Corso di Complementi di Costruzioni Idrauliche

LEZ 03-04) Dimensionamento di canali e condotte a pelo libero

24 marzo – 21 aprile 2022

Antonio Francone, Ph.D.
antonio.francone@unisalento.it
www.unisalento.it/people/antonio.francone
Edificio Corpo Z – 1° Piano

UNIVERSITÀ DEL SALENTO
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE

EUMER
EUropean Maritime & Environmental Research

Dimensionamento di canali e condotte a pelo libero

Il **convogliamento dell'acqua**, mediante *collettori a pelo libero* (cosiddetti per il fatto che la parte superiore del contorno della corrente è a contatto con un aeriforme che, generalmente, è l'aria atmosferica*), o a sezione chiusa*, è certamente un metodo di trasporto molto antico.

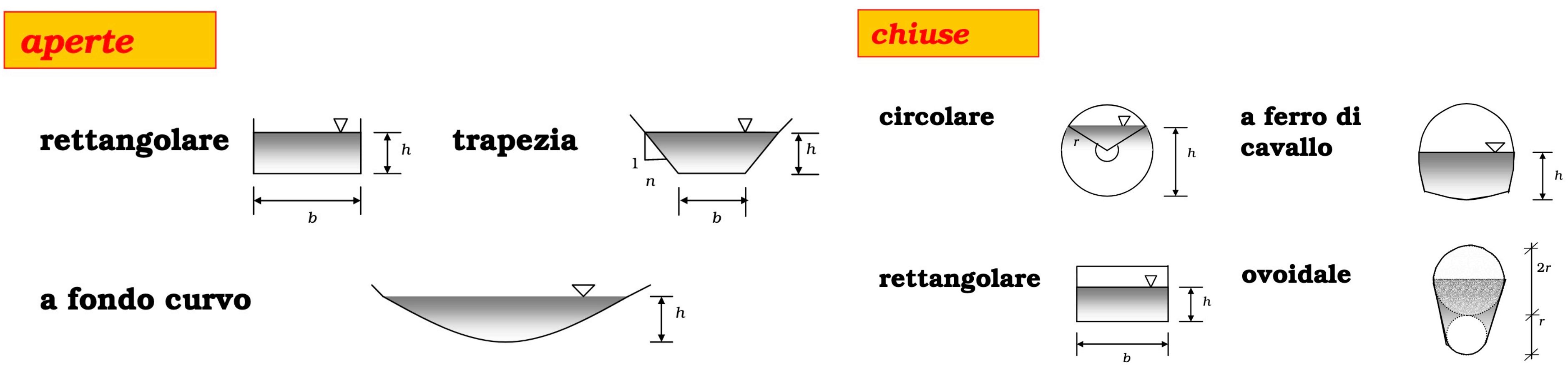
Il dimensionamento di questo tipo di opere consiste nella **determinazione, assegnata la portata da convogliare, della pendenza e delle caratteristiche geometriche della sezione trasversale**, cioè della sua forma e delle sue dimensioni, delle canalizzazioni lungo tutto il loro sviluppo longitudinale.

Il dimensionamento di un canale o di una condotta a pelo libero **si presenta come un problema idraulicamente indeterminato**, in quanto esistono infinite possibili combinazioni di pendenza e dimensioni compatibili con la portata che si vuole convogliare.

In realtà alcuni dati del problema sono definiti in base a considerazioni ingegneristiche, riducendone la complessità.

Innanzitutto, la pendenza *i*, è scelta generalmente in modo che si discosti il meno possibile da quella media, compatibilmente con l'andamento altimetrico del terreno lungo il percorso da seguire e con le condizioni di buon funzionamento dell'opera.

Per quanto riguarda la forma della sezione, ragioni di praticità e di economia limitano la scelta a pochi casi semplici. Le forme più comuni sono la rettangolare e la trapezia per le sezioni aperte e la circolare per le chiuse, anche se non mancano esempi di sezioni più complesse, quali le sezioni paraboliche, ovoidali, a ferro di cavallo, policentriche, ecc.



Alcune caratteristiche di queste sezioni sono generalmente definite da considerazioni costruttive. Per esempio, nel caso di sezione trapezia la pendenza delle pareti da adottare dipende dalle caratteristiche del **materiale** con il quale queste devono essere realizzate: tipicamente si adottano pendenze di 2/3 per pareti in terra non rivestite e di 1/1 per pareti rivestite in pietra o in calcestruzzo.

Il numero delle possibili soluzioni del problema del dimensionamento può essere ulteriormente ridotto se si considerano alcuni **vincoli** atti a garantire un buon funzionamento dell'opera da un punto di vista ingegneristico. Questi vincoli riguardano generalmente la **velocità media dell'acqua, le tensioni tangenziali massime sul contorno bagnato o la massima larghezza**.

Anche considerando questi vincoli il numero delle possibili soluzioni rimane alto e per rendere determinato il problema **è necessario assegnare una dimensione della sezione**, per esempio l'altezza dell'acqua rispetto al fondo, oppure il rapporto tra due sue dimensioni, per esempio il rapporto tra altezza dell'acqua e larghezza del canale.

Poiché generalmente due dimensioni sono sufficienti a caratterizzare una sezione, in questo modo è possibile ricavare la dimensione rimanente dall'equazione del moto uniforme.

$$Q(h) = A(h) \cdot V(h) = A(h) \cdot \chi \cdot \sqrt{R(h) \cdot i}$$

dove **R** è il raggio idraulico (definito come rapporto tra l'area della sezione trasversale della corrente **A**, detta area bagnata, ed il perimetro bagnato della corrente **P**), **h** è l'altezza di moto uniforme della corrente rispetto al fondo, e χ un coefficiente di resistenza che dipende dal raggio idraulico.

Correnti a pelo libero in moto uniforme (Cap. 2, Sez. 2 Becciu,Paoletti)

Supponendo che il moto sia uniforme e turbolento, caratterizzato cioè da resistenze dovute prevalentemente alla turbolenza e non alla viscosità, la velocità media V è esprimibile dalla formula di Chezy:

$$V(h) = \chi \cdot \sqrt{R(h) \cdot i} \qquad (2)$$

dove R è il raggio idraulico, definito come rapporto tra l'area della sezione trasversale della corrente $A(h)$, detta anche *area bagnata,* e il perimetro bagnato della corrente $P(h)$, h è l'altezza di moto uniforme della corrente rispetto al fondo e χ *un coefficiente di resistenza* che dipende dal raggio idraulico. Considerando l'equazione di continuità, l'equazione (2) può essere scritta in modo da esprimere la portata Q:

$$Q(h) = A(h) \cdot V(h) = A(h) \cdot \chi \cdot \sqrt{R(h) \cdot i} \qquad (3)$$

Il coefficiente di resistenza χ può essere espresso con diverse formule. Una delle più utilizzate per le correnti a pelo libero è la seguente, valida per tutti i tipi di moto:

$$\chi = -18.01 \log_{10}\left(\frac{\chi}{\sqrt{g}\,\mathrm{Re}\,\varphi} + \frac{\varepsilon}{13.3\,R(h)\,\varphi}\right) \qquad \text{Colebrook – Marchi} \qquad (4)$$

dove il parametro ε dipende dalle caratteristiche di scabrezza della superficie bagnata e si trova tabellato nei manuali tecnici (vedi Tabella 1.2). La formula (4) costituisce un'estensione per le correnti a pelo libero della formula di Colebrook per le correnti in pressione. In essa compaiono due parametri adimensionali, il numero di Reynolds $Re = 4 \cdot V \cdot R / \nu$, con ν = viscosità cinematica del fluido, e un coefficiente di forma della sezione φ che può essere ricavato dalla seguente Tabella.

Tabella 1.1 - Coefficienti di forma per i canali [Marchi e Rubatta, 1981].

Forma della sezione bagnata	φ
Circolare	1
Triangolare equilatera	1.30 ÷ 1.25
Triangolare retta	1.20 ÷ 1.15
Semicircolare	0.90
Trapezia (semiesagonale)	1.00 ÷ 0.90
Trapezia molto larga	0.8
Rettangolare (b=2h)	0.95
Rettangolare molto larga	0.80

Tabella 1.2 Coefficienti di scabrezza per i canali (Prima parte)

Tipo di canale	*Bazin* γ $[m^{1/2}]$	*Kutter* m $[m^{1/2}]$	*Gauckler Strickler* k_s $[m^{1/3}\, s^{-1}]$	*Scabrezza omogenea equivalente* ε *[mm]*
Pareti di cemento perfettamente lisciato. Pareti metalliche con giunti a filo.	0.06	0.12	$100 \div 90$	$0.15 \div 0.20$
Pareti di cemento non perfettamente lisciato. Pareti metalliche con giunti in risalto. Muratura di mattoni molto regolare.	0.16	$0.20 \div 0.25$	$85 \div 75$	$0.40 \div 1.00$
Pareti di cemento non in perfette condizioni. Muratura di mattoni ordinaria.	$0.23 \div 0.36$	$0.35 \div 0.55$	$70 \div 65$	$2 \div 5$
Pareti di cemento non lisciato. Muratura di mattoni irregolare o di pietrame. Pareti in terra molto regolare senza vegetazione.	0.46	$0.55 \div 0.75$	60	8

Tabella 1.2 Coefficienti di scabrezza per i canali (Seconda parte)

Tipo di canale	*Bazin* γ $[m^{1/2}]$	*Kutter* m $[m^{1/2}]$	*Gauckler Strickler* k_s $[m^{1/3}\,s^{-1}]$	*Scabrezza omogenea equivalente* ε *[mm]*
Muratura vecchia e in condizioni non buone. Pareti in terra regolare.	$0.60 \div 0.85$	$0.75 \div 1.25$	50	$15 \div 30$
Pareti rivestite con gabbioni o materassi in rete metallica riempiti con pietrame.	1.0	-	45	-
Pareti in terra con erba. Corsi d'acqua naturali regolari.	1.30	1.50	40	70
Pareti in terra in cattive condizioni. Corsi d'acqua naturali con ciottoli e ghiaia.	1.75	2.00	35	$120 \div 200$
Canali in abbandono con vegetazione alta e abbondante. Corsi d'acqua naturali con grossi ciottoli o con grossi massi sull'alveo.	$2.00 \div 2.30$	3.00	30	$300 \div 400$

UNIVERSITÀ DEL SALENTO | DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE
EUMER

Correnti a pelo libero in moto uniforme

Se il numero di Reynolds *Re* è abbastanza alto (**Re ≥ 4.000**) e il moto può quindi assumersi di tipo puramente turbolento, il coefficiente χ può essere espresso in diverse forme di pratico uso quali, ad esempio, le seguenti:

$$\chi = \frac{87}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R(h)}}} \qquad \text{Bazin} \qquad (4)$$

$$\chi = \frac{100}{1+\frac{m}{\sqrt{R(h)}}} \qquad \text{Kutter} \qquad (5)$$

$$\chi = k_s \cdot R(h)^{1/6} \qquad \text{Gauckler - Strickler} \qquad (6)$$

$$\chi = \frac{1}{n} \cdot R(h)^{1/6} \qquad \text{Manning} \qquad (7)$$

Dove i parametri γ, m, k_s ed n dipendono dalle caratteristiche di scabrezza della superficie bagnata e si trovano tabellati nei manuali tecnici (Tabella 1.2, slides precendenti)

3.1 Dimensionamento di canali e condotte a pelo libero – Sezioni generiche

Poiché spesso è difficile esprimere i vincoli di progetto in modo diretto e quindi individuare direttamente la corretta sezione del canale, **generalmente è necessario procedere per tentativi**, ipotizzando una sezione e procedendo poi alla sua verifica, cioè al controllo che i suddetti vincoli di progetto siano rispettati.

Scelta dunque la **forma** della sezione, si ipotizza il valore di una sua dimensione e si ricava il corrispondente valore della rimanente dimensione per la portata Q, la pendenza i e la scabrezza assegnata.

Nella maggior parte dei casi si sceglie di fissare la larghezza del canale *b* e di determinare il corrispondente valore dell'altezza di moto uniforme *h*. In questi casi, la stima deve essere effettuata in modo iterativo.

In pratica:
1) si fissa un valore di *b*
2) si ipotizza un valore di *h*
3) si calcolano i corrispondenti valori delle caratteristiche geometriche che caratterizzano la sezione (cioè l'area *A(h)* e il perimetro *P(h)* bagnati, il raggio idraulico *R(h)* e il coefficiente di resistenza χ)
4) si ricavano la velocità media *V(h)* e la portata *Q(h)*.

5) Si procede cambiando valore di *h* fino a quando non si ottiene un valore della portata uguale a quello assegnato.

Se la sezione così determinata non soddisfa i vincoli progettuali, si modifica il valore inizialmente ipotizzato della larghezza *b* e si ripete il procedimento di stima dell'altezza *h*.

Si osservi che questo procedimento può essere applicato anche nei casi in cui la geometria della sezione non può essere agevolmente descritta mediante formule matematiche. In questo caso le grandezze come l'area A(h) e il perimetro P(h) bagnati, devono essere ricavate da tabelle o grafici predisposti e variabili con le dimensioni della sezione.

E' evidente che questa procedura può condurre a diverse soluzioni di progetto, tra le quali si sceglierà in base ad altre considerazioni, quali per esempio i costi di realizzazione.

3.2 Dimensionamento di canali e condotte a pelo libero – Sezioni semplici

Il dimensionamento di queste sezioni può essere effettuato con il procedimento prima descritto, con l'unica differenza che non è necessario ricorrere a tabelle o grafici per il calcolo delle caratteristiche geometriche della sezione.

Nel caso delle sezioni semplici, infatti, tali caratteristiche sono facilmente esprimibili in funzione dell'altezza della acqua *h* rispetto al fondo. Nella Tabella 1.3 sono riportate le formule che esprimono analiticamente le caratteristiche geometriche principali delle sezioni semplici di uso più frequente.
<u>Anche con le sezioni semplici risulta necessario un procedimento iterativo di stima.</u>

Fanno eccezione a questa regola le sezioni triangolari, se si considerano espressioni monomie del coefficiente di resistenza χ quali per esempio quella di Gauckler-Strickler. In questo caso risulta:

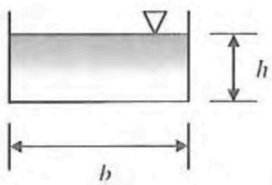
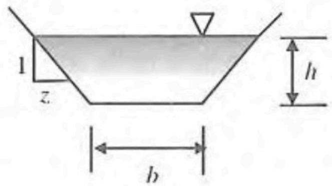
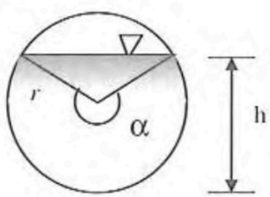
$$Q = h^{8/3} \cdot \frac{z^{5/3}}{2^{2/3} \cdot (1+z^2)^{1/3}} \cdot K_s \cdot \sqrt{i}$$

Sez. triangolari

$$h = \left(\frac{Q}{K_s \cdot \sqrt{i}} \cdot \frac{2^{2/3} \cdot (1+z^2)^{1/3}}{z^{5/3}} \right)^{3/8}$$

Sez. triangolari

Tabella 1.3 - Area, contorno bagnato e larghezza del pelo libero in funzione del tirante idrico per diversi tipi di sezione di canali a pelo libero.

Tipo di sezione	*Area bagnata* A	*Contorno bagnato* P	*Larghezza pelo libero* B
RETTANGOLARE 	hb	$b+2h$	b
TRAPEZIA 	$h(b+zh)$	$b+2h\sqrt{1+z^2}$	$b+2zh$
CIRCOLARE  $\alpha = 2\arccos\left(1-\frac{h}{r}\right)$	$\frac{r^2}{2}(\alpha - sen\alpha)$	$r\alpha$	$2r sen\frac{\alpha}{2}$

Un procedimento alternativo a quello sopra descritto per le sezioni generiche consiste **nell'imporre una velocità media che la corrente deve avere in moto uniforme**.

In questo modo l'area bagnata risulta fissata dall'equazione di continuità e il raggio idraulico dall'equazione del moto uniforme (3).

Considerando l'espressione di Gauckler-Strickler per il coefficiente di resistenza χ risulta:

$$A = Q / V \qquad (10)$$

$$R = \left(\frac{V}{K_s \cdot \sqrt{i}} \right)^{3/2} \qquad (11)$$

$$* \quad Q(h) = A(h) \cdot V(h) = A(h) \cdot \chi \cdot \sqrt{R(h) \cdot i} \qquad (3)$$

Definite le funzioni che legano l'area bagnata e il raggio idraulico alla geometria della sezione, questo sistema consente di stimarne due dimensioni, generalmente l'altezza di *h* di moto uniforme e la larghezza *b*.

Per quanto tale procedimento possa in teoria essere applicato con qualunque tipo di sezione, è evidente che solo nel caso di quelle semplici la soluzione del sistema delle (10) e (11) risulta agevole e si riesce a definire completamente e in modo univoco la sezione.

Nel caso delle sezioni rettangolari e trapezie, ad esempio, questo sistema conduce, dopo qualche passaggio algebrico, alle equazioni risolventi:

$$h = \frac{-\frac{A}{R} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{R}\right)^2 + 4 \cdot A \cdot (1 - 2 \cdot \sqrt{1+z^2})}}{2 \cdot (1 - 2 \cdot \sqrt{1+z^2})} \qquad (12)$$

Sez. rettangolari e trapezie

$$b = \frac{A}{R} - 2 \cdot \sqrt{1+z^2} \cdot h \qquad (13)$$

Nel caso delle sezioni circolari non si possono ricavare espressioni esplicite analoghe alle (12) e (13) fissando la velocità media V. Se però si fissa il grado di riempimento h/D, allora è possibile ottenere la seguente equazione che fornisce il diametro della condotta:

$$D = 1.5483 \cdot \left(\frac{Q}{r_Q \cdot K_s \cdot \sqrt{i}} \right)^{3/8} \qquad (14)$$

dove $r_Q = Q/Q_R$. rappresenta il rapporto tra la portata corrispondente al grado di riempimento prefissato e la portata a massimo riempimento, cioè per h/D = 1. I valori di r_Q possono essere ricavati dalla seguente Tabella.

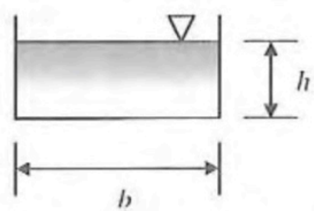
Tabella 1.4 - Valori adimensionali di A, C, R, V e Q per diversi gradi di riempimento di una condotta di sezione circolare.

h/D	C/D	A/D^2	R/D	V/V_r	Q/Q_r	h/D	C/D	A/D^2	R/D	V/V_r	Q/Q_r
0.05	0.45	0.015	0.033	0.257	0.005	0.55	1.67	0.443	0.265	1.039	0.586
0.10	0.64	0.041	0.064	0.401	0.021	0.60	1.77	0.492	0.278	1.072	0.672
0.15	0.80	0.074	0.093	0.517	0.049	0.65	1.88	0.540	0.288	1.099	0.756
0.20	0.93	0.112	0.121	0.615	0.088	0.70	1.98	0.587	0.296	1.120	0.837
0.25	1.05	0.153	0.147	0.701	0.137	0.75	2.09	0.632	0.302	1.133	0.912
0.30	1.16	0.198	0.171	0.776	0.196	0.80	2.21	0.674	0.304	1.140	0.977
0.35	1.27	0.245	0.193	0.843	0.263	0.85	2.35	0.711	0.303	1.137	1.030
0.40	1.37	0.293	0.214	0.902	0.337	0.90	2.50	0.744	0.298	1.124	1.066
0.45	1.47	0.343	0.233	0.954	0.416	0.95	2.69	0.771	0.286	1.095	1.074
0.50	1.57	0.393	0.250	1.000	0.500	1.00	3.14	0.785	0.250	1.000	1.000

Esercizio 1.1

Si dimensioni un canale rettangolare (z = 0) di pendenza costante i = 0.001 che deve condurre una portata di 10 m^3/s, con un'altezza d'acqua massima di 2 m e una velocità compresa tra 0.3 e 2 m/s. Per il calcolo delle perdite di carico si utilizzi la formula di Strickler con ks=50 m$^{1/3}$/s

1) Scelgo una larghezza b = 4m

Tipo di sezione	*Area bagnata* ***A***	*Contorno bagnato* ***P***	*Larghezza pelo libero* ***B***
RETTANGOLARE 	hb	$b+2h$	b

$$\chi = k_s \cdot R(h)^{1/6} \qquad \text{Gauckler - Strickler}$$

$$Q(h) = A(h) \cdot V(h) = A(h) \cdot \chi \cdot \sqrt{R(h) \cdot i}$$

Soluzione

Scelgo una larghezza $b = 4$ m. Risolvendo per tentativi l'equazione (**) risulta:

$$h = 1.68 \text{ m}$$
$$A = b \cdot h = 4 \cdot 1.68 = 6.72 \text{ m}^2$$
$$C = b + 2 \cdot h = 4 + 2 \cdot 1.68 = 7.36 \text{ m}$$
$$R = A / C = 6.72 / 7.36 = 0.913 \text{ m}$$

La velocità media corrispondente è pari a

$$V = Q / A = 10 / 6.72 = 1.49 \text{ m/s}$$

e quindi nei limiti di ammissibilità.

$$(**)\, Q(h) = A(h) \cdot V(h) = A(h) \cdot \chi \cdot \sqrt{R(h) \cdot i}$$

Esercizio 1.1b

Si dimensioni un canale di pendenza costante $i = 0.0005$ e di lunghezza 7000 m che deve condurre una portata Q di 50 m^3/s con un altezza d'acqua massima di $h = 1{,}5\ m$, ipotizzando una sezione rettangolare. Si supponga di voler rivestire il canale in calcestruzzo e quindi di volere velocità medie v comprese tra 0,3 m/s e 2,0 m/s. Per il calcolo delle perdite di carico si utilizzi la formula di Strickler con $k_s = 50\ m^{1/3}/s$.

1) Scelgo una larghezza b = 28 m

L'obiettivo è determinare le dimensioni di un canale a pelo libero, avendo le seguenti limitazioni:

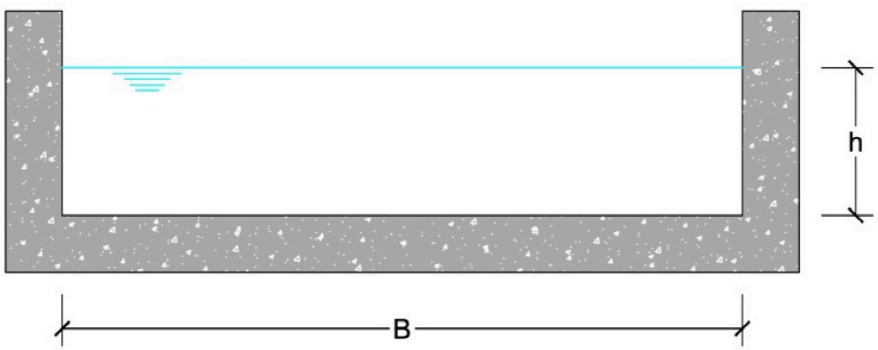
- Altezza $h < 1{,}50\ m$
- Velocità $0{,}3 < v \leq 2{,}00\ m/s$

Il canale inoltre dovrà avere le seguenti caratteristiche:

- Pendenza costante $i = 0.0005$
- Lunghezza $7000\ m$

La portata che tale canale dovrà trasportare è di $50\ m^3/s$.

1) Si ipotizza una sezione rettangolare del canale $(B \cdot h)$:



e di conseguenza definiamo:

- perimetro bagnato $p_b = B + 2h$
- area bagnata $A_b = B \cdot h$

2) Calcoliamo la portata, che sappiamo deve essere pari a 50 m^3/s:

$$Q = v \cdot A = v \cdot B \cdot h$$

Scegliamo di fissare inizialmente: $h = 1{,}20\ m$ e $v \leq 1{,}50\ m/s$, ricavando una larghezza del canale pari a:

$$50 = 1{,}50 \cdot B \cdot 1{,}20 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{50}{1{,}50 \cdot 1{,}20} = 27{,}8\ m$$

3) Calcoliamo area bagnata e perimetro bagnato per verificare, applicando la formula di "Chezy", che porta in conto le perdite di carico, la velocità effettiva e quindi la portata:

$$\mathrm{p_b} = 27{,}8 + 2 \cdot 1{,}20 = 30{,}2\ m$$

$$A_b = 27{,}8 \cdot 1{,}20 = 33{,}40\ m^2$$

Il raggio idraulico sarà pari a:

$$\mathrm{R} = \mathrm{A_b}/\mathrm{P_b} = 33{,}4/30{,}2 = 1{,}105\ m$$

$$\Rightarrow \quad v = \chi \cdot \sqrt{i \cdot R} = \left[K_s \cdot R^{\frac{1}{6}}\right] \cdot \sqrt{i \cdot R} = \left[50 \cdot 1{,}105^{\frac{1}{6}}\right] \cdot \sqrt{0{,}0005 \cdot 1{,}105} = 1{,}20\ m/s$$

$$\Rightarrow \quad Q = v \cdot B \cdot h = 1{,}20 \cdot 27{,}8 \cdot 1{,}20 = 40{,}0\ m^3/s$$

Con le dimensioni ricavate si osserva che la velocità effettiva è inferiore a quella inizialmente fissata e di conseguenza anche la portata sarà inferiore ai 50 m^3/s richiesti. Per questa ragione si rende necessario un calcolo iterativo per la verifica del soddisfacimento di tutte le condizioni.

4) Calcolo iterativo.

Si è proceduto:

- fissando la cella della portata al valore di 50 m^3/s;
- facendo variare la cella dell'altezza h ma fissando la condizione $h < 1{,}50\ m$;
- facendo variare senza vincoli la cella della base B.

Dal calcolo iterativo abbiamo ottenuto i seguenti valori:

$$h = 1{,}32\ m \qquad B = 29{,}66\ m \qquad v = 1{,}27\ m/s$$

Volendo eseguire una verifica possiamo calcolare la portata con la formula di "Chezy" aggiornando tutti i valori:

$$\mathrm{p_b} = 29{,}66 + 2 \cdot 1{,}32 = 32{,}3\ m$$

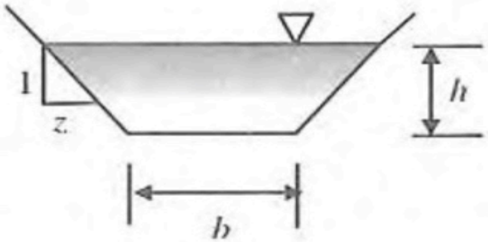
$$A_b = 29{,}66 \cdot 1{,}32 = 39{,}3\ m^2$$

$$R = A_b/P_b = 39{,}15/32{,}3 = 1{,}215\ m$$

$$\Rightarrow \quad Q = A_b \cdot \chi \cdot \sqrt{i \cdot R} = 39{,}3 \cdot \left[50 \cdot 1{,}215^{\frac{1}{6}}\right] \cdot \sqrt{0{,}0005 \cdot 1{,}215} = 50{,}0\ m^3/s \qquad \surd$$

Dimensionamento di un canale a sezione trapezoidale – Esercizio 1.2

Si dimensioni un canale trapezio con sponde a 45° (z = 1) di pendenza costante i = 0.0005 che deve condurre una portata di 5 m^3/s, con un'altezza d'acqua massima di 1.5 m e una velocità di circa 1 m/s. Per il calcolo delle perdite di carico si utilizzi la formula di Strickler con k_s = 60 $m^{1/3}/s$.

Tipo di sezione	Area bagnata *A*	Contorno bagnato *P*	Larghezza pelo libero *B*
	$h(b+zh)$	$b+2h\sqrt{1+z^2}$	$b+2zh$

$$A = Q / V$$

$$h = \frac{-\frac{A}{R} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{R}\right)^2 + 4 \cdot A \cdot (1 - 2 \cdot \sqrt{1+z^2})}}{2 \cdot (1 - 2 \cdot \sqrt{1+z^2})} \quad (1$$

$$R = \left(\frac{V}{K_s \cdot \sqrt{i}}\right)^{3/2}$$

$$b = \frac{A}{R} - 2 \cdot \sqrt{1+z^2} \cdot h \quad (1$$

UNIVERSITÀ DEL SALENTO | DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE
EUMER

Soluzione

Dal rapporto tra la portata e la velocità media desiderata e dall'equazione (2) risulta:

$$A = Q / V = 5 / 1 = 5 \text{ m}^2$$

$$R = \left(\frac{V}{K_s \cdot \sqrt{i}} \right)^{3/2} = \left(\frac{1}{60 \cdot \sqrt{0.0005}} \right)^{3/2} = 0.6435 \text{ m}$$

$$V(h) = \chi \cdot \sqrt{R(h) \cdot i} \quad *(2)$$

Usando le espressioni in Tabella 1.3 per l'area bagnata e il raggio idraulico delle sezioni trapezie è quindi possibile scrivere il seguente sistema nelle incognite b e h:

$$A = h \cdot (b + z \cdot h) = 5$$

$$R = \frac{h \cdot (b + z \cdot h)}{b + 2 \cdot \sqrt{1 + z^2} \cdot h} = 0.6435$$

con z = 1 . Dalle (12) e (13) si ottiene quindi:

$$h = \frac{-\frac{5}{0.6435} + \sqrt{\left(\frac{5}{0.6435}\right)^2 + 4 \cdot 5 \cdot (1 - 2 \cdot \sqrt{1 + 1^2})}}{2 \cdot (1 - 2 \cdot \sqrt{1 + 1^2})} = 0.79 \text{ m}$$

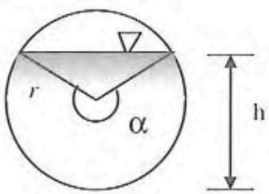
$$b = \frac{5}{0.6435} - 2 \cdot \sqrt{1 + 1^2} \cdot 0.79 = 5.53 \text{ m}$$

E' bene notare che nella formula (12) per il calcolo di h, che esprime la soluzione di un'equazione di 2° grado, è stato considerato solo il valore che conduce ad un valore positivo di b.

Esercizio 1.5

Un condotto circolare con coefficiente di scabrezza di Strickler $K_s = 75\ m^{1/3}/s$ deve convogliare una portata $Q = 1\ m^3/s$. Determinare il diametro D e la pendenza i che il condotto deve avere perché la portata assegnata sia convogliata con una velocità media pari a circa $V = 2.5\ m/s$ e un rapporto di riempimento ϕ_c compreso tra 0.7 e 0.75.

Tabella 1.3 - Area, contorno bagnato e larghezza del pelo libero in funzione del tirante idrico per diversi tipi di sezione di canali a pelo libero.

Tipo di sezione	*Area bagnata* **A**	*Contorno bagnato* **P**	*Larghezza pelo libero* **B**
 $\alpha = 2\arccos\left(1-\frac{h}{r}\right)$	$\frac{r^2}{2}(\alpha - sen\alpha)$	$r\alpha$	$2r sen\frac{\alpha}{2}$

$$F = 0.0496 \cdot \frac{(\alpha - \sin\alpha)^{5/3}}{\alpha^{2/3}} \quad (17a)$$

$$F = \frac{Q}{K_s \cdot D^{8/3} \cdot \sqrt{i}} \quad (17b)$$

$$F_v = \frac{V^4}{K_s^3 \cdot Q \cdot i^{3/2}} = \frac{(\alpha - \sin\alpha)}{2 \cdot \alpha^2} \quad (28)$$

$$D = 1.5483\left(\frac{Q}{r_Q K_s \sqrt{i}}\right)^{3/8} \quad (15)$$

$$\phi_c = \frac{0.0045 + 1.16\,F^{1/2} - 1.7667F}{1 - 1.6153\,F^{1/2} + 0.08\,F} \quad (21)$$

Soluzione

Considerando il massimo rapporto di riempimento ammissibile, cioè $\phi_c = 0.75$, al quale corrisponde un $\alpha = 2 \cdot \arccos(1 - 2 \cdot 0.75) = 4.1888$, dalla (27) o dalla Tabella 1.9 si ricava

$$F_v = \frac{(\alpha - \sin\alpha)}{2 \cdot \alpha^2} = \frac{4.1888 - \sin(4.1888)}{2 \cdot 4.1888^2} = 0.1440$$

$$i = \left(\frac{V^4}{K_s^3 \cdot Q \cdot F_v} \right)^{2/3} = \left(\frac{2.5^4}{75^3 \cdot 1 \cdot 0.1440} \right)^{2/3} = 0.0074$$

Mentre dalla (16) o dalla tabella 1.6 si ricava:

$$F = 0.0496 \cdot \frac{(4.1888 - \sin(4.1888))^{5/3}}{4.1888^{2/3}} = 0.2842$$

$$D = \left(\frac{Q}{K_s \cdot F \cdot \sqrt{i}} \right)^{3/8} = \left(\frac{1}{75 \cdot 0.2842 \cdot \sqrt{0.0074}} \right)^{3/8} = 0.796 \approx 0.8 \text{ m}$$

Lo stesso risultato si ottiene dalla (14) ricavando dalla tabella 1.4 $r_Q = Q/Q_r = 0.912$:

$$D = 1.5483 \cdot \left(\frac{Q}{K_s \cdot r_Q \cdot \sqrt{i}} \right)^{3/8} = 1.5483 \cdot \left(\frac{1}{75 \cdot 0.912 \cdot \sqrt{0.0074}} \right)^{3/8} = 0.796 \approx 0.8$$

Considerando i valori finali i=0.0075 e D=0.8 m si ottiene:

$$F = \frac{Q}{K_s \cdot D^{8/3} \cdot \sqrt{i}} = \frac{1}{75 \cdot 0.8^{8/3} \cdot \sqrt{0.0075}} = 0.2791$$

$$\phi_c = 0.7354 \qquad \Rightarrow \qquad h = 0.7354 \cdot 0.8 = 0.59 \text{ m}$$

$$F_v = 0.1457 \qquad \Rightarrow \qquad V = 2.51 \text{ m/s}$$

Antonio Francone Ph.D.
Edificio Corpo Z- Primo Piano
Orario di ricevimento: Martedi ore 9.00
antonio.francone@unisalento.it
www.unisalento.it/people/antonio.francone
www.eumer.eu

UNIVERSITÀ DEL SALENTO | DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE

EUMER
EUropean Maritime & Environmental Research