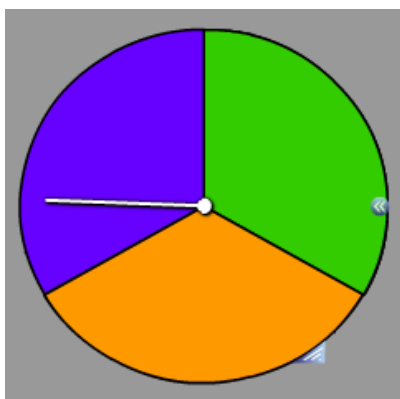
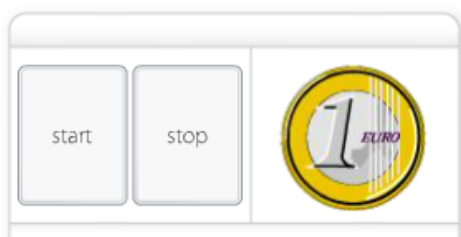


Sannolikhetslära



Kristina.Wallin@kau.se



Centralt innehåll

Sannolikhet

Åk 1 - 3

- Slumpmässiga händelser i experiment och spel.

Åk 4 - 6

- Sannolikhet, chans och risk grundat på observationer, experiment eller statistiskt material från vardagliga situationer. Jämförelser av sannolikheten vid olika slumpmässiga försök.
- Enkel kombinatorik i konkreta situationer.

Sannolikhetsteorin har sitt ursprung i 1500/1600-talets Italien och Frankrike där den tillämpades för hasardspel. Blaise Pascal hade fått en förfrågan om chansen att vinna i ett tärningsspel. Han skrev ett brev till Pierre de Fermat och bad om hjälp. Denna brevväxling anses vara grunden för den klassiska sannolikhetsdefinitionen.



Blaise Pascal 1623 - 1662



Pierre de Fermat 1601 - 1665

Den klassiska sannolikhetsdefinitionen

En händelse betecknas ofta med en stor bokstav A,B,C....

Om A vid tärningskast är händelsen att få ett udda antal ögon så skriver man $P(A)$

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{\text{Antal gynnsamma fall}}{\text{Antal möjliga fall}}$$

Den klassiska sannolikhetsdefinitionen kan bara användas då alla utfall är lika sannolika (Utfallet är här resultatet vid varje tärningskast)

Om A = Händelsen att få en kung när man drar ett kort ur en kortlek så blir:

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Klädlinan - en introduktion till sannolikhetsläran

Barn tror ibland att det är svårare att slå en sexa än en etta. De hör också ibland vuxna säga att de ska satsa på sitt lyckotal när de spelar på t.ex. Lotto. Denna övning ger en grund för att introducera barnen i sannolikhetsläran. Man kan börja med att låta barnen svara på sannolikheten för en rad händelser genom att svara helt säkert, helt omöjligt eller möjligt. Låt påståendena stå på lappar som hängs på en lina. Exempel på händelser:

Det kommer att snöa i morgon

En sten som kastas i vatten kommer att sjunka

När du kastar en tärning får du en sexa

Du kommer att fylla år två gånger i år

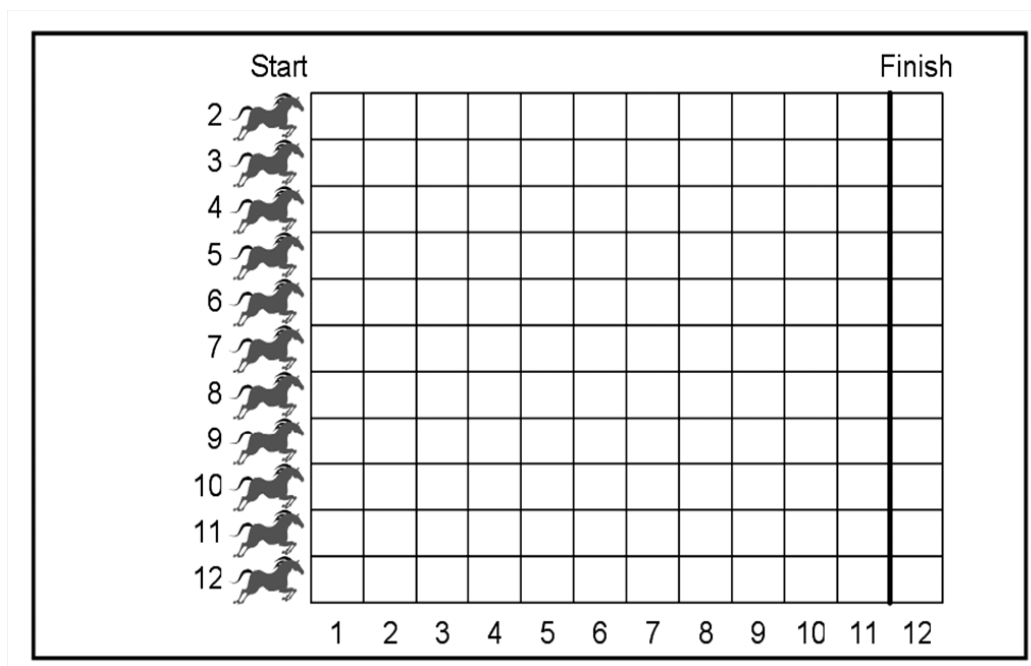
Solen kommer att gå upp i morgon













Tre klasskamrater kommer att vara sjuka i morgon













Kungen kommer att knacka på dörren inom en timme

Hästkapplöpingen

X

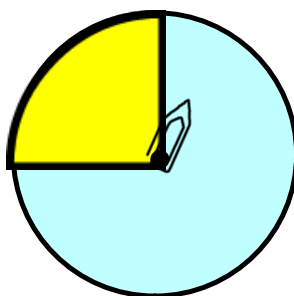


	7	8	9	10	11	12
	6	7	8	9	10	11
	5	6	7	8	9	10
	4	5	6	7	8	9
	3	4	5	6	7	8
	2	3	4	5	6	7
						

Snurran

MÅL	
Blå	Gul
START	



Släpp fångarna loss

Detta är ett spel för två spelare. Börja med att placera ut era fångar en i varje ruta på varsin spelplan. (Markera med ett kryss bredvid spelplanen.)













Turas om att kasta två tärningar och räkna ut skillnaden. Om tärningarna t.ex. visar 1 och 3 så släpps fången i cell 2 loss.













Det gäller att befria alla sina fångar. Den som lyckas med detta först är vinnare.













Spela flera gånger och diskutera resultatet. Kommer någon fånge lättare ut ?

Fortsätt att spela men nu får fångarna placeras hur som helst och det får vara flera fångar i samma cell.



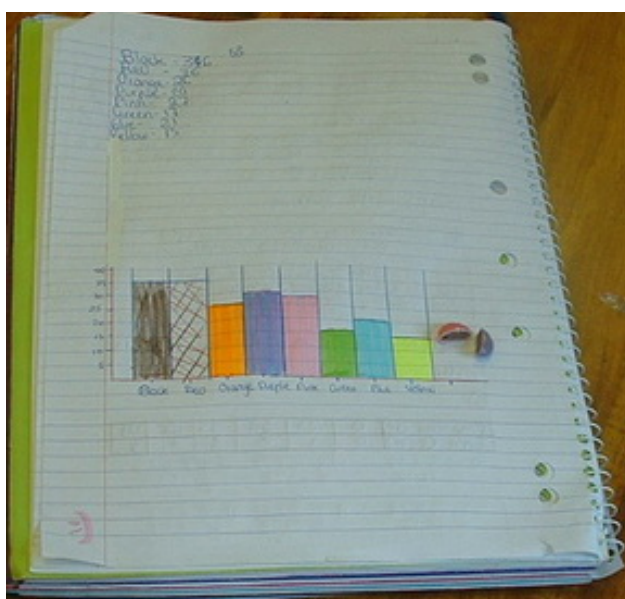
	0		
	1		
	2		
	3		
	4		
	5		

	5	4	3	2	1	0
	4	3	2	1	0	1
	3	2	1	0	1	2
	2	1	0	1	2	3
	1	0	1	2	3	4
	0	1	2	3	4	5
						

6 st nollor, 10 st ettor, 8 st tvåor, 6 st treor, 4 st fyror, 2 st femmor

Smarties



Smarties – en lek med sannolikheter



Detta spel tränar sannolikheter, diagram, addition och subtraktion samt negativa tal. Det passar från åk 3 och uppåt. Svårighetsgraden kan varieras beroende på ålder.

Lägg 12 smarties/klossar i fyra olika färger i en burk. Olika antal av varje färg.

Klassen får se vad som finns i burken. För de yngre barnen är det bra att använda ett färdigt diagram, en tabell och en tallinje.

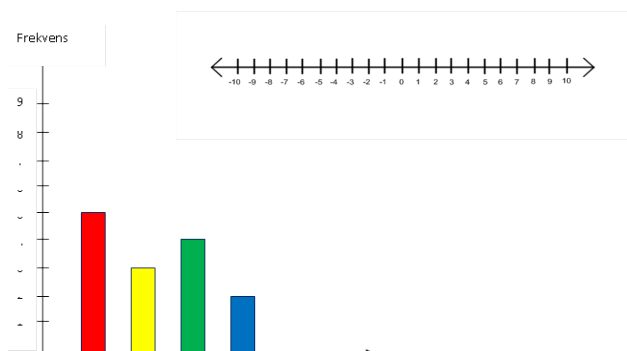
Tag sedan på måfå upp en smarty/kloss i taget ur burken. Inför varje gång får var och en gissa vad det ska bli för färg.

Om man gissar rätt får man + 2 poäng. Om man gissar fel får man - 2 poäng.

Alla startar på 10 poäng.

Den som har högst poäng när alla smarties / klossar är dragna, vinner.

Det som står med röd text kan naturligtvis varieras, beroende på barnens ålder.



Gissning	Rätt färg	Poäng

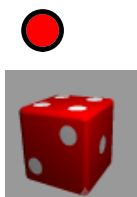
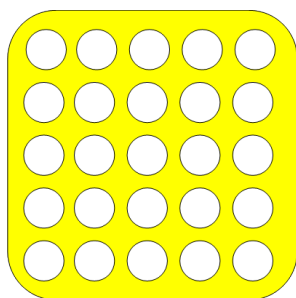
Fyll rutan

Denna övning passar för åk 1 och uppåt. Det tränar grundläggande räkning som 1:1 korrespondens, datainsamling och statistik.

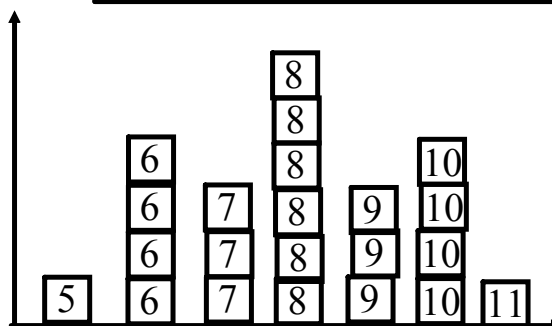
Eleverna turas om att kasta en tärning och fyller successivt de 25 rutorna med kapsyler eller klossar utifrån de utfall de fick på tärningarna. Nu gäller det för barnen att hålla reda på hur många kast som behövs för att fylla spelplanen. Inan de börjar ska de gissa hur många kast som behövs. Låt eleverna göra övningen två omgångar och sedan skriva upp sina resultat på två post-it lappar. Låt dem sedan sätta upp sina värden i ett gemensamt stolpdigram.

Diskussion: Vilka möjliga värden finns? Minst 5 kast (4 sexor + ett kast till) och högst 25.

För de äldre eleverna kan man räkna ut medelvärde och median.



Gissning	Protokoll	Antal kast

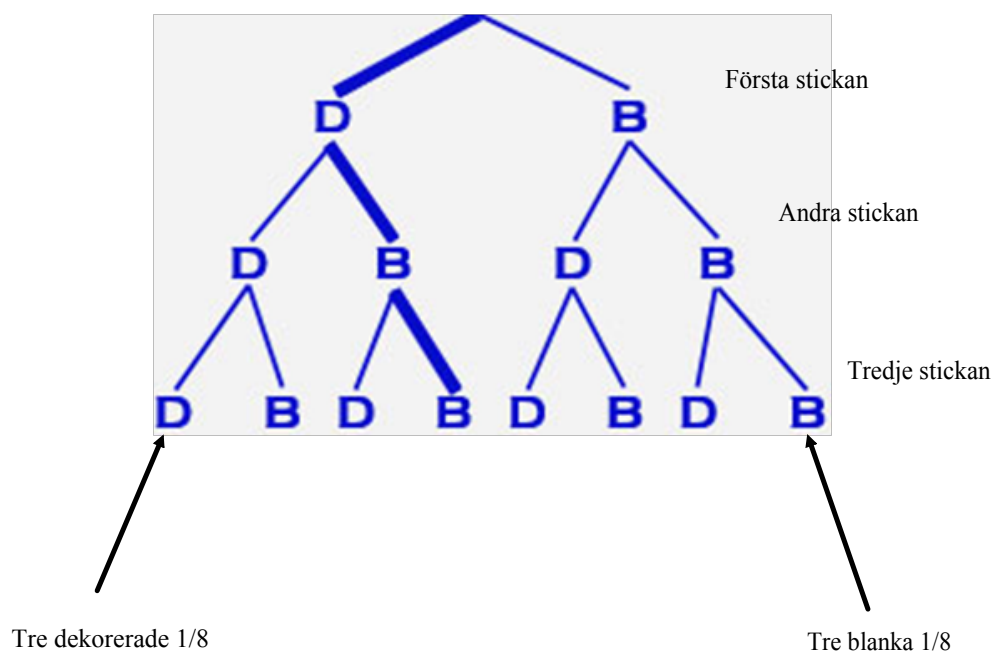


Stickor och Stenar (från Illuminations lessons <http://illuminations.nctm.org/Lessons.aspx>) "Sticks and stones"



3 dekorerade sidor gå 10 steg
3 blanka sidor gå 5 steg
2 dekorerade, 1 blank gå 3 steg
2 blanka, 1 dekorerad gå 1 steg

















Sannolikheten för två dekorerade och en blank är $3/8$
Sannolikheten för två blanka och en dekorerad är också $3/8$

Multiplikation med tärningar

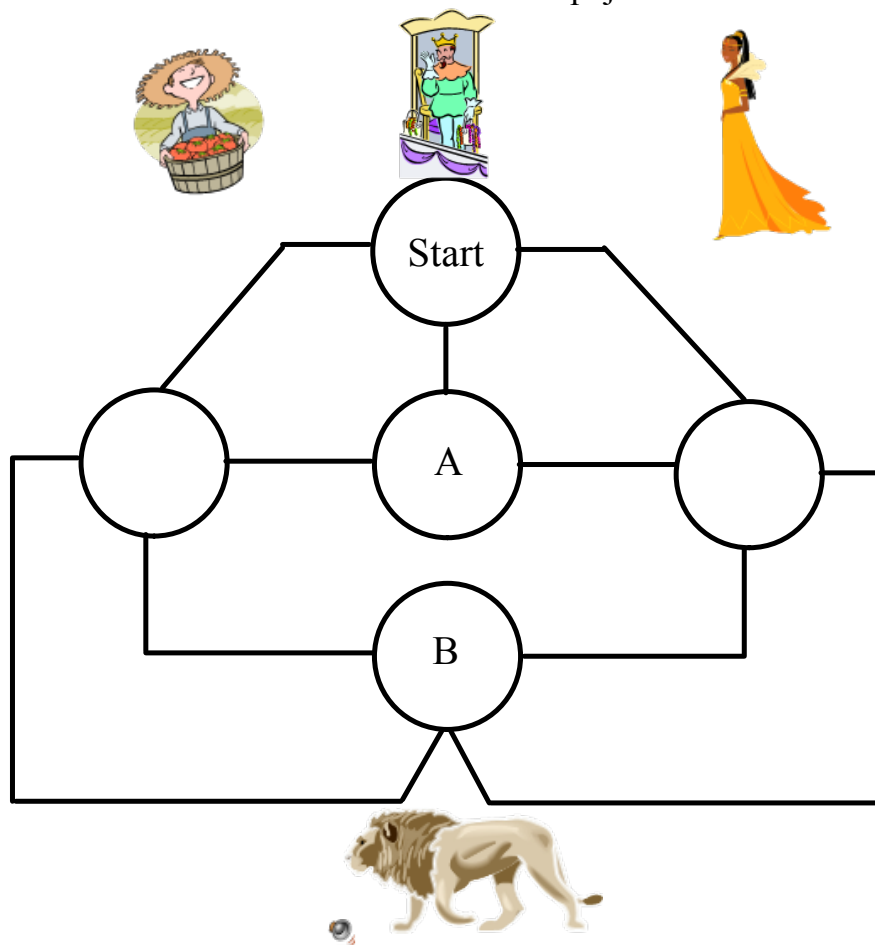
Detta är ett spel som tränar både multiplikation och sannolikheter. Det passar från åk 4 och uppåt. Eleverna spelar parvis. De börjar med att i cirklarna fylla i alla möjliga produkter som man kan få med 2 tärningar. Eftersom det finns 18 möjliga produkter så gäller det att fylla i några produkter mer än en gång. Vilka kan vara bäst? Spelarna turas sedan om att kasta tre tärningar och väljer två av dem. De två tärningarna multipliceras och om produkten finns på spelplanen så markeras det med antingen ett kryss eller en cirkel. Den elev som först får 4 i rad, horisontellt, vertikalt, diagonalt eller fyller 4 hörn vinner.

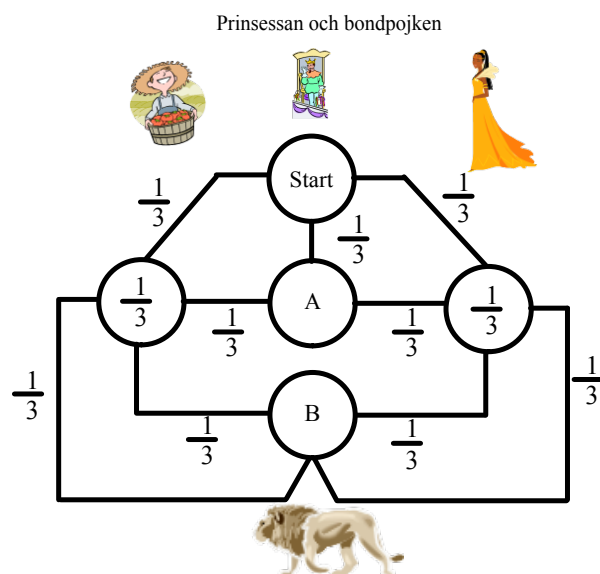


	6	12	18	24	30	36
	5	10	15	20	25	30
	4	8	12	16	20	24
	3	6	9	12	15	18
	2	4	6	8	10	12
	1	2	3	4	5	6
						

en 1, 9, 16, 25, 36. två 2, 3, 5, 8, 10, 15, 18, 20, 24, 30, tre 4. fyra 6, 12

Prinsessan och bondpojken

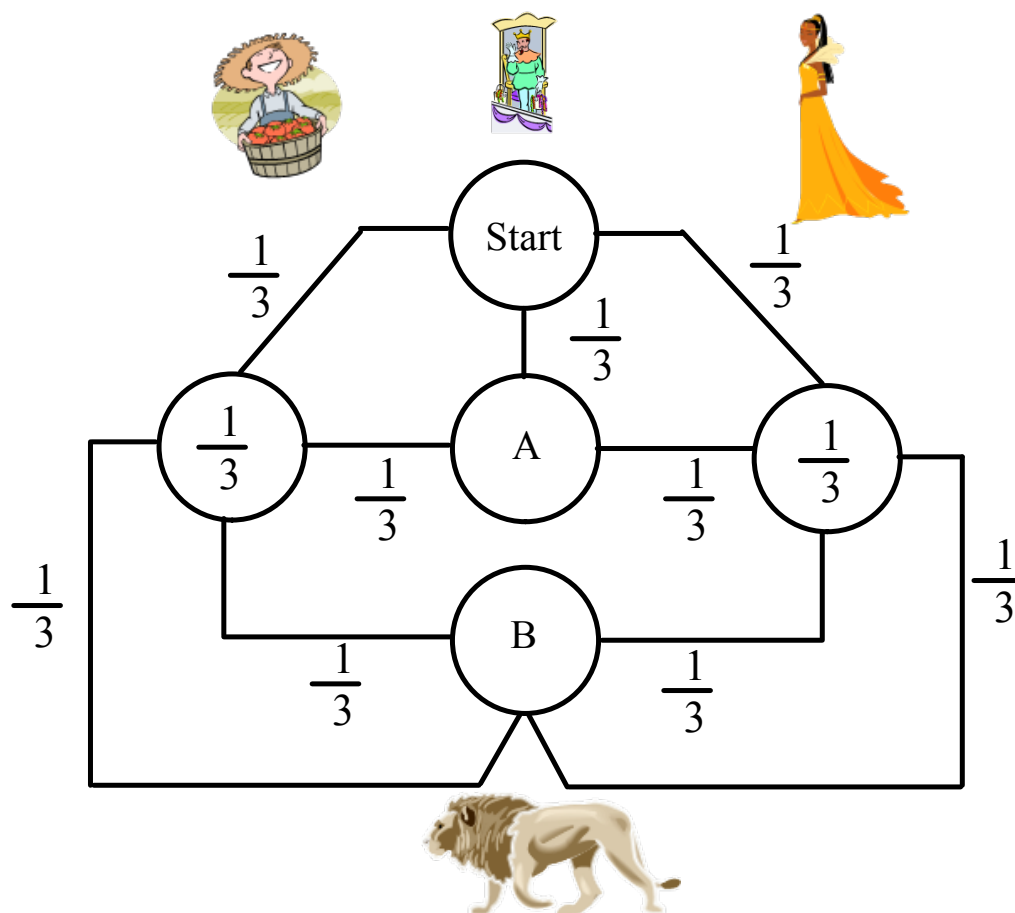


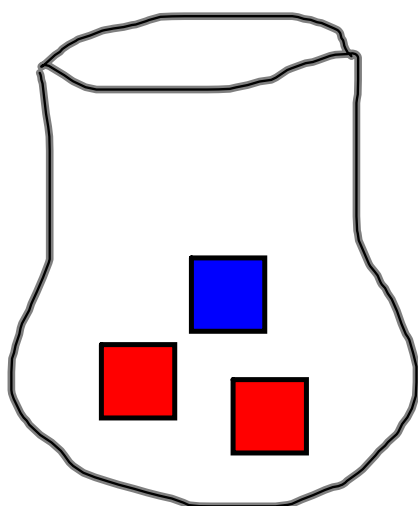


$$P(A) = \frac{3}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

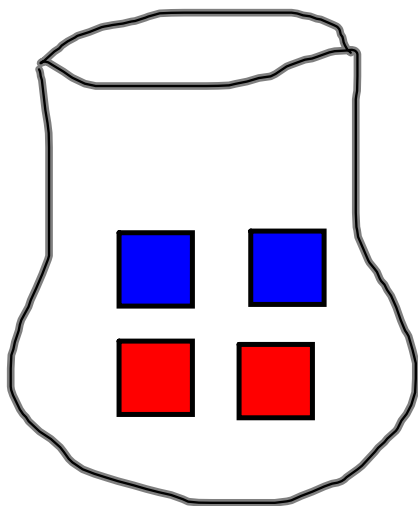
$$P(B) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

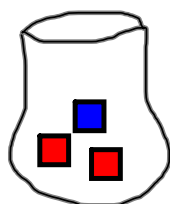
Prinsessan och bondpojken



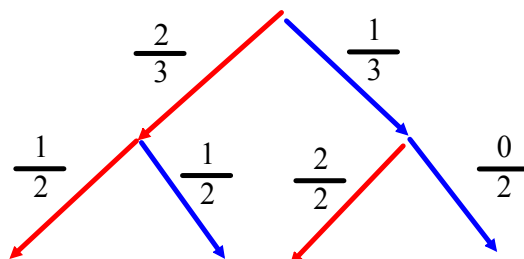


Två klossar tas upp. Är sannolikheten störst att få lika färg på båda klossarna, olika färg eller är sannolikheten lika för båda möjligheterna?



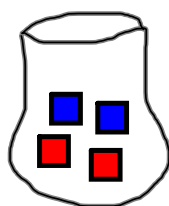


Lika eller olika

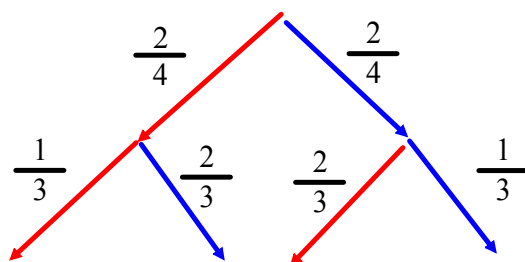


$$P(\text{olika färg}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{lika färg}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{0}{2} = \frac{2}{6} + \frac{0}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

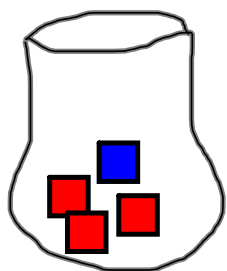


Lika eller olika

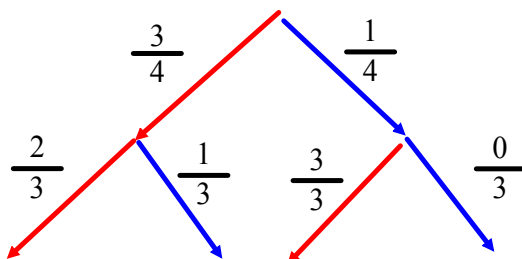


$$P(\text{olika färg}) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{12} + \frac{4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{lika färg}) = \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{12} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



Lika eller olika, rättvist spel



$$P(\text{olika färg}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{lika färg}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{0}{3} = \frac{6}{12} + \frac{0}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Ta en chans



Spelomgång	Startpoäng	Satsar	Poäng efter spelomgång

Eleverna kan satsa 0,1,2 eller 3 poäng för varje omgång. Alla startar med 10 poäng var, spelet spelas och avslutas när någon fått 20 eller förlorat alla 10 poäng. Ett alternativ är att spela 10 gånger och då även tillåta negativa poäng. En summering görs av allas slutpoäng för att se om slutpoängen överstiger eller understiger de spelandes totala startpoäng. Spelet kan spelas flera gånger för att se om resultatet förbättras d.v.s. om den totala slutpoängen ökar i förhållande till den totala startpoängen.

