: Schalten zwischen Z1 und Z3 ermöglicht die Variation des Stroms im Zweig 2 in der gegebenen Lastflussrichtung. Die Spannung im gesamten Zweig variiert hierbei zwischen  $\pm v_{dc1}$ . Da jedoch stets  $v_{dc2} = v_{dc1}$  entgegen wirkt, bleibt der Strom und somit der Lastfluss stets negativ.

Schalten zwischen Z3 und Z4 bewegt den gesamten Lastzweig zwischen 0 und  $-v_{dc1}$ , wodurch sich bei gleichem Tastverhältnis der Effekt verstärkt. Der gegenüber der ersten Variante größere Strom hierdurch und geringfügig durch die Pumpwirkung der entladenen Spule zustande.

Zusatzfrage: Wenn man die Polarität von des Zweiges 1 ändert ( $v_{dc1}$ ), bzw. die Polarität des Zweiges 2 ändert ( $v_{dc2}$ ) dreht sich die Richtung des Lastflusses um. Eine solche Umschaltung liesse sich z.B. durch Schalter bewerkstelligen. Folgende Abbildung illustriert das Prinzip für die umgekehrte Polarität von  $v_{dc2}$ . Bei gleichen Spannungen  $v_{dc1} = v_{dc2}$  wäre nun eine Umkehr des Lastflusses möglich.



## 4.6. Frequenzumrichter

Ein Motor soll frequenzgeregelt an einem einphasigen Netz betrieben werden. Hierzu soll ein Frequenzumrichter entworfen werden, der aus den folgenden Komponenten besteht:

- Gleichrichter
- DC-Hochsetzsteller
- Wechselrichter
- Spannungsregler für den DC-Hochsetzsteller
- Einstellung der Frequenz für den Antrieb

Für Entwurf und Simulation soll in den folgenden Schritten vorgegangen werden. Hierbei werden zunächst die Komponenten einzeln getestet. Nach Test der Komponenten werden diese schrittweise zum Gesamtsystem zusammen gefügt.

Frage 4.6.1: Parameter und Blockschaltbild. Für die Last sei angenommen: Leistung 3 kW an 400V Leiter-zu-Leiter-Spannung, Drehzahl zwischen 1200 bis 6000 Umdrehungen pro Minute. Die Last (Antrieb) besitzt einen 3-phasigen Drehstromanschluss; die Drehzahl ist über die Frequenz des Drehstromsystems einstellbar. Netz: einphasiges Niederspannungsnetz mit 230 V Leiter-zu-Neutralleiter. Skizzieren Sie ein Blockschaltbild des Umrichters vom Netz bis zur Last.

Frage 4.6.2: Gleichrichter. Implementieren Sie ein Modell des Gleichrichters (z.B. ein Brückengleichrichter). Verwenden Sie als Last eine ohmsche Last, so daß die geforderte Leistung umgesetzt wird. Wählen Sie für das Netz eine geeignete Netzimpedanz. Testen Sie Ihr Modell in der Simulation.

Frage 4.6.3: Wechselrichter. Implementieren Sie das Modell eines Wechselrichters für eine dreiphasige Last der oben genannten Leistung. Testen Sie Ihr Modell an einem geeigneten DC-Zwischenkreis, der die Verhältnisse einigermaßen realistisch wiedergibt.

Frage 4.6.4: Teilsystem Netz, Gleichrichter, Wechselrichter und Last. Schalten Sie die Komponenten aus den Aufgaben oben zu einem Teilsystem zusammen und überprüfen Sie die Spannung an der Last. Kann die geforderte Spannung gehalten werden?

Frage 4.6.5: DC-Hochsetzsteller mit Regler. Implementieren Sie das Modell eines DC-Hochsetzstellers. Überprüfen Sie Ihr Modell mit einer geeigneten Quelle und einer geeigneten Last. Ergänzen Sie einen Regler für die Sekundärspannung.

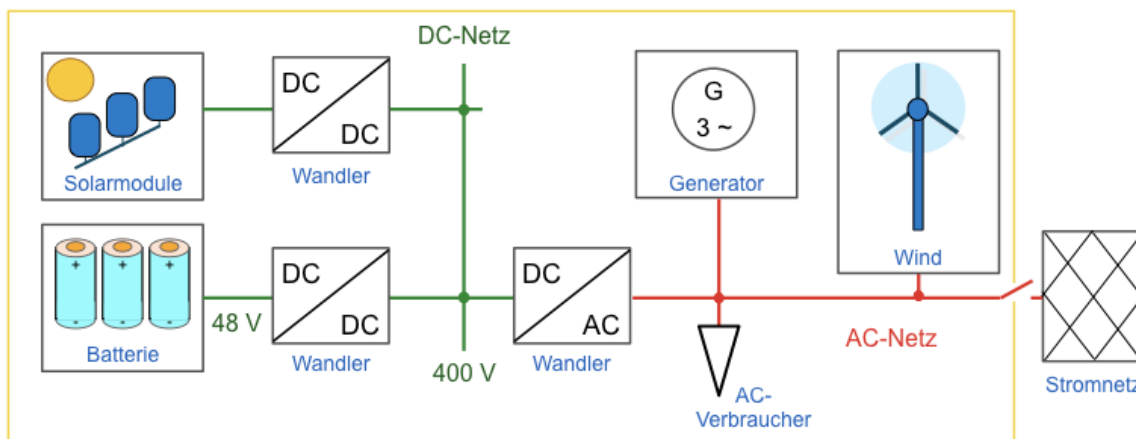
Frage 4.6.6: Gesamtsystem. Ergänzen Sie Ihren Umrichter mit dem DC-Hochsetzsteller und überprüfen Sie die Funktion. Stellen Sie den Spannungsregler so ein, dass das Spannungsniveau an der Last bei Nenndrehzahl passt.

Frage 4.6.7: Einstellung der Drehzahl. Ergänzen Sie Ihren Umrichter so, dass die Frequenz des Drehstromsystems einstellbar wird (Steuerung, keine Regelung). Überprüfen Sie die Funktion.

Frage 4.6.8: Last mit Trägheitsmoment und Drehzahlregelung. Ergänzen Sie die Last um ein Trägheitsmoment (bzw. um ein Zeitverhalten, das beim Hochlaufen bzw. Bremsen verzögert). Ergänzen Sie die Einstellung der Drehzahl dann um einen Drehzahlregler.

## 5. Inselnetz

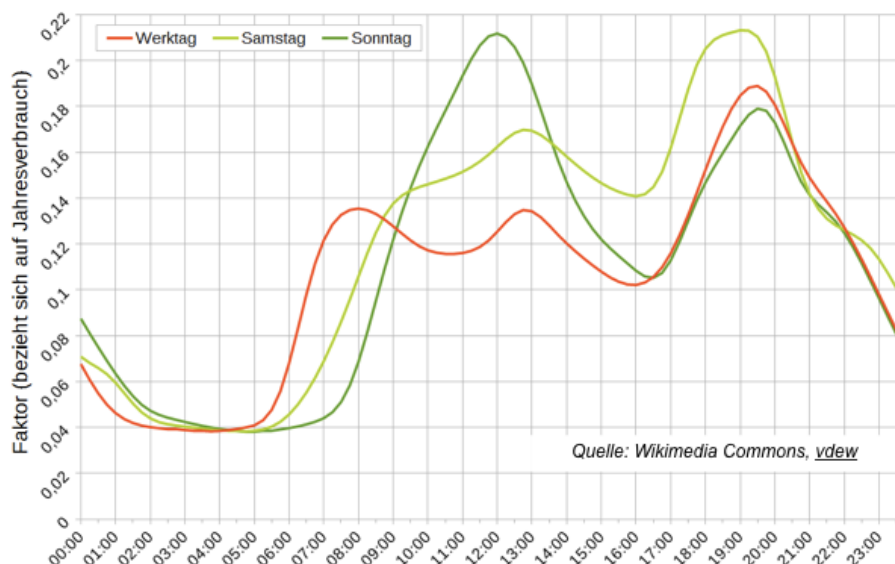
Ein Netz soll so ausgestattet werden, dass es unabhängig vom externen Energieversorgungsnetz autonom betrieben werden kann. Hierzu sind die in folgender Abbildung gezeigten Komponenten vorgesehen.



Das Netz soll sich mit Hilfe von Solarmodulen und einer Windanlage versorgen, die mit Hilfe einer Batterie gepuffert sind. Ein Dieseldieselgenerator ist vorgesehen um Versorgungsengpässe zu überbrücken. Dieser Generator ist üblicherweise nicht in Betrieb und muss gegebenenfalls angefahren werden. Ein Energieüberschuss soll zum Aufladen der Batterie verwendet werden, abhängig vom Ladezustand der Batterie. Alternativ können Verbraucher als Energiesenken gezielt dazu geschaltet werden.

### 5.1. Lastprofile

Zur Planung des Bedarfs und der Auslegung des Netzes sollen standardisierte Lastprofile verwendet werden. Ein Beispiel zeigt folgende Abbildung.



Die Lastprofile zeigen Schwankungen im Strombedarf über Tagesprofile im Jahr für unterschiedliche Verbraucherguppen wie z.B. Haushalte, Gewerbe, Landwirtschaft. Die Profile wurden vom BDEW (Bundesverband der Energie- und Wasserwirtschaft) standardisiert und in Form einer Tabellenkalkulation veröffentlicht.

Frage 5.1.1: Planung des Bedarfs. Laden Sie eins der Standardprofile (z.B. Haushalte H0) und skalieren Sie die Kurve für den Tagesbedarf so, dass der durchschnittliche jährliche Verbrauch korrekt wiedergegeben wird. Hinweis: Ein vereinfachter Ausschnitt findet sich als Tabellenkalkulation bei den Modellen Teil 1 zu Kapitel 5 im [Web](#).

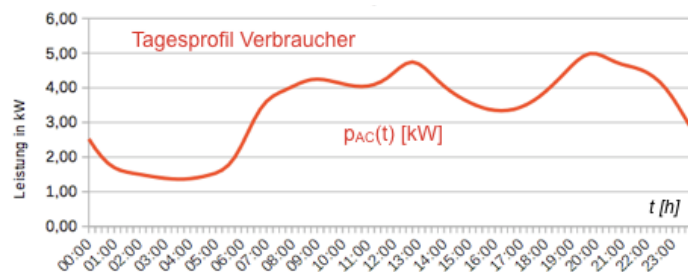
Lösung: Die Standardprofile geben Viertelstundenwerte der Leistung wieder. Eine Leistung vom 1 W über eine Viertelstunde entspricht somit 0,25 kWh. Mit Hilfe dieser Umrechnung lässt sich z.B. das Profil über einen Jahresbedarf von 3000 kWh pro Haushalt skalieren.

Frage 5.1.2: Analysieren Sie den Leistungsbedarf über den Jahresbedarf, bzw. am Wochenenden im Vergleich zur Arbeitswoche. Worin bestehen die Unterschiede.

Frage 5.1.3: Analysieren Sie andere Verbrauchergruppen. Worin bestehen die Unterschiede?

Frage 5.1.4: Vorgabe für das Inselnetz. Geben Sie ein geeignetes Lastprofil für Ihr Inselnetz vor. Skalieren Sie Ihr Lastprofil passend. Hinweis: Für eine sehr vereinfachte Sicht genügt ein Tagesprofil. Genauer wären repräsentative Tagesprofile im Sommer und im Winter.

Lösungsbeispiel: 10 Haushalte mit identischem Tagesprofil über das Jahr und durchschnittlichem Jahresbedarf von 3000 kWh pro Haushalt (grobe Vereinfachung).



## 5.2. Erzeugerprofile

Erneuerbare Energiequellen wie Sonne und Wind stehen nicht durchgehend zur Verfügung. Speziell Solarenergie richtet sich auch bei schönem Wetter nach dem Sonnenstand. Wie bei den Verbrauchern lassen sich Tagesprofile über zur Planung und Auslegung einsetzen.

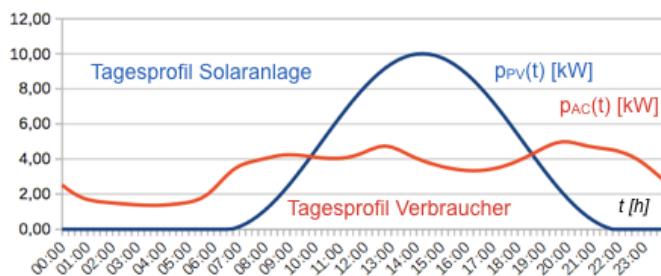
Frage 5.2.1: Erzeugerprofile Windenergie und Solarenergie. Recherchieren Sie nach Quellen für Erzeugerprofile, z.B. nach Sonnenkarten und Windkarten des Deutschen Wetterdienstes.

Frage 5.2.2: Für Solaranlagen in Deutschland sei angenommen, dass die Ausbeute einer Anlage mit Spitzenleistung 1 kW im Jahr ca 1000 kWh beträgt. Man rechnet also mit ca 1000 Betriebsstunden pro Jahr. Der Flächenbedarf einer Anlage mit 1 kW Spitzenleistung beträgt ca 5 m<sup>2</sup>. Welche Anlagengröße wird benötigt für eine Energiemenge von 30 MWh pro Jahr?

Frage 5.2.3: Worin besteht die Besonderheit einer Solaranlage bei der Versorgung der Verbraucher im Netz? Wie lassen sich Angebot und Nachfrage aneinander anpassen?

Frage 5.2.4: Erzeugerprofil für eine Solaranlage. Erstellen Sie ein Profil für eine Solaranlage und skalieren Sie die Kurve für den Tagesverlauf so, dass die Spitzenleistung der Anlage erreicht wird. Verwenden Sie hierzu eine gängige Dimensionierung, z.B. 1 kW Spitzenleistung für eine Anlage mit 5 m<sup>2</sup> Fläche. Das Profil soll mit der Fläche der Anlage skalierbar sein. Hinweis: Ein vereinfachter Ausschnitt findet sich als Tabellenkalkulation bei den Modellen Teil 1 zu Kapitel 5 im [Web](#).

Lösungsbeispiel: Für eine Anlage mit 50 m<sup>2</sup> Fläche ergibt sich folgendes Erzeugerprofil. Die Abbildung zeigt außerdem das Lastprofil auf Abschnitt 5.2. Man erkennt tagsüber ein Überangebot, in der übrigen Zeit eine mangelnde Deckung. Das Profil zeigt hierbei einen Sommertag. Im Winter ist das Angebot stark eingeschränkt.

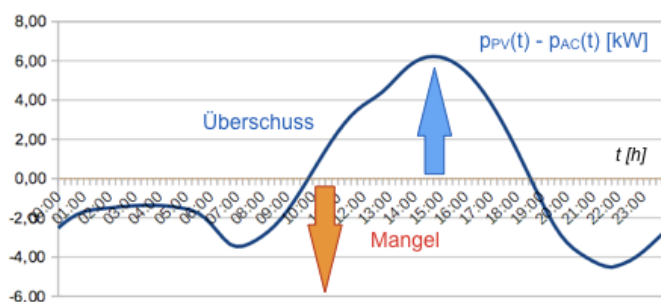


### 5.3. Auslegung der Anlage

Nachdem der Bedarf der Verbraucher festgestellt ist, soll die Solaranlage und der Batteriespeicher ausgelegt werden. Hierbei sei angenommen, dass an einem Sommertag diese Anteile der Anlage die Versorgung sicher stellen können.

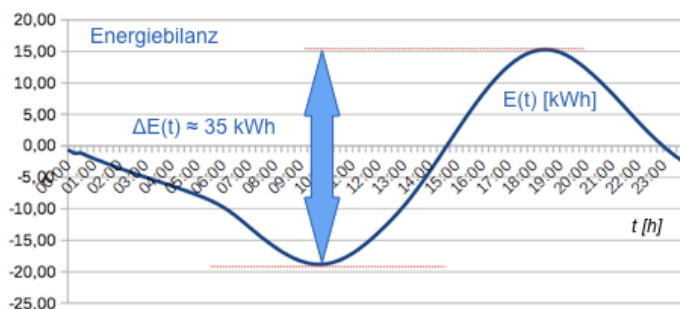
Frage 5.3.1: Differenz des Leistungsbedarfs. Berechnen Sie die Differenz aus Erzeugung und Verbrauch im Tagesverlauf mit Hilfe Ihrer Tabellenkalkulation und stellen Sie das Ergebnis als Diagramm dar. Hinweis: Ein Muster findet sich bei den Modellen Teil 1 zu Kapitel 5 im [Web](#).

Lösung: Erwartungsgemäß zeigt sich tagsüber an einem Sommertag ein Überangebot.



Frage 5.3.2: Energiebilanz. Damit der Fehlbetrag aus einem Energiespeicher gedeckt werden kann, ist die Energiebilanz über den Tagesverlauf interessant. Berechnen Sie diese aus der Leistungsbilanz. Welche Bedingung muss gelten, damit der Fehlbetrag aus einem Speicher gedeckt werden kann?

Lösung: Die Energie stellt das Integral der Leistung über der Zeit dar. Mit zeitdiskreten Werten berechnet man die Energie durch Aufsummieren der mit der Zeit gewichteten Leistungsdaten, d.h.  $E(k) = E(k-1) + p(k) \Delta t$ . Diese Formel entspricht einer rekursiv berechneten Summe, wobei als Zeitintervall eine Viertelstunde verwendet wird (0,25 h). Abhängig vom Startwert  $E(0)$  ergibt sich ein Verlauf, wie in folgender Abbildung gezeigt.



Die Anforderung ist erfüllt, wenn der Energiewert am Ende der Periode den Startwert übertrifft, d.h. die Energiebilanz positiv ist  $E(24:00 \text{ Uhr, Tagesende}) > E(00:00 \text{ Uhr, Tagesbeginn})$ .



Frage 5.3.3: Auslegung der Solaranlage. Legen Sie die Solaranlage so aus, dass die Energiebilanz des Systems über den Tagesverlauf insgesamt positiv ausfällt (siehe Frage 5.3.2).

Lösung: Die Fläche der Solaranlage wird so groß gewählt, dass die in der Lösung zu Frage 5.3.2 genannte Bedingung erfüllt ist. Für das gezeigte Beispiel benötigt die Solaranlage hierzu eine Fläche von wenigstens 50 m<sup>2</sup>.

Frage 5.3.4: Auslegung des Batteriespeichers. Welche Speicherkapazität wird benötigt, wenn die Solaranlage an einem Sommertag die Versorgung sicher stellen soll?

Lösung: Voraussetzung für die Energiebilanz:  $E(24:00 \text{ Uhr}) > E(00:00 \text{ Uhr})$ , siehe Frage 5.3.2. In diesem Fall lässt sich die Größe des benötigten Speichers aus der Energiedifferenz im Tagesverlauf ablesen. Der Verlauf der Energie wird hierbei so interpretiert, dass der Speicher bis zum Minimum der Kurve entladen wird, dann bis zum Maximum der Kurve aufgeladen. Aus dem Maximum kehrt er dann am Tagesende wieder in den initialen Ladezustand zurück. Die benötigte Speicherkapazität ist somit die Differenz zwischen dem höchsten und tiefsten Ladezustand. Im gezeigten Beispiel werden 35 kWh benötigt.

## 5.4. Implementierung der Komponenten

Zur Funktion des Gesamtsystems müssen die Komponenten nicht nur bzgl. der Leistungsbilanz bzw. der Energiebilanz zusammenspielen. Zur praktischen Implementierung gehören zusätzliche Voraussetzungen:

- Aufbau und Auslegung der Komponenten (Solaranlage, Wandler)
- Konzept für die Regelung und Abbildung einzelner Funktionen auf die Komponenten
- Überprüfung des Konzepts in der Simulation.

Bei der Auslegung und Implementierung der Komponenten spielen außerdem Verluste (Wirkungsgrade der Komponenten), der Aufwand, sowie wirtschaftliche Gesichtspunkte eine Rolle.

Frage 5.4.1: Batteriespeicher. Der Batteriespeicher soll mit preisgünstigen Niedervolt-Batterien realisiert werden. Als Batteriespannung soll 48 V verwendet werden. Das DC-Netz sei mit 400 V betrieben. Welche Rolle spielt der Wirkungsgrad des DC-Wandlers für die Batterie? Welche Möglichkeiten zur Implementierung eines solchen Wandlers gibt es? Wie bewerten Sie diese Möglichkeiten in Bezug auf den Wirkungsgrad?

Lösung: Da die Batterie zyklisch betrieben wird, spielt der Wirkungsgrad sowohl beim Laden als auch beim Entladen eine Rolle:  $\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{laden}} \eta_{\text{entladen}}$ . Für  $\eta_{\text{laden}} = \eta_{\text{entladen}} = 0,9$  verbleibt somit im Ladezyklus nur noch  $\eta_{\text{ges}} = 0,81$ . Da sich die Verbraucher im AC-Netz befinden, spielt außerdem der Wirkungsgrad des Wandlers zum AC-Netz eine Rolle, der in  $\eta_{\text{entladen}}$  eingerechnet werden muss.

Realisierungsmöglichkeiten: (1) direkte Wandlung (Tiefsetzsteller/Hochsetzsteller), (2) Wandler mit Zehrer, Transformator und Gleichrichter, (3) Betrieb am AC-Netz mit 50-Hz Transformator und Gleichrichter. Bewertung: Für eine direkte Wandlung (1) ist der Spannungshub zu hoch, Variante (2) erscheint realisierbar, hat jedoch viele Stufen. Es zählen die Anzahl der Umformungen im Gesamtsystem. U. U. besitzt der Betrieb am AC-Netz die wenigsten Stufen und ist daher am günstigsten.

Frage 5.4.2: Solarmodule. Die Anlage soll auf eine jährliche Energiemenge von 30 MWh ausgelegt werden. Für die Solaranlage seien 900 Betriebsstunden mit Spitzenleistung pro Jahr angenommen. Es sollen Solarmodule mit einer Nennleistung von 240 W Spitzenleistung angenommen werden (bei einer Betriebsspannung von 40 V). Welche Leistung benötigt die Solaranlage? Wieviele Module werden benötigt? Wie erfolgt die Beschaltung?

Lösung: (1) Anlagengröße: Spitzenleistung:  $30 \text{ MWh} / 900 \text{ h} = 33 \text{ kW}$ . (2) Mit 0,24 kW Spitzenleistung pro Modul werden hierzu insgesamt 140 Module benötigt. (3) Beschaltung: Mit 10 Modulen in Serie



wird die gewünschte Betriebsspannung erreicht. Es sind also insgesamt  $140/10 = 14$  Stränge mit jeweils 10 Modulen erforderlich. Der Strom pro Strang beträgt 6 A (Serienschaltung)

Frage 5.4.3: Solarwandler. Wie ist der Solarwandler auszulegen? Welchem Konzept folgt die Regelung der Einspeisung?

Lösung: (1) Der Solarwandler muss in der Lage sein, die Spitzenleistung der Anlage einzuspeisen. Bei einer Betriebsspannung von 400 V und insgesamt 33 kW Leistung beträgt der zu führende Strom insgesamt 84 A. Ein Aufbau aus parallelen Wandlern für mehrere Stränge ist möglich (z.B. zwei Wandler mit jeweils 20 kVA Bemessungsscheinleistung). Die Wandler zum Batteriespeicher und ins AC-Netz müssen ebenfalls für diese Bemessungsgrößen ausgelegt werden.

(2) Regelung der Einspeisung: Konzept = maximale Leistungsausbeute. Die durch Sonneneinstrahlung verfügbare Leistung wird komplett eingespeist. Hierzu erfolgt die Ermittlung der möglichen Spitzenleistung (engl: maximum power point tracking). Der Regler des Solarwandlers erhält diese als Führungsgröße. Die folgenden Komponenten müssen also in der Lage sein, diese Leistung aufzunehmen.

Frage 5.4.4: Dieselgenerator. Bei schlechtem Wetter (Mangel an Solarenergie) soll der Dieselgenerator die Versorgung sicher stellen. Wie wäre der Dieselgenerator auszulegen? Wie schätzen Sie Investitionskosten und Betriebskosten hierfür ein? Welche Alternativen gäbe es zum Diesel? Wie bewerten Sie diese Alternativen?

Lösung: (1) Auslegung: insgesamt ca. 40 kVA Bemessungsscheinleistung. (2) Investitionskosten: relativ hoch; Betriebskosten (Brennstoffkosten) abhängig von der Nutzungsdauer. (3) Alternativen: Überdimensionierung der Solaranlage und der Batterie; Ergänzung durch eine Windanlage. (4) Bewertung: Eine Ergänzung durch eine kontinuierlichere Energiequelle als die Solarenergie wäre sinnvoll, ggf. durch eine Windanlage. Die Alternativen müssten kommerziell bewertet werden, z.B. durch eine Investitionsrechnung nach der Annuitätenmethode (siehe Modelle Teil 1 zu Kapitel 5 im [Web](#)).

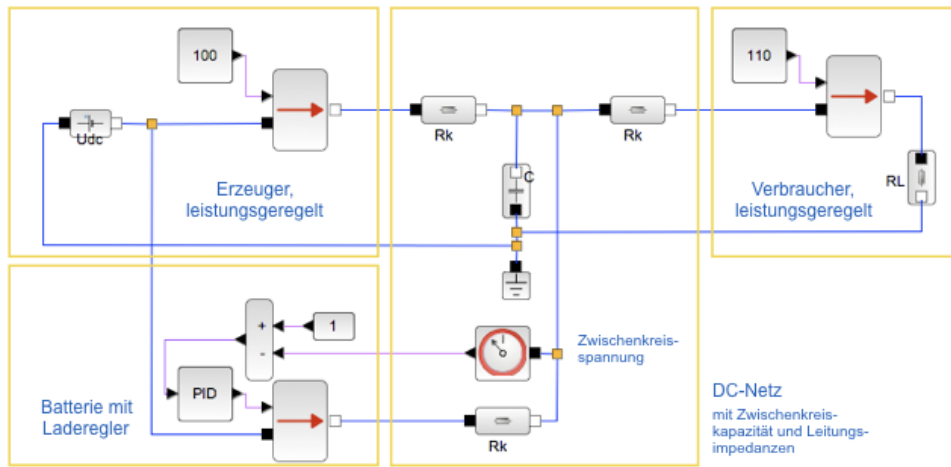
Frage 5.4.5: Laderegler. Im Netz agieren sowohl Verbraucher (Nachfrage) als auch die Solarquelle (auf der Angebotsseite) gemäß ihrem Lastprofil bzw. Erzeugerprofil. Die Leistungsdifferenz soll aus dem Batteriespeicher ausgeglichen werden. Wie ist der Laderegler der Batterie auszuführen, damit das Angebot mit der Nachfrage in Deckung gebracht werden kann? Hinweis: Erstellen Sie erst ein Konzept zur Leistungsregelung, unabhängig von einer möglichen Implementierung. Nennen Sie Möglichkeiten zur Implementierung. Überprüfen Sie anschliessend Ihr Konzept in der Simulation.

Lösung: (1) Konzept: Die Batterie soll auf die Differenz von Angebot und Nachfrage reagieren. Übersteigt das Angebot die Nachfrage, erhöht die Batterie die Nachfrage, indem überschüssige Energie aufgenommen wird. Deckt das Angebot die Nachfrage nicht ab, ergänzt die Batterie das Angebot, indem zusätzliche Energie bereit gestellt wird. Hierzu benötigt die Batterie einen Indikator für die Leistungsbilanz im Netz. Das Konzept benötigt außerdem eine Begrenzung, abhängig vom Ladezustand der Batterie. In der Begrenzung gelten Ausnahmeregeln.

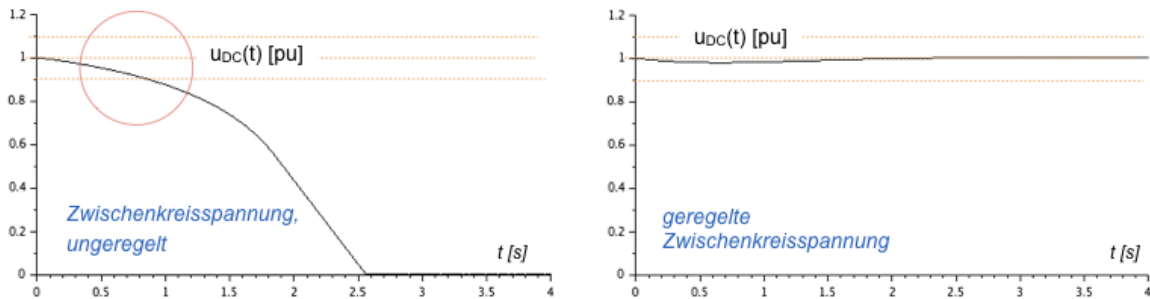
(2) Implementierung: Als Indikator für die Leistungsbilanz könnte eine direkte Leistungsmessung am Erzeuger und am Verbraucher verwendet werden. Die Differenz liesse sich als Führungsgröße für den Laderegler verwenden. Hierzu wäre jedoch Messtechnik und eine Kommunikationsinfrastruktur erforderlich. Als Alternative könnte die Spannung am Anschlusspunkt der Batterie gemessen werden. Bei einem Leistungsüberschuss sollte die Einspeisung die DC-Spannung anheben. Umgekehrt sollte eine große Leistungsanforderung zu einem Spannungseinbruch führen. Führungsgröße für den Laderegler wäre somit die Spannung am Anschlusspunkt im DC-Netz.

(3) Simulation: Erzeuger und Verbraucher lassen sich als leistungsgeregelte Quellen bzw. Senken interpretieren, die an das DC-Netz mit Hilfe von Leistungsimpedanzen gekoppelt sind. Als Energiespeicher wird im DC-Netz eine Zwischenkreiskapazität vorgesehen. Der Zwischenkreiskondensator wird durch eine Abweichung der zugeführten Leistung von der abgeführten Leistung entladen, bzw. aufge-

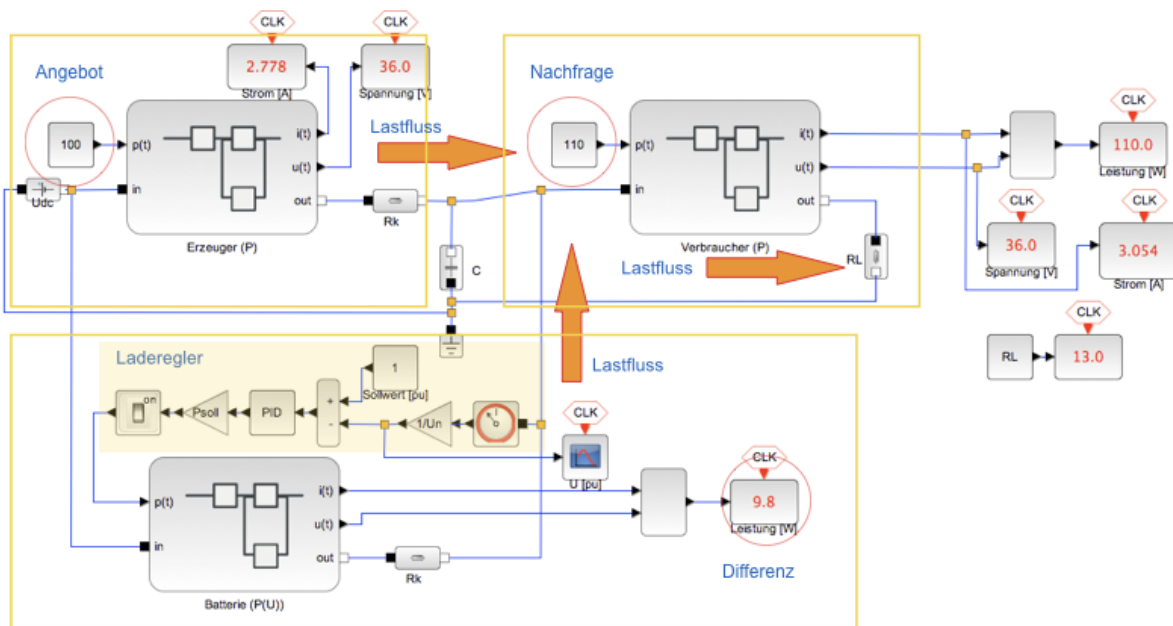
laden. Die Zwischenkreisspannung schwankt somit mit der Leistungsbilanz. Folgende Abbildung illustriert das Funktionsprinzip, ist aber in dieser Form nicht simulationstauglich.



Die Zwischenkreisspannung wird an einem Anschlusspunkt gemessen und als Istwert des Ladereglers verwendet. Folgende Abbildung zeigt einen Simulationslauf ohne und mit Regler.



Zur Simulation wurde die in folgender Abbildung gezeigte Anordnung verwendet.



Frage 5.4.6: Steuerung von Verbrauchern. Wenn das Angebot begrenzt ist und die Batterie keine Energie mehr liefern kann, ist eine Regelung der Leistungsbilanz über das Angebot nicht mehr möglich. In diesem Fall muss die Nachfrage begrenzt werden, d.h. es müssen Verbraucher abgeregelt bzw. abgeschaltet werden. Umgekehrt könnten bei einem Überangebot und mangelnder Aufnahmefähigkeit der Batterie zusätzliche Verbraucher (z.B. Heizungen mit thermischem Speicher, Kühlanlagen) zugeschaltet werden. Wie könnte man eine solche Steuerung der Verbraucher umsetzen?

Lösung: Die Anforderung muss an die Verbraucher kommuniziert werden. Hierzu ist eine Kommunikationsverbindung erforderlich. Die Anforderung könnte z.B. als zusätzliches Steuersignal über die Stromleitung übertragen werden: Eine andere Möglichkeit wäre, dass der Wandler zwischen DC-Netz und AC-Netz durch Modulation der Netzfrequenz mit den Verbrauchern kommuniziert.

Einen Mangel an Leistung könnte er z.B. durch eine höhere bzw. niedrigere Netzfrequenz gegenüber dem Sollwert (z.B. 50 Hz) anzeigen. Die Geräte benötigen dann eine Messeinrichtung für die Netzfrequenz. Die Netzfrequenz dient dann als Führungsgröße für die Steuerung der Verbraucher. Dieser Betrieb ist nur dann möglich, wenn der DC/AC-Wandler die Netzfrequenz stellen kann.

Bei Verwendung des Dieselgenerators sollte dieser die Netzfrequenz führen, bzw. die Netzfrequenz wird durch das externe Stromnetz geführt. In letzterem Fall gibt es keinen autonomen Betrieb des Teilnetzes (Inselnetz). Allerdings kann das externe Stromnetz die Leistungsbilanz ausgleichen.

## 6. Seminararbeit

### 6.1. Vorgegebene Aufgabe: Ansteuerung eines BLDC-Motors

Entwerfen Sie eine Ansteuerung für einen bürstenlosen Gleichstrommotor (brushless dc drive, BLDC). Verwenden Sie realistische Motordaten, z.B. 24V, 5A, Nenndrehzahl 60 1/s.

Frage 6.1.1: Kontrollpfad. Entwerfen Sie eine Steuerlogik zur Wandlung einer Gleichstromquelle in ein Drehfeld für den Motor. Die Drehzahl soll einstellbar sein. Die Steuersignale sollen eine 3-phasi-ge H-Brücke ansteuern.

Frage 6.1.2: Streckenmodell. Entwerfen Sie ein einfaches Streckenmodell für den Motor zum Test Ihrer Ansteuerung. Testen Sie Ihre Ansteuerung in der Simulation am Motor.

Frage 6.1.3: Regler. Entwerfen Sie eine Drehzahlregelung für den Motor. Der Motor soll bei veränderlichem Lastmoment eine vorgegebene Drehzahl halten. Testen Sie Ihre Drehzahlregelung in der Simulation.

Frage 6.1.4: Dokumentieren Sie Ihre Ergebnisse aus den vorangegangenen Aufgaben in Form eines Laborberichts. Diese Aufgabe dient dem Einstieg in Teil 2 der Vorlesung und ist vor dem zweiten Vorlesungsblock zu erledigen.

### 6.2. Freies Thema

Wird im ersten Vorlesungsblock besprochen und festgelegt. Ziel ist eine eigenständige Untersuchung technischer Anlagen und Systemen mit den Methoden aus der Vorlesung. Die Wahl des Themas ist frei. Das Thema sollte jedoch mit dem Dozenten besprochen und vereinbart werden. Im vorausgegangenen Semester wurden folgende Themen gewählt:

- Schwingungsverhalten und thermisches Verhalten von Elektromotoren
- Belastung der Gleichstrommaschine inklusive Parametrierung
- Lastflussberechnungen im DC-Netz und im AC-Netz
- Drehzahlsignal aus Inkrementalgeber
- Dreiphasiger Frequenzumrichter
- Hochsetzsteller und Tiefsetzstellern
- Regelung der Eigenversorgung eines Wohnblocks
- Simulation eines Windrads
- Modellierung und Simulation von DC/DC-Wandlern
- Absolutgeberfunktion für einen BLDC-Motor

## Englisch - Deutsch

Active power	Wirkleistung
Apparent power	Scheinleistung
Capacitor	Kapazität
Circuit breaker	Leistungsschalter
Line voltage	Leiter-zu-Leiter Spannung (Effektivwert)
Inductor	Induktivität
Nominal power	Nennleistung
Nominal voltage	Nennspannung
Peak value	Spitzenwert
Phase voltage	Leiter-zu-Nullleiter Spannung (Effektivwert)
Reactive power	Blindleistung
Resistor	Widerstand
Transformer	Transformator
Transmission	Übertragung
Voltage source	Spannungsquelle
Winding	Wicklung
...	
...	

## Abkürzungen

AC	Alternating Current, Wechselstrom
DC	Direct Current, Gleichstrom
$T = 1/f$	Schwingungsdauer, Periodendauer [s]
$f = 1/T$	Frequenz, Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit [1/s]
$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$	Kreisfrequenz, Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung [1/s]
E	Energie [Joule, J, Nm, Ws, $\text{kg m}^2/\text{s}^2$ ] potentielle Energie $E_p = 1/2 k y^2$ , kinetische Energie, Translation $E_k = 1/2 m v^2$ , kinetische Energie, Rotation $E_r = 1/2 J \omega^2$ , Energie elektrisches Feld $E_C = 1/2 C U^2$ , Energie magnetisches Feld $E_L = 1/2 L I^2$
RMS	Root mean square (Effektivwert)
Z	komplexer Widerstand (Impedanz, impedance)
R	Wirkwiderstand (resistance)
X	Blindwiderstand (Reaktanz, reactance)
Y	komplexer Leitwert (Admittanz, admittance)
G	Wirkleitwert (conductance)
B	Blindleitwert (susceptance)
S	Scheinleistung (apparent power, in VA = Volt Ampere)
P	Wirkleistung (power, in Watt)
Q	Blindleistung (reactive power, in Var = Volt ampere reactive)
A	Ampere
deg	degrees (Phasenwinkel in Grad)
kV	Kilo Volt (1000V)
kVA (Wirkleistung))	Kilo Volt Ampere (Scheinleistung S, zur Unterscheidung von kW =
kVar	Kilo Volt Ampere reactive (Blindleistung, Q)
MS	Mittelspannung
NS	Niederspannung
ONT	Ortsnetztransformator
p.u.	per unit (auf Nennwert und physikalische Einheit normierte Größe)
PV	Photovoltaik
W	Watt (Wirkleistung, P)

## Literatur

- (1) Scilab/Xcos Open Source Simulationswerkzeug: <http://www.scilab.org/download/5.5.2>
- (2) Günter Faas, Scilab: Eine Einführung in das Mathematikprogramm Scilab; Books on Demand, 2014, ISBN-13: 978-3732297542
- (3) Gert Hagmann, Leistungselektronik: Grundlagen und Anwendungen in der elektrischen Antriebstechnik; AULA-Verlag; 5. Auflage, 2015, ISBN-13: 978-3891047934
- (4) Johannes Teigelkötter, Energieeffiziente elektrische Antriebe: Grundlagen, Leistungselektronik, Betriebsverhalten und Regelung von Drehstrommotoren, Springer Vieweg, 2012, ISBN-13: 978-3834819383
- (5) Horst Kuchling, Taschenbuch der Physik, Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG; 21. Auflage, 2014; ISBN-13: 978-3446442184

Allgemein über die elektrischen Energieversorgungsnetze:

- (6) Klaus Heuck, Klaus-Dieter Dettmann, Detlef Schulz: Elektrische Energieversorgung: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie für Studium und Praxis, Vieweg+Teubner Verlag, 8. Auflage, 2010, ISBN 978-3834807366

Vertiefung Leistungselektronik:

- (7) Joachim Specovius, Grundkurs Leistungselektronik: Bauelemente, Schaltungen und Systeme, Springer Vieweg Verlag, 7. Auflage, 2015, ISBN-13: 978-3658033088
- (8) Dierk Schröder, Leistungselektronische Schaltungen: Funktion, Auslegung und Anwendung, Springer Vieweg, 3. Auflage, 2012, ISBN 978-3-642-30104-9 (eBook)
- (9) Rainer Jäger, Edgar Stein: Leistungselektronik: Grundlagen und Anwendungen, VDE-Verlag, 6. Auflage, 2011, ISBN-13: 978-3800729661
- (10) Rainer Jäger, Edgar Stein: Übungen zur Leistungselektronik: 82 Übungsaufgaben mit Lösungen; 50 digitale Simulationen, VDE-Verlag, 2012, ISBN-13: 978-3800731459

Vertiefung Modellierung und Simulation mit Scilab/Xcos und Modelica:

- (11) Sprachreferenz Modelica: <http://modref.xogeny.com>
- (12) Spezifikation der Modellierungssprache Modelica:  
<https://www.modelica.org/documents/ModelicaSpec33.pdf>
- (13) Helmut Büch, Einführung in Scilab/Xcos 5.4, Übersetzung und Erweiterung aus dem italienischen (G. Antonelli et al, Introduzione a Scilab 5.3), Publiziert unter Free Documentation Licence, Free Software Foundation <http://fsf.org>:  
<http://www.buech-gifhorn.de/scilab/Einfuehrung.pdf>
- (14) Stephan L. Campbell et al, Modeling and Simulation in Scilab/Scicos with ScicosLab 4.4, Springer New York, 2. Auflage, 2010, ISBN-13: 978-1441955265

## Anhang A – Komplexe Zeiger

### Phasorenschreibweise

Unter Phasoren bzw. komplexen Zeigern werden komplexe Zahlen verstanden, die bei Wechselstromkreisen mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz die Phasenlage der Spannungen, Ströme bzw. Impedanzen oder Admittanzen darstellen. Diese Interpretation vereinfacht die Berechnung von Schaltungen, die mit konstanter Frequenz betrieben werden, im eingeschwungenen Zustand. An dieser Stelle seien die Grundlagen dieser Methode noch einmal zusammengefasst.

Elektrische Schaltungen werden durch Differenzialgleichungen beschrieben. Beim Betrieb mit sinusförmigen Signalen fester Frequenz (harmonische Schwingung, erzwungene Schwingung) ist die Lösung der Differenzialgleichung ebenfalls ein sinusförmiges Signal. Für die Lösung der Differenzialgleichung kann man somit folgende Annahme treffen:

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) \quad (\text{A.1})$$

Hierbei bedeuten  $\hat{u}$  die Amplitude des Signals  $u(t)$  und  $\phi_u$  den Phasenwinkel des Signals mit Kreisfrequenz  $\omega$ . Für die Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Funktion ergänzt.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u) \quad (\text{A.2})$$

Diese Konstruktion dient der Vereinfachung der Berechnung. Das ursprüngliche Signal  $u(t)$  im Zeitbereich erhält man aus dem Realteil der komplexen Funktion, d.h.  $u(t) = \text{Re}\{\underline{u}(t)\}$ . Die komplexe Schreibweise lässt sich nun mit Hilfe der Eulerschen Beziehung  $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$  wie folgt umwandeln.

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\omega t} e^{j\phi_u} = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \quad (\text{A.3})$$

Letzterer Ausdruck  $e^{j\omega t}$  beschreibt als Zeitfaktor eine Kreisbewegung mit der Frequenz  $\omega$  im Einheitskreis (wegen  $|e^{j\omega t}| = 1$ ). Ersterer Ausdruck beschreibt die Amplitude und Phasenlage des Signals, somit den komplexen Zeiger (bzw. Phasor)  $\underline{U}$ .

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (\text{A.4})$$

Der komplexe Zeiger  $\underline{U}$  enthält keinerlei Zeitabhängigkeit mehr, sondern beschreibt Amplitude und Phasenlage des Signals als komplexe Amplitude.

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} \quad (\text{A.5})$$

Setzt man die Schreibweise

$$u(t) = \underline{U} e^{j\omega t} \quad (\text{A.6})$$

in eine Differenzialgleichung ein, so lässt sich die Zeitabhängigkeit eliminieren, da diese einheitlich der Beziehung  $e^{j\omega t}$  entspricht. Die Differenzialgleichung reduziert sich dann auf eine algebraische Gleichung, die sich mit algebraischen Mitteln lösen lässt.

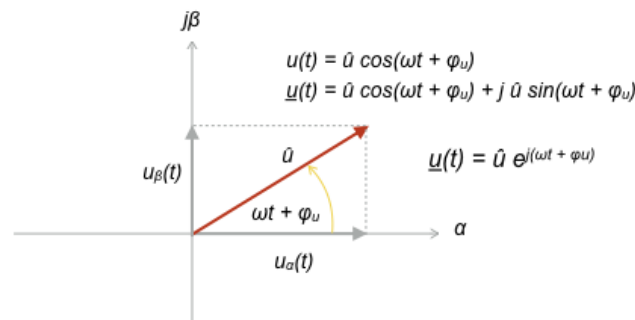
### Koordinatensystem $\alpha\beta$ der komplexen Erweiterung des Zeitsignals

Ein reelles Zeitsignal wird in Phasorenschreibweise wird das Signal mit Hilfe eines Imaginärteils zu einer komplexen Signal ergänzt (siehe A.1 und A.2):

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u)$$
$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u) + j \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u)$$

Realteil und Imaginärteil kann man somit in der Zeigerdarstellung in der komplexen Ebene wie in folgender Abbildung gezeigt darstellen.





Man erhält für den Realteil und den Imaginärteil:

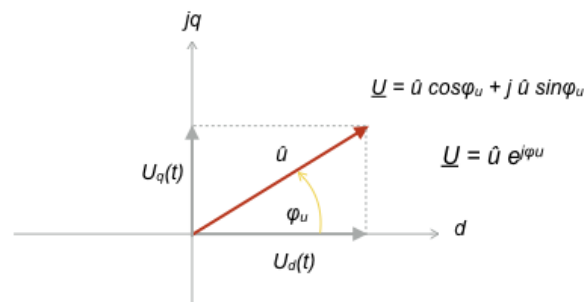
$$u_{\alpha}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \phi_u)$$

$$u_{\beta}(t) = \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u)$$

Das Koordinatensystem  $\alpha\beta$  entspricht somit der komplexen Erweiterung des Zeitsignals  $u(t)$ .

### Koordinatensystem $dq$ des komplexen Zeigers

Ist man nur an der Phasenlage des komplexen Zeigers interessiert, ohne die Drehbewegung mit Frequenz  $\omega$ , nimmt man statt des Zeitsignals  $u(t)$  den komplexen Zeiger  $\underline{U}$  als Basis, wie in folgender Abbildung gezeigt (siehe A.5).



Man erhält für den Realteil und den Imaginärteil:

$$U_d = \hat{u} \cos(\phi_u)$$

$$U_q(t) = \hat{u} \sin(\phi_u)$$

Wie man sieht, ist dieses Koordinatensystem statisch: es enthält keine Drehbewegung.

### Rekonstruktion des Zeitsignals aus dem Zeiger: Transformation $dq$ nach $\alpha\beta$

Möchte man ein statisches Koordinatensystem  $dq$  mit dem Zeiger (siehe A.5)

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u}$$

in Drehbewegung versetzen, so gelingt dies durch folgende Transformation:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

Der stationäre Zeiger  $\underline{U}$  wird mit dem rotierenden Einheitszeiger  $e^{j\omega t}$  multipliziert. Im allgemeinen Fall soll für der Phasenwinkels  $\theta(t) = \omega t$  bzw. allgemein  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  verwendet werden. In diesem Fall ergibt sich die Schreibweise:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil lautet die Transformation somit:

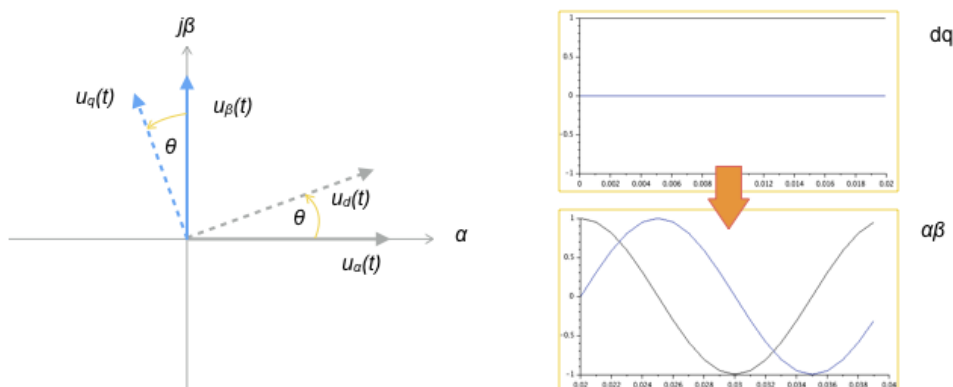
$$u_\alpha(t) = U_d \cdot \cos \theta - U_q(t) \cdot \sin \theta$$

$$u_\beta(t) = U_d \cdot \sin \theta + U_q \cdot \cos \theta$$

In Matrix-Schreibweise erhält man:

$$\begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix}$$

Folgende Abbildung illustriert die Transformation an einem Beispiel.



### Ermittlung des komplexen Zeigers aus dem Zeitsignal: Transformation $\alpha\beta$ nach $dq$

Liegt ein Zeitsignal  $u(t)$  vor und möchte man aus diesem den komplexen Zeiger  $\underline{U}$  ermitteln, so wird die Umkehrtransformation benötigt. Mit Hilfe der  $dq$ -Koordinaten wird die Lage des Zeigers relativ zur Drehbewegung mit  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  beschrieben. In Matrixform lautet die Transformation:

$$\begin{pmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{pmatrix}$$

Das Zeigerdiagramm aus der letzten Abbildung bleibt hier weiterhin gültig. Allerdings werden jetzt die rotierenden Achsen  $\alpha\beta$  auf die ihrerseits mit  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  ebenfalls in Rotation versetzten Achsen  $dq$  projiziert. Bei Gleichlauf wird hierdurch die Drehbewegung eliminiert. Bei phasensynchronem Gleichlauf ( $\phi_0 = \phi_u$ ) verbleibt nur der Realteil  $U_d$  des Zeigers, andernfalls ergibt sich die Phasenlage aus dem Realteil  $U_d$  und dem Imaginärteil  $U_q$ .

Anstelle der Verwendung der inversen Matrix lässt sich auch diese Transformation anschaulich herleiten. Möchte man aus einem sich drehenden Koordinatensystem  $\alpha\beta$  mit dem Zeiger

$$\underline{u}(t) = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

die Drehbewegung eliminieren, so gelingt dies durch folgende Transformation:

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} = \hat{u} e^{j\phi_u} e^{j\omega t} \cdot e^{-j\omega t}$$

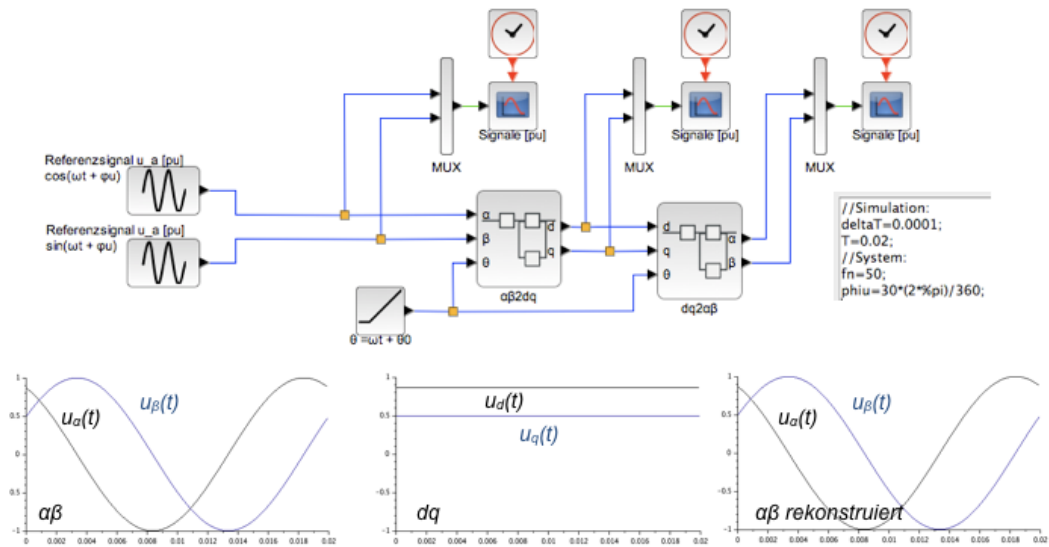
Im allgemeinen Fall soll für den Phasenwinkels  $\theta(t) = \omega t$  bzw. allgemein  $\theta(t) = \omega t + \phi_0$  gelten. In diesem Fall ergibt sich Schreibweise:

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\phi_u} = \underline{u}(t) \cdot e^{-j\theta}$$

Sortiert nach Realteil und Imaginärteil ergibt sich die oben genannte Transformation.

### Beispiel: Transformation $\alpha\beta$ nach $dq$ und zurück

Folgende Abbildung zeigt die Bestimmung des Zeigers aus dem Zeitsignal, sowie die Rekonstruktion des Zeitsignals aus dem Zeiger.



## Anhang B – Messung von Effektivwerten und Leistung

### Effektivwerte

zeitkontinuierlich:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$$

zeitdiskret:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s^2(i)} \quad \text{für ein Signal } s(i) \text{ mit Stützstellen } i = 0, 1, \dots, N-1$$

### Harmonische Signale

Signal:  $s(t) = \hat{s}_1 \sin(\omega t + \phi_1)$

Signal mit Oberwellen:  $s(t) = \sum_{k=1}^K \hat{s}_k \sin(k \omega t + \phi_k)$

Effektivwert:  $S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt}$

$$s^2(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2 \cos(2k\omega t + 2\phi_k) + 2 \sum_{k,m=1, k \neq m}^K \hat{s}_k \hat{s}_m \sin(k\omega t + \phi_k) \sin(m\omega t + \phi_m)$$

Nach Tiefpass-Filterung:

$$s^2(t)_{\text{tiefpass}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2$$

Effektivwert:

$$S_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{s}_k^2} = \sqrt{s^2(t)_{\text{tiefpass}}}$$

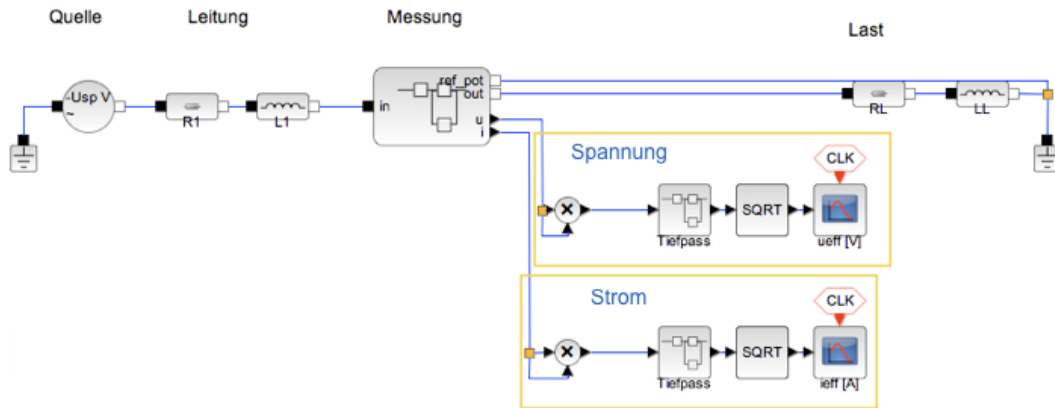
### Messung des Effektivwertes

direkte Methode: siehe Definition der Effektivwerte oben.

Speziell im zeitdiskreten Fall: numerisch aus abgetasteten Werten.

Harmonische Signale (mit Oberwellen):

Signalfloss siehe folgende Abbildung.



### Leistungsmessung

Harmonische Signale (mit Oberwellen):

Spannung: 
$$u(t) = \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \sin(k \omega t + \phi_{u,k})$$

Strom: 
$$i(t) = \sum_{k=1}^K \hat{i}_k \sin(k \omega t + \phi_{i,k})$$

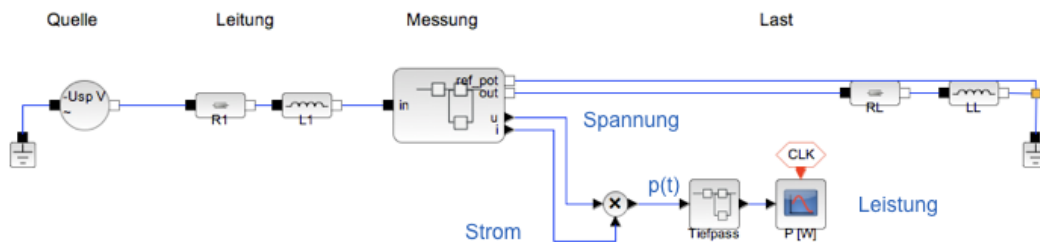
Leistung: 
$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = P + p_{HF}(t) \quad \text{Gleichanteil + pendelnde Leistung}$$

$$P = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \hat{i}_k \cos(\phi_{u,k} - \phi_{i,k})$$

$$p_{HF}(t) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \hat{u}_k \hat{i}_k \cos(2k \omega t + \phi_{u,k} + \phi_{i,k}) +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{k,m=1, k \neq m}^K \hat{u}_k \hat{i}_m (\cos((k-m)\omega t + \phi_{u,k} - \phi_{i,m}) + \cos((k+m)\omega t + \phi_{u,k} + \phi_{i,m}))$$

Signalfluss siehe folgende Abbildung.



Wirkleistung P: Leistung gemäß Berechnung bzw. Messung oben

Scheinleistung S:  $S = U \cdot I$  Produkt der Effektivwerte von Spannung und Strom

Blindleistung Q:  $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

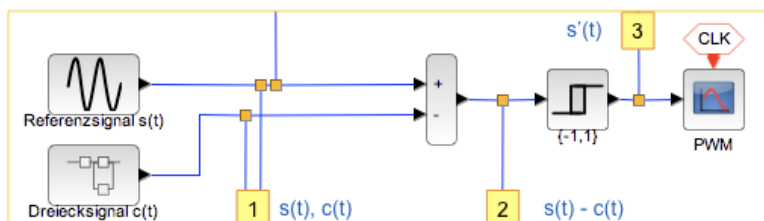
Leistungsfaktor  $\cos(\phi)$ :  $\cos(\phi) = \frac{P}{S}$

## Anhang C – Ansteuerung für Pulsweitenmodulation

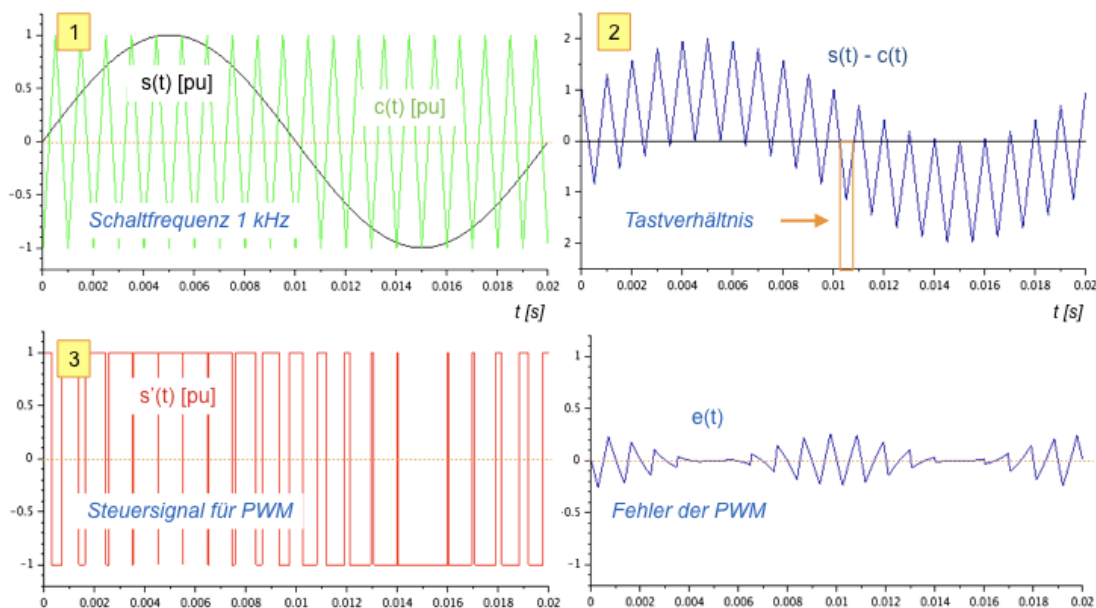
### Umrichter mit 2 Stufen

Referenzsignal:  $s(t) = \sin(2\pi f t)$  mit Netzfrequenz  $f$ , z.B.  $f = 50$  Hz  
 Dreiecksignal:  $c(t) = \text{Dreieck}(2\pi f_s t)$  mit Schaltfrequenz  $f_s$ , z.B.  $f_s = 2$  kHz

Mit Hilfe eines Komparators und Triggers wird ein Tastverhältnis gebildet:



Für die Signale erhält man beispielsweise:

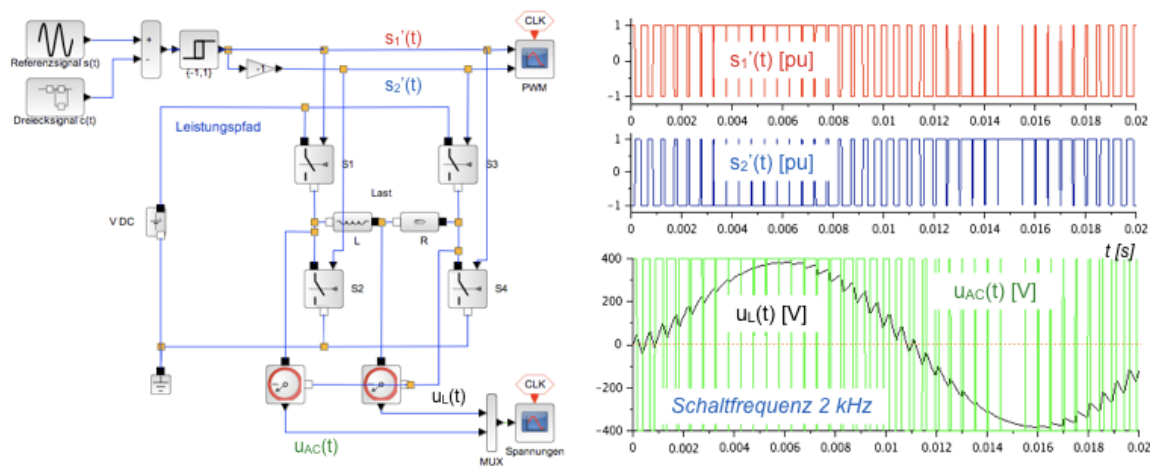


Der Fehler des getasteten Signal berechnet sich nach der integralen Abweichung

$$e(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^t (s(\tau) - s'(\tau)) d\tau \quad \text{mit } T_s = 1/f_s$$

Aus dem getasteten Signal  $s'(t)$  leiten sich unmittelbar die Steuersignale für die Brücke des Umrichters ab: Damit der Lastzweig mit dem getasteten Signal zwischen den beiden Polen der DC-Spannung umgeschaltet wird, müssen die beiden Schalterpaare  $S_1/S_3$  und  $S_2/S_4$  wechselseitig betätigt werden. Als Steuersignale werden das geastete Signal und für das zweite Schalterpaar das inverse geastete Signal verwendet.

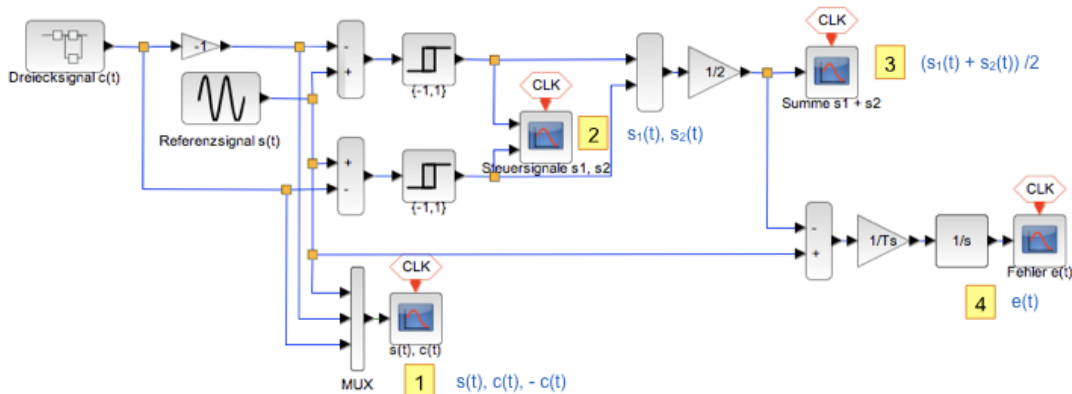
Hierdurch ergibt sich eine zwischen der Polarität der DC-Quelle wechselnde AC-Spannung mit den beiden Stufen  $+u_{DC}$  und  $-u_{DC}$ . Folgende Abbildung zeigt den kompletten Aufbau mit Leistungspfad, Steuersignalen für die Schalterpaare und Spannung über dem Lastzweig. Hierbei folgt die Spannung über dem Lastwiderstand  $R$  dem Strom im Lastzweig.



### Umrichter mit 3 Stufen

Referenzsignal:  $s(t) = \sin(2\pi f t)$  mit Netzfrequenz  $f$ , z.B.  $f = 50$  Hz  
 Dreiecksignal:  $c(t) = \text{Dreieck}(2\pi f_s t)$  mit Schaltfrequenz  $f_s$ , z.B.  $f_s = 2$  kHz  
 sowie ein inverses, und somit um  $\pi$  phasenversetztes Dreiecksignal.

Mit Hilfe eines Komparators und Triggers wird zwei Tastverhältnisse gebildet:



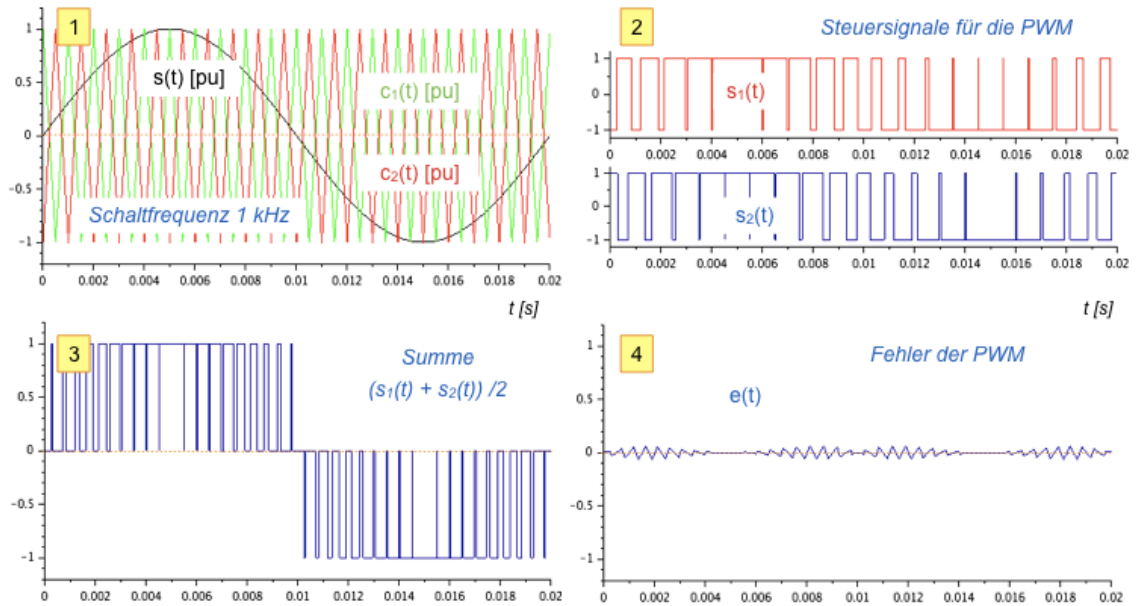
Aus der Überlagerung der beiden Tastverhältnisse  $s_1(t)$  und  $s_2(t)$  ergibt sich der approximierte Signalverlauf für ein getastetes Signal  $s'(t)$  mit den 3 Stufen  $\{1, 0, -1\}$ :

$$s'(t) = \frac{1}{2}(s_1(t) + s_2(t))$$

Der Fehler berechnet sich wieder gemäß:

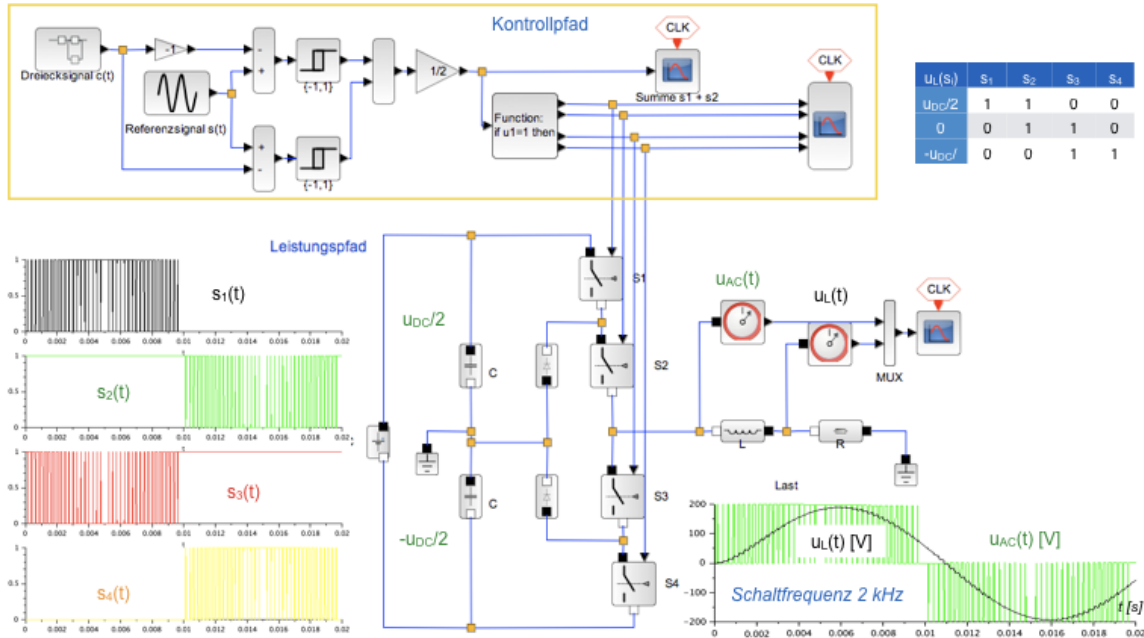
$$e(t) = \frac{1}{T_s} \int_0^t (s(\tau) - s'(\tau)) d\tau \quad \text{mit } T_s = 1/f_s$$

Für die Signale erhält man die in folgender Abbildung gezeigten Verläufe.



Bei Verwendung dreier Pegel fällt der Fehler der Approximation deutlich geringer aus.

Die benötigten 3 Spannungspegel lassen sich aus einer DC-Quelle mit Hilfe zweier in Serie geschalteter Kapazitäten realisieren. Hierbei wird die Mitte als Bezugspunkt mit Massepotenzial interpretiert. Es stehen somit die Pegel  $\{+u_{DC}/2, 0, -u_{DC}/2\}$  zur Verfügung.

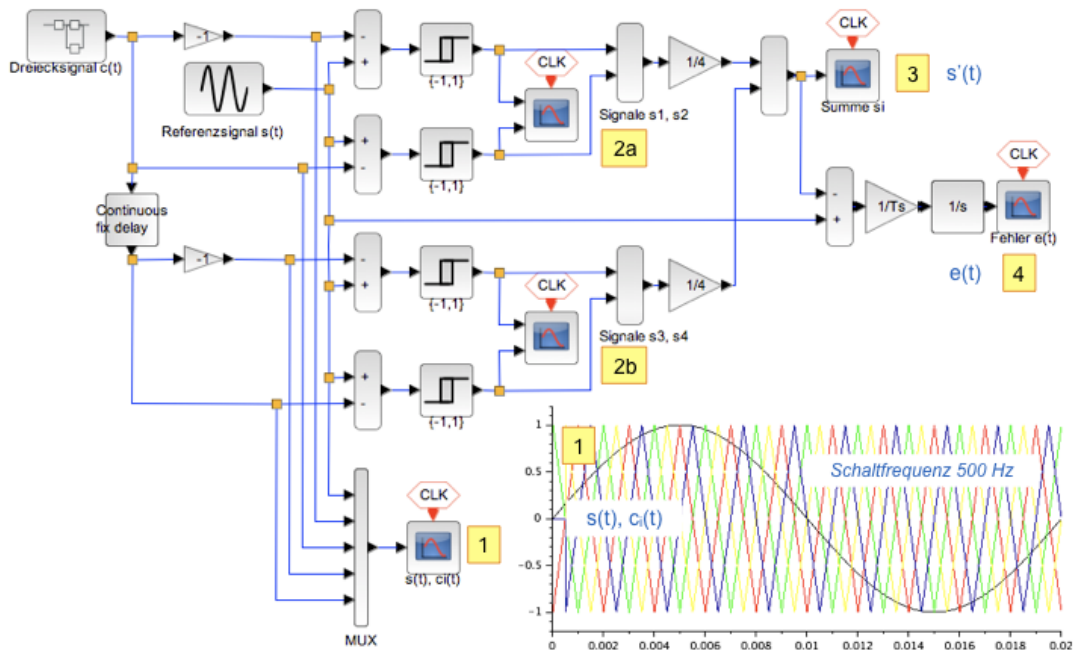


Die Brücke ist wie in der Abbildung gezeigt aufgebaut und besitzt 4 Schalter. Zu den 3 gewünschten Pegeln sind die benötigten Schaltsignale in der Tabelle oben rechts abgebildet. Die 4 benötigten Ansteuersignale für die Schalter werden durch Abfrage des Summensignals mit Hilfe der gezeigten Wertetabelle erzeugt.

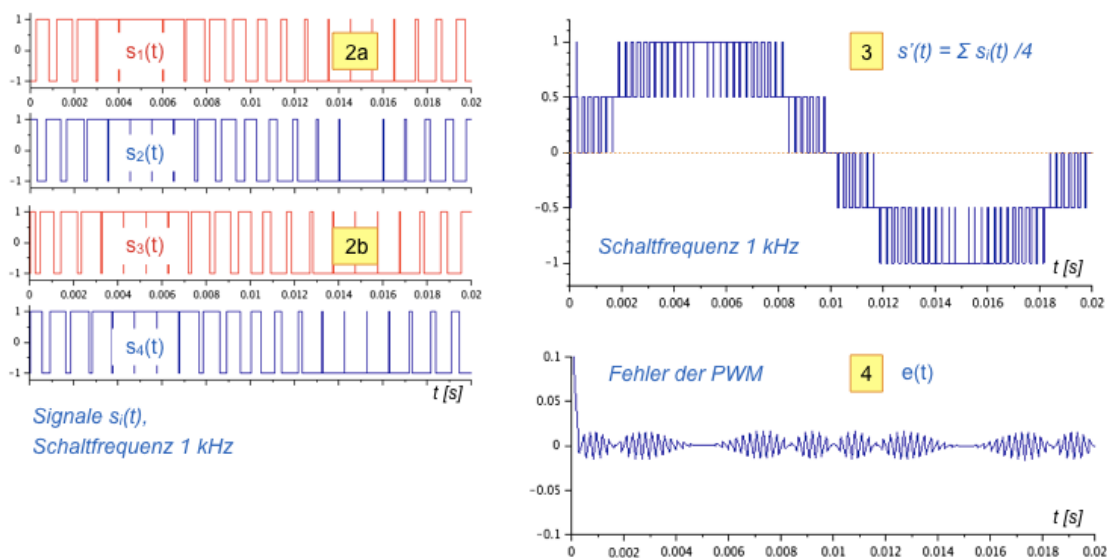


### Umrichter mit 5 Stufen

Ein Signal mit 5 Stufen der Höhe  $\{1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1\}$  lässt sich aus 4 Schaltsignalen durch Überlagerung erzeugen. Hierzu wird das Referenzsignal mit Hilfe von 4 Dreiecksignalen, die jeweils im eine Viertelperiode phasenversetzt sind, verarbeitet. Hierzu wird ein Dreiecksignal um eine Viertelperiode verzögert. Die Verschiebung um eine halbe Periode erhält man durch Invertieren des Ausgangssignals. Die Verschiebung um eine  $\frac{3}{4}$ -Periode erhält man aus dem invertierten Signal der  $\frac{1}{4}$ -Periode.

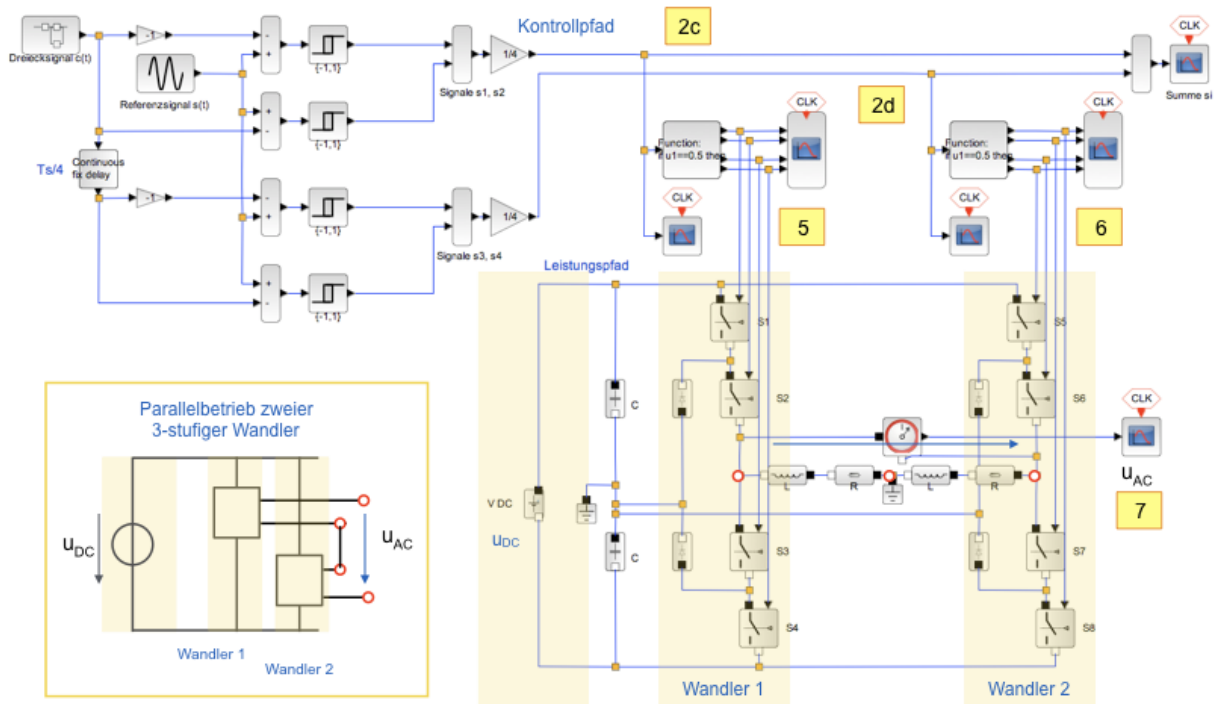


Das approximierte Signal  $s'(t)$  ergibt sich aus der Überlagerung der Schaltsignale.



Das Ergebnis lässt sich als Überlagerung zweier 3-stufiger Systeme interpretieren. Da die Stufe 0 hierbei geteilt wird, ergeben sich insgesamt 5 Signalstufen. Der Fehler der Approximation berechnet sich nach der bei den vorausgegangenen Systemen beschriebenen Methode.

Die Realisierung des Leistungspfades folgt ebenfalls dem Prinzip der Überlagerung zweier 3-stufiger Systeme: Es lassen sich zwei 3-stufige Wandler verwenden, die parallel an einer DC-Quelle betreiben werden.



Die Ausgänge der beiden Wandler sind hierbei in Serie geschaltet. Durch diese Überlagerung ergibt sich die gewünschte 5-stufige Wechselspannung. Die Erzeugung der Schaltsignale folgt der 3-stufigen Anordnung.

