VII. Recht und Mathematik

1. Einführung

Erste enge Beziehungen zwischen Mathematik und Recht bestehen bereits bei Platon und Aristoteles. Seither hat es in allen Epochen abendländischer Kultur intensive Begegnungen zwischen den beiden Disziplinen gegeben; in einer sehr umfangreichen Untersuchung hat v. Stephanitz den Einfluß von Naturwissenschaft und Mathematik auf Rechtsdenken und Rechtswissenschaft von der klassischen Antike bis zur Mitte unseres Jahrhunderts detailliert dargestellt.

Im zwanzigsten Jahrhundert ist eine starke Intensivierung der Beziehungen zwischen Recht und Mathematik zu beobachten. Im Zentrum der Diskussion stehen dabei Fragen der Formalisierung und der Axiomatisierung. Leider bleibt die Erörterung oft im Grundsätzlichen gefangen. Auch sollte nicht verschwiegen werden, daß die Diskussion häufig kontrovers geführt wird und Konvergenztendenzen in Richtung auf einen Konsens kaum sichtbar sind.

2. Zahl und Proportion als Ordnungsstrukturen im Recht: Platon und Aristoteles

Für Platon gehört die Gerechtigkeit zu den Tugenden und er sieht die Seele als Zentrum aller Tugenden an: „Müssen wir demnach nicht notwendig auch das folgende einräumen, daß die Seele die Ursache des Guten und Schlechten, des Schönen und Häßlichen, des Gerechten und Ungerechten und alles so sich Entgegenstehenden sei, wenn wir sie als die Ursache von allem annehmen wollen?“ [Nomoi 896d]. Die Untersuchung der Seele und eine Analyse der Tugenden umfaßt somit auch Platons Lehre von der Gerechtigkeit. Das Heil der Seele und ihre Wahrheitsstruktur werden mit mathematischen Denkformen beschrieben: „Die Meßkunst hingegen würde dieses Trugbild unwirksam machen und durch deutliche Bezeichnung des Wahren der Seele, welche dann bei der Wahrheit bliebe, Ruhe verschaffen und auf diese Art unserm Leben Heil bringen? Würden die Leute bekennen, daß in diesem Falle die Meßkunst uns Heil bringen müßte, oder würden sie eine andere nennen? – Die Meßkunst, gestand er. – Wie aber, wenn das Heil unseres Lebens auf der Wahl gerader und ungerader Zahlen beruhte, von beiden, wann es recht wäre, das Größere zu wählen und wann das Kleinere im Vergleich jeder Art mit sich selbst sowohl als mit der anderen ... was würde dann das Heil unseres Lebens sein? Nicht auch eine Erkenntnis? Und wäre sie nicht, da sie ja auf Überschuß und Untermaß geht, eine messende Kunst? Und da auf Gerades und Ungerades, kann sie wohl eine andere sein als die Rechenkunst? Würden uns das die Leute eingestehen oder nicht? – Auch Protagoras glaubte, sie würden es eingestehen.“ [Protagoras 356d–357a]. Es sind alle Tugenden, also auch die Gerechtigkeit, nach Maß und Zahl strukturiert. Konstituierende Merkmale jeder Tugend sind somit Abgemessenheit und Verhältnismäßigkeit. Über das Gute als höchste Tugend sagt Platon in diesem Zusammenhang:

„*Sokrates:* Daß jede Mischung, welche es auch sei, wenn sie irgendwie kein Maß und an der Natur des Abgemessenen keinen Teil hat, notwendig das Gemischte sowohl als auch zuerst sich selbst verdirbt. Denn eine solche kann man ja gar nicht eine ordentliche Mischung nennen, sondern sie ist jedesmal in Wahrheit nur ein unordentlich zusammengewehtes Wehe für alle, denen sie zukommt.
Protarchos: Ganz wahr.
Sokrates: Jetzt also entflieht uns wieder das Wesen des Guten in die Natur des Schönen. Denn Abgemessenheit und Verhältnismäßigkeit wird uns doch überall offenbar Schönheit und Tugend.
Protarchos: Allerdings.
Sokrates: Und Wahrheit, sagten wir doch auch, wäre in der Mischung mit beigemengt.
Protarchos: Freilich.
Sokrates: Wenn wir also nicht in einer Form das Gute auffangen können, so wollen wir es in diesen dreien zusammenfassen: Schönheit und Verhältnismäßigkeit und Wahrheit, und wollen sagen, daß diese als eines mit Recht als Ursache angesehen werden können dessen, was in der Mischung ist, und daß um dieses als des Guten willen sie auch eine solche geworden ist.
Protarchos: Vollkommen richtig.“ [Philebos 64d–65a].

Radbruch, Knut: Mathematik in den Geisteswissenschaften; Göttingen, 1989.

In den Nomoi weist Platon darauf hin, daß der Gesetzgeber bei den Bürgern Maß und Zahl als fundamentale Maxime sichern muß:

„Außerdem darf ein Gesetzgeber auch jenes nicht scheuen, was als Kleinigkeitskrämerei erscheinen könnte, wenn er vorschreibt, bei allen Gerätschaften, die einer sich anschafft, keines ohne das rechte Maß sein zu lassen, und daß er einem allgemeinen Grundsatz zufolge glaubt, die Teilungen und Veränderungen der Zahlen seien in jeder Beziehung von Nutzen, sowohl diejenigen, in denen sie unter sich verändert werden, als auch die Veränderungen hinsichtlich der Länge und Tiefe sowie auch in den Tönen und Bewegungen, sowohl in gerader Richtung nach oben und unten als in den kreisförmigen; denn auf das alles muß der Gesetzgeber seine Aufmerksamkeit richten und allen Bürgern anbefehlen, soviel sie vermögen von der Ordnung der Zahlen nicht abzulassen." [Nomoi 746e–747a].

Natürlich muß der Gesetzgeber selbst, um diesen Auftrag überzeugend ausführen zu können, die Zahlen als Strukturprinzip durchschauen:

„Fünftausendundvierzig nun seien es, um eine passende Zahl anzugeben, welche Grundbesitzer sind und das Land verteidigen. In ebensoviele Teile werden die Ländereien und Wohnungen geteilt, indem Bürger und Ackerlos ein Zusammengehöriges bilden. Zuerst werde die gesamte Zahl in zwei Teile geteilt, dann ebenso in drei, denn sie läßt sich ihrer Natur nach auch in vier, fünf und in steter Aufeinanderfolge bis in zehn Teile teilen. Gewiß muß aber jeder Gesetzgebende soviel über die Zahlen erkannt haben, von welcher Größe und Beschaffenheit eine Zahl sein müsse, um sich für jeden Staat als die brauchbarste zu bewähren. Wir wollen nun diejenige wählen, welche die meisten und am nächsten aufeinander folgenden Teile in sich schließt. Denn die Zahl insgesamt ist zu jedem Behuf in alle Teile zerlegbar, die Zahl 5040 aber läßt sich wohl für den Krieg und für alle Handelsgeschäfte und Verbindungen im Frieden, sowie hinsichtlich der Beisteuern und Verteilungen, durch nicht mehr als 59 Teiler zerlegen, die von eins bis zehn unmittelbar aufeinander folgen." [Nomoi 737e–738a].

Bei Platon gehört Verhältnismäßigkeit zu den Konstituenten von Gerechtigkeit; dieser Aspekt wird bei Aristoteles ausgestaltet, präzisiert und differenziert. Im fünften Buch seiner Nikomachischen Ethik entwickelt Aristoteles eine Theorie der Gerechtigkeit. Er

setzt dabei Gerechtigkeit mit Gleichheit sowie Ungerechtigkeit mit Ungleichheit in Korrespondenz und gelangt so zum Begriff der Proportion als Ordnungsstruktur der Gerechtigkeit:

„Es steht fest, daß der Ungerechte die Gleichheit verletzt und daß die ungerechte Tat Ungleichheit bedeutet. Somit ist klar, daß es auch ein Mittleres zwischen (den Extremen) der Ungleichheit gibt. Das ist das Gleiche. Denn bei jeder Art von Handeln, wo es ein Mehr und ein Weniger gibt, gibt es auch das Gleiche. Wenn nun das Ungerechte Ungleichheit bedeutet, so bedeutet das Gerechte Gleichheit. Das ist eine allgemein verbreitete Annahme, für die kein Beweis verlangt wird. Nachdem aber das Gleiche ein Mittleres ist, muß das Gerechte wohl ein Mittleres sein. Nun setzt aber das Gleiche mindestens zwei Glieder voraus. Folglich muß das Gerechte ein Mittleres und Gleiches sein und eine Beziehung aufweisen, ... Das Gerechte ist also etwas Proportionales ...". [Nikomachische Ethik 1131a].

Aristoteles nutzt dann im weiteren Verlauf seiner Ausführungen die in der Mathematik bekannte Unterscheidung von geometrischer Proportion und arithmetischer Proportion.

Die geometrische Proportion dient Aristoteles als Modell für die verteilende (distributive) Gerechtigkeit. Sie regelt die Aufteilung von Rechten und Pflichten nach Kriterien wie Würdigkeit, Fähigkeit usw.; so sollen verschiedene Einkommen auch entsprechend unterschiedlich besteuert werden. Bei der Aufteilung von Gütern auf Personen erhalten nicht alle Beteiligten gleich viel, sondern jeder erhält den ihm gemäßen Anteil – im Sinne der Proportion. Es ist dies die Gerechtigkeit des öffentlichen Rechts. Bei der ausgleichenden (regulierenden) Gerechtigkeit sind hingegen alle Beteiligten vor dem Gesetz gleich; Leistung und Gegenleistung oder auch Schaden und Ersatz werden unabhängig von den beteiligten Personen einander zugeordnet. Dies geschieht nach dem Modell der arithmetischen Proportion: „So ist das Gerechte als ein Regulierendes nichts anderes als die Mitte zwischen Verlust und Gewinn." Es ist dies diejenige Form von Gerechtigkeit, die dem Privatrecht und dem Strafrecht zugrunde liegt.

Das proportionale Denken finden wir im Bereich des Rechts auch in unserer Zeit. Dazu seien drei Beispiele aus dem Bürgerlichen Gesetzbuch angeführt.

§ 734 [Überschußverteilung] Verbleibt nach der Berichtigung der

gemeinschaftlichen Schulden und der Rückerstattung der Einlagen ein Überschuß, so gebührt er den Gesellschaftern nach dem Verhältnis ihrer Anteile am Gewinne.
§ 748 [Lasten- und Kostentragung] Jeder Teilhaber ist den anderen Teilhabern gegenüber verpflichtet, die Lasten des gemeinschaftlichen Gegenstandes sowie die Kosten der Erhaltung, der Verwaltung und einer gemeinschaftlichen Benutzung nach dem Verhältnisse seines Anteils zu tragen.
§ 2148 [Mehrere Beschwerte] Sind mehrere Erben oder mehrere Vermächtnisnehmer mit demselben Vermächtnisse beschwert, so sind im Zweifel die Erben nach dem Verhältnisse der Erbteile, die Vermächtnisnehmer nach dem Verhältnisse des Wertes der Vermächtnisse beschwert.

3. Recht more geometrico: Hobbes

In der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts versuchte man aus Gründen der Übersichtlichkeit und Praktikabilität das Recht nicht mehr auf Fälle und Quellen zu gründen, sondern begriffliche Leitprinzipien als Maßstab zu verwenden. Dabei mußte natürlich das Problem der Prinzipien und der angemessenen Methode thematisiert werden. Melanchthon (1497–1560) hat sich als erster intensiv für eine Orientierung an der Mathematik eingesetzt. Die Erfolge der Mathematik in den neuen Naturwissenschaften wirkten als zusätzlicher Motivationsschub, auch das Recht nach mathematischem Vorbild zu strukturieren und zu systematisieren. Für derartige Bestrebungen war offensichtlich das Naturrecht wesentlich geeigneter als das positive Recht. Eine besonders detaillierte Darstellung des Naturrechts nach mathematischem Vorbild verdanken wir Thomas Hobbes (1588–1679). Hobbes studierte in Oxford aristotelische Logik und Physik. Nach Beendigung seines Studiums wirkte er als Privatlehrer, zeigte jedoch stets ein sehr sensibles Interesse an politischen Gegenwartsfragen. Als Privatlehrer lebte er von 1629 bis 1631 in Paris; dort bekam er rein zufällig Euklids Elemente in die Hand und war von dem Werk fasziniert. Zunächst begeisterte er sich für die Methode der Präsentation; die Mathematik selbst gewann erst später das Interesse von Hobbes.

Zu jener Zeit tobte in England der Streit zwischen Royalisten

und Parlamentariern; später erschütterte der englische Bürgerkrieg das Land. Hobbes hoffte nun auf eine Lösung des Konflikts zwischen Krone und Parlament nach der Methode des Euklid: aus einigen natürlichen Grundsätzen sollten durch zwingende Deduktion Rechtssätze als Folgerung abgeleitet werden. Hobbes schwebte also ein Naturrecht more geometrico vor – man beachte, daß etwa zur gleichen Zeit Spinoza seine Ethik more geometrico entwarf. Die Axiome seines Systems sah Hobbes in der menschlichen Natur, die erlaubten Schlußregeln lieferte für ihn die menschliche Vernunft. Wichtigstes Axiom bei Hobbes ist [Hobbes 1959; S. 87]: „Das erste und grundlegende Gesetz der Natur geht dahin, daß man den Frieden suche, ...". Aus diesem Axiom leitet Hobbes nun eine Reihe von Folgesätzen ab und beweist dies in Analogie zu den Elementen Euklids durch alleinige Verwendung des grundlegenden Axioms oder schon abgeleiteter Folgerungen. So lautet zum Beispiel die Passage über den Satz, daß Verträge gehalten werden müssen:

„Das zweite der abgeleiteten natürlichen Gesetze verlangt, daß man die Verträge halte und das gegebene Wort nicht breche. In dem vorhergehenden Kapitel ist gezeigt worden, daß das natürliche Gesetz als zur Erhaltung des Friedens notwendig gebietet, daß jeder gewisse Rechte auf andere übertrage, und daß dies ein Vertrag heißt, wenn das Übertragene etwas Zukünftiges ist. Dieser dient aber nur insofern zur Herstellung des Friedens, wenn man das, was man zu tun oder zu unterlassen verspricht, wirklich tut oder unterläßt; Verträge würden nutzlos sein, wenn sie nicht gehalten würden. Da mithin die Einhaltung der Verträge und des gegebenen Wortes zur Herstellung des Friedens nötig ist, so ist sie nach Kapitel 2, Abschn. 2, ein Gebot des natürlichen Gesetzes." [Hobbes 1959; S. 97ff].

Man mag heute darüber streiten, ob die Argumentationen von Hobbes wirklich „Beweise" sind; unbestritten ist jedoch sein Verdienst, die deduktive Methode im Bereich des Naturrechts entfaltet, erprobt und damit als eine mögliche Methode in die Diskussion gebracht zu haben.

4. Formalisierung und Axiomatisierung in der Mathematik und im Recht

Unter Formalisierung verstehen wir die Übersetzung von einer Fachsprache in eine Kunstsprache. In diesem Sinn ist Formalisierung für jede Wissenschaft möglich – ob auch sinnvoll, das ist ein Problem für sich. Durch eine Formalisierung wird in der Regel die Trennung von syntaktischen und semantischen Argumentationen erleichtert bzw. überhaupt erst ermöglicht.

Axiomatisierung bezeichnet ein bestimmtes methodisches Vorgehen. Vorausgesetzt werden die Begriffe Satz und Folgerung. Zu gegebener Satzmenge fragt man nun, ob es ein (kleines) System von Sätzen gibt, aus dem die Satzmenge folgt; jedes solche System heißt ein Axiomensystem der gegebenen Satzmenge. Ob sich ein gegebener Bereich für eine solche Axiomatisierung eignet, hängt natürlich ganz wesentlich davon ab, ob sich die Grundbegriffe Satz und Folgerung präzise einführen lassen.

Formalisierung und Axiomatisierung sind keineswegs zwingend aneinander gebunden, sie können in Wissenschaften unabhängig voneinander zum Einsatz kommen. Formalisierung kann auch in konstruktiv aufgebauten Wissenschaften vorteilhaft verwendet werden; man vergleiche dazu etwa die Ausführungen zum Dialog in Abschnitt 5. dieses Kapitels. Ebenso ist Axiomatisierung ohne Formalisierung möglich; ein klassisches Beispiel hierfür sind die Elemente von Euklid. In der Gegenwart werden jedoch häufig Formalisierung und Axiomatisierung zugleich in den Wissenschaften realisiert; dies hat zumindest den Vorteil, daß Methoden der Logik gewinnbringend genutzt werden können.

Wir wollen auf typische Gemeinsamkeiten und auf signifikante Unterschiede von axiomatischer Mathematik und positivem Recht hinweisen.

Das System der Gesetze soll widerspruchsfrei sein; für ein und denselben Sachverhalt darf nicht aus den Gesetzen sowohl eine Verurteilung als auch ein Freispruch abgeleitet werden können. Auch an Axiomensysteme in der Mathematik stellt man die Forderung der Widerspruchsfreiheit; aus den Axiomen darf nicht ein Satz und zugleich dessen Verneinung beweisbar sein. Im Hinblick auf den Begriff der Vollständigkeit besteht ebenfalls volle Analogie. Für jeden juristischen Sachverhalt bzw. Tatbestand muß aus dem Sy-

Mathematik	Recht
Axiome	Gesetze
math. Sachverhalte	juristische Sachverhalte
Satz	Urteil
Ableitung (Beweis)	Begründung
Forderungen an das System der Axiome:	Forderungen an das System der Gesetze:
widerspruchsfrei	widerspruchsfrei
vollständig	vollständig
entscheidbar	entscheidbar

stem der Gesetze heraus begründbar sein, ob eine Verurteilung oder ein Freispruch zu erfolgen hat. Die Vollständigkeit eines Axiomensystems in der Mathematik besagt entsprechend, daß für jeden Satz entweder er selbst oder seine Verneinung abgeleitet werden kann. Auch sollte das System der Gesetze natürlich entscheidbar sein in folgendem Sinn: bei gegebenem Tatbestand muß durch ein endliches Verfahren entschieden werden können, ob aus den Gesetzen Freispruch oder Verurteilung folgt. Analog heißt ein Axiomensystem der Mathematik entscheidbar, wenn durch ein Verfahren für jeden Satz in endlich vielen Schritten nachgeprüft werden kann, ob er aus den Axiomen beweisbar ist.

In den Begriffsbildungen und deren Interpretationen beobachten wir also weitgehende Gemeinsamkeiten. In der Ausgestaltung zu Theorien gibt es jedoch entscheidende Unterschiede. So kann man in der Mathematik zahlreiche Kriterien herleiten sowohl für Widerspruchsfreiheit als auch für Vollständigkeit als auch für Entscheidbarkeit. Dieser Theorienreichtum kostet aber natürlich seinen Preis. Die Mathematik ist bei dieser Auffassung eine Wissenschaft von Strukturen und Modellen; der Reichtum an Theorie wird durch Distanz von der Wirklichkeit erkauft. Das System der Gesetze hingegen zeichnet sich durch Wirklichkeitsnähe aus; der Preis dafür besteht dann eben in einer gewissen Unzugänglichkeit für abstrakte Theorien.

Für eine genauere Analyse der Begriffe widerspruchsfrei – vollständig – entscheidbar bietet sich das Verfahren der Formalisierung an. Dann ist eine Trennung von Syntax und Semantik möglich und man eröffnet sich den Weg zu syntaktischen (maschinellen) Beweisen in der Mathematik sowie syntaktischen (maschinellen) Urteilsbegründungen bzw. Urteilsfindungen im Recht. Im Bereich der Mathematik sind auf diesem Gebiet bereits beachtliche Erfolge erzielt worden. Im Recht stehen vergleichbare Erfolge noch aus; viele Experten sind auch äußerst skeptisch, ob hier nennenswerte Erfolge überhaupt möglich sind.

Eine wesentliche Komplizierung der Formalisierung im Recht besteht darin, daß zu den klassischen Junktoren ($\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$) und Quantoren ($\forall$, $\exists$) auch noch deontische Operatoren hinzukommen. Denn zum Grundwortschatz der juristischen Fachsprache gehören zum Beispiel „Verbot" und „Gebot"; für diese Begriffe gibt es in der klassischen Mathematik kein Analogon.

5. Dialog in der Mathematik und im Recht

Wir hatten schon darauf hingewiesen, daß Formalisierung keineswegs nur in Verbindung mit Axiomatisierung verwendet werden kann. In der Mathematik hat insbesondere Lorenzen für eine konstruktive Alternative zur axiomatischen Auffassung plädiert. Dennoch ist auch Lorenzens Präsentation von Mathematik formalisiert. An die Stelle von Beweisen aus Axiomen treten bei Lorenzen Gewinnstrategien in einem Dialog. Der Dialog wird zwischen einem Proponenten, der einen Satz behauptet, und einem Opponenten geführt. Für den Dialog selbst gelten eine Reihe von Regeln, die wir hier nicht im Detail wiedergeben. Stattdessen führen wir für einen einfachen und bekannten Satz einen möglichen Dialog konkret vor

Proponent	Opponent
$\forall x \forall y\ x+1=y+1 \rightarrow x=y$	
	$x=2?$
$\forall y\ 2+1=y+1 \rightarrow 2=y$	
	$y=1?$
$2+1=1+1 \rightarrow 2=1$	
	$2+1=1+1$ (Primaussage!)
?	

Da der Opponent die vom Proponenten angegriffene Primaussage $2+1=1+1$ nicht verteidigen kann, hat der Proponent den Dialog gewonnen. Übrigens darf der Proponent nur Primaussagen angreifen und angegriffene Primaussagen müssen sofort verteidigt werden.

Das Beispiel zeigt deutlich, wie hier Mathematik getrieben wird. Ein Satz – zum Beispiel $\forall x \forall y\ x+1=y+1 \rightarrow x=y$ – gilt als wahr, wenn der Proponent ihn in jedem Dialog gegen jeden Angriff verteidigen kann, wenn er also im Besitz einer Gewinnstrategie ist. Es soll aber nicht verschwiegen werden, daß auch Dialoge und Gewinnstrategien keineswegs frei von Längen und Komplikationen sind.

Philipps hat darauf hingewiesen, daß sich analoge Argumentationen auch im Bereich des Rechts anbieten. Auch hier sei es keineswegs immer nötig, den langen Weg bis zu den Axiomen, d. h. Gesetzen, zu durchlaufen: „Die Beendigung eines konkreten Streitfalles kann auch dadurch erfolgen, daß die Parteien auf einer gewissen Ebene Konsens erreichen, daß eine Partei in Beweisnot gerät oder daß sie resigniert, weil sie keine Aussicht ..." [Philipps 1972, S. 223]. Eine brauchbare Methode, gewisse Streitfälle rasch zu lösen, sieht Philipps im rechtlichen Dialog. Wir schildern hier das von ihm in seinem Aufsatz genannte Beispiel.

Ein Beklagter hat sich gegenüber dem Kläger verpflichtet, in einem Gebiet für seine Produkte nicht mehr zu werben – außer bei solchen Personen, die schon Kunde bei ihm sind.

Für die Formalisierung arbeiten wir mit zwei Sorten von Variablen: Personenvariablen (x, y, ...) und Werbevariablen (a, b, ...). Kx stehe für „x ist Kunde" und Wax stehe für „mit a wird bei x geworben". Der Beklagte ist dann die folgende Verpflichtung eingegangen:

$$\forall x(\neg Kx) \rightarrow \neg(\exists a Wax).$$

Diese Verpflichtung muß der Beklagte als Proponent gegenüber seinem Kläger als Opponent verteidigen. Ein möglicher Verlauf des Dialogs:

Proponent	Opponent
$\forall x(\neg Kx) \rightarrow \neg(\exists a Wax)$	
	$x = x_1$?
$(\neg Kx_1) \rightarrow \neg(\exists a Wax_1)$	
	$\neg Kx_1$
$\neg(\exists a Wax_1)$	
	Wa_1x_1
Kx_1	
	?

Einige Erläuterungen dürften hilfreich sein. Der Opponent bringt per $x = x_1$? die Person x_1 zur Sprache. Auch wenn x_1 Kunde ist, braucht der Beklagte dies nicht bei diesem Angriff zu verraten. Er kann auch antworten: wenn x_1 nicht Kunde ist, so wurde bei x_1 nicht geworben. Auf den neuerlichen Angriff des Opponenten mit $\neg Kx_1$ könnte der Proponent mit Kx_1 antworten; in diesem Dialog reagiert er jedoch mit $\neg(\exists a Wax_1)$. Nun folgt der Angriff Wa_1x_1. Angenommen, diese Primaussage ist richtig, d. h. mit a_1 wurde bei x_1 geworben. Dann wird der Proponent diese Primaussage nicht angreifen, sondern seinen Joker ausspielen: Kx_1, d. h. x_1 ist Kunde. Kann er diese Primaussage verteidigen, so hat er den Dialog gewonnen.

VIII. Philosophie und Mathematik

1. Einführung

Die Reihenfolge der Disziplinen, deren Beziehungen zur Mathematik in dieser Untersuchung dargestellt wurden, war keineswegs zwingend vorgegeben: Geschichte hätte vor der Sprache behandelt werden können, Dichtung erst im Anschluß an das Recht. Die Philosophie jedoch läßt sich in diesem Kanon nicht beliebig plazieren oder verschieben; sie spielt eine Sonderrolle – nicht nur in bezug auf Mathematik, sondern ganz allgemein in Kombination mit jeder anderen Wissenschaft. Denn durch Kontakt oder Konfrontation mit Philosophie wird jede Wissenschaft zwangsläufig auf ihre Grundlagen, ihre Begründung verwiesen. Dies gilt auch für die Mathematik; deshalb konnte „Philosophie und Mathematik" nur zu Beginn oder als Abschluß aufgerufen werden – wir haben uns für den Abschluß entschieden.

Die Interdependenzen zwischen Mathematik und Philosophie sind so vielfältig und umfangreich, sowohl in historischer als auch in systematischer Hinsicht, daß selbst ein eigenes Buch über diese Beziehungen die Fülle der Themen auch nicht annäherungsweise ausloten könnte. Deshalb müssen wir uns hier auf einige wenige Aspekte beschränken, die aber hoffentlich doch die Vielfalt der Beziehungen zwischen Philosophie und Mathematik ahnen lassen.

2. Maßstab für jede Begegnung von Mathematik und Philosophie: Platon

Platon lebte von 429 bis 347 v. Chr. In seiner Jugend schloß er sich Sokrates an und verbrachte knapp zehn Jahre in dessen Lebens- und Wirkungskreis. Nach Sokrates' Tod unternahm Platon zunächst ausgedehnte Reisen; im Anschluß daran gründete er die Akademie, die er weiter ausbaute und bis an sein Lebensende geleitet hat. Diese Akademie entwickelte sich in jener Zeit zum geistigen Zentrum Griechenlands.

Platons Denken enthält Einsichten und Aufschlüsse über die Beziehungen von Mathematik und Philosophie, die durch den Reich-