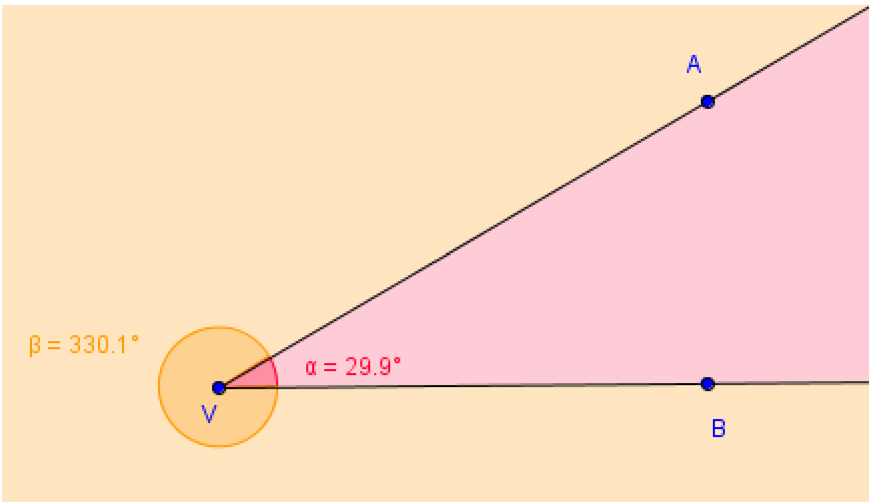
# 1 ÚHEL

**Definice**: Úhel je část roviny ohraničena dvěma polopřímkami se společným počátkem.

Jednotkou úhlu je jeden stupeň 1°, který můžeme dál dělit na menší části, jako jsou minuty a vteřiny. Stejně jako u jednotek času se u jednotek úhlu používá „šedesátková“ soustava.

$$1° = 60'$$
$$1' = 60''$$

Na Obrázek 1 vidíte, že polopřímky *VA* a *VB* tvoří ramena úhlu, který svírají. Úhel $\alpha$ se nazývá konvexní (je menší než 180°). Úhel $\beta$ je vnějším úhlem a nazývá se nekonvexní (je větší než 180°).

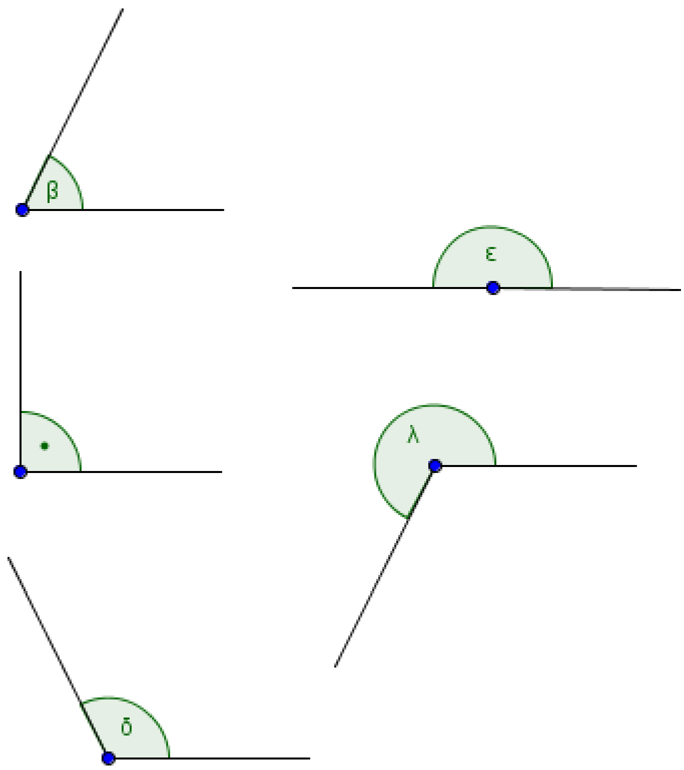



**Obrázek 1 – úhel**

## 1.1 *Rozdělení podle velikosti*

- Úhel nulový – $\alpha = 0°$
- Úhel ostrý – $0° < \beta < 90°$
- Úhel pravý – $\gamma = 90°$
- Úhel tupý – $90° < \delta < 180°$
- Úhel přímý – $\varepsilon = 180°$

- Úhel nekonvexní – $180° < \lambda < 360°$
- Úhel plný - $\varphi = 360°$




**Obrázek 2 - typy úhlů**

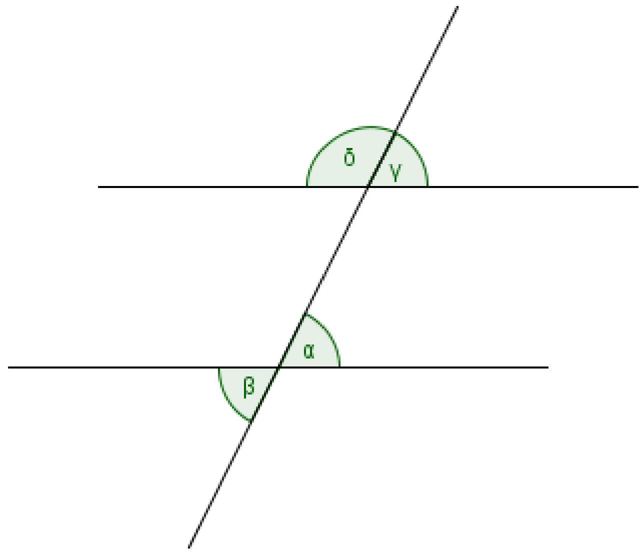
## *1.2 Rozdělení podle vzájemné polohy*

Úhly můžeme dále rozdělovat podle vzájemné polohy mezi nimi. Pokud dva úhly mají společné rameno a vrchol, nazývají se **styčné úhly**. Pokud součet těchto dvou úhlů je roven 90°, pak se jedná o **doplňkové úhly**. Pokud součet těchto dvou úhlů je roven 180° (zbylá ramena tvoří přímku), pak se jedná o **úhly vedlejší**. Na Obrázek 3 jsou to úhly $\gamma$ a $\delta$.

Dva úhly, které mají společný vrchol a jejich ramena leží v opačných směrech, se nazývají **vrcholové úhly**. Jejich velikost je stejná. Na Obrázek 3 jsou to úhly $\alpha$ a $\beta$.

Úhly s různými vrcholy $\alpha$ a $\gamma$ mají stejnou orientaci a nazývají se **úhly souhlasné**. Jejich velikost je stejná.

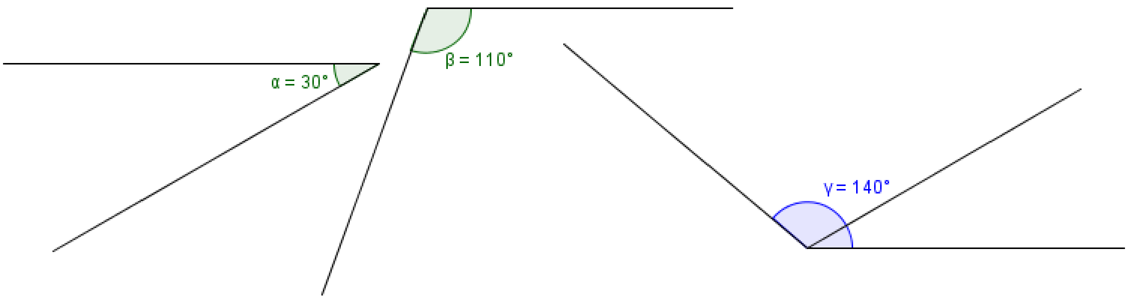
Úhly s různými vrcholy $\beta$ a $\gamma$ mají opačnou orientaci a nazývají se **úhly střídavé**. Jejich velikost je stejná.



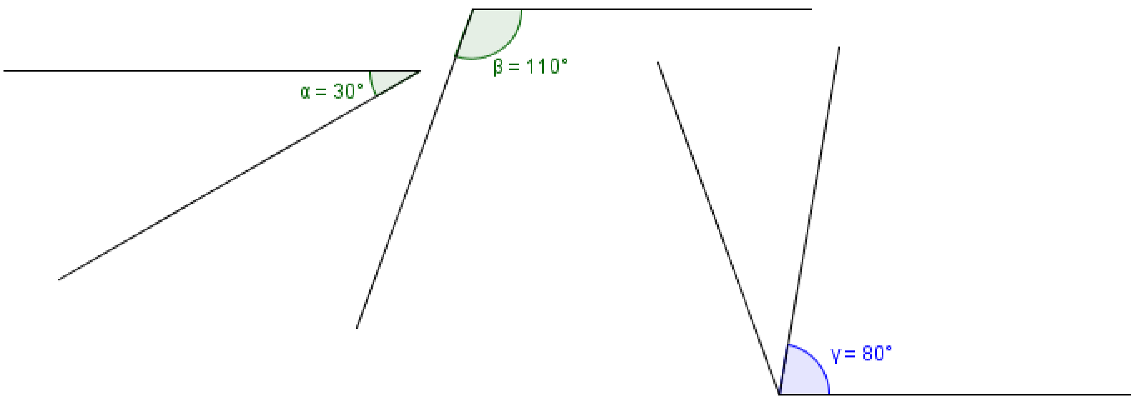

**Obrázek 3 - Vzájemná poloha úhlů**

## *1.3 Grafické operace s úhly*

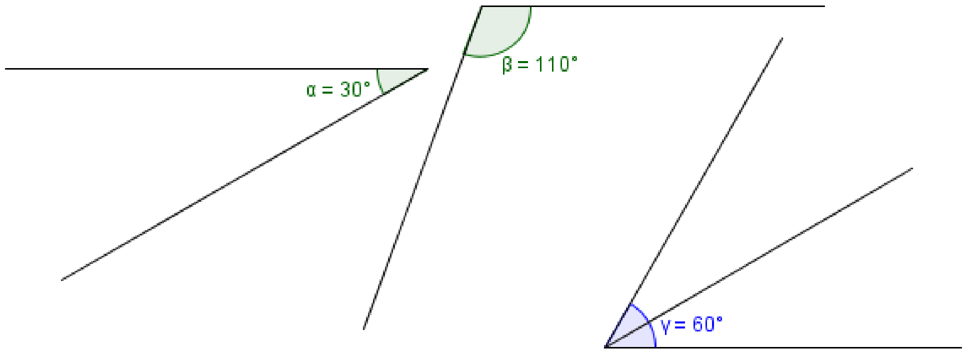
Sčítání úhlů:



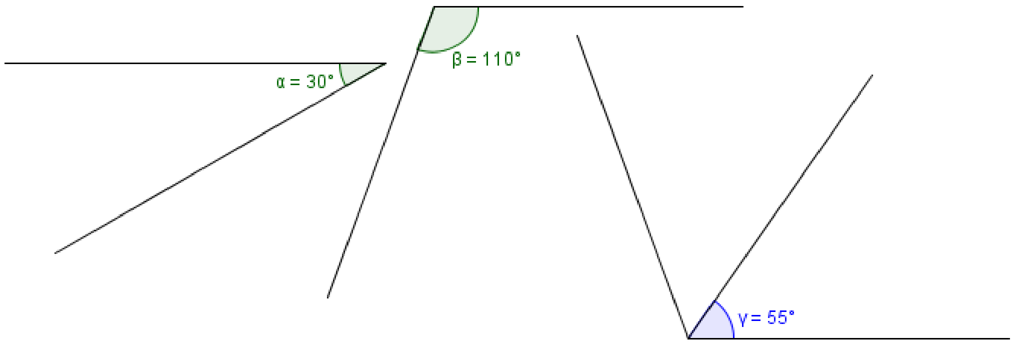

Odčítání úhlů:



Násobení úhlů:



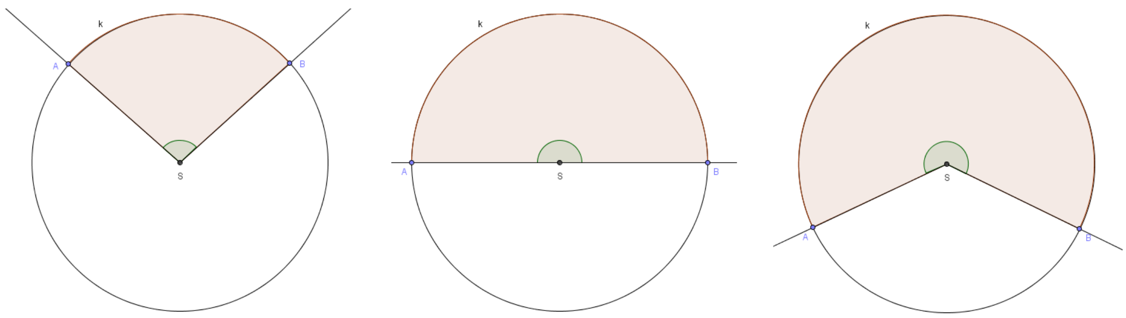

Dělení úhlů:




## 1.4 Středový a obvodový úhel

Body *A*, *B* rozdělují kružnici $k(S, r)$ na dva oblouky. Polopřímky *SA* a *SB* pak rozdělují rovinu na dva úhly. Vrcholy obou úhlů leží ve středu kružnice. Říkáme, že jde o **středové úhly** příslušné k oblouku *AB*.

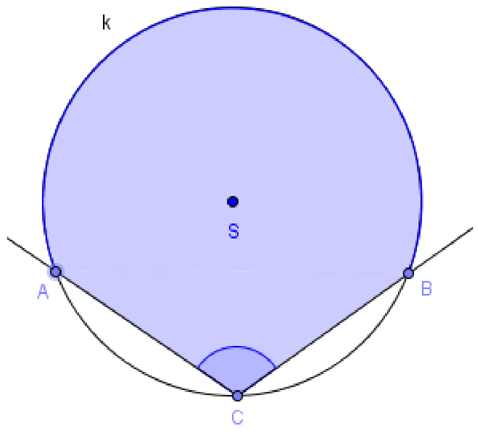
Středový úhel může být konvexní, přímý i nekonvexní.



**Obrázek 4 - středový úhel a) konvexní, b) přímý, c) nekonvexní**

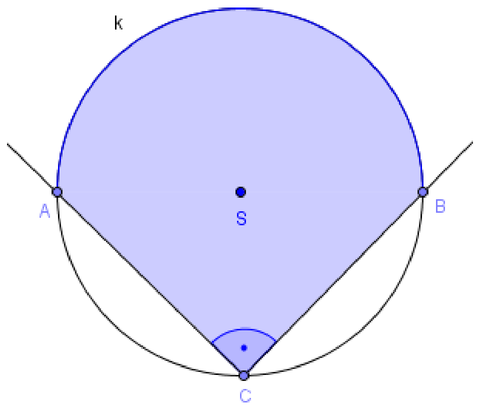
Body *A*, *B* rozdělují kružnici $k(S, r)$ na dva oblouky. Zvolíme-li bod *X* na kružnici *k*, který náleží jednomu z oblouků *AB*. Potom úhel *AXB* nazýváme **obvodovým úhlem** příslušným k oblouku *AB* ve kterém bod *X* neleží.

Pokud všechny tři body *(ABC)* leží na stejné půlkružnici, bude obvodový úhel tupý.



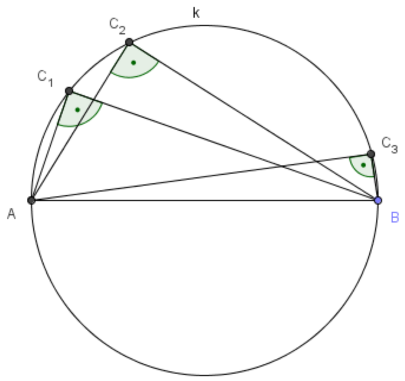

**Obrázek 5 - tupý obvodový úhel**

Pokud dva body *(AB)* tvoří průměr kružnice, potom bude obvodový úhel pravý.



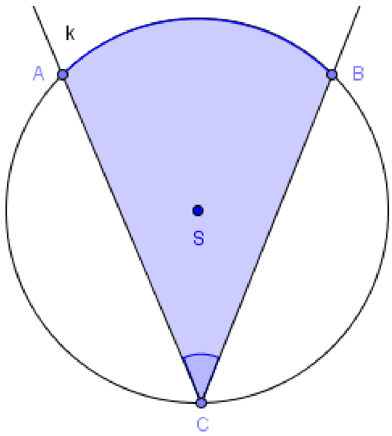

**Obrázek 6 - pravý obvodový úhel**

Této vlastnosti využívá Thaletova věta, která zní: „Množina všech pravých úhlů sestrojených nad úsečkou *AB*, tvoří kružnici s průměrem *AB* – **Thaletova kružnice**.“



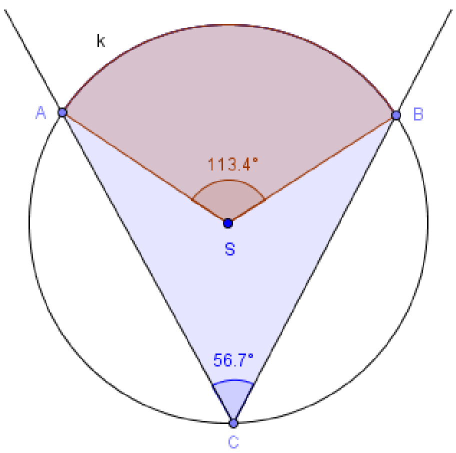

**Obrázek 7 - Thaletova kružnice**

Pokud dva body *(AB)* leží na jedné půlkružnici a třetí bod *(C)* na opačné půlkružnici, potom obvodový úhel je ostrý.




**Obrázek 8 - ostrý obvodový úhel**

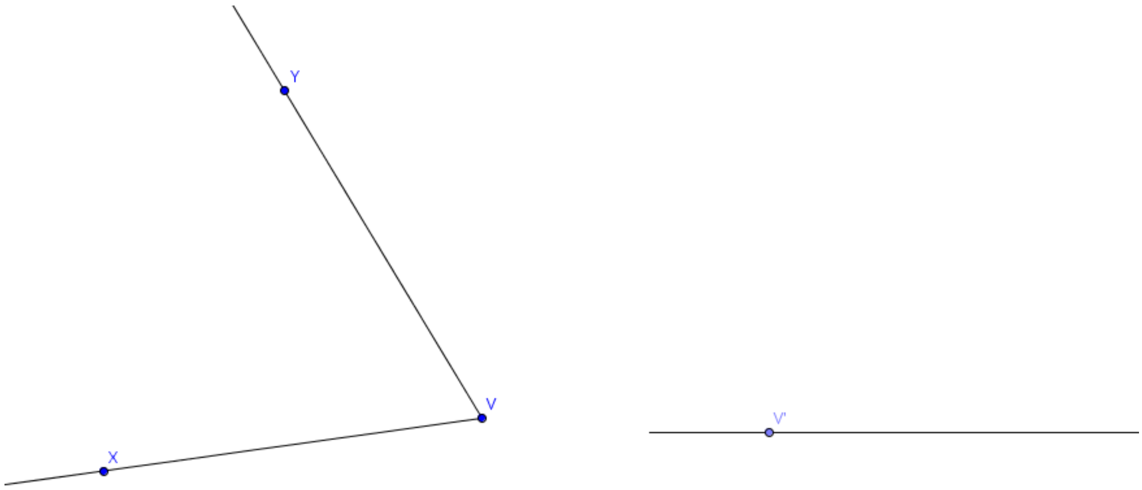
V každé kružnici je velikost středového úhlu dvojnásobkem libovolného obvodového úhlu příslušného k témuž oblouku.



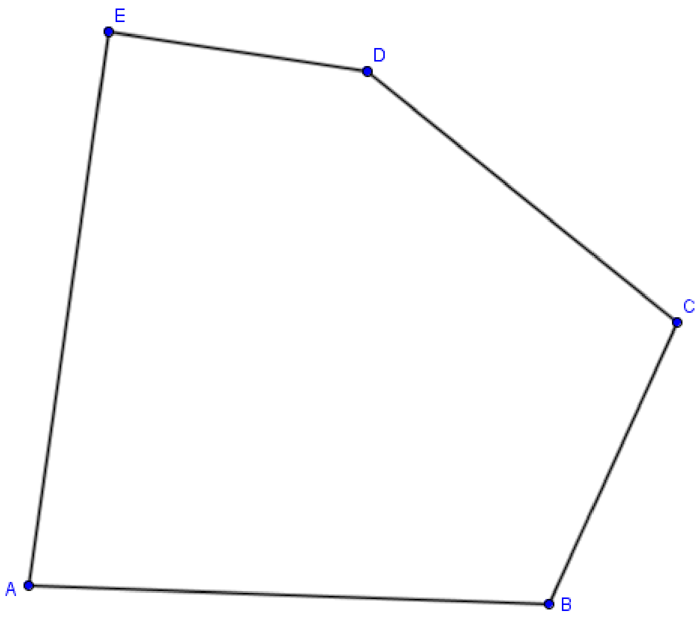

**Obrázek 9 - středový a obvodový úhel**

## 1.5 Příklady

1. Pomocí kružítka přeneste úhel $\angle XVY$ tak, aby vrchol úhlu ležel v bodě $V'$. Obloučkem vyznačte přenesený úhel.




2. Na obrázku je narýsován pětiúhelník, narýsujte osy všech vnitřních úhlů pětiúhelníku.

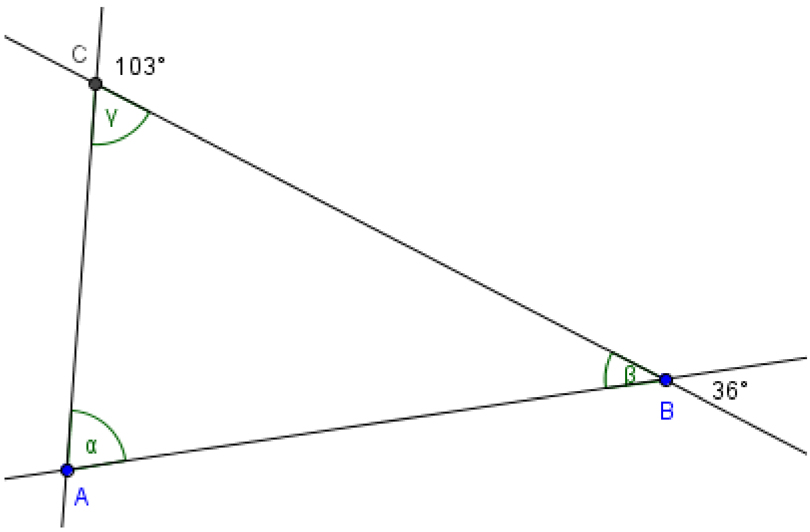


3. Bez použití úhloměru narýsujte úhly o velikosti $\alpha = 90°$, $\beta = 225°$, $\gamma = 22{,}5°$, $\delta = 135°$, $\varepsilon = 45°$.

4. Bez použití úhloměru narýsujte úhly o velikosti $\alpha = 60°$, $\beta = 105°$, $\gamma = 30°$, $\delta = 15°$.

5. Vepište do kružnice postupně ostroúhlý, tupoúhlý a pravoúhlý trojúhelník *ABC* tak, aby body *A*, *B*, *C* ležely na kružnici.

6. Vypočtěte velikosti úhlů $\alpha, \beta, \gamma$ v trojúhelníku *ABC*.




7. Rozhodněte o správnosti následujících vět:

   a. Součet dvou vedlejších úhlů je roven 360°.
   b. Vedlejší úhel k úhlu tupému je tupý úhel.
   c. Vedlejší úhel k úhlu ostrému je tupý úhel.
   d. V trojúhelníku nemohou být 3 shodné úhly.
   e. Součet ostrého a tupého úhlu je vždy 180°.

f. V trojúhelníku nemohou být dva tupé úhly.

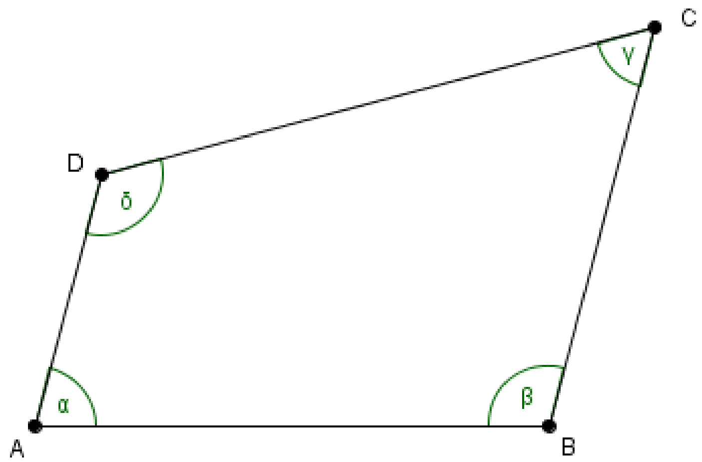
g. Součet dvou ostrých úhlů je vždy úhel ostrý.

h. Přímý úhel lze získat sečtením 3 ostrých úhlů.

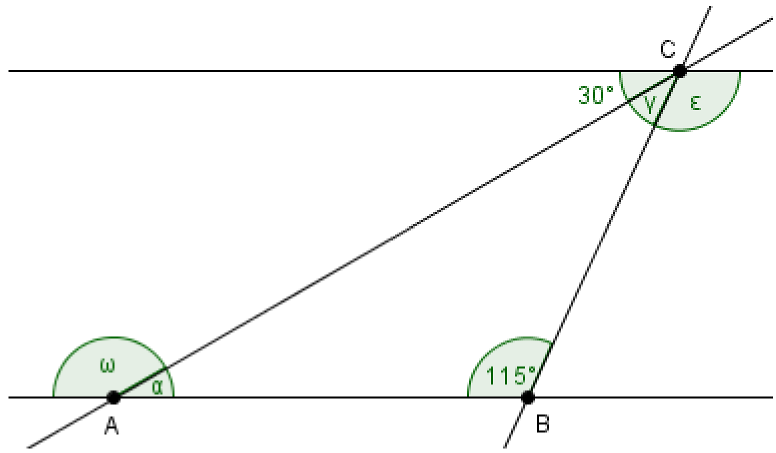
i. Vrcholový úhel k úhlu ostrému je ostrý úhel.

j. Součet dvou ostrých úhlů je vždy tupý úhel.

8. Sestrojte úhly $\varepsilon = \alpha + \gamma$; $\omega = \delta - \beta$.



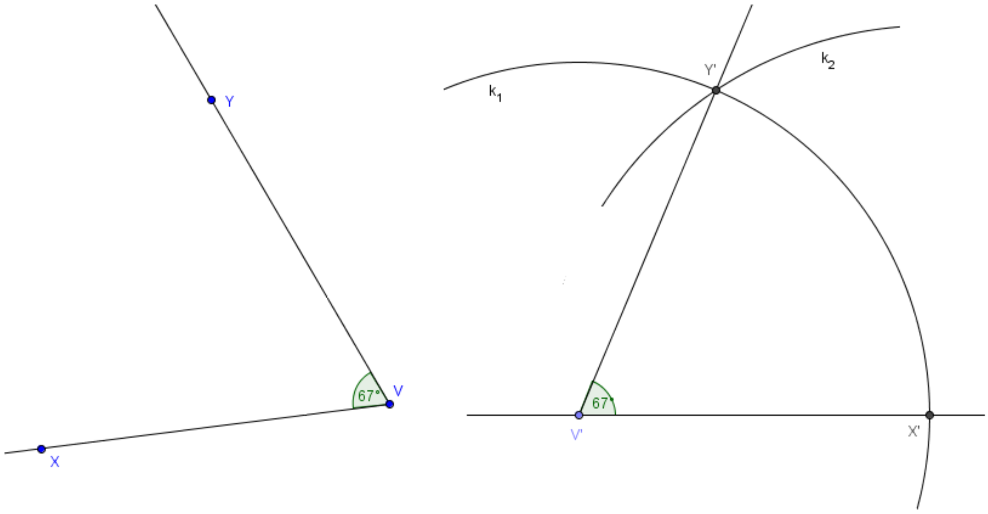

9. Vypočítejte velikosti úhlů označených řeckými písmeny.



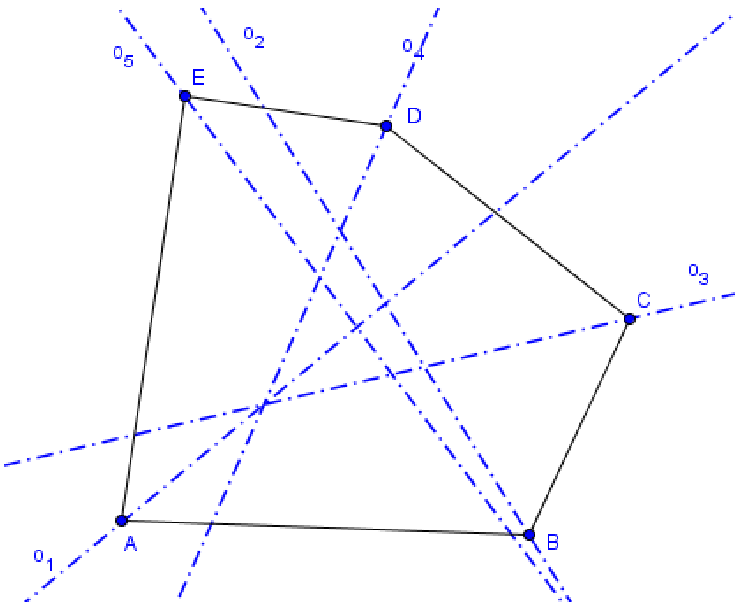

10. Narýsujte úhly $\alpha, \beta, \gamma$. Úhel $\alpha = 30°$, $\beta = 70°$, $\gamma = 50°$. Graficky sestrojte úhly $\delta = 2 \cdot \alpha + \gamma$, $\varepsilon = (\beta + \gamma) : 2$.

# 2 ŘEŠENÍ

Příklad 1:




Příklad 2:



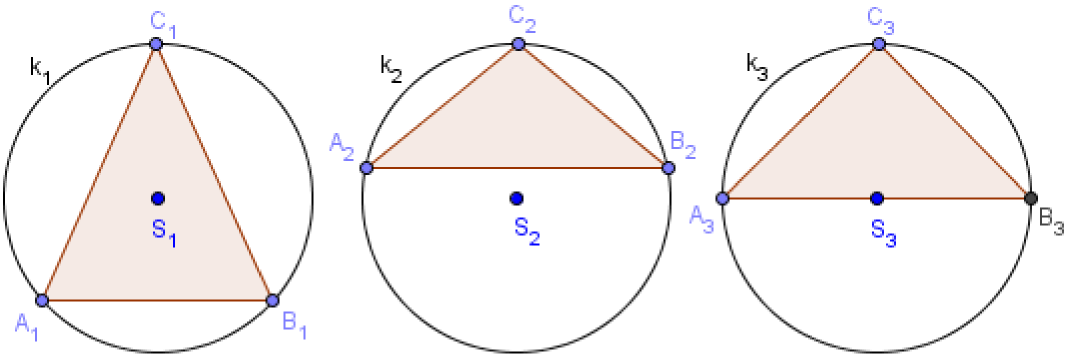

Příklad 3:

Pomocí kolmic sestrojím úhel 90°. Následně pomocí osy úhlu sestrojím jeho polovinu, kterou můžu přičítat nebo odečítat.

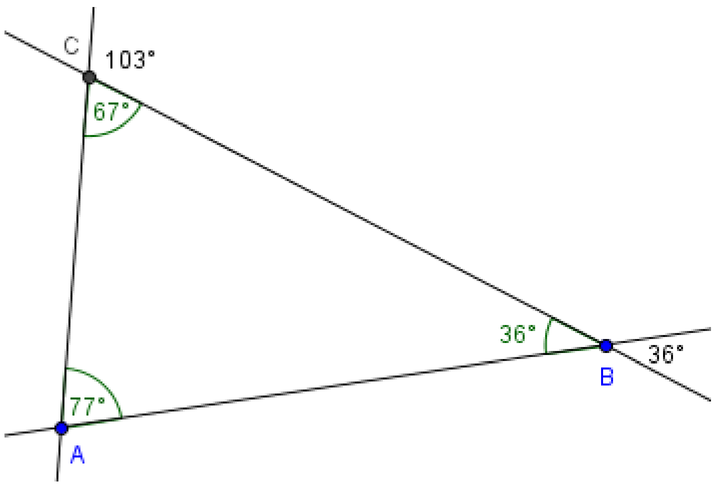
Příklad 4:

*Z* libovolného bodu *X* ležícího na přímce sestrojíme kružnici o libovolném poloměru. Do vzniklého průsečíku kružnice a přímky zapíchneme kružítko a opíšeme další kružnici o stejném poloměru jako u předchozí kružnice. Spojením původního bodu *X* a nově vniklého průsečíku dvou kružnic, vniklo rameno úhlu, které společně s přímkou svírá úhel o velikosti 60°. Velikosti dalších úhlů tvoříme podobně jako u předchozí úlohy.

Příklad 5:



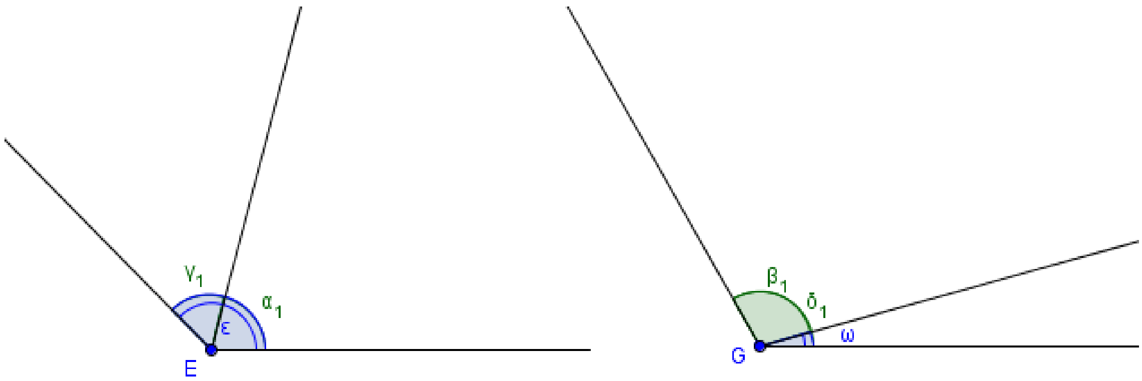

Příklad 6:



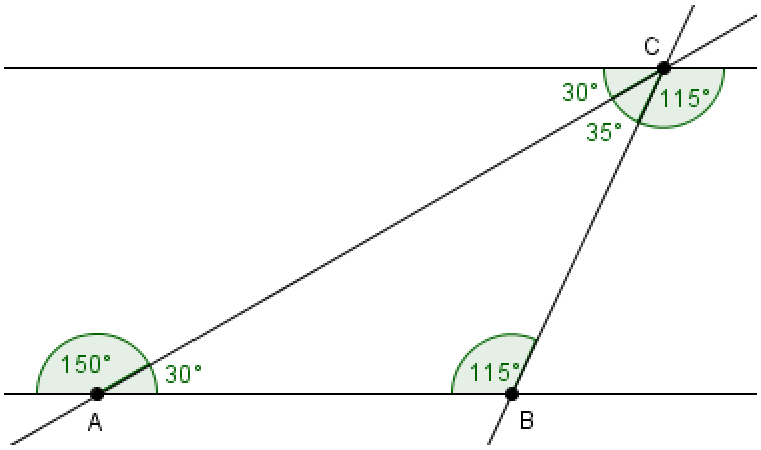

Příklad 7:

a – NE, b – NE, c – ANO, d – NE, e – NE, f – ANO, g – NE, h – ANO, i – ANO, j - NE

Příklad 8:




Příklad 9:




Příklad 10: