



# MATHEMATIK IN RAUM UND FORM ENTDECKEN

MATHEMATISCHES DENKEN VON KITA- UND  
GRUNDSCHULKINDERN UNTERSTÜTZEN

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium  
für Bildung  
und Forschung

PARTNER

Helmholtz-Gemeinschaft

Siemens Stiftung

Dietmar Hopp Stiftung

Deutsche Telekom Stiftung

# INHALT

- 4 Stiftung „Haus der kleinen Forscher“
- 5 Grußwort
- 7 Über die Broschüre

## „RAUM UND FORM“ ALS FORSCHUNGSTHEMA

- 9 Was ist eigentlich Mathematik?
- 10 Grundschrirte des Mathematisierens
- 12 Das Thema „Raum und Form“ in den Bildungs- und Rahmenlehrplänen

## MATHEMATISCHE KOMPETENZEN IM BEREICH „RAUM UND FORM“ – ALS LERNBEGLEITUNG MATHEMATISCHES DENKEN UNTERSTÜTZEN

- 15 Die kindliche Entwicklung von Kompetenzen im Bereich „Raum und Form“
- 18 Lernerfahrungen im Bereich der visuellen Wahrnehmung unterstützen
- 20 Lernerfahrungen im Bereich des räumlichen Vorstellungsvermögens unterstützen

## ANREGUNGEN FÜR DIE PÄDAGOGISCHE PRAXIS

- 23 Geometrische Schauplätze sind überall!
- 26 Kreise, Drei- und Vierecke – Flächenformen kennen lernen und unterscheiden
- 31 Vieles hat zwei Seiten! – Symmetrien entdecken und selbst herstellen
- 35 Punkt an Punkt oder Linie an Linie – Musterbilder und Ornamente
- 41 Kugel, Zylinder und andere Körperformen – Körper kennen lernen und unterscheiden
- 45 Oben, unten, links und rechts – Positionen im Raum beschreiben und sich orientieren
- 49 Von nah und fern, von allen Seiten – Perspektiven im Raum

## WISSENSWERTES FÜR INTERESSIERTE ERWACHSENE

- 53 Mathematische Hintergründe und mehr
- 58 Glossar
- 62 Literaturverzeichnis, Lesetipps und Links
- 63 Danksagung, Impressum

# STIFTUNG „HAUS DER KLEINEN FORSCHER“

Die Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ hat sich ein großes Ziel gesetzt: Sie möchte allen Kindern im Kita- und Grundschulalter die alltägliche Begegnung mit naturwissenschaftlichen, mathematischen und technischen Themen ermöglichen.

Die Mädchen und Jungen sollen die Chance erhalten, dieses spannende Feld mit Freude für sich zu entdecken. Mit kontinuierlichen Fortbildungen, Ideen und immer neuen Materialien unterstützt die Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ pädagogische Fach- und Lehrkräfte bei der Umsetzung des Bildungsbereichs Naturwissenschaften, Mathematik und Technik im Alltag.

Im Zentrum stehen dabei das gemeinsame Lernen und Forschen der Kinder mit den Erwachsenen als Lernbegleiterinnen und Lernbegleiter – sowie das Lernen selbst. Mit der Einbindung der Stiftungsangebote in den Alltag der Kinder werden neben dem naturwissenschaftlichen, mathematischen und technischen Verständnis auch die Entwicklung von Sprach-, Lern-, Personal- und Sozialkompetenz sowie die Feinmotorik von Mädchen und Jungen im Alter von drei bis zehn Jahren gefördert. Mit ihren Angeboten möchte die Stiftung so zur Stärkung der Bildung von Kindern im Kita- und Grundschulalter und damit auch zur langfristigen Nachwuchssicherung sowohl in den natur- und ingenieurwissenschaftlichen als auch in den technischen Berufen in Deutschland beitragen.

Der Entwicklung der Fortbildungen und Materialien der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ werden neben den Vorgaben der Bildungs- und Lehrpläne der Bundesländer immer auch aktuelle Erkenntnisse der Frühpädagogik, Entwicklungspsychologie, Lernforschung und Fachdidaktiken zu Grunde gelegt. Zudem fließt eine Vielzahl praktischer Erfahrungen und inhaltlicher Anregungen ein, die in den Workshops für Trainerinnen und Trainer, bei regelmäßigen Besuchen in Kitas, Horten und Grundschulen sowie bei Hospitationen in den Netzwerken der Stiftung gewonnen wird.

Partner der Stiftung sind die Helmholtz-Gemeinschaft, die Siemens Stiftung, die Dietmar Hopp Stiftung, die Deutsche Telekom Stiftung und die Autostadt in Wolfsburg. Gefördert wird sie vom Bundesministerium für Bildung und Forschung.

# GRUSSWORT

## Liebe Pädagogin, lieber Pädagoge,

ob beim Lesen eines Stadt- bzw. U-Bahnplans oder beim Verlegen des neuen Laminats in der Wohnung, Geometrie ist Teil unseres Alltags. Oft nehmen wir das nicht wahr, weil sie so selbstverständlich dazugehört. Auch Kinder begegnen ständig geometrischen Sachverhalten: Sie spielen mit Bauklötzen, bewegen sich im Raum oder decken den Tisch und ordnen dabei Teller, Gläser und Besteck für alle Mädchen und Jungen in der gleichen Weise an.

Die Kinder sammeln konkrete Erfahrungen, entdecken Zusammenhänge und beschreiben sie, lösen sich schließlich langsam davon und übertragen ihre Beobachtungen auf neue Situationen. Dieser Schritt – vom Konkreten ins Abstrakte – kann mit Hilfe der Mathematik besonders gut nachvollzogen werden. Das Symbol „Kreis“ beispielsweise ist losgelöst von der konkreten Erfahrung. Man verbindet mit ihm „irgendetwas Rundes“, und es ist offen, ob damit „ein Ball“, „die Sonne“ oder „eine runde Pizza“ gemeint ist. Die Mathematik ist wie die Sprache ein Kulturwerkzeug, wir machen sie uns zunutze, um unseren Alltag besser zu strukturieren.

Mit dieser Broschüre möchten wir Ihnen einen Einblick in die vielfältigen Möglichkeiten geben, gemeinsam mit den Mädchen und Jungen Ihrer Einrichtung die „Mathematik in Raum und Form“ zu entdecken und die wichtigsten Teilbereiche der Geometrie kennen zu lernen. Ich wünsche Ihnen dabei viel Freude und zahlreiche spannende Erkenntnisse!



*Michael Fritz  
Vorstandsvorsitzender der Stiftung „Haus der kleinen Forscher“*



# ÜBER DIESE BROSCHÜRE

Was haben die zu Türmen aufgestapelten Bauklötze in der Spielecke oder der Papierstern eines Scherenschnitts mit Mathematik zu tun? Dem ersten Anschein nach vielleicht nicht viel. Aber ein kurzer Blick durch die „mathematische Brille“ zeigt, dass sich hier eine Menge Mathematik verbirgt: Der quader- oder würfelförmige Bauklötz eignet sich so wunderbar zum Stapeln, weil er überall rechte Winkel hat. Wäre das nicht so, würden die aufliegenden Bauklötze einfach abrutschen. Und der Papierstern ist gleich mehrfach symmetrisch: An jeder Falte liegen zwei spiegelbildliche Figuren an.

Das Teilgebiet *Raum und Form* (auch *Geometrie* genannt) ist einer jener mathematischen Inhaltsbereiche mit einem sehr großen Alltagsbezug. Geometrie macht die Welt der Mathematik für Kinder sichtbar und auf anschauliche Weise erfahrbar. Durch die spielerische Beschäftigung mit dem Thema „Raum und Form“ gelingt es zudem, den Mädchen und Jungen grundlegende mathematische Vorgehensweisen wie das „systematische Probieren“ oder das „Entdecken von Strukturen“ nahezubringen.

Die vorliegende Broschüre will pädagogische Fach- und Lehrkräfte darin unterstützen, den „mathematischen Blick“ für das Thema „Raum und Form“ zu schärfen, um so gemeinsam mit den Kindern die verschiedensten Alltagssituationen für mathematisches Tun und Denken zu nutzen. Sie gliedert sich in vier Teile: Der erste Teil beginnt mit einer Aufstellung der grundlegenden mathematischen Fähigkeiten für den Bereich „Raum und Form“ und bietet eine Übersicht über das Thema in den Bildungs- und Rahmenlehrplänen. Der darauf folgende Teil zeichnet die Entwicklung der Kinder in diesem Feld nach und enthält Hinweise und Tipps, wie die mathematischen Fähigkeiten der Mädchen und Jungen pädagogisch unterstützt werden können. Im dritten Teil der Broschüre finden sich neben einem Wimmelbild viele praktische Anregungen und Ideen rund um das Entdecken der Geometrie im Alltag. Den Abschluss der Broschüre bildet das Wissenswerte für interessierte Erwachsene, das spannende Alltagsfragen rund um das Thema aufgreift und wichtiges Hintergrundwissen vermittelt. Außerdem finden Sie ein Glossar sowie Lesetipps und nützliche Links.





# **„RAUM UND FORM“ ALS FORSCHUNGSTHEMA**

# Was ist eigentlich Mathematik?

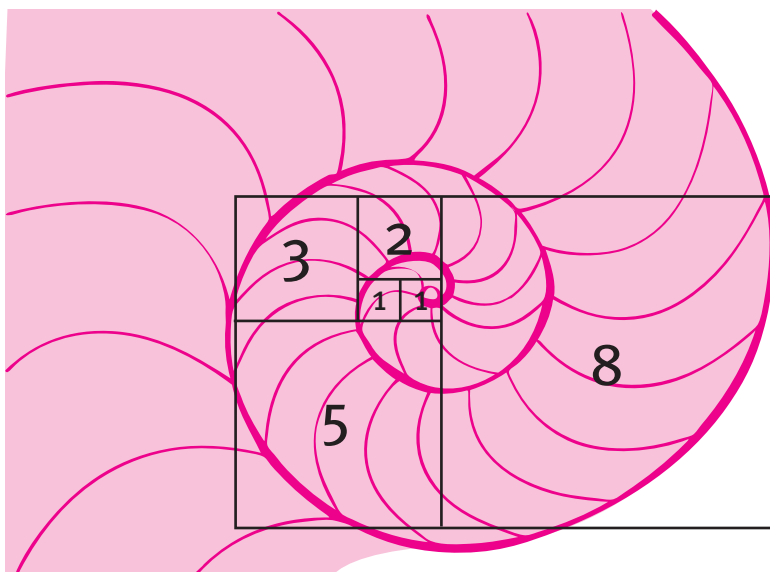
In der Mathematik geht es – kurz gesagt – um Regelmäßigkeiten und Strukturen. Im Detail versuchen Mathematikerinnen und Mathematiker, Zusammenhänge zwischen realen Objekten der Welt zu erkennen und diese Objekte in bekannte mathematische Strukturen einzuordnen.

Schauen wir uns dazu ein Beispiel aus der Biologie an: Im 19. Jahrhundert begannen Botaniker damit, verschiedene Pflanzen systematisch zu untersuchen. Bei der genauen Betrachtung der Blätter um den Stängel herum stellten sie immer wieder gleiche Anordnungen fest. Auch beim Aufbau der Blütenstände erkannten sie wiederkehrende Regelmäßigkeiten. Diese Regelmäßigkeiten interessierten fortan auch Mathematikerinnen und Mathematiker, die versuchten, sie mittels Zahlen und Formeln zu beschreiben. Sie stießen bei ihren Untersuchungen fortwährend auf die gleichen Zahlen, die alle einer bestimmten Zahlenfolge entstammen, der so genannten „Fibonacci-Folge“. Diese Zahlen tauchten aber auch in ganz anderen Kontexten wieder auf, beispielsweise bei der Beschreibung von Schneckenhäusern oder der Schuppenordnung von Tannenzapfen. Bereits Anfang des 13. Jahrhunderts beschrieb Fibonacci selbst – ein aus Pisa stammender bedeutender Mathematiker des Mittelalters – mit ihnen die Entwicklung einer Hasenpopulation.

In diesen Fällen ist es Mathematikerinnen und Mathematikern gelungen, Regelmäßigkeiten und Zusammenhänge zwischen natürlichen Objekten und auch Vorgängen zu erkennen, die auf den ersten Blick völlig unterschiedlich erscheinen. Dabei gilt: je größer der Gültigkeitsbereich dieser Zusammenhänge, desto besser. Es geht also darum zu verallgemeinern, d. h., eine möglichst große Anzahl an verschiedenartigen Dingen unter einen „mathematischen Hut“ zu bringen, sie zu kategorisieren und eine mathematische Beschreibung – das kann z. B. eine Formel oder eine Funktion sein – dafür zu erarbeiten.

Gegenstände mathematischer Untersuchungen lassen sich auch in vielen anderen Bereichen finden. Gibt es z. B. eine Regel für das Gewinnen und Verlieren beim Würfelspiel? Lassen sich in einem Musikstück Klangmuster entdecken? Wie entsteht ein Stau auf der Autobahn? Wie kann eine Pizza gerecht aufgeteilt werden oder wie sind die Zacken eines Papiersterns angeordnet? Ein weiteres Beispiel aus der Biologie ist das gestreifte Fell eines Zebras, das ebenfalls mathematisch untersucht werden kann: Sieht man z. B. von komplizierten Details ab, so lässt es sich auf ein ganz einfaches Streifenmuster reduzieren, schwarz – weiß – schwarz – weiß, wie der Zebrastrreifen.<sup>1</sup>

**Mathematik ist die Wissenschaft der Regelmäßigkeiten und Strukturen.**



<sup>1</sup> Die von Mathematikerinnen und Mathematikern untersuchten Zusammenhänge und Regelmäßigkeiten werden auch unter dem Begriff „mathematisches Muster“ zusammengefasst; vgl. Müller, G. N., Wittmann, E. C. (2012); Wittmann, E. C. (2003).



# Grundschritte des Mathematisierens

Das zuvor beschriebene Vorgehen des Verallgemeinerns bringt die eigentliche Strategie von Mathematikerinnen und Mathematikern zum Vorschein: die *Abstraktion*. Mathematisieren heißt in erster Linie Abstrahieren, es gehören aber noch weitere Grundschritte dazu.

In seinen Büchern zur mathematischen Früherziehung beschreibt der Mathematiker und Pädagoge Emil Simeonov folgende Fähigkeiten als grundlegend für das Mathematisieren<sup>2</sup>:

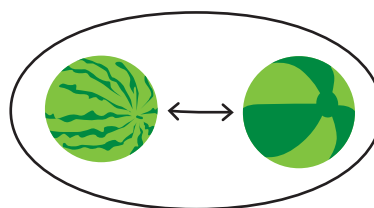


## 1. Identifizieren

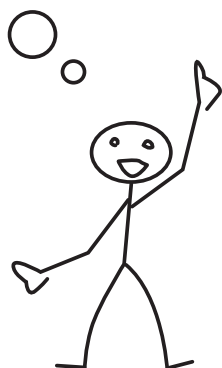
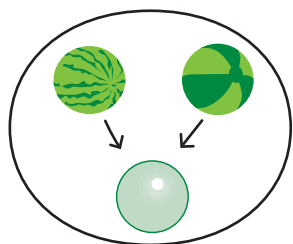
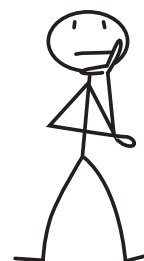
Die Basis des Mathematisierens bildet das Identifizieren, d. h. die Auswahl eines Objekts, um es von anderen abgrenzen zu können. Liegen z. B. eine Melone und ein Ball nebeneinander, so kann die Betrachterin oder der Betrachter sie als zwei unterschiedliche Objekte erkennen. Neben dem Erkennen beinhaltet das Identifizieren auch das Benennen des Objekts. Jüngere Kinder erlernen die entsprechenden Begrifflichkeiten erst nach und nach und sind darauf angewiesen, dass Erwachsene oder ältere Kinder ihnen die Objekte wiederholt benennen, so dass sie die zugehörigen Worte verinnerlichen können.

## 2. Unterscheiden

Das Identifizieren von Objekten geht einher mit ihrer Unterscheidung. Im Augenblick des Erkennens werden wesentliche Merkmale der Objekte miteinander verglichen: Sind sie rund oder eckig? Welche Farbe haben sie oder sind sie vielleicht gemustert? Vergleicht man z. B. wieder eine Melone und einen Ball, so unterscheiden sie sich vielleicht abgesehen von Farbe und Größe auch ganz wesentlich darin, dass die Melone essbar ist. Oft sind es aber auch kleine Details, die den Unterschied ausmachen. So muss man z. B. genau hinschauen, um die runde Form eines Eies von der runden Form einer Kiwi zu unterscheiden.



„Eine Melone ist anders als ein Ball!“

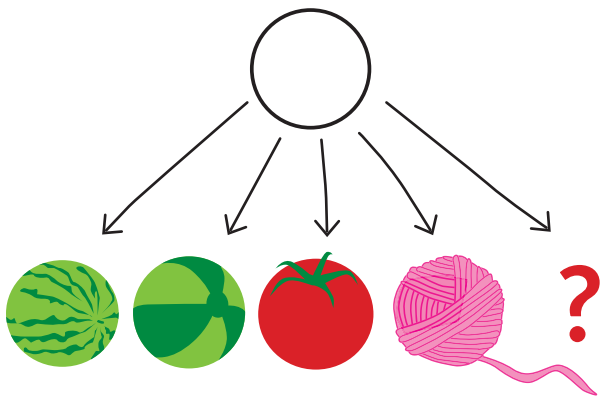
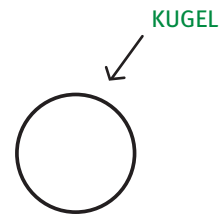


## 3. Abstrahieren

Werden auch gemeinsame Merkmale zwischen verschiedenen Objekten entdeckt, beginnt das Abstrahieren: Die Objekte werden in einer übergeordneten Kategorie zusammengefasst, indem die Eigenschaften, die ihren Unterschied ausmachen, ignoriert werden. Lässt man also bei der Melone und dem Ball die Merkmale weg, die sie voneinander unterscheiden, so bleibt dennoch der gemeinsame Rest: ihre Form. In beiden Objekten lässt sich eine Kugel wiedererkennen.

#### 4. Formalisieren

In der Mathematik werden die (übergeordneten) Objekte und deren Beziehungen zueinander mit Hilfe von Symbolen – also „in der Sprache der Mathematik“ – dargestellt. Eine Kugel kann z. B. mit dem einfachen grafischen Symbol eines Kreises abgebildet werden.



#### 5. Übersetzen und Interpretieren

Die eingeführten übergeordneten Objekte oder Symbole müssen aber jederzeit auch wieder in ihre spezifische Bedeutung rückübersetzt werden können. Ähnliches passiert z. B. in der Musik, wenn die formalisierten Notenzeichen beim Spielen des Stücks durch das Drücken der Klaviertasten in konkrete Töne verwandelt werden.

Diese Rückübersetzung ist i. d. R. nicht eindeutig zuordenbar: So weiß man z. B. beim Betrachten des kreisförmigen Symbols nicht, ob damit die Melone, der Ball oder nicht vielleicht auch ein ganz anderes kugelförmiges Objekt wie eine Tomate, eine Perle, ein Wollknäuel etc. gemeint ist.

Stellen wir uns ein Kind vor, das mit Bausteinen spielt. Was macht dieses Spiel nun zu einer Situation mit mathematischem Gehalt? Welche mathematischen Fähigkeiten könnten von der Fachkraft angeregt werden bzw. weist das Kind auf? Die Schritte des *Identifizierens* und *Unterscheidens* durchläuft es beim allgemeinen Erkunden der Bausteine. Das Kind geht dabei erfahrungsgemäß sehr genau vor: Es erfühlt und ertastet die Form und die Oberfläche mit den Fingern oder auch mit dem Mund, entdeckt Geruch und Geschmack der Steine und betrachtet ihre Farbe. Nach und nach erkennt das Kind die Merkmale der Bausteine, kann beispielsweise einen Würfel von einem Zylinder unterscheiden. Dabei ist es auch fähig zu *abstrahieren*, denn es erkennt den Würfel unabhängig von der Farbe oder Größe des einzelnen Steins, ist also z. B. in der Lage, große und kleine, gelbe und grüne Bauklötze aus einer Kiste herauszusortieren, weil alles Würfel sind. Genauso gelingt es dem Kind zu *formalisieren*, d. h., die Würfelform in verschiedenen Alltagsgegenständen wie dem essbaren Dominostein, der Zettelbox etc. wiederzuerkennen und dem Symbol „Würfel“ zuzuordnen oder in einem gezeichneten Würfel eben diese Alltagsgegenstände wiederzuerkennen und die Zeichnung damit zu *übersetzen* und zu *interpretieren*.





## Das Thema „Raum und Form“ in den Bildungs- und Rahmenlehrplänen

Ausgehend von Bildungsangeboten in der Kita ist Mathematik als Schulfach in der Grund- und weiterführenden Schule institutionell etabliert. Mathematik nimmt daher sowohl in den Bildungs- als auch in den Rahmenlehrplänen der Länder einen großen Stellenwert ein. In den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (KMK, 2004) wird die Mathematik in die Inhaltsbereiche „Zahlen und Operationen“, „Raum und Form“, „Muster und Strukturen“, „Größen und Messen“ sowie „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ aufgefächert. Neben den inhaltsbezogenen Kompetenzen werden aber auch prozessbezogene mathematische Kompetenzen wie Problemlösen, Modellieren, Argumentieren, Darstellen und Kommunizieren eingefordert.

### *In den Bildungsplänen*

In den Bildungsplänen findet man die Mathematik einerseits als eigenständigen Inhaltsbereich, andererseits wird Mathematik teilweise mit Naturwissenschaften oder mit Naturwissenschaft und Technik zusammengefasst. Die Ausführlichkeit der inhaltlichen Ausführungen zum mathematischen Bereich „Raum und Form“ ist in den Bildungsplänen sehr unterschiedlich. Die Bandbreite reicht von umfangreichen Beschreibungen der mathematischen Tätigkeiten bis hin zu nur einem einzigen Satz. Die pädagogischen Fach- und Lehrkräfte werden also sehr unterschiedlich mit Hinweisen zur inhaltlichen Füllung des Themas ausgestattet. Dennoch gibt es auch konkrete Forderungen: So sollen die Kinder beispielsweise „Erfahrungen im Umgang mit Gegenständen“ machen (Berlin), „geometrische



Grundformen kennen lernen und Größenvergleiche anstellen“ (Nordrhein-Westfalen), sich mit „Symmetrie“ beschäftigen (Brandenburg) oder erste Kompetenzen im „Erstellen von Plänen“ erwerben und sich im „Raum orientieren“ (Baden-Württemberg).

Die prozessbezogenen Fähigkeiten wie Argumentieren, Darstellen, Kommunizieren etc. werden in den Bildungsplänen zwar nicht explizit als solche genannt, lassen sich jedoch implizit wiederfinden. So werden z. B. im Bildungsplan von Hessen der „sprachliche und symbolische Ausdruck“ sowie die Auseinandersetzung und Reflexion von Grunderfahrungen thematisiert.

In allen Rahmenlehrplänen ist der Inhaltsbereich „Raum und Form“ oder auch „Geometrie“ vertreten. In den Plänen wird angeregt, dass die Mädchen und Jungen „sich im Raum orientieren, Lagebeziehungen erkennen, beschreiben und herstellen“ (z. B. Bayern, Schleswig-Holstein, Sachsen-Anhalt), „Körper und ebene Figuren bzw. einfache geometrische Abbildungen untersuchen, erkennen, benennen und darstellen, Flächen auslegen oder Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen“ (z. B. Saarland, Sachsen) oder „Muster erkennen und fortsetzen können, symmetrische Figuren durch Falten und Schneiden herstellen, Symmetrien in ebenen Figuren erkennen oder Figuren symmetrisch ergänzen“ (z. B. Hessen, Rheinland-Pfalz). Wie in den Bildungsplänen werden die prozessbezogenen Kompetenzen nur in einigen Lehrplänen<sup>3</sup> explizit als solche benannt, lassen sich in indirekter Form aber auch in den anderen Plänen wiederfinden.

Ausgehend von den umfangreichen Inhaltsbereichen der Mathematik wird die Stiftung „Haus der kleinen Forscher“ ihr Angebot in diesem Feld auf breitere Füße stellen. So werden in Anlehnung an die Bildungsstandards der KMK neben dem Inhaltsbereich „Raum und Form“ die Inhalte zu „Zahlen und Operationen“, „Größen und Messen“ sowie „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ aufbereitet. Der Inhaltsbereich „Muster und Strukturen“ wird dabei als wiederkehrendes Motiv aufgegriffen.

### *In den Rahmenlehrplänen*





**MATHEMATISCHE KOMPETENZEN  
IM BEREICH „RAUM UND FORM“**

# ALS LERNBEGLEITUNG MATHEMATISCHES DENKEN UNTERSTÜTZEN

Schon während der Zeit in der Kita entwickeln Kinder entscheidende Vorläuferfähigkeiten für spätere schulische Lernprozesse. Diese Erkenntnis gilt für verschiedene Bereiche, so auch für das Erlernen mathematischer Zusammenhänge. Beobachtet man die Mädchen und Jungen im freien Spiel mit Bauklötzen, Autos oder beim Verstecken und Malen, so scheint der Bereich der Geometrie für sie besonders relevant zu sein. Ganz unbewusst und ohne direkte Instruktion setzen sich die Kinder dabei mit geometrischen Sachverhalten wie Form, Größe, räumliche Orientierung oder Perspektive auseinander.

## Die kindliche Entwicklung von Kompetenzen im Bereich „Raum und Form“

Von räumlichem Vorstellungsvermögen oder einer mentalen Rekonstruktion des Raums im eigentlichen Sinne kann bei Babys und Kleinkindern in den ersten beiden Lebensjahren noch nicht gesprochen werden. In dieser Lebensphase lernen die Mädchen und Jungen jedoch, durch stetiges Ausprobieren und Wiederholen ihre visuellen Wahrnehmungen und ihre Bewegungen immer genauer aufeinander abzustimmen sowie miteinander zu koordinieren. Dies ist grundlegend und sehr wichtig für die Entwicklung eines Raumgefühls.

Die erste Raumerfahrung macht das Kind mit seinem eigenen Leib, es berührt seinen eigenen Körper, führt die Hände zum Mund etc. Anschließend sucht es mit Augen und Händen einen ersten Kontakt zu Gegenständen.

Wenn das Kind beginnt, sich fortzubewegen (z. B. durch rollen, robben und krabbeln), muss es lernen, darauf zu achten, in welchem Verhältnis die Gegenstände zu ihm selbst oder zu anderen Objekten stehen bzw. wie sie aus unterschiedlichen Positionen betrachtet aussehen. Dadurch erweitert sich seine Raumerfahrung und damit sein dreidimensionales Verständnis.<sup>4</sup>



Sara, 2 Jahre und 3 Monate



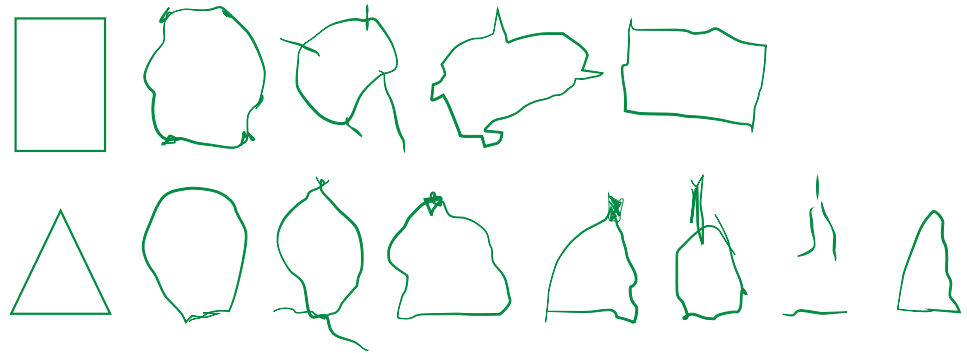
Mika, 6 Jahre und 9 Monate

4 Vgl. Berk, L. E. (2005)



Zu Beginn des zweiten Lebensjahrs ist die Motorik des Kinds so weit differenziert, dass es z. B. in der Lage ist, einen Stift in die Hand zu nehmen und zu kritzeln. Wenngleich das Kritzeln anfangs ein Ausdruck des kindlichen Drangs ist, motorisch aktiv zu werden und andere Kinder bzw. Erwachsene nachzuahmen, entwickelt es in den darauf folgenden Jahren nach und nach die Fähigkeit, visuell Erfasstes auf einem Blatt Papier auszudrücken.<sup>5</sup>

Es ist jedoch nicht zwingend richtig, ausgehend von der Zeichnung eines Kinds auf dessen individuellen kognitiven Entwicklungsstand zu schließen. So erfassen Kinder visuell zwar schon ab dem zweiten Lebensjahr geometrische Grundformen, erkennen und kategorisieren sie, das Wiedergeben gelingt jedoch erst später.



*Die Entwicklung vom Kreis zum Drei- bzw. Viereck führt über mehrere Stufen. Das Kind verfügt anfänglich nur über vertikale und horizontale Darstellungsformen und noch nicht über schräge Formen. Die Ecken von Drei- und Viereck werden oft mit Strichen oder Spitzen gekennzeichnet.<sup>6</sup>*



Die Entwicklung der visuellen Wahrnehmungsfähigkeit und des räumlichen Vorstellungsvermögens erfolgt in den ersten Lebensjahren noch sehr anschauungsgebunden und bedarf direkter Handhabung von Gegenständen. Eigenes Empfinden, Wahrnehmen und Erleben dominieren diesen Lebensabschnitt. Mädchen und Jungen in dieser Phase vermögen anfangs noch nicht, fremde Perspektiven und Standpunkte einzunehmen. Das Kind erlernt erst mit der Zeit zwei und mehr Sachverhalte miteinander zu kombinieren – es denkt immer weniger eingleisig. Ab dem Grundschulalter ist das Denken nicht mehr ausschließlich an die Anschauung gebunden. Die Vorstellungskraft der Kinder nimmt ständig weiter zu, allerdings noch begrenzt auf Dinge, die sich die Mädchen und Jungen plastisch vor Augen führen können. So müssen die Kinder die Bausteine z. B. nicht mehr in die Hand nehmen, um sie zu zählen, es reicht, wenn sie sich diese vorstellen. Damit geht auch die Auflösung des egozentrischen Weltbilds einher. Die Mädchen und Jungen vermögen nun, sich in andere Menschen hineinzuversetzen, entwickeln ein Gefühl für die Sichtweise und Interessen von anderen.

Auch räumlich können sie zunehmend eine von ihrer eigenen Sicht abweichende Perspektive einnehmen. Etwa ab dem zwölften Lebensjahr löst sich die Kognition vom Konkreten, können die Kinder logisch und abstrakt kombinieren und beginnen, sich auch mit Fragen und Problemen auseinanderzusetzen, die nichts mehr mit ihrer unmittelbaren Lebenswirklichkeit zu tun haben müssen.

Im Folgenden wird gezeigt, welche grundlegenden Lernerfahrungen Kinder im Bereich der Geometrie bereits im frühen Alter machen und wie Sie die Mädchen und Jungen sinnvoll unterstützen können. Auch wenn diese Kompetenzen auf den ersten Blick vielleicht „banal“ erscheinen, so spielen sie eine wichtige Rolle für die Ausbildung allgemeiner kognitiver Fähigkeiten und für das Verständnis der späteren Schulgeometrie.



# Lernerfahrungen im Bereich der visuellen Wahrnehmung unterstützen

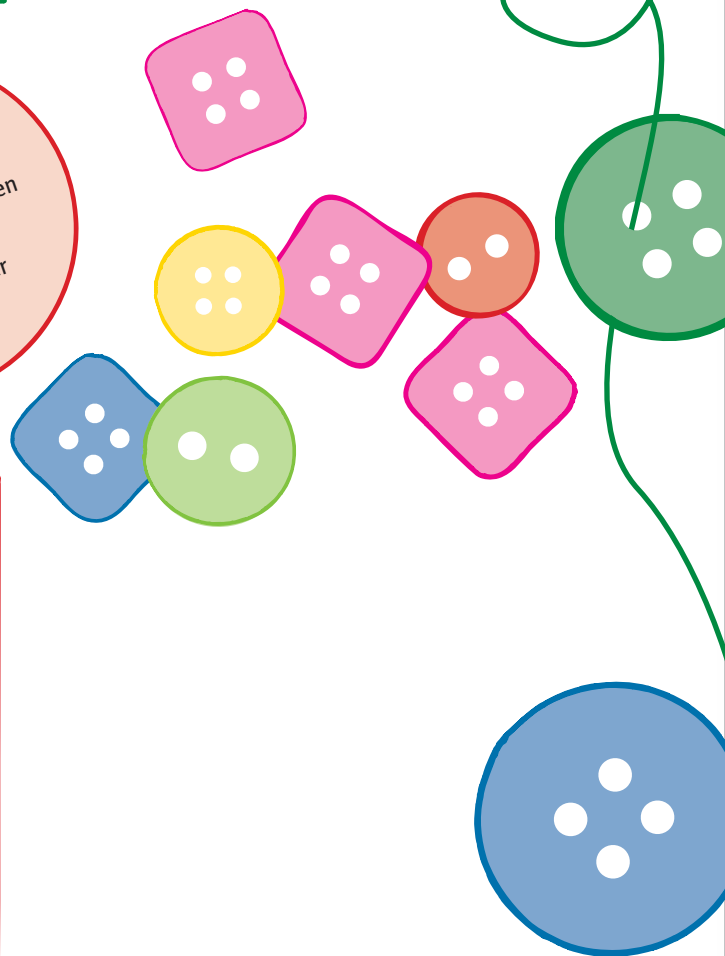
Zum Bereich der *visuellen Wahrnehmung* gehören verschiedene Kompetenzen wie die visuo-motorische Koordination, die Figur-Grund-Wahrnehmung, die Wahrnehmungskonstanz, die Wahrnehmung räumlicher Beziehungen oder das visuelle Gedächtnis. Diese Kompetenzen können z. B. beim Spiel mit Knöpfen unterstützt werden.

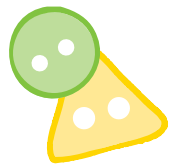
Die **visuomotorische Koordination** beschreibt die Fähigkeit, visuelle Informationen mit dem Bewegungsapparat so zu koordinieren, dass eine konkrete Handlung ausgeführt werden kann. Die Auge-Hand-Koordination, die einen Aspekt der visuomotorischen Koordinationsfähigkeit darstellt, ist beispielsweise beim Ballfangen wichtig. Dabei müssen die Sinneseindrücke des Auges (Wo befindet sich der Ball und wie verläuft seine Flugkurve?) mit dem eigenen Körper in Einklang gebracht werden (Wie ist meine Stellung zum Ball? Und wohin muss ich laufen bzw. wie meine Arme halten, damit ich ihn fangen kann?). Ein anderes Beispiel für eine gelungene Auge-Hand-Koordination ist die Fähigkeit, den Löffel beim Essen mit der Hand zum Mund zu führen.

Beim Knopfmusterlegen die Finger koordinieren, um einen bestimmten Knopf zu greifen und ihn danach an die vom Auge erfasste leere Stelle zu legen.

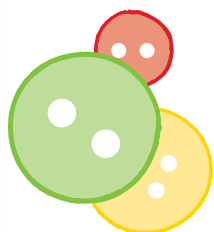
Beim Knopfmuster-nachlegen erfassen, dass über dem eckigen blauen Knopf ein länglicher gelber liegt.

Die **Wahrnehmung räumlicher Beziehungen** ermöglicht es, den eigenen Standort im Raum und die räumlichen Beziehungen zwischen Objekten zu erkennen und zu verstehen. Räumlich gesehen ist jeder einzelne Mensch der Mittelpunkt seiner Welt und nimmt Gegenstände als *hinter, vor, links, rechts, über, unter sich etc.* wahr. Auch die Lage von Gegenständen oder Personen zueinander wird von uns in Bezug gesetzt und ebenso hinsichtlich der Stellung zur eigenen Person wahrgenommen. Es gibt also immer drei mögliche Betrachtungsweisen: 1. eigene Position zu den Dingen („Ich stehe vor dem Eimer.“); 2. Position der Dinge zueinander („Das Pferd steht neben dem Eimer.“); 3. die Position einer anderen Person („Für Fritz steht das Pferd hinter dem Eimer.“)





Beim Knöpfesortieren erkennen, dass ein dreieckiger Knopf immer ein Dreieck bleibt, auch wenn er gedreht wird. Oder aus einem Säckchen mit Knöpfen einen dreieckigen Knopf herausuchen.

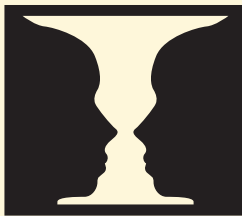


Aus einem Haufen an bunten Knöpfen einen bestimmten Knopf herausuchen. Oder beim Spiel „Ich sehe einen Knopf, den du nicht siehst, und der ist ...“ den gefragten Knopf erkennen können.

Sich beim Knopf-Memory die Form und die Lage der verdeckten Knöpfe merken, um die passenden Knopfpaare zu finden.

Auf Grund der **Wahrnehmungskonstanz** sind wir in der Lage, einen Gegenstand aus verschiedenen Blickwinkeln oder trotz Lagewechsels bzw. Veränderung der Entfernung etc. immer als denselben Gegenstand zu identifizieren. Beispielsweise wird dadurch ein Dreieck auch dann als Dreieck erkannt, wenn es auf der Spitze steht. Ein Rechteck bleibt ein Rechteck, egal, ob es gelb, grün oder rot gestaltet, klein oder groß ist. Auf Grundlage dieser Fähigkeit können Kinder lernen, verschiedene Formen, Figuren, Abbildungen und Körper zu erkennen, zu benennen, zu zerlegen und herzustellen.

Durch die Fähigkeit zur **Figur-Grund-Wahrnehmung** können wir uns auf einen optischen Reiz gezielt konzentrieren und andere optische Reize, die in dem Moment für unwichtig gehalten werden, in den Hintergrund rücken lassen. Der Reiz, auf den wir uns gezielt konzentrieren, kann bewusst ausgewählt werden. So sind wir in der Lage, Gegenstände vor einem diffusen Hintergrund zu erkennen und wiederzufinden (z. B. Spielsachen in einer Kiste). Vielleicht sind Ihnen die so genannten Kippfiguren bekannt. Bei diesem Beispiel erkennt man entweder zwei schwarze Gesichter (hier die *Figur*) vor weißem Hintergrund (hier dann der *Grund*) oder eine weiße Vase als *Figur* vor schwarzem *Grund*, je nachdem, welche Information von der Betrachterin oder dem Betrachter als im Vordergrund stehend interpretiert wird.

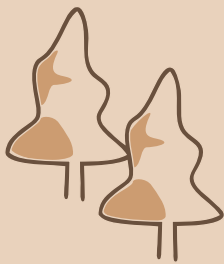
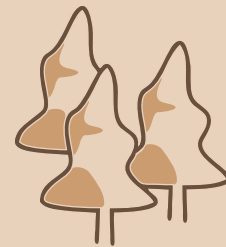


Mit Hilfe des **visuellen Gedächtnisses** sind wir in der Lage, charakteristische Merkmale eines nicht mehr präsenten Objekts vorstellungsmäßig auf andere, präsenste Objekte zu beziehen. Wird das Kind z. B. gebeten, einen Ball zu holen, dann muss es sich die spezifischen Merkmale eines Balls in Erinnerung rufen (z. B.: „Ein Ball ist kugelförmig.“), ohne dass es dabei einen konkreten Ball zur Ansicht hat, und anschließend verschiedene Gegenstände daraufhin prüfen, ob die spezifischen Merkmale auf diese zutreffen.

# Lernerfahrungen im Bereich des räumlichen Vorstellungsvermögens unterstützen

Das *räumliche Vorstellungsvermögen* und *Denken* setzt sich ebenso wie der Bereich der visuellen Wahrnehmung aus verschiedenen Teilkomponenten zusammen. Dazu gehören räumlich-topografische, räumlich-perzeptive, räumlich-kognitive und räumlich-konstruktive Fähigkeiten.<sup>7</sup> Diese Fähigkeiten setzen die Kinder z. B. bei der Schatzsuche ein.

Schau dich aufmerksam um. Was musst du aus der Umgebung aufzeichnen, damit man sich auf deiner Karte orientieren kann?



**Räumlich-topografische Fähigkeiten** umfassen die reale oder gedanklich vorgestellte Orientierung sowie das Wege-Lernen und das Merken von Wegen im dreidimensionalen Raum. Letztere ermöglichen es, bekannte bzw. vertraute Orte, Gegenden und Wege zu erkennen oder wiederzuerkennen.

Wie rum musst du die Karte halten, um dich zurechtzufinden?

START 

**Räumlich-kognitive Fähigkeiten** erfordern neben dem perzeptiven (dem Seh-Eindruck), einen kognitiven Verarbeitungsprozess, also eine gedankliche Verarbeitung des Wahrgenommenen. Diese Fähigkeiten sind beispielsweise für Transformationsleistungen oder Aufgaben notwendig, die einer Veränderung der räumlichen Vorstellung oder Ausrichtung von Objekten bedürfen. Wenn wir uns z. B. anhand einer Straßenkarte orientieren wollen, allerdings ohne diese zu drehen, müssen wir die Anpassung der Himmelsrichtungen bzw. links und rechts gedanklich vornehmen.



**Räumlich-perzeptive Fähigkeiten** äußern sich in dem Vermögen, die Größe, die Position, die Entfernung sowie die Lage und Neigung eines Objekts in Bezug zu sich selbst oder zu anderen Objekten einschätzen zu können. Wenn z. B. zwei Punkte auf ein Blatt Papier gemalt wurden – einer knapp über und ein Punkt etwas unter der gedachten Mittellinie, so sind wir in der Lage zu erkennen, welcher der Punkte höher liegt.

Nur dieser Baum ist am Bach, also muss es derselbe sein wie auf der Karte – hier müssen wir rüber!

Dieser Busch ist das perfekte Versteck, hinter den kann man nicht so gut schauen!

Bau eine Schatztruhe aus Papier. Wie musst du es falten?

**Räumlich-konstruktive Fähigkeiten** ermöglichen es, einzelne Elemente einer Figur manuell zur richtigen Gesamtfigur zusammenzufügen – z. B. ein bestimmtes Muster mit verschiedenfarbigen Würfeln zu legen – oder nach Anleitung zu basteln. Neben planerischen und motorischen Aspekten sind dazu auch räumlich-perzeptive und räumlich-kognitive Leistungen notwendig.





# ANREGUNGEN FÜR DIE PÄDAGOGISCHE PRAXIS

# Geometrische Schauplätze sind überall!

Anlässe zum mathematischen Forschen gibt es fast überall – wir müssen sie nur als solche erkennen. So kann sich beispielsweise der Sandkasten als mathematisches Forschungszentrum entpuppen, wenn die Kinder die im Sand hinterlassenen Spuren näher betrachten. Die Fragen stellen sich die Mädchen und Jungen meist ganz von allein: „Wer oder was hinterlässt solche Spuren?“ oder „Welche Spuren mache ich, wenn ich über den Sand laufe?“ Dabei ließe sich thematisieren, dass Körper einen flächigen Abdruck hinterlassen. Wie sieht es also aus, wenn man die verschiedenen Seiten eines Gegenstands in den Sand drückt? Ein anderes Kind sortiert vielleicht die Förmchen nach Form und Größe, während ein weiteres mit einem Stock Muster in den Sand malt. Und schon befinden wir uns mitten im Reich der Geometrie! Knüpfen Sie an die alltäglichen Beobachtungen und Tätigkeiten der Kinder an, und Sie werden feststellen: Egal, ob beim Broteschmieren, Basteln, Geschenkeverpacken oder Verstecken, überall lässt sich die „Mathematik in Raum und Form“ entdecken.

„ *Wer die Geometrie begreift,  
vermag in dieser Welt alles zu verstehen.* “

*Galileo Galilei*

Das Karten-Set „Mathematik in Raum und Form“ bietet viele Umsetzungsideen für das gemeinsame Entdecken und Erforschen mathematischer Zusammenhänge in der Geometrie. Mit Hilfe von sechs Entdeckungskarten gewinnen die Mädchen und Jungen einen Einblick in die grundlegenden Teilbereiche „Flächen“, „Körper“, „Symmetrie“ sowie „Raumlage“ und lernen Unterschiede bzw. Zusammenhänge der elementaren geometrischen Begriffe kennen. Aus den ersten Entdeckungen ergeben sich weiterführende Fragen, mit denen die Kinder noch tiefer in die Geometrie eintauchen. So wird auf der Forschungskarte des Karten-Sets „Mathematik in Raum und Form“ z. B. der Frage nachgegangen: „Warum ist die Kugel runder als das Ei?“ Darüber hinaus sind noch viele andere Entdeckungen und Forschungsfragen denkbar. Im nachfolgenden Praxisteil können Sie mehr davon entdecken.

**Das Karten-Set  
„Mathematik in  
Raum und Form“**



## **Hinweis zum Arbeiten mit verschiedenen Altersgruppen**

*Im nachfolgenden Text finden Sie gelegentlich dieses Symbol. Die „Leiter“ zeigt Ihnen an, dass das jeweilige Thema spezifische Grunderfahrungen und/oder Fähigkeiten der Kinder voraussetzt (z. B. im Bereich der Wahrnehmung, des Denkens oder der motorischen Entwicklung), die i. d. R. erst im Grundschulalter erreicht werden. Ideen und Themen, die nicht zusätzlich durch das Symbol gekennzeichnet sind, eignen sich für alle Mädchen und Jungen.*







# WO VERSTECKT SICH GEOMETRIE?





## Kreise, Drei- und Vierecke – Flächenformen kennen lernen und unterscheiden

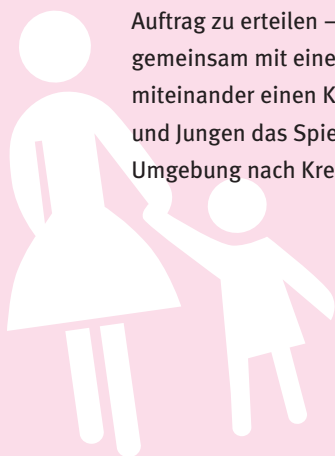
Kreise, Drei- und Vierecke sowie viele andere Formen finden sich fast überall in unserem Alltag: Ein Bilderbuch, Fenster und Türen oder die Seitenflächen eines Pappkartons sind viereckig, genauer gesagt, fast immer rechteckig. Dagegen sind ein Frisbee, ein Teller, ein Zifferblatt einer Uhr oder eine CD kreisförmig. Viele Verkehrsschilder haben die Form von Kreisen oder Vielecken. Vor allem jüngere Kinder erkennen die Form zunächst noch nicht als Merkmal eines Gegenstands, für sie ist die Form der Gegenstand selbst. Damit die Mädchen und Jungen geometrische Grundformen in ihrer Umgebung bewusster wahrnehmen und die Form als eines von vielen Merkmalen eines Gegenstands verstehen, müssen sie ihr Umfeld immer wieder aktiv danach durchsuchen.

### **Welche Formen kennst du schon?**

Für die jüngeren Kinder ist es zunächst wichtig, dass sie Sicherheit darin erlangen, die verschiedenen Formen unterscheiden und benennen zu können. Hier eignen sich Spiele, bei denen die Mädchen und Jungen die unterschiedlichen Grundformen kennen lernen und wiederholen.

Sammeln Sie (mit Hilfe der Eltern) Dinge in den drei Grundformen: rund, drei- und viereckig. Sortieren Sie die Sammlung mit den Kindern. Welche Dinge haben die gleiche Form? Fahren Sie mit der Hand außen am Gegenstand entlang und zählen Sie gemeinsam die Ecken: Viereckige Dinge haben immer vier Ecken, dreieckige Gegenstände drei. Wie viele Ecken zählen die Kinder bei runden Dingen? Die Mädchen und Jungen können die Form genau ertasten, indem sie außen mit dem Finger entlangfahren und die Ecken zusammenzählen. Um keine Ecke doppelt zu zählen, könnten die Kinder die bereits gezählten Ecken mit einem Klebepunkt oder einem Stift markieren.

Eine andere Idee besteht darin, immer beim Stoppen des Rhythmus oder der Musik einen Auftrag zu erteilen – z. B.: „Mach alleine einen Kreis!“ (mit den Armen, Fingern ...), „Mach gemeinsam mit einer Freundin oder einem Freund einen Kreis!“ oder „Alle Kinder machen miteinander einen Kreis, ein Vier- bzw. ein Dreieck!“ etc. Sie können auch mit den Mädchen und Jungen das Spiel „Ich sehe was, was du nicht siehst“ spielen und gemeinsam Ihre Umgebung nach Kreisen, Drei- und Vierecken durchsuchen.





Schon schwieriger ist die Unterscheidung von Quadrat und Rechteck sowie Kreis und Oval. Besorgen Sie Gegenstände in diesen Formen, um sie gemeinsam mit den Kindern betrachten zu können. Quadratisch sind beispielsweise Fliesen, bunte Notizzettel oder die Grundflächen von vielen Saft-Tetrapacks, rechteckig sind Fotos und die Grundfläche von vielen Büchern oder Kartons. Auch ovale Formen kommen hin und wieder im Alltag vor, z. B. bei Tabletts, Broschen, Vasen, Türklingelschildern oder Fotorahmen. Schauen Sie zusammen ganz genau hin: Welche Unterschiede stellen die Mädchen und Jungen zwischen den beiden viereckigen bzw. runden Formen fest? Das Rechteck sieht z. B. länglicher aus als das Quadrat, genauso wirkt auch das Oval wie ein in die Länge gezogener Kreis.



### Mehr Wissen

*Übrigens ist ein Quadrat ein spezielles Rechteck, bei dem alle Seiten gleich lang sind. Ebenso ist auch der Kreis ein ganz besonderes Oval. Egal, wo man sich auf der Kreislinie befindet, man hat immer den gleichen Abstand zum Kreismittelpunkt. Beim Oval kann der Abstand von der Randlinie zum Mittelpunkt mal größer und mal kleiner sein.*

In vielen Kunstepochen haben Malerinnen und Maler in ihren Bildern mit geometrischen Formen experimentiert. Insbesondere der russische Maler Wassily Kandinsky ist mit seinen aus einfachen bunten Formen und Strichen zusammengesetzten Bildern berühmt geworden. Begeben Sie sich gemeinsam mit den Kindern auf eine Entdeckungsreise, und schauen Sie sich eines der Bilder von Kandinsky an, z. B. „Eckige Kreise“ von 1913 oder das Gemälde „Weiches Hart“ von 1927. Welche geometrischen Formen entdecken die Mädchen und Jungen auf dem Bild? Die Kinder könnten auch zusätzlich die Farben der Formen und deren Lage zueinander beschreiben – z. B.: „Ganz unten auf dem Bild ist ein großes gelbes Dreieck und auf dem Dreieck liegt ein großer roter Kreis. Daneben sind ganz viele schwarze Striche.“

### Formen in der Kunst

Gestalten Sie mit den Mädchen und Jungen einen ganz eigenen Kandinsky: Jedes Kind schneidet dafür aus bunter Pappe Kreise, Drei- oder Vierecke unterschiedlicher Größe aus. Auf einem großen weißen Papier können die Mädchen und Jungen anschließend ihre bunten Formen beliebig anordnen und aufkleben.





Jüngere Kinder könnten alternativ eine bunte Form, z. B. einen Kreis, auf ein weißes Blatt Papier malen. Nahezu perfekte Kreise entstehen so: einen Buntstift kurz über der Miene an einem Faden festknoten. Helfen Sie den Mädchen und Jungen, indem Sie das Fadenende fest auf das Papier drücken, während die Kinder mit den Stift einen Kreis darum ziehen. Bestimmt findet sich noch eine freie Wand im Gebäude, auf der zum Schluss alle gemalten Kreise zu einem großen Kandinsky angeordnet werden können.

Beispiele von weiteren Künstlerinnen und Künstlern, in deren Bildern geometrische Formen auftauchen, finden Sie auch im Internet. Auf manchen Seiten können Sie die Bilder direkt ausdrucken.<sup>8</sup>

Etwas ganz anderes hat der Schweizer Künstler Ursus Wehrli gemacht: Er hat die Gemälde berühmter Künstlerinnen und Künstler „aufgeräumt“.<sup>9</sup> Tun Sie es ihm gleich und sortieren Sie miteinander die Formen eines Gemäldes. Achten Sie bei der Auswahl der Bilder darauf, dass diese nach Möglichkeit aus einfachen geometrischen Formen bestehen. Hier bieten sich z. B. Werke von Paul Klee oder von Künstlerinnen und Künstlern der „Züricher Konkreten“ wie Richard Paul Lohse und Max Bill an. Wählen Sie z. B. das Bild „Farbtafel“ (1930) oder – etwas schwieriger – „Burg und Sonne“ (1928) von Paul Klee. Welche Formen entdecken die Kinder auf dem Bild? Haben die Mädchen und Jungen eine Idee, wie sie die vielen bunten Quadrate sortieren könnten? Wie viele rote Quadrate entdecken die Mädchen und Jungen und wie viele grüne? Die so z. B. nach Farben sortierten Formen werden dann auf ein gesondertes Blatt Papier gemalt oder mit buntem Papier aufgeklebt.

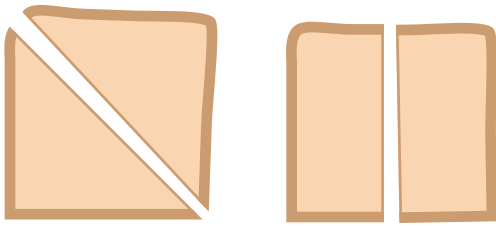


### Formen am Frühstückstisch

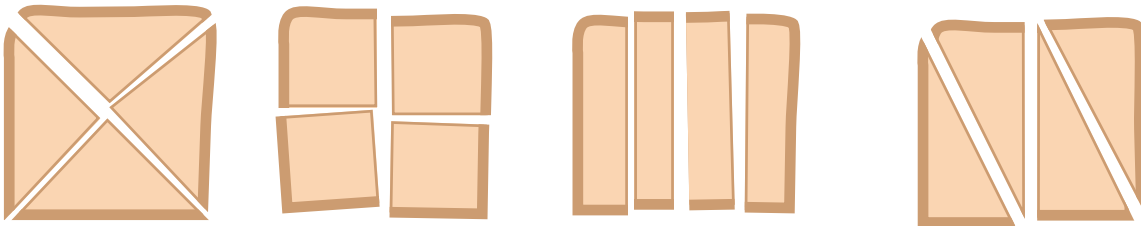
Bestreichen Sie eine Toastscheibe nach den Wünschen der Mädchen und Jungen. Überlegen Sie gemeinsam: Wie könnte die Scheibe gerecht geteilt werden, so dass zwei Kinder ein jeweils gleich großes Stück erhalten? Und wie müsste es zerschnitten werden, wenn das Brot gerecht auf vier der Mädchen und Jungen aufgeteilt werden soll?

Lassen Sie die Kinder die verschiedenen Schnittmöglichkeiten auch auf Kästchenpapier ausprobieren. Wie viele unterschiedliche Lösungen finden die Mädchen und Jungen für das Zerteilen eines Quadrats? Kinder im Grundschulalter könnten dabei erfahren, dass es unendlich viele verschiedene Varianten gibt, ein Quadrat mit einem Schnitt in zwei gleiche Teile zu zerlegen, wenn der Schnitt durch den Mittelpunkt des Quadrats geht.

**Gerechtes Aufteilen am Beispiel von einem Toastbrot auf zwei bzw. vier Kinder:**



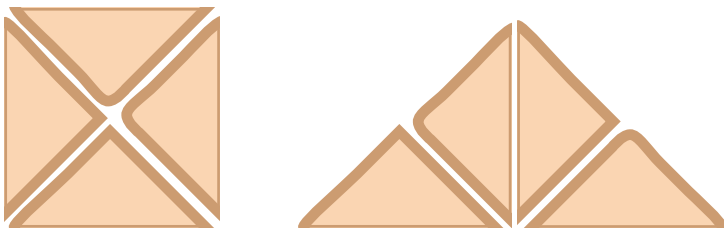
Mögliche Lösungen für zwei Kinder: Jedes Kind bekommt eine Toastbrothälfte. Es können z. B. Rechtecke und Dreiecke entstehen.



Mögliche Lösungen für vier Kinder: Jede Scheibe wird geviertelt. Es können z. B. Dreiecke, Quadrate und Rechtecke entstehen.

Schlagen Sie den Kindern vor, einen kunterbunten Teller aus unterschiedlich belegten Toastscheiben anzurichten. Bereiten Sie zunächst gemeinsam die Brote zu. Anschließend wird überlegt, wie die Scheiben in viele verschiedene Formen zerschnitten werden können.

Je nachdem, ob die Brote z. B. halbiert, gedrittelt oder geviertelt werden, entstehen Dreiecke, Quadrate und Rechtecke in verschiedener Größe und mit unterschiedlichem Belag. Schauen Sie sich die entstandenen Formen gemeinsam an. Können die Kinder sie benennen? Lassen Sie die Mädchen und Jungen die Toastbrotformen sortieren. Welche Teile haben vier, welche nur drei Ecken?

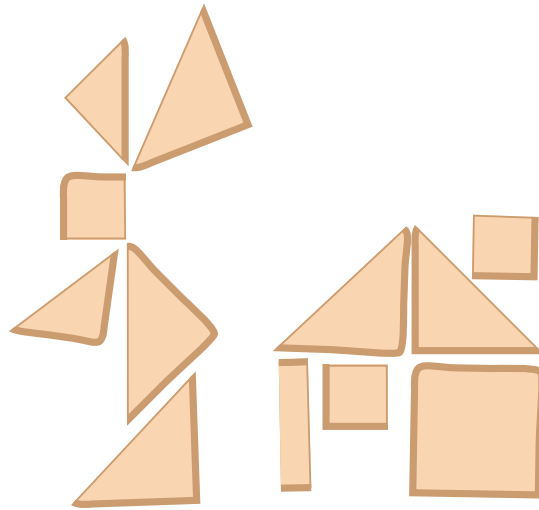


So wie sich Toastscheiben in verschiedene Formen zerlegen lassen, kann man sie selbstverständlich auch wieder daraus zusammensetzen. Gelingt es den Kindern, aus den Einzelteilen wieder ein Toastbrotquadrat herzustellen? Oder können sie Toastbrothälften zu einem größeren Quadrat oder Dreieck zusammensetzen (z. B. aus vier dreieckigen Toastbrothälften, s. Abb.)?



**Mehr Wissen**

Die Kinder erfahren beim Legen der Figuren spielerisch die Zusammenhänge zwischen den Flächenformen. Ganz ähnlich funktioniert das Legespiel „Tangram“. Auch hier besteht die Grundfläche aus einem Quadrat, das jedoch in sieben Teile (die „Tans“) zerlegt wird. Alle sieben Teile müssen beim Legen einer Figur verwendet werden. Dies kann nach Vorlage oder wie beim „Toastbrottangram“ frei geschehen.<sup>10</sup>



Wie kann man die Brote anrichten, damit Hase oder Haus entstehen?

### Gefüllte Form



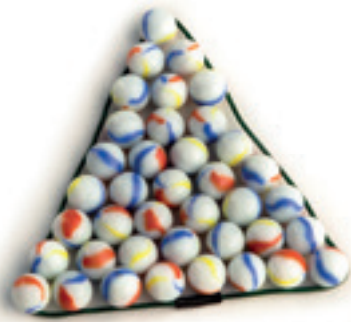
Kreis, Viereck und Dreieck unterscheiden sich nicht nur durch ihren Umriss – also die äußere Form. Untersuchen Sie zusammen mit den Kindern, wie viel in die jeweilige Form hineinpasst: Dafür werden zwei Springseile zu einem längeren Seil aneinandergestrickt und zunächst als Dreieck mit Kreppband auf dem Boden festgeklebt. Wie viele Kinderfüße passen in das Dreieck hinein? Zählen Sie gemeinsam und notieren Sie die Zahl bzw. legen Sie eine entsprechende Anzahl an Stiften, Blättern o. Ä. hin. Nun wird das gleiche Seil zu einem Viereck (z. B. zu einem Quadrat) geformt und wiederum mit Kreppband am Boden fixiert. Wie viele Füße schaffen es diesmal in den Innenraum? Zum Schluss wird mit dem Seil noch ein Kreis geformt und wieder in gleicher Weise vorgegangen. Vergleichen Sie abschließend miteinander: In welche Form passten besonders viele Füße?

### Mehr Wissen

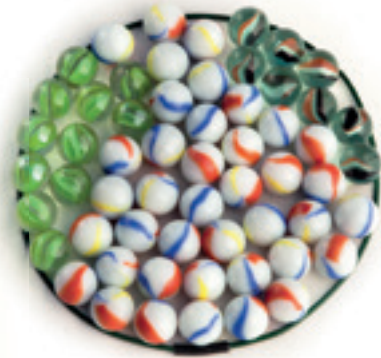
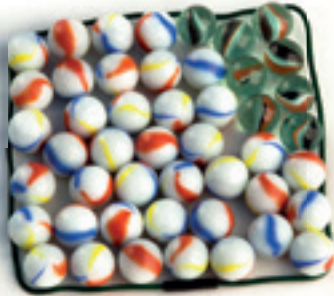


*Obwohl die Länge des Seils unverändert bleibt, erleben die Kinder am eigenen Leib etwas Spannendes: Wie groß die vom Seil umrandete Fläche ist, hängt davon ab, in welche Form es gebracht wird. Bei gleichbleibender Seillänge ist die Fläche beim Kreis am größten. Die Länge des Seils wird übrigens als Umfang der Figur bezeichnet, die Größe der Fläche als ihr Flächeninhalt.*

Jedes Kind kann das für sich auch noch einmal ausprobieren. Dafür bekommen alle ein Stück Blumendraht. Wie zuvor das Springseil wird nun der Draht in die drei Formen Dreieck, Viereck und Kreis gebracht. Lassen Sie die Mädchen und Jungen zunächst ein Dreieck formen. Der Innenraum des Dreiecks wird mit Murmeln ausgefüllt. Lassen Sie die Kinder die Murmeln wieder herausnehmen und in einer Schüssel sammeln. Formen Sie nun den Draht zu einem Quadrat. Die Mädchen und Jungen legen die Form wieder mit den Murmeln aus, die in das Dreieck gepasst haben. Fällt ihnen etwas auf? Im Quadrat ist noch Platz für zusätzliche Murmeln! Die Kinder dürfen den Innenraum also noch mit weiteren Murmeln gleicher Größe bestücken – am besten wählen sie dafür eine andere Farbe. Anschließend wird die jeweilige Menge in separaten Schüsseln gesammelt. Als Letztes formen die Mädchen und Jungen den Draht möglichst kreisförmig. Wiederum legen sie den Innenraum mit der gleichen Anzahl



In den Kreis passen bei gleicher Drahtlänge die meisten Murmeln hinein.



Murmeln aus – also den Murmeln aus der ersten Schüssel. Da noch Platz für weitere Murmeln ist, dürfen die Kinder nun auch die Murmeln aus der zweiten Schüssel mit hineingeben. Doch es ist nach wie vor Platz im Kreis! Wie viele Murmeln passen zusätzlich noch hinein? Nutzen Sie zum Ausfüllen möglichst Murmeln in einer dritten Farbe, dann wird der Unterschied besonders deutlich.



#### Mehr Wissen

*Der Kreis hat im Vergleich zu einer eckigen Form gleichen Umfangs den größten Flächeninhalt. Das macht sich auch die Natur zunutze: So bauen Bienen nach neuem Erkenntnisstand erst einmal runde Waben – denn in einer runden Zelle hat die Larve am meisten Platz. Erst durch das Verschmelzen der Zellen in den Hohlräumen mittels physikalischer Prozesse entsteht die für Waben typische Sechseckstruktur, weist das Sechseck doch hinsichtlich der Fläche die energetisch günstigste Form auf.<sup>11</sup>*

## Vieles hat zwei Seiten! – Symmetrien entdecken und selbst herstellen

Vieles in unserer Umgebung scheint aus zwei spiegelbildlichen Hälften zusammengesetzt, also symmetrisch zu sein: ein Ahorn- oder ein Eichenblatt, aufgeschnittene Obst- und Gemüsehälften, Schmetterlinge, Häuser und nicht zuletzt unsere eigenen Gesichter oder der menschliche Körper.

### **Symmetrische Figuren mit dem Spiegel entstehen lassen**

Entdecken Sie gemeinsam mit den Kindern, wie sich Bilder mit Hilfe eines Handspiegels verändern lassen: Malen Sie auf ein Blatt Papier z. B. eine Leiter, und erklären Sie den Kindern, dass Ihnen diese leider etwas zu kurz geraten ist. Können die Mädchen und Jungen Ihnen helfen, und haben sie eine Idee, wie man die Leiter auch ohne Stift verlängern könnte? Lassen Sie die Kinder die Augen schließen und halten Sie währenddessen einen Spiegel an das Ende der gezeichneten Leiter. Wenn die Mädchen und Jungen ihre Augen wieder öffnen, hat sich die Leiter plötzlich verlängert, denn man sieht den gezeichneten Teil auf dem Papier und die Verlängerung im Spiegel (s. Abb.).



Verteilen Sie kleine Handspiegel oder Spiegelfliesen an alle Kinder. Achten Sie darauf, dass eine Schutzfolie angebracht ist, so dass bei einem möglichen Splittern des Spiegels keine Verletzungsgefahr besteht. Die Mädchen und Jungen könnten halbe Bilder von Häusern, Gesichtern, Schmetterlingen o. Ä. bzw. Muster auf Karopapier malen und diese dann mit Hilfe des Spiegels zu einem ganzen Bild vervollständigen. Probieren Sie auch gemeinsam das Malen vor einem Spiegel: Bewegt man den Stift von sich weg, dann kommt er im Spiegel auf einen zu. Gelingt es den Kindern so, ein halbes Bild zu zeichnen, das direkt vom Spiegel ergänzt wird?

Besprechen Sie mit den Kindern, weshalb sich die Bilder mit dem Spiegel so verändern lassen. Er macht im Prinzip nichts anderes, als Gegenstände zu „verdoppeln“: Ein Spiegelbild sieht also genauso aus wie sein Original, eben nur spiegelverkehrt.

#### **Mehr Wissen**



*Figuren, die aus zwei spiegelgleichen Hälften bestehen, nennt man in der Mathematik „achsensymmetrisch“. An der Position des Spiegels ließe sich eine Linie zeichnen, an der sich das Bild verdoppelt. Diese imaginäre Linie wird als „Symmetrieachse“ bezeichnet.*

Begeben Sie sich gemeinsam mit den Kindern auf die Suche nach weiteren achsensymmetrischen Dingen in der Natur. Wo überall entdecken die Mädchen und Jungen Objekte, die aus zwei spiegelgleichen Hälften zusammengesetzt erscheinen? Viele Blüten und Blätter sind symmetrisch, z. B. ein Klee- oder ein Ahornblatt, ein Gänseblümchen oder ein Veilchen. Und auch im Tierreich lassen sich diverse Beispiele für Symmetrien finden, wie z. B. ein Schmetterling, eine Fliege oder ein von oben betrachteter Käfer.





**HINWEIS**

Weitere Forschungsideen für Grundschul Kinder zum Thema finden Sie auch auf der Entdeckungskarte für Kinder „Spieglein, Spieglein“ aus dem zugehörigen Karten-Set „Mathematik – Geometrie mit Fantasie“.



Lassen Sie die Kinder ihren eigenen Körper im Spiegel betrachten: Erkennen die Mädchen und Jungen auch hier die zwei zueinander symmetrischen Hälften? Fahren Sie gemeinsam mit den Fingern die Linie nach, auf der sich die Symmetrieachse befindet. Auf großem Packpapier könnten die Kinder ihre Körperumrisse nachziehen und anschließend die Linie einzeichnen, an der sich der menschliche Körper zu spiegeln scheint. Oder die Mädchen und Jungen ergänzen eine ihrer Gesichtshälften. Dafür werden Porträtfotos der Kinder in der Mitte durchgeschnitten. Die fehlende Hälfte ergänzen die Mädchen und Jungen durch eine Zeichnung.

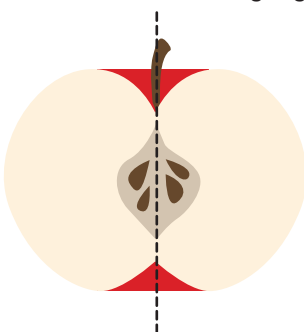
**HINWEIS**

Für dieses Kapitel kann es hilfreich sein, wenn Sie zuvor die vorangegangene Praxisidee „Symmetrische Figuren mit dem Spiegel entstehen lassen“ mit den Kindern durchgeführt haben.

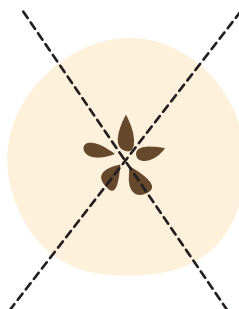
**Halbierte Früchte**

In Früchten steckt eine Menge Geometrie: Es gibt sie nicht nur in den verschiedensten Formen, genauer unter die Lupe genommen, zeigen sie ein Innenleben voller Symmetrie. Halbieren Sie beispielsweise zwei Äpfel – den einen längs und den anderen einmal quer durch die Mitte. Betrachten Sie gemeinsam mit den Kindern die Apfelhälften und vergleichen Sie sie miteinander. Welche Unterschiede entdecken die Mädchen und Jungen? Welches Apfelmuster finden sie besonders schön und warum?

Egal, wie man den Apfel halbiert, in beiden Fällen zeigt sich ein regelmäßiges Muster des Kerngehäuses, das sich jedoch je nach Schnitt deutlich voneinander unterscheidet: Schneidet man den Apfel längs durch, dann scheint das Kerngehäuse aus zwei spiegelbildlich zusammengesetzten Teilen zu bestehen. Teilt man ihn hingegen quer, dann sind die Kerne strahlenförmig angeordnet.



eine Symmetrieachse



zwei von fünf möglichen Symmetrieachsen



Schauen Sie sich gemeinsam mit den Kindern die Schnittflächen anderer Obst- oder Gemüsesorten an. Halbieren Sie z. B. Orangen, Kiwis, Tomaten oder kleine Gurken jeweils einmal längs und einmal quer und vergleichen Sie die Hälften miteinander. Welche Unterschiede und welche Gemeinsamkeiten stellen die Mädchen und Jungen zwischen den Hälften fest? Die Schnittflächen der Früchte ähneln sich immer dann, wenn sie auf ähnliche Art halbiert werden. Sortieren Sie gemeinsam die Schnittflächen der Früchte nach der Art ihres Musters in zwei Gruppen. Teilen Sie noch weitere Obst- oder Gemüsesorten, und lassen Sie die Kinder vor jedem neuen Schnitt Vermutungen aufstellen, wie das Muster im Inneren aussehen wird. Stimmen die Vermutungen mit den tatsächlichen Schnittmustern überein?

Suchen Sie gemeinsam mit den Kindern die Symmetrieachse auf der jeweiligen Schnittfläche. Entdecken die Kinder die Linie, an der sich das Muster jeweils zu spiegeln scheint? Je nachdem, wie das Obst oder Gemüse geteilt wurde, haben die Schnittflächen eine oder sogar mehrere Symmetrieachsen.

Basteln Sie mit den Kindern ein Früchte-Memory. Dafür wird jede Frucht zweimal fotografiert: einmal die längs aufgeschnittene und einmal die quer geteilte Schnitthälfte. Die Kinder kleben die Fotos auf Kartonpapier. Wer findet die meisten zueinander gehörigen Schnitthälften?

**HINWEIS**

Figuren mit mehreren Symmetrieachsen sind auch gleichzeitig drehsymmetrisch. Auf den Entdeckungskarten „Achsensymmetrie“ und „Drehsymmetrie“ aus dem zugehörigen Karten-Set „Mathematik in Raum und Form“ finden Sie weitere Anregungen rund um dieses Thema.

### **Symmetrische Faltfiguren**

Basteln Sie zusammen mit den Kindern Masken aus Papierquadraten oder -rechtecken. Damit diese gut auf die Gesichter der Mädchen und Jungen passen, müssen sie Löcher für Augen, Nase und Mund haben. Betrachten Sie gemeinsam mit den Kindern deren Gesichter im Spiegel: Wo befinden sich die Augen, wo die Nase und der Mund?



Lassen Sie die Mädchen und Jungen das Papier in der Mitte falten. Die Papierhälften bleiben nun übereinandergefaltet, während die Kinder kleine Löcher in das Papier reißen oder schneiden. Wie viele Löcher müssen sie für die Augen einreißen? Und wo? Wie müssen die Risse für Nase und Mund aussehen?

Falten Sie die Papiere wieder auseinander und schauen Sie sich die fertigen Masken gemeinsam mit den Kindern an. Lassen Sie die Mädchen und Jungen ihre Masken vor das Gesicht halten. Sind die Löcher für Augen, Mund und Nase an den richtigen Stellen? Falls nicht, können die Kinder es erneut mit einem frischen Papier probieren.

Besprechen Sie mit den Mädchen und Jungen, warum es ausreicht, nur die Hälfte des Papiers einzureißen. An der Faltkante wird alles verdoppelt – die Maske sieht auf beiden Seiten der Faltung gleich aus – nur spiegelverkehrt.



### Mehr Wissen

*Durch das Falten des Papiers in der Mitte entsteht eine achsensymmetrische Figur, deren Symmetrieachse der Faltkante entspricht.*

Lassen Sie die Kinder auf diese Weise noch weitere achsensymmetrische Figuren herstellen. Gelingt es ihnen z. B., das einmal aufeinandergefaltete Papier so einzureißen oder zu schneiden, dass beim Auseinanderfalten ein Kreis, ein Quadrat oder sogar ein Herz in der Mitte des Papiers entsteht?

Die älteren Mädchen und Jungen zeichnen die halben Figuren zuerst auf das gefaltete Papier und schneiden sie dann aus. Oder sie falten das Papier gleich zweimal übereinander, so dass die Faltkanten senkrecht aufeinanderstehen. Welche Muster entstehen, wenn sie nun Löcher oder andere Formen in das Papier schneiden? Und wo tauchen sie auf dem aufeinandergefalteten Papier auf? Ist das Papier quadratisch, könnten die Kinder auch einen vierzackigen Stern basteln. Hierfür sollten sie das Papier noch ein drittes Mal falten – diesmal entlang der Diagonalen. Wie entsteht viermal der gleiche Zacken, haben die Mädchen und Jungen eine Idee?



## Punkt an Punkt oder Linie an Linie – Musterbilder und Ornamente

Vieles in unserem Alltag ist gemustert: ob nun die geblümete Schürze, das getigerte Fell einer Katze, die Struktur einer Baumrinde oder die sich abwechselnden schwarzen und weißen Tasten einer Klaviatur – die Liste könnte unendlich fortgesetzt werden. Ein Muster bezeichnet im Allgemeinen ein Merkmal, das in regelmäßigen Abständen wiederholt oder variiert wird. Bei einem Muster muss es sich jedoch nicht immer um Striche, Punkte oder Karos handeln, auch der wiederkehrende Refrain in einem Lied – sich also nach einer bestimmten Regel wiederholende Töne – kann als Muster bezeichnet werden.

### Welche Muster kennst du?

Halten Sie in Zeitschriften oder im Kleiderschrank nach Dingen Ausschau, die auf typische Art gemustert sind. Vielleicht haben Sie Stoffreste zu Hause, die Sie zu kleinen „Musterproben“ zurechtschneiden können, oder Sie malen die Muster auf Papier.

Die häufigsten Muster in unserem Alltag sind gestreift, kariert, gepunktet, geblümt, getigert, mit Karos oder Zickzack-Linien versehen. Vielleicht finden Sie für jedes ein Beispiel, das Sie sich dann gemeinsam mit den Kindern anschauen können. Wissen die Mädchen und Jungen, wie die verschiedenen Muster genannt werden? Machen Sie die Kinder darauf aufmerksam, dass sich in jedem Muster das namensgebende Merkmal wiederholt: z. B. die Streifen im gestreiften, die Punkte im gepunkteten oder die gezackten Linien im Zickzack-Muster.

Tragen die Mädchen und Jungen gemusterte Kleidung? Wer hat z. B. ein gepunktetes Oberteil oder gestreifte Ringelsocken an, wer trägt ein Freundschaftsbändchen mit Zickzack-Muster am Handgelenk? Schauen Sie sich auch gemeinsam in der Einrichtung um. Gibt es Decken, Vorhänge oder Teppiche, die gleichmäßig gemustert sind? Wie ist der Fußboden im Flur oder Waschraum gemustert? Und welche Muster haben die Tassen im Küchenschrank oder die Kissenbezüge in der Kuschelecke? Passt keiner der bekannten Begriffe auf ein Muster, können die Kinder das Muster mit eigenen Worten beschreiben oder sich eine passende Bezeichnung ausdenken. Was fällt den Mädchen und Jungen hier ein? Ermuntern Sie die Kinder, sich eigene Musterungen auszudenken und diese auf Papier zu malen.

### Tiermusterduett

In der Tierwelt finden sich viele schöne Muster. Sind es einmal die Streifen des Tigerfells, so sind es ein anderes Mal vielleicht die bunten Schuppen eines Fisches, die besonders beeindruckend sind. Lassen Sie die Kinder in Zeitschriften nach Abbildungen verschiedener Tiere suchen oder recherchieren Sie gemeinsam Tierbilder im Internet. Welche Tiere lassen sich besonders gut anhand ihrer spezifischen Musterung wiedererkennen? Das Zebra z. B. ist schwarz-weiß gestreift, die Kuh meist schwarz-weiß gescheckt. Die Giraffe hat große braune Flecken mit weißem Rand und an welchem Muster erkennt man einen Leopard?

Sammeln Sie gemeinsam viele Tiermuster. Schneiden Sie die Bilder so zurecht, dass nur noch ein Ausschnitt des Musters und nicht mehr das gesamte Tier zu sehen ist, und lassen Sie die Kinder die Bilder auf Pappkärtchen aufkleben. Sie könnten gemeinsam ein Memory-Spiel gestalten, indem jedes Musterkärtchen noch ein passendes Gegenstück mit einer Abbildung des gesamten Tiers bzw. dem Tiernamen erhält.

Nutzen Sie bei Ihrem nächsten gemeinsamen Zoobesuch die Gelegenheit, mit den Kindern Tiermusterduett zu spielen. Alternativ könnten Sie auch ein Tierbilderbuch anschauen. Erkennen die Mädchen und Jungen die passenden Tiere zu den jeweiligen Mustern auf den Kärtchen wieder?





Die Fliesenwände alter Häuserfassaden in Portugal oder die Moscheen und Paläste der islamischen Architektur zeigen, wie aus bunten Fliesen regelrechte Kunstwerke entstehen können. Die faszinierende Ästhetik, die von diesen Fliesenornamenten ausgeht, ist auch der geometrischen Regelmäßigkeit geschuldet, die den Kunstwerken zugrunde liegt. So reihen sich immer wiederkehrend die gleichen Motive aneinander und fügen sich zu einem großen Muster oder ergeben spiegelsymmetrische Muster aus unzähligen Vielecken.

Verschönern Sie gemeinsam mit den Kindern die Fliesenwand in Ihren Waschräumen. Hier eignen sich spezielle Fliesenfolien, die es in verschiedensten Farben gibt.

Ob ein großflächiges Muster oder lediglich eine Borte – lassen Sie die Mädchen und Jungen ihr ganz eigenes Fliesenmuster erfinden. Planen Sie Ihre neue Fliesenwand vorab gemeinsam. Da vielen Kindern das maßstäbliche Verkleinern noch schwerfällt, schneiden Sie Papier in der Größe der Fliesen zurecht. Auf den Papierfliesen können die Mädchen und Jungen nun nach Belieben skizzieren und Muster ausprobieren.

Welches Muster erscheint, wenn die Kinder alle Fliesen in gleicher Weise bemalen und immer wieder aneinanderlegen? Oder wenn die Mädchen und Jungen die Grundform beibehalten, jedoch die Farbgebung von Fliese zu Fliese variieren? Schöne Fliesenmuster entstehen auch, wenn die Kinder die Fliesen so zueinander drehen, dass sie sich zu einem neuen Muster ergänzen.



Mit dem Spiel „Felia legt Fliesen“ auf der Kinderwebseite der Stiftung [www.meineforscherwelt.de](http://www.meineforscherwelt.de) können Mädchen und Jungen im Grundschulalter ihre Fliesenmuster auch direkt am Computer entwerfen.

Suchen Sie im Internet oder in Büchern nach Fliesenmosaiken, und nehmen Sie diese gemeinsam mit den Kindern noch einmal genauer unter die Lupe: Lenken Sie den Blick der Mädchen und Jungen darauf, dass sich die Muster aus vielen kleinen Fliesen zusammensetzen, z. B. in der Form von Dreiecken und anderen Vielecken. Wo haben die Kinder solche Mosaik schon einmal gesehen?

Sammeln Sie gemeinsam Steine oder andere Naturmaterialien wie Kastanien, verschiedene Blüten etc. und lassen Sie die Mädchen und Jungen daraus Mosaik gestalten. Alternativ könnten Sie sie die Mosaik auch aus Gipssteinchen oder Porzellanresten einer alten Tasse o. Ä. legen lassen.

## Fliesenmuster selbst gemacht

## Felia legt Fliesen





## Lückenlos Seite an Seite

Fußböden und auch Küchen- oder Badezimmerwände sind oft mit wenigen verschiedenen Formen ausgelegt. Je nachdem, wie die Formen oder Farben zueinander angeordnet sind, entsteht ein ganz spezifisches Flächenmuster.

Lassen Sie die Kinder in Kleingruppen auf dem Boden eine Fläche mit Kreppband abkleben. Als Orientierung für die Mädchen und Jungen können Sie selbst eine Fläche von etwa einem Meter mal einem Meter abkleben.

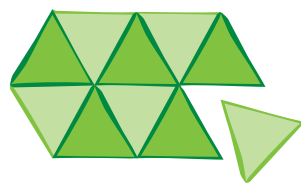
Sammeln Sie anschließend gemeinsam Blätter, Steine oder Kastanien: Gelingt es den Kindern, ihre Flächen mit einem Material komplett auszulegen, ohne dass dieses sich dabei überlappt? Die Mädchen und Jungen werden schnell feststellen, dass viele der verwendeten Formen ganz offensichtlich ungeeignet dafür sind: Entweder entstehen größere Löcher oder die Materialien liegen zwangsläufig übereinander.

Haben die Kinder eine Idee, mit welchen Formen es klappen könnte? Suchen Sie gemeinsam im Haus und der Umgebung nach lückenlos ausgelegten Flächen. Welche Form haben z. B. die Fliesen in den Waschräumen, der Holzboden im Gruppenraum oder die Pflastersteine auf dem Pausenhof? Entdecken die Mädchen und Jungen auch Flächen, die mit unterschiedlichen Formen ausgelegt sind, aber so ineinandergreifen, dass sie eine komplette Fläche ausfüllen?

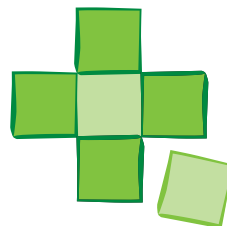


Lassen Sie die Kinder ihre eigenen Gehwege oder Fußböden kreieren. Verteilen Sie hierfür größere Papierdreiecke in zwei Farben, die sich ganz einfach aus stärkerem Kartonpapier herstellen lassen. Mit den Pappdreiecken legen die Mädchen und Jungen nun ihre eingangs abgesteckten Flächen aus (gegebenenfalls können die Kinder Steine auf ihre Dreiecke legen, um sie zu beschweren). Besprechen Sie mit den Kindern, dass die Dreiecke am Rand ruhig über die Klebekante überstehen können.

Sie könnten die Aufgabe auch erweitern, indem die Kinder einzelne Pappdreiecke aus ihrem Muster entfernen. Gelingt es den anderen Mädchen und Jungen, anhand des Musters zu erraten, welche Farbe die nun fehlenden Stücke hatten?



ein Parkett aus Dreiecken



ein Parkett aus Quadraten



ein Parkett aus Sechsecken

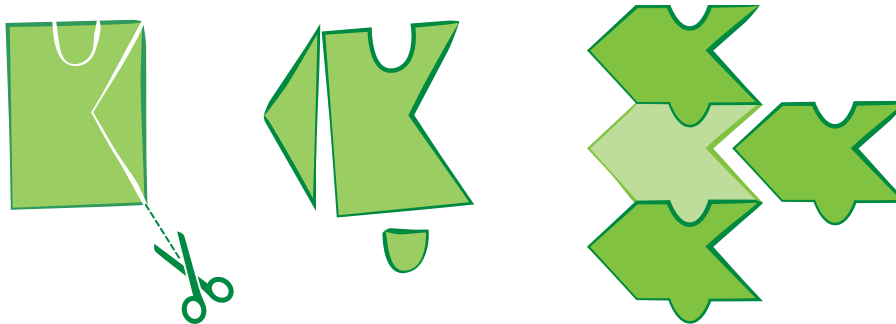




## Mehr Wissen

Die lückenlose Ausfüllung einer Fläche mit einer oder mehreren geometrischen Formen nennt man in der Mathematik Parkettierung. Eine Parkettierung gelingt nicht mit jeder Form, da sich die Formen entsprechend ergänzen müssen. Parkettierungen finden sich auch in der Natur wieder: So bestehen z. B. Bienenwaben aus gleichseitigen Sechsecken, die sich lückenlos aneinanderfügen.

Stellen Sie mit den älteren Kindern besonders lustige Parkette her: Lassen Sie die Mädchen und Jungen von einer Ausgangsform, z. B. einem Rechteck, ein Stückchen wegnehmen und es an der gegenüberliegenden Seite wieder ansetzen. Am besten nutzen Sie hierfür Kartonpapier, da es schön stabil ist. Fixieren die Kinder die losen Teile mit einem Klebeband, entsteht eine Schablone, die sie als Vorlage für die weiteren Parkettteile nutzen können, die am Ende, ähnlich wie bei einem Puzzle, ineinandergreifen. Welche lustigen Figuren entstehen auf diese Weise? Da hier die Ausgangsform sprichwörtlich angeknabbert wird, heißt diese Methode übrigens *Knabbertechnik*.



Für Kinder wie auch für Erwachsene üben Regelmäßigkeiten in Form oder Farbe einen ausgesprochenen Reiz aus. Oft kann man die Mädchen und Jungen dabei beobachten, wie sie bunte Perlen nach einer selbst erdachten Farbreihenfolge auffädeln oder Bauklötze in einem bestimmten Farbmuster anordnen. Auch Muggelsteine sind wegen ihrer besonderen Haptik besonders reizvoll für Kinder und laden dazu ein, Flächen- oder Linienmuster zu legen.

Nehmen Sie die Muster der Kinder als Ausgangspunkt, und ermutigen Sie die Mädchen und Jungen dazu, die Regel ihrer Muster zu erklären. Erkennen auch andere Kinder das Muster und können es nachlegen oder sogar fortführen? Besonders anspruchsvoll ist es, das Muster nur in Gedanken fortzuführen und aus der Vorstellung heraus zu beschreiben. Die Mädchen und Jungen können auch bewusst einen Fehler in ihre Muster einbauen, den die anderen Kinder erkennen und korrigieren müssen. Das geht mit Muggelsteinen oder Bauklötzen besonders einfach: Die Kinder legen ihr Muster zunächst in richtiger Reihenfolge und tauschen erst danach einen der Bausteine gegen einen „falschen“ aus.

Lassen Sie die Kinder weiterknobeln: Beispielsweise dürfen sich Muggelsteine oder Bauklötze in der gleichen Farbe nicht berühren oder eine Farbe darf nur von einer bestimmten anderen Farbe umgeben sein. Welche Muster können die Mädchen und Jungen mit diesen Vorgaben legen?

## Muster legen und fortsetzen



Muster ganz besonderer Art entstehen übrigens mit Hilfe von Spiegeln: Halten Sie beispielsweise einem der Kinder einen Handspiegel hinter den Kopf, während es sich im Badspiegel betrachtet. Durch die zwei Spiegel entsteht eine schier endlose Kette aus sich abwechselnden Hinterköpfen und Gesichtern. Lassen Sie die Kinder auch Masken aus Papier anfertigen und zwei davon aufsetzen: eine vorn, eine hinten. Wie sieht das Muster im Spiegel nun aus?

Andere Spiegelmuster entstehen, wenn die Mädchen und Jungen drei Spiegelkacheln so aneinanderstellen, dass sich daraus ein geschlossenes Dreieck ergibt. Dann werden kleine Gegenstände in die Mitte zwischen die Spiegel gelegt. Die Kinder können nun beobachten, wie im Spiegelinnenraum ein symmetrisches Muster aus Mehrfachspiegelungen der Gegenstände entsteht, das sich in alle Richtungen scheinbar bis ins Unendliche fortsetzt.



# Kugel, Zylinder und andere Körperformen – Körper kennen lernen und unterscheiden

Geometrische Körper befinden sich überall in unserer Umgebung: Seifenblasen oder Fußbälle sind kugelförmig, fast alle Verpackungen quaderförmig, die Form eines Zylinders haben z. B. Getränkedosen oder das Nudelholz und die eines Kegels lässt sich beispielsweise in einer Eistüte und einem Verkehrshütchen wiedererkennen.

Was ist rund wie ein Ball und was eckig wie eine Kiste? Lassen Sie die Kinder und Eltern vorab zu Hause fleißig sammeln.

Schauen Sie sich zusammen die von den Mädchen und Jungen mitgebrachten Dinge an: Welche haben die gleiche Form? Sortieren Sie die Sammlung mit den Kindern, und suchen Sie anschließend nach weiteren Gegenständen, die in eine der beiden Kategorien passen.

Nehmen Sie mit den Mädchen und Jungen die runden und eckigen Gegenstände näher unter die Lupe: Ertasten Sie mit den Fingern die Kanten und Ecken der eckigen Körper. Wie viele Ecken zählen die Kinder? Lassen Sie die Mädchen und Jungen die runden Körper mit der flachen Hand rollen. Gelingt ihnen das auch mit den kistenförmigen Körpern?

Spielen Sie mit den Kindern „Was wäre, wenn ...?“. „Was wäre, wenn der Kleiderschrank oder der Backofen eine Kugel wäre?“ oder „Was wäre, wenn das Auto eckige Reifen hätte?“ Solche Fragen machen den Mädchen und Jungen noch einmal deutlich, dass Gegenstände in ihrer Umgebung nicht ohne Grund ihre jeweilige Form haben und das Formen je nach Kontext sinnvoll sind – oder eben nicht.



*Bälle und Kisten haben ganz unterschiedliche Eigenschaften: Bälle können rollen, Kisten können kippen. Runde Körper wie einen Ball nennt man übrigens eine „Kugel“, eckige Körper wie eine Kiste einen „Quader“.*

**Mehr Wissen**

Überlegen Sie mit den älteren Kindern, worin der Unterschied zwischen einem Quader und einem Würfel besteht. Schauen Sie sich dazu gemeinsam verschiedene Gegenstände in Würfel- und Quaderform an. Würfel gibt es in unserem Alltag seltener als Quader, aber auch hier lassen sich einige Beispiele finden, z. B. einen Spielwürfel oder auch Verpackungen und Dosen bzw. Sitzhocker in Würfelform. Lassen Sie die Kinder ganz genau hinschauen: Welche Unterschiede entdecken die Mädchen und Jungen zwischen den Quadern und Würfeln?



*Der Würfel ist ein Quader und zwar ein ganz spezieller: Bei einem Würfel sind alle Kanten gleich lang. Viele würfelförmige Körper erkennt man bereits an ihrem Namen, z. B. einen Spielwürfel und einen Zauberwürfel. Aber aufgepasst: Beim Würfelzucker handelt es sich in Wirklichkeit um einen etwas flacheren Quader.*

**Mehr Wissen**

Sie könnten nun auch die Formen *Kegel* und *Zylinder* einführen. Hier wird man im Alltag ebenfalls schnell fündig: Z. B. haben Toilettenpapierrollen, Konservendosen oder andere „Röhren“, wie beispielsweise eine breite Kerze, die Form eines Zylinders. Kegelförmig sind z. B. Zuckertüten, Zauberhüte und Spitzen von runden Kirchtürmen.

**Welche Formen kennst du schon?**

Schauen Sie sich anschließend mit den Kindern die verschiedenen Holzklötze im Baukasten an. Können die Mädchen und Jungen die unterschiedlichen Körperformen benennen? Gibt es auch Formen, für die sie keinen Namen haben? Erforschen Sie die Eigenarten der verschieden geformten Holzklötze miteinander: Welche Körper lassen sich gut rollen, welche gut kippen? Finden die Kinder auch Körper, die beides können? Legen Sie zwei Gymnastikreifen, die sich in der Mitte überkreuzen, auf den Boden. In dieses „Reifendiagramm“ können Sie die Holzklötze nun ganz einfach einsortieren: In den einen Reifen kommen die Körper, die nur rollen, in den anderen jene, die nur kippen, und dort, wo sich beide Reifen überlagern, legen die Mädchen und Jungen jene Körper hinein, die beides gut können. Wovon hängt es ab, ob Körper rollen oder kippen können? Haben die Kinder eine Idee?



*Über gewölbte Flächen rollt ein Körper, über Kanten kippt er.*

### **Eiffelturm aus Bauklötzen**

Durch das Spielen in der Bauecke erfahren die Kinder viele Eigenschaften und Eigenarten von Körperformen, ohne sich dessen oft bewusst zu sein. Bringen Sie die Mädchen und Jungen durch Impulsfragen dazu, über ihre Beobachtungen zu sprechen: Schauen Sie sich gemeinsam verschiedene Bauklötze an, und fragen Sie die Kinder z. B., mit welchen dieser Steine sie ein Haus bauen würden. Greifen Sie die Antworten der Mädchen und Jungen auf, und haken Sie nach, weshalb die Kinder für den Hausbau z. B. einen Würfel oder Quader gewählt haben, nicht aber einen Kegel.

Die Kinder können auch versuchen, zylinderförmige Holzklötze zu einem hohen Turm aufzustapeln. Haben die Mädchen und Jungen eine Idee, wie das geht? Geben Sie den Kindern die Zeit, herauszufinden, wie sie die Zylinder aufstellen müssen, damit diese nicht einfach wegrollen. Überlegen Sie gemeinsam, woran es liegen könnte, dass sich manche Seitenflächen des Zylinders besser für den Turmbau eignen als andere.



*Zylinder lassen sich gut stapeln. Gelingt es auch mit der gewölbten Fläche?*



Lassen Sie ältere Kinder berühmte Bauwerke, wie z. B. den Eiffelturm in Paris oder das Brandenburger Tor in Berlin, mit Holzklötzen nachbauen. Oder suchen Sie gemeinsam nach Bauwerken in Ihrer Umgebung und machen Sie während eines Spaziergangs Fotos von Kirchen, Brücken oder dem eigenen Kita- bzw. Grundschulgebäude.

Mit den Fotos als Vorlage versuchen die Kinder, die Bauwerke nachzubauen. Es ist gar nicht so einfach, die vielfältigen realen Formen auf die wenigen Körperformen im Baukasten zu reduzieren. Gelingt es den Mädchen und Jungen, ihr Bauwerk so nachzubauen, dass die anderen Kinder es anschließend wiedererkennen können?

Abdrücke von Körpern begegnen uns überall im Alltag: Fußstapfen oder die Spuren von Tieren auf weichem Sand bzw. im Schnee, die Abdrücke einer Hand auf einer Glasscheibe oder die eingedrückte Stelle, die ein Kopf auf einem Kopfkissen hinterlässt. Oft sind nur die Abdrücke von einer Seite des Körpers auf der Fläche zu sehen, und so wissen wir nicht, wie der komplette Körper aussieht.

Basteln Sie gemeinsam mit den Mädchen und Jungen einen „kompletten Abdruck“ eines Körpers. Fordern Sie die Kinder hierfür auf, Pappschachteln von zu Hause mitzubringen.

Bevor die Mädchen und Jungen eine Pappkiste auseinanderfalten, bemalen sie deren Außenflächen – die Seitenwände in einer Farbe, Boden und Deckel jeweils in einer anderen.

### *Kisten platt gemacht*



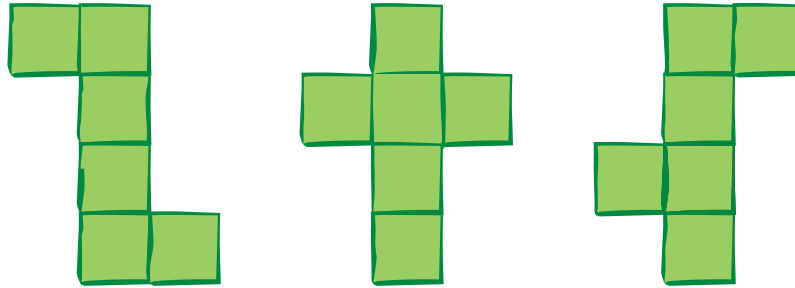
Wie sieht die Kiste aus, nachdem die Kinder sie auseinandergefaltet haben? Welche Flächen waren vorher innen, welche außen, oben oder unten? Wo befindet sich die Fläche, die vorher vorne war? Geben Sie den Mädchen und Jungen Zeit, die flache Pappe genau zu erkunden. Welche geometrischen Formen haben die einzelnen Flächen, können die Kinder sie benennen?

Danach versuchen die Mädchen und Jungen, die Pappfläche wieder zu einem Quader zusammenzufalten. Hier helfen die zuvor aufgetragenen Farben. Welche Fläche ist der Boden, welche der Deckel? Welche Flächen bilden die Wände?



## Mehr Wissen

Faltet man einen Körper entlang seiner Kanten auseinander, so spricht man von einem Körpernetz. Anhand eines Netzes lässt sich erkennen, aus welchen Flächenformen sich ein Körper zusammensetzt. Ein Körper kann übrigens viele verschiedene Netze haben.



Ältere Kinder können fünf gleiche Papierquadrate Seite an Seite aneinanderkleben, so dass ein „Fünfling“ entsteht. Forschen Sie mit den Mädchen und Jungen: Welche dieser Fünflinge lassen sich zu einer offenen Würfelschachtel zusammenfalten (s. Abb.)?

Nicht alle Fünflinge eignen sich dazu, denn bei manchen schieben sich Papierquadrate beim Zusammenfalten übereinander. Oder sie lassen sich gar nicht falten. Welche geeigneten Fünflinge entdecken die Kinder? Und warum ergibt z. B. der lange Fünfling, bei dem die fünf Quadrate in einer Reihe liegen, keine Würfelschachtel? Es lassen sich insgesamt zwölf verschiedene Fünflinge entdecken, von denen sich acht zu einer Würfelschachtel falten lassen.

## Körper verpacken

Verpacken Sie gemeinsam verschieden große Kartons wie ein Geschenk. Was glauben die Kinder, für welche Kiste sie am wenigsten Papier benötigen? Und für welche am meisten? Sortieren Sie mit den Mädchen und Jungen die Kartons nach ihrer Größe, anschließend kann das Verpacken losgehen.

Beobachten Sie die Kinder dabei, wenn sie das Geschenkpapier für ihre Kisten auswählen: Haben die Mädchen und Jungen richtig geschätzt, wie viel Geschenkpapier sie jeweils benötigen? Bestätigen sich die Vermutungen der Kinder, für welche der Kisten sie am meisten und für welche sie am wenigsten Papier brauchen?

Sind alle Kartons eingepackt, können die Kinder Geburtstag spielen: Die Geschenke werden ausgepackt und das Verpacken kann erneut beginnen.

## Mehr Wissen

Große Dinge brauchen eine große Verpackung, kleine Dinge nur eine kleine. Wie viel Verpackung genau benötigt wird, hängt von der Oberfläche der Objekte ab. Diese ist nichts anderes als die Summe aller Randflächen. Die Oberfläche von zwei Objekten kann gleich groß sein, auch wenn die Objekte völlig unterschiedlich aussehen.

Etwas ganz anderes hat das Künstler-Ehepaar Christo und Jeanne-Claude eingepackt: Im Jahr 1995 verhüllten sie den Berliner Reichstag gänzlich mit weißem Stoff. Noch heute ist der „verhüllte Reichstag“ vielen Leuten ein Begriff.<sup>12</sup>

Tun Sie es dem Künstlerpaar gleich, und verhüllen Sie verschiedene Gegenstände mit Tüchern, z. B. Teddybären, Teller oder Tannenzapfen. Stellen Sie den Kindern hierfür unterschiedlich große Tücher zur Verfügung, und lassen Sie die Mädchen und Jungen vor dem Einpacken schätzen, wie viel Tuch sie jeweils benötigen. Gelingt es den anderen Kindern zu erraten, welcher Gegenstand sich unter den Tüchern verbirgt?

Auch wir haben es jeden Tag mit einer ganz besonderen Art der Verpackung zu tun: mit unserer Kleidung. Pullover, Hosen, Jacken und Strümpfe sind nämlich nichts anderes als Verpackungen für den menschlichen Körper. Lassen Sie die Kinder von zu Hause Kleidungsstücke von sich selbst, ihren Geschwistern und ihren Eltern mitbringen und schauen Sie sich die Kleidersammlung zusammen an. Welche Kleidung ist für kleine Babys, kleine und große Kinder, welche für Erwachsene? Auch bei der Kleidung können die Mädchen und Jungen das gleiche Prinzip wie bei den Kisten feststellen: Große Menschen haben wie die großen Kisten mehr Oberfläche und brauchen deshalb eine größere Verpackung.



## Oben, unten, links und rechts – Positionen im Raum beschreiben und sich orientieren

Um Wasser in ein Glas zu füllen oder die Haustür mit dem Schlüssel zu öffnen, müssen wir Hand und Auge koordinieren, so dass die Wasserflasche direkt über das Glas bzw. der Schlüssel auf gleiche Höhe mit dem Schlüsselloch gebracht wird. Im Straßenverkehr wiederum ist es wichtig, die Entfernungen von Autos und anderen Verkehrsteilnehmerinnen und Verkehrsteilnehmern richtig einzuschätzen und deren Bewegung im Raum vorherzusehen.

Die Beispiele zeigen, dass es in fast allen Alltagssituationen von großer Bedeutung ist, sich gut im Raum orientieren zu können und Positionen von Objekten zueinander zu erkennen.



### Wo bin ich?

Um die Lagebezeichnungen mit den Mädchen und Jungen zu üben, verteilen Sie Schuhkartons und ein Plüschtier, z. B. einen Teddybären, an die Kinder. Machen Sie vor, wie sich der Teddybär im Karton verstecken könnte: Mal ist er *hinter* dem Karton, mal *im* Karton, dann kommt er aus dem Versteck und ist *vor* dem Karton etc. Auch die Mädchen und Jungen bringen ihren Gegenstand in die entsprechende Position. Wiederholen Sie die Übung beliebig oft und nutzen Sie dabei immer wieder die Begrifflichkeiten „unter“, „auf“, „neben“, „in“, „vor“ und „hinter“.

Oder verteilen Sie Tücher an die Kinder. Zu einem Rhythmus bewegen sich alle durch den Raum. Stoppt der Rhythmus, müssen die Mädchen und Jungen eine bestimmte Position einnehmen – z. B.: „Alle legen sich *unter* das Tuch“, „halten sich das Tuch *vor* den Bauch“ oder „legen es sich *auf* den Kopf“ etc.

Auch in Alltagssituationen können Sie die Begriffe immer wieder aufgreifen: „Leg die Gabel *links* und das Messer *rechts* neben den Teller.“ – „Stell das Buch *in* das Regal.“ – „Wer kann mal *unter* den Tisch krabbeln?“ – „Ist die Glasscheibe von *innen* oder von *außen* beschlagen?“ – „Alle Kinder stellen sich *nebeneinander*.“



### Gehüpft wie gesprungen

Malen Sie gemeinsam mit den Kindern mit Kreide ein großes Raster, ähnlich wie Karopapier, auf den Boden (z. B. zehn mal zehn Kästchen). Die Kästchen sollten in etwa so groß sein wie bei einem üblichen Hüpfekästchen.

Die Mädchen und Jungen wählen eines der Kästchen als Startfeld aus und legen einen Stein hinein. Ein Kind beginnt: Es hebt den Stein vom Startfeld, ein anderes Kind beschreibt den zu hüpfenden Weg, z. B.: „Zwei Kästchen nach rechts.“ oder „Drei Kästchen nach hinten.“ Bei älteren Kindern können Sie den Schwierigkeitsgrad steigern, indem die Mädchen und Jungen mindestens drei Züge auf einmal ansagen: „Ein Kästchen nach rechts, zwei nach links und zwei nach hinten.“ Dabei dürfen nur Wege gewählt werden, die nicht aus dem Raster hinausführen. Am Ziel angelangt, legt das Kind den Stein wieder ab und markiert so das neue Startfeld für das nächste Kind.

Meinen die Mädchen und Jungen, dass es wichtig ist, beim Hüpfen über das Feld immer in die gleiche Richtung zu schauen? Besprechen Sie gemeinsam mit den Kindern, warum das so ist.

Auf kariertem Papier können die Mädchen und Jungen ihre Wege ähnlich wie auf einer Schatzkarte verzeichnen, indem die entsprechenden Kästchen ausgemalt werden. Die Kinder tauschen die Hüpfpläne nun untereinander. Reihum hüpfen sie mit dem Plan in der Hand die Wege der anderen Mädchen und Jungen nach. Stimmt am Ende das Zielfeld mit dem auf dem Papier überein?

Überlegen Sie gemeinsam: Wenn man nur vier Sprünge vom Startfeld aus machen darf, wo könnte man dann überall landen? Lassen Sie die Kinder nach den möglichen Wegen suchen und für jeden gefunden Weg einen Hüpfplan erstellen.

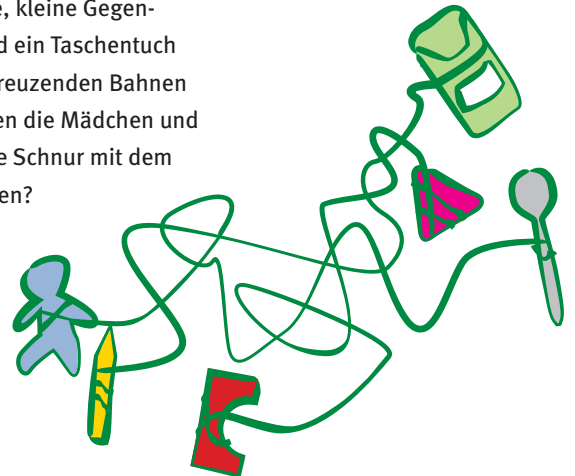
Oder Sie legen das Start- und Zielfeld gemeinsam fest. Wie viele Wege finden die Mädchen und Jungen vom Start bis zum Ziel? Welcher Weg ist besonders kurz? Und welcher mit vielen Umwegen der längste?



Labyrinth faszinieren Kinder wie Erwachsene. Nahezu jede bzw. jeder hat schon einmal die Erfahrung gemacht, wie schnell man die Orientierung in einem Labyrinth verlieren kann – sei es auf dem Papier oder in einem echten Irrgarten aus Büschen und Hecken. Auch in vielen Kinderzeitschriften finden sich Labyrinth, die Sie mit den Mädchen und Jungen unter die Lupe nehmen können: Wo ist der Anfang, wo das Ende des Labyrinths? Entdecken die Kinder auch Wege, die in einer Sackgasse enden?

### Auf Irrwegen

Lassen Sie die Mädchen und Jungen solche Labyrinth einmal selbst herstellen: An beide Enden einer Schnur kneten die Kinder jeweils zwei unterschiedliche, kleine Gegenstände, z. B. einen Stift und einen Bauklötz oder ein kleines Püppchen und ein Taschentuch etc. Anschließend werden mehrere der Schnüre in sich windenden, überkreuzenden Bahnen auf den Boden gelegt, je mehr, desto schwieriger wird die Aufgabe. Können die Mädchen und Jungen die Spuren der Schnüre mit ihren Augen verfolgen? Wohin führt die Schnur mit dem Stift? Und welcher Gegenstand ist per Schnur mit dem Püppchen verbunden?



Murmellabyrinth (s. nächste Seite)



Basteln Sie gemeinsam Murmellabyrinth. Hierfür benötigen die Mädchen und Jungen einen Schuhkarton ohne Deckel, Trinkhalme und eine Murmel. Die Kinder schneiden zunächst die Trinkhalme in verschiedene Längen; sie sollen der Murmel als Hindernis dienen. Im Karton geht der Weg der Murmel nur um die Halme herum, nicht über sie hinweg. Lassen Sie die Mädchen und Jungen ausprobieren: Wie können sie die Trinkhalme so anordnen, dass der Murmel auf ihrem Weg von einem zum anderen Ende des Kartons möglichst viele Hindernisse begegnen? Geben Sie den Kindern die Zeit, die gekürzten Halme immer wieder umzulegen, bis sie sich in der gewünschten Position befinden. Danach werden sie mit Klebstoff oder Klebeband auf dem Karton fixiert. Durch vorsichtiges Kippen des Kartons oder durch Anpusten der Murmel bewegen die Mädchen und Jungen sie langsam durch das Labyrinth.



### Kranspiel

Wenn Sie beim Spaziergang mit den Kindern an einer Baustelle vorbeikommen, bleiben Sie einen Moment stehen und schauen Sie sich gemeinsam das geschäftige Treiben an. Auf so einer Baustelle ist allerhand zu sehen. Besonders beeindruckend sind die vielen verschiedenen Fahrzeuge, die auch durch ihre Größe imponieren. Kennen die Mädchen und Jungen sie vielleicht beim Namen? Und wissen sie auch, welche Aufgabe diese Fahrzeuge haben?

Nicht zu übersehen ist natürlich der Kran. Schauen Sie sich mit den Kindern seinen gigantischen Arm an. Haben die Mädchen und Jungen eine Idee, wie die Kranführerin oder der Kranführer diesen Arm steuert? Welche Anweisungen sind wohl nötig, damit der Kran seinen Arm in die gewünschte Richtung schwenkt?

Spielen Sie das Beobachtete in der Bauecke mit Holzklötzen nach – ein Kind spielt den Kran, ein anderes die Kranführerin oder den Kranführer. Wie auf der richtigen Baustelle führt der Kran nur das aus, was er von der Kranführung angesagt bekommt. Durch Anweisungen wie: „nach links, nach rechts“, „nach oben, nach unten“, „nach vorne, nach hinten“, „stopp“ sowie z. B.: „gelben Stein aufheben“ und „gelben Stein vorsichtig absetzen“ lenkt diese die Bewegungen ihres Krans. Welches Bauwerk entsteht auf diese Weise? Die Steine könnten z. B. zu einem hohen Turm oder einem Haus angeordnet werden. Ist das Bauwerk fertig, wechseln die Mädchen und Jungen ihre Rollen.

Die Aufgabe der Kranführerin oder des Kranführers ist sehr anspruchsvoll, da sich das Kind gedanklich in die Perspektive eines anderen Kinds hineinversetzen muss. Es kann die Bewegungen nicht aus seiner Sicht beschreiben, sondern muss sich stets überlegen, wie es für das andere Kind, das den Kran spielt, aussieht.

# Von nah und fern, von allen Seiten – Perspektiven im Raum

Schaut man sich ein Foto an, so ist i. d. R. sofort klar, wie die Motive zum Zeitpunkt der Aufnahme räumlich verteilt waren. Denn die Erfahrung lehrt: In der Entfernung wird alles kleiner. So können wir eine räumliche Situation erfassen, obwohl wir uns die Szenerie lediglich auf einem Blatt Papier anschauen. Unser Gehirn verknüpft die Größenverhältnisse auf dem Bild mit unseren tagtäglichen visuellen Erfahrungen im Raum. Ferne Objekte nehmen übrigens nicht nur in der Höhe ab, sondern auch in der Breite. Anderenfalls würden die Proportionen ja nicht mehr stimmen. Und so scheinen Bahnschienen aufeinander zuzulaufen oder Wege in der Entfernung immer schmaler zu werden.

Lenken Sie bei Ihrem nächsten gemeinsamen Spaziergang die Blicke der Kinder auf ein noch weit entferntes Objekt, z. B. auf eine Kirche oder einen Baum. Was beobachten die Mädchen und Jungen, wenn sie sich dem Gegenstand nähern? Nehmen Sie z. B. die Größe der Objekte in den Fokus: Wie „groß“ ist das Objekt, wenn es noch weit entfernt ist? Und wie sieht es aus, wenn die Kinder kurz davor stehen?

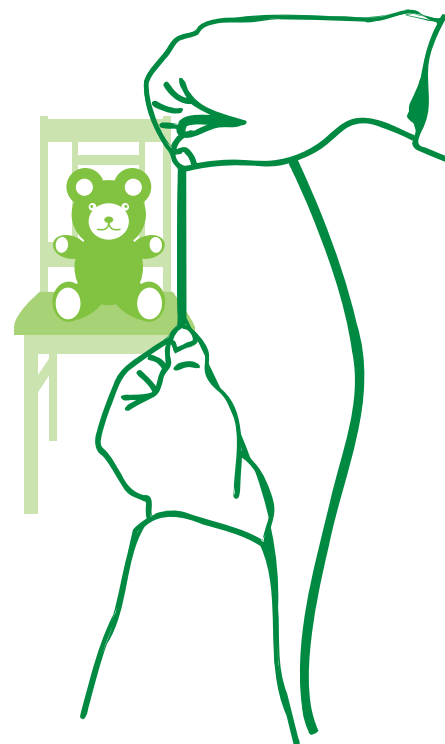
Oder untersuchen Sie gemeinsam einen Gegenstand aus verschiedenen Blickwinkeln: Wie sieht z. B. der Teddy aus, wenn man ihn von vorne, von der Seite, von hinten und von unten anschaut? Immer gleich? Wie verändert sich seine Form? Sie können die Mädchen und Jungen auch auf bestimmte Details achten lassen. Sind Mund und Augen aus jeder Perspektive zu erkennen? Und gibt es im Gegenzug Details, die erst jetzt zu sehen sind, nachdem man den Teddy gedreht hat?

Erkunden Sie gemeinsam mit den Kindern, wie sich die Wahrnehmung von Gegenständen verändert, je nachdem, ob man sie aus der Nähe oder einiger Entfernung betrachtet. Suchen Sie sich dafür ein bestimmtes Objekt aus, das bunte Poster an der Wand oder ein auf einem Stuhl sitzender Teddybär etc. Der Gegenstand sollte so positioniert sein, dass man sich einige Meter von ihm entfernen kann (am besten eignet sich ein langer Flur). Die Mädchen und Jungen können nun vergleichen: Wie groß wirkt das Poster oder der Teddy, wenn sie direkt vor ihm stehen? Und wie groß erscheinen die Dinge, wenn man sie vom anderen Ende des Flurs aus betrachtet? Funktioniert das nur mit Gegenständen oder auch mit Kindern? Wie groß erscheint ein Kind am anderen Ende des Flurs im Vergleich zu einem, das auf mittlerer Höhe steht?

Der scheinbare Größenunterschied ist auch messbar. Die Mädchen und Jungen nehmen dafür eine längere Schnur. Zunächst wird damit der Gegenstand vermessen, dann die Schnur entsprechend seiner Länge zugeschnitten. Nun entfernen sich die Kinder einige Schritte und vermessen das Objekt erneut: Dafür kneifen sie ein Auge zu und halten die Schnur auf Höhe des Gegenstands. Plötzlich scheint er deutlich kleiner zu sein! Lassen Sie die Mädchen und Jungen die Schnur entsprechend abgreifen oder verkürzen. Gehen die Kinder noch einige Meter zurück, muss die Schnur wiederum verkürzt werden. Wie viel Schnur bleibt schließlich übrig, wenn man den Gegenstand vom anderen Ende des Flurs aus vermisst? Wechseln Sie die Objekte. Wird nur der Teddy mit zunehmender Entfernung scheinbar kleiner oder auch die Topfpflanze, das Fenster, ein Mensch etc.? Statt der Schnur könnten die Mädchen und Jungen auch ein größeres Lineal zum Messen benutzen.

## Was siehst du?

## Von nah und fern betrachtet



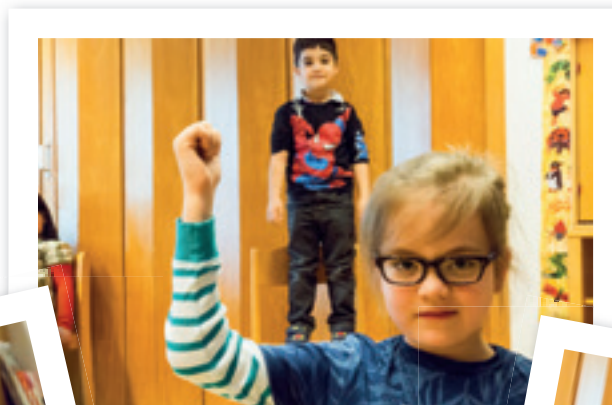
Ein anderes Beispiel für die veränderte Wahrnehmung in der Entfernung sind Eisenbahnschienen, die scheinbar am Horizont immer enger zusammenlaufen und sich am Ende gar in einem Punkt zu treffen scheinen. Erkunden Sie mit den Kindern, ob parallel verlaufende Linien tatsächlich in der Entfernung aufeinander zulaufen. Dafür eignet sich z. B. ein längerer, geradeaus verlaufender Weg. Beobachten Sie gemeinsam, wie der Weg in der Ferne immer schmaler zu werden scheint. Lassen Sie die Mädchen und Jungen überprüfen, ob das wirklich so ist. Dafür wird die Breite des Wegs am aktuellen Standort vermessen. Die Kinder setzen dafür z. B. Fuß an Fuß und schreiten so einmal die Breite ab oder nehmen wieder Schnur bzw. Maßband zu Hilfe. Nun wird gemeinsam weitermarschiert. Ist der Weg nach 20 Metern noch immer so breit wie vorher oder ist er schmaler geworden? Und nach etwa 50 Metern?

### So groß wie ein Fernsehturm



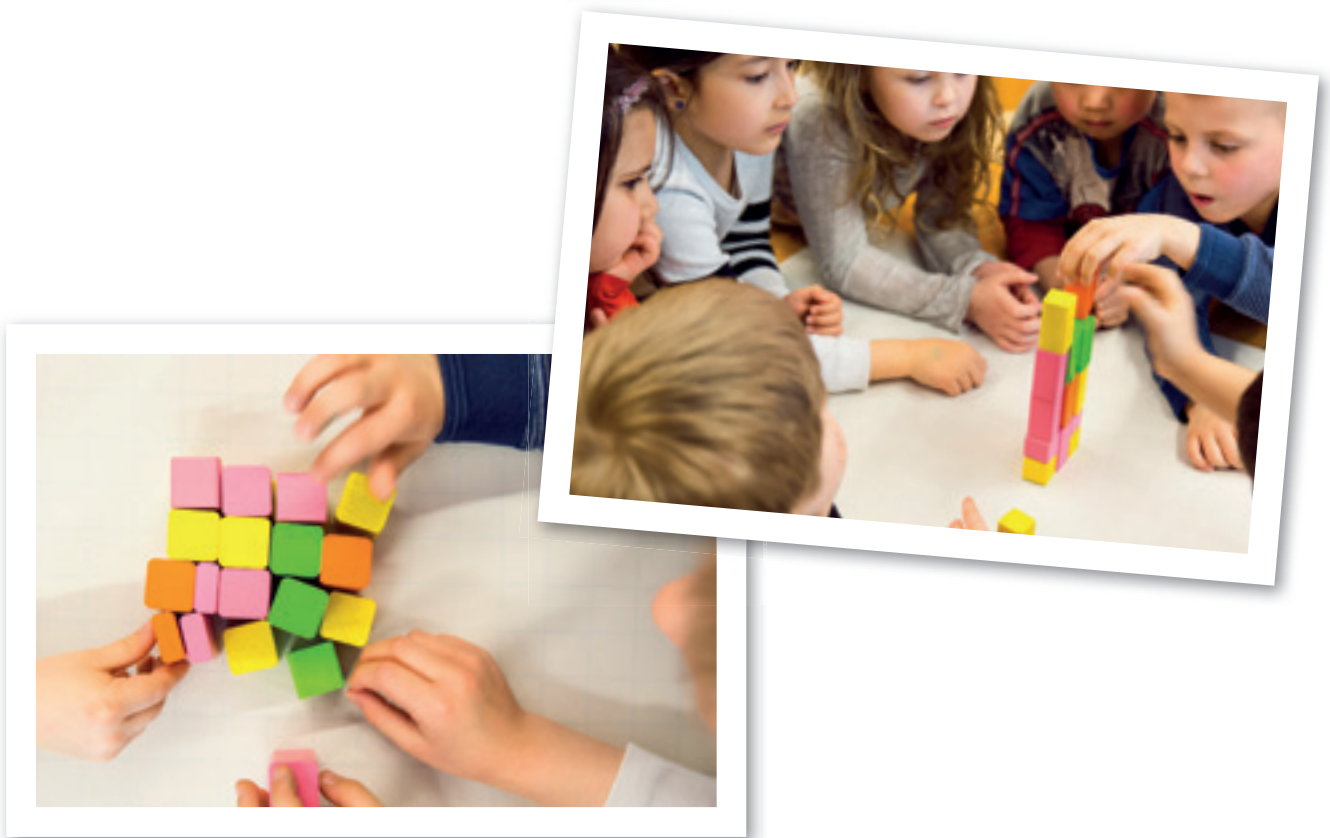
Der schiefe Turm von Pisa wird von Urlauberinnen und Urlaubern immer wieder auf lustige Weise fotografiert, so als ob eine Person den Turm scheinbar mit den Händen abstützen würde. Auch unter den Besucherinnen und Besuchern der Salzwüste Salar de Uyuni im Südwesten Boliviens hat es sich etabliert, die besondere Weite der Wüste für witzige Fotoaufnahmen zu nutzen. Suchen Sie im Internet nach ähnlichen Urlaubsfotos aus Pisa oder der Salzwüste – am besten mit dem zusätzlichen Suchbegriff „optische Täuschung“. Die Liste der gefundenen Bilder ist lang: Personen, die den Turm mit ihrem Fuß zu stürzen scheinen, sich in der Wüste unter einer riesigen Wasserflasche erfrischen oder andere, die eine oder mehrere Menschen auf ihrer Hand zu halten scheinen.

Schauen Sie sich gemeinsam mit den Kindern ein solches Bild an. Wie kann es sein, dass ein Mensch genauso groß ist wie der Turm? Oder eine Person so winzig klein im Vergleich zu einer anderen? Haben die Kinder eine Idee, wie ein solches Foto zustande kommt? Reflektieren Sie dazu auch die Erkenntnisse aus der vorangegangenen Praxisidee „Von nah und fern betrachtet“ mit den Mädchen und Jungen.



Stellen Sie selbst gemeinsam mit den Kindern solche optischen Täuschungen her. Überlegen Sie sich im Vorfeld lustige Motive, die Sie nachstellen möchten. Welche Ideen haben die Mädchen und Jungen? Beispielsweise könnte sich ein Kind auf einen Stuhl hocken. Zwei bis drei Meter davor platziert sich ein anderes so, dass es das Kind auf dem Stuhl scheinbar auf seiner Hand trägt.

Manchmal müssen die Abstände zwischen der Kamera und den Kindern noch etwas verändert werden, bis sie optimal sind. Lassen Sie die Mädchen und Jungen, wenn möglich, mit auf das Display des Apparats schauen, so dass sie den jeweiligen Protagonistinnen und Protagonisten Anweisungen geben können. Muss das Kind im Vordergrund vielleicht noch etwas näher an die Kamera heranrücken? Und seine Hand noch etwas höher halten, damit es tatsächlich so wirkt, als ob das hintere Kind auf dem Stuhl auf seiner Handfläche sitzt?



Bauen Sie gemeinsam mit den Kindern verschiedene Häuser, Türme, Brücken etc. aus Bauklötzen. Gehen Sie anschließend einmal um die Bauwerke herum, so dass die Mädchen und Jungen sie von allen Seiten gut betrachten können. Wie verändert sich der Anblick, je nachdem, von welcher Seite man auf das Gebäude schaut?

Lassen Sie die Kinder ihre Bauwerke direkt auf einem Karoraster errichten. Passende Rastervorlagen mit einstellbarer Kästchengröße finden Sie im Internet.<sup>13</sup> Auf ein identisches Karoraster können die Mädchen und Jungen anschließend die verschiedenen Seitenansichten ihres Bauwerks abzeichnen: von vorne, von hinten, von links, von rechts und von oben. Das Malen dreidimensionaler Formen auf ein zweidimensionales Blatt Papier hat manchmal seine Tücken: Wie könnten die Kinder z. B. die gewölbte Fläche eines Kegels oder Zylinders nachmalen? Und wie sieht eine Kegelspitze von oben aus?

Veranstalten Sie anschließend ein Perspektivenquiz: Jede bzw. jeder präsentiert eine der gezeichneten Seitenansichten ihres bzw. seines Bauwerks. Wer erkennt, welche Seite des Gebäudes gemalt wurde?

*Von allen Seiten betrachtet*



<sup>13</sup> Vorlagen für Karoraster mit variabler Rastergröße finden Sie z. B. unter: [www.generatedpaper.com/de/graphandgrid](http://www.generatedpaper.com/de/graphandgrid) oder [www.papersnake.de](http://www.papersnake.de).





**WISSENSWERTES FÜR  
INTERESSIERTE ERWACHSENE**

# Mathematische Hintergründe und mehr

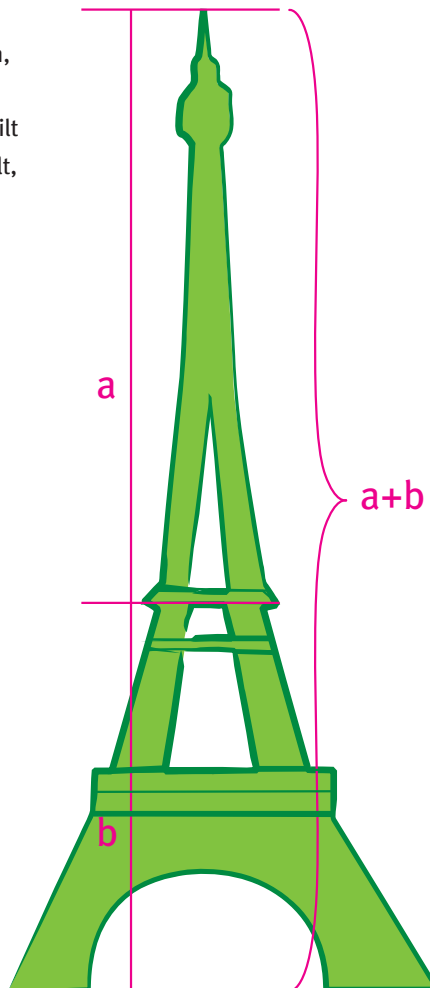
## Welche Formen empfinden wir als schön?

### ... symmetrische Formen?

Einen Schmetterling empfinden wir als schön, weil ein Flügel beinahe perfekt dem Spiegelbild des anderen Flügels gleicht. Ähnliches gilt für eine Blüte, die als besonders makellos gilt, wenn sich ihre Blütenblätter regelmäßig um den Blütenstand anordnen.

Das Prinzip der Gleichheit scheint eng verknüpft zu sein mit unserem Verständnis von Schönheit – und ist nichts anderes als das Kernwesen der Symmetrie! In symmetrischen Objekten findet sich Gleiches an verschiedenen Stellen wieder, sei es durch eine Spiegelung, z. B. beim Schmetterling (Achsensymmetrie), durch eine Drehung, z. B. bei einer Blüte (Drehsymmetrie), oder eine regelmäßige Verschiebung, wie es z. B. in Papiergirlanden angedeutet ist (Verschiebungssymmetrie).

Symmetrische Objekte erscheinen uns vollkommen und harmonisch – ist Symmetrie also das Grundprinzip von Schönheit? Und lässt sich daraus folgern, dass Asymmetrie grundsätzlich unharmisch ist und als hässlich empfunden wird?



### ... asymmetrische Formen?

Ganz klar: Die völlige Unordnung und Ungleichheit ist keineswegs schön – aber ist des Rätsels Lösung tatsächlich die perfekte Symmetrie? Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler haben herausgefunden, dass vor allem jene Frauengesichter als besonders attraktiv eingestuft werden, die kleine Asymmetrien aufweisen. Kleine „Makel“ machen Gesichter offenbar erst interessant – und somit attraktiver. So kann z. B. ein Schönheitsfleck oder ein leichter Silberblick zu einem ganz persönlichen Markenzeichen werden.

In der Kunst ist das Einsetzen von Asymmetrien sogar ein etabliertes Gestaltungselement: So wird das Hauptmotiv auf Gemälden oder Fotos oft nicht mittig platziert, sondern etwas weiter am Rand – dadurch wird Spannung erzeugt. Auch Bühnenbilder sind aus dem gleichen Grund nicht perfekt symmetrisch aufgebaut, sondern leicht asymmetrisch.

### ... oder doch beide?

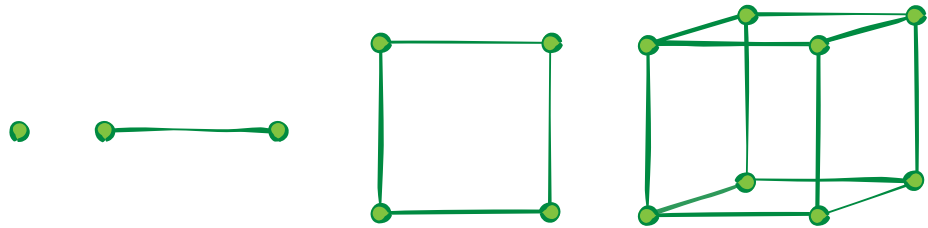
Offenbar ist es die gute Mischung, die uns Dinge als schön empfinden lässt – und das führt uns direkt zu einem jahrtausendealten Proportionalitätsverhältnis: dem Goldenen Schnitt. Es handelt sich hier um ein asymmetrisches Verhältnis von Teilen, das Quellen zufolge seit jeher von Menschen als schön und harmonisch empfunden wird.

Eine Strecke wird im Goldenen Schnitt geteilt, wenn der größere Teil sich zur Gesamtstrecke so verhält wie der kleinere Teil zum größeren:  $\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a}$

Im Goldenen Schnitt entsteht die Harmonie nicht durch die Gleichheit der Teile, sondern durch die Gleichheit der Verhältnisse – und er verbindet auf wundersame Weise das Ungleiche (Asymmetrie) mit dem Gleichen (Symmetrie). Er gilt in Kunst und Architektur als die ideale Proportion und findet sich in diversen Gemälden, Bauwerken, Skulpturen und Fotografien wieder sowie in vielen Proportionen des menschlichen Körpers. Die meisten Menschen besitzen eine natürliche Antenne für den Goldenen Schnitt und stellen intuitiv fest, ob eine Gestaltung gelungen ist oder nicht.

## Was ist 3D?

Sprechen wir von „3D-Sehen“, meinen wir damit, dass wir räumliche Strukturen wahrnehmen, wir erkennen die Breite, Höhe und Tiefe eines Gegenstands. Das „D“ in „3D“ steht für Dimension und beschreibt die Ausdehnung eines Objekts. Dreidimensionale Objekte besitzen also eine Ausdehnung in drei Raumrichtungen, links-rechts, oben-unten, hinten-vorne. Genau genommen ist alles, was uns in der realen Welt begegnet, dreidimensional. Selbst ein dünnes Blatt Papier, das scheinbar nur zwei Ausdehnungen hat, nämlich eine Höhe und eine Breite, hat dennoch eine gewisse Tiefe, auch wenn sie noch so klein ist – sonst könnten wir das Blatt nicht greifen.



Dreidimensionale Gegenstände werden allgemein auch Körper genannt. Um sie zu erkennen, brauchen wir beide Augen. Menschen, die auf einem Auge nicht sehen können, können keine Tiefen oder Entfernungen einschätzen. Erst durch die leicht andere Perspektive unseres zweiten Auges kann unser Gehirn ein dreidimensionales Bild erstellen, das wir dann „sehen“. Wir sehen also nicht nur mit unseren Augen, sondern auch mit unserem Gehirn, in dem die eingefangenen Bilder verarbeitet und zusammengesetzt werden.

Beim Fernsehen und beim Betrachten von Bildern sprechen wir dagegen von „2D-Sehen“. Denn das, was auf dem Bildschirm oder Foto abgebildet ist – eine Landschaft, Menschen oder Gebäude –, hat nur zwei Dimensionen. Wir können die abgebildeten Dinge nicht greifen, sie haben lediglich eine Höhen- und Breiten-, aber keine Tiefenausdehnung. Zweidimensionale Gebilde nennt man Flächen.

Eindimensionale Objekte sind sehr abstrakt, da sie nur eine Ausdehnung in eine Raumrichtung haben. Wir können uns als Beispiel eine dünne Linie oder Kurve vorstellen. Genau genommen hat aber selbst eine noch so dünne Linie nicht nur eine Länge, sondern immer auch eine Breite. Ähnlich verhält es sich mit dem Punkt – ein nulldimensionales Objekt ist in der Realität schwer vorstellbar und dient Mathematikerinnen und Mathematikern vor allem als abstraktes Konstrukt, mit dem sie unsere Welt zu beschreiben versuchen.





## Warum gibt es Muster in der Natur?

### ... zum Tarnen



Ein Leopard hat nicht ohne Grund sein braungeflecktes Fell: Es dient ihm sozusagen als Tarnanstrich. Inmitten von Büschen oder Bäumen, in tiefem Gras oder auf erdigem Boden hebt er sich so kaum von seiner Umgebung ab und das schützt ihn vor den Blicken von Feinden oder potenziellen Beutetieren. Auch die auffällige Fellzeichnung eines Zebras dient in Wirklichkeit seiner Tarnung: Steht eine ganze Zebragruppe dicht zusammen, so können einzelne Zebras in der flimmernden Luft der Savanne nur schwer ausgemacht werden. Die Streifen irritieren auch die Tsetsefliege, die die gefährliche Schlafkrankheit überträgt. Jedes Zebra hat übrigens sein ganz eigenes Streifenmuster – ähnlich einem Fingerabdruck. So orientieren sich Mutterzebras an den Schulterstreifen, um ihre Jungen zu erkennen.<sup>14</sup>



### ... zum Abschrecken

Schmetterlinge, wie z. B. Pfauenaugen, sind besonders auffällig gemustert, um damit Feinde abzuschrecken. Durch die Augen auf ihren Flügeln täuschen sie Gefährlichkeit vor und erwecken bei ihren Feinden den Eindruck, sie hätten es in Wirklichkeit mit einem viel größeren Tier zu tun. Gleiches gilt auch für die Augen auf den Schwanzfedern eines Pfauenmännchens, die es zur Abschreckung zu einem fächerförmigen Rad aufstellt. Feuersalamander oder manche Schmetterlingsraupen indes schrecken durch ein auffälliges schwarz-gelbes Fleckenmuster ab: Sie sind für ihre Fressfeinde ungenießbar – und haben diese einmal die Erfahrung gemacht, werden Tiere mit einem solchen Muster in Zukunft gemieden.

### ... zum Anlocken

Auch andere Tiere „verkleiden“ sich auffällig, verfolgen aber ein ganz anderes Ziel: Sie wollen sich fortpflanzen. So schmückt sich ein Tintenfischmännchen mit einem Streifenmuster, um während der Balz die Blicke der Weibchen auf sich zu ziehen. Um Rivalen fernzuhalten, hat sich das Männchen einen besonders raffinierten Trick einfallen lassen: Während es dem auserwählten Weibchen seine volle Balztracht präsentiert, tarnt es sich auf der anderen Seite als braun-weiß geflecktes Weibchen, sobald sich ein anderes Männchen nähert. Chamäleonmännchen wechseln sogar ihre Farbe, um die Blicke der Weibchen auf sich zu ziehen, und beeindrucken mit einem schillernden Farbmuster.



Pflanzen locken ebenfalls mit einem Muster: Durch ihre bunten Blüten ziehen sie Bienen, Hummeln oder Schmetterlinge an, um sich von ihnen bestäuben zu lassen. Insekten orientieren sich nämlich bei ihrer Suche nach Nektar an den Farbmustern der Blüten.<sup>15</sup> Diese heben sich durch einen symmetrischen Aufbau und leuchtende, kontrastierende Farben deutlich von ihrem Untergrund ab und werden so von den Insekten selbst im schnellen Flug wahrgenommen. Manche Insekten haben auch ihre Lieblingsmuster: So haben britische Forscherinnen und Forscher beobachtet, dass z. B. Hummeln vorzugsweise gestreifte Blüten anfliegen. Die Streifen dienen der Hummel als Orientierung beim Landen und führen sie zum Blüteneingang, wo sie Nektar und Pollen findet.

<sup>14</sup> Vgl. Bastian, E. (2009)  
<sup>15</sup> Vgl. Menzel, R. (1987)



## Wie orientieren sich Vögel?

Woher wissen Zugvögel, die zum Überwintern in südlicheren Gebieten oftmals Tausende Kilometer hinter sich lassen, wo es langgeht? Jeder von ihnen muss diese Reise ein erstes Mal machen, ohne den Weg zu kennen. Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler vermuten, dass Vögel ein spezielles Sinnesorgan haben, mit dem sie das Erdmagnetfeld wahrnehmen. Mit Hilfe dieses „inneren Kompasses“ spüren sie, wo Norden und wo Süden ist und können sich entlang der Magnetfeldlinien der Erde orientieren. Zusätzlich besitzen viele Vögel die Fähigkeit, den Sternenhimmel oder die Position der Sonne als Richtungsweiser zu nutzen. Da Vögel UV-Licht wahrnehmen, wissen sie auch an bewölkten Tagen, an welcher Stelle sich die Sonne gerade befindet. Zugvögel, die schon mehrmals die Reise hinter sich gebracht haben, orientieren sich zusätzlich an bestimmten Landmarken und erschaffen sich so eine mentale Landkarte.

Wir Menschen haben keinen sechsten Sinn, mit dem wir das Erdmagnetfeld spüren, deshalb müssen wir uns mit Werkzeugen behelfen. Eine wichtige Erfindung war z. B. die Kompassnadel, die sich immer entlang der Magnetfeldlinien der Erde ausrichtet und uns zeigt, wo Norden liegt.

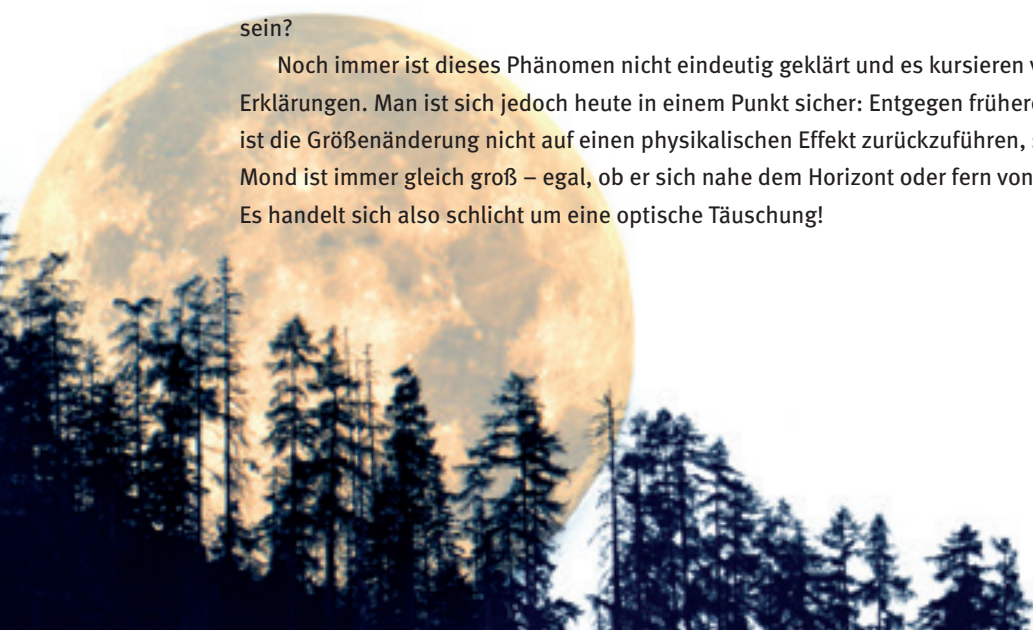
Ein anderes Werkzeug ist der so genannte Sextant, mit dem Seefahrerinnen und Seefahrer sich am Sternenhimmel oder an der Sonne orientieren. Damit können sie den genauen Winkel eines Sterns zum Horizont messen und ihre eigene Position auf See ermitteln. Die wichtigsten und alltäglichsten Hilfsmittel für uns Menschen sind heutzutage aber Landkarten und Stadtpläne. Auf ihnen finden wir abstrahierte Darstellungen der Wirklichkeit: Rote oder gelbe Linien stellen Straßen dar, blaue, sich windende Kurven Flüsse, Parks und Wälder sind durch grüne Flächen markiert und Gebäude durch rosa Kästen. Um sie richtig zu lesen, müssen Karten und Pläne maßstabsgetreu sein. Ein Wohnhaus darf z. B. nicht so groß eingezeichnet sein, dass es einen halben Häuserblock einnimmt, wenn es in Wirklichkeit nur eines von 20 Häusern in dem Block ist.

Auch Schatzkarten sind schematische Zeichnungen unserer Realität, die uns helfen, einen gesuchten Ort zu finden. Im Gegensatz zu offiziellen Landkarten enthalten sie nicht ganz so viele Details, sondern nur die wesentlichen Merkmale, um den verborgenen Schatz aufzuspüren – z. B. drei Bäume auf einer Fläche, ein Kreuz, einen Stein und eine gestrichelte Linie.

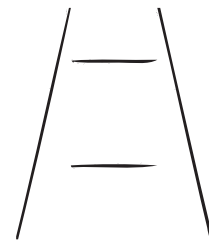
## Warum erscheint der Mond manchmal so groß?

Wohl jede bzw. jeder kennt den überwältigenden Augenblick eines aufgehenden Vollmonds: Erscheint er am Horizont, ist er von ungewöhnlicher Größe. Im Laufe der Nacht steigt er allmählich in den Nachthimmel – und wird dabei scheinbar immer kleiner. Wie kann das sein?

Noch immer ist dieses Phänomen nicht eindeutig geklärt und es kursieren verschiedene Erklärungen. Man ist sich jedoch heute in einem Punkt sicher: Entgegen früherer Annahmen ist die Größenänderung nicht auf einen physikalischen Effekt zurückzuführen, sondern der Mond ist immer gleich groß – egal, ob er sich nahe dem Horizont oder fern von ihm befindet. Es handelt sich also schlicht um eine optische Täuschung!



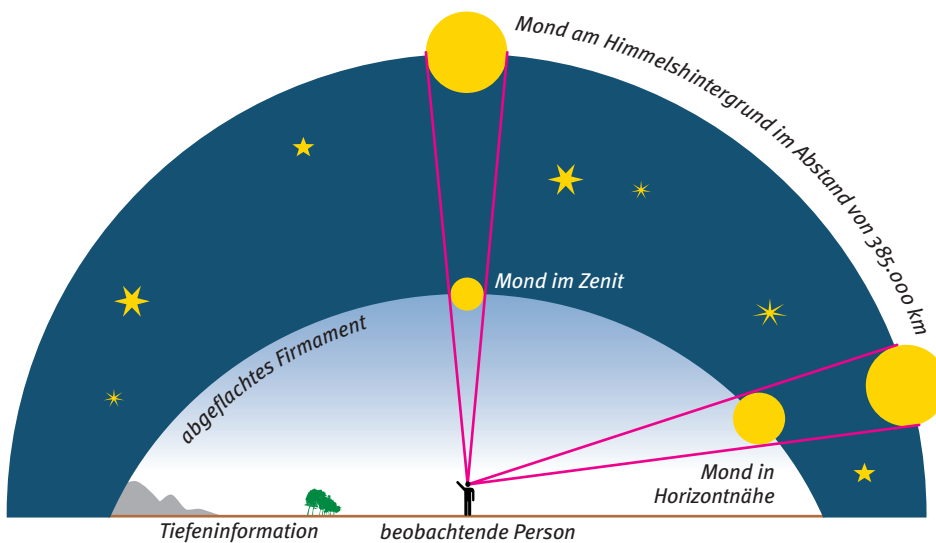
Eine mögliche Erklärung liefert die „Ponzo-Illusion“. Unser Gehirn konstruiert die Größe eines Objekts durch die Information über seine Entfernung. In der Abbildung sind zwei gleich lange horizontale Striche zu sehen. Die aufeinander zulaufenden Linien vermitteln den Eindruck, dass sich der obere Querstrich räumlich weiter hinten befindet. Folglich interpretiert unser Gehirn ihn als länger als den vorderen Querstrich, denn wir wissen aus Erfahrung: Objekte in der Entfernung werden kleiner, also muss der Strich in Wirklichkeit größer sein.



Ponzo-Illusion

Beim Mond übernehmen Bäume, Häuser und Berge die Rolle der aufeinander zulaufenden Linien. Steht er knapp über dem Horizont, so schätzen wir seine Entfernung im Vergleich zu den viel näheren Hintergrundobjekten als besonders groß ein – und er erscheint uns entsprechend riesig. Sehen wir den Mond hingegen einsam und allein am Nachthimmel stehen, so fehlen uns die Bezugsgrößen. Unser Gehirn interpretiert seine Entfernung als geringer und seine Größe entsprechend als kleiner.

Leider hinkt diese Erklärung, denn auch am Meer oder von einem Flugzeug aus erscheint der Mond in Horizontnähe größer. In beiden Fällen sind jedoch keine Vergleichsobjekte am Horizont zu sehen und die Ponzo-Illusion kann nicht gelten. Daher gehen viele Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler heute noch von einer anderen Erklärung aus: Das Himmelsgewölbe über unseren Köpfen wird von uns nicht als Halbkugel wahrgenommen, sondern als etwas abgeflacht (s. Abb.). Der Zenit direkt über uns scheint uns also näher zu sein als der Horizont. Daher wirkt der Mond in Horizontnähe größer.

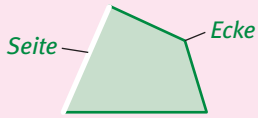


Auch diese Erklärung ist nicht frei von Problemen und noch heute sind Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler auf der Suche nach einer widerspruchsfreien Theorie. Dass es sich bei der scheinbaren Mondgröße um eine Erscheinung handelt, die wir ganz allein unserem Gehirn verdanken, ist schnell festgestellt: Fotografieren wir den Mond – egal, wo er gerade steht –, so ist sein Durchmesser am Ende auf dem Foto immer gleich.

# Glossar

Die wichtigsten Flächenformen auf einen Blick:

## Viereck



Viereck mit vier Ecken

## Oval



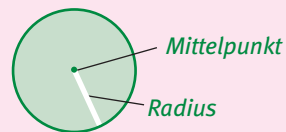
ebene Form, die im weitesten Sinne einem Vogelei ähnelt

## Rechteck



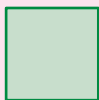
Viereck mit nur rechten Winkeln, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang sind

## Kreis



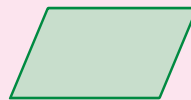
spezielles Oval, bei dem alle Randpunkte den gleichen Abstand zu einem festen Punkt haben

## Quadrat



Rechteck, bei dem alle Seiten gleich lang sind

## Parallelogramm



Viereck, bei dem die gegenüberliegenden Seiten parallel sind

## Dreieck

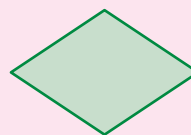


Vieleck mit drei Ecken



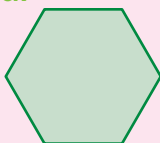
*gleichseitig* *gleichschenkelig* *rechtwinklig*

## Raute, Rhombus



Parallelogramm, bei dem alle Seiten gleich lang sind

## Sechseck



Vieleck mit sechs Ecken

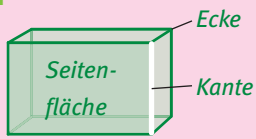
## Trapez



Viereck mit einem Paar paralleler Seiten

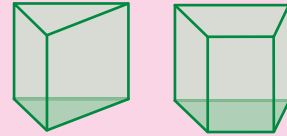
Die wichtigsten Körperformen auf einen Blick:

**Quader**



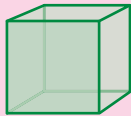
Körper, bei dem alle Seitenflächen rechteckig sind

**Prisma**



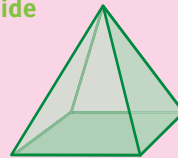
Körper mit identischer und paralleler Grund- und Deckfläche in der Form eines beliebigen Vielecks

**Würfel**



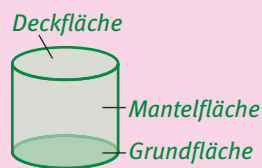
Quader, bei dem alle Kanten gleich lang sind

**Pyramide**



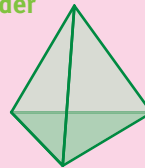
Körper mit beliebigem Vieleck als Grundfläche und dreieckigen Seitenflächen

**Zylinder**



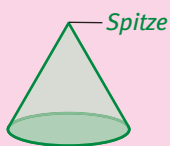
Körper mit kreisförmiger und paralleler Grund- und Deckfläche

**Tetraeder**



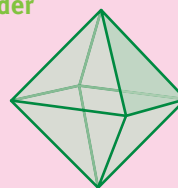
Pyramide mit dreieckiger Grundfläche

**Kegel**



Körper mit kreisförmiger Grundfläche, deren Randpunkte alle mit einem festen Punkt verbunden sind

**Oktaeder**



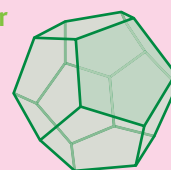
regelmäßiger Körper mit acht dreieckigen Seitenflächen

**Kugel**



runder Körper, bei dem alle Randpunkte den gleichen Abstand zu einem festen Punkt haben

**Dodekaeder**



regelmäßiger Körper mit zwölf fünfeckigen Seitenflächen



**Gerade:** eine gerade, unendlich lange Linie

**Kantenmodell:** Modell eines Körpers, in dem die Kanten und Ecken dargestellt sind (z. B. durch Erbsen und Zahnstocher)

**Körpernetz:** Modell eines aufgefalteten Körpers; es ist sofort zu sehen, aus welchen Seitenflächen der Körper besteht

**Oberfläche:** der Rand eines Körpers, z. B. bei einer Kugel die Kugeloberfläche

**parallel:** Zwei Geraden sind parallel, wenn sich die eine Gerade in die andere verschieben lässt. Für zwei Geraden in der Ebene bedeutet das, dass sie keinen gemeinsamen Punkt haben (oder identisch sind).

**Parkettierung:** lückenlose Ausfüllung einer Fläche mit einer oder verschiedenen geeigneten Formen (z. B. Parkette, Pflastersteine)

**regelmäßiger Körper:** ein Körper, dessen Seitenflächen alle aus dem gleichen regelmäßigen Vieleck bestehen, auch regelmäßiger Polyeder oder Platonischer Körper genannt (griech.: polýs = viel, hédra = Fläche). Es gibt nur fünf regelmäßige Körper: Tetraeder aus vier Dreiecken (griech.: tetra = vier), Hexaeder = Würfel aus sechs Quadraten (griech.: hexa = sechs), Oktaeder aus acht Dreiecken (griech.: okta = acht), Dodekaeder aus zwölf Fünfecken (griech.: dōdeka = zwölf), Ikosaeder aus 20 Dreiecken (griech.: eikosa = zwanzig).

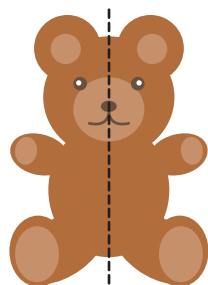
**regelmäßiges Vieleck:** ein Vieleck mit gleich langen Seiten und gleich großen Winkeln, auch regelmäßiges Polygon genannt (griech.: gōnía = Winkel); z. B.: gleichseitiges Dreieck, Quadrat, Bienenwabe als regelmäßiges Sechseck

**Strecke:** gerade Verbindungslinie zwischen zwei Punkten

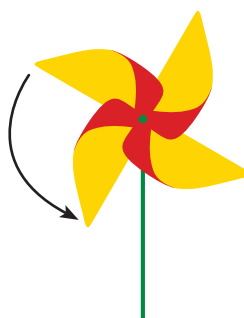
**Symmetrieachse:** Linie, an der die spiegelgleichen Hälften einer achsensymmetrischen Figur aufeinandertreffen

**symmetrisch:** eine Symmetrie (griech.: symmetria = Gleichmaß) beschreibt eine Gleichmäßigkeit; es gibt verschiedene Symmetrieformen, z. B.

a) Achsensymmetrie



b) Drehsymmetrie

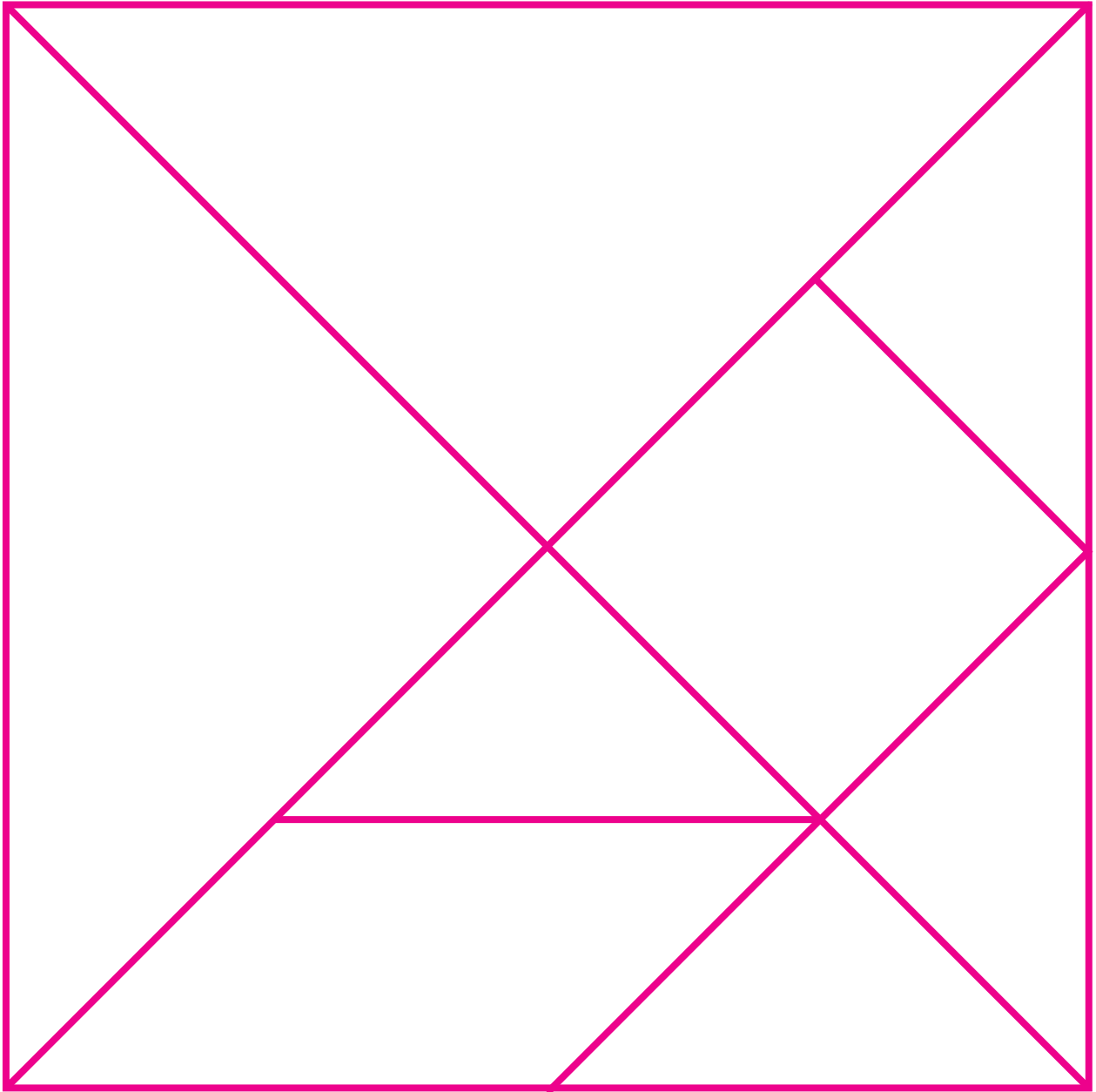


c) Verschiebungssymmetrie



**Umfang:** die Länge der Randlinie einer Fläche

**Vieleck:** eckige Flächenform, die durch die Anzahl ihrer Ecken charakterisiert ist, auch Polygon genannt; z. B.: Dreieck, Viereck, Fünfeck etc.



*Kopiervorlage. Das Tangram (auch Siebenbrett oder Siebenschlau genannt) ist ein altes chinesisches Legespiel.*

# Literaturverzeichnis

- **Bastian, E.:** Zebras im Erlebniszoo Hannover. Arbeitshilfe Nr. 16.3. Hannover 2009.  
Als kostenloser Download verfügbar unter: [www.zooschule-hannover.de/material/Tierinfos/zebras.pdf](http://www.zooschule-hannover.de/material/Tierinfos/zebras.pdf) (Stand vom 18.03.2014).
- **Bergmann, I.:** Rund ist anders als eckig – Spielideen für die Denkförderung. Verlag Herder, Freiburg i. Br. 2003.
- **Berk, L. E.:** Entwicklungspsychologie. Pearson Education Deutschland, 2005.
- **Hartje, W., Poeck, K.:** Klinische Neuropsychologie. Thieme-Verlagsgruppe, Stuttgart 2006.
- **Jenni, O.:** Wie Kinder die Welt abbilden – und was man daraus folgern kann.  
Als kostenloser Download verfügbar unter: [https://www.thieme.de/statics/dokumente/thieme/final/de/dokumente/tw\\_paediatric/Entwicklungsdiagnostik\\_Kinderzeichnungen.pdf](https://www.thieme.de/statics/dokumente/thieme/final/de/dokumente/tw_paediatric/Entwicklungsdiagnostik_Kinderzeichnungen.pdf) (Stand vom 18.03.2014).  
Thieme-Verlagsgruppe, Stuttgart 2013.
- **Lee, K.:** Kinder erfinden Mathematik. Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge.  
Verlag das netz, Weimar/Berlin 2010.
- **Lorenz, J. H.:** Kinder begreifen Mathematik – Frühe mathematische Bildung und Förderung.  
Verlag W. Kohlhammer, Stuttgart 2012.
- **Mathematik mit Knöpfen.** Mathematik & Naturwissenschaften, Ausgabe 13. Olzog Verlag.  
Online zu beziehen über [www.edidact.de](http://www.edidact.de) (2013).
- **Melcher, J.:** Der Trick der Bienen. Piezowaben – eine bionische Innovation in der Adaptionik.  
In: DLR Nachrichten, Ausgabe 119, Köln 2008, S. 36 ff.  
Als kostenloser Download verfügbar unter: [www.dlr.de](http://www.dlr.de) (Stand vom 19.02.2014).
- **Menzel, R.:** Farbensehen blütenbesuchender Insekten. KFA, Jülich 1987.
- **Müller, G. N., Wittmann, E. C.:** Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept des Mathematikunterrichts der Grundschule. In: Müller, G. N. et al. (Hg.): Zahlen, Muster und Strukturen. Spielräume für aktives Lernen und Üben.  
Klett Verlag, Stuttgart 2012, S. 61–79.
- **Simeonov, E., Mairinger, D., Schmid, C.:** Mathematische Früherziehung. Lagen und Winkel.  
Oemis Verlag, Wien 2010a.
- **Simeonov, E., Mairinger, D., Schmid, C.:** Mathematische Früherziehung. Zählen. Oemis Verlag, Wien 2010b.
- **Simeonov, E., Mairinger, D., Schmid, C.:** Mathematische Früherziehung. Vom Zählen zum Rechnen.  
Oemis Verlag, Wien 2012.
- **Wittmann, E. C.:** Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach für den Mathematikunterricht auch in der Grundschule? In: Baum, M., Wielpütz, H. (Hg.): Mathematik in der Grundschule. Ein Arbeitsbuch. Kallmeyer Verlag, Seelze 2003, S. 18-46.

# Lesetipps und Links

## Für Kinder

- **Carle, E.:** Mein allererstes Buch der Formen. Gerstenberg Verlag, Hildesheim 2007.
- **Horstschäfer, F., Vogt, J.:** Wir sind Dreieck, Kreis, Quadrat. Christophorus Verlag, Freiburg i. Br. 2012.
- **Kim, H.:** Wo geht's lang? Karten erklären die Welt. Gerstenberg Verlag, Hildesheim 2011.
- **Müller, G. N., Wittmann, E. C.:** Spiegeln mit dem Spiegelbuch. Klett Verlag, Stuttgart 1997.

## Für Erwachsene

- **Abbott, E. A.:** Flächenland. Ein Märchen mit vielerlei Dimensionen. Rabaka-Publishing, Neuenkirchen 2009
- **Kaufmann, S.:** Handbuch für die frühe mathematische Bildung. Schroedel Verlag, Braunschweig 2010.
- **Mathematik mit Knöpfen.** Mathematik & Naturwissenschaften, Ausgabe 13. Olzog Verlag.  
Online zu beziehen über [www.edidact.de](http://www.edidact.de) (2013).
- **Schneidweiler, M.:** Kinder entdecken Kandinsky. Die kunterbunte Fundgrube für den Kunstunterricht.  
Persen Verlag, Hamburg 2012.

## Im Internet

- **Malvorlagen für Mandalas** finden Sie z. B. hier: [www.kinder-malvorlagen.com](http://www.kinder-malvorlagen.com) (Stand vom 01.04.2014).
- **Bizarre Formen in der Natur:** [www.zdf.de/Terra-X/faszination-universum-das-raetsel-der-harmonie-29773522.html](http://www.zdf.de/Terra-X/faszination-universum-das-raetsel-der-harmonie-29773522.html)
- **Vorlagen für Rasterpapier** mit variabler Rastergröße finden Sie z. B. hier: [www.generatedpaper.com/de/graphandgrid](http://www.generatedpaper.com/de/graphandgrid) (Stand vom 01.04.2014).
- **Beispielbilder zum Thema „Geometrie in der Kunst“** finden Sie z. B. hier: [www.blick.it/angebote/primarmathe/kmao631.htm](http://www.blick.it/angebote/primarmathe/kmao631.htm) (Stand vom 01.04.2014).
- **Interessantes zu Ornamenten** finden Sie z. B. hier: [www.geschichte-der-fliese.de](http://www.geschichte-der-fliese.de) (Stand vom 01.04.2014).
- **App fürs Tablet:** digitale Bastelvorlage erstellen: Foldify. Pixle 2012–2013

# Danksagung

Kleine und große Mathematikerinnen und Mathematiker haben uns mit ihren Ideen und Anregungen dabei unterstützt, diese Broschüre und das Karten-Set „Mathematik in Raum und Form“ zu gestalten.

Die Kinder der Kath. Kita St. Laurentius und der Kita „Pffiffikus“ in Berlin waren uns hier großartige Ratgeberinnen und Ratgeber, vielen Dank!

Ein besonderer Dank gilt auch Dr. Christiane Benz, Dr. Meike Grüßing, Dr. Jens Holger Lorenz, Dr. Christoph Selter und Dr. Bernd Wolring, die uns als Fachexpertinnen und -experten für frühe mathematische Bildung bei der Neubearbeitung des Themas „Mathematik“ wertvolle Impulse gaben.

Ebenso danken wir ganz herzlich den Fachexperten Emil Simeonov und Christian Schmid für den anregenden fachlichen Austausch und die spannende Diskussion, die uns maßgeblich bei der inhaltlichen Ausarbeitung der Themen inspirierten.

Nicht zuletzt bedanken wir uns bei den Kindern sowie den Fach- und Lehrkräften der Kath. Kita St. Elisabeth und der Homer Grundschule in Berlin, ohne die es die tollen Fotos nicht geben würde!



# Impressum

© 2014 Stiftung Haus der kleinen Forscher, Berlin

1. Auflage

**Herausgeber:** Stiftung Haus der kleinen Forscher

**Projektleitung:** Dr. Stefanie Kademann

**Konzeption und Redaktion:** Andrea Kettner-Bierau

**Redaktionelle Mitarbeit:** Anna-Lotta Geyssel, Dr. Stefanie Kademann, Katrin Weber

**Produktionsleitung:** Dana Schumacher

**Gestaltung:** Heide Kolling, Nicolai Heymann, Lime Flavour, Berlin

**Druck:** Format Druck und Medienservice GmbH, Berlin

**Titelfoto:** Christoph Wehrer, Berlin

**Fotos:** Seite 5: KOPF & KRAGEN Fotografie, Berlin; Seite 36, 55: thinkstock: SebastianKnight, pigphoto, Marek r. Swadzba; Seite 6, 36, 37, 55, 56: iStockphoto: herjua, inarik, Mari, Saturated, THEPALMER, IvonneW, Rafael\_Wiedenmeier, lillisphotography, SoopySue, 4FR; Seite: 8, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 22, 27, 28, 32, 33, 34, 37, 37, 40, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 50, 51, 52, 63: Christoph Wehrer, Berlin; Seite 45: Holger Heymann, Celle; Seite 31: Stiftung Haus der kleinen Forscher, Berlin

**Illustration:** Seite 24/25: Johanna Fritz, Stuttgart



**Stiftung Haus der kleinen Forscher**  
Rungestraße 18  
10179 Berlin

Tel 030 27 59 59 -0  
Fax 030 27 59 59 -209  
[info@haus-der-kleinen-forscher.de](mailto:info@haus-der-kleinen-forscher.de)  
[www.haus-der-kleinen-forscher.de](http://www.haus-der-kleinen-forscher.de)



Dieses Druckerzeugnis  
wurde mit dem Blauen  
Engel gekennzeichnet.