

# ESTADISTIKA

## 1. GAIA : Aldagai estatistiko unidimentsionalerak

### 1.1. Sarrera. Aldagai estatistiko unidimentsionalerak

- Estatistika  $\Rightarrow$  Datuak analizatzeko zientzia, hiru ardatz:
  - $\hookrightarrow$  1) Deskribatzaileen  $\rightarrow$  Nolarok diren datuak. Errealitateko datuak
  - 2) Probabilitateen  $\rightarrow$  Ereduen formakuntza
  - 3) Inferentzia  $\rightarrow$  datu erreal horien ondorioak  $\rightarrow$  datuak orokortu.

### DEFINIZIOAK

- **Populazioa** =  $\Omega$
- **Indibiduo** =  $\omega \{ \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{30} \}$
- **Lagina (azpimultzoa)** =  $N$
- **Ezauyarrak** = aztertzen den elementuren propietateak
- **Aldagaiak** = elementuren beldoa =  $X$

1. mailan 30 ikasle matrikulatuta daude. Ikasle bakoitzari galdeku diogu zenbat ordu-urreba dituen.  
datuak  $\Rightarrow \{1, 2, 2, 2, 3, 4, 1, 1\}$   
 $\Omega = 30 \rightarrow$  1. mailako ikasleak.  
 $\omega \rightarrow \omega_1 - \omega_{30}$   $X \rightarrow X_1, X_2, X_3, X_4$   
 $N \rightarrow$  30 ikasle batzuk.

### • Aldagaien sailkapena :

$\rightarrow$  **Kuantitatiboak** : zenbakizko aldagaiak (zenbat ordu-urreba)

$\hookrightarrow$  **Diskretuak** : Badio behatzaiek (1/3/27)

$\hookrightarrow$  **Jarriak** : Beldio tartekoak (0-3) / (25-50)

$\rightarrow$  **Kualitatiboak** : Ezin diren zenbatu

$\hookrightarrow$  **Nominalak** : ez dute ordenik sexua? giza, enaxume

$\hookrightarrow$  **Ordinalak** : Ordena daukate zenbat? Aste, gutxi

## 1.2. Maiztasun banaketa

- Maiztasuna ( $x_i$ )  $\rightarrow$   $X$  aldagaiak herditzen diren balio desberdinak, dagokio  
 $x_1 = 0$   $x_2 = 1$   $x_3 = 2$

### 1.2.1 Maiztasun absolutu / erlatibo

- Maiztasun absolutua ( $n_i$ )  $\rightarrow$   $x_i$  banaketa zenbat aldiz agertzen den

$\rightarrow n_i$  batura  $\rightarrow \sum_{i=1}^K n_i = N$

Honek laginaren tamaina adierazten du.

- Maiztasun erlatiboa ( $f_i$ )  $\rightarrow$  balio bat zenbat aldiz agertu erlatiboki,  
 $f_i = \frac{n_i}{N} \rightarrow$  Berat  $\rightarrow \sum f_i = \frac{\sum n_i}{N} = 1$
- Portzentajeak ( $p_i$ ) Maiztasun erlatiboa ehunekotan neurtuta,  
 $p_i = f_i \cdot 100 \rightarrow \sum p_i = 100$

### 1.2.2 Maiztasun metatuen

- Maiztasun metatuen lehenengo aldagien balioen ordenatuta egin behar da  $x_1 < x_2 < x_3 \dots$
- Maiztasun absolutu metatua =  $x_i$ -ren badioren maiztasun absolutu metatua  $\rightarrow N_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_i$
- Maiztasun erlatibo metatua

$$F_i = f_1 + f_2 \dots = \frac{n_1 + n_2 \dots}{N} = \frac{N_i}{N}$$

$x_i$	$n_i$	$f_i = \frac{n_i}{N}$	$p_i = f_i \cdot 100$	$N_i = \sum n_i$	$F_i = N_i / N$
0	1	0,03	0,3	1	1/30
1	20	0,6	60	21	21/30
2	6	0,2	20	27	27/30
3	0	0	0	27	
4	1	0,03	0,3	28	
5	0	0	0	28	
6	1	0,03	0,3	29	
	$N=30$			30	

### 1.3 Tartekak eta klase-markak aldagai jarraitetan

Tartekak  $[L_{i-1}, L_i)$   $B_i$  balioen artean dardatzen dituzten

Klase markak: Tartekaren erdiko puntua  $\frac{L_i + L_{i-1}}{2}$

Zabalera:  $B_i$  balioen diferentzia ( $C_i$ )

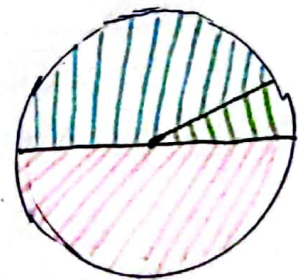
$[L_{i-1}, L_i)$	$n_i$	$C_i$	$\frac{L_i + L_{i-1}}{2}$
$[0, 18)$	10	$18 - 0 = 18$	$(18 + 0) / 2 = 9$
$[18, 25)$	15	$25 - 18 = 7$	$(25 + 18) / 2 = 21,5$
$[25, 40)$	15	$40 - 25 = 15$	$(40 + 25) / 2 = 32,5$

### 1.3. Adierazpen grafikoak

#### 1.3.1 sektore grafikoak

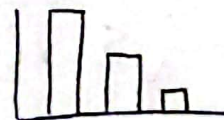
- diskretua, kualitatiboa
- Maiztasun erlatiboa nagusiki
- Zabalera = maiztasuna
- $f_i \cdot 360 =$  zabalera

$X_i$	$n_i$	$f_i$	$\%$
1	2	0,1	10
2	8	0,4	40
3	10	0,5	50



#### 1.3.2 Barra diagrama.

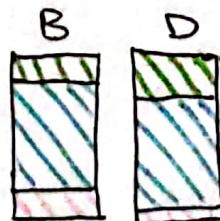
- Diskretua, kualitatiboa, kuantitatiboa
- Maiztasun erlatibo eta absolutu.



#### Barra diagrama apilatua.

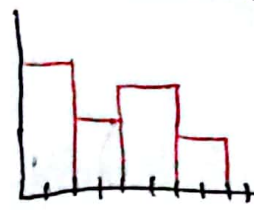
- Bi lagin aldealtzerok

	Bilbo	Demos
Bizi	40 10	40 20
g. Pub	40 75	40 75
kotxe	40 15	40 5

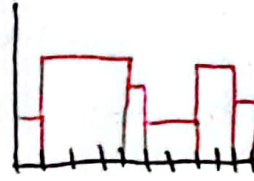


### 1.3.3 Histograma

- Aldagai jarraioak
- $C_i =$  (zabalera berdinero) tartear badira  $n_i$  eta  $f_i$
- Desberdine bada  $n_i/c_i$  eta  $f_i/c_i$



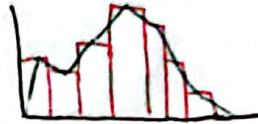
$c_i =$



$c_i \neq$

### 1.3.4 Maiztasun poligonoak

- Jarraioak nagusiki



## 1.4. Posizio eta joera zentralero balio tipikoak

### 1.4.1 Momentuak

#### Momentu arruntak

↳ 1. ordeneko momentu arrunta

$$[a_1 = \frac{1}{N} \sum x_i \cdot n_i] = \text{Batazbestekoa} = \bar{x}$$

↳ 2. ordeneko momentu arrunta

$$[a_2 = \frac{1}{N} \sum x_i^2 \cdot n_i] = \text{Bariantza}$$

↳ 3. ordeneko momentu arrunta

$$[a_3 = \frac{1}{N} \sum x_i^3 \cdot n_i] = \text{Kurtosi}$$

} Dispersio eta forma balio tipikoak

#### Momentu zentralak

↳ 1. ordeneko momentu zentrala

$$M_1 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x}) \cdot n_i$$

↳ h. ordeneko momentu zentrala

$$M_h = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^h \cdot n_i$$

→  $M_2 =$  bariantza

## 2. Batuz besteru aritmetikoa laginaren $\bar{x}$

Lehen ordeneko momentu arrenten

$$\hookrightarrow \bar{x} = a_1 = \frac{1}{N} \sum x_i \cdot n_i = \sum x_i \cdot \frac{n_i}{N} = \sum x_i \cdot f_i$$

Adib. Adagai diskretu

$\frac{x_i}{1}$	$\frac{n_i}{2}$	$\frac{f_i}{0'10}$	$\rightarrow \bar{x} = \frac{1}{20} \cdot (1 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 6) = 5'3 \rightarrow \frac{x_i \cdot n_i}{N}$
4	5	0'25	$\rightarrow \bar{x} = 1 \cdot 0'1 + 4 \cdot 0'25 + 6 \cdot 0'35 + 7 \cdot 0'3 = 5'3 \rightarrow x_i \cdot f_i$
6	7	0'35	
7	6	0'30	
<u>N=20</u>			

Grabitax

$$\frac{L_{i-1} + L_i}{2}$$

Adib. Adagai jarraitu

$(L_{i-1}, L_i)$	$n_i$	marka	$\rightarrow$ Grabitax deritzu.
$[0, 5)$	4	2'5	• Marka daukenez orok, bestela hura bilatu.
$[5, 7)$	5	6	$\rightarrow \bar{x} = \frac{1}{20} \cdot (4 \cdot 2'5 + 5 \cdot 6 + 5 \cdot 8 + 1 \cdot 9'5) = 5,1$
$[7, 9)$	5	8	$\hookrightarrow \frac{1}{N} \sum n_i \cdot \text{Marka}$
$[9, 10)$	1	9'5	
<u>N=20</u>			

• Balio atipitoxak eragin handia dute batuzbesteroan.

$\hookrightarrow$  Adib: Une talde bat 10 lagineroan. 9 unek 0 € dituzte baina bat 100 € ditu. Zerkat diru duite  $\bar{x}$ ?

$\bar{x} = \frac{100}{10} = 10€$   $\rightarrow$  Bekoitzean 10€ ditu. Baina heri ez da erreala. Kasu honetan balio atipitoxak daukenez batuzbesteroan / ez du informazioa ondo islatzen. Horregatik media eta medianen kalkulatu da.

• Batzar bestero aritmetiko ponderatu

• Datuei pisu desberdina dagozkie  $\{w_1, w_2 \dots w_n\}$  beraz formula hau erabilten da

$$\hookrightarrow \bar{x}_p = \frac{\sum x_i \cdot w_i}{\sum w_i} = \sum x_i \cdot h_{pi} \rightarrow h_{pi} = \frac{w_i}{\sum w_i}$$

### Adibidea 1

• 3xaste bater bi azterketa egin ditu. Lehengoan 4 puntu eta bigarrenean 7 puntu lortu ditu. Azterketetan ikasgaiaren %30 eta %70 sartzen ziren. Zehaztu bere  $\bar{x}_p$ ?

$$\bar{x}_p = \frac{4 \cdot 30 + 7 \cdot 70}{30 + 70} = 6,1$$

### 1.4.3 Modua

• Modua: Gehien errepikatzen den balio maiztasun handiena duena.

→ Aldagai kuantitatibo diskretu

↳ 1)  $M_0 =$  ez dago modurik  $\{ \theta_{hi} \text{ berdinarik } (\theta = \text{gutxiak})$   
 $\left\{ \begin{array}{l} x_i | 1 \ 2 \ 3 \\ n_i | 2 \ 2 \ 2 \end{array} \right\} \rightarrow M_0 = \theta_{hi}$

↳ 2)  $M_0 =$  Modua 1 izatean  $\rightarrow \begin{array}{l} x_i | 1 \ 2 \ 3 \\ n_i | 0 \ 3 \ 1 \end{array} \rightarrow M_0 = 2$   
 $n_i = 3$

↳ 3)  $M_0 =$  Modua 1 bako gertatzen  $\rightarrow \begin{array}{l} x_i | 1 \ 2 \ 3 \\ n_i | 2 \ 1 \ 2 \end{array} \rightarrow M_0 = 1 \text{ eta } 3$   
 $n_i = 2$

→ Aldagai kuantitatibo jarria

• Histograman altuera handiena duen tertea.

$(L_{i-1}, L_i)$	$n_i$	$f_i$	$h_i$
$(0, 12)$	10	18	0,55
$(12, 25)$	15	17	2,4
$(25, 40)$	15	15	1

→ kasu honetan  $(12, 25)$  tiratzen

→ Aldagai kualitatibo

↳ gehien errepikatzen den kontzeptua → diskretuen antzerko.

## 4. Mediana

Mediana: Banaketa baten mediana erdiko baloa da. Bi zati berdinetan banatzen du aldagaiak.

→ Aldagai diskretua: Bi kasu

↳ ①  $\frac{N}{2} < Ni \rightarrow xi$  (Baloa ez badago mait absolutuaren hiru izeneko jar

Adib 30 itasleen neba-arreba kopurua

$xi$	1	2	3	4	5
$ni$	11	10	4	3	2
$Ni$	11	21	25	28	30
$Fi$	0.36	0.33	0.83	0.91	0.96
$Fi$	0.36	0.69	0.8	0.91	1

• Kasu honetan  $\frac{N}{2} = 15$  ez da absolutuaren bigarren baloa **21**, 15 baino handiagoa dena,  $Me = x_2 = 2$  itasleen erdian 2 neba-arreba ditu.

↳ ②  $\frac{N}{2} = Ni \rightarrow \frac{xi + xi+1}{2}$

Adib

$xi$	1	2	5	7
$ni$	2	2	2	2
$Ni$	2	4	6	8
$Fi$	0.25	0.5	0.75	0.75
$Fi$	0.25	0.5	0.75	1

• Kasu honetan  $\frac{N}{2} = 4$  bigarren baloa eta erdian berdunak dira beraz.

$Me = \frac{2+5}{2} = 3.5$ .  $x$ -ren erdian 3.5 baloa.

→ Aldagai jarraia.

- Lehenik eta behin tartea mediana kalkulatu behar da.
- Geo hari formulak sartu.

$$\begin{cases} \frac{N}{2} < Ni \rightarrow xi \\ \frac{N}{2} = Ni \rightarrow \frac{xi + xi+1}{2} \end{cases}$$

$$Me = Li-1 + \frac{N/2 - Ni-1}{Ni - Ni-1} \cdot Ci = Li-1 + \frac{0.5 - Fi-1}{Fi - Fi-1}$$

Adib aeropartu baten hegoaldeko atzerapena

Atzera	Klase murr	$ni$	$Ni$	$ci$
[0, 10)	5	29	29	10
[10, 20)	15	23	52	10
[20, 30)	25	17	69	10
[30, 40)	35	14	83	10
[40, 50)	45	11	94	10
[50, 60)	55	6	100	10

$$\frac{N}{2} \rightarrow \frac{100}{2} = 50 \rightarrow 52 (Ni) \rightarrow [10, 20)$$

$$Me = 10 + \frac{50 - 29}{52 - 29} \cdot 10 = 19,13$$

↳ Hegoaldeko erdia 19'13 minutu baino gutxiago atzeratuko da.

# 1.4.5 KOARTILAK

• Koartilak 4 zatitaten banutzen dute lagina

$$\left\{ \begin{aligned} q_1 &= \frac{N}{4} \\ q_2 &= Me = \frac{2N}{4} \\ q_3 &= \frac{3N}{4} \end{aligned} \right.$$

zibilde inter-koartilakoa:

$[Rq = q_3 - q_1]$  Hala erean aldagien erdira bider  $q_{0.50}$ -a gertzen da.

- Zibildarten:  $R = X_k - X_l$  (balio maximo eta minimoen arteko diferentzia)
- Pertzentilak:  $P_m = \frac{m}{100} \cdot N$  (Banaketan 100 zati berdinetan banatu)

## Adib1 Pertsonen adina

$x_i$	15	20	25	27	28	30	34	40	53
$n_i$	1	1	2	1	1	1	1	1	7
$N_i$	1	2	4	5	6	7	8	9	10

zibilde inter

$\rightarrow 34 - 25 = 9 \rightarrow$  Bi bako haren tarteran dago  $q_{0.50}$

$Me = \frac{27 + 28}{2} = 27.5$

$q_1 = 2.5$  bako hantingoa da lehen bakoan 25

$q_3 = 7.5 < 34$

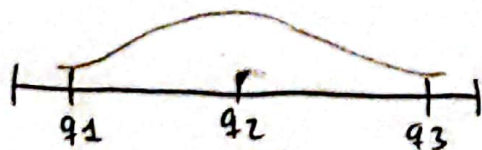
## Adib2 30 langileen soldatex (100 euroetan)

Soldatex	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	20	48	50
$n_i$	3	4	4	4	4	2	2	1	1	1	1	1	1	1
$N_i$	3	7	11	15	19	21	23	24	25	26	27	28	29	30

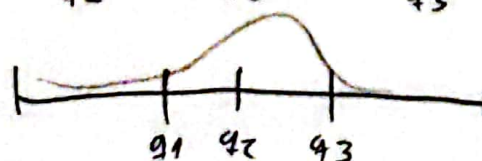
$(q_1, q_2, q_3)$

MO? Me?

- $MO = 8, 9, 10, 11$
- $Me = \frac{10 + 11}{2}$ ,  $N = 30 \rightarrow$  erdira gutxi 15  $\rightarrow x_i = 10$  (elkurren)
- $N/4 = 7.5 \rightarrow q_1 = 9 \rightarrow N_i(11) \rightarrow 9$  soldatu
- $3N/4 = 22.5 \rightarrow q_3 = 23 \rightarrow N_i(23) \rightarrow 13$  soldatu



• Dispersio handiko tarterean



• Antzentratio handiko tarterean



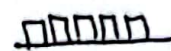
# Dispersioren adierazteru biko tipikoa

soldatzen 1	soldatzen 2
1000	300
1000	400
1000	2300

• Bi soldaten  $\bar{x}$  1000 da, baina biek oso modu desberdinean sakabanatuta daude



• kontzentratua



• Dispersatua

## 1.5.1 Bariantza eta desbideratze tipikoa

• Bariantza =  $S_x^2 = M_2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \frac{n_i}{N} = \frac{1}{N} \cdot \sum x_i^2 \cdot n_i - \bar{x}^2$

↳  $M_2$  = Bigarren ordeneko momentu zentratua

↳  $\sigma^2$  = Bigarren ordeneko momentu arreta

• Desbideratze tipikoa =  $S_x = \sqrt{S_x^2}$

Adibidea

$x_i$	0	1	2
$n_i$	3	4	3
$x_i^2$	0	1	4
$N$	10		

•  $\bar{x} = \frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 3}{10} = \frac{10}{10} = 1$

•  $S_x^2 = \frac{1}{10} \cdot (0 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 4) - 1^2 = 0'6$

•  $S_x = \sqrt{0'6} = 0'77$

## 1.5.2 Aldakuntzen koefizienteak

Aldakuntzen koefizienteak  $g_0 \Rightarrow$  Desbideratze tipikoen erlazioen batuz besterokarekin.

↳  $g_0 = \frac{S_x}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{S_x^2}}{|\bar{x}|}$   $\left\{ \begin{array}{l} g_0 \geq 0 \Rightarrow \text{Desbideratze txikia. Egokia} \\ g_0 > 1 \Rightarrow \text{Desbideratze handia. Ezegokia} \end{array} \right.$

•  $g_0$  - aldakuntza eta 0-re gutxiago egon gero eta adierazpen hobea ematen du. Horregatik

→  $g_0^A = 0'22$     $g_0^B = 0'47$     $g_0^A < g_0^B \Rightarrow g_0^A$  egokiagoa da.

•  $g_0$  ez da gero biko eratorritakoa.

### 1.5.3. Batz bestero desbiderapera Dm

• Bariantza bezela bako bako absolutuak.

$$D_m = \frac{1}{N} \cdot \sum \cdot |x_i - Me/\bar{x}| \cdot n_i/g_i$$

↳ Dm ( $\bar{x}$  derena)  $\Rightarrow$  indibiduen homogeneotasuna neurtu Dm < homoge

↳ Dm (Me derena)  $\Rightarrow$  Batz bestero desbiderapera txikiena

#### Adibidea

$x_i$	0	1	2
$n_i$	3	4	3
$N_i$	3	7	10

$$D_m(\bar{x}) = \frac{1}{N} \sum |x_i - \bar{x}| \cdot n_i$$

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 3}{10} = 1$$

$$D_m = \frac{10 - 1 \cdot 3 + 1 - 1 \cdot 4 + 2 - 1 \cdot 3}{10}$$

$$D_m = 0'6$$

$$D_m(Me) \rightarrow \frac{N}{2} = 5 \rightarrow N_i(7) \rightarrow x_i = 1 \quad Me = 1$$

$$D_m(Me) \rightarrow \frac{10 - 1 \cdot 3 + 1 - 1 \cdot 4 + 2 - 1 \cdot 3}{10} = 0'6$$

$$D_m(Me) = D_m(\bar{x}) = S_x^2$$

$$S_x^2 = \sigma^2 - \bar{x}^2 = \frac{0^2 \cdot 3 + 1^2 \cdot 4 + 2^2 \cdot 3}{10} - 1^2 = 0'6$$

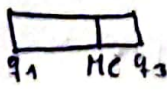
### Bilbide interkuartilikoa

$R_q = q_3 - q_1 \rightarrow$  Balioen sarreraren isladua

### 1.5.4. Kutxa diagrama

$\rightarrow$  Jarraitzen pasatzen

1) Balioak A-Z ordenatu  $\rightarrow$  Lortu Max, Min,  $q_1$ , Me,  $q_3$

2) Laukizuzen bat marraztu 

3) Goiko eta beheko limiteak  
 $\rightarrow$  GL:  $q_3 + 1,5 \cdot (q_3 - q_1)$   
 $\rightarrow$  BL:  $q_1 - 1,5 \cdot (q_3 - q_1)$   
 } Hemandik kanpora balioak bako atipikoa

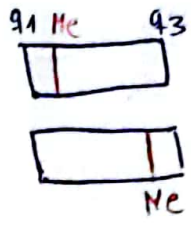
4) Behe bibotek: Behe limitearen gehetrix dagoa balio hurbilena  
 Goi bibotek: Goi limitearen azpitik dagoa balio hurbilena.

↑ haren kokapena!

Erdian → simetrikoa

↳  $q_1$  ondoren → asimetriko positiboa → eskuibiterra

↳  $q_3$  ondoren → asimetriko negatiboa → ezkerretarra



• Kutxa diagramak datuen bi multzo konparatzen

Adibidea

$x_i$	15	20	25	27	28	30	34	40	53
$h_i$	1	1	2	1	1	1	1	1	1
$N_i$	1	2	4	5	6	7	8	9	10

2) BL eta GL

$$BL = q_1 - 1's \cdot (q_3 - q_1) = 25 - 1's \cdot (34 - 25) = 11's$$

1) Max = 53, Min = 15

$$q_2 = \frac{N}{2} = 5 \rightarrow Me = \frac{27 + 28}{2} = 27's$$

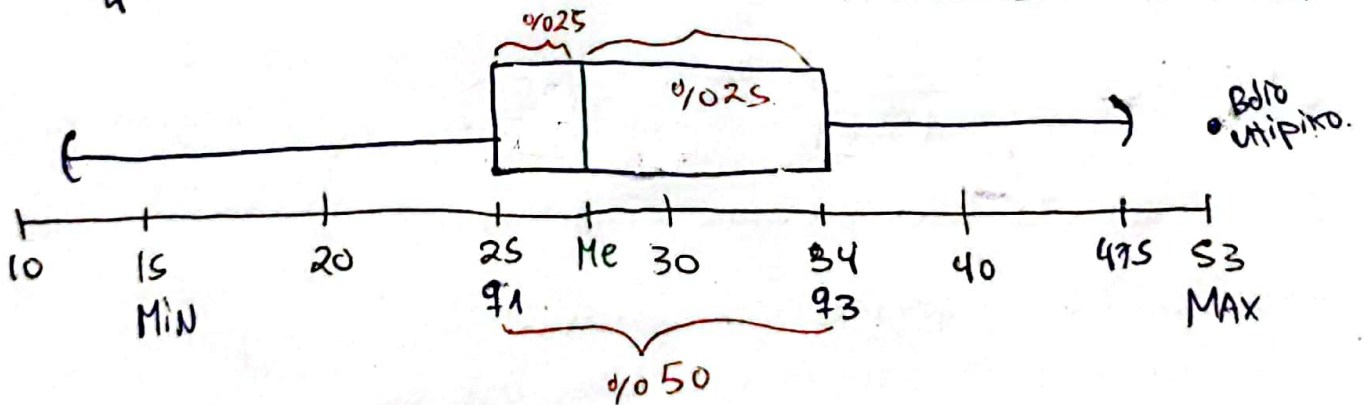
$$GL = q_3 + 1's \cdot (q_3 - q_1) = 34 + 1's \cdot (34 - 25) = 47's$$

$$q_1 = \frac{N}{4} = 2's \rightarrow q_1 = 25$$

3) Balio atipikoa

$$q_3 = \frac{3N}{4} = 7's \rightarrow q_3 = 34$$

↳  $47's < 53 \rightarrow$  Balio atipiko



• Kutxa zabalera bide → dispersio handia

## 1.6. Forma adierazten balio tipikoen

### 1.6.1 Asimetriko koefizienteak



Asimetriko negatiboa  
← ezkerretarra

$$A_{koef} < 0$$



Simetriko zentrala

$$A_{koef} = 0$$



Asimetriko positiboa  
→ eskuibiterra

$$A_{koef} > 0$$

• Bonaketaren asimetriaren  $g_1$  eta  $M_3$  koefizienteekin

$$g_1 = \frac{M_3}{S_x^3} \rightarrow M_3 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^3 \cdot n_i = \frac{1}{N} \cdot \sum x_i^3 \cdot n_i - \bar{x}^3$$

↳ erantzunaren unitateak kuboa.

A1b

$x_i$	$n_i$	$x_i^2$	$x_i^3 \cdot n_i$
5	29	25	725
15	23	225	5175
25	17	625	10625
35	14	1225	17150
45	11	2025	22275
55	6	3025	18150
<u><math>N=100</math></u>			<u>74100</u>

$$\bar{x} = \frac{1}{100} \cdot (29 \cdot 5 + 23 \cdot 15 + 25 \cdot 17 + \dots)$$

$$\bar{x} = 22,3$$

$$S_x^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum x_i^2 \cdot n_i - \bar{x}^2$$

$$S_x^2 = \frac{1}{100} \cdot 74100 - 22,3^2 = 243,75$$

$$S_x = \sqrt{243,75} = 15,61$$

$$M_3 = \frac{1}{100} \cdot ((5 - 22,3)^3 \cdot 29 + (15 - 22,3)^3 \cdot 23 + (25 - 22,3)^3 \cdot 17 + \dots)$$

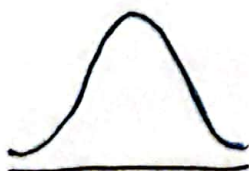
$$M_3 = 2083,73$$

$$g_1 = \frac{M_3}{S_x^3} = \frac{2083,73}{15,61^3} = 0,547 > 0$$

$g_1 > 0$  deratzen  
 Asimetriko positibo  
 behar eta asko

## 1.6.2 Kurtosi koefizienteak

• Buztanaren informazioaren eraketan du (Hurren forma)  
 ↳ Buztanaren formak eta beldu atipikoa



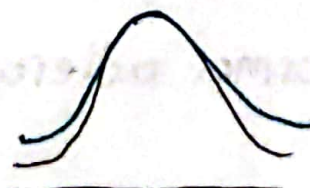
Buztan normala

$$g_2 = 0$$



Buztan txikiak edo ez izuten

$$g_2 < 0$$



Buztan handiagoak

$$g_2 > 0$$

$$g_2 = \frac{\frac{1}{N} \cdot \sum (x_i - \bar{x})^4 \cdot n_i}{S_x^4} - 3$$

↳ Buztan normalaren kurtosi

# transformazio lineala

$$X \rightarrow Y = ax + b$$

Aub: X egunem saldukerako hamburgeren  
Y jabetxeak zenbat irabazten du?

Hamburgeren prezio = 3€ kostua = 30€

$$Y = 3X - 30 \rightarrow \text{kost. finkoa}$$

$$\bar{y} = 3(150) - 30 = 420 \text{ €} \rightarrow \text{jabetxearen } \bar{x} \text{ irabazten du}$$

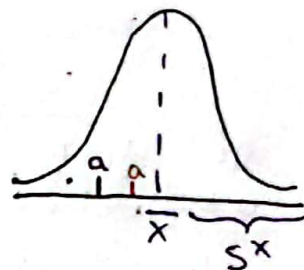
$$Me(y) = 3 \cdot (140) - 30 = 3 \cdot (Me(x)) - 30 = 390 \text{ €}$$

$$Mo(y) = 3 \cdot (130) - 30 = 360 \text{ €}$$

$$s_y^2 = 3^2 \cdot (2500) = 22500 \text{ €}^2$$

$$g_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{\sqrt{22500}}{420} = 0'357$$

$$g_x = \frac{s_x}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2500}}{150} = 0'33$$



$\bar{x} + b \rightarrow \bar{x}$  mugitzen du

(+) b = positibo  $\rightarrow$

(-) b = Negatibo  $\leftarrow$

- Formularen biderketeziker eragin handien dispersioan

- a gero eta handiagoa dispersioan  $\uparrow$

$$x-2 / 3x-2$$

## 1.8. Aldagai zentratu ta tipifikatuak

- Bi aldai konparatzeko

$\hookrightarrow$  Aldagai zentratua:  $C_x = X - \bar{X}$  orduan  $C_x = 0$

$\hookrightarrow$  Aldagai tipifikatua:  $T_x = \frac{X - \bar{X}}{S_x} \rightarrow T_x = 0$   
 $S_x^2 = 1$

# Adibidea

X → Guro berrien altuera →  $\bar{x} = 50 \text{ cm} / s_x = 16 \text{ cm}$  |  $X_1 = 54$   
 Y → [18, 25) urteen altuera →  $\bar{y} = 175 \text{ cm} / s_y = 67 \text{ cm}$  |  $Y_1 = 190$

$$t_x = \frac{54 - 50}{16} = 2'5$$

$$t_y = \frac{190 - 175}{67} = 2'23$$

}  $2'5 > 2'23$

• 175 eta 190 urteen diferentzia handiagoa ozen orren 50 eta 54 bitartean.  $X_1$  er diferentzia handiagoa da bere koefizientean

## 1.9. Kontzentrazio neurriak

### 1.9.1 Lorentz kurba

• Beldio urteen miztasun erituitiboa da helen ez. { Altuera = ez erita  
Baxua = erituitiboa

Adj

$x_i$	$n_i$	$x_i n_i$	$g_i$	$g_i$	$F_i$	$Q_i$
80	10	800	0'1	0'2	0'2	0'1
150	20	2000	0'375	0'4	0'6	0'475
200	15	3000	0'375	0'3	0'9	0'85
240	5	1200	0'15	0'1	1	1
$N = 50$		$M = 8000$				

→ Gradiente grafikoa

• Soldatu masaren benetako erituitiboa da? Kontzentrazioa? ... Pausuetan:

- ① Aldagaiak beldio txikienetik handienara ordenatu
- ② koefizientea benetako urte masa totala kalkulatu:

$$\sum_{i=1}^N x_i n_i = M = 8000$$

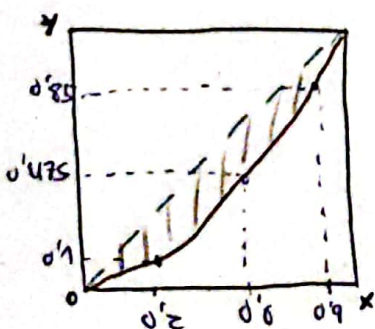
③  $g_i$  kalkulatu

$$g_i = \frac{x_i n_i}{M} = \frac{x_i g_i}{x}$$

④  $g_i$  eta  $F_i$  kalkulatu.

$$g_i = \frac{n_i}{N} \quad F_i = g_i \text{ metxeta.}$$

⑤  $Q_i$  kalkulatu



- (0'2, 0'1) langileen %20 soldatuen %10 jasotzen da.
- (0,6, 0'475) langileen %60 ar soldatuen %47'5
- Diagonala benetako erituitiboa adierazi
- Diagonaletik guro eta hobilago, guro eta erituitiboa

1.1  
 ingileer expresen egindako lan orden  
 expresen lantze kopurua

$x/y$	10	35	75	125	$n_{i\cdot}$
	(0,20]	(20,50]	(50,100)	(100,50]	
35	1	3	5	5	14
45	5	6	10	5	26
55	10	15	25	10	60
$n_{\cdot j}$	16	24	40	20	$100 = N$

$x/y$	10	35	75	125	$g_{i\cdot}$
35	1/100	3/100			0.14
45	5/100				0.26
55	10/100				0.60
$g_{\cdot j}$	0.16	0.24	0.40	0.20	1

① Kuse markak ateru  $\rightarrow \frac{0+20}{2} = 10$ ,  $\frac{20+50}{2} = 35 \dots$

②  $n_{\cdot j}$  eta  $n_{i\cdot}$  kalkulatu  $\sum x_{i\cdot}$ ,  $\sum y_{\cdot j}$ ... ③ Nateru

⑤  $g_{i\cdot}$  eta  $g_{\cdot j}$  kalkulatu  $\rightarrow \frac{n_{i\cdot}}{N}$

## 2.2. Maitasun banaketak

• Banaketak banaketak  $\begin{cases} x\text{-era} \\ y\text{-era} \end{cases}$

• Banaketak baldintzetan  $\begin{cases} x\text{-era banaketa } y\text{-erako baldintzetan} \\ y\text{-era banaketa } x\text{-erako baldintzetan} \end{cases}$

### 2.2.1 Banaketak banaketak

x-erantz

$\hookrightarrow n_{i\cdot} = \sum n_{ij} \rightarrow \sum n_{i\cdot} = N$

$\hookrightarrow g_{i\cdot} = \sum g_{ij} \rightarrow \sum g_{i\cdot} = 1$

y-erantz

$\hookrightarrow n_{\cdot j} = \sum n_{ij} \rightarrow \sum n_{\cdot j} = N$

$\hookrightarrow g_{\cdot j} = \sum g_{ij} \rightarrow \sum g_{\cdot j} = 1$

## 1.9.2. Gintzen indizea

$$IG = 2 \cdot \sum q_i \cdot F_i^* - 1 \rightarrow F_i^* = F_i - \frac{g_i}{2}$$

$IG \leq 0,3$  exitateko  
 $IG > 0,3$  ez exitateko  
 kontzentrazio maila altua

Adibidea

$x_i$	$n_i$	$x_i n_i$	$g_i$	$F_i$	$q_i$	$Q_i$	$F_i^*$
80	10	800	0,2	0,2	0,1	0,1	$0,2 - \frac{0,2}{2} = 0,1$
150	20	3000	0,4	0,6	0,375	0,475	$0,6 - \frac{0,4}{2} = 0,4$
200	15	3000	0,3	0,9	0,375	0,85	$0,9 - \frac{0,3}{2} = 0,75$
240	5	1200	0,1	1	0,15	1	$1 - \frac{0,1}{2} = 0,95$

$$IG = 2 \cdot (0,1 \cdot 0,1 + 0,375 \cdot 0,4 + 0,375 \cdot 0,75 + 0,15 \cdot 0,95) - 1 = 0,1675$$

$0,1675 < 0,3 \rightarrow$  exitateko

## 2. Guia: Aldagai estatistiko bidimentsionalak

### 2.1. Aldagai estatistiko bidimentsionalak

•  $(x, y)$  bi aldagai, ezauzgarri desberdinak aldi berean

↳ Kuantitatibo zein kualitatibo izen ditezake (biyur baten)

• Kontingentzia taula: elementu berak bi puntuko elementu bat

$x/y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$n_{i \cdot}$
$x_1$	$n_{11}$	$n_{12}$	$n_{13}$	$n_{14}$	$n_{1 \cdot}$
$x_2$	$n_{21}$	$n_{22}$	$n_{23}$	$n_{24}$	
$x_3$	$n_{31}$	$n_{32}$	$n_{33}$	$n_{34}$	
$n_{\cdot j}$	$n_{\cdot 1}$				$N$

$(x_i)$  →  $x$ -ren kategorikoa = errenkada  $Q$   
 $(y_j)$  →  $y$ -ren kategorikoa = zutabeen  $Q$

• Maiztasun bateratu absolutua  
 ↳  $n_{ij} = n_{12}, n_{21} \dots$

• Maiztasun absolutu berriturak =  $n_{i \cdot}$  eta  $n_{\cdot j} = n_{1 \cdot}, n_{2 \cdot}, n_{3 \cdot} \dots$

•  $N =$  Maiztasun absolutuen batura

$$\begin{cases} N = \sum \sum n_{ij} \\ N = \sum n_{i \cdot} \\ N = \sum n_{\cdot j} \end{cases}$$

• Maiztasun erlatiboa =  $\frac{n_{ij}}{N} = f_{ij}$

•  $f_{i \cdot} = \frac{n_{i \cdot}}{N} =$  Maiztasun erlatibo berriturak.



## 2. Banaketa baldintzatur

- $X|Y=y_j \rightarrow$  X-ren banaketa baldintzatur  $Y=y_j$  reriko
- $Y|X=x_i \rightarrow$  Y-ren banaketa baldintzatur  $X=x_i$  reriko.
- Martxasun absolutu baldintzatur:  $n_{i|Y=y_j} = n_{ij}, i = 1 \dots K$ 
  - $\sum n_{i|Y=y_j} = \sum n_{ij} = n_{\cdot j}$
- Martxasun erlatibo baldintzatur:  $f_{i|Y=y_j} = \frac{n_{i|Y=y_j}}{n_{\cdot j}} = \frac{n_{ij}}{n_{\cdot j}}$

### Adibidea 1.2

$$\sum \frac{n_{ij}}{n_{\cdot j}} = 1$$

- Kalkulatu  $X|Y \in (20, 50]$  banaketa horrex 20 eta 50 langile bitartean dituzten espresen salkatuko dituzten haren langileek zenbat ordu egiten dituzte astean. (X aldagaiaren banaketa  $Y \in (20, 50]$ -ri baldintzatur)
- Kasu honetan martxasunen laginketa dauka banaketa kopurua  $\rightarrow n_{\cdot 2}$

$X Y \in (20, 50]$	$n_{i Y \in (20, 50]}$	$f_{i Y \in (20, 50]}$
35	3	0'125
45	6	0'25
55	15	0'625

$N=16 = n_{\cdot 2} \rightarrow$  Buzter martxasunen batua

Independentzia  $\left\{ \begin{array}{l} f_{ij} = f_{i\cdot} \cdot f_{\cdot j} \quad \forall i, \forall j \\ \frac{n_{ij}}{N} = \frac{n_{i\cdot}}{N} \cdot \frac{n_{\cdot j}}{N} \quad \forall i, \forall j \end{array} \right\}$  X eta Y aldagaiek independent-  
 eak direla esatero  
 berdinketa hori bete behar  
 da.

Baita frogatu daiteke buzter martxasun exik

X	$f_{ij}$ (buzter)	=	$X f_{i \in y}$
$x_1$	$a_1$	=	$a_1$
$x_2$	$a_2$	=	$a_2$
$x_3$	$a_3$	=	$a_3$

Guztien or buza betetze ez  
 dira independenteak.

# Independentea azaldu

X/Y	15	24	27	30	$n_{i\cdot}$
12	3	4	2	5	14
15	6	8	4	10	28
19	9	12	6	15	42
$n_{\cdot j}$	18	24	12	30	84

## 1. modua

$$i=1, j=1 \rightarrow \frac{3}{84} = \frac{14}{84} \cdot \frac{18}{84}$$

$$i=2, j=2 \rightarrow \frac{6}{84} = \frac{28}{84} \cdot \frac{18}{84}$$

$$i=3, j=2 \rightarrow \frac{12}{84} = \frac{24}{84} \cdot \frac{42}{84}$$

Hau zenbaki guztiak frogatu eta betetzen bada independenteak

X/Y	15	24	27	30	$n_{i\cdot}$
12	3	4	2	5	14
15	6	8	4	10	28
19	9	12	6	15	42
$n_{\cdot j}$	18	24	12	30	84

## 2. modua

X	$X_i$	$X/Y_i=15$	$X/Y_i=24$	...
12	14/84 = 3/18 = 4/24			guztiak frogatu.
15	28/84 = 6/18 = 8/24			
19	42/84 = 9/18 = 12/24			

→ berdintasuna betetzen bada → independente.

## 2.3. Aldagai estatistiko bidimentsionaleko balio tipikoak

Aldagai bikoitzaren momentu aruntak bateratuak

$$a_{10} = \frac{1}{N} \sum x_i \cdot n_{i\cdot} = \bar{X}$$

$$a_{01} = \frac{1}{N} \sum x_i \cdot n_{\cdot j} = \bar{Y}$$

Aldagai bikoitzaren momentu zentratu bateratuak

$$m_{11} = \frac{1}{N} \sum \sum (x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y}) \cdot n_{ij} = \frac{\sum \sum x_i \cdot y_j \cdot n_{ij}}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

### 2.3.1. Kobariantzak

Kobariantza =  $S_{xy} = m_{11} = a_{11} - \bar{x}\bar{y}$

$(x_i - \bar{x})$  / Bikoitz zehar  
 $(y_j - \bar{y})$  / berdina

$(x_i - \bar{x})$  / Bikoitz zehar  
 $(y_j - \bar{y})$  / desberdina

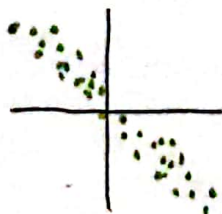
$$= 0$$

ERLAZIO LINEALAK:

$S_{xy} < 0$  Negatiboa

$S_{xy} \approx 0$  ez dago

$S_{xy} > 0$  Positiboa



Kobariantza Negatibo  
 $S_{xy} < 0$



Kobariantza Positibo  
 $S_{xy} > 0$



ez dago erlazio linealk  
 $S_{xy} \approx 0$

X/Y	1	2	3	ni
1	0	1	2	3
2	4	0	1	5
n <sub>o</sub>	4	1	3	N=8

$$a_{10} = \frac{3 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{8} = \frac{13}{8} = \bar{x}$$

$$a_{01} = \frac{4 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{8} = \frac{15}{8} = \bar{y}$$

$$S_{xy} = a_{11} - \bar{x}\bar{y} \Rightarrow a_{11} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \cdot 1 + \dots}{8} = \frac{22}{8}$$

$$S_{xy} = \frac{22}{8} - \frac{13}{8} \cdot \frac{15}{8} = -0'2968 \rightarrow < 0 \text{ erlazio negatiboa}$$

### 2.3.2 Korrelazio Kofizizientea.

• Korrelazio kofizizientea =  $r_{xy} \Rightarrow$  Harreman linealaren maila erator du.

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} \begin{cases} r_{xy} \geq 1 & \text{erlazio lineal zuzen altua} \\ r_{xy} \geq 0 & \text{ez da ego erlazio linealix} \\ r_{xy} \leq -1 & \text{erlazio lineal negatibo altua} \end{cases}$$

•  $r^2_{xy}$  = Determinazio kofizizientea  $\rightarrow$  Erlazio linealaren gradua biko absolutua.

#### Adbloea

X/Y	1	2	3	ni
1	0	1	2	3
2	4	0	1	5
n <sub>o</sub>	4	1	3	8

• Zehazki hurreman lineal negatiboa dute

$$S_{xy} = a_{11} - \bar{x}\bar{y} = -0'2968$$

$$S_x^2 = \frac{3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 2^2}{8} - \left(\frac{13}{8}\right)^2 \quad S_y^2 = \frac{4 \cdot 1^2 + 1 \cdot 2^2 + 3 \cdot 3^2}{8} - \left(\frac{15}{8}\right)^2$$

$$S_x^2 = \frac{15}{64} \quad S_y^2 = \frac{55}{64} \Rightarrow r_{xy} = \frac{-0'2968}{\sqrt{\frac{15}{64}} \cdot \sqrt{\frac{55}{64}}} = -0'6615$$

•  $-0'6615 \approx -1 \rightarrow$  erlazio lineal negatibo nahiko altua

## 2.4. Transformazio linearen eragina

$$2. \text{ aldagai } \left\{ \begin{array}{l} X \Rightarrow U = ax + b \\ Y \Rightarrow W = cy + d \end{array} \right\} 2 \text{ aldagai}$$

$$S_{UW} = a \cdot c \cdot S_{XY} \quad r_{UW} = \frac{a \cdot c \cdot S_{XY}}{|a| S_X \cdot |c| S_Y}$$

→  $r_{UW} = r_{XY}$  (zeinu berdina badute)

→  $r_{UW} = -r_{XY}$  (zeinu desberdina badute)

## 2.5. Aldagai konbinazio linealaren eragina

$$2. \text{ aldagai } \left\{ \begin{array}{l} X \Rightarrow \\ Y \Rightarrow \end{array} Z = ax + by \right\} \text{ aldagai } 1$$

$$\bar{Z} = a\bar{X} + b\bar{Y}$$

$$S_Z^2 = a^2 \cdot S_X^2 + b^2 \cdot S_Y^2 + 2ab \underbrace{S_{XY}}_{\text{kobariantza}}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ez badago erlazio lineal,} \\ \text{hau da, } S_{XY} = 0. \text{ Formula} \\ a^2 S_X^2 + b^2 S_Y^2 = S_Z^2 \end{array} \right.$

$$S_{XY} > 0 \left\{ \begin{array}{l} U = X + Y \rightarrow S_U^2 \uparrow \\ U = X - Y \rightarrow S_U^2 \downarrow \end{array} \right.$$

### Adbidea

$$\begin{array}{l} A \text{ produktua} \rightarrow \bar{X}_A = 1500 \quad S_A^2 = 200 \\ B \text{ produktua} \rightarrow \bar{X}_B = 250 \quad S_B^2 = 100 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} A \\ B \end{array}} \right\} S_{XY} = -4$$

•  $S_{XY} = -4$  esan nahi du erlazio lineal negatiboa duela, hau da, A gehiago saltzen bada orduan B gutxiago

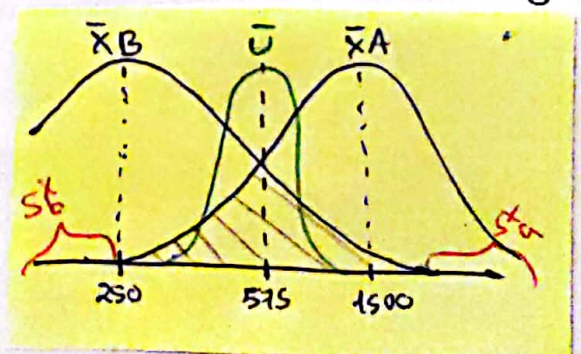
$$U = \text{Surrerak} \Rightarrow U = 0,3a + 0,5b$$

$$\bar{U} = 0,3 \cdot 1500 + 0,5 \cdot 250 = 575 \text{ €}$$

↳ Egunean egiten dituen  $\bar{X}$  surrerak

$$S_U^2 = (0,3)^2 \cdot 200 + (0,5)^2 \cdot 100 + 2 \cdot 0,3 \cdot 0,5 \cdot (-4)$$

$$S_U^2 = 418 \text{ €}$$



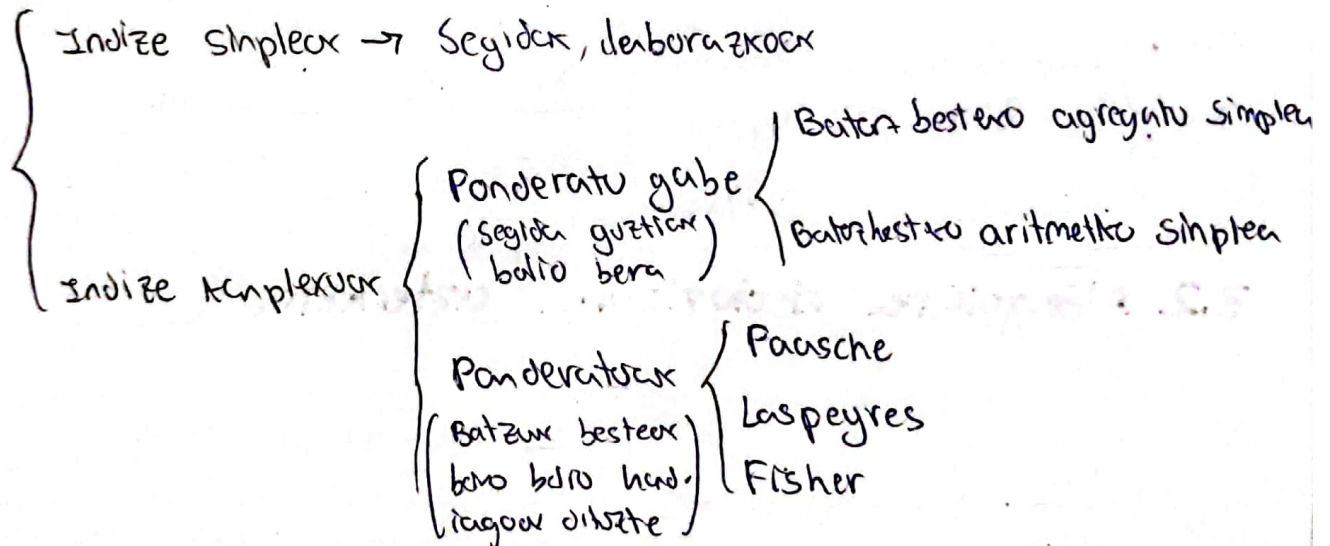
## 6. Aldagai korrelatu gabeak

Korrelatu gabeak ( $X, Y$ ) baldin eta  $= S_{xy} = r_{xy} = 0$

OHARRA:  $X$  eta  $Y$  independienteak badira, (Haien artean ez dago inolako harremanik)  $\Rightarrow X$  eta  $Y$  korrelatu gabeak (ez dago erlazio linealirik  $S_{xy}=0$ )  
Baina izan leieke beste erlazio mota bat izatea. Beraz  $S_{xy}=0$  ez du esan nahi independienteak direnik.

## 3. Guia: Zenbaki indizeak

### 3.0. Surrera



### 3.1. Zenbaki indize simpleak

- KP1, BPG...  $\rightarrow$  Urterako indizeak, denbura-zko segidex
- ↳ Zenbaki indize simpleak  $X$  aldagueren balioak 0 momentutik  $t$  momentura izan den aldatzearen aztertzea da.
- ↳ Prezio indize erlatibo ( $P_t$ ), kantidad erlatibo ( $Q_t$ ), balio erlatibo ( $V_t$ )

• Buterokan  $\rightarrow i_{t,0} = \frac{X_t}{X_0}$

• Ehunokan  $\rightarrow I_{t,0} = \frac{X_t}{X_0} \cdot 100$

- Urterritu  $X_0$  d'ase  $\rightarrow$  Indizeen kontuan izatea denera ez ditzate
- Otsaila  $X_1$  d'ase  $\rightarrow$  prezioak, bereien arteko alderketak behar dira
- Martxoan  $X_2$  d'ase  $\rightarrow$   $X_0$  urtean oinarri
- Ogiaren prezioa hilabetero  $\rightarrow$  Indize bat
- Segidaren prezioak  $\rightarrow$  Indizeen

Hilabeteak	Prezioak	Ind. simplo	I.S. %
Urterritu	$X_0$	$X_0/X_0 = 1$	$I_{0,0}$
Otsaila	$X_1$	$X_1/X_0 = I_{1,0}$	$I_{1,0}$
Martxoan	$X_2$	$X_2/X_0 = I_{2,0}$	$I_{2,0}$

$I_{1,0}$   $\uparrow$  oinarria  
 $\downarrow$  urtean

### Kateatutako indizeen

$$\begin{matrix}
 I_{0,0} \\
 I_{1,0} \\
 I_{2,1}
 \end{matrix}
 \left. \begin{matrix}
 \text{Aurreko urtean} \\
 \text{da oinarri} = 1
 \end{matrix} \right\}
 \begin{matrix}
 X_0/X_0 \\
 X_1/X_0 \\
 X_2/X_1
 \end{matrix}
 \rightarrow \frac{X_i}{X_{i-1}} \xrightarrow{\text{ehuneko}} \frac{X_i}{X_{i-1}} \cdot 100$$

## 3.2. Alderaketa eboluzioaren azterketa

### 3.2.1. Hartzkunde tasa

$$\alpha_t = \frac{X_t}{X_{t-1}} - 1 = i_{t,t-1} - 1$$

Adib: 2010 = 12, 2011 = 15  
 $i_{11,10} = \frac{15}{12} = 1,25$   
 $\alpha_t = 1,25 - 1 = 0,25$  (25% -eko hartzkunde 2010etik 2011ra)

### 3.2.2. Batzuz besteko hartzkunde tasa metakorra

$$\alpha = \sqrt[K]{\frac{X_{t+K}}{X_t}} - 1 \Rightarrow K \text{ urteetan zehar igotzearen denbora}$$

Adib

Urteak	Prezioak
2010	10
2011	?
2012	?
2013	16

$\rightarrow$   $\alpha = \sqrt[3]{\frac{16}{10}} - 1 = 0,169$  (2010-2011) (2011-2012) (2012-2013)  
 $\rightarrow$  % 16,9 -ko bateratutako igotzearen denbora

# zabaxi indize komplexuak

## 3.3.2 Indize komplexu ez panderatuak

• Aldagai gutxiar garrantzi bera.

Unen  $X_1 X_2 X_3 \dots X_n \rightarrow n$  produktuek

0  $X_{1,0} X_{2,0} X_{3,0} \dots X_{n,0} \rightarrow X_1, X_2 \Rightarrow P_A, P_B \dots$

1  $X_{1,1} X_{2,1} X_{3,1} \dots X_{n,1} \rightarrow X_{1,1}, X_{2,1} \Rightarrow P_{A,1}, P_{B,1} \dots$

2  $X_{1,2} X_{2,2} X_{3,2} \dots X_{n,2}$

T  $X_{1,t} X_{2,t} X_{3,t} \dots X_{n,t}$

Butaz bestero aritmetiko simplea  $\Rightarrow S_{t,0} = \frac{\sum \dot{I}_{it,0}}{n} = \frac{\sum \frac{X_{it}}{X_{i0}} \cdot 100}{n}$

$\hookrightarrow \dot{I} = 1$  derena  $\rightarrow I_{1t} = \frac{X_{1t}}{X_{10}} \cdot 100$

$\hookrightarrow \dot{I} = 2$  derena  $\rightarrow I_{2t} = \frac{X_{2t}}{X_{20}} \cdot 100$

Adb

t	$X_1$	$X_2$	$I_{1t,0}$	$I_{2t,0}$	$S_{t,0}$
0	20	30	100	100	100
1	22	32	$\frac{22}{20} \cdot 100$	$\frac{32}{30} \cdot 100$	$\frac{\frac{22}{20} \cdot 100 + \frac{32}{30} \cdot 100}{2} = 1'08$
2	19	28	$\frac{19}{20} \cdot 100$	$\frac{28}{32} \cdot 100$	$\frac{\frac{19}{20} \cdot 100 + \frac{28}{32} \cdot 100}{2} = 0'94$

Butaz bestero panderatu simplea  $\Rightarrow B_{t,0} = \frac{\sum X_{it}}{\sum X_{i0}} \cdot 100$

Adb

t	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	$\sum x_i$	$\frac{B_t}{B_0}$
0	20	30	20+30 = 50	100
1	22	32	22+32 = 54	$\frac{54}{50} \cdot 100$
2	14	28	14+28 = 42	$\frac{42}{50} \cdot 100$

### 3.3.2. Indize konplexu ponderatuak

Unea	1	2	n	
0	P <sub>10</sub> Q <sub>10</sub>	P <sub>20</sub> Q <sub>20</sub> ..		P <sub>i</sub> = Prezioa Q <sub>i</sub> = kantitatea • Garrantzi erlatiboa erakusteko
1	P <sub>11</sub> Q <sub>11</sub>	...		
n	P <sub>n1</sub> Q <sub>n1</sub>	...		

• Hiru aukera: aztertzerok:

- ↳ 1) Balioaren eboluzioa → Ondesunak ez dauka unitate berriekin, Bata ahaz izateko →  $V_{it} = p_{it} \cdot Q_{it}$
- 2) Prezioen eboluzioa → kantitatea finkoa daraman zehar
- 3) Kantitatearen eboluzioa → Prezio konstanteak

• Balioaren indizea =  $\frac{\sum V_{it}}{\sum V_{i0}} \cdot 100 = \frac{\sum P_{it} Q_{it}}{\sum P_{i0} Q_{i0}} \cdot 100$

↳ Prezioen indizea  
 => " " →  $\bar{p}_i$

• Laspeyres indizea →  $q = q_{i0}$   $\begin{matrix} P & Q \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \rightarrow L_{ti}^P = \frac{\sum P_{it} \cdot Q_{i0}}{\sum P_{i0} \cdot Q_{i0}}$

	P <sub>1</sub>	Q <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Q <sub>2</sub>
01	<del>24</del>	<del>100</del>	18	40
02	<del>32</del>	<del>80</del>	12	40

$\Rightarrow L_{02,01}^P = \frac{32 \cdot 100 + 12 \cdot 40}{24 \cdot 100 + 18 \cdot 40}$   
 ↓  
 oiharr