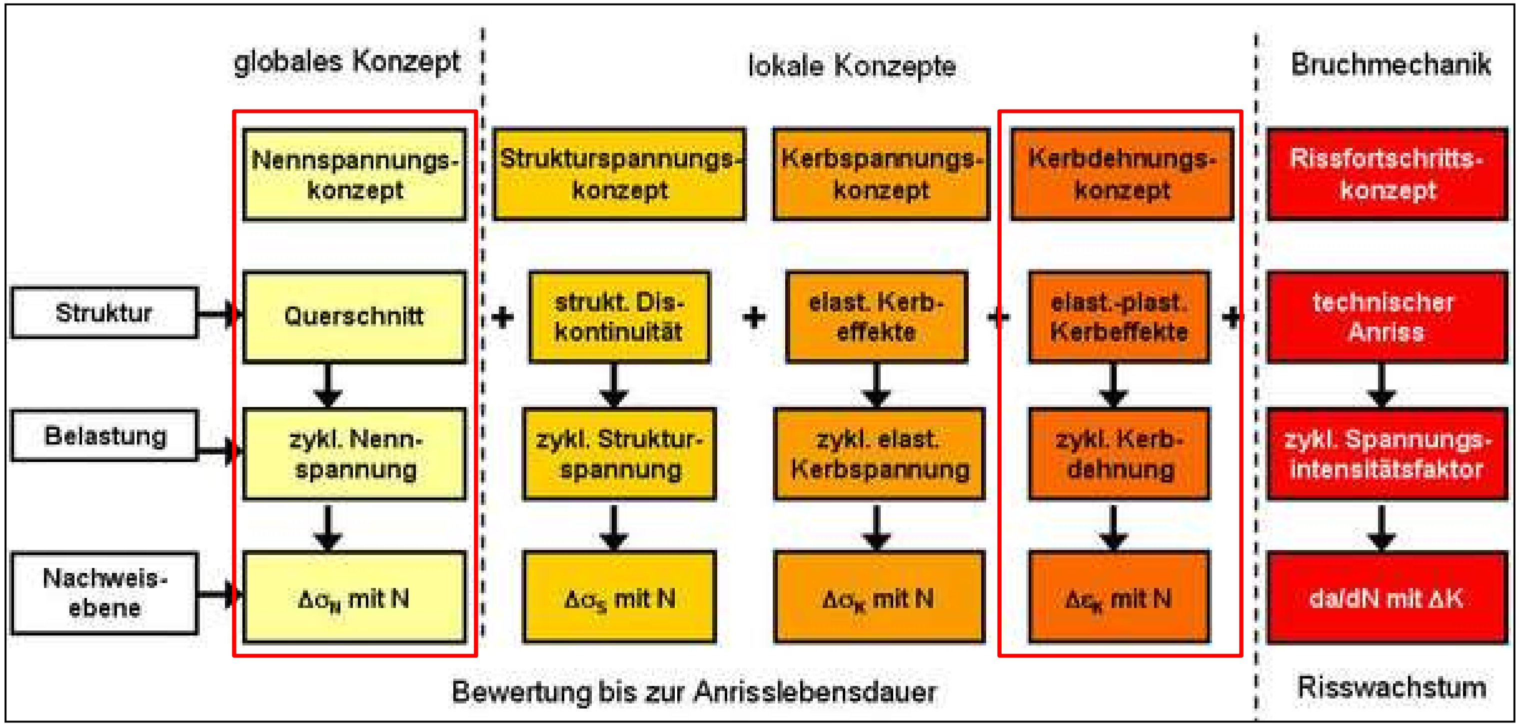
# 11. Rechnerische Lebensdauerabschätzung

Für den rechnerischen Nachweis der Betriebsfestigkeit von Bauteilen wurden verschiedene Konzepte entwickelt:




aus http://www.ski-consult.de

Die Anwendung der verschiedenen Konzepte ist abhängig von der Geometrie des Bauteils und der Höhe der Beanspruchung.

Das **Nennspannungskonzept** wird verwendet, wenn für das zu berechnende Bauteil eine Nennspannung definiert werden kann. Der Lebensdauernachweis erfolgt auf der Basis von Bauteilwöhlerlinien.

Das **Strukturspannungskonzept** ist eine Abwandlung des Nennspannungskonzepts und dient zum Nachweis von Schweißnähten.

Können aufgrund der komplizierten Geometrie keine Nennspannungen angegeben werden, kommt das **Kerbspannungskonzept** zum tragen. Hierbei wird der örtliche Spannungszustand im Kerbgrund z. B. durch FE-Berechnungen ermittelt. Der Nachweis erfolgt auf der Basis von Werkstoffwöhlerlinien.

Sind im Kerbgrund wesentliche elastische und plastische Dehnungen zu erwarten, wird das **Kerbdehnungskonzept** verwendet, das das zyklische Spannungs-Dehnungsverhalten des Werkstoffs berücksichtigt.

Mit dem **Rißfortschrittskonzept** können Aussagen zur Ausbreitungsgeschwindigkeit eines makroskopischen Anrisses bis zum Bruch getroffen werden.

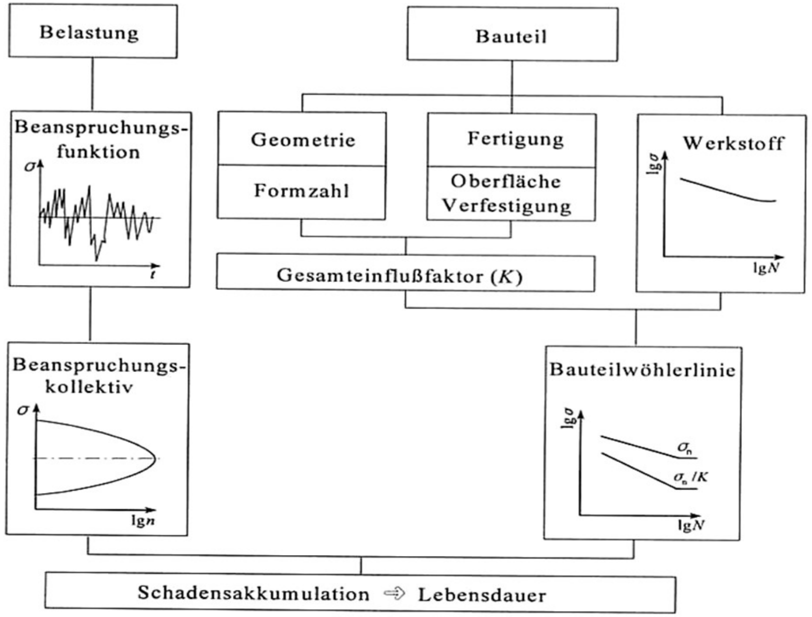
# 11.1 Nennspannungskonzept

Das **Nennspannungskonzept** findet Anwendung bei einfachen Bauteilen, für die Nennspannungen aufgrund von globalen Gleichgewichtsaussagen aus den Schnittgrößen ermittelt werden können.

Festigkeitsmindernde bzw. steigernde Einflüsse infolge

- Kerbwirkung
- Oberflächenzustand
- Größeneinfluss

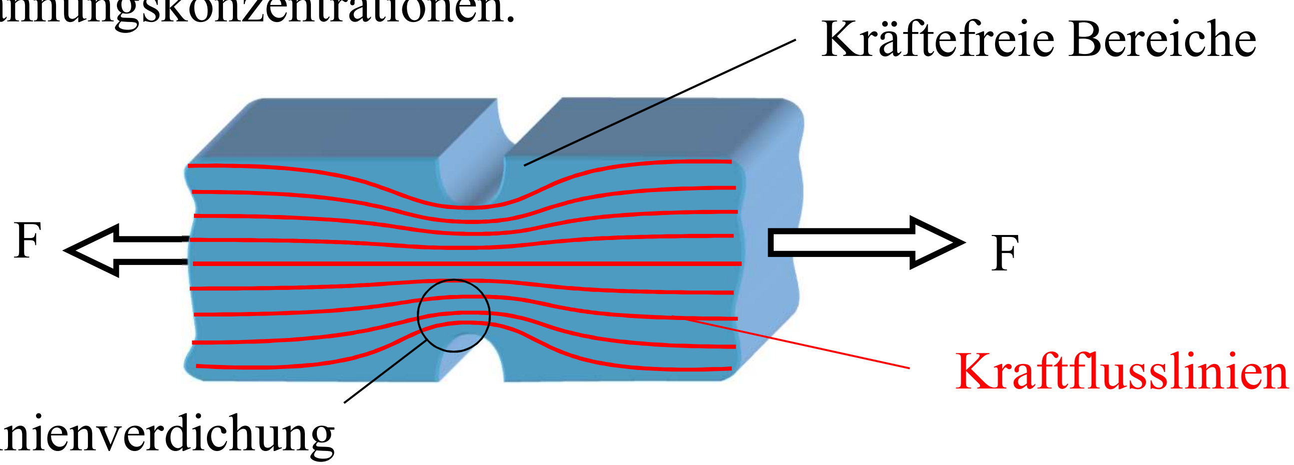
werden entweder experimentell am Bauteil ermittelt oder durch einen Gesamteinflussfaktor K > 1 erfasst.




Unter Berücksichtigung des Gesamteinflussfaktors k erhält man die sog. **Bauteilwöhlerlinie** als Bemessungsgrundlage für die Lebensdauerberechnung.

# 11.1.1 Kerbwirkung

Die Beanspruchung eines Bauteils und ihre Verteilung über dem Querschnitt hängt nicht nur von der Art der Belastung ab, sondern auch von Form des Bauteils. Insbesondere im Bereich konstruktiv bedingter Kerben kommt es örtlich zu Spannungskonzentrationen.

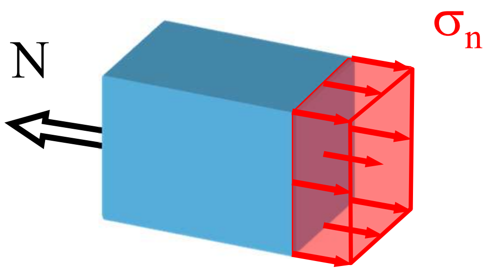



Die Ursache lässt sich anhand des Kraftflusses veranschaulichen. Im Kerbgrund tritt eine Verdichtung der Kraftlinien auf, während benachbarte Bereiche kräftefrei sind. Infolge der Verformungsbehinderung ergeben sich im Kerbgrund Spannungsspitzen, die über den Nennspannungen des ungestörten Bauteils liegen.

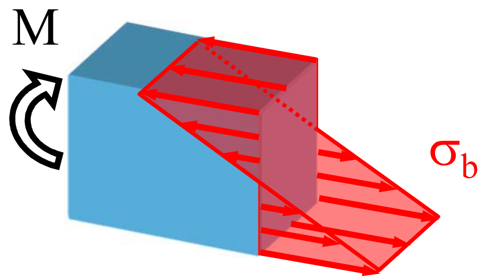
# 11.1.2 Kerbformzahl

In ungestörten Bereichen eines Bauteils ist die Spannungsverteilung nur von der Belastung abhängig. Die Nennspannungen werden aus den Gleichgewichtsbedingungen gewonnen.

Nennspannung bei Zug/Druck

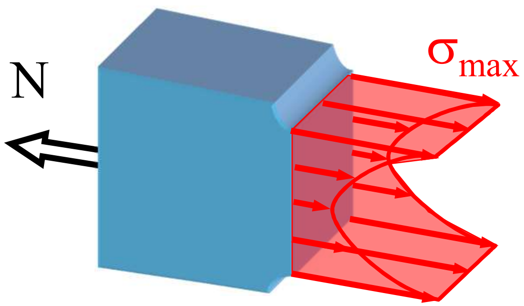



Nennspannung bei Biegung

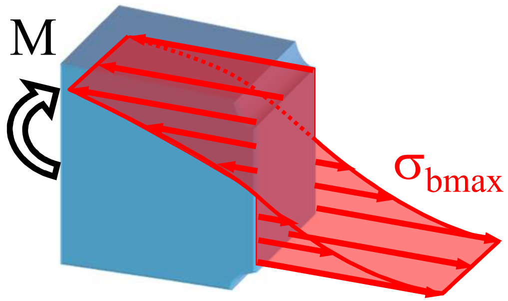



Im Bereich von Kerben treten infolge des gestörten Kraftflusses Spannungsspitzen auf.

Kerbspannung bei Zug/Druck




Kerbspannung bei Biegung



Der tatsächliche Spannungsverlauf im Bereich von Kerben lässt sich nur mit beträchtlichem Aufwand analytisch oder numerisch (FEM) ermitteln.

Für eine konstruktive Auslegung axial beanspruchter Bauteile wird daher nur das Verhältnis aus der Spannungsspitze und Nennspannung betrachtet:

Zug/Druck:
$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} > 1$$

Die Kerbformzahl $\alpha_k$ ist nur von der Kerbform und der Beanspruchungsart, nicht jedoch von den Werkstoffeigenschaften abhängig. Analog erhält man für die weiteren Beanspruchungsarten

Biegung:
$$\alpha_{kb} = \frac{\sigma_{b\max}}{\sigma_b} > 1$$

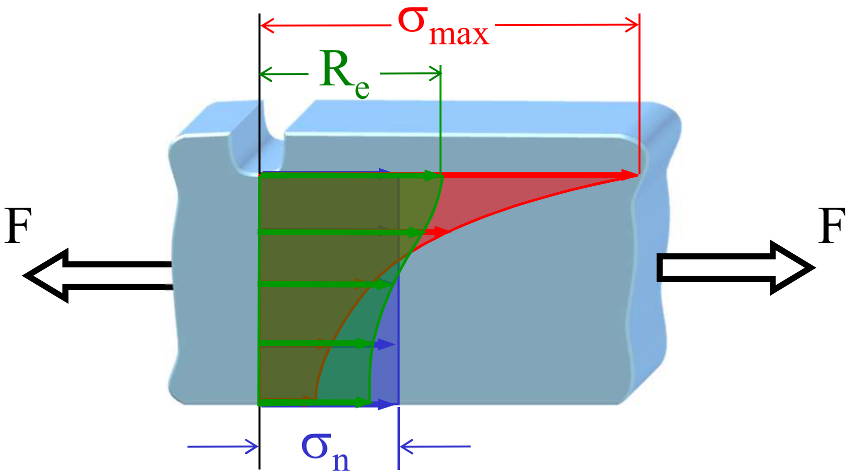
Torsion:
$$\alpha_{kt} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_t} > 1$$

Ist die Kerbformzahl bekannt, lässt sich aus der Nennspannung im kritischen Querschnitt die Spannungsspitze im Kerbgrund berechnen.

Solange die max. Kerbspannung $\sigma_{max}$ kleiner als die Streckgrenze $R_e$ des Werkstoffs ist, bleiben die Spannungsspitzen in voller Höhe erhalten.

Wird die Streckgrenze überschritten, kommt es im Kerbgrund durch örtliches plastisches Fließen zum Spannungsabbau.

Spannungsverlauf
- Nennspannung
- max. Spannung
- reale Spannung




Durch die Stützwirkung benachbarter Werkstoffbereiche wird die Spannung auf die Streckgrenze begrenzt. Bei zähen Werkstoffen unter ruhender Beanspruchung bleibt daher die Kerbwirkung unberücksichtigt.

Bei spröden Werkstoffen darf die max. Kerbspannung die Kerbzugfestigkeit nicht überschreiten, da hier ein Spannungsabbau nicht erfolgt.

# 11.1.3 Kerbwirkungszahl

Bei wechselnder Beanspruchung kann es durch das begrenzte Formänderungsvermögen zu keinem dauerhaften Spannungsabbau kommen. Man beobachtet auch bei zähen Werkstoffen eine Abnahme der Dauerfestigkeit gekerbter Bauteile gegenüber einem glatten Probestab.

Zur Auslegung dynamisch beanspruchter Bauteile wird daher die Kerbwirkungszahl $\beta_k$ als Verhältnis der Dauerfestigkeit $S_D$ eines glatten, polierten Stabes zur Dauerfestigkeit $S_{Dk}$ der gekerbten Probe herangezogen

$$\beta_k = \frac{S_D}{S_{Dk}} > 1$$

Die Kerbwirkungszahl $\beta_k$ ist abhängig von der Beanspruchungsart, der Kerbform sowie vom Werkstoff und wird experimentell ermittelt. Bei vollkommen kerbempfindlichen (spröden) Werkstoffen erreicht die Kerbwirkungszahl $\beta_k$ den Wert der Kerbformzahl $\alpha_k$.

$$1 < \beta_k \leq \alpha_k$$

**Tab 11.1** Anhaltswerte der Kerbwirkungszahl $\beta_k$ für häufig vorkommende Bauteile.

| | Kerbform | $R_m$ (N/mm$^2$) | $\beta_{kb}$ | $\beta_{kt}$ |
|---|---|---|---|---|
| 1. | Hinterdrehung in Welle (Rundkerbe)[2)] | 300–800 | 1,2–1,8 | 1,1–2,0 |
| 2. | Eindrehung für Sicherungsring in Welle | 300–800 | 2,0–3,5 | 2,2–3,0 |
| 3. | Abgesetzte Welle (Lagerzapfen)[2)] | 300–1200 | 1,2–3,0 | 1,1–2,0 |
| 4. | Querbohrung (Rundstab, $d/D \approx 0{,}15 \ldots 0{,}5$) | 300–1200 | 1,3–2,0 | 1,2–2,1 |
| 5. | Paßfedernut in Welle (Schaftfräser)[2)] | 300–1200 | 1,8–2,5 | 1,5–2,0 |
| 6. | Paßfedernut in Welle (Scheibenfräser)[2)] | 300–1200 | 1,6–2,3 | 1,4–1,8 |
| 7. | Keilwelle (parallele Flanken) | 300–1200 | 1,6–2,2 | 1,4–1,8 |
| 8. | Keilwelle (Evolventen-Flanken) | 300–1200 | 1,1–1,8 | 1,1–1,6 |
| 9. | Kerbzahnwellen | 300–1200 | 1,1–1,6 | 1,1–1,9 |
| 10. | Preßverband | 400–800 | 1,8–2,5 | 1,2–1,6 |
| 11. | Kegelspannringe | 600 | 1,6 | 1,4 |

aus: Roloff/Matek: Maschinenelemente

# 11.1.4 Gestaltfestigkeit

Die Dauerfestigkeit hängt neben der Kerbgeometrie noch von der Oberflächengüte und der Bauteilgröße ab. Werden diese Einflüsse berücksichtigt, ergibt sich die Gestaltfestigkeit eines dynamisch beanspruchten Bauteils.

Der dauerfestigkeitsmindernde Einfluss der Oberflächenrauheit wird durch den Oberflächenbeiwert $b_1$ berücksichtigt. Der Einfluss der Bauteilgröße wird unterteilt in den geometrischen, technologischen und formzahlabhängigen Größenfaktor

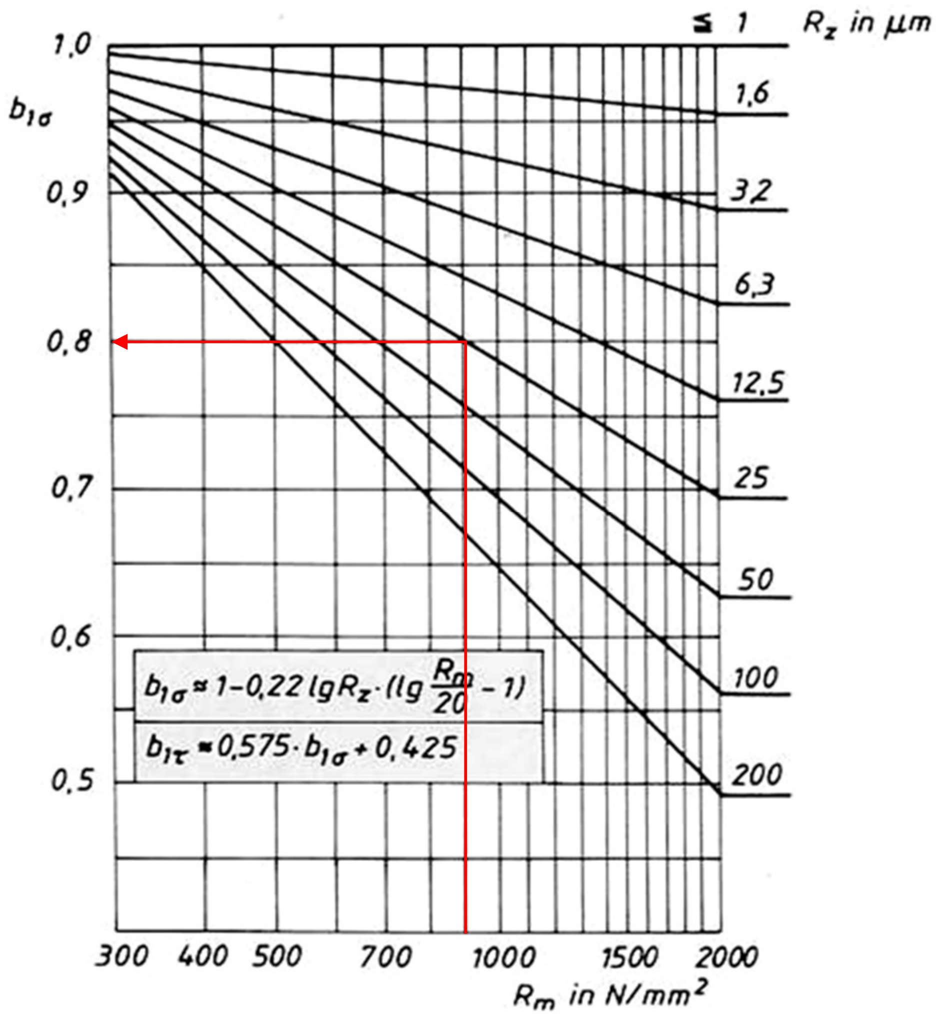
$$b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha$$

Mit der Kerbwirkungszahl $\beta_k$ und den Beiwerten $b_1$ und $b_2$ ergibt sich der Gesamteinflussfaktor

$$K = \frac{\beta_k}{b_1 \cdot b_2}$$

durch den die Spannungswerte der Wöhlerlinie zu dividieren sind, um die Bauteilwöhlerlinie zu erhalten. Anhaltswerte für $\beta_k$ ,$b_1$, $k_g$ , $k_g$ und $k_\alpha$ sind in den Tabellen 5.1 bis 5.4 aufgeführt.

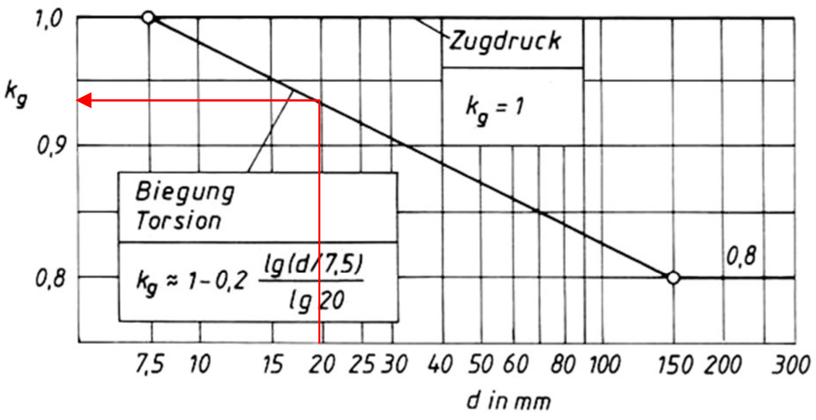
**Tab 11.2** Oberflächenbeiwert



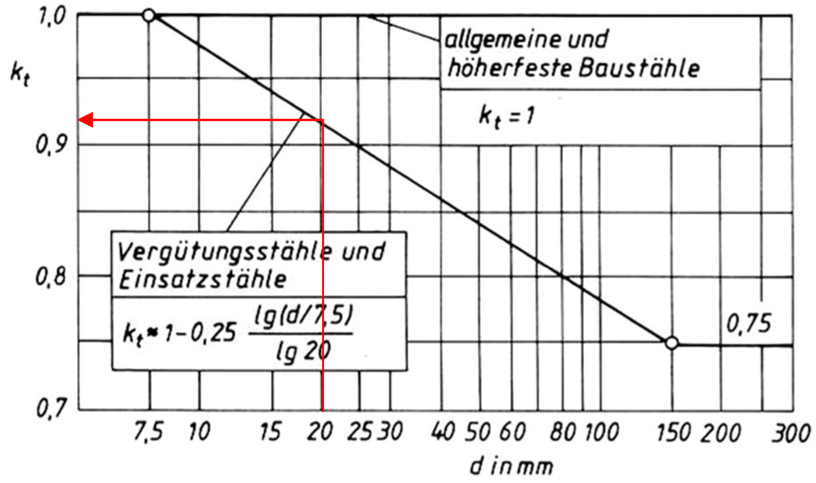

aus: Roloff/Matek: Maschinenelemente

# Tab 11.3 Größenfaktoren

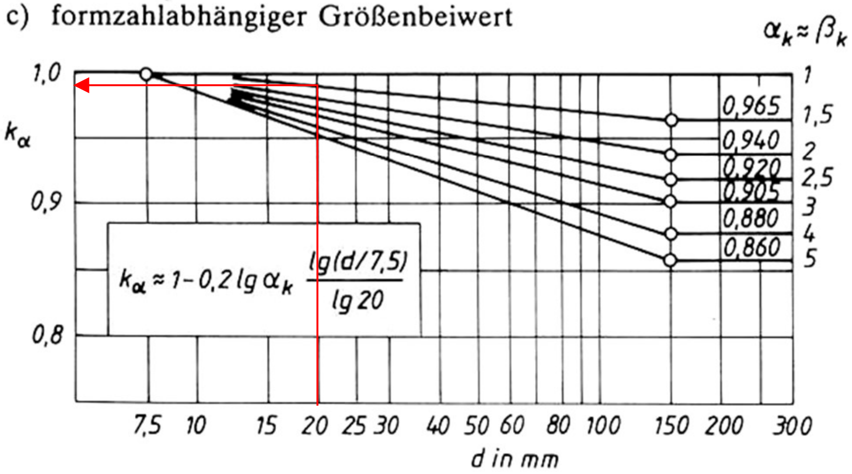
a) geometrischer Größenbeiwert




b) technologischer Größenbeiwert




c) formzahlabhängiger Größenbeiwert



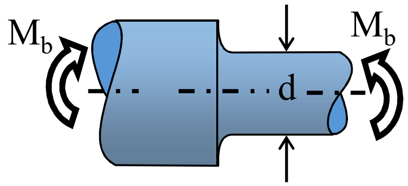

Größenbeiwert:

$$\boxed{b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha}$$

aus: Roloff/Matek: Maschinenelemente

# **Beispiel:** Abgesetzte Welle aus 35CrMo4 unter Biegung

**Gegeben:** $d = 20$ mm, $R_m = 900$ N/mm², $R_z = 25$ µm,
$S_D = 210$ N/mm², $N_D = 2 \cdot 10^6$, $k = 7$, $p = 13$




Tab 11.1 $\Rightarrow \beta_k \approx 2{,}4$

Tab 11.2 $\Rightarrow b_1 = 0{,}8$

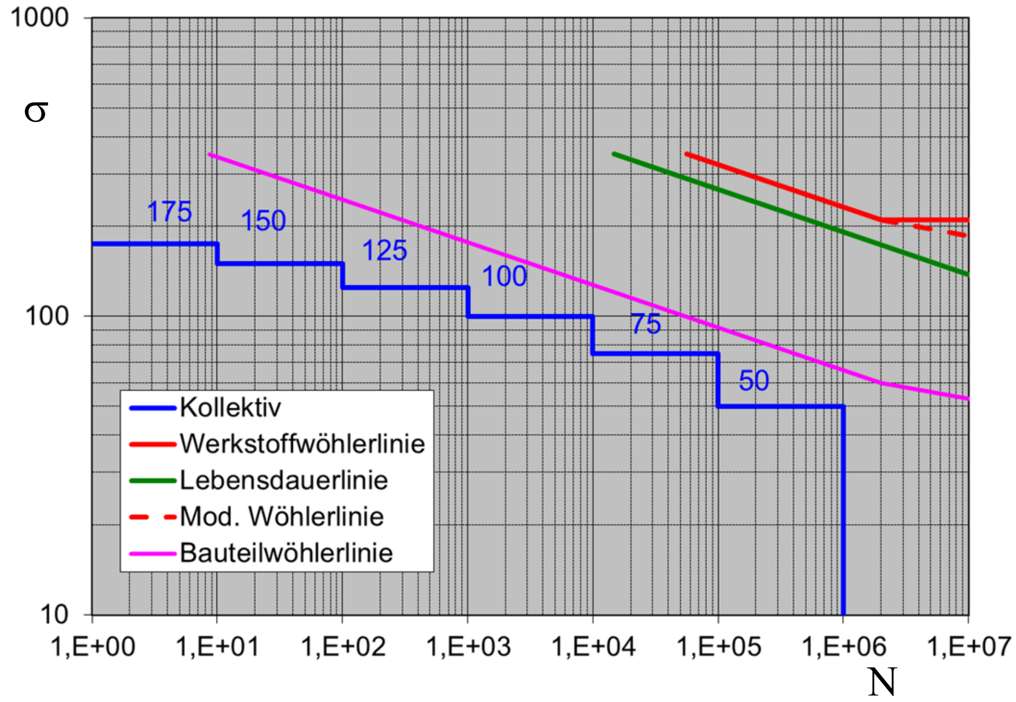
Tab 11.3 $\Rightarrow k_g = 0{,}94,\ k_t = 0{,}92,\ k_\alpha = 0{,}99$

$$b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha = 0{,}94 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}99 = 0{,}86$$

$$K = \frac{\beta_k}{b_1 \cdot b_2} = \frac{2{,}4}{0{,}8 \cdot 0{,}86} = 3{,}49$$

$$\Rightarrow \overline{S}_D = \frac{S_D}{K} = \frac{210}{3{,}49} = 60\ \text{N/mm}^2$$

| $\sigma_i$ | $n_i$ | $D_i$ |
|---|---|---|
| 175 | 10 | 0,00898 |
| 150 | 90 | 0,02747 |
| 125 | 900 | 0,07665 |
| 100 | 9000 | 0,16075 |
| 75 | 90000 | 0,21458 |
| 50 | 900000 | 0,04206 |
| **Summen:** | **1000000** | **0,53049** |



Teilschädigung je Laststufe i:

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} = \frac{n_i \cdot \sigma_i^k}{N_D \cdot \overline{S}_D^k}$$

Mit $n_1 = 10$, $\sigma_1 = 175$ N/mm², $\overline{S}_D = 60$ N/mm², $N_D = 2 \cdot 10^6$ und $k = 7$ folgt für die Laststufe 1:

$$D_1 = \frac{n_1 \cdot \sigma_1^k}{N_D \cdot \overline{S}_D^k} = \frac{10 \cdot 175^7}{2 \cdot 10^6 \cdot 60^7} = 8{,}98 \cdot 10^{-3}$$

Hingegen liegt in der letzten Laststufe die Spannung $\sigma_6 = 50$ N/mm² unterhalb der Bauteil-Dauerfestigkeit. Mit dem Exponenten $p = 13$ ergibt sich:

$$D_6 = \frac{n_6 \cdot \sigma_6^p}{N_D \cdot \overline{S}_D^p} = \frac{9 \cdot 10^5 \cdot 50^{13}}{2 \cdot 10^6 \cdot 60^{13}} = 4{,}2 \cdot 10^{-2}$$

Die theoretische Lebensdauer folgt aus

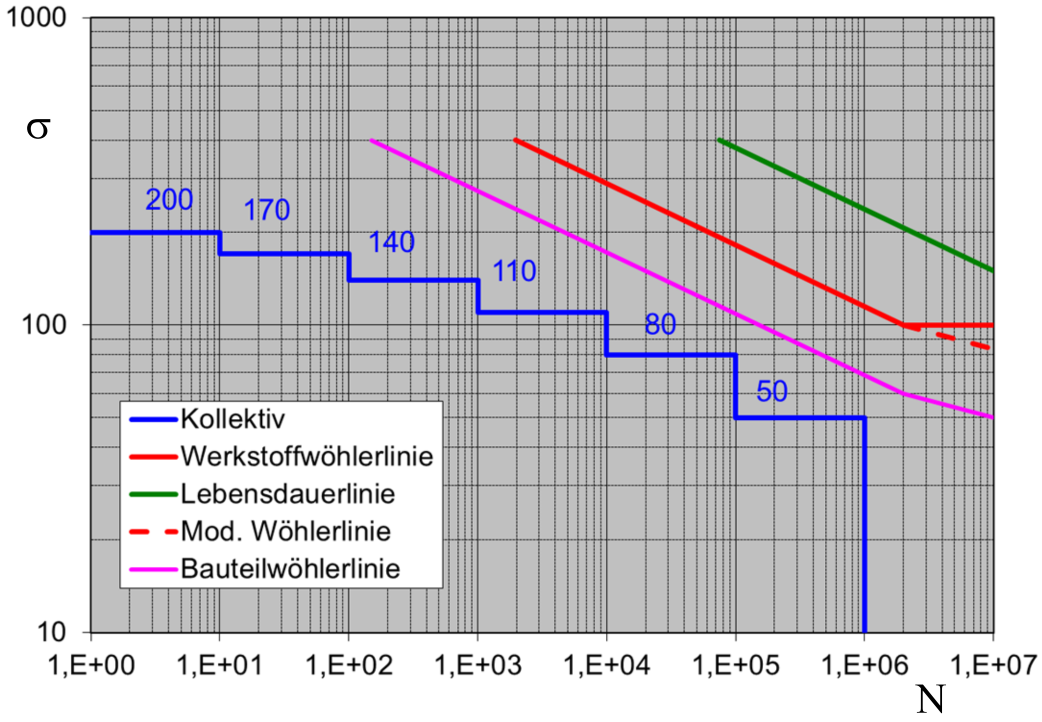
$$\hat{N} = \frac{\sum n_i}{D} = \frac{10^6}{0{,}53} = 1886792$$

# **Übung:** Gekerbtes Bauteil aus Vergütungsstahl

**Gegeben:** $K = 1{,}67$, $S_D = 100\ \mathrm{N/mm^2}$, $N_D = 2 \cdot 10^6$, $k = 5$, $p = 9$

**Gesucht:** Bauteilwöhlerlinie, Gesamtschädigung D, theor. Lebensdauer $\hat{N}$

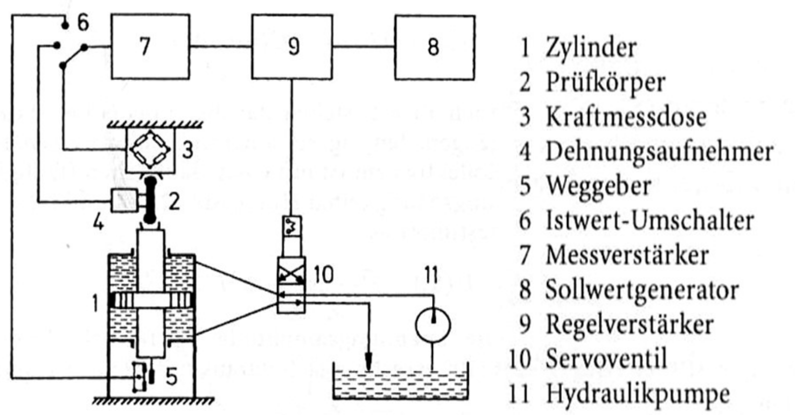
| $\sigma_i$ | $n_i$ | $D_i$ |
|---|---|---|
| 200 | | |
| 170 | | |
| 140 | | |
| 110 | | |
| 80 | | |
| 50 | | |
| Summe: | | |



# 11.2 Kerbdehnungskonzept

Für Bauteile, bei denen infolge dynamischer Beanspruchung örtlich große Wechselverformungen auftreten, versagt das Nennspannungskonzept. Bei hohen Beanspruchungsamplituden treten im Bereich von Kerben neben elastischen auch plastische Dehnungen auf, deren Kumulation als wesentliche Ursache für das Ermüdungsverhalten von Bauteilen angesehen wird. Beim Kerbdehnungskonzept wird daher das zyklische Spannungs-Dehnungsverhalten eines Werkstoffes berücksichtigt.

Hierzu ist es notwendig, neben der Lastspielzahl auch die Kraft und die Verformung als Mess- und Regelgröße aufzuzeichnen, was den Dehnwechselversuch im Vergleich zum uninstrumentierten Wöhlerversuch wesentlich aufwändiger macht.




Servohydraulische Prüfmaschine

aus Buxbaum: Betriebsfestigkeit

Das zyklische Spannungs-Dehnungsverhalten eines Werkstoffes wird meist an ungekerbten Rund- oder Flachproben ermittelt.


Messwertaufnehmer im LCF-Versuch bei erhöhter Temperatur

LCF-Proben

unver-formt | wechsel-verformt | zug-verformt

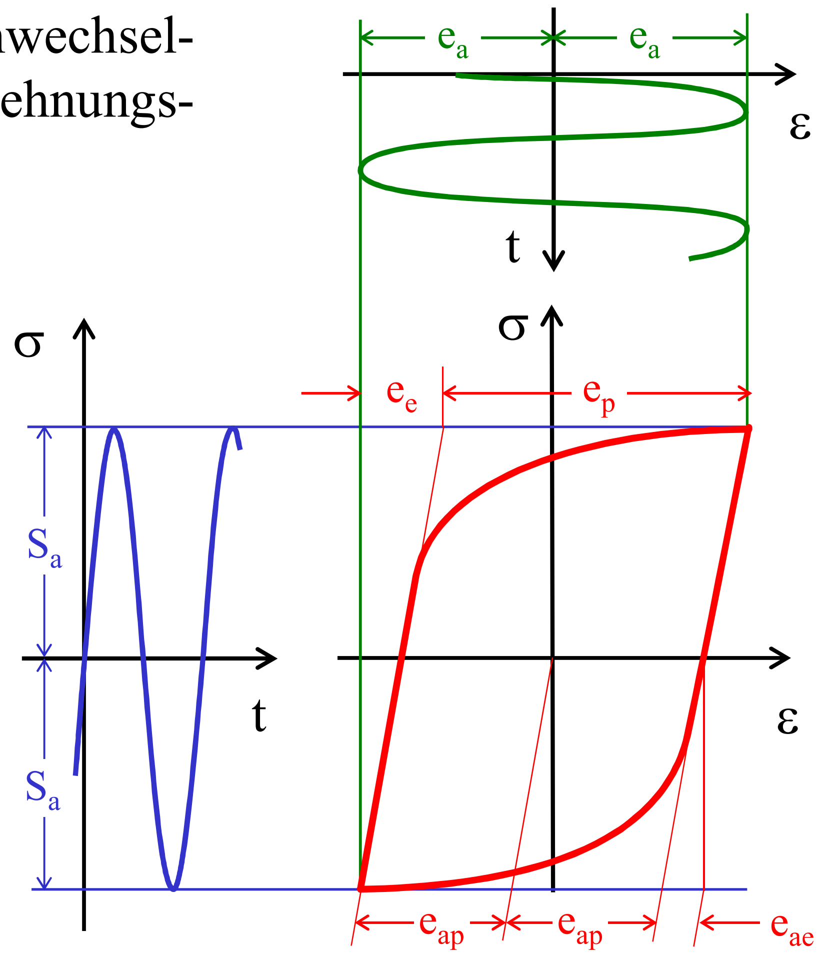
Da im Dehnwechselversuch typischerweise Lastspielzahlen $N < 10^4$ auftreten, wird er in der Literatur auch als Low-Cycle-Fatique (LCF) -Versuch be-zeichnet.

# 11.2.1 Spannungs-Dehnungs-Hysterese

Das primäre Messergebnis ist im Dehnwechselversuch die Aufnahme der Spannungs-Dehnungs-Hysterese.

Aus der schematischen Darstellung lassen sich folgende Größen ablesen:

$S_a$ - Spannungsamplitude
$e_a$ - Dehnungsamplitude
$e_e$ - elastische Gesamtdehnung
$e_p$ - plastische Gesamtdehnung
$e_{ae}$ - elastische Dehnungsamplitude
$e_{ap}$ - plastische Dehnungsamplitude

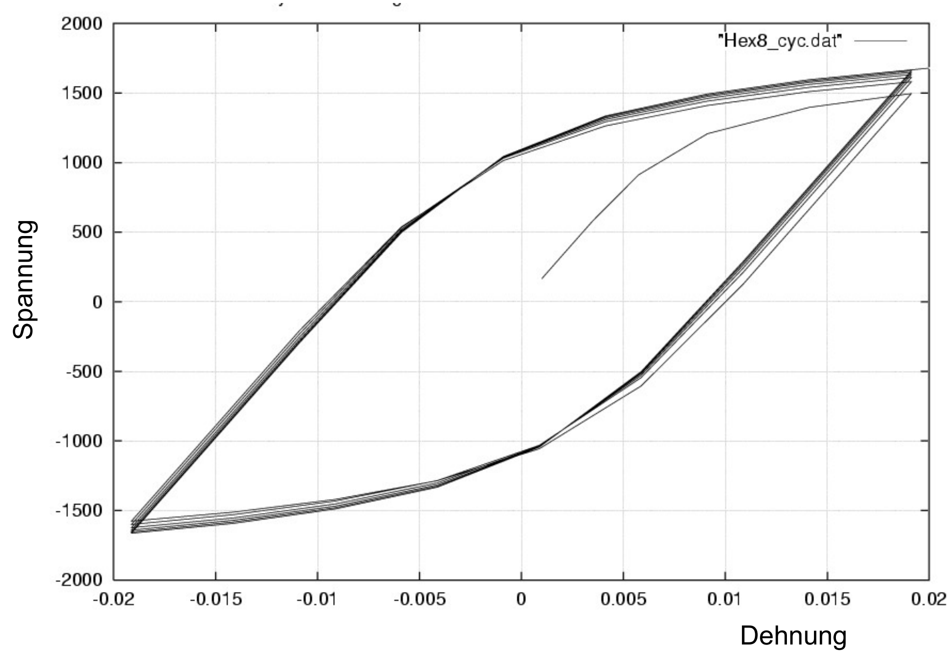


# 11.2.2 Dehnungskontrollierter LCF-Versuch

Im Gegensatz zum klassischen Wöhlerversuch, bei dem die Spannung konstant ist, wird beim Dehnwechselversuch i. allg. die Dehnung konstant gehalten. Trägt man die Dehnung über der Spannung auf, erhält man als Ergebnis Hystereseschleifen, die das zyklische Dehnwechselverhalten charakterisieren

Dehnwechselverhalten der Nickelbasislegierung IN718 mit zyklischer Verfestigung.

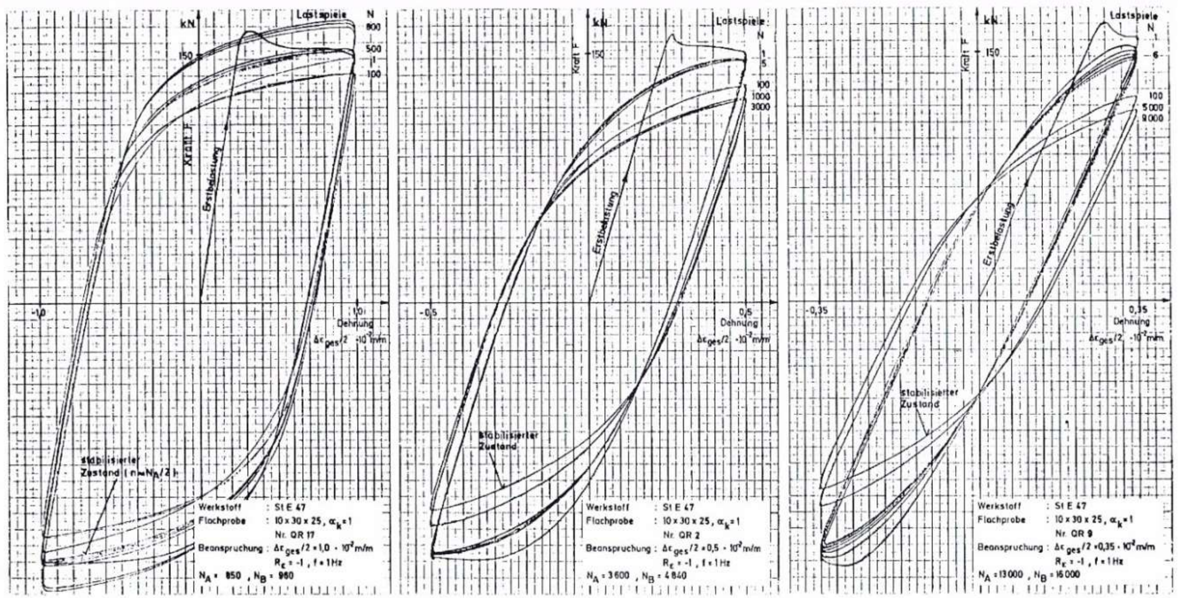
aus MTU Aero Engines GmbH



Beim Dehnwechselversuch tritt sowohl ver- als auch entfestigendes Werkstoffverhalten auf, was sich in der Hysteresekurve durch eine Zu- oder Abnahme der Spannungsamplitude bemerkbar macht.

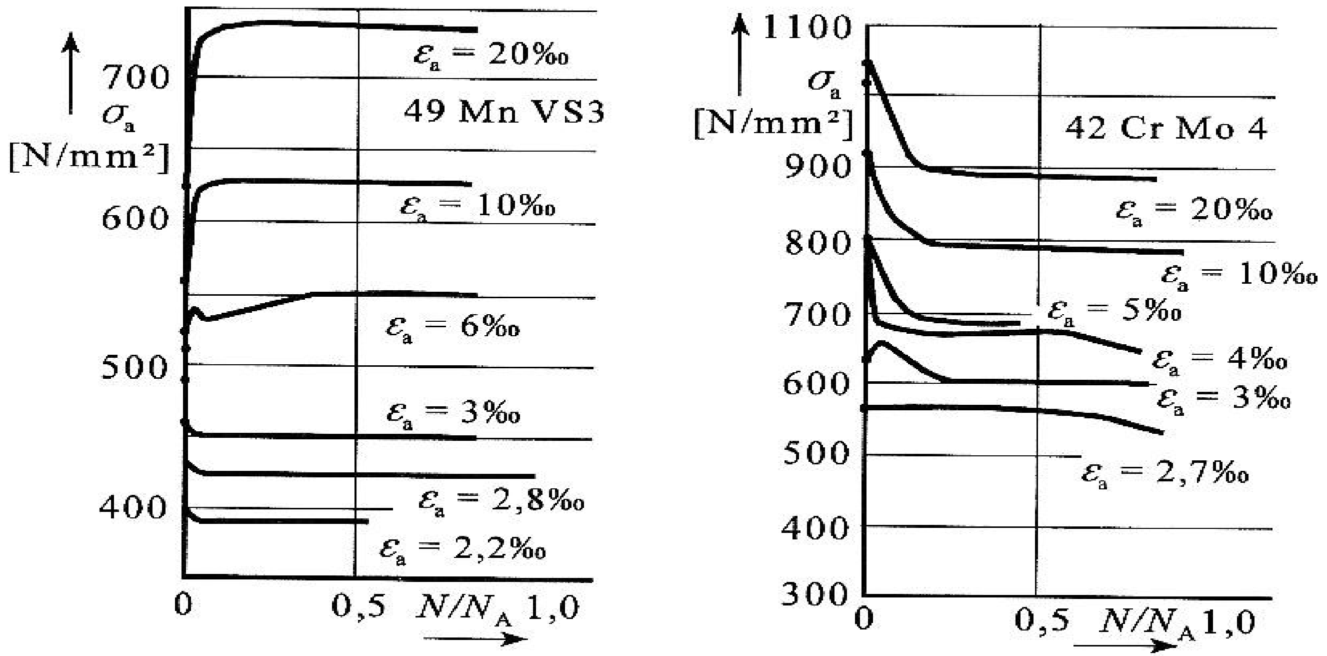
Hystereseschleife der Spannung und Dehnung für den Stahl StE 47 bei verschiedenen Dehnungsamplituden.

aus Buxbaum: Betriebsfestigkeit




Der Versuch ist beendet, wenn die Probe bricht oder ein starker Abfall der Spannungsamplitude auf einen makroskopische Riss schließen lässt. Wie beim Wöhlerversuch wird die Grenzlastspielzahl als weiteres Ergebnis ausgewertet.

Bei den meisten Werkstoffen tritt im Bereich der halben Bruchlastspielzahl ein stabilisierter Zustand mit konstanter Spannungsamplitude auf, der zur weiteren Auswertung herangezogen wird.




Spannungsamplitude in Abhängigkeit von der Lastspielzahl

aus Naubereit/Weihert: Ermüdungsfestigkeit

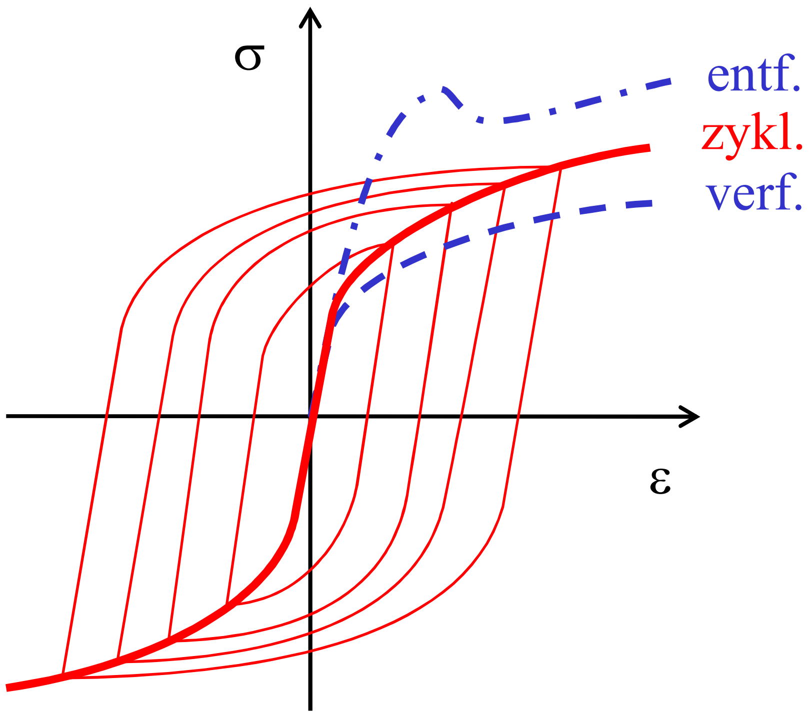
# 11.2.3 Zyklische Spannungs-Dehnungskurve

Werden für verschiedene Dehnungsamplituden die Eckpunkte der stabilisierten Hystereseschleifen miteinander verbunden, erhält man die zyklische Spannungs-Dehnungskurve (ZSD-Kurve).

Die zyklische Spannungs-Dehnungskurve kann erheblich von der im statischen Zugversuch ermittelten Fließkurve abweichen.

Bei verfestigenden Werkstoffen liegt die ZSD-Kurve oberhalb, bei entfestigenden Werkstoffen unterhalb der Fließkurve.

Nur bei zyklisch stabilen Werkstoffen stimmen Fließkurve und ZSD-Kurve näherungsweise überein.

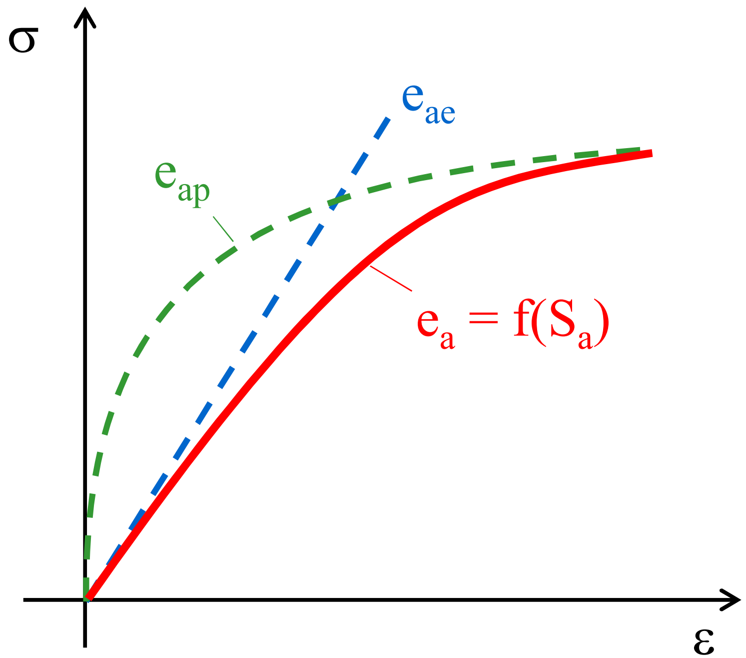


Die Dehnungsamplitude $e_a$ der zyklische Spannungs-Dehnungskurve (ZSD-Kurve) lässt sich als Summe eines elastischen Anteils $e_{ae}$ und eines plastischen Anteils $e_{ap}$ aus der Spannungsamplitude $S_a$ durch die Ramberg-Osgood-Gleichung

$$e_a = e_{ae} + e_{ap} = \frac{S_a}{E} + \left(\frac{S_a}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}}$$

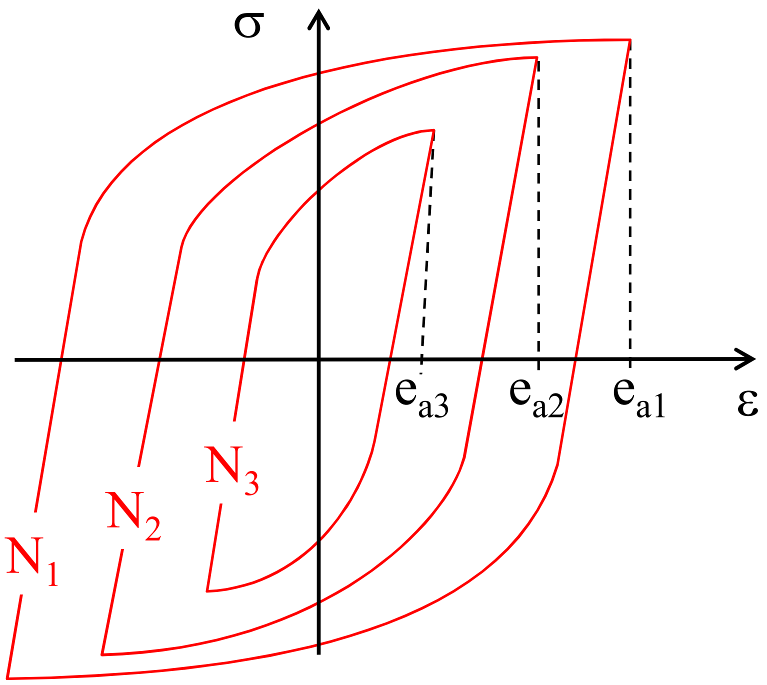
beschreiben mit dem Elastizitätsmodul E sowie den Werkstoffkennwerte K´ und n´.

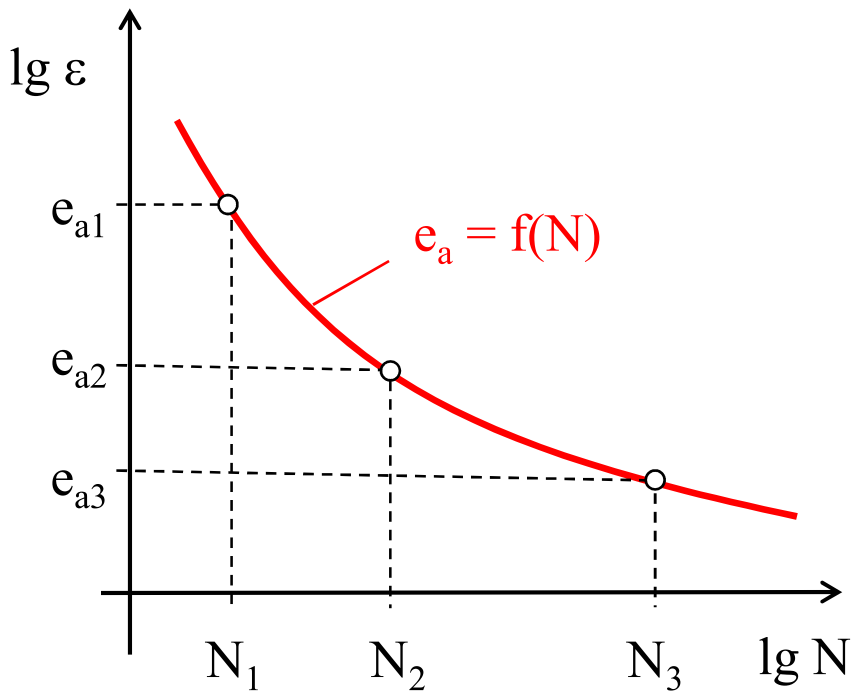
Bei großen Spannungsamplituden $S_a$ dominiert der plastische Anteil, für kleine Werte von $S_a$ geht die Gleichung in die Hook'sche Gerade über.



# 11.2.4 Dehnungs-Wöhlerlinie

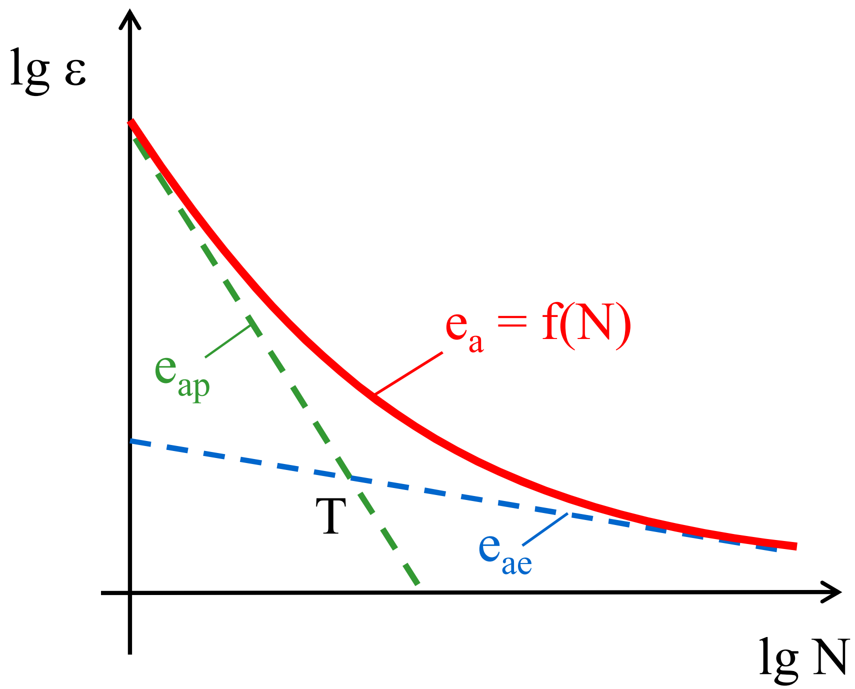
Trägt man die Dehnungsamplituden $e_{ai}$ der stabilisierten Hystereseschleifen über den zugehörigen Bruchlastspielzahlen $N_i$ im logarithmischen Maßstab auf, erhält man die Dehnungs-Wöhlerlinie.



Die Dehnungsamplitude $e_a$ der Dehnungs-Wöhlerlinie lässt sich ebenfalls als Summe eines elastischen Anteils $e_{ae}$ und eines plastischen Anteils $e_{ap}$ in Abhängigkeit von der Bruchlastspielzahl N nach dem Gesetz von Manson-Coffin-Morrow in der Form von Haibach

$$e_a = e_{ae} + e_{ap} = \frac{S'_f}{\mathrm{E}} \cdot N^b + e'_f \cdot N^c$$




beschreiben mit dem Elastizitätsmodul E sowie den Werkstoffkennwerte $S'_f$, $e'_f$, b und c.

Sowohl der elastische als auch der plastische Anteil sind im logarithmischen Maßstab lineare Funktionen und schneiden sich im Punkt T.

Die Kennwerte werden durch lineare Regression oder grafisch aus den Messwerten bestimmt.

Die Werkstoffkennwerte K´ und n´ der zyklischen Spannungs-Dehnungs-kurve lassen sich aus den Kennwerten $S'_f$, $e'_f$, b und c der Dehnungs-Wöhlerlinie berechnen oder umgekehrt. Für den elastischen Anteil gilt

$$e_{ae} = \frac{S_a}{\mathrm{E}} = \frac{S'_f}{\mathrm{E}} \cdot N^b \qquad \Rightarrow S_a = S'_f \cdot N^b$$

Aus dem plastischen Anteil ergibt sich

$$e_{ap} = \left(\frac{S_a}{\mathrm{K}'}\right)^{1/n'} = e'_f \cdot N^c \qquad \Rightarrow \mathrm{K}' = \frac{S_a}{(e'_f)^{n'} \cdot N^{c \cdot n'}}$$

Einsetzen liefert

$$\mathrm{K}' = \frac{\mathrm{S}'_\mathrm{f} \cdot \mathrm{N}^\mathrm{b}}{(\mathrm{e}'_\mathrm{f})^{\mathrm{n}'} \cdot \mathrm{N}^{\mathrm{c \cdot n}'}} = \frac{\mathrm{S}'_\mathrm{f}}{(\mathrm{e}'_\mathrm{f})^{\mathrm{n}'}} \cdot \mathrm{N}^{\mathrm{b - c \cdot n}'}$$

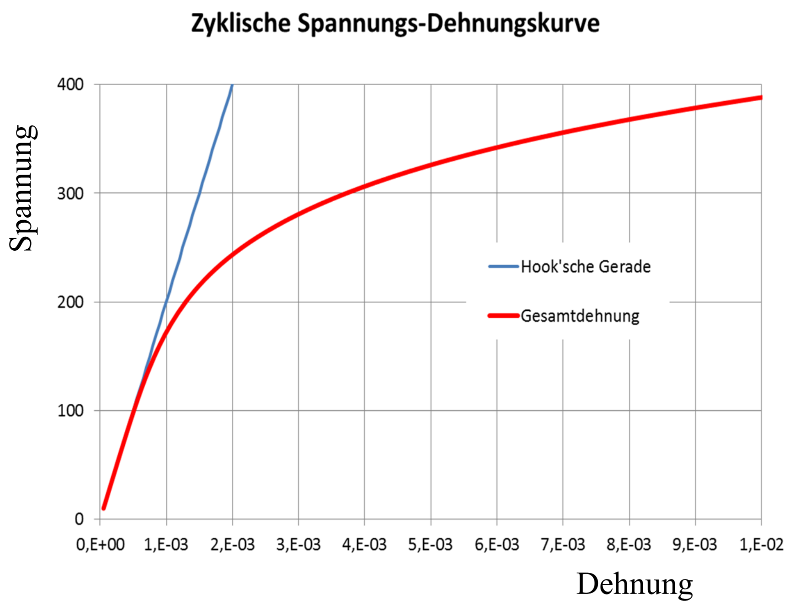
Da die ZSD-Kurve und damit auch K´ unabhängig von N ist, kann die obige Gleichung nur für N = 1 bzw. $b - c \cdot n' = 0$ erfüllt werden. Daraus folgt

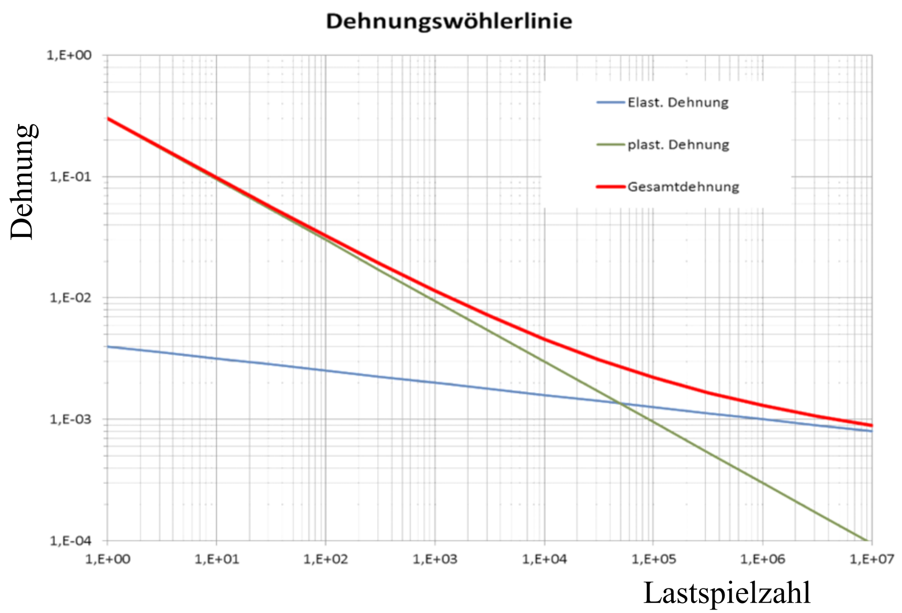
$$\mathrm{n}' = \mathrm{b/c} \qquad \text{und} \qquad \mathrm{K}' = \mathrm{S}'_\mathrm{f} / (\mathrm{e}'_\mathrm{f})^{\mathrm{n}'}$$

# **Beispiel:** Berechnung der ZSD-Kurve und der Dehnungs-Wöhlerlinie

Gegeben: $S'_f = 800$ N/mm$^2$ $e'_f = 0{,}3$, $b = -0{,}1$, $c = -0{,}5$ und $E = 200000$ N/mm$^2$

Gesucht: $n'$, $K'$, $e_a = f(S_a)$ und $e_a = f(N)$



# 11.2.5 Schädigungskennwerte

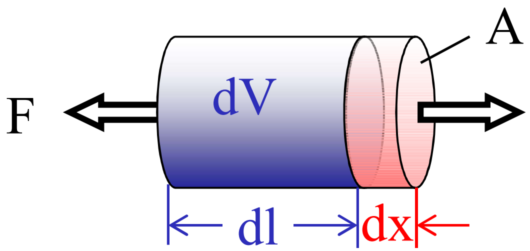
Mit Hilfe von Schädigungskennwerten lässt sich der Einfluss von Dehnungsamplitude und Mittelspannung auf das Ermüdungsverhalten erfassen.

Hierbei wird die Schädigung ausgehend von einzelnen Beanspruchungszyklen und deren Hystereseschleife unter der Annahme berechnet, dass die auf ein Werkstoffvolumen bezogene Verformungsenergie Π die Ermüdungsschädigung bedingt.

Für ein infinitesimales Volumen dV erhält man die spezifische Verformungsenergie aus der Verformungsarbeit dW

$$\Pi = \mathrm{dW}/\mathrm{dV}$$

Mit $\mathrm{dW} = \mathrm{F}\cdot\mathrm{dx}$, $\mathrm{F} = \sigma\cdot\mathrm{A}$, $\mathrm{dx} = \varepsilon\cdot\mathrm{dl}$ und $\mathrm{dV} = \mathrm{A}\cdot\mathrm{dl}$ folgt

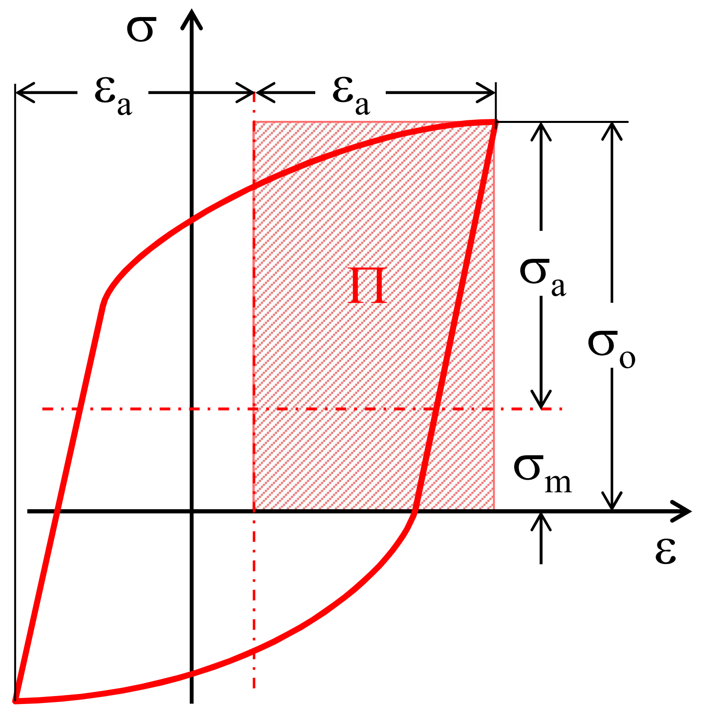



$$\Pi = \frac{\mathrm{F}\cdot\mathrm{dx}}{\mathrm{dV}} = \frac{\sigma\cdot A\cdot\varepsilon\cdot dl}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{dl}} = \sigma\cdot\varepsilon$$

Die spezifische Verformungsenergie ist demnach das Produkt aus Spannung und Dehnung.

Nach einem Vorschlag von Smith, Wotson und Topper ist die Ermüdungsschädigung abhängig von der spezifischen Verformungsenergie Π, die durch die Dehnungsamplitude $\varepsilon_a$ und der Oberspannung $\sigma_o$ gebildet wird:

$$P_{SWT} = \sqrt{\sigma_o \cdot \varepsilon_a \cdot E}$$




Hierbei wird durch die Oberspannung $\sigma_o$ der Mittelspannungseinfluss berücksichtigt, der Elastizitätsmodul E geht als nicht schädigungsrelevante Größe ein und dient allein zur Normierung des Kennwertes.

Mit $\sigma_o = \sigma_m + \sigma_a$ kann der Parameter durch die Mittelspannung $\sigma_m$ und die Ausschlagspannung $\sigma_a$ ausgedrückt werden

$$P_{SWT} = \sqrt{(\sigma_m + \sigma_a) \cdot \varepsilon_a \cdot E}$$

Der Parameter $P_{SWT}$ besitzt mit $N/mm^2$ die Einheit einer Spannung und ist der am häufigsten verwendete Schädigungskennwert.

Für reine Dehnwechselversuche, bei denen die Mittelspannung Null ist, ergibt sich der Schädigungskennwert mit $S_a$=$S_o$ aus

$$\mathrm{P_{SWT}} = \sqrt{S_a \cdot e_a \cdot E}$$

Mit dem elastischen Anteil der Spannungsamplitude aus der Dehnungswöhlerlinie

$$S_a = S'_f \cdot N^b$$

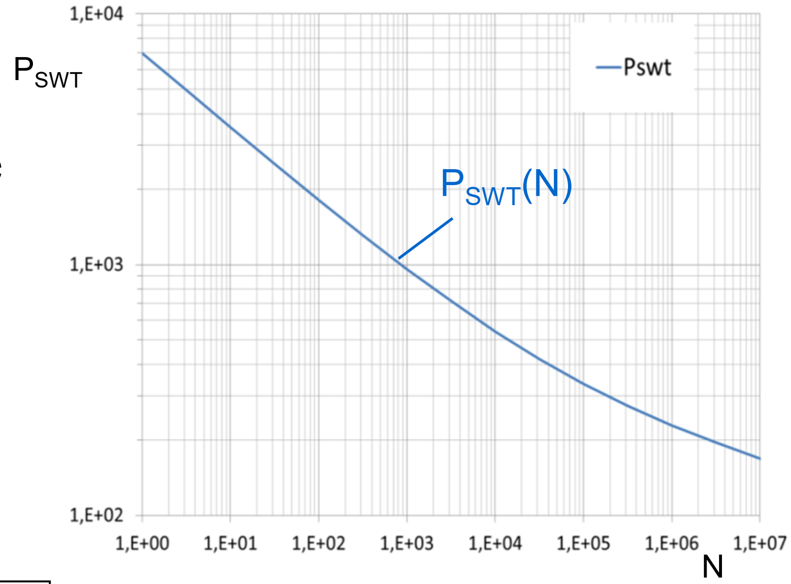
und der Dehnungsamplitude aus der Dehnungs-Wöhlerlinie

$$e_a = \frac{S'_f}{\mathrm{E}} \cdot N^b + e'_f \cdot N^c$$

folgt die von der Lastspielzahl N abhängige Schädigungskennwert-Wöhlerlinie

$$\mathrm{P_{SWT}} = \sqrt{S'_f \cdot N^b \cdot \left( \frac{S'_f}{E} N^b + e'_f \cdot N^c \right) \cdot E}$$

$$= \sqrt{\mathrm{S'^2_f} \cdot \mathrm{N^{2b}} + \mathrm{S'_f} \cdot \mathrm{e'_f} \cdot \mathrm{N^{b+c}} \cdot \mathrm{E}}$$



# 11.2.6 Kerbgrundbeanspruchung

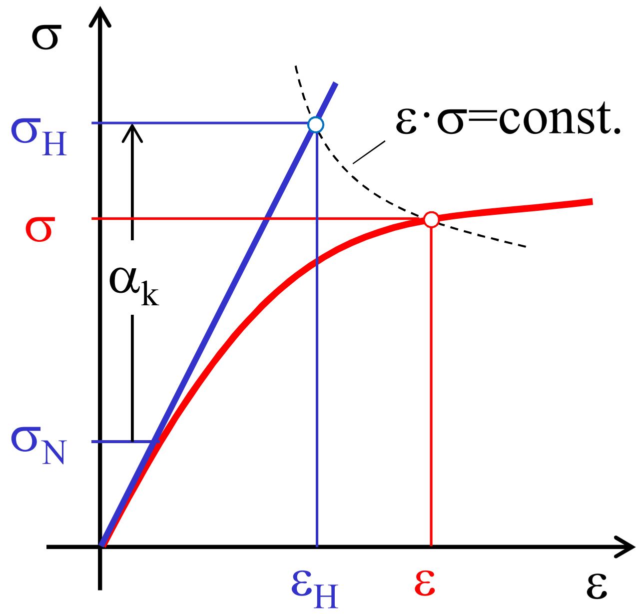
Die elastoplastische Kerbgrundbeanspruchung wird entweder mit Hilfe der FEM berechnet oder bei bekannter Formzahl der Kerbgeometrie aus der Nennspannung $\sigma_N$ und der zyklischen Spannungs-Dehnungskurve bestimmt. Nach Neuber stimmt die spez. Formänderungsenergie einer rein elastischen Kerbgrundbeanspruchung auf der Hook‘schen Geraden mit der des theoretischen elastoplastischen Kerbgrundzustands überein:

$$\varepsilon_H \cdot \sigma_H = \varepsilon \cdot \sigma$$

Mit $\sigma_H = \alpha_k \cdot \sigma_N$ und $\varepsilon_H = \sigma_H / E$ folgt daraus die Neuber-Regel:

$$\frac{\sigma_H^2}{E} = \frac{(\sigma_N \cdot \alpha_k)^2}{E} = \varepsilon \cdot \sigma = \text{const}$$

Da die linke Seite unabhängig von ε und somit konstant ist, stellt die Gleichung im Spannungs-Dehnungsschaubild eine Hyperbel dar.



Wird die Ramberg-Osgood Gleichung der zyklischen Spannungs-Dehnungs-kurve in die Neuber-Regel eingesetzt, erhält man

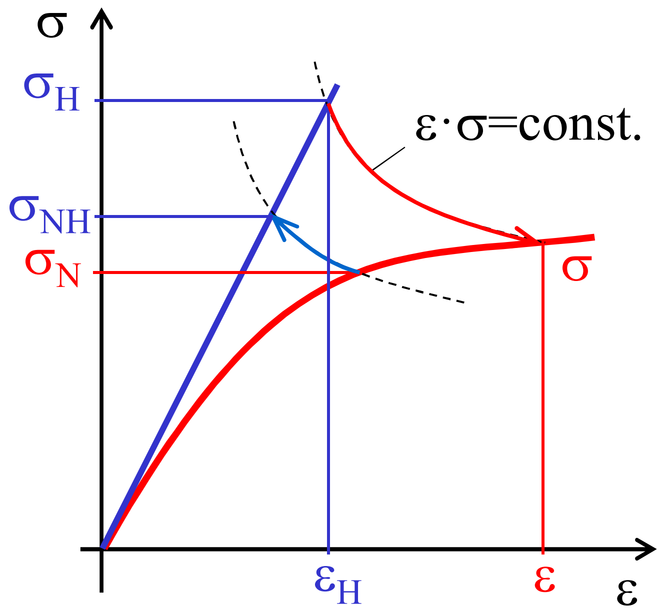
$$\sigma_H^2 = E \cdot \sigma \cdot \varepsilon \;\; = E \cdot \sigma \cdot \left( \frac{\sigma}{E} + \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} \right) = \sigma^2 + E \cdot \sigma \cdot \left( \frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'}$$

Darin ist $\sigma_H$ eine fiktive rein elastischen Kerbgrundspannung, $\sigma$ die theoretische elastoplastischen Kerbgrundspannung und $\varepsilon$ die zugehörige elastoplastische Kerbgrunddehnung.

Wird die Nennspannung $\sigma_N$ im Kerbgrund nicht mehr rein elastisch ertragen, ist die Nennspannung nach der Neuber-Regel mit

$$\sigma_{NH} = \sqrt{\sigma_N^2 + E \cdot \sigma_N \cdot (\sigma_N / K')^{1/n'}}$$

zu korrigieren, bevor mit $\sigma_H = \alpha_k \cdot \sigma_{NH}$ die elastische Kerbgrundspannung berechnet wird.



# 11.2.7 Berechnungsschema

Grundlage der Lebensdauerabschätzung nach dem Kerbdehnungskonzept ist die Häufigkeitsverteilung der Nennbeanspruchung im Kerbgrund auf der Basis eines zweiparametrischen Zählverfahrens (Bereichs- oder Rainflowzählung) und die Schädigungskennwert-Wöhlerlinie.

Für jede Häufigkeit n(i,j) der Korrelations-tabelle wird die Oberspannung mit

$$\sigma_{oN} = \sigma_{mN} + \sigma_{aN}$$

aus den Nennspannungen der Mittelwert-klasse $\sigma_{mN}$ und den Nennspannungen der Amplitudenklasse $\sigma_{aN}$ berechnet.

Mittelwertklasse i

| Amplitudeklasse j | 1 | 2 | … | q |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $n_{11}$ | $n_{12}$ | … | $n_{1q}$ |
| 2 | $n_{21}$ | $n_{22}$ | … | $n_{2q}$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | $n_{ij}$ | ⋮ |
| p | $n_{p1}$ | $n_{p2}$ | … | $n_{pq}$ |

Sind in der Korrelationstabelle stattdessen die Nennwerte der Umkehrpunkte $\sigma_{uN}$ und $\sigma_{oN}$ eingetragen, ergibt sich die Amplitudenspannungen mit

$$\sigma_{aN} = (\sigma_{oN} - \sigma_{uN})/2$$

Mit der Kerbformzahl $\alpha_k$ ergibt sich die elastische Oberspannung im Kerbgrund aus der erhöhten Nennspannung

$$\sigma_{oH} = \alpha_k \cdot \sigma_{oNH}$$

Unter Verwendung der Neuber-Regel und der Ramberg-Osgood-Gleichung lässt sich aus

$$\sigma_{oH}^2 = \sigma_o^2 + E \cdot \sigma_o \cdot \left(\frac{\sigma_o}{K'}\right)^{1/n'}$$

iterativ die elasto-plastische Oberspannung $\sigma_o$ im Kerbgrund bestimmen. Mit

$$\sigma_{aH} = \alpha_k \cdot \sigma_{aNH}$$

und

$$\sigma_{aH}^2 = \sigma_a^2 + E \cdot \sigma_a \cdot \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{1/n'}$$

folgt nach Iteration von $\sigma_a$ die Amplitude der elasto-plastischen Kerbgrunddehnung

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{1/n'}$$

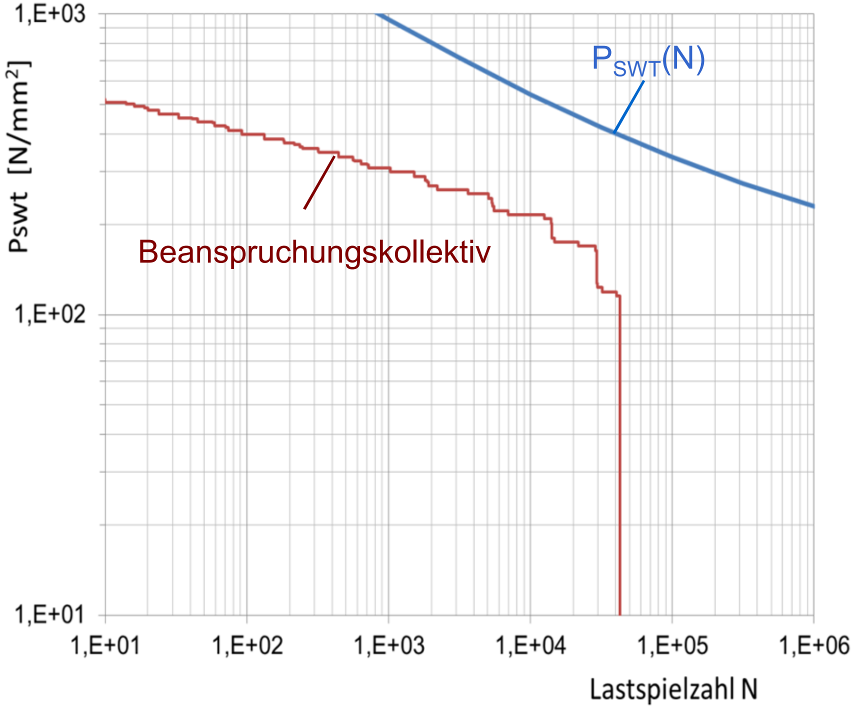
Wird der Schädigungskennwert der elasto-plastischen Kerbgrundbeanspruchung

$$P_{SWT} = \sqrt{\sigma_a \cdot \varepsilon_a \cdot E}$$

mit der Schädigungskennwert-Wöhlerlinie des Werkstoffs

$$P_{SWT} = \sqrt{S_f'^2 \cdot N^{2b} + S_f' \cdot e_f' \cdot N^{b+c} \cdot E}$$

gleichgesetzt, lässt sich iterativ die Grenzlastspielzahl $N_{ij}$ für das aus der Korrelationmatrix resultierende Beanspruchungskollektiv ermitteln.




Mit der Teilschädigung

$$D_{ij} = \frac{n_{ij}}{N_{ij}}$$

folgt die Gesamtschädigung durch Summation über alle Felder

$$D = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{q} \frac{n_{ij}}{N_{ij}}$$

**Beispiel:** Berechnung einer Teilschädigung mit dem Kerbdehnungskonzept

Gegeben: $S'_f = 900$ N/mm² $e'_f = 0{,}3$, $b = -0{,}12$, $c = -0{,}6$, $\alpha_k = 2{,}5$ und $E = 2 \cdot 10^5$ N/mm²

Gesucht: Teilschädigung D mit $\sigma_{oN} = 250$ N/mm² und $\sigma_{aN} = 100$ N/mm² für $n = 5000$ Zyklen

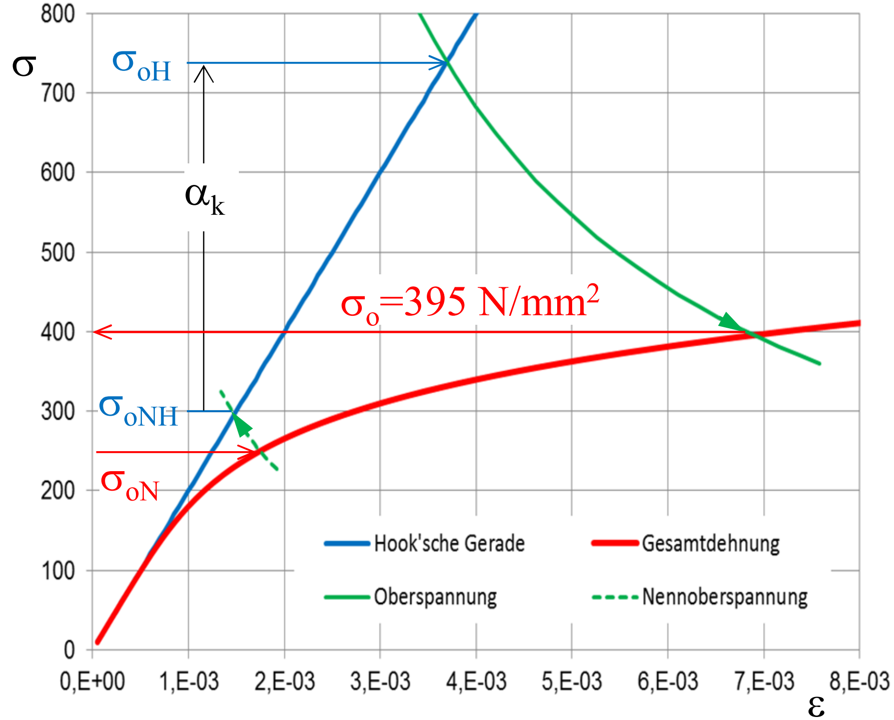
$$n' = b/c = -0{,}12/-0{,}6 = 0{,}2 \qquad K' = S'_f/(e'_f)^{n'} = 900/0{,}3^{0{,}2} = 1145 \ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{oNH} = \sqrt{\sigma_{oN}^2 + E \cdot \sigma_{oN} \cdot (\sigma_{oN}/K')^{1/n'}}$$

$$= \sqrt{250^2 + 2 \cdot 10^5 \cdot 250 \cdot (250/1145)^{1/0{,}2}}$$

$$= 295{,}5 \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{oH} = \sigma_{oNH} \cdot \alpha_k = 295{,}5 \cdot 2{,}5 = 739 \text{ N/mm}^2$$




Elastoplastische Oberspannung $\sigma_o = 395$ N/mm² aus Diagramm grafisch bestimmen oder iterativ aus

$$739^2 = \sigma_o^2 + 2 \cdot 10^5 \cdot \sigma_0 \cdot (\sigma_o/1145)^{1/0{,}2}$$

ermitteln.

# … Fortsetzung

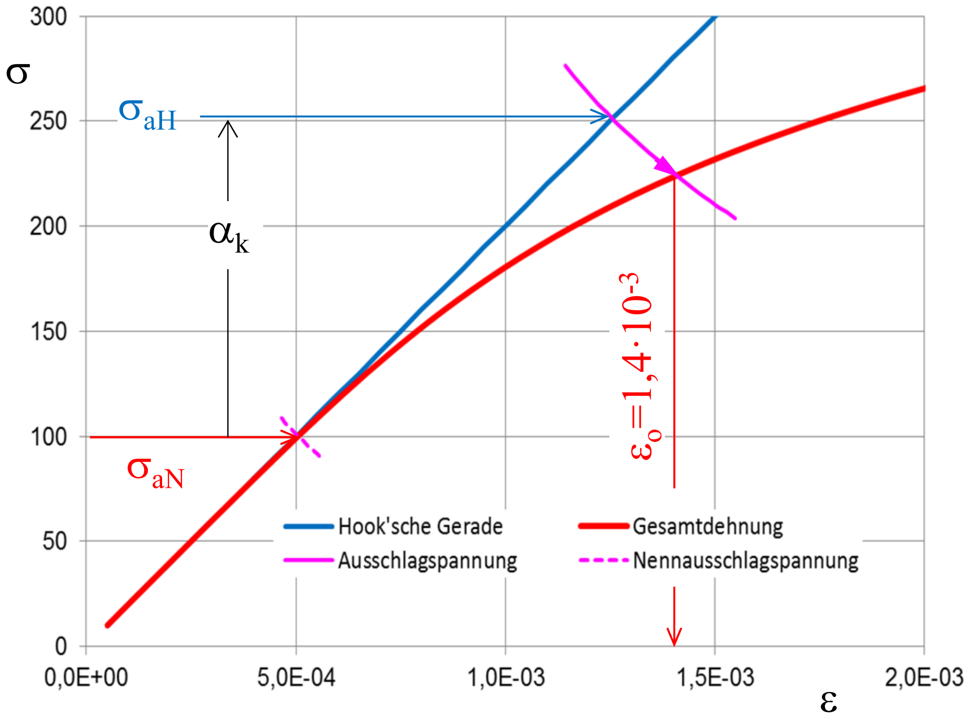
$$\sigma_{aNH} = \sqrt{\sigma_{aN}^2 + E \cdot \sigma_{aN} \cdot (\sigma_{aN} / K')^{1/n'}} = \sqrt{100^2 + 2 \cdot 10^5 \cdot 100 \cdot (100/1145)^{1/0,2}} = 100{,}5 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{aH} = \sigma_{aNH} \cdot \alpha_k = 100{,}5 \cdot 2{,}5 = 251 \text{ N/mm}^2$$

Elastoplastische Ausschlagspannung $\sigma_a$ = 224 N/mm² aus Diagramm grafisch bestimmen oder iterativ aus

$$251^2 = \sigma_a^2 + 2 \cdot 10^5 \cdot \sigma_a \cdot (\sigma_a / 1145)^{1/0,2}$$

ermitteln.




Elastoplastische Ausschlagdehnung

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{1/n'} = \frac{224}{2 \cdot 10^5} + \left(\frac{224}{1145}\right)^{1/0,2}$$

$$= 1{,}4 \cdot 10^{-3}$$

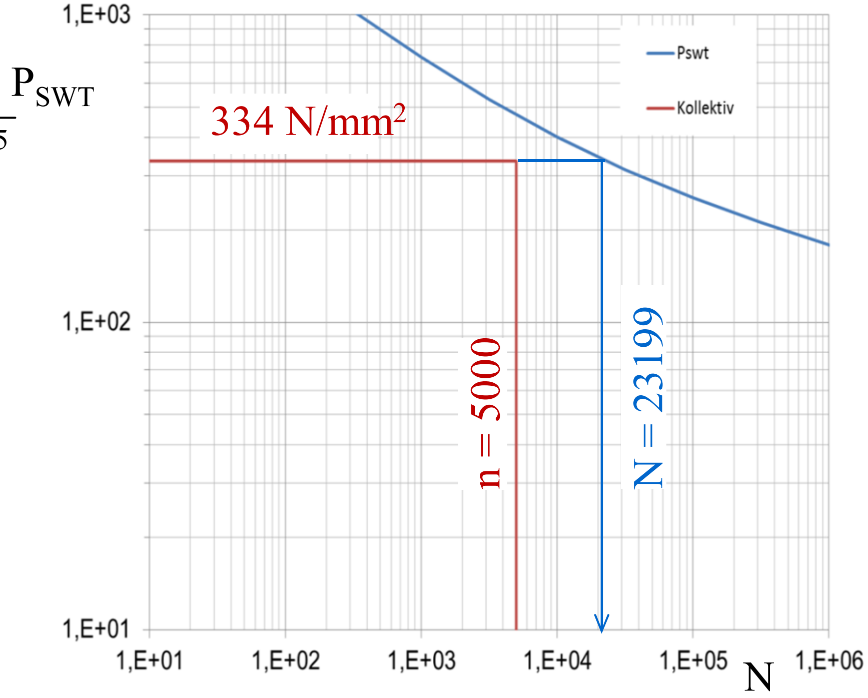
# … Fortsetzung

Schädigungskennwert: $P_{SWT} = \sqrt{\sigma_o \cdot \varepsilon_a \cdot E} = \sqrt{395 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^4} = 334\,\mathrm{N/mm^2}$

Grenzlastspielzahl N = 23199 grafisch aus Schädigungskennwert-Wöhlerlinie ablesen oder iterativ bestimmen mit

$$P_{SWT} = \sqrt{S_f'^2 \cdot N^{2b} + S_f' \cdot e_f' \cdot N^{b+c} \cdot E}$$

$$334 = \sqrt{900^2 \cdot N^{-0{,}24} + 900 \cdot 0{,}3 \cdot N^{-0{,}72} \cdot 2 \cdot 10^5}$$




Teilschädigung:

$$D = \frac{n}{N} = \frac{5000}{23199} = 0{,}216$$

Theoretische Lebensdauer:

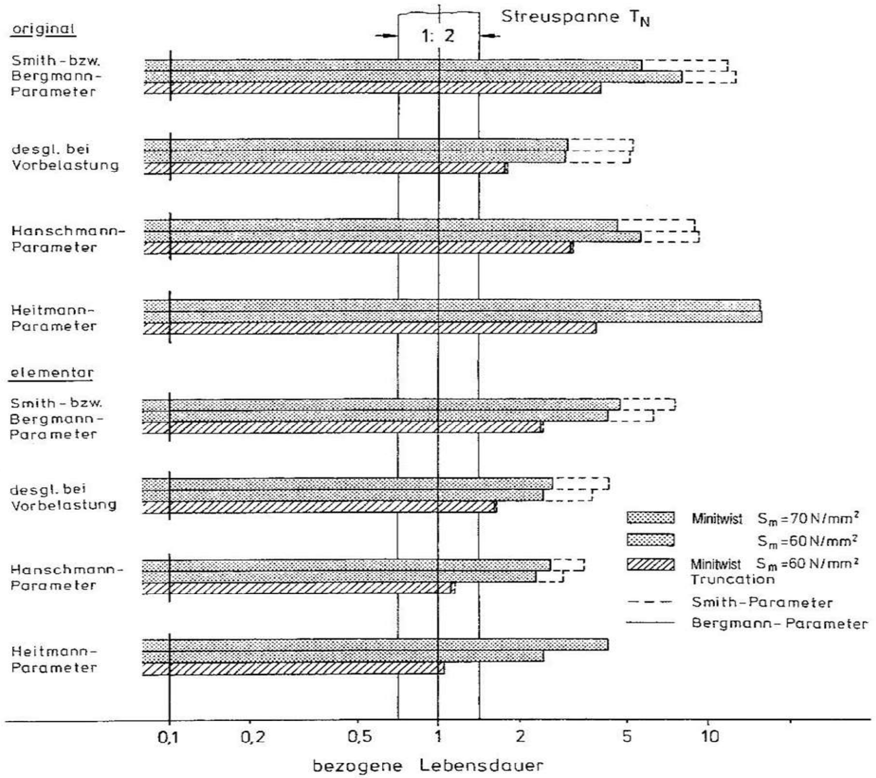
$$\hat{N} = \frac{N}{D} = \frac{23199}{0{,}216} = 107403$$

# 11.2.8 Bewertung von Schädigungsparametern

Neben dem Parameter von Smith, Wotson Topper ($P_{SWT}$) wurden weitere Schädigungsparameter entwickelt, namentlich die Parameter von Bergmann ($P_B$), Hanschmann ($P_{Ha}$), Haibach/Lehrke ($P_{HL}$) und Heitmann ($P_{He}$).

Hierbei standen Überlegungen im Vordergrund, den Reihenfolge- und den Mittelspannungseinfluss auf die Lebensdauervorhersage besser zu erfassen.

Eine Auswertung von Versuchsergebnissen zeigt aber, dass auch hier alle Ansätze tendenziell ein zu hohe rechnerische Lebensdauer vorhersagen.




aus Heuler: Anrissdauervorhersage