



Praktikum Physik

Protokoll zum Versuch 3: Drehschwingungen

Durchgeführt am 27.10.2011

Gruppe X

Name 1 und **Name 2**

(abc.xyz@uni-ulm.de)

(abc.xyz@uni-ulm.de)

Betreuer:

Wir bestätigen hiermit, dass wir das Protokoll selbstständig erarbeitet haben und detaillierte Kenntnis vom gesamten Inhalt haben.

Name 1

Name 2

Inhaltsverzeichnis

1. Frequenz und Dämpfung der freien Schwingung	
1.1 Versuchsaufbau	3
1.2 Frequenzbestimmung der freien Schwingung	4
1.3 Amplitudenabnahme unter Dämpfung	5
2. Computersimulation	
2.1 Freie Schwingung	7
2.1.1 Schwingfall	8
2.1.2 Kriechfall	8
2.1.3 Aperiodischer Grenzfall	8
2.2 Erzwungene Schwingung	9
2.3 Matlab Simulation	10
2.4 Infrarotspektroskopie	12
3. Erzwungene Schwingungen am Pol'schen Rad	
3.1 Resonanzfrequenzbestimmung	14
3.2 Phasenkurve	15

1. Frequenz und Dämpfung der freien Schwingung

1.1 Versuchsaufbau

Das verwendete Drehpendel, auch „Pohl'sches Rad“ genannt, besteht aus einem flachen, um eine horizontale Achse drehbaren Kupferring. Dieser wird mittels einer Spiralfeder mit einem um die Achse drehbaren Hebel verbunden. Je nach gewünschter Schwingung (frei oder erzwungen) steht dieser Hebel still bzw. wird von einem äußeren Motor angetrieben. Die Amplitude der Schwingung kann mittels einer Skala am Rand des Kupferrings abgelesen werden. Eine gedämpfte Schwingung kann mittels einer Wirbelstrombremse simuliert werden, wobei der Kupferring zwischen den Polschuhen und einem Elektromagneten läuft.

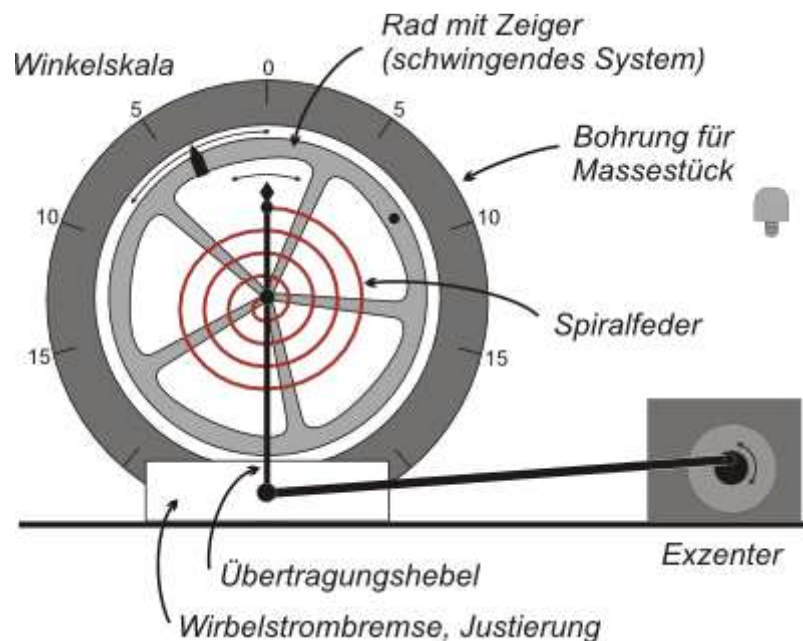


Abb. 1: Pohl'sches Rad

(Quelle: <https://lp.uni-goettingen.de/get/image/181> Stand: 30.10.2011)

1.2 Frequenzbestimmung der freien Schwingung

Nachdem man sich mit dem Drehpendel vertraut gemacht hatte, bestimmte man die Frequenz ν der freien Schwingung des Drehpendels ohne zusätzliche Dämpfung.

Dies wurde durch dreimaliges Messen der für 10 Perioden benötigten Zeit erreicht.

Die Messung ergab folgende Werte:

Tabelle 1: Messwerte Periodendauer

Messung #	Zeit für 10 Perioden [s]	Periodendauer [s]
1	20 ± 0,6	2
2	19,8 ± 0,6	1,98
3	19,6 ± 0,6	1,96
Mittelwert	19,8 ± 0,6	1,98 ± 0,06

Den Mittelwert der Periodendauer \bar{T} berechnet man mit der Formel

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i \quad (1)$$

Die mittlere Frequenz $\bar{\nu}$ wird aus der mittleren Periodendauer \bar{T} folgendermaßen berechnet:

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\bar{T}} \quad (2)$$

Ergebnis: $\bar{\nu} = \frac{1}{1,98\text{s}} = 0,505 \frac{1}{\text{s}}$

Fehlerberechnung

- Fehlerursachen:
- Ungenauigkeit der Stoppuhr
 - menschliche Reaktionszeit

Größtfehlerberechnung: $\Delta \nu = \left| \frac{\partial \nu}{\partial T} \right| \cdot \Delta T = \left| -\frac{1}{T^2} \right| \cdot \Delta T$

Ergebnis: $\Delta \nu = 0,016 \frac{1}{\text{s}}$

1.3. Amplitudenabnahme unter Dämpfung

Im zweiten Versuch mit dem Pohl'schen Rad beobachtete man die Abnahme der Amplitude der Schwingung des Drehpendels bei einer Dämpfungsspannung von 2 Volt. Mit Hilfe der Ergebnisse wurde das logarithmische Dekrement k und die Dämpfungskonstante β bestimmt.

Unter dem logarithmischen Dekrement versteht man den natürlichen Logarithmus des Dämpfungsverhältnisses K .

$$\ln K = \beta * T \quad (3)$$

$$K = \frac{x_n}{x_{n+1}} = e^{\beta T} \quad (4)$$

Folgende Messwerte wurden ermittelt

Tabelle 2: Messwerte Amplituden und Periodendauer unter Dämpfung

Schwingung #	Amplitude links [LE]	Amplitude rechts [LE]	Zeit links [ms]	Zeit rechts [ms]	Periodendauer T
Start (0)		18	936	1029	1965
1	15,2	15,8	938	1031	1969
2	13,8	14,4	940	1034	1974
3	12,4	12,8	942	1036	1978
4	11,2	11,8	943	1037	1980
5	10	11	943	1038	1981
6	9	9,6	943	1040	1983
7	8,2	8,8	943	1042	1985
8	7,4	7,8	943	1044	1987
9	6,6	7,2	941	1046	1987
10	6	6,4	940	1050	1990
11	5,4	5,8	937	1054	1991
12	4,8	5,2	934	1057	1991
13	4,2	4,6	930	1062	1992
14	3,8	4,2	924	1067	1991
15	3,4	4	916	1077	1993
16	3	3,4	907	1083	1990
17	2,6	3	895	1094	1989
18	2,2	3,8	883	1104	1987
Mittelwert					1984

Bestimmung des logarithmischen Dekrements:

Für die Bestimmung des logarithmischen Dekrements wird neben der nun ermittelten Periodendauer außerdem noch die Dämpfungskonstante β benötigt. Diese kann aus folgendem Diagramm gelesen werden, in dem die Periode gegen den Mittelwert des Ausschlags aufgetragen ist.

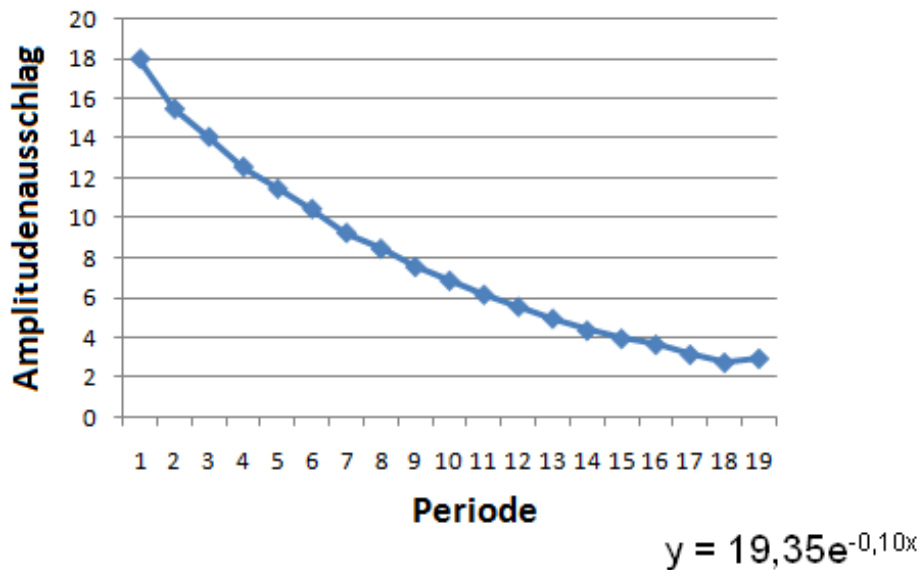


Abb. 2: Amplitudenverlauf bei 2V Dämpfungsspannung

Für β erhält man durch die angenäherte Funktion $y = 19,35e^{-0,1x}$ somit einen Wert von $0,1\frac{1}{s}$.

$$\beta = 0,1\frac{1}{s}$$

Eingesetzt in (3) ergibt sich für K:

$$\ln K = 0,1\frac{1}{s} * 1,984s = 0,1984$$

$$K = e^{0,1984} = 0,820$$

2. Computersimulation

2.1. Freie Schwingung

Bei der freien Schwingung wird im Gegensatz zur erzwungenen Schwingung keine Frequenz vorgegeben, sondern nur durch anfängliches Auslenken des Schwingsystems eine Schwingung erzeugt.

Je nachdem ob die Dämpfung β größer, kleiner oder gleich ω_0 ist ergeben sich bei der freien Schwingung drei verschiedene Fälle:

- Schwingfall für $\omega_0 > \beta$ (Abb. 3: Grüne Funktion)
- Kriechfall für $\omega_0 < \beta$ (Abb. 3: Türkise Funktion)
- Aperiodischer Grenzfall für $\omega_0 = \beta$ (Abb. 3: Blaue Funktion)

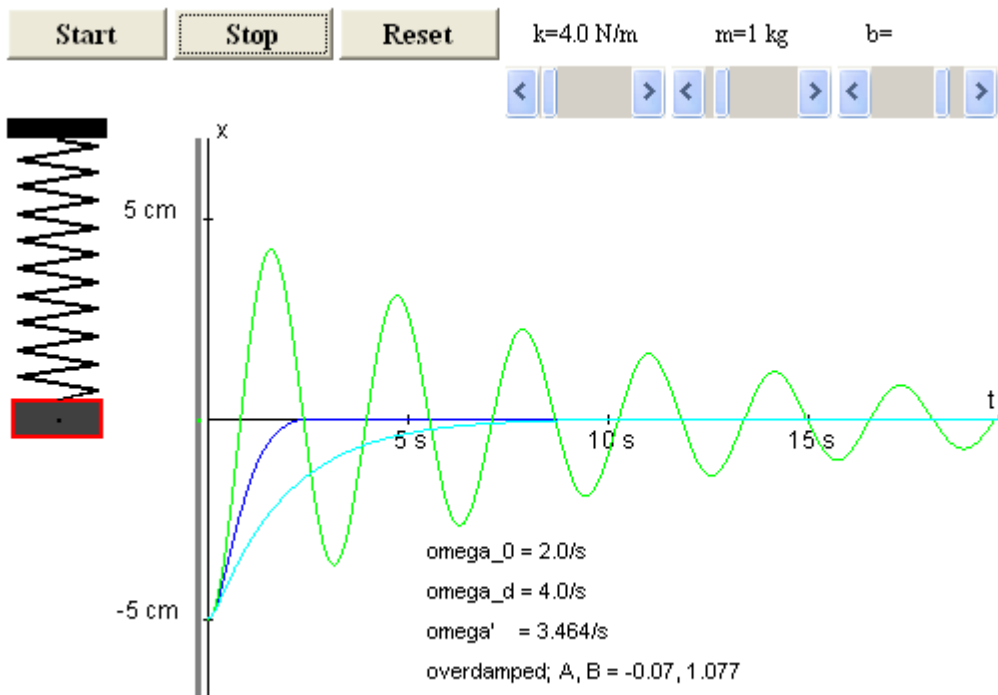


Abb. 3: Schwingfall, Kriechfall, aperiodischer Grenzfall

2.1.1 Schwingfall

Beim Schwingfall ist die Dämpfung des schwingfähigen Systems so gering, dass das System schwingend in die Gleichgewichtslage zurückfällt. Die Amplitude fällt exponentiell ab, je höher die Dämpfung β , desto schneller. (Siehe Abb. 3: Grüne Funktion)

Bei einer freien gedämpften Schwingung tritt dieser Fall für $\beta < \omega_0$ ein.

Simuliert wurde der Versuch mit den Einstellungen:

- Masse $m = 1\text{ kg}$
- Federkonstante $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
- Dämpfung $b = 0,2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ ($b = \beta \cdot 2m$)

2.1.2. Kriechfall

Beim Kriechfall ist die Dämpfung so hoch, dass die Amplitude nur sehr langsam wieder in den Gleichgewichtszustand zurückfällt. (Siehe Abb. 3: Türkise Funktion)

Bei einer freien gedämpften Schwingung tritt dieser Fall für $\beta > \omega_0$ ein.

Simuliert wurde dieser Versuch mit den Einstellungen:

- Masse $m = 1\text{ kg}$
- Federkonstante $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
- Dämpfung $b = 8 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

2.1.3. Aperiodischer Grenzfall

Beim aperiodischen Grenzfall geht die Amplitude schnell zurück in den Gleichgewichtszustand, allerdings ohne zu schwingen. Dieser Fall tritt nur beim Übergang von Schwing- zu Kriechfall auf, es gibt somit eine charakteristische Dämpfung, die systemabhängig ist. (Siehe Abb. 3: Blaue Funktion)

Bei einer freien gedämpften Schwingung tritt dieser Fall für $\beta = \omega_0$ ein.

Simuliert wurde dieser Versuch mit den Einstellungen:

- Masse $m = 1\text{ kg}$
- Federkonstante $k = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
- Dämpfung $b = 3,4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

Theoretisch: $\beta = \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \rightarrow b = 2m \cdot \beta = 4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

2.2 Erzwungene Schwingung

Bei der erzwungenen Schwingung wird die Frequenz von außen vorgegeben. Das Pendel passt sich dieser Frequenz nach einer bestimmten Einschwingzeit an.

In diesem Teil der Computersimulation wurde versucht die Resonanzfrequenz ω_0 eines Pendels zu finden indem die Anregungsfrequenz verändert wurde. Durch Anregen des Pendels in seiner Eigenfrequenz (Resonanzfrequenz) wird auf das System immer mehr Energie gebracht, da der durch Dämpfung erzeugte Energieverlust geringer ist als die zugeführte Energie, es kommt zur Resonanzkatastrophe.

Der Phasenunterschied zwischen Anregungsfrequenz und Pendelfrequenz ist dabei 90° bzw. $\frac{\pi}{2}$, so kann die Energie am besten auf das System übertragen werden. (Siehe Abb. 5 und 6)

Berechnet werden kann die Anregungsfrequenz aus der Wurzel der Federkonstanten, in diesem Fall $\sqrt{5}$. (Siehe Abb. 4)

Untersucht wurde außerdem die Zeit bis zur Resonanzkatastrophe, abhängig von der Dämpfung. Je stärker die Dämpfung, desto länger die Zeit bis zur Resonanzkatastrophe.

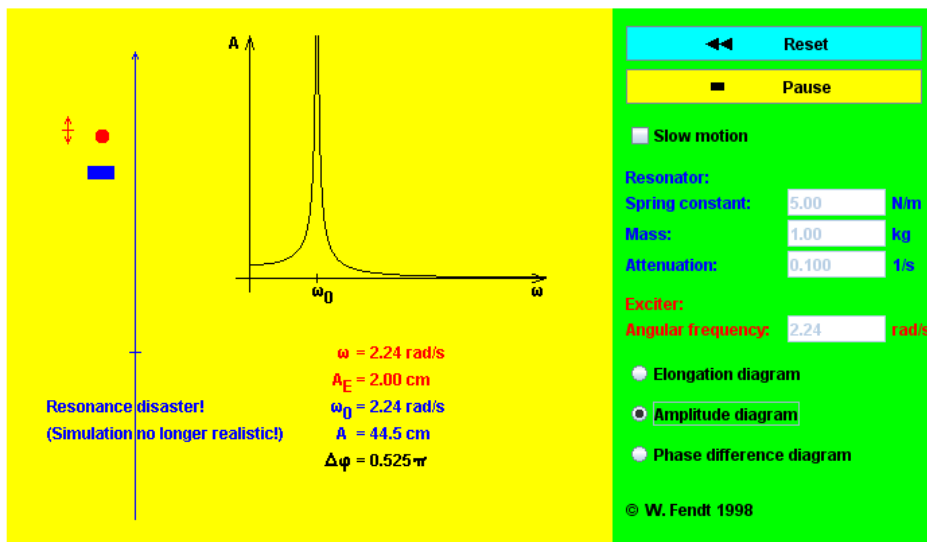


Abb. 4: Amplitude abhängig von der Anregungsfrequenz

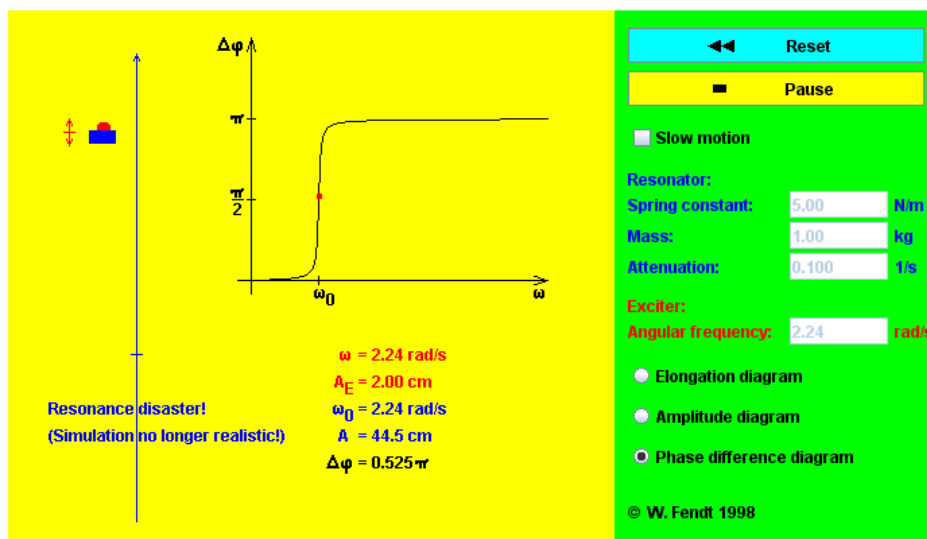


Abb. 5: Phasenunterschied abhängig von Anregungsfrequenz

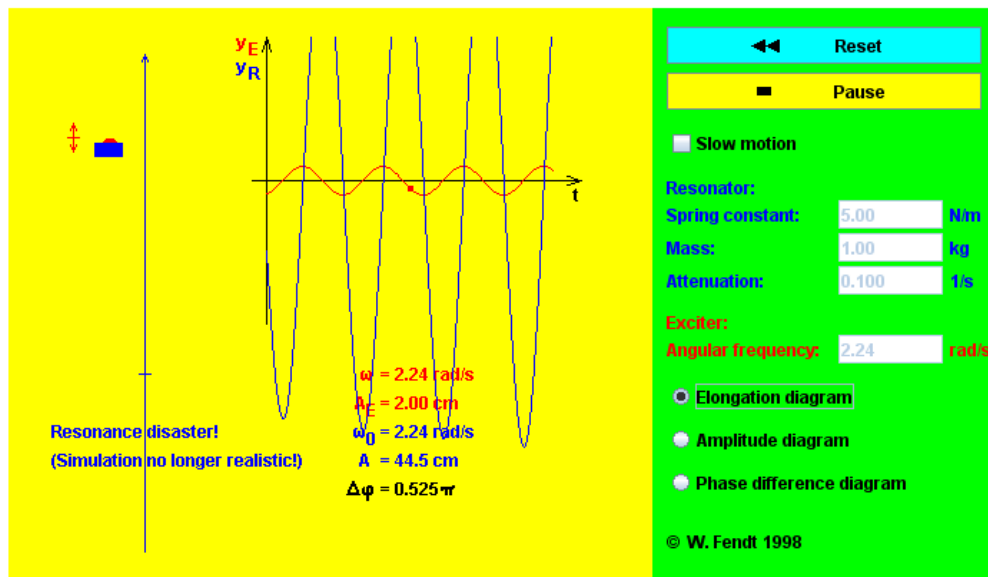


Abb. 6: Anregungsfrequenz (rot) und Pendelfrequenz (blau)

2.3. Matlab-Simulation

In der Matlab-Simulation wurde ein Pendel, das mit zufälligen Werten für Masse und Federkonstante generiert wurde, mit zwei verschiedenen Dämpfungskonstanten β untersucht (Abb. 7 und 8). Dabei wurden die Phasenverschiebung φ und der Amplitudenausschlag A protokolliert und daraus die unbekannte Masse m berechnet.

Die zwei Dämpfungskonstanten waren dabei: $\beta_1 = 0,31 \frac{1}{s}$; $\beta_2 = 0,71 \frac{1}{s}$

Auswertung:

Maximalamplituden: $A_1 = 0,75m$; $A_2 = 0,35m$

Folgende Formel wurde zum berechnen der Masse m verwendet:

$$m = \frac{K}{\omega_{res}^2 + 2\beta^2}$$

$m_1 = 1,42\text{kg}$; $m_2 = 1,42\text{kg}$

Die Masse betrug somit **$m = 1,42\text{kg}$** .

Diskussion:

Bei größeren Dämpfungen sinkt der maximale Amplitudenausschlag und die Resonanzfrequenz sinkt ab.

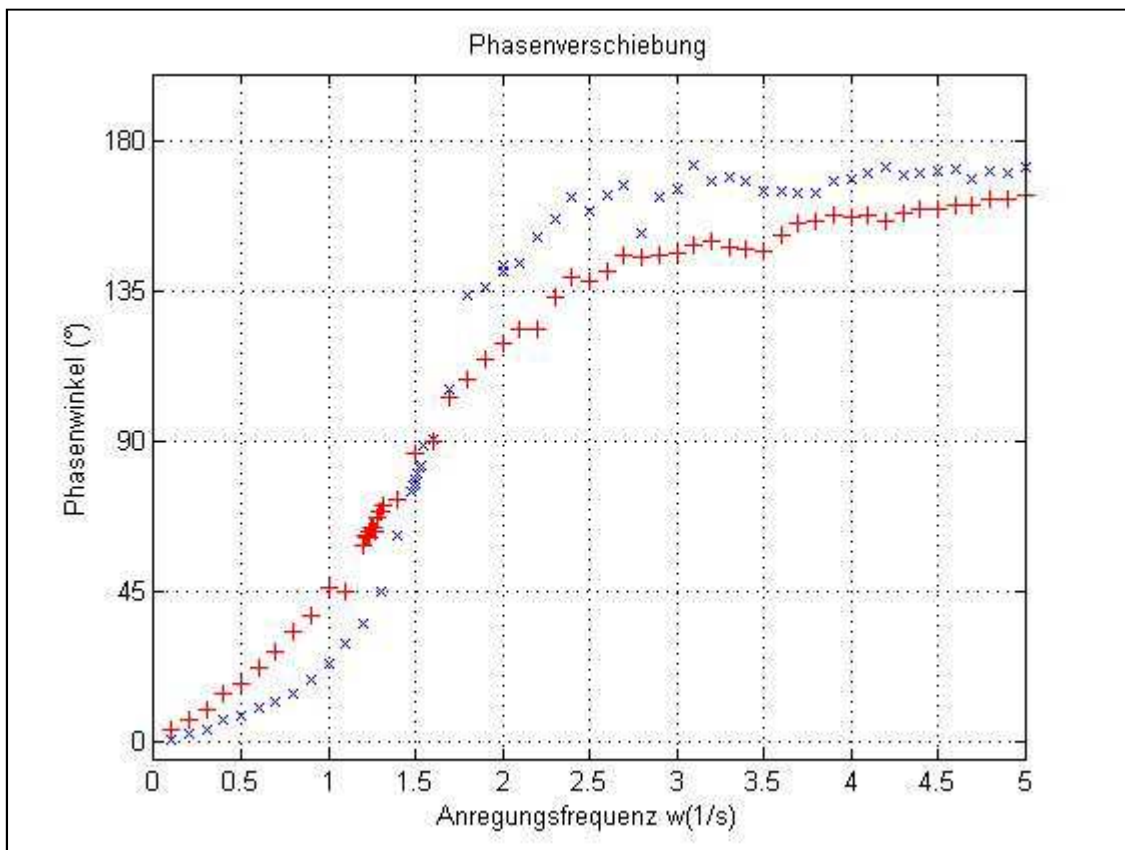


Abb. 7: Phasenverschiebung abhängig von der Anregungsfrequenz bei verschiedenen Dämpfungskonstanten

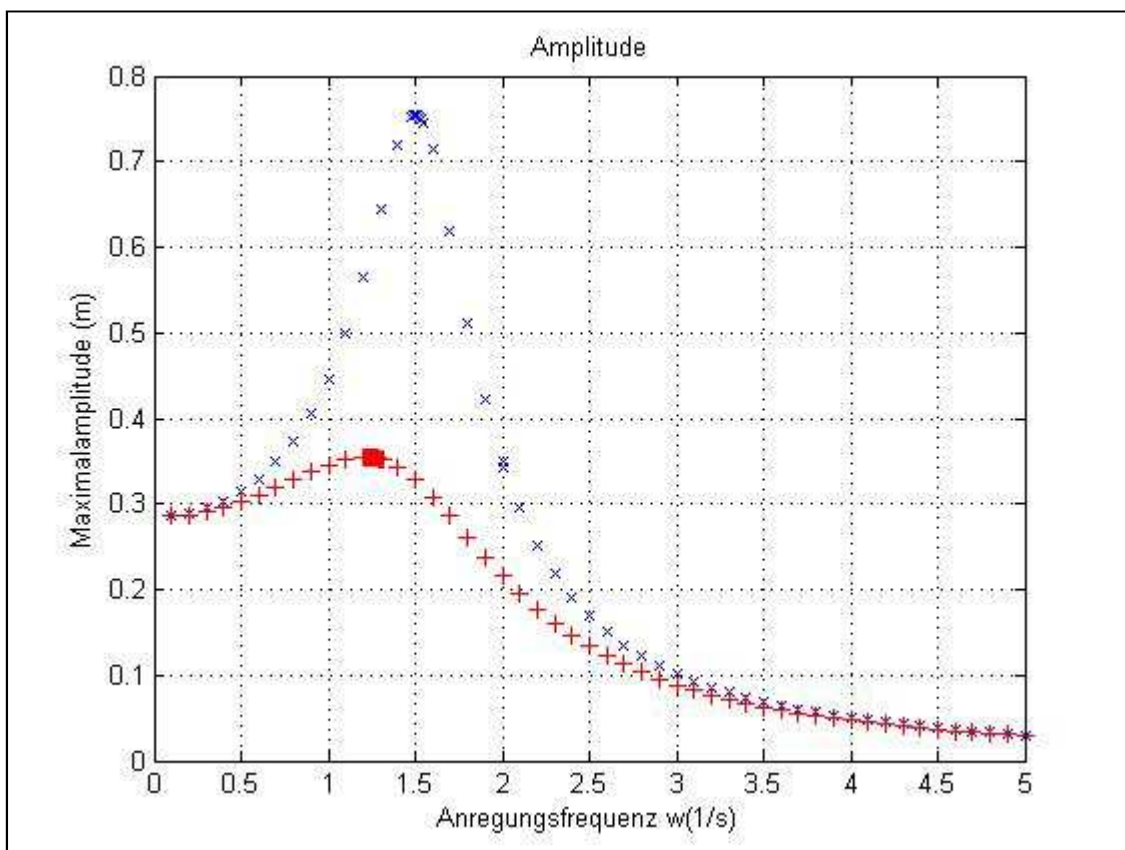


Abb. 8: Amplitudengang

2.4. Infrarotspektroskopie

In diesem computersimulierten Versuch wurde das Verhalten von Acetaldehyd bei Anregung mit elektromagnetischen Wellen im infraroten Spektralbereich untersucht. Durch diese Wellen werden Elektronen in höhere Energieniveaus angehoben, dessen Niveaus spezifisch für bestimmte Moleküle sind. Dieses Verfahren findet Anwendung in der Analyse von unbekanntem Substanzen und bei der Strukturaufklärung.

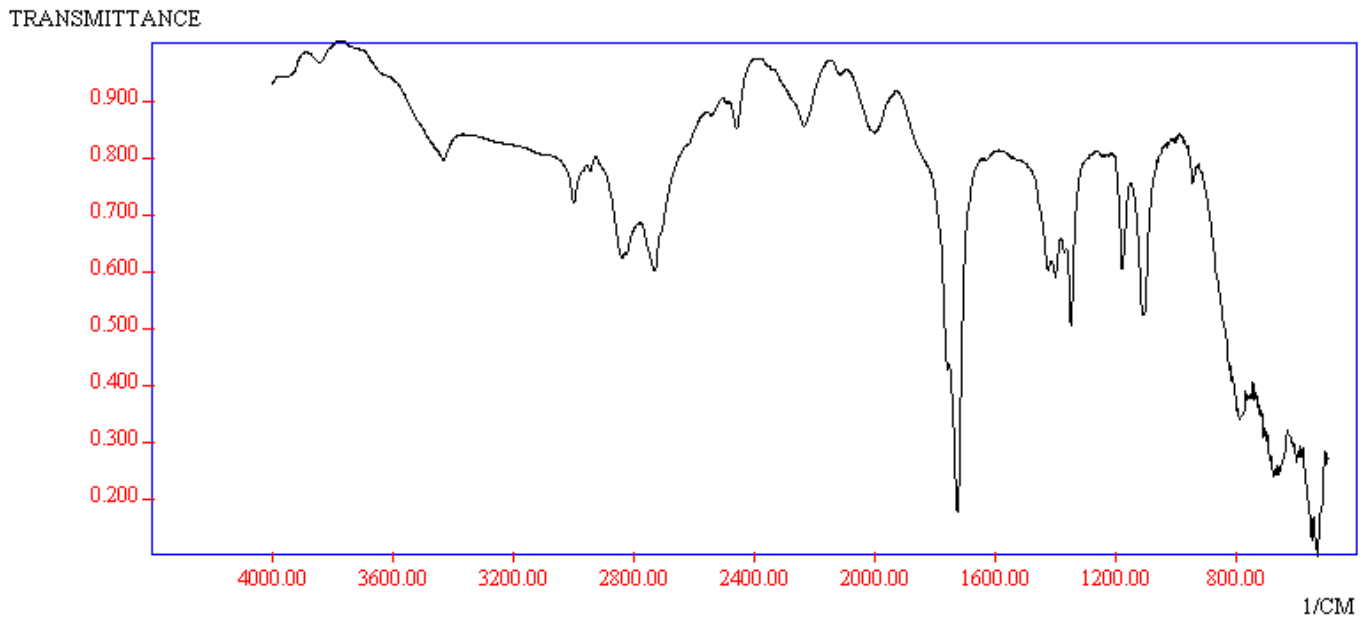


Abb. 9: Infrarotspektrum Acetaldehyd

In der Abbildung 9 ist beispielsweise eine sehr hohe Adsorption von Wellen im Bereich von ca. 1700nm, was spezifisch für die Aldehydfunktion ist. Die Resonanz der Wasserstoffe liegt im Allgemeinen im Bereich größer 1700nm, die der C-C Doppelbindung im Bereich kleiner 1700nm.

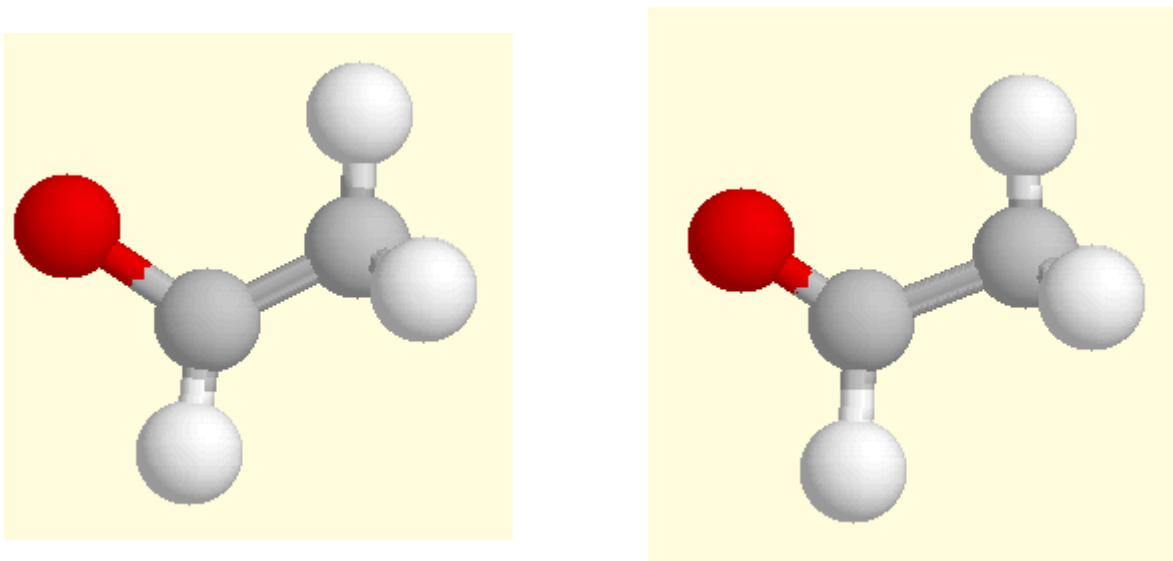


Abb. 10 : Schwingung des Sauerstoffs im Acetaldehyd bei Anregung mit 1700nm Wellenlänge

3. Erzwungene Schwingungen am Pol'schen Rad

3.1 Resonanzfrequenzbestimmung

Bei einer Dämpfungsspannung von 2 Volt wurde die Resonanzfrequenz des Drehpendels, ähnlich der Computersimulation gesucht. Dazu wurde die Anregungsfrequenz in kleinen Abständen erhöht, bis die Amplitude einen Höhepunkt erreicht hatte und daraufhin wieder abfiel.

Folgende Werte wurden ermittelt:

Tabelle 3: Resonanzfrequenzbestimmung

Anregungsfrequenz [FE]	Phasenverschiebung [ms]	Periodendauer links [ms]	Periodendauer rechts [ms]	Auslenkung links [LE]	Periodendauer gesamt [ms]
420	115	1068	1119	2,6	2187
425	122	1058	1104	3,2	2162
430	136	1045	1092	4,2	2137
435	152	1035	1078	4,2	2113
440	173	1024	1067	5,1	2091
445	203	1007	1057	6,2	2064
450	250	992	1047	8	2039
455	313	979	1040	9,9	2019
460	409	965	1033	12,1	1998
465	615	954	1021	13	1975
470	810	949	1005	8,2	1954
475	856	943	991	5,7	1934
480	890	936	979	4,2	1915

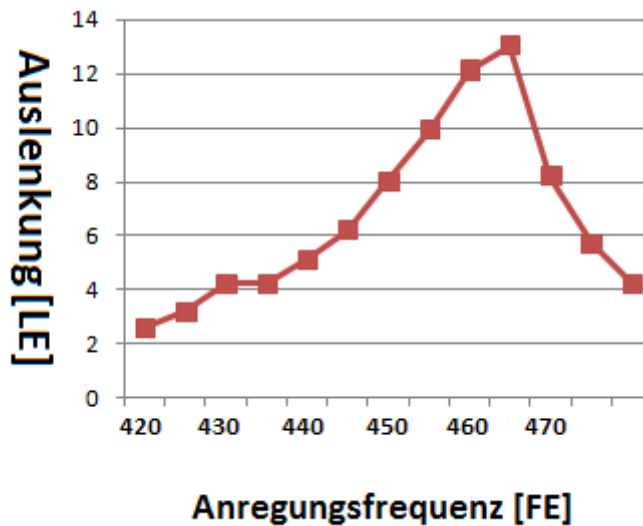


Abb. 11: Auslenkung Grafisch dargestellt

Folglich liegt die Resonanzfrequenz des Drehpendels bei etwa 460-465 Frequenzeinheiten, da hier der stärkste Ausschlag zu beobachten war.

3.2. Resonanz- und Phasenkurve

Bei einer Dämpfungsspannung von 2 Volt wurde die Phasendifferenz und Amplitude bei verschiedenen Erregerfrequenzen untersucht.

Aus der Phasenzeitdifferenz Δt zwischen Anregungs- und Pendelfrequenz kann die Phasenverschiebung φ mit folgender Formel berechnet werden.

$$\varphi = 360^\circ * \left(\frac{\Delta t}{T}\right) \quad (5)$$

Man kommt zu folgenden Ergebnissen.

Tabelle 4: Phasenwinkel

Anregungsfrequenz [FE]	Phasenverschiebung [ms]	Periodendauer gesamt [ms]	Phasenwinkel [°]
420	115	2187	18,9
425	122	2162	20,3
430	136	2137	22,9
435	152	2113	25,9
440	173	2091	29,8
445	203	2064	35,4
450	250	2039	44,1
455	313	2019	55,8
460	409	1998	73,7
465	615	1975	112,1
470	810	1954	149,2
475	856	1934	159,3
480	890	1915	167,3

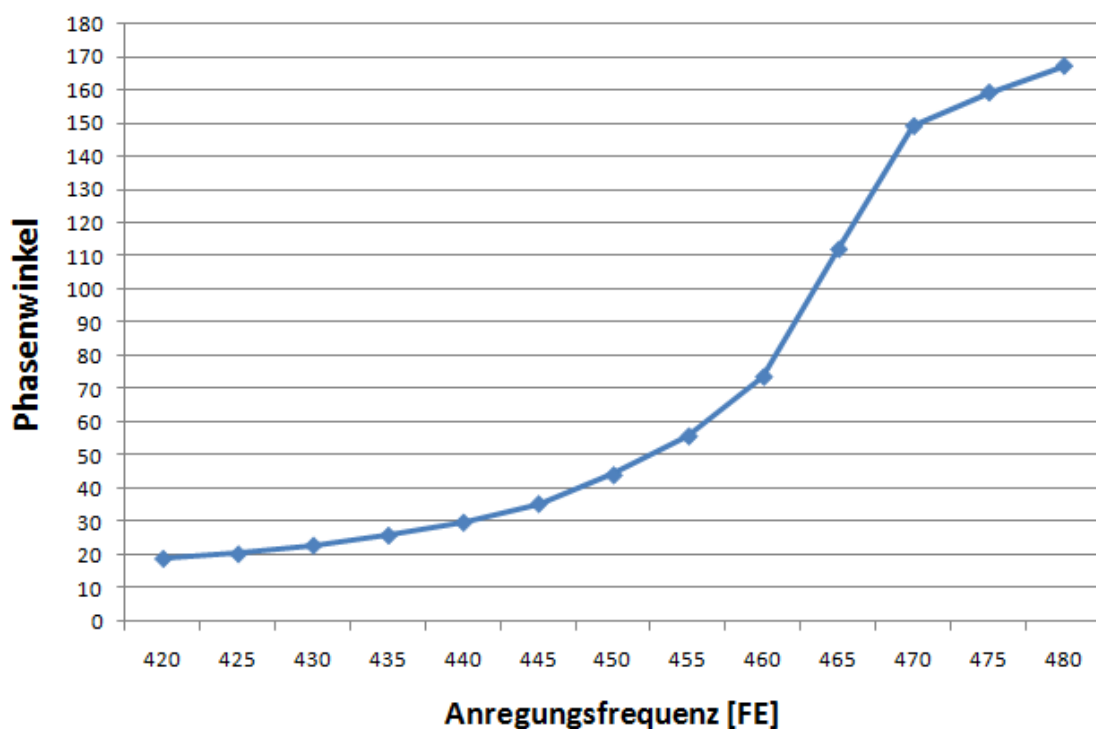


Abb. 12: Phasenverschiebung abhängig von der Resonanzfrequenz

3.3. Auswertung und Vergleich

Mit Hilfe der Resonanzkurve (s. Abb. 11) kann die Halbwertsbreite H , also die Breite der Funktion an der Stelle der Hälfte der maximalen Energie, berechnet werden. Dazu muss man die maximale Auslenkung durch $\sqrt{2}$ teilen und die Breite an dieser Stelle bestimmen.

In diesem Fall wurde die Halbwertsbreite einer angenäherten Funktion bestimmt:

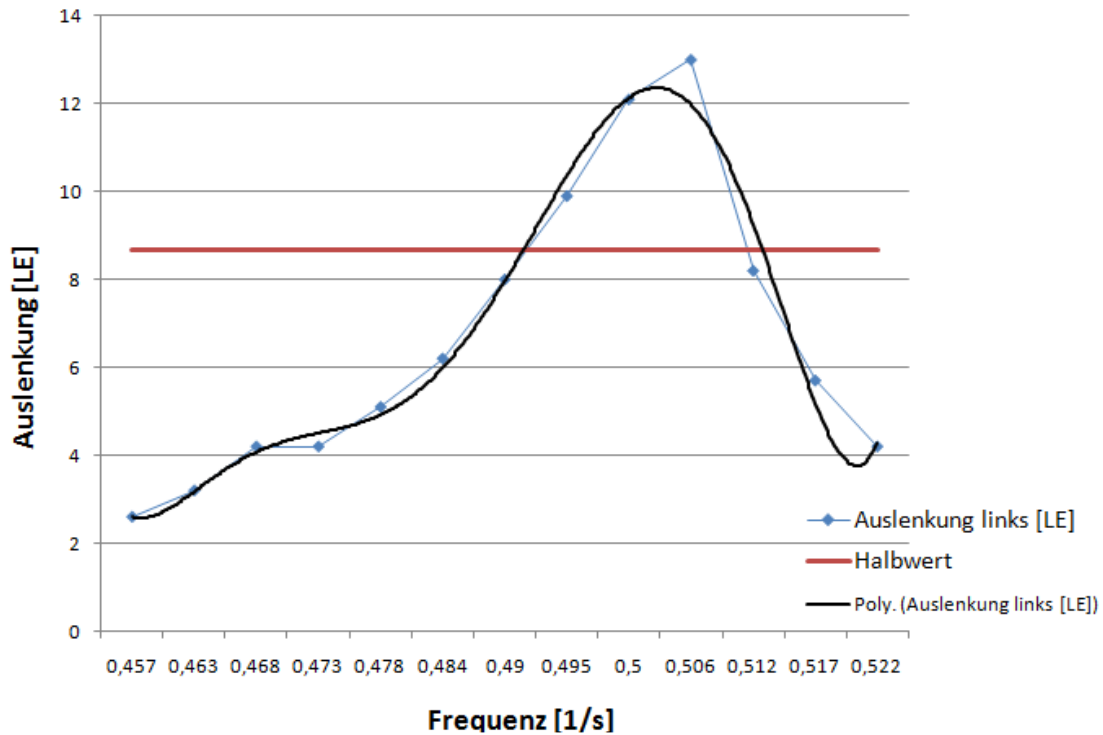


Abb. 13: Resonanzfrequenz

Womit man auf einen Wert von $H \approx 0,024 \frac{1}{s}$

Mit dieser Breite kann die Dämpfung β berechnet werden.

$$\beta = H * \pi \quad (6)$$

Eingesetzt ergibt sich damit ein Wert für die Dämpfung von $\beta = 0,0754 \frac{1}{s}$

Vergleich mit 1.2

In 1.2 wurde eine Dämpfung von $\beta = 0,1 \frac{1}{s}$ berechnet. Der Wert aus 3.2 müsste im Idealfall identisch sein, da die Dämpfung spezifisch für ein System ist.

Fehlerursachen:

- Genaue Resonanzfrequenz wurde im Experiment nicht gefunden
- Ungenauigkeit durch wenige Messwerte
- Nur Auslenkung auf der linken Seite bestimmt