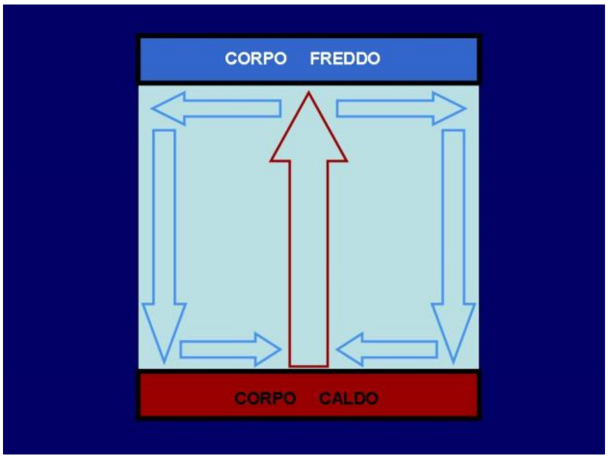
CONVEZIONE

La convezione è un processo di trasporto di energia mediante l'azione combinata della conduzione, dell'accumulo di energia e del mescolamento: a livello molecolare, allo scambio termico per conduzione si affianca infatti un trasporto di energia interna dovuto al moto relativo delle particelle. E' il più importante meccanismo di scambio termico tra una superficie solida ed un liquido o un gas.

La trasmissione di energia per convezione, da una superficie la cui temperatura sia superiore a quella del fluido circostante, avviene in diversi stadi: dapprima il calore passa per conduzione dalla superficie alle particelle di fluido adiacenti e l'energia così trasmessa fa quindi aumentare l'energia interna e la temperatura delle particelle.

Poiché il flusso di calore dalla superficie al fluido genera variazioni della densità degli strati fluidi ad esso più prossimi, si genera un moto del fluido più leggero verso l'alto che, incontrando regioni del fluido a temperatura minore, si mescola ad esso cedendo parte della sua energia ad altre particelle. Si ha quindi flusso tanto di materia che di energia, essendo questa immagazzinata nelle particelle ed asportata dal loro moto. Quando, infine, le particelle di fluido riscaldate raggiungono una regione a temperatura minore, nuovamente del calore viene trasmesso per conduzione dalle particelle di fluido più calde a quelle più fredde.



La trasmissione del calore per convezione si distingue in convezione ***naturale*** e ***forzata***, secondo la causa che determina il moto. Quando esso dipende unicamente da differenze di densità dovute a gradienti di temperatura, si parla di ***convezione naturale***, quando invece è dovuto a cause indipendenti dalla trasmissione di calore, quali differenze di pressione indotte da agenti esterni come una pompa o un ventilatore, ha luogo la ***convezione forzata***. In entrambi i casi, i moti convettivi trasferiscono l'energia interna del fluido in modo essenzialmente analogo.

Analizzando il meccanismo di scambio termico nella zona adiacente la superficie si osserva come il calore fluisca solo per conduzione, per cui la potenza termica scambiata vale:

$$q = -kA\frac{\partial T}{\partial n}$$ con n versore normale alla superficie.

La stessa potenza si trasmette poi nel fluido e può essere espressa dalla semplice relazione:

$$q = hA\left(T_S - T_f\right)$$ **Equazione di NEWTON**

dove T_S è la temperatura della superficie e T_f quella del fluido, ad una distanza tale dalla superficie da non risentire del fenomeno di scambio termico (teoricamente ad una distanza infinita), mentre h è il coefficiente di convezione, che non è una costante, dipendendo dalla geometria della superficie, dalla velocità, dalla natura e dalle proprietà fisiche del fluido ed, in alcuni casi, anche dalla differenza di temperatura.

Poiché q e ΔT sono direttamente proporzionali, nei casi in cui h sia funzione anche di ΔT la dipendenza risulta non lineare. Infine, giacché le quantità da cui esso dipende non sono necessariamente costanti, h può variare anche da punto a punto: si definisce solitamente, per tale ragione, un coefficiente di convezione medio.

L'equazione di Newton non è una legge fisica, bensì una definizione del coefficiente di convezione. Pur riconoscendo che una legge così semplice descrive male il fenomeno della convezione, la sua semplicità formale ne rende tuttavia conveniente l'uso.

Da quanto detto risulta che h può determinarsi per via analitica solo se è nota la distribuzione della temperatura nel mezzo e quindi il gradiente di temperatura sulla superficie, sfruttando l'eguaglianza:

$$h\left(T_S - T_f\right) = -k\frac{\partial T}{\partial n}.$$

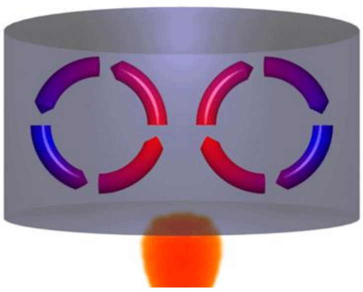
Di solito il coefficiente di convezione viene inserito in un raggruppamento adimensionale, detto ***numero di Nusselt***, Nu. Moltiplicando ambo i membri di quest'ultima relazione per L, una lunghezza significativa, e riordinando si ottiene:

$$Nu = \frac{hL}{K} = \frac{L}{\left(T_f - T_S\right)} \frac{\partial T}{\partial n} .$$

L’equazione definisce pertanto un numero puro. Dal secondo membro dell’equazione deriva poi come il significato fisico di *Nu* sia quello di rapporto fra il gradiente di temperatura nel fluido adiacente la superficie ed un gradiente di temperatura di riferimento, riferito ad una lunghezza arbitraria L.

Per la complessità dell’analisi del fenomeno della convezione, che, come detto in apertura, consiste nell’azione combinata della conduzione e di fenomeni di trasporto e mescolamento, per cui richiederebbe a priori la conoscenza degli aspetti cinematici del moto (distribuzione del campo delle velocità), nel suo studio si possono seguire due vie:

1) un metodo analitico, che richiede la determinazione e la risoluzione delle equazioni differenziali riguardanti sia gli aspetti meccanici del moto che quelli termici: il problema così posto può risultare tuttavia di difficile soluzione; oltre a ciò spesso la soluzione teorica è ottenibile solo a prezzo di semplificazioni e schematizzazioni che limitano la fedeltà del modello matematico alla realtà fisica;



2) un metodo empirico, che tende pragmaticamente alla determinazione empirica di regole di calcolo, utilizzando dati sperimentali per ricavare leggi e correlazioni di utilità pratica. In tal modo si esclude tuttavia a priori la pretesa di spiegare la natura dei fenomeni studiati.

Equazioni fondamentali della convezione.

Come già visto per la conduzione, anche per la convezione è possibile scrivere un’equazione differenziale deducibile dal principio di conservazione dell’energia, che consenta di determinare la distribuzione di temperatura. Scrivendo un bilancio energetico si ottiene:

$$\left(\text{quantità di calore scambiata dal sistema}\right) + \left(\text{quantità di calore generata all'interno del sistema}\right) +$$
$$- \left(\text{lavoro compiuto dal sistema (o sul sistema) contro (o dalle) forze applicate}\right) =$$
$$= \left(\text{variazione del contenuto di energia interna del sistema}\right)$$

In sintesi:

$$dq + dq_g - dL = dU \, .$$

La differenza sostanziale con il bilancio energetico scritto per la conduzione è l'esistenza del termine di lavoro, oltre ad un diverso approccio nella determinazione del termine dU .

Le forze applicate all'elemento di volume ΔV sono gli sforzi di pressione e gli sforzi tangenziali: il lavoro compiuto contro i primi può essere positivo o negativo, mentre quello compiuto contro i secondi è sempre positivo. Tutti questi contributi sono tuttavia in genere trascurabili o, al più, possono conglobarsi formalmente nel termine generativo.

Per quanto riguarda la variazione di energia interna, la derivata della temperatura $T = T(x,y,z,t)$ rispetto al tempo, trattandosi di particella in moto, deve essere di tipo totale:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x}\frac{dx}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial y}\frac{dy}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial z}\frac{dz}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} + gradT \cdot v}$$

per cui si ottiene:

$$\boxed{\alpha \nabla^2 T + \frac{q_g}{\rho \; c} = \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}}$$

che costituisce l'equivalente dell'equazione di Fourier per la convezione e può integrarsi se si conoscono α , la distribuzione della velocità e le condizioni al contorno.

La distribuzione della velocità è univocamente determinata, indipendentemente dalla natura del moto, ossia sia in presenza di moto laminare che turbolento, dalla soluzione del sistema comprendente:

a) l'equazione di continuità, che esprime un bilancio di massa
b) l'equazione del moto di Newton.

Tale sistema è tuttavia praticamente insolubile se non si ricorre ad ipotesi semplificative più o meno gravose, quali quelle di fluido incomprimibile, convezione naturale pura o forzata pura, strato limite, ecc. o a metodi di calcolo approssimato (calcolo numerico).

Analisi dimensionale.

Una strada alternativa per lo studio del fenomeno della convezione si basa sull'organizzazione in leggi di dati sperimentali ricavati dall'osservazione, al fine di individuare l'influenza esercitata sul fenomeno da ciascuna delle grandezze da cui dipende.

Tale metodo, detto dell'analisi dimensionale, non comporta equazioni da risolvere, ma basandosi sulla considerazione che tutte le leggi fisiche sono espresse con equazioni dimensionalmente omogenee, realizza il raggruppamento numerico adimensionale delle variabili da cui dipende un fenomeno fisico.

La prima operazione consiste nella scelta di un sistema di dimensioni fondamentali, che è arbitraria. Nel seguito si adotteranno quelle del SI, e cioè la lunghezza $\underline{L}$, la massa *M*, il tempo *t* e la temperatura *T*.

Per determinare il numero di gruppi adimensionali indipendenti si può usare il ***teorema di Buckingham***. Esso afferma che *il numero necessario di gruppi adimensionali indipendenti* N *che si possono formare dalla combinazione delle variabili fisiche di un problema è uguale al numero totale* n *delle grandezze fisiche che descrivono il problema meno il numero* m *delle dimensioni fondamentali richieste per esprimere le formule dimensionali delle* n *grandezze fisiche*.

Inoltre ancora il teorema afferma che, se $(N_1, N_2, ..., N_N)$ è l'insieme di tutti i raggruppamenti adimensionali ottenibili, la soluzione di un'equazione fisica dimensionalmente omogenea è sempre esprimibile nella forma:

$$F(N_1, N_2, ..., N_N) = 0 \qquad \text{con} \qquad N = n - m.$$

Applicando tale teorema al caso della convezione, nel caso più generale di contemporanea presenza di convezione naturale e forzata, la distribuzione della temperatura in un fluido in moto, come risulta dalle equazioni fondamentali del moto non isotermo, è determinabile in funzione dei parametri fisici $\underline{h, k, \nu, \alpha, g\beta}$ ($g\beta$ forze di galleggiamento) e delle condizioni al contorno del problema, definite dai valori dei parametri $\underline{L, v, \Delta T = |T_S - T_f|}$.

Pertanto il generico raggruppamento N_i può esprimersi con la relazione:

$$Ni = Ni\left(h, k, \nu, \alpha, g\beta, L, v, \Delta T\right).$$

Nel caso particolare essendo 8 le variabili e 4 le grandezze fondamentali (L, M, t, T), i gruppi adimensionali ottenibili sono 4. Per determinarli si scrive N_i come prodotto di variabili, ciascuna elevata ad un esponente incognito:

$$Ni = h^a \cdot k^b \cdot \nu^c \cdot \alpha^d \cdot g\beta^e \cdot L^f \cdot v^g \cdot \Delta T^h .$$

Esprimendo le variabili fisiche in funzione delle dimensioni fondamentali:

$$h = Mt^{-3}T^{-1}$$
$$k = MLt^{-3}T^{-1}$$
$$\nu = L^2 t^{-1}$$
$$\alpha = L^2 t^{-1}$$
$$g\beta = Lt^{-2}T^{-1}$$
$$L = L$$
$$v = Lt^{-1}$$
$$\Delta T = T$$

e sostituendo si ha:

$$Ni = \left[Mt^{-3}T^{-1}\right]^a \left[MLt^{-3}T^{-1}\right]^b \left[L^2 t^{-1}\right]^c \left[L^2 t^{-1}\right]^d \left[Lt^{-2}T^{-1}\right]^e \left[L\right]^f \left[Lt^{-1}\right]^g \left[T\right]^h = M^0 L^0 t^0 T^0 .$$

Perché i raggruppamenti siano adimensionali, la somma algebrica degli esponenti di ciascuna dimensione fondamentale deve essere nulla. Si ottiene il sistema:

per $M : a + b = 0$

per $L : b + 2c + 2d + e + f + g = 0$

per $t : -3a - 3b - c - d - 2e - g = 0$

per $T : -a - b - e + h = 0$.

Essendo 8 le incognite e 4 le equazioni, si possono fissare arbitrariamente i valori di 3 esponenti. Risolvendo il sistema si trovano i 4 raggruppamenti:

$$N_1 = \frac{h\,L}{k} = Nu$$ *Numero di Nusselt*

$$N_2 = \frac{\rho\,VL}{\mu} = \mathrm{Re}$$ *Numero di Reynolds*

$$N_3 = \frac{\rho^2 g\beta\,L^3\Delta T}{\mu^2} = Gr$$ *Numero diGrashof*

$$N_4 = \frac{\upsilon}{\alpha} = \mathrm{Pr}$$ *Numero di Prandt*

Pertanto la funzione originaria F si riduce all'espressione

$$F(Nu, \mathrm{Pr}, \mathrm{Re}, Gr) = 0\,,$$

o anche, esplicitando Nu:

$$Nu = Nu(\mathrm{Pr}, \mathrm{Re}, Gr)\,.$$

Dalla rappresentazione grafica dei risultati sperimentali è possibile dedurre che l'espressione di Nu è esprimibile come prodotto di potenze dei numeri Ni, ossia tramite relazioni del tipo:

$$Nu = C \cdot \mathrm{Re}^a \cdot Gr^b \cdot \mathrm{Pr}^c$$

dove i valori della costante C e degli esponenti a, b, c dipendono dalle particolari situazioni geometrica, dinamica e termica considerate.

In particolare, se si studia un problema di convezione forzata, bisogna porre $g\beta = 0$ per cui il numero delle variabili presenti nell'equazione che esprime il generico raggruppamento N_i passa da 8 a 7 ed i raggruppamenti diventano 3 (scompare il *Numero di Grashof*).

L'espressione di Nu diviene:

$$Nu = Nu(\mathrm{Pr}, \mathrm{Re})$$

$$\boxed{Nu = C \cdot \mathrm{Re}^a \cdot \mathrm{Pr}^b}$$ ***convezione forzata***

Se invece la convezione è naturale, *v* = 0 e quindi riducendosi di uno il numero delle variabili, scompare anche un raggruppamento Ni, il *Numero di Reynolds*. Si perviene così alla relazione finale:

$$Nu = Nu(Gr, \Pr)$$

$$\boxed{Nu = C \cdot Gr^{a} \cdot \Pr^{b}}$$

convezione naturale

La gran parte degli studi sulla convezione naturale esprime il numero di Nusselt in funzione del prodotto $Gr \cdot \Pr$, anziché dei due numeri separatamente, ossia gli esponenti a e b sono uguali:

$$\boxed{Nu = c \cdot (Gr \cdot \Pr)^{a}}$$

A proposito di tali espressioni va comunque osservato che, a causa dell'enorme quantità di studi condotti sull'argomento e la varietà di leggi empiriche proposte, è possibile trovare in diversi testi espressioni più o meno differenti da quelle riportate. Per lo più ciò corrisponde a condizioni sperimentali differenti. Quanto alla geometria dei corpi, tra le infinite configurazioni possibili, dovendo risolvere un preciso problema si dovrà ricercare sui testi specializzati l'espressione adatta al caso che interessa.