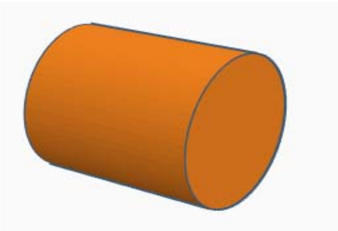
Lösungshinweise

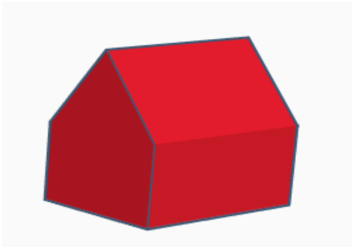
Zu 3.2.1 Parallel- und Zentralprojektion – dreidimensionale Objekte darstellen

Zu KV 3.2.1.1: **Warm Up – Körper erkennen und beschreiben**

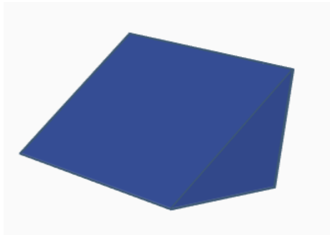
1. Ordne den abgebildeten Körpern die passenden Namen zu:



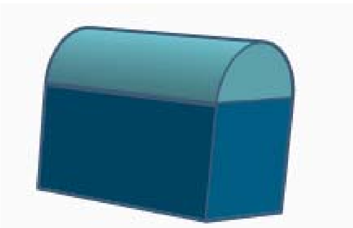
Zylinder



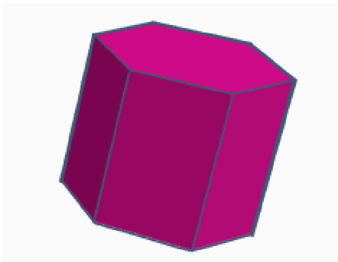
Haus mit Satteldach



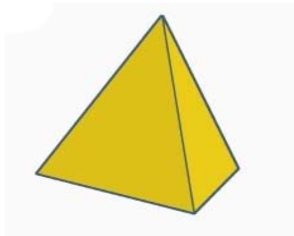
Keil (bzw. Dreiecksprisma)



Haus mit Tonnendach



Prisma



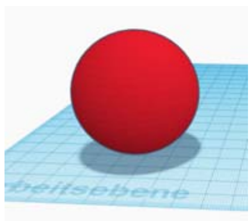
Pyramide

2. Fülle die Tabelle aus:

	Prisma	(Dreiecks-) Pyramide	Zylinder	Haus mit Tonnendach	Haus mit Satteldach	Keil (bzw. Dreiecksprisma)
Anzahl Ecken	12	4	0	4	10	6
Anzahl Flächen	8	4	3	4	7	5
Anzahl Kanten	18	6	2	6	15	9

Hinweis: Durch eine Verwendung von zwei Farben beim Haus mit Tonnendach, scheint dieses mehr Kanten zu haben, als es eigentlich sind.

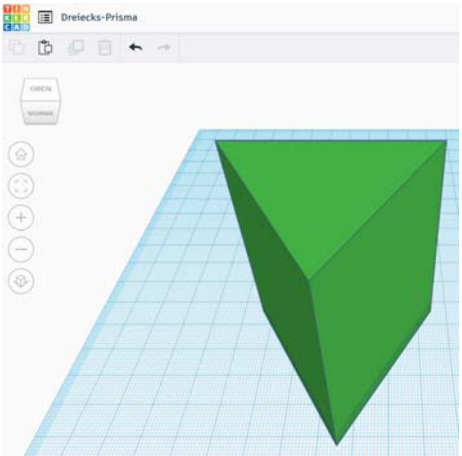
3. a) Hier skizzieren die Schülerinnen und Schüler weitere geometrische Körper, wie beispielsweise die Kugel, welche unter Umständen als besonders herausfordernd empfunden wird.

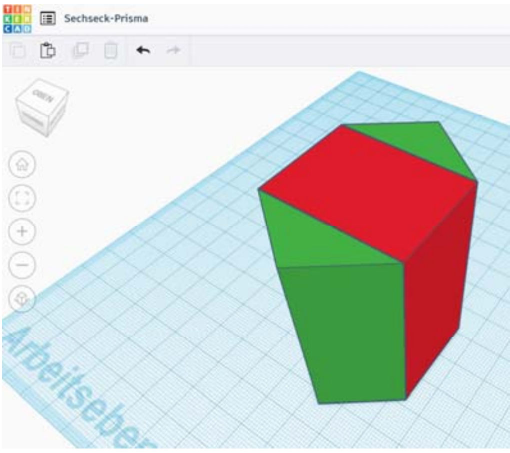


b) Die Lehrkraft sollte die Schülerinnen und Schüler hier auffordern, die mathematische Fachsprache (Ecken, Kanten, Flächen) zur Beschreibung der geometrischen Körper zu verwenden.

Zu KV 3.2.1.2: **Wir erstellen eigene geometrische Körper**

1. Konstruktion geometrischer Körper, beispielhaft im CAD-Programm Tinkercad™:





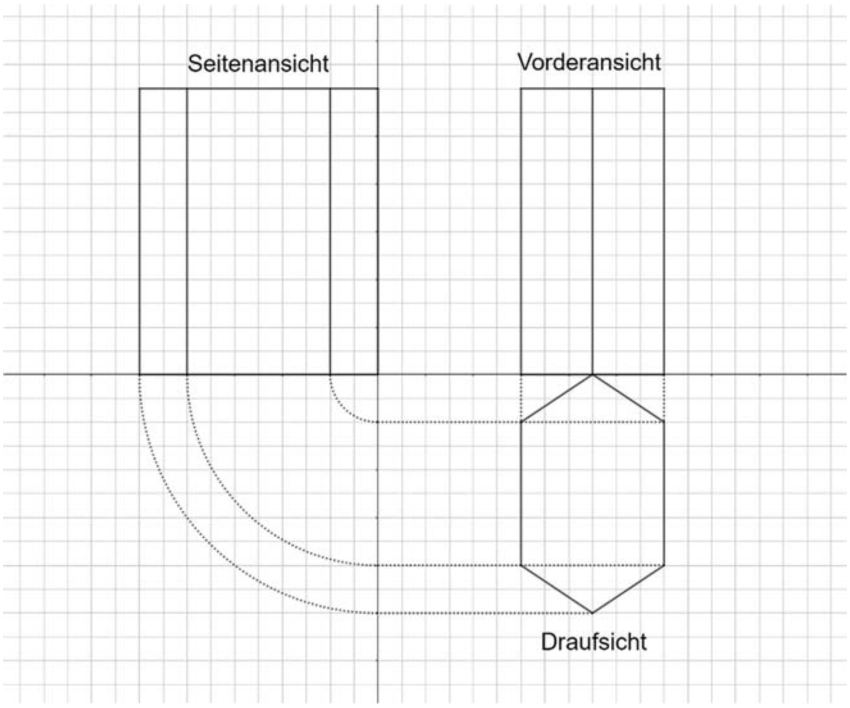
(links: Dreiecks-Prisma, rechts: zusammengesetztes Sechsecks-Prisma)

Hinweis: Die Körper sollten in der Länge, Breite und Höhe max. 6cm groß sein.

2. **Wir zeichnen unsere geometrischen Körper in verschiedenen Ansichten**

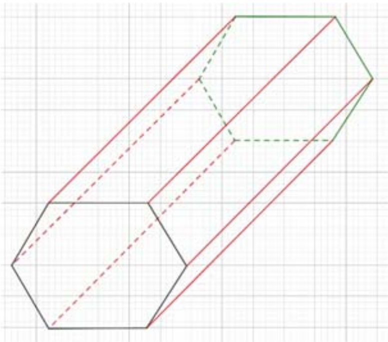
Hier basteln die Schülerinnen und Schüler zunächst eine Raumecke (siehe KV 3.2.1.2) und zeichnen anschließend eine Dreitafelprojektion (bestehend aus Seiten-, Vorder- und Draufsicht bzw. Grundriss) ihrer in Aufgabe 1 erstellen geometrischen Körper.

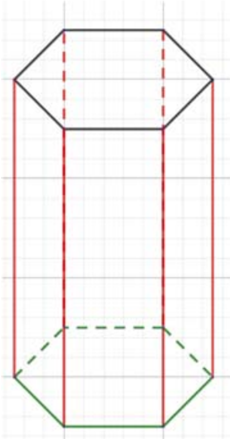
Beispielhafte Dreitafelprojektion des in Tinkercad™ erstellten Sechsecks-Prisma:



Zu KV 3.2.1.3: **Wir erstellen Schrägbilder unserer geometrischen Körper**

Beispielhafte Darstellung von zwei Schrägbildern unseres Sechsecks-Prismas aus KV 3.2.1.2:





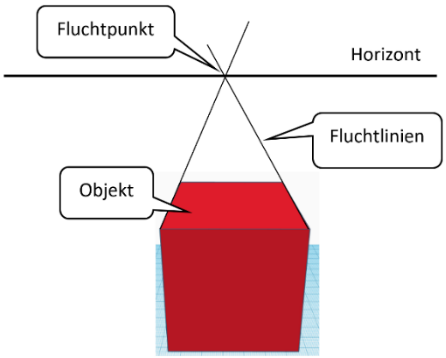
Zu KV 3.2.1.4: **Vergleich verschiedener Projektionsarten**

1.

Dreitafelprojektion	Schrägbild
- Verschiedene Ansichten des gleichen Objektes - Projektionsstrahlen treffen senkrecht auf die Projektionsebene - Drei verschiedene Blickrichtungen auf das Objekt (von der Seite, von vorne, von oben) - Bei jeder der drei Ansichten handelt es sich um eine senkrechte Parallelprojektion - Zur Projektionsebene parallel verlaufende Kanten des Körpers werden unverzerrt abgebildet	- Schrägbild-Darstellung eines Objektes - Projektionsstrahlen treffen in einem bestimmten Winkel ($\neq 90°$) auf die Projektionsebene - Schiefe Parallelprojektion in die Aufrissebene: *Kavalierprojektion* (auch Frontschau genannt) - Schiefe Parallelprojektion in die Grundrissebene: *Militärprojektion* (auch Vogelschau genannt) - Zur Projektionsebene parallel verlaufende Kanten des Körpers werden unverzerrt abgebildet - Der Winkel, in welchem die Projektionsstrahlen auf die Projektionsebene treffen, wird Projektionswinkel genannt, oft wird hier ein Winkel von 45° bzw. 135° verwendet. - Kanten des Körpers, welche nicht parallel zur Projektionsebene liegen, werden verkürzt dargestellt.

2.

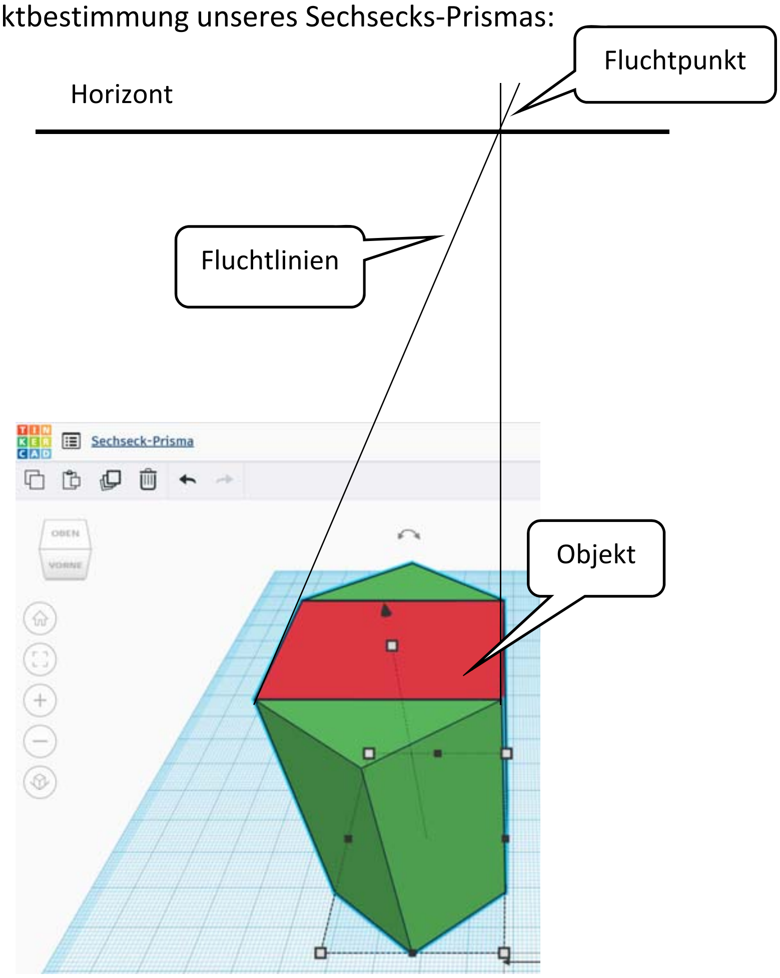
Zentralprojektion (mögliche Schülerbeschreibung): Die im CAD-Programm verwendete Ansicht entspricht keiner der zuvor kennengelernten Projektionsarten. Denn die zueinander parallel verlaufenden Kanten des Würfels werden hier nicht parallel zueinander abgebildet. Verlängert man die in der Programmansicht nach hinten verlaufenden Kanten des Würfels, schneiden sie sich in einem Punkt (siehe Darstellung rechts).



Zu KV 3.2.1.5: **Die Zentralprojektion**

1. Zur zeichnerischen Bestimmung des Fluchtpunktes siehe Darstellung in den Lösungshinweisen zu KV 3.2.1.4, Aufgabe 2.

2. Fluchtpunktbestimmung unseres Sechsecks-Prismas:



3. Es handelt sich bei einer fotografischen Darstellung unseres Körpers um die Projektionsart einer Zentralprojektion (wie auch in unserem Screenshot aus dem Programm Tinkercad™, vgl. Abbildung oben). Die Projektionsstrahlen verlaufen hier nicht parallel zueinander, sondern sie gehen alle durch einen Punkt, den sogenannten Augpunkt. Kanten oder Elemente des Körpers, welche in Wirklichkeit parallel zueinander verlaufen, werden dabei auf Geraden abgebildet. Diese Projektionsart ist typisch für Fotografien (oder auch Landschaftsgemälde), da diese einer Abbildung als Zentralprojektion entsprechen, wobei die Linse des Fotoapparates der Augenlinse (des linken oder rechten Auges) entspricht.

Zu 3.2.2 Prismen – Oberflächen stempeln und berechnen

Zu KV 3.2.2.1: **Warm Up**

1. Um welche geometrischen Körper handelt es sich hier?

Pyramide

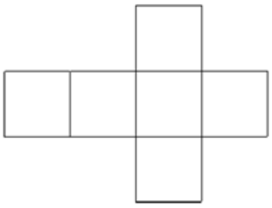
Quader

Kegel

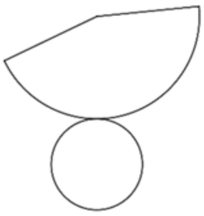
Zylinder

Würfel

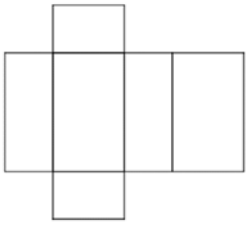
2. Welche geometrischen Körper gehören zu den abgebildeten Netzen?



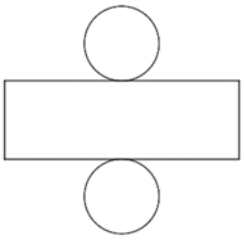
Würfel



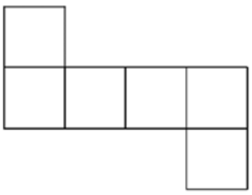
Kegel



Quader



Zylinder



Würfel

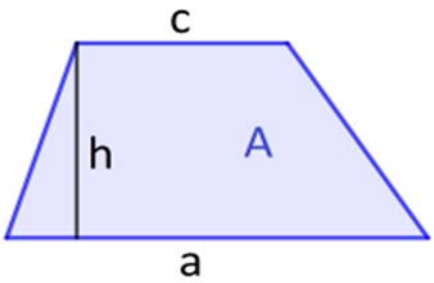
3.

a) Falsch, da die Kanten doppelt gezählt wurden. Der Würfel hat 12 Kanten.
b) Richtig, der Quader hat 8 Ecken, in denen jeweils drei Seitenflächen zusammentreffen.
c) Falsch, ein Zylinder besteht aus 1 rechteckigen Mantelfläche und 2 kreisförmigen Flächen.

4.

Zeichne folgende Figuren und berechne den Flächeninhalt:

Hier beispielhaft für das Trapez dargestellt:



$A = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$

Für $a = 5cm$, $c = 2cm$ und $h = 2cm$

$$A = \frac{1}{2}(5cm + 2cm) \cdot 2cm = 7cm^2$$

Zu KV 3.2.2.2: **Wissensspeicher – Prisma**

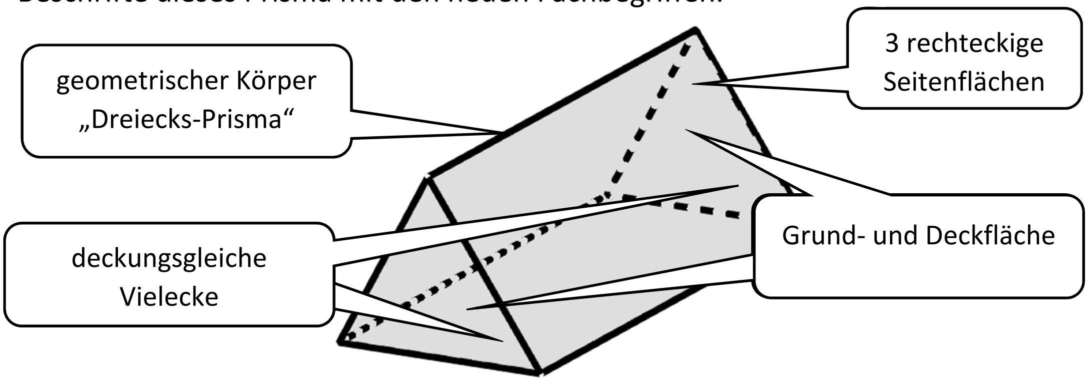
1. Die Bestandteile eines Prismas

Ein Prisma ist ein geometrischer Körper mit zwei deckungsgleichen Vielecken als Grund- und Deckfläche.

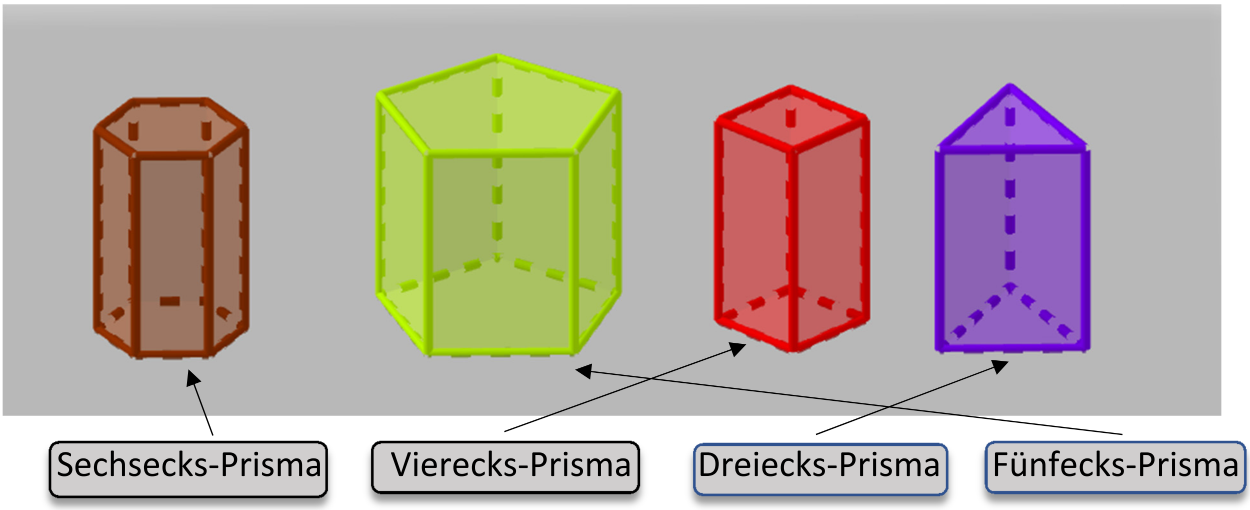
Die Seitenflächen sind immer rechteckig.

Prismen werden nach der Form ihrer Grundflächen benannt.

2. Beschrifte dieses Prisma mit den neuen Fachbegriffen.



3. Verbinde diese Prismen mit den zutreffenden Namen.



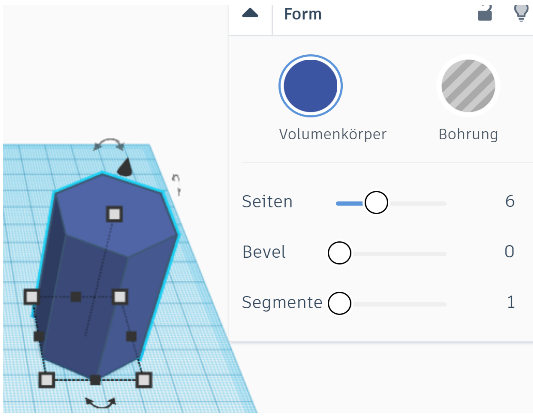
4. Richtig oder falsch? Begründe.

a) Richtig, da die beiden Vielecke durch eine Verschiebung ineinander abbildbar sind.
b) Falsch, Dreiecks- oder Fünfecks-Prismen haben keine zwei zueinander parallelen Seitenflächen.
c) Richtig, 1 Grund-, 1 Deckfläche und 6 Seitenflächen.
d) Richtig, ein Würfel ist ein besonderes Vierecks-Prisma mit 6 kongruenten Flächen.
e) Falsch, es gibt neben den geraden Prismen auch schiefe Prismen.

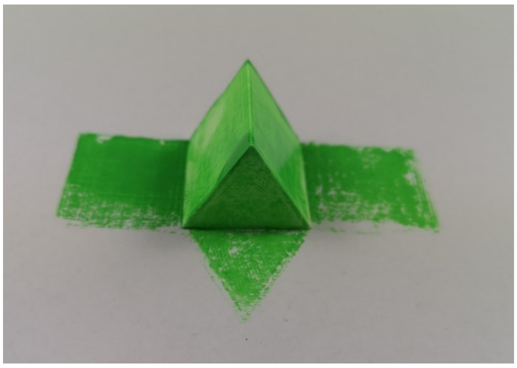
Zu KV 3.2.2.3: **Wir erstellen ein Prisma – Planung und Konstruktion**

1. Die Schülerinnen und Schüler sollen ein Prisma im CAD-Programm entwerfen. Zunächst sollen sie überlegen und beschreiben, wie sie dabei vorgehen wollen. Dazu skizzieren sie ihr ausgewähltes Prisma.

2. Anschließend konstruieren die Schülerinnen und Schüler ihr Prisma im CAD-Programm und beschreiben möglichst genau, wie sie dabei vorgegangen sind. Im CAD-Programm Tinkercad™ kann ein Prisma beispielsweise erstellt werden, indem ein Polygon aus der Seitenleiste ausgewählt und anschließend die Anzahl der Seiten eingestellt wird (vgl. Screenshot aus Programm).



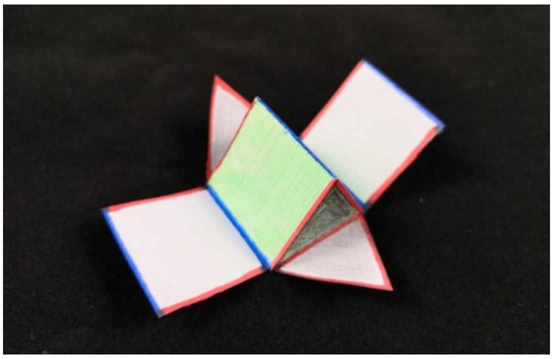
3. **Prismen-Netz abdrucken**



a)–d) In dieser Aufgabe werden die 3D-gedruckten Prismen als Stempel genutzt. Dabei können sie durch Ausprobieren verschiedene Netze zu ihren 3D-gedruckten Prismen finden (wie z. B. bei dem geometrischen Körper „Würfel", hier ist es im Schulunterricht üblich, dass verschiedene Würfelnetze betrachtet werden).

Mithilfe eines Geodreiecks können die Umfänge der gestempelten Netze nun nachgezeichnet werden. Diese Netze sollen entlang der mit den Geodreiecken eingezeichneten Umfänge ausgeschnitten werden, damit ein Falten möglich wird. Wie in den Anregungen zur Unterrichtsgestaltung festgehalten, können die Netze durch das Falten um das 3D-gedruckte Prisma herum überprüft werden.

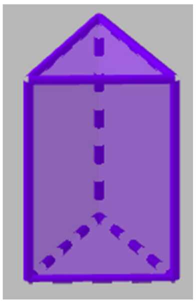
4. 3D-gedrucktes Prisma und Netz vergleichen



a)–d) In diesen Aufgaben sollen die 3D-gedruckten Prismen und die erstellten Netze in Bezug auf bestimmte charakteristische Eigenschaften verglichen werden. Dazu sollen die Grund- und Deckflächen des 3D-gedruckten Prismas schraffiert und alle daran anliegenden Kanten in derselben Farbe markiert werden. Anschließend sollen die übrigen Kanten in einer anderen Farbe markiert werden. Nun soll das Gleiche auch für die entstandenen Netze durchgeführt werden (vgl. Foto).

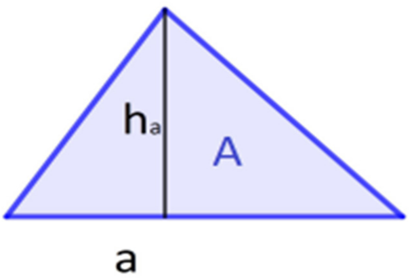
Zu KV 3.2.2.4: **Die Oberfläche eines Prismas**

1. Beispielhafte Berechnung des Oberflächeninhalts eines regelmäßigen Dreiecks-Prismas:



Der Oberflächeninhalt setzt sich insgesamt zusammen aus:
2 x Dreiecksfläche
3 x Rechtecksfläche

Dreiecksfläche A_D:

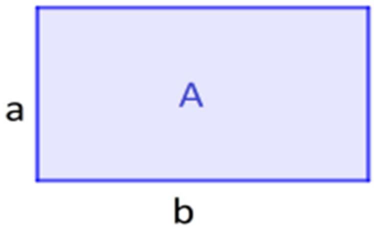


$$A = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

$$a = 3cm, h_a = 4cm$$

$$A_D = \frac{1}{2} 3cm \cdot 4cm = 6cm^2$$

Rechtecksfläche A_R:



$$A = a \cdot b$$

$$a = 3cm, b = 7cm$$

$$A_R = 3cm \cdot 7cm = 21cm^2$$

Gesamtfläche:

$$A_{gesamt} = 2A_D + 3A_R = 2(6cm^2) + 3(21cm^2) = 75cm^2$$

2. Die unterschiedlichen Lösungswege der Schülerinnen und Schüler können hier beispielsweise daraus resultieren, dass die Schülerinnen und Schüler verschiedene Prismen gewählt haben und/oder bei der Berechnung unterschiedlich vorgegangen sind. Zum Beispiel haben einige zunächst eine einzelne Seitenfläche gemessen und dann deren Flächeninhalt berechnet, wohingegen andere mit der Bestimmung des Flächeninhalts der Grundfläche begonnen haben. Insgesamt sollen die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass sie für die Berechnung des Oberflächeninhalts ähnlich vorgehen, nämlich indem sie die Flächeninhalte der Seitenflächen und der Grund- sowie Deckfläche berechnen und anschließend addieren.

3. **Allgemeine Formel zur Berechnung des Oberflächeninhaltes eines Prismas:**

Für ein gerades Prisma mit der Grundfläche G und der Mantelfläche M lautet die Formel für den Inhalt der Oberfläche O:

$$O = 2G + M = 2G + u \cdot h_k$$

Die Mantelfläche M ergibt sich als Produkt aus dem Umfang u der Grundflächenfigur und der Körperhöhe h_k des Prismas.

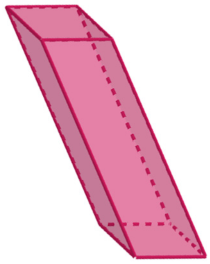
Die farbig markierten Prismen und Netze können die Schülerinnen und Schüler dabei unterstützen, Grund- und Deckfläche sowie die Mantelfläche zu identifizieren. Außerdem können sie erkennen, welche Seitenlängen zur Berechnung benötigt werden.

4. Eventuell haben die Schülerinnen und Schüler die Teilflächen der Mantelfläche oder die Grund- und Deckfläche noch einzeln ausgewiesen (bspw. für ein Dreiecks-Prisma drei Rechtecksflächen aufgeführt). Ist dies der Fall, dann soll in dieser Aufgabe noch einmal eine zusammenfassende Formel für den Oberflächeninhalt eines Prismas in nachfolgender Form notiert und erläutert werden.

$O = 2 \cdot A_G + A_M$, mit $A_m = u \cdot h_k$

Zu KV 3.2.2.5: **Forscheraufgaben**

1. **Das schiefe Prisma**



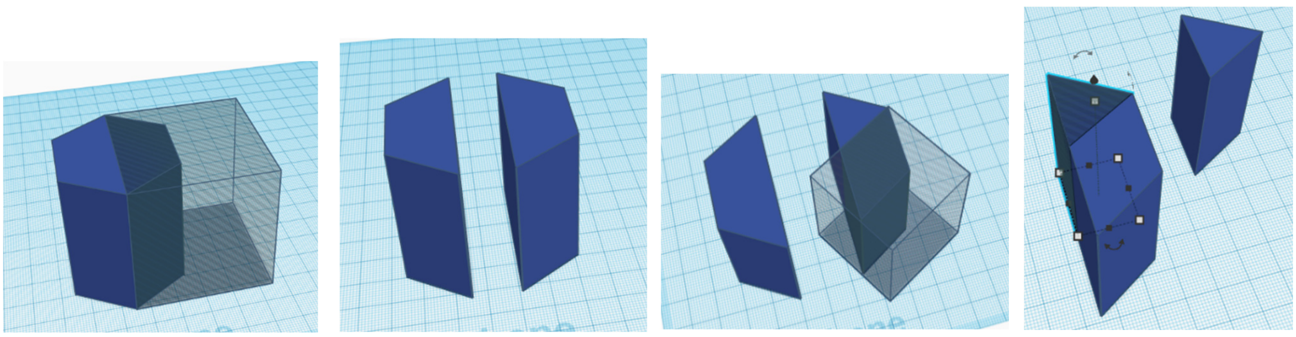
a) Basierend auf den bisherigen Erfahrungen sollen die Schülerinnen und Schüler ihr Vorgehen zur Konstruktion eines schiefen Prismas (vgl. Abbildung am Rand) im CAD-Programm planen, ein schiefes Prisma skizzieren und dieses anschließend in der Software konstruieren.

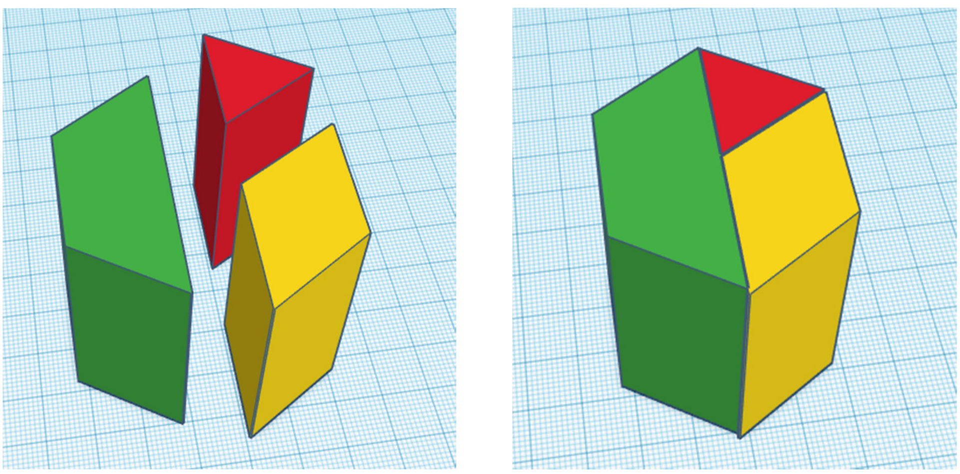
b) Auch die schiefen Prismen der Schülerinnen und Schüler sollen nun zum Stempeln von Netzen genutzt werden (ähnlich wie bei Aufgabe KV 3.2.2.3).

c) Die Schwierigkeit dieser Aufgabe liegt gerade darin, dass die Schülerinnen und Schüler erkennen müssen, dass sie bspw. bei einem schiefen Vierecks-Prisma zur Berechnung der Mantel und Grund- bzw. Deckfläche die Fläche eines Parallelogramms berechnen müssen. Dies resultiert daraus, dass bei schiefen Prismen die Grundfläche nicht senkrecht nach oben zur Deckfläche verschoben wird.

2. **Zerlegen von Prismen im CAD-Programm**

a)–c) Wie beispielhaft in den nachfolgenden Screenshots, die mithilfe des CAD-Programms Tinkercad™ erstellt wurden, zu sehen ist, kann ein Prisma (hier ein Sechseck-Prisma) mithilfe der „Bohrungs-“ und „Gruppierungsfunktion“ in Einzelteile zerlegt werden. In unserem Beispiel entstehen dadurch ein Vierecks-Prisma mit trapezförmiger Grundfläche, ein Vierecks-Prisma mit parallelogrammförmiger Grundfläche und ein Dreiecks-Prisma. Diese Teilprismen können 3D-gedruckt werden und zu einem Sechsecks-Prisma zusammengelegt werden.





Zu 3.2.3 Ebenen im Raum definieren – analytische Geometrie mit CAD-Software

Zu KV 3.2.3.1: **Warm Up – Ebenengleichungen**

1. Koordinatenform:

$$E_{a)}: x_1 - x_2 + x_3 = 1, E_{b)}: -x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2$$

Parameterform:

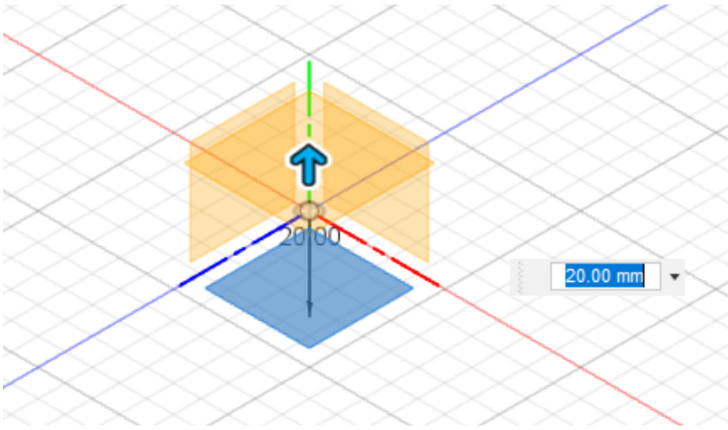
$$E_{a)}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, E_{b)}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Normalenform:

$$E_{a)}: \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0, E_{b)}: \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Zu KV 3.2.3.2: **Der Befehl „Versatzebene“**

1. a) Durch den Befehl Versatzebene, wird die Höhe oder Tiefe eines 3D-Modellraums durch Skizzen und sogenannter Konstruktionsgeometrie aufgespannt, ohne dabei selbst einen Volumenkörper zu entwickeln. Dabei muss ein Wert für den Versatz eingegebenen werden (in unserem Fall 20mm), wodurch eine Hilfskonstruktion erstellt wird, die dann zur Orientierung und zur Platzierung der eigentlichen Modell-Geometrie dient.



b) Wenn wir wissen, dass zwei Ebenen parallel zueinander liegen, reicht es, von einer Ebene einen Punkt zu wählen und den Abstand dieses Punktes von der anderen Ebene zu bestimmen. Da wir im Programm Fusion360 den Abstand von 20mm bereits festgelegt haben und dieser (minimale) Abstand des gewählten Punktes von der anderen Ebene immer gleich ist, ist die (Versatz-)Ebene eindeutig festgelegt.

c) Koordinatenform: $E_V: x_3 = 2$

Parameterform: $E_V: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Normalenform: $E_V: \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

2. Die Pyramide lässt sich erstellen, indem zunächst die Grundfläche und ein Punkt für die Pyramidenspitze definiert werden. Mit dem Befehl „Erhebung“ kann anschließend die Pyramide konstruiert werden. Alternativ kann die Grundfläche gezeichnet werden und anschließend linear mit einem Verjüngungswinkel von 45° extrudiert werden.
Die Ebene, in der eine der Pyramidenseiten liegt, lässt sich wie folgt beschreiben:

Koordinatenform: $E_S: x_1 + x_2 = 5$

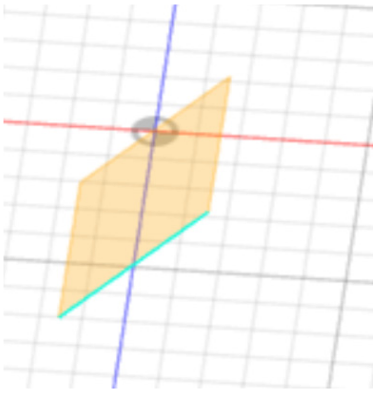
Parameterform: $E_S: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Normalenform: $E_S: \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$

3. Die Punkte der Ursprungsebene werden um den Abstand 10mm senkrecht zur Ebene verschoben. Damit bleiben die Spannvektoren und Normalenvektoren erhalten.

Zu KV 3.2.3.3: **Der Befehl „Ebene an Winkel“**

1. a) Zur Erinnerung: In KV2, Aufgabe 2 haben wir mithilfe der Erhebungsfunktion unsere quadratische Pyramide erstellt. Mithilfe des „Ebene an Winkel“-Befehls kann eine weitere Konstruktionsebene (z.B. zum „Skizze erstellen“) an Kanten bei Volumenkörpern oder an Koordinatenachsen (hier der z-Achse) erstellt werden.



b) Eine Ebene im Raum ist durch eine Gerade und einen Punkt, der nicht auf der Geraden liegt, eindeutig bestimmt. Die Gerade, welche in diesem Fall die z-Achse ist, und der Punkt kann durch den Winkel von 45° zur y-z-Ebene bestimmt werden, in diesem Fall also $P(-1|1|0)$.

c) Koordinatenform:

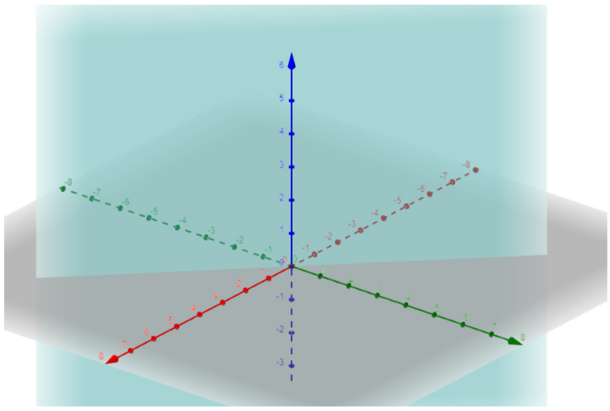
$$E: x_1 + x_2 = 0$$

Parameterform:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Normalenform:

$$E: \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$



2. a) Koordinatenform:

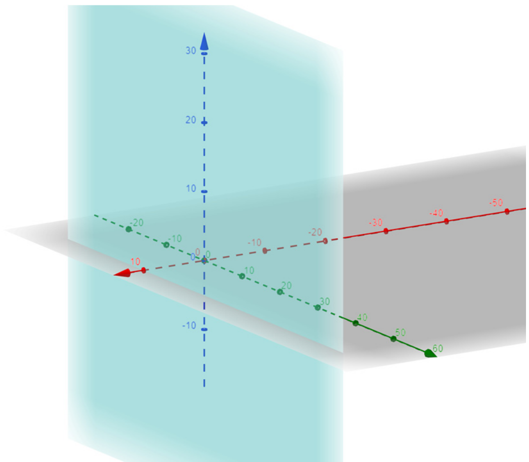
$$E: x_1 = 10$$

Parameterform:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Normalenform:

$$E: \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

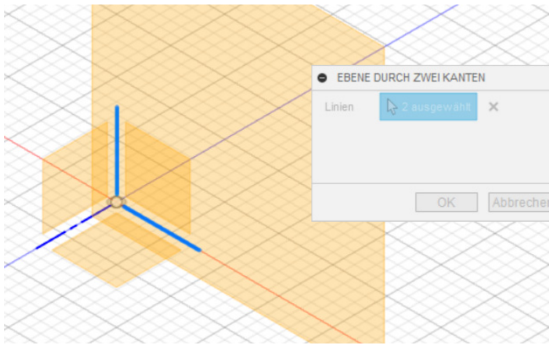


3. Es bleiben im Vergleich zur Ebene aus Aufgabe 2 nur einzelne Punkte erhalten, nämlich diese, welche auf der Kante des Würfels liegen. Diese Kante kann nun als Gerade interpretiert werden. Damit kann der Spannvektor der Geraden auch als Spannvektor der beiden Ebenen gewählt werden. Als Stützvektor beider Ebenen kann ein Punkt auf der Geraden gewählt werden.

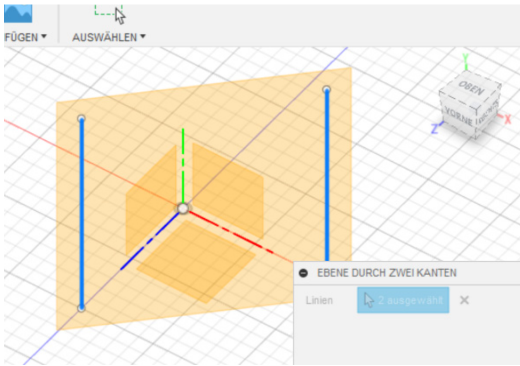
Zu KV 3.2.3.4: **Der Befehl „Ebene durch zwei Kanten“**

1. Zeichnung der x-y-Ebene mithilfe des Befehls „Ebene durch zwei Kanten“:

a) Man kann die x- und y-Achse auswählen.
b) Mit zwei beliebigen nicht kollinearen Achsen, die innerhalb der Ebene liegen, kann die Ebene ebenfalls beschrieben werden.
c) Zwei Achsen können als zwei Geraden im Raum angesehen werden, mit denen eine Ebene eindeutig festgelegt werden kann (unter der Bedingung, dass sie sich schneiden oder parallel verlaufen).
d) Die Koordinatenachsen müssen sich schneiden oder parallel zueinander sein.



2. Die zweite Achse muss parallel zur ursprünglichen Achse sein und damit auch zur y-Achse. Andernfalls wären die Achsen windschief und spannen damit keine Ebene auf. Für die folgenden Ausführungen haben wir eine zur y-Achse parallele Gerade im Abstand von 50mm in positive z-Richtung gewählt.



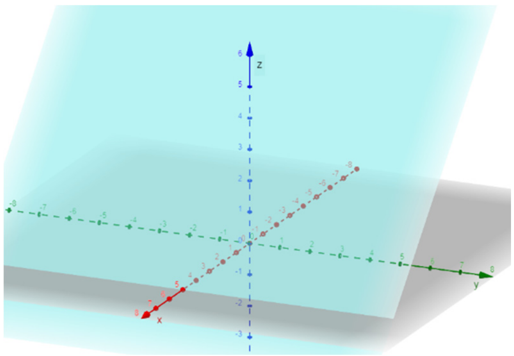
3. a) Koordinatenform: $E: x_1 + x_3 = 5$

Parameterform:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Normalenform:

$$E: \left[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$



b)
Unterschiede:
i) Bei der Definition über zwei Achsen muss zunächst geprüft werden, ob diese Achsen windschief oder identisch sind, bevor eine Ebene darüber „aufgespannt“ und eindeutig festgelegt werden kann. Sie bilden sozusagen zwei Geraden im Raum, die jeweils durch Angabe eines Spannvektors und eines Stützvektors beschrieben werden können. Mit diesen Angaben lässt sich bei sich schneidenden Geraden direkt die Ebene bestimmen. Sind die Geraden parallel zueinander, so kann ein weiterer Spannvektor über die Verbindung zweier beliebiger Punkte auf je einer der Geraden angegeben werden.
ii) Bei einer Definition über die Parameterdarstellung stellt sich die Frage einer windschiefen Lage nicht, da die Spannvektoren keine festgelegte Lage im Raum besitzen, sondern lediglich eine Richtung bestimmen. Die Lage der Ebene im Raum wird durch einen Stützvektor angegeben.
Gemeinsamkeiten:
Über beide Möglichkeiten i) und ii) kann eine Ebene eindeutig festgelegt werden. Die Lage der Ebene wird jeweils durch einen Stützvektor bzw. Punkt auf einer Geraden angegeben. Die „Orientierung“ wird durch zwei Spannvektoren bzw. zwei Geraden festgelegt.