

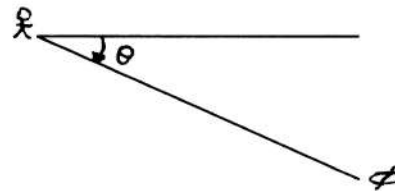
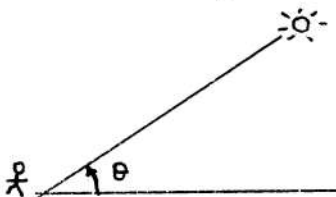
OBJETIVO: Dado un problema resolverlo utilizando triángulos rectángulos y/o oblicuángulos.

PRERREQUISITO: Teoremas del seno y del coseno. Teorema de Pitágoras.

INFORMACION

ANGULO DE ELEVACION Y ANGULO DE DEPRESION

El ángulo de elevación es el ángulo que se forma entre la horizontal y la visual de un objeto colocado por encima de dicha horizontal. El ángulo de depresión es el ángulo que se forma entre la horizontal y la visual de un objeto colocado por debajo de la horizontal.

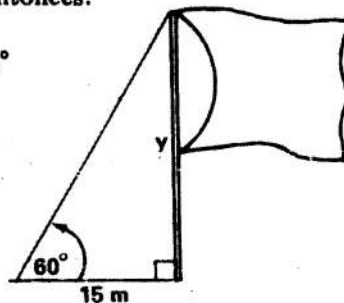


1. UN HOMBRE SITUADO A 15 M DEL PIE DE UN MÁSTIL DE UNA BANDERA Y EL ANGULO DE ELEVACIÓN AL TOPE DEL MÁSTIL ES DE 60°. HALLAR LA ALTURA DEL MÁSTIL.

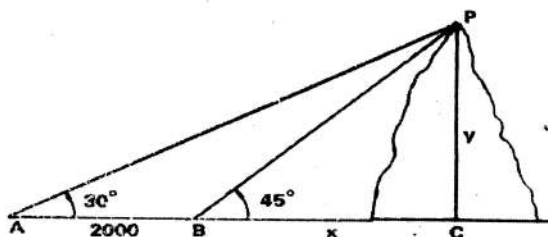
Sea y la altura del mástil (ver figura). Entonces:

$$\begin{aligned} \tan 60^\circ &= \frac{y}{15} \text{ o } y = 15 \tan 60^\circ \\ &= 15 \times \sqrt{3} \\ &= 15 \times 1,72 = 25,8 \text{ m} \end{aligned}$$

Luego: $y = 25,8 \text{ m}$.



2. DESDE CIERTO PUNTO SOBRE EL PLANO DEL PIE DE UNA MONTAÑA, EL ANGULO DE ELEVACION AL PICO ES DE 45°. EN OTRO PUNTO, SITUADO A 2000 M MAS LEJOS QUE EL PUNTO ANTERIOR, EL ANGULO DE ELEVACION ES DE 30°. ¿CUAL ES LA ALTURA DE LA MONTAÑA?



La situación anterior se muestra en la figura. Los triángulos APC y BPC son triángulos rectángulos; luego, de las definiciones de las funciones trigonométricas para triángulos rectángulos, se tiene:

$$\begin{aligned} \tan 45^\circ &= \frac{y}{x} \\ \text{y } \tan 30^\circ &= \frac{y}{x + 2000} \end{aligned}$$

Como $\tan 45^\circ = 1$ y $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, estas ecuaciones se convierten en

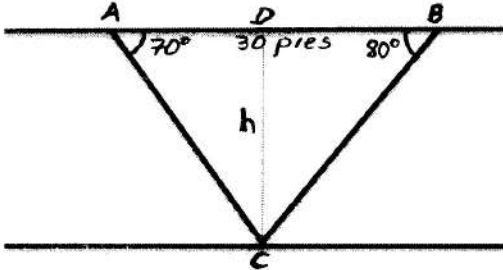
$$\begin{aligned} 1 &= \frac{y}{x} & \text{ó} & \quad x = y \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{y}{x + 2000} & \text{ó} & \quad x + 2000 = \sqrt{3} y \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones para y , se obtiene:

$$y = \frac{2000}{\sqrt{3} - 1} = 2732 \text{ m}$$

3. DOS PUNTOS A Y B SITUADOS EN EL MISMO LADO DE UNA CARRETERA DISTAN 30 m. UN PUNTO C SITUADO DEL OTRO LADO DE LA CARRETERA ESTA SITUADO DE TAL MANERA QUE EL ANGULO CAB MIDE 70° Y EL ANGULO ABC MIDE 80° . ¿Cuál ES EL ANCHO DE LA CARRETERA?

la figura siguiente muestra la situación descrita en el problema:



Debemos hallar el ancho de la carretera que corresponde al segmento h de la figura.

Empleamos el teorema del Seno. Calculamos el valor del ángulo C:

$$C = 180^\circ - (A + B) \text{ entonces } C = 180^\circ - (70^\circ + 80^\circ). \text{ Luego } C = 30^\circ$$

Calculamos el segmento AC:

$$\frac{\text{Sen } B}{AC} = \frac{\text{Sen } C}{AB} \text{ entonces } \frac{\text{Sen } 80}{AC} = \frac{\text{Sen } 30}{30} \text{ despejamos a AC:}$$

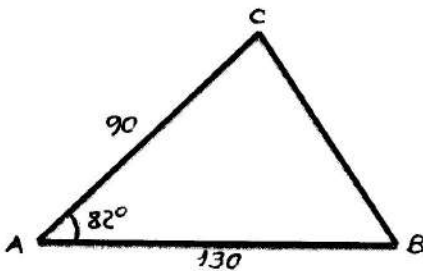
$$AC = \frac{30 \cdot \text{sen } 80}{\text{sen } 30} = 59,09 \text{ m}$$

Ahora calculamos el segmento h mediante definición de seno:

$$\text{Sen } 70^\circ = \frac{h}{AC} \text{ entonces } h = AC \cdot \text{sen } 70 \text{ entonces } h = 59,09 \cdot \text{Sen } 70 = 55,52 \text{ m}$$

En ancho de la carretera es 55,52 m

4. UN SOLAR TRIANGULAR TIENE FRENTE DE 90 Y 130 PIES A DOS CALLES QUE SE CORTAN EN UN ANGULO DE 82° . HALLAR EL AREA DEL SOLAR



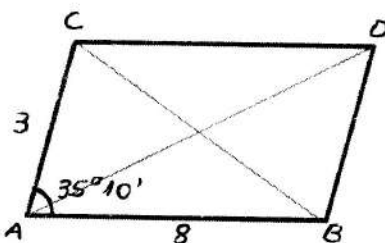
Tenemos un triángulo oblicuángulo que puede resolverse por el Teorema del Coseno

La ecuación que permite calcular el área del triángulo es

$$A = \frac{b \cdot c \cdot \text{Sen } A}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot c \cdot \text{Sen } A}{2} = \frac{130 \cdot 90 \cdot \text{Sen } 82}{2} = 5793 \text{ pies}^2 \text{ El área del solar es } 5793 \text{ pies}^2$$

5. DOS LADOS ADYACENTES DE UNA PARALELOGRAMO SE CORTAN EN UN ANGULO DE $35^\circ 10'$ TIENEN LONGITUD DE 3 Y 8 PIES. ¿CUAL ES LA LONGITUD DE LA DIAGONAL MAS CORTA DEL PARALELOGRAMO?



Empleamos el TEOREMA DEL COSENO para resolver el problema

$$AC = 3, AB = 8, \text{ Angulo } A = 35^\circ 10'$$

$$CB^2 = AC^2 + AB^2 - 2(AC)(AB) \text{ Cos } A$$

$$CB^2 = 3^2 + 8^2 - 2(3)(8) \text{ Cos } 35^\circ 10'$$

$$CB^2 = 33,76 \text{ Entonces } CB = 5,81 \text{ pies}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

RESOLVER LOS SIGUIENTES PROBLEMAS:

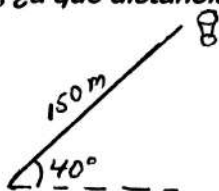
1. Un hombre de pie situado a 5 m de la pared de una galería de arte observa que el ángulo de elevación de la parte superior de uno de los cuadros es de 30° y el ángulo de elevación de la parte inferior es de 15° . ¿Cuál es la altura del cuadro?

2. Los organizadores de una prueba ciclista ordenan la construcción de una rampa de 10 m de largo y que se levanta del suelo a una altura de 3 m. Calcular el ángulo de elevación de la rampa.

3. Las longitudes de los lados de un solar triangular son 240 y 300 pies y el ángulo opuesto al lado mayor mide 75° . Hallar el tercer lado.

4. Desde el puente de un transatlántico, 20 m arriba del nivel del mar, se observa una balsa con un ángulo de depresión de 21° . Hallar la distancia del transatlántico a la balsa.

5. Con los datos de la figura, ¿a qué distancia se encuentra el globo del suelo?



6. De la cima de un faro de 8 m de alto se divisa una lancha con un ángulo de depresión de 80° . Calcula la distancia entre la lancha y el pie del faro.

7. El ángulo de elevación de una cometa, cuando se han soltado 40 m de hilo son 40° . Determinar la altura de la cometa.

8. En las orillas opuestas de un río se sitúan dos puntos A y B. En la orilla donde está situado el punto A, se determina un segmento $AC = 275$ m y se miden los ángulos $CAB = 125^\circ 40'$ y $ACB = 48^\circ 50'$. Encontrar la longitud AB.

9. El extremo inferior de una escalera apoyada contra una pared se encuentra a 10 m de la pared. Si alcanza justo hasta una ventana situada a 20 m del suelo, ¿qué ángulo forma la escalera con el suelo?

10. Un asta de bandera colocada sobre la parte superior de un edificio tiene 35 pies de altura. Desde el punto que está situado en el mismo plano horizontal que la base del edificio, con ángulo de elevación de la parte superior del asta de la bandera y de la parte inferior de la misma son respectivamente 65° y 56° . Hallar la altura del edificio.

11. Un avión se encuentra en un momento dado a 4000 m en la vertical de un barco. Entonces se observa desde el avión un iceberg con un ángulo de depresión de 22° . Hallar la distancia del avión al iceberg.

12. Un avión de reconocimiento que vuela a 1000 m ve dos botes delante de él. Si los ángulos de depresión son 31° y 42° respectivamente, hallar la distancia entre los dos botes.

13. Un río tiene dos orillas paralelas. Desde los puntos P y Q de una orilla, se observa un punto N de la orilla opuesta. Si las visuales forman con la dirección de la orilla ángulos de 40° y 50° respectivamente y la distancia PQ es de 30 m. Determinar el ancho del río.

14. Para determinar la altura de un poste un observador se coloca a 3,5 m de su pie y ve el poste con un ángulo de elevación de $50^\circ 30'$. Calcular la altura del poste.

15. Un ingeniero va en un avión que vuela sobre el mar a 500 m de altura y observa los barcos B_1 y B_2 con ángulos de depresión de 34° y 62° respectivamente. Determinar la distancia entre los barcos.