

# Tema 5: Canales con desvanecimientos

Sistemas y Canales de Transmisión

Universidad Carlos III de Madrid



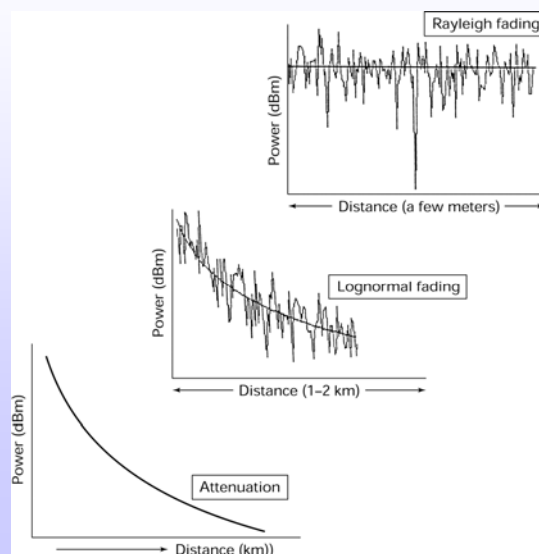
2

## Desvanecimiento de pequeña y gran escala

- Modelos de gran escala
  - Explican el comportamiento de las potencia a distancias mucho mayores que la longitud de onda ( $\sim$  km).
    - Espacio Libre, Okumura-Hata
    - Bloqueo: Log-distancia, Log-normal (modelo gaussiano en dB)
- Modelos de pequeña escala
  - Explican en distancias comparables a la longitud de onda ( $\sim$  m).
  - **Multitrayecto y Doppler**

### Modelado estadístico (SFF)

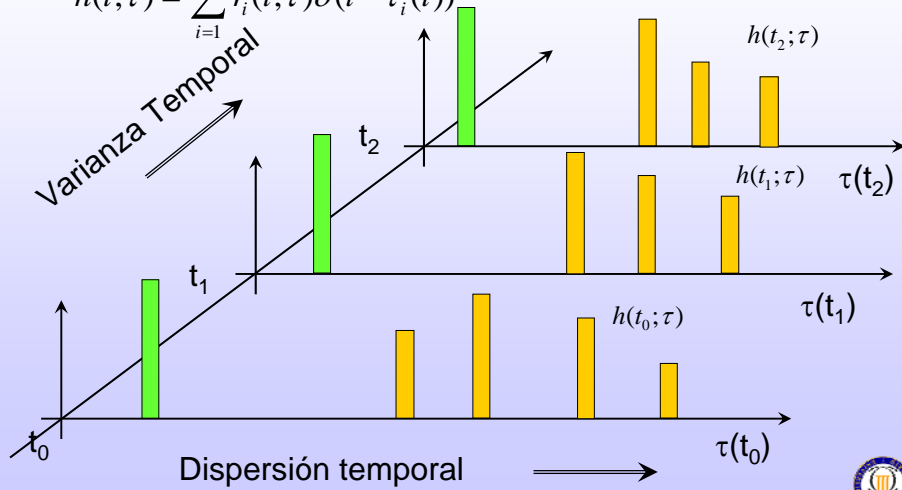
- Amplitud  $\rightarrow$  Rayleigh
- Relación  $E_b/N_0 \rightarrow$  Exponencial
- Valor medio
- Número de cruces por un umbral.
- Modelos discretos



## Canales con Multitrayecto

- Respuesta al impulso de un canal multitrayecto

$$h(t; \tau) = \sum_{i=1}^{N(t)} r_i(t; \tau) \delta(t - \tau_i(t))$$



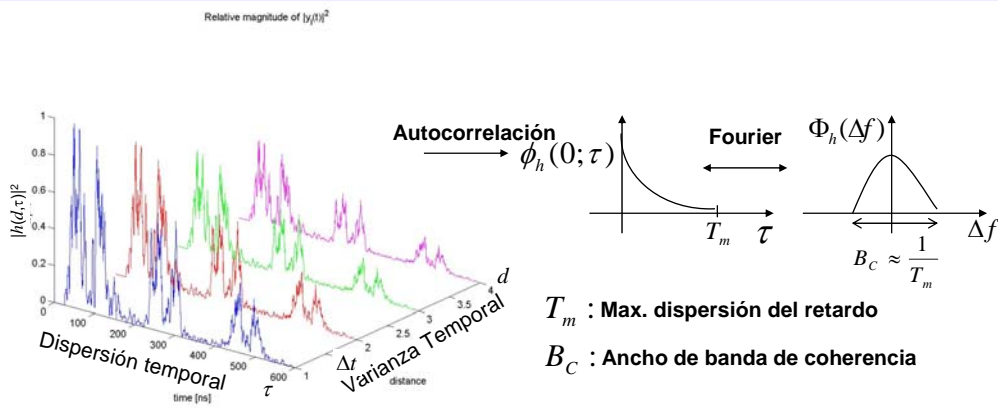
## Canal Multitrayecto

- Dispersión del retardo y Ancho de Banda de coherencia

- Función de autocorrelación de  $h(t; \tau)$

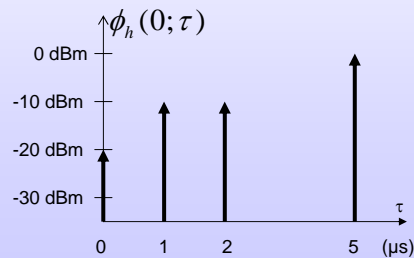
$$E[h^*(t; \tau_1)h(t + \Delta t; \tau_2)] = \phi_h(\Delta t; \tau_1, \tau_2) \stackrel{WSSUS}{=} \phi_h(\Delta t; \tau_1) \delta(\tau_2 - \tau_1)$$

- Si hacemos  $\Delta t=0$ ,  $\phi_h(0; \tau_1, \tau_2) = E[h^*(t; \tau_1)h(t; \tau_2)] \rightarrow$  Potencia a la salida del canal en función de  $\tau$



## Caracterización del retardo en canales multitrayecto

- En la práctica, en lugar de medir la respuesta al impulso de un canal, se utiliza el perfil de potencia recibida, es decir  $\phi_h(0; \tau_k)$ .
  - Medimos los niveles de potencia recibida en función del retardo.
    - > "**power delay profile**"
- Modelo discreto
  - Supone que  $\phi_h(0; \tau_k)$  es una colección de impulsos que definen los retardos multitrayecto



- Su transformada de Fourier define la respuesta en frecuencia del canal



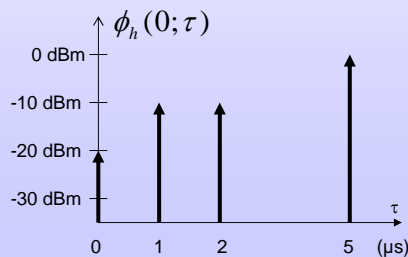
## Caracterización del retardo en canales multitrayecto

- Retardo medio :

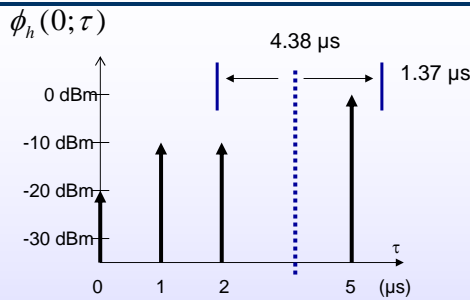
$$\bar{\tau} = \frac{\sum_k \tau_k \phi_h(0; \tau_k)}{\sum_k \phi_h(0; \tau_k)} \quad \text{donde } \phi_h(0; \tau_k) \text{ es la potencia recibida con retardo } \tau_k$$

- Dispersión rms del retardo "**rms delay spread**"

$$\sigma_\tau = \sqrt{\overline{\tau^2} - (\bar{\tau})^2} \quad \text{donde} \quad \overline{\tau^2} = \frac{\sum_k \tau_k^2 \phi_h(0; \tau_k)}{\sum_k \phi_h(0; \tau_k)}$$



## Caracterización del retardo en canales multitrayecto



$$\bar{\tau} = \frac{(1)(5) + (0.1)(1) + (0.1)(2) + (0.01)(0)}{[0.01 + 0.1 + 0.1 + 1]} = 4.38 \mu s$$

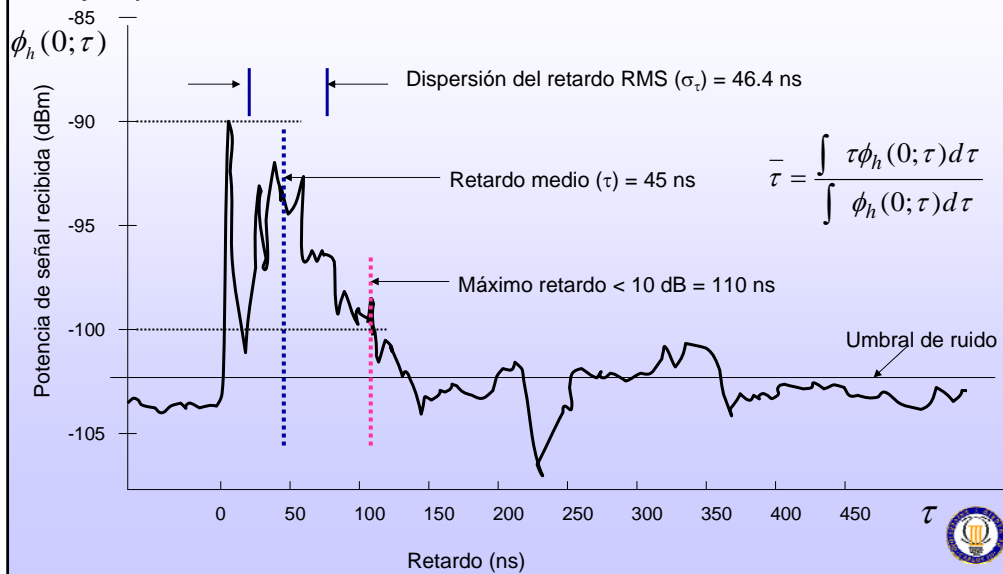
$$\overline{\tau^2} = \frac{(1)(5)^2 + (0.1)(1)^2 + (0.1)(2)^2 + (0.01)(0)^2}{[0.01 + 0.1 + 0.1 + 1]} = 21.07 \mu s^2$$

$$\sigma_{\tau} = \sqrt{21.07 - (4.38)^2} = 1.37 \mu s$$



## Perfil del retardo de potencia: Modelo continuo

• Ejemplo

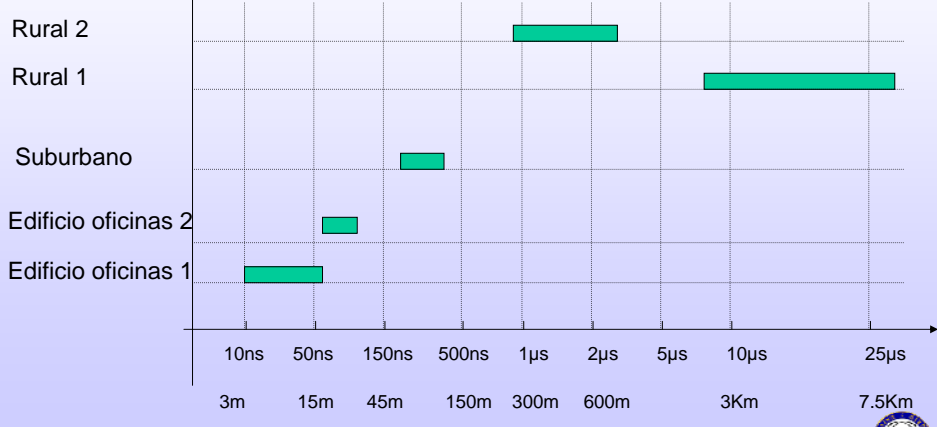


$$\bar{\tau} = \frac{\int \tau \phi_h(0; \tau) d\tau}{\int \phi_h(0; \tau) d\tau}$$

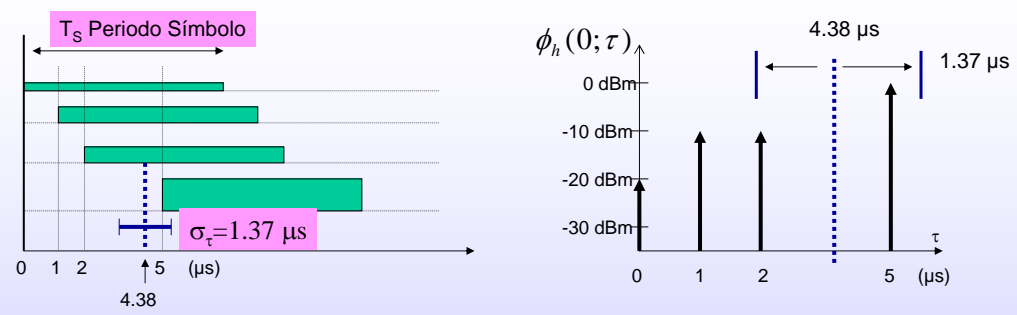


## Valores típicos de la dispersión del retardo

$$\sigma_\tau = \sqrt{\overline{\tau^2} - (\overline{\tau})^2} \quad \text{donde} \quad \overline{\tau^2} = \frac{\int \tau^2 \phi_h(0; \tau) d\tau}{\int \phi_h(0; \tau) d\tau}$$



## Interferencia Intersimbólica

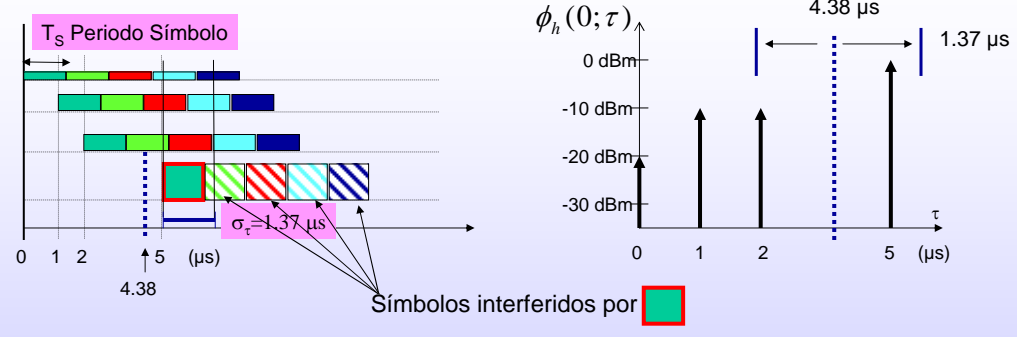


- $T_s > 10\sigma_\tau$  --- No se necesita igualación
- $T_s < 10\sigma_\tau$  --- Igualación necesaria

En el ejemplo anterior,  $T_s$  debe ser mayor que  $14\mu s$  para evitar la ISI.  
 •Velocidad menor de 70Kbaudios (approx)



## Interferencia Intersimbólica

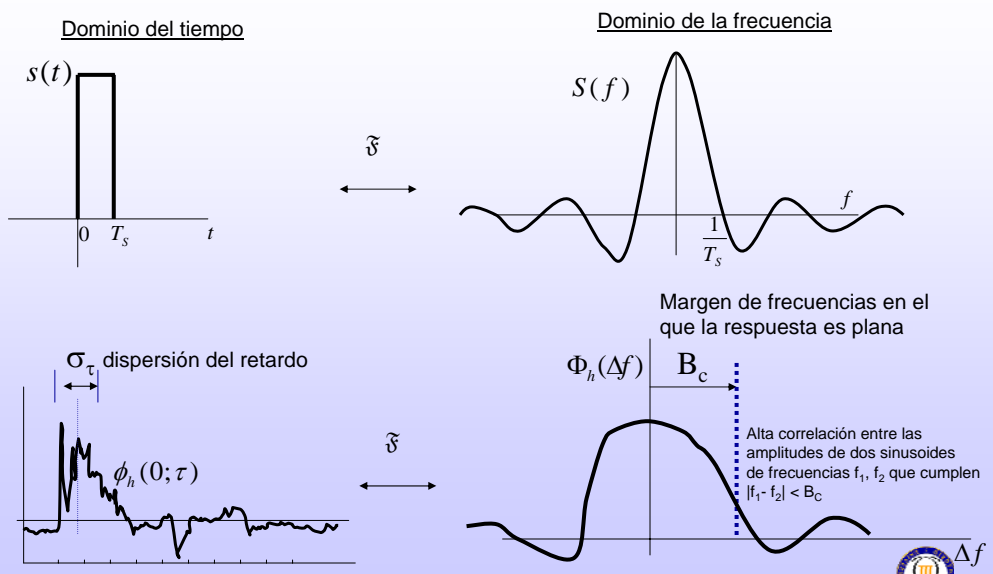


$T_s < 10\sigma_\tau$  --- Igualación necesaria

En el ejemplo anterior,  $T_s$  debe ser mayor que  $14\mu s$  para evitar la ISI.  
 •Velocidad menor de 70Kbaudios (approx)



## Ancho de banda de coherencia



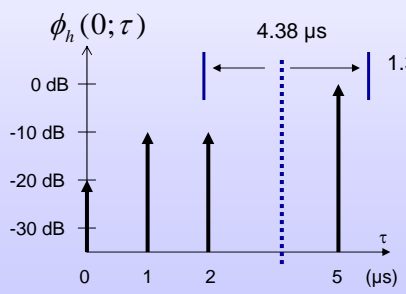
## Dispersión del retardo-ancho de banda de coherencia

- La dispersión del retardo y el ancho de banda de coherencia ( $B_c$ ) son inversamente proporcionales

$B_c \approx \frac{1}{50\sigma_\tau}$  Dos sinusoides separadas en frecuencia  $B_c$  Hz tienen una correlación de 0.9

$B_c \approx \frac{1}{5\sigma_\tau}$  Dos sinusoides separadas en frecuencia  $B_c$  Hz tienen una correlación de 0.5

□ Ejemplo



$\bar{\tau} = 4.38 \mu s \quad \bar{\tau}^2 = 21.07 \mu s^2$

$\sigma_\tau = \sqrt{\tau^2 - (\bar{\tau})^2} = 1.37 \mu s$

$B_c(50\%) \approx \frac{1}{5\sigma_\tau} = 146 \text{ kHz}$

Ancho de banda para GSM = 200 KHz



## Dispersión Doppler

- Se origina cuando existe movimiento relativo entre transmisor y receptor.
- Dispersión Doppler,  $B_{Doppler}$ : describe el ensanchamiento en frecuencia debido al desplazamiento Doppler
  - Si se transmite una sinusoides de frecuencia  $f_c$ , el retorno contendrá frecuencias en el rango:  $(f_c - \max(f_{Doppler}), f_c + \max(f_{Doppler}))$ ;

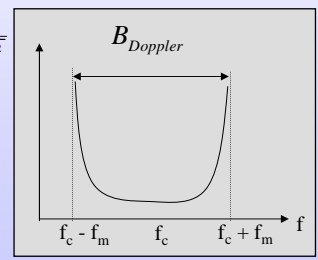
$$B_{Doppler} = \sqrt{\frac{\int_{-f_m}^{f_m} (f - f_c)^2 S(f - f_c) df}{\int_{-f_m}^{f_m} S(f - f_c) df}}$$

$$S(f) = \frac{1.5}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_c}{f_m}\right)^2}}$$

• Tiempo de coherencia

$$T_c = \frac{1}{\max(f_{Doppler})} = \frac{1}{f_m} = \frac{\lambda}{v}$$

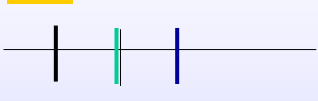
□ En la práctica  $T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_m^2}} = \frac{0,423}{f_m}$



## Tiempo de coherencia

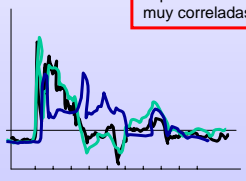
Dominio del tiempo

Periodo de símbolo



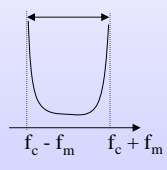
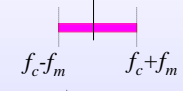
$T_c$

Tiempo de coherencia: intervalo sobre el que la respuestas impulsionales del canal están muy correladas



Dominio de la frecuencia

Ancho de banda de transmisión



$$B_{Doppler} = \sqrt{\frac{\int_{-f_m}^{f_m} (f - f_c)^2 S(f - f_c) df}{\int_{-f_m}^{f_m} S(f - f_c) df}}$$



## Tipos de Fading de Pequeña Escala

- Según se vio antes pueden existir diferentes tipos de efectos que alteran la señal.
  - Por un lado, la propagación multitrayecto produce dispersión en tiempo, y fading selectivo en frecuencia
  - Por otro, la dispersión Doppler produce dispersión de frecuencia y fading selectivo en tiempo
- Ambos mecanismos son independientes entre si.



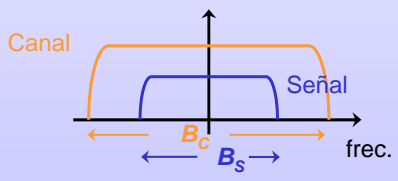


## Clasificación de canales

Según la dispersión del retardo (multitrayecto)

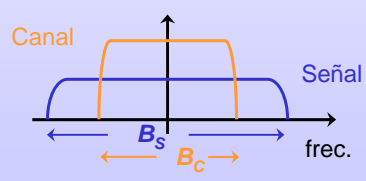
### Fading Plano

1.  $B_S < B_C \Leftrightarrow \sigma_\tau < T_s$
2. Distribución Rayleigh, Ricean
3. Conserva espectro de la señal transmitida



### Fading selectivo en frecuencia

1.  $B_S > B_C \Leftrightarrow \sigma_\tau > T_s$
2. Intersymbol Interference
3. No conserva espectro de la señal transmitida
4. Pueden resolverse las componentes de Multipath.

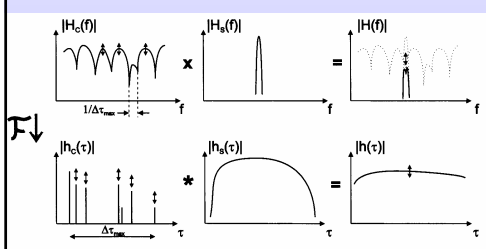


## Clasificación de canales

Según la dispersión del retardo (multitrayecto)

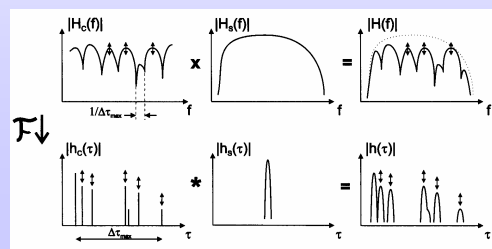
### Fading Plano

1.  $B_S < B_C \Leftrightarrow \sigma_\tau < T_s$
2. Distribución Rayleigh, Ricean
3. Conserva espectro de la señal transmitida



### Fading selectivo en frecuencia

1.  $B_S > B_C \Leftrightarrow \sigma_\tau > T_s$
2. Intersymbol Interference
3. No conserva espectro de la señal transmitida
4. Pueden resolverse las componentes de Multipath.

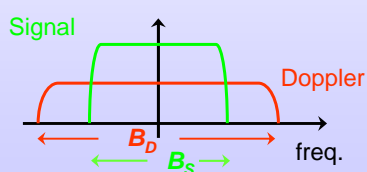


## Clasificación de canales

Según las varianza temporal (Doppler)

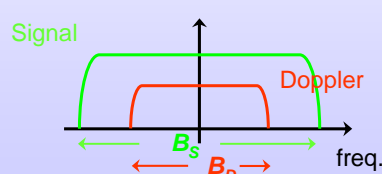
### Fast Fading

1. Alta dispersión Doppler
2.  $1/B_{\text{Doppler}} \cong T_C < T_s$



### Slow Fading

1. Baja dispersión Doppler
2.  $1/B_{\text{Doppler}} \cong T_C > T_s$

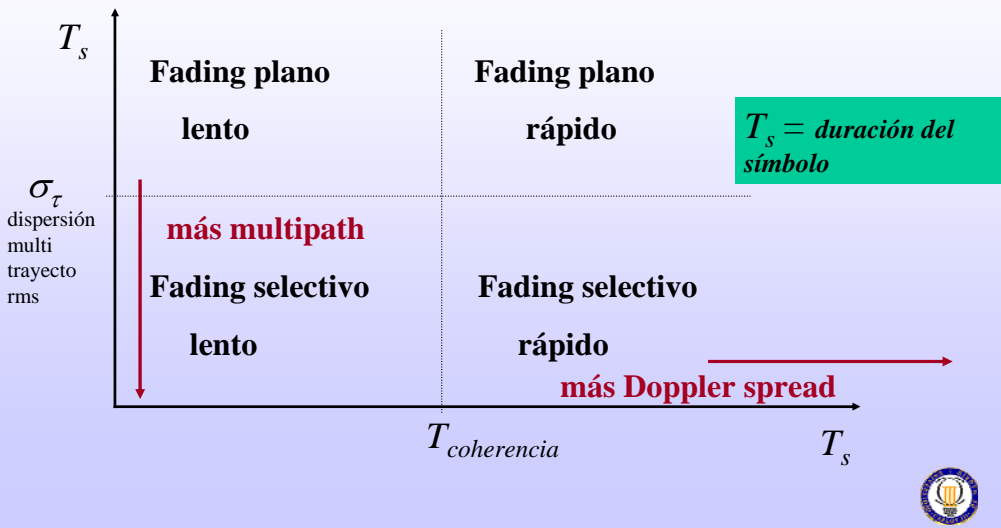


## Tipos de Fading de Pequeña Escala

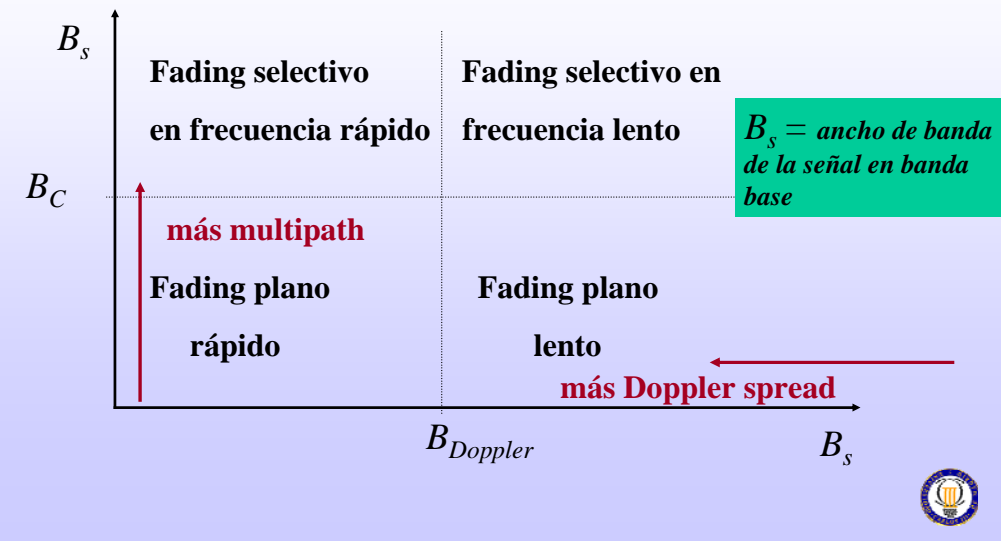
- Estos efectos se pueden combinar: por ejemplo un canal puede tener a la vez fading plano y fading rápido.
  - Ello ocurre si la respuesta a impulso del canal es esencialmente un solo impulso (fading plano) pero esta respuesta, o sea el impulso, toma diferentes amplitudes según cuando se aplica la excitación, y el cambio ocurre más rápido que la variación de la señal de banda base (fading rápido).
- Un canal selectivo en frecuencia con fading rápido presenta múltiples impulsos de respuesta a un impulso y estos cambian más rápido que la señal transmitida



### Tipos de Fading de Pequeña Escala

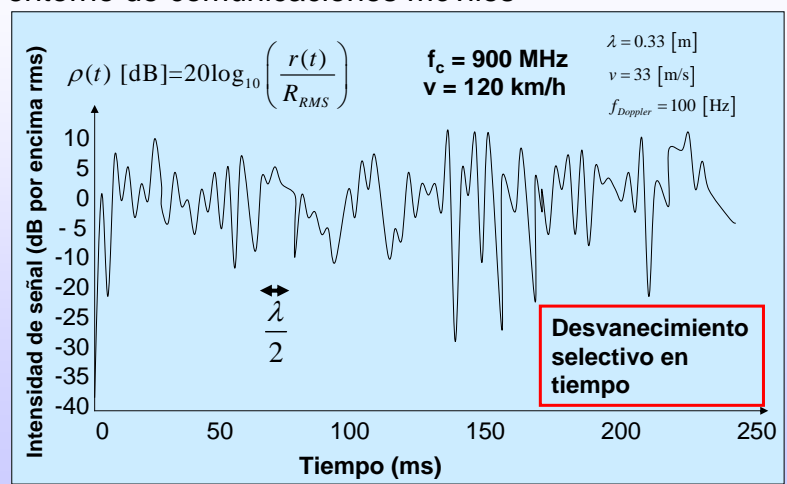


### Tipos de Fading de Pequeña Escala



### Efecto en el tiempo de la dispersión Doppler

- Intensidad (normalizada por el valor cuadrático medio) de señal en un entorno de comunicaciones móviles

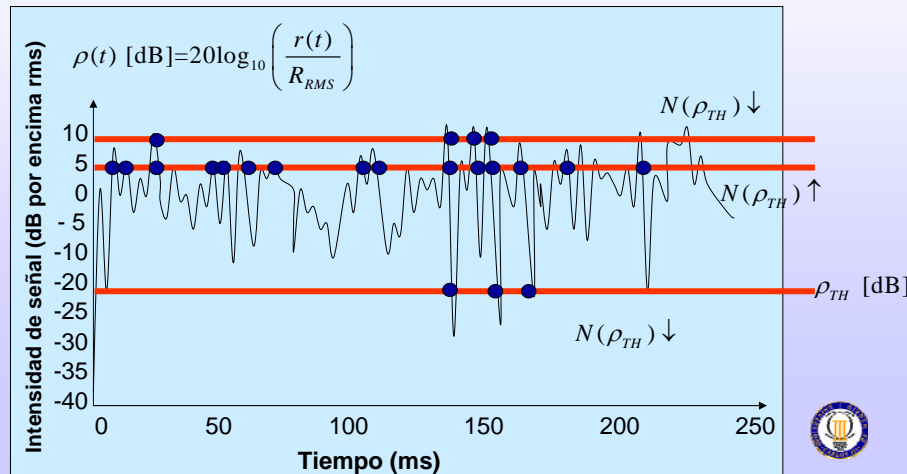


□ ¿Cuál es el modelo estadístico que la describe?



### Modelado de canales móviles

- $N(\rho_{TH})$  es el número de veces que la señal cruza un cierto nivel  $\rho_{TH}$  por unidad de tiempo.
  - Para valores de  $\rho_{TH}$  muy grandes o muy pequeños, habrá un pequeño número de cruces.



## Modelado de canales móviles con desvanecimientos lentos y planos en frecuencia (SFF)

- Si tenemos en cuenta que...

$$N(\rho) = \int_0^\infty \dot{R} \cdot p(\rho, \dot{R}) d\dot{R}$$

- ... y que la distribución de probabilidad

$$p(\rho, \dot{R}) = \underbrace{2\rho e^{-\rho^2}}_{p_R(\dot{R}) \rightarrow \text{Rayleigh}} \frac{1}{\sqrt{2\pi b_2}} \exp\left[-\frac{\dot{R}^2}{2b_2}\right]_{p_R(\dot{R}) \rightarrow \text{Gaussiana}}$$

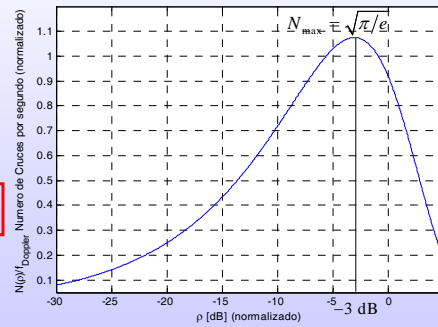
- Se puede demostrar que...

$$N(\rho) = \sqrt{2\pi} f_{\text{Doppler}} \rho e^{-\rho^2} \text{ [Cruces/segundo]}$$

- $N(\rho)$  tiene su máximo para  $\rho=1/\sqrt{2}$  es decir, con  $|r(t)|$  3 dB bajo el valor rms.

- Valor máximo

$$N_{\text{max}} = f_{\text{Doppler}} \sqrt{\pi/e}$$



## Modelado de canales móviles

- Duración media de un desvanecimiento por debajo del nivel " $\rho_{TH}$ "

- Se define como el tiempo promedio durante el cual la señal está por debajo de un nivel  $\rho_{TH}$  específico.

$$\bar{\tau} = \frac{P_{\rho_{TH}}}{N(\rho_{TH})} = \frac{1 - e^{-\rho_{TH}^2}}{\sqrt{2\pi} f_{\text{Doppler}} \rho_{TH} e^{-\rho_{TH}^2}} = \frac{e^{\rho_{TH}^2} - 1}{\rho f_{\text{Doppler}} \sqrt{2\pi}}$$

- Cuando  $\rho_{TH} = 0.1$  (-20 dB),
  - Ejemplo:  $\rho_{TH}$  (umbral) 20 dB por debajo del valor RMS de la envolvente.
  - $f_c = 1.5 \text{ GHz}$ ,  $v = 50 \text{ km/h}$

- Sabiendo la tasa a la cual la señal en el receptor cae de un cierto nivel " $\rho_{TH}$ " y por cuanto tiempo se mantiene (en promedio) por debajo, podremos determinar el número esperado de símbolos



### Ejemplo

- Considere un canal de comunicaciones móviles con desvanecimiento.

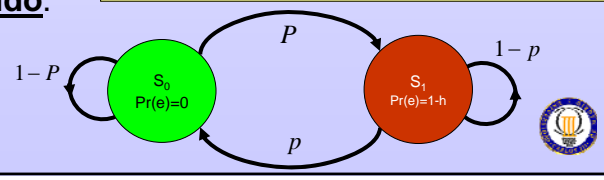
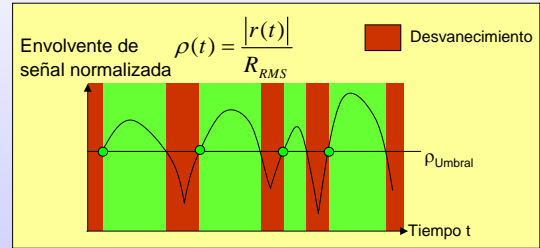
- Frecuencia de portadora:  $f_c$
  - Velocidad del móvil:  $v$
  - Modulación binaria:  $R_b$

$$f_{Doppler} = \frac{v}{\lambda} \cos \theta = \frac{v}{c} f_c \cos \theta$$

- Dicho canal quiere modelarse empleando un modelo de canal discreto de dos estados:

- Estado  $S_0$  "bueno":  $\rho > \rho_{Umbral}$
  - Estado  $S_1$  "malo":  $\rho < \rho_{Umbral}$

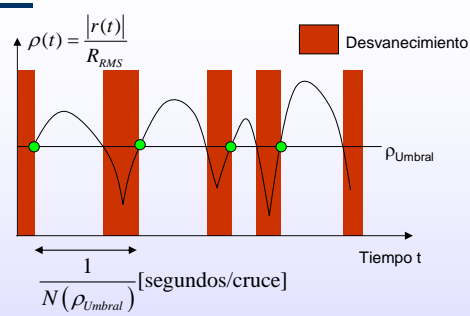
- $\rho_{Umbral}$  es un **dato conocido**.



### Ejemplo

- La distribución estadística de la envolvente se puede caracterizar como Rayleigh.
- Por tanto, la probabilidad de que la envolvente normalizada caiga por debajo de un valor  $\rho_{Umbral}$  es

$$\Pr[\rho(t) \leq \rho_{Umbral}] = 1 - e^{-\rho_{Umbral}^2}$$



- El valor medio del número de veces que la envolvente normalizada cruza el umbral en dirección positiva, por periodo de símbolo es:  $N(\rho_{Umbral}) = \sqrt{2\pi} f_{Doppler} \rho_{Umbral} e^{-\rho_{Umbral}^2}$  [Cruces/segundo]
- $1/N(\rho_{Umbral})$  también especifica la separación media, en segundos, entre dos desvanecimientos.

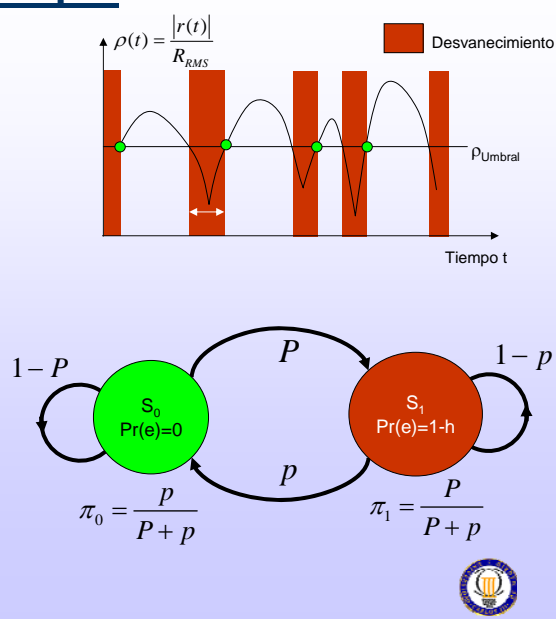


### Ejemplo

- Relación con el modelo de canal discreto
  - La probabilidad de estar en el estado malo es igual a la probabilidad de que la envolvente caiga por debajo del umbral  $\rho_{Umbral}$

$$\pi_1 = \frac{P}{P+p} = 1 - e^{-\rho_{Umbral}^2}$$

□ 1ª Ecuación, dos incógnitas

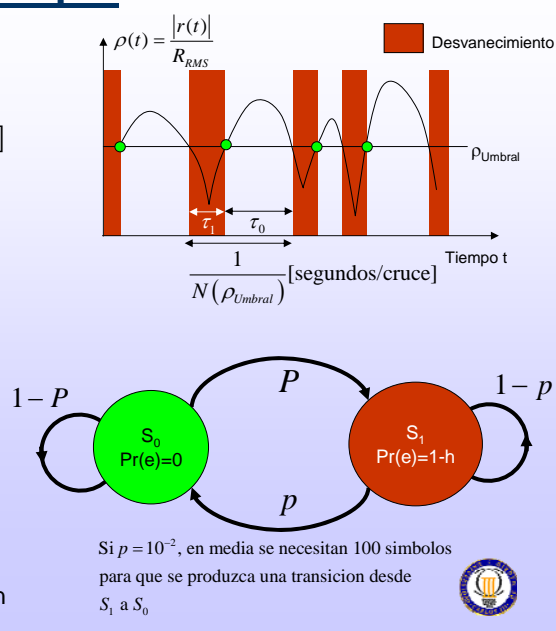


### Ejemplo

- La duración media de los desvanecimientos es
 
$$\bar{\tau}_1 = \frac{\Pr[\rho(t) \leq \rho_{Umbral}]}{N(\rho_{Umbral})} = \frac{e^{\rho_{Umbral}^2} - 1}{\rho_{Umbral} f_{Doppler} \sqrt{2\pi}} \text{ [seg.]}$$
- El número medio de símbolos (bits) transmitidos durante un desvanecimiento es:
 
$$R_b \bar{\tau}_1 = R_b \frac{e^{\rho_{Umbral}^2} - 1}{\rho_{Umbral} f_{Doppler} \sqrt{2\pi}} \text{ [bits]}$$

- Modelo de Gilbert
  - Supongamos que acabamos de entrar en el estado "malo".
    - El número medio de símbolos durante una ráfaga en el estado "malo" ( $\Leftrightarrow$  desvanecimiento) es  $1/p$

$$p = \frac{1}{R_b \bar{\tau}_1} \quad \square 2^a \text{ Ecuación}$$



Si  $p = 10^{-2}$ , en media se necesitan 100 símbolos para que se produzca una transición desde  $S_1$  a  $S_0$

