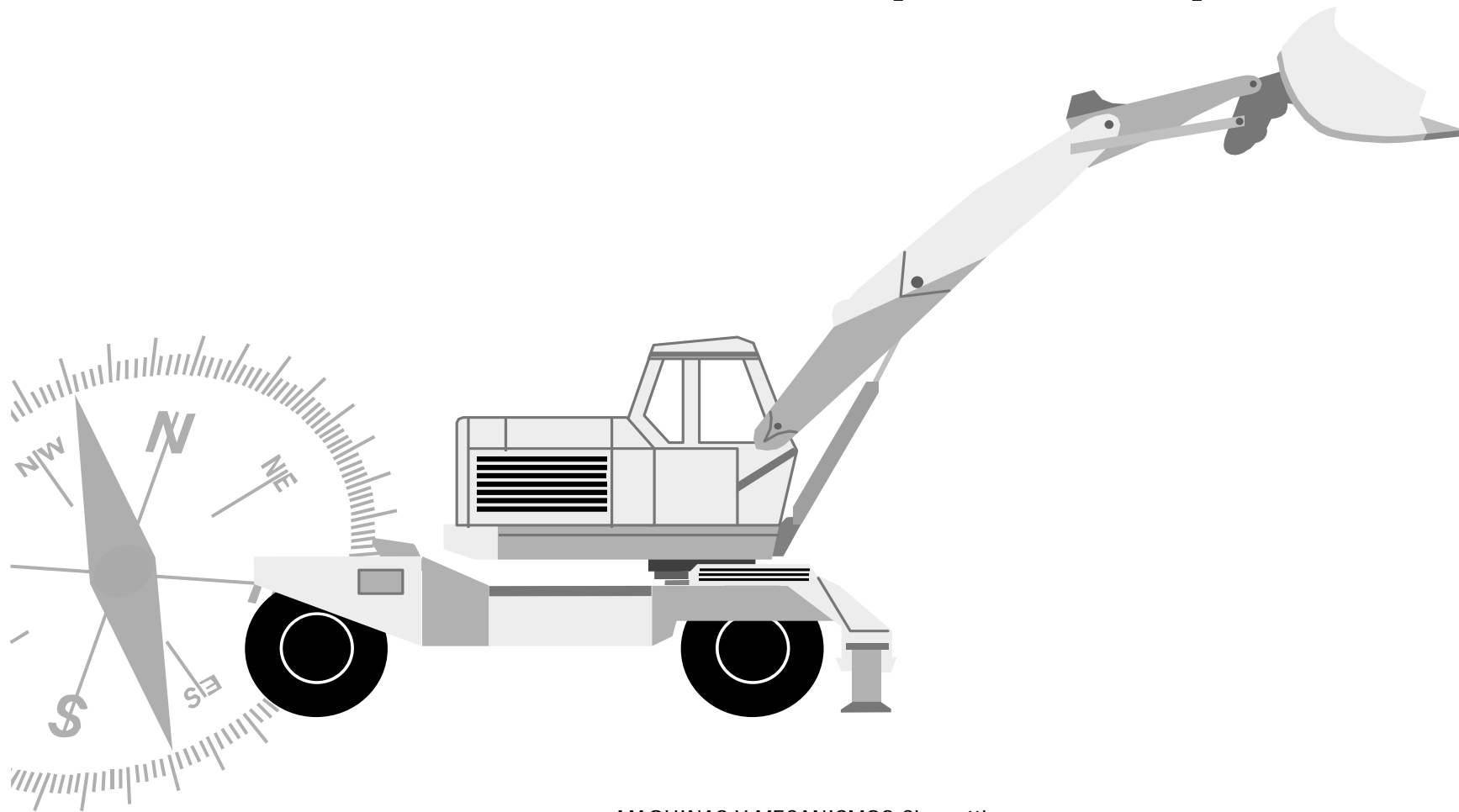


Cinemática de mecanismos con movimiento plano-paralelo



Índice

- ▶ Estudio cinemático a partir de las ecuaciones de enlace geométricas.
- ▶ Redundancia y configuraciones singulares.
- ▶ Estudio cinemático a partir de las ecuaciones de enlace cinemáticas.
- ▶ Movimiento plano.



Estudio cinemático a partir de ec. de enlace geométricas.

- ▶ Posición: Conocidos los valores de las coordenadas independientes y del tiempo, se calcula el conjunto de valores de las coordenadas generalizadas que satisface todas las ecuaciones de enlace geométricas. (se calculan las diferentes posiciones del mecanismo a lo largo del tiempo).
- ▶ Velocidades: Se determinan los valores de las velocidades generalizadas del mecanismo en una configuración, conocidas las velocidades generalizadas independientes y el tiempo. Posteriormente se puede calcular las velocidades de todos los miembros del mecanismo.
- ▶ Aceleraciones: Se calcula el valor de las derivadas de las velocidades generalizadas del mecanismo en una configuración, dados los valores de las velocidades generalizadas independientes y de sus derivadas y del tiempo. Posteriormente se puede encontrar la distribución de aceleraciones de todos los eslabones del mecanismo.

Estudio cinemático a partir de ec. de enlace geométricas.

► Análisis de velocidades.

- Se deriva respecto al tiempo el sistema de ecuaciones de enlace geométricas $\phi(\mathbf{q}, t)$ y se obtiene un sistema de ecuaciones lineales para las velocidades generalizadas:

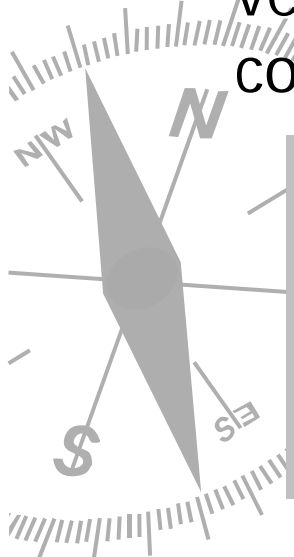
$$\frac{d}{dt} \vec{\phi}(\vec{q}, t) = \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\vec{q}} + \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t} = \vec{0} \quad [\phi_q] \dot{\vec{q}} + \vec{\phi}_t = \vec{0}$$

$$\vec{\phi}(\vec{q}, t) = \begin{bmatrix} \phi_1(\vec{q}, t) \\ \vdots \\ \phi_{mg}(\vec{q}, t) \end{bmatrix} \quad [\phi_q] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1(\vec{q}, t)}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \phi_1(\vec{q}, t)}{\partial q_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial \phi_{mg}(\vec{q}, t)}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial \phi_{mg}(\vec{q}, t)}{\partial q_n} \end{bmatrix} \quad \vec{\phi}_t = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1(\vec{q}, t)}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial \phi_{mg}(\vec{q}, t)}{\partial t} \end{bmatrix}$$

Estudio cinemático a partir de ec. de enlace geométricas.

► Análisis de velocidades.

- El sistema tiene tantas variables como velocidades generalizadas (n) y tantas ecuaciones como ecuaciones de enlace cinemáticas (m_c).
- Para resolverlo se hace una partición del conjunto de velocidades generalizadas en independientes (tantas como grados de libertad) y dependientes:


$$\begin{bmatrix} \phi_q^d & \phi_q^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}^d \\ \dot{q}^i \end{bmatrix} = -\vec{\phi}_t \quad \begin{bmatrix} \phi_q^d \end{bmatrix} \cdot \dot{q}^d + \begin{bmatrix} \phi_q^i \end{bmatrix} \cdot \dot{q}^i = -\vec{\phi}_t$$
$$\dot{q}^d = -\begin{bmatrix} \phi_q^d \end{bmatrix}^{-1} \left[\vec{\phi}_t + \begin{bmatrix} \phi_q^i \end{bmatrix} \cdot \dot{q}^i \right]$$

Estudio cinemático a partir de ec. de enlace geométricas.

► Posición:

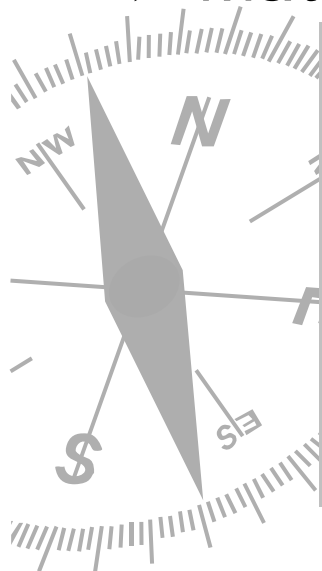
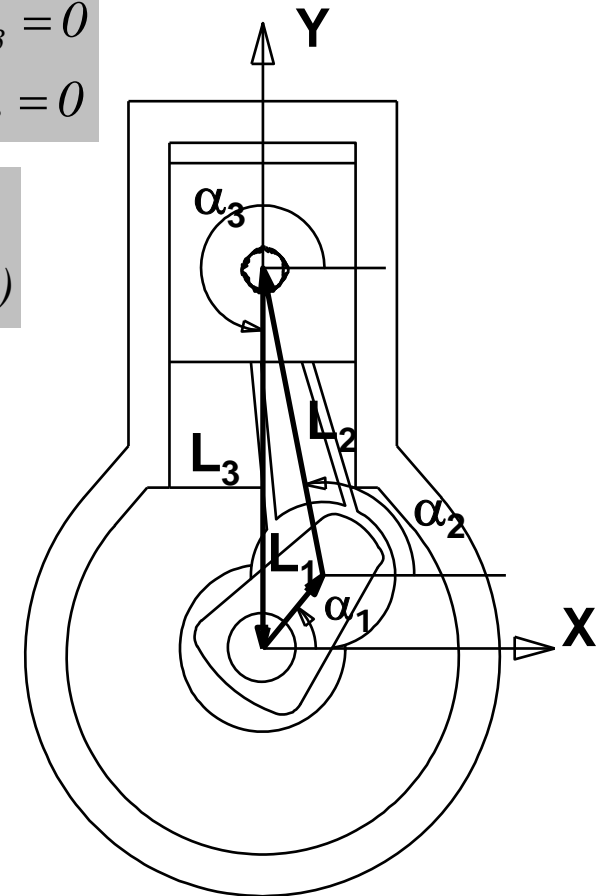
$$\begin{aligned} \phi_1 &= L_1 \cdot \cos \alpha_1 + L_2 \cdot \cos \alpha_2 + L_3 \cdot \cos \alpha_3 = 0 \\ \phi_2 &= L_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 + L_2 \cdot \text{sen} \alpha_2 + L_3 \cdot \text{sen} \alpha_3 = 0 \end{aligned}$$

$$\vec{\phi}(\vec{q}) = 0 \text{ con } \begin{cases} \vec{\phi} = (\phi_1, \phi_2) \\ \vec{q} = (\alpha_1, \alpha_2, L_3) \end{cases}$$

► Matriz Jacobiana:

$$[\phi_q] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial \phi_1}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial \phi_1}{\partial L_3} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial \phi_2}{\partial L_3} \end{bmatrix}$$

$$[\phi_q] = \begin{bmatrix} -L_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 & -L_2 \cdot \text{sen} \alpha_2 & \cos \alpha_3 \\ L_1 \cdot \cos \alpha_1 & L_2 \cdot \cos \alpha_2 & \text{sen} \alpha_3 \end{bmatrix}$$



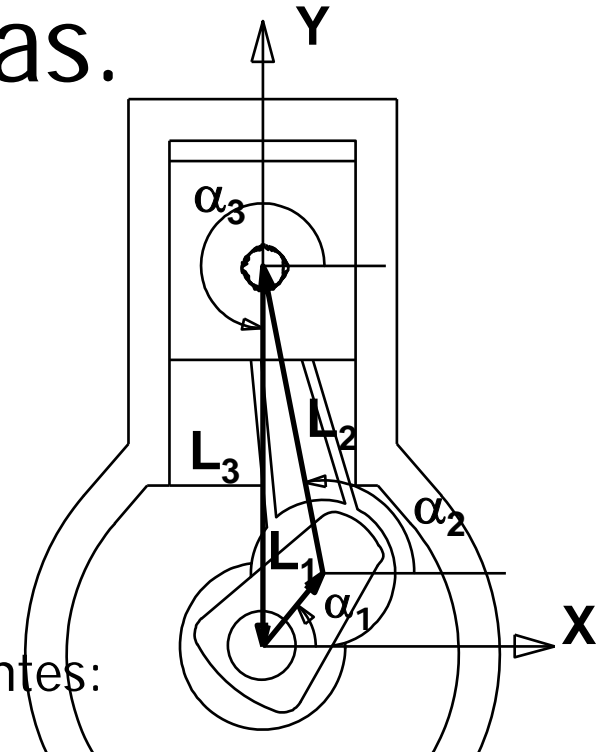
Estudio cinemático a partir de ec. de enlace geométricas.

- Suponiendo α_1 como coordenada independiente:

$$[\phi_q] = \begin{bmatrix} -L_1 \cdot \text{sen}\alpha_1 & -L_2 \cdot \text{sen}\alpha_2 & \text{cos}\alpha_3 \\ L_1 \cdot \text{cos}\alpha_1 & L_2 \cdot \text{cos}\alpha_2 & \text{sen}\alpha_3 \end{bmatrix}$$

$[\phi_q^i]$

$[\phi_q^d]$



- Se calculan las velocidades generalizadas dependientes:

$$\dot{q}^d = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_2 \\ \dot{L}_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -L_2 \cdot \text{sen}\alpha_2 & \text{cos}\alpha_3 \\ L_2 \cdot \text{cos}\alpha_2 & \text{sen}\alpha_3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_1 \cdot \text{sen}\alpha_1 \\ L_1 \cdot \text{cos}\alpha_1 \end{bmatrix} \cdot \dot{\alpha}_1 \right)$$



Estudio cinemático a partir de ec. de enlace geométricas.

► Análisis de aceleraciones.

- Se vuelve a derivar respecto del tiempo la primera derivada de las ecuaciones de enlace geométricas:

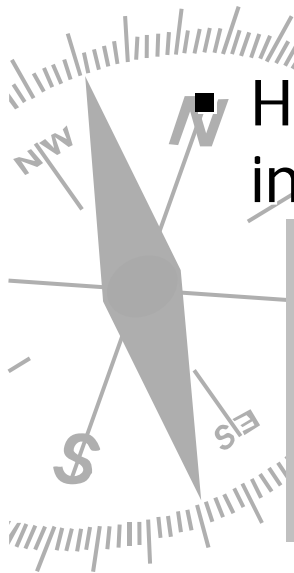
$$\frac{d}{dt} \left([\phi_q] \dot{\vec{q}} + \vec{\phi}_t \right) = \vec{0}$$

$$[\dot{\phi}_q] \cdot \dot{\vec{q}} + [\phi_q] \cdot \ddot{\vec{q}} + \dot{\vec{\phi}}_t = \vec{0} \quad [\phi_q] \cdot \ddot{\vec{q}} = - \left([\dot{\phi}_q] \cdot \dot{\vec{q}} + \dot{\vec{\phi}}_t \right)$$

- Haciendo una partición en velocidades generalizadas independientes y dependientes:

$$\begin{bmatrix} \phi_q^d & \phi_q^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\vec{q}}^d \\ \ddot{\vec{q}}^i \end{bmatrix} = - \left([\dot{\phi}_q] \cdot \dot{\vec{q}} + \dot{\vec{\phi}}_t \right) \quad [\phi_q^d] \cdot \ddot{\vec{q}}^d + [\phi_q^i] \cdot \ddot{\vec{q}}^i = - \left([\dot{\phi}_q] \cdot \dot{\vec{q}} + \dot{\vec{\phi}}_t \right)$$

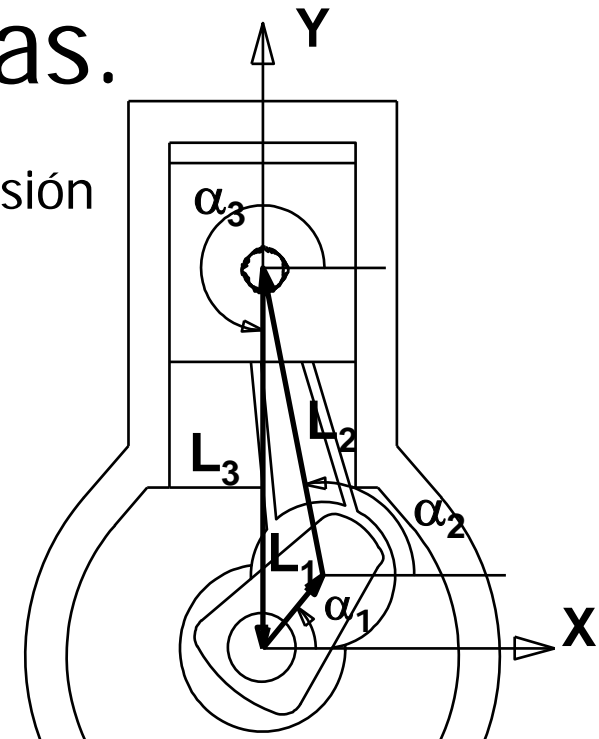
$$\ddot{\vec{q}}^d = - [\phi_q^d]^{-1} \cdot \left([\phi_q^i] \cdot \ddot{\vec{q}}^i + [\dot{\phi}_q] \cdot \dot{\vec{q}} + \dot{\vec{\phi}}_t \right)$$



Estudio cinemático a partir de ec. de enlace geométricas.

- ▶ Se calculan los términos desconocidos en la expresión de las aceleraciones:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \cos \alpha_1 & -L_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \cdot \cos \alpha_2 & 0 \\ -L_1 \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \sin \alpha_1 & -L_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \cdot \sin \alpha_2 & 0 \end{bmatrix}$$



- ▶ Se calculan las aceleraciones:

$$\ddot{q}^d = \begin{bmatrix} \ddot{\alpha}_2 \\ \ddot{L}_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -L_2 \cdot \sin \alpha_2 & \cos \alpha_3 \\ L_2 \cdot \cos \alpha_2 & \sin \alpha_3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} -L_1 \cdot \sin \alpha_1 \\ L_1 \cdot \cos \alpha_1 \end{bmatrix} \cdot \ddot{\alpha}_1 + \begin{bmatrix} -L_1 \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \cos \alpha_1 & -L_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \cdot \cos \alpha_2 & 0 \\ -L_1 \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \sin \alpha_1 & -L_2 \cdot \dot{\alpha}_2 \cdot \sin \alpha_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{L}_3 \end{bmatrix} \right)$$



Singularidades

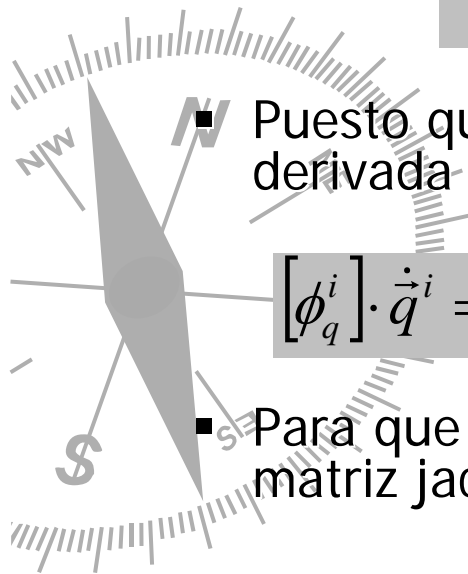
- ▶ Redundancias y bifurcaciones:
 - Deficiencia en el rango de la matriz jacobiana (rango por filas $< n^\circ$ de ecuaciones). No se pueden resolver los sistemas de velocidades y aceleraciones.
- ▶ Puntos muertos (1 gdl y sin ec. de gobierno):
 - Para mecanismos con 1 gdl sin ec. de gobierno:

$$\left[\begin{array}{c|c} \phi_q^d & \phi_q^i \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}^d \\ \dot{q}^i \end{bmatrix} = 0 \quad \left[\phi_q^d \right] \cdot \dot{q}^d + \left[\phi_q^i \right] \cdot \dot{q}^i = 0$$

- Puesto que en un punto muerto para una coord. generalizada su derivada es nula, si se toma esta como independiente:

$$\left[\phi_q^i \right] \cdot \dot{q}^i = 0 \Rightarrow \left[\phi_q^d \right] \cdot \dot{q}^d = 0 \text{ si } \dot{q}^d \neq 0 \Rightarrow \det \left[\phi_q^d \right] = 0$$

- Para que la solución sea diferente de la trivial el determinante de la matriz jacobiana ha de ser necesariamente nulo.



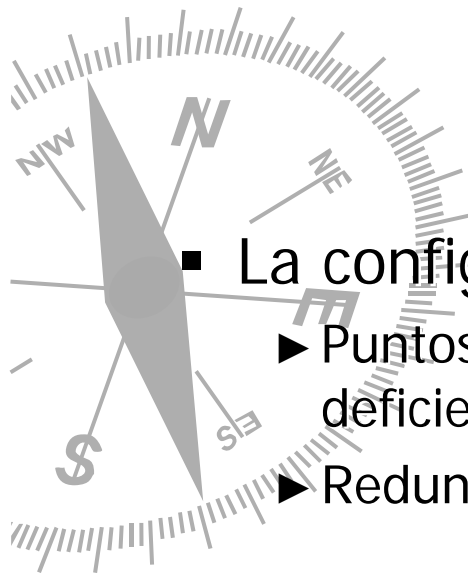
Singularidades

- ▶ Determinación de puntos muertos para una coordenada generalizada:
 - Se considera la coordenada generalizada como coordenada independiente.
 - Se resuelve el sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} \vec{\phi}(\vec{q}) = 0 \\ \det[\phi_q^d] = 0 \end{cases}$$

- La configuraciones encontradas serán:

- ▶ Puntos muertos si no hacen que la matriz jacobiana sea deficiente de rango.
- ▶ Redundancia o bifurcación en el caso contrario



Estudio cinemático a partir de ec. de enlace cinemáticas.

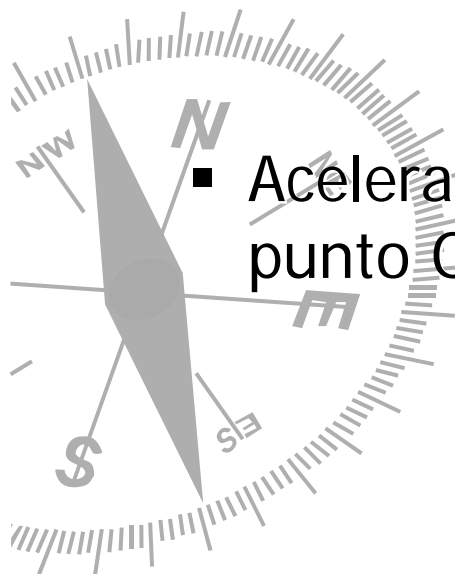
► Distribución de velocidades y aceleraciones en un sólido rígido:

- Velocidad de un punto P conocida la velocidad de un punto O y la velocidad angular del sólido:

$$\vec{v}_0^P = \vec{v}_0^O + \vec{\omega}_0 \times O\vec{P}$$

- Aceleración de un punto P conocida la aceleración de un punto O y la aceleración angular del sólido:

$$\vec{a}_0^P = \vec{a}_0^O + \vec{\omega}_0 \times (\vec{\omega}_0 \times O\vec{P}) + \vec{\alpha}_0 \times O\vec{P}$$



Estudio cinemático a partir de ec. de enlace cinemáticas.

► Cuando existe composición de movimientos:

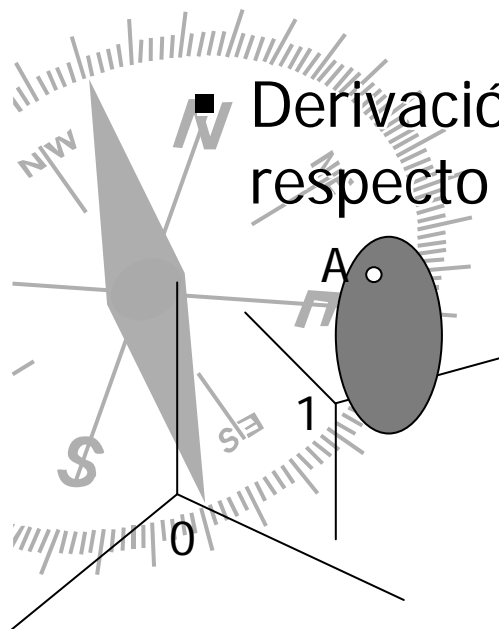
▪ Velocidad:

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{REL} + \vec{v}_{ARR} \quad \vec{v}_0^A = \vec{v}_1^A + \vec{v}_0^{A1}$$

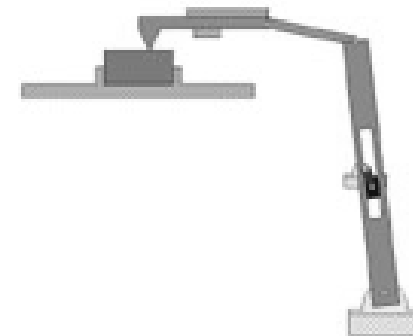
▪ Aceleración:

$$\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{REL} + \vec{a}_{ARR} + \vec{a}_{COR} \quad \vec{a}_0^A = \vec{a}_1^A + \vec{a}_0^{A1} + 2\vec{\omega}_0^1 \times \vec{v}_1^A$$

▪ Derivación de un vector cualquiera \vec{u} cuando se conoce respecto al sistema de referencia móvil:



$$\left. \frac{d\vec{u}}{dt} \right)_0 = \left. \frac{d\vec{u}}{dt} \right)_1 + \vec{\omega}_0^1 \wedge \vec{u}$$



Estudio cinemático a partir de ec. de enlace cinemáticas.

► Condiciones cinemáticas impuestas por los enlaces:

- Articulaciones: $\vec{v}_0^{A1} = \vec{v}_0^{A2}$
 $\vec{a}_0^{A1} = \vec{a}_0^{A2}$

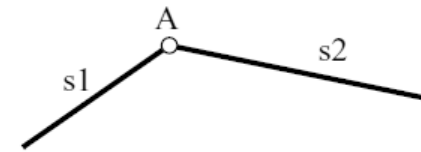


Fig. 3.2 Articulación

- Guía-corredera:

$$\vec{v}_0^{A2} = \vec{v}_1^{A2} + \vec{v}_0^{A1} \quad \vec{\omega}_0^1 = \vec{\omega}_0^2$$

$$\vec{a}_0^{A2} = \vec{a}_1^{A2} + \vec{a}_0^{A1} + 2\vec{\omega}_0^1 \times \vec{v}_1^{A2} \quad \vec{\alpha}_0^1 = \vec{\alpha}_0^2$$

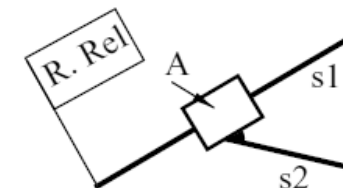


Fig. 3.3 Guía-corredera

- Guía-corredera articulada:

$$\vec{v}_0^{A2} = \vec{v}_1^{A2} + \vec{v}_0^{A1}$$

$$\vec{a}_0^{A2} = \vec{a}_1^{A2} + \vec{a}_0^{A1} + 2\vec{\omega}_0^1 \times \vec{v}_1^{A2}$$

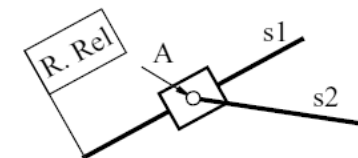
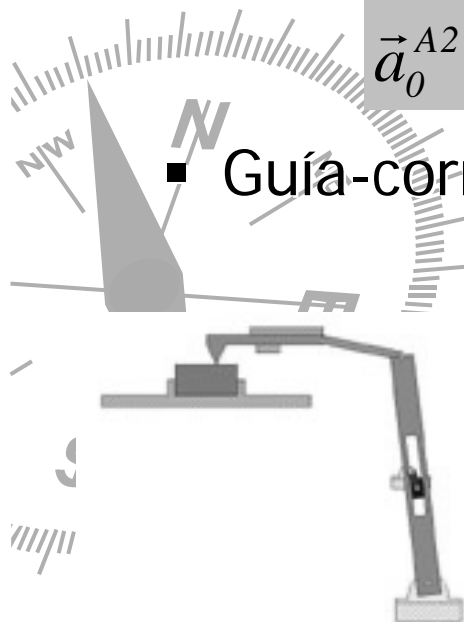


Fig. 3.4 Guía-botón



Estudio cinemático a partir de ec. de enlace cinemáticas.

► Condiciones cinemáticas impuestas por los enlaces:

■ Rodadura:

► Con deslizamiento:

$$\vec{v}_0^{J1} \Big|_n = \vec{v}_0^{J2} \Big|_n$$

► Sin deslizamiento:

$$\vec{v}_0^{J1} = \vec{v}_0^{J2}$$

$$\vec{a}_2^{J1} = -\vec{a}_1^{J2} = -\vec{\omega}_2^1 \times \vec{v}_2^{JG}$$

■ Contacto puntual:

$$\vec{v}_0^{J1} = \vec{v}_0^{J2} + \vec{v}_{deslizamiento}$$

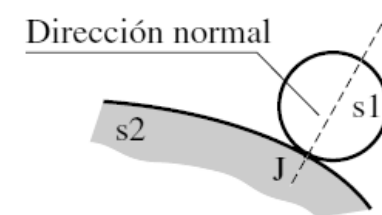
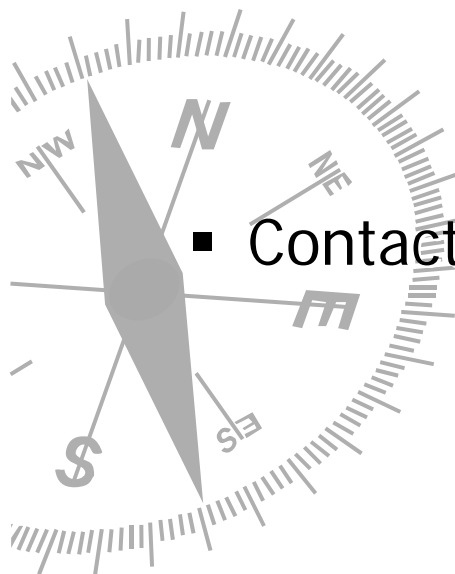


Fig. 3.5 Rodadura

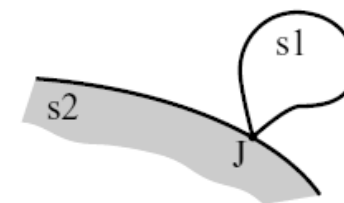
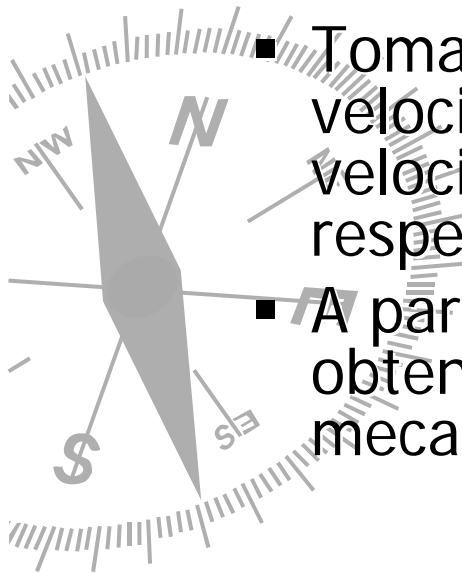


Fig. 3.6 Contacto puntual

Movimiento plano

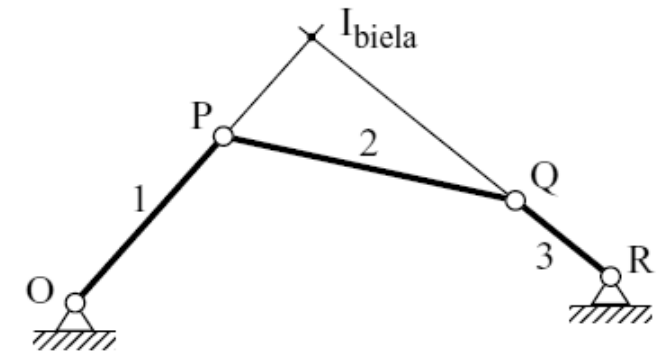
- ▶ Todos los puntos del mecanismo describen trayectorias que se encuentran en planos paralelos entre si.
- ▶ Para su estudio es usual:
 - Plantear las ecuaciones de enlace a partir de la condición de cierre de los anillos.
 - Tomar como velocidades generalizadas las velocidades angulares de los eslabones y las velocidades de deslizamiento de las correderas respecto de las guías.
 - A partir de las velocidades generalizadas se puede obtener la velocidad de cualquier punto del mecanismo.



Ejemplo. Mecanismo de 4 eslabones

► Datos: $\vec{\omega}_0^1, \vec{\alpha}_0^1$

► Incógnitas: $\vec{\omega}_0^2, \vec{\omega}_0^3, \vec{\alpha}_0^2, \vec{\alpha}_0^3$



► Velocidades:

$$\vec{v}_0^Q = \vec{v}_0^P + \vec{\omega}_0^2 \times P\vec{Q} = \vec{\omega}_0^1 \times O\vec{P} + \vec{\omega}_0^2 \times P\vec{Q}$$

$$\vec{v}_0^Q = \vec{\omega}_0^3 \times R\vec{Q}$$

■ Sistema lineal de 2 ecuaciones con 2 incógnitas:

$$\vec{\omega}_0^1 \times O\vec{P} + \vec{\omega}_0^2 \times P\vec{Q} = \vec{\omega}_0^3 \times R\vec{Q}$$

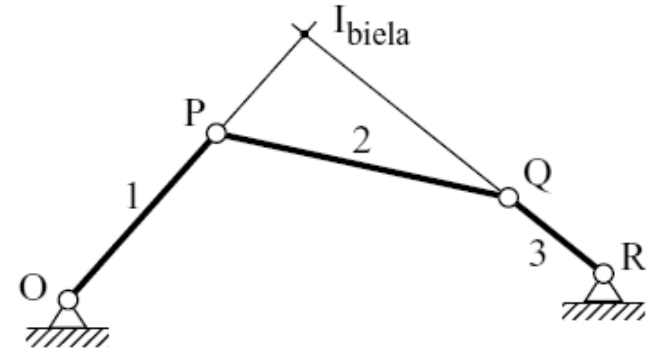


Ejemplo. Mecanismo de 4 eslabones

► Datos: $\vec{\omega}_0^1, \vec{\alpha}_0^1$

► Incógnitas: $\vec{\omega}_0^2, \vec{\omega}_0^3, \vec{\alpha}_0^2, \vec{\alpha}_0^3$

► Aceleraciones:

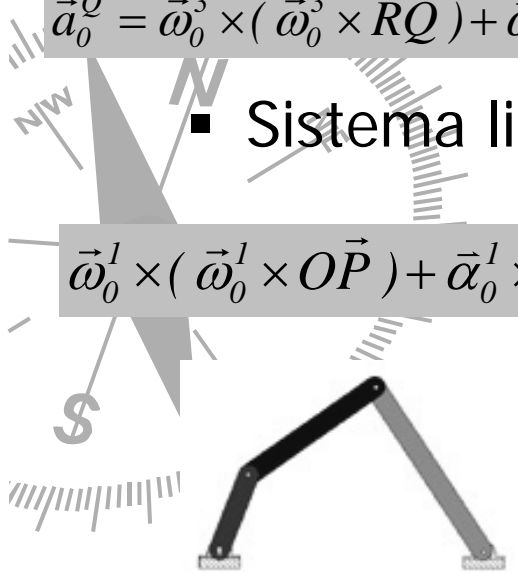


$$\vec{a}_0^Q = \vec{a}_0^P + \vec{\omega}_0^2 \times (\vec{\omega}_0^2 \times P\vec{Q}) + \vec{\alpha}_0^2 \times P\vec{Q} = \vec{\omega}_0^1 \times (\vec{\omega}_0^1 \times O\vec{P}) + \vec{\alpha}_0^1 \times O\vec{P} + \vec{\omega}_0^2 \times (\vec{\omega}_0^2 \times P\vec{Q}) + \vec{\alpha}_0^2 \times P\vec{Q}$$

$$\vec{a}_0^Q = \vec{\omega}_0^3 \times (\vec{\omega}_0^3 \times R\vec{Q}) + \vec{\alpha}_0^3 \times R\vec{Q}$$

■ Sistema lineal de 2 ecuaciones con 2 incógnitas:

$$\vec{\omega}_0^1 \times (\vec{\omega}_0^1 \times O\vec{P}) + \vec{\alpha}_0^1 \times O\vec{P} + \vec{\omega}_0^2 \times (\vec{\omega}_0^2 \times P\vec{Q}) + \vec{\alpha}_0^2 \times P\vec{Q} = \vec{\omega}_0^3 \times (\vec{\omega}_0^3 \times R\vec{Q}) + \vec{\alpha}_0^3 \times R\vec{Q}$$



Ejemplo. Mecanismo de 3 eslabones

► Datos: $\vec{\omega}_0^1, \vec{\alpha}_0^1$

► Incógnitas: $\vec{\omega}_0^2, \vec{v}_{desliz.}, \vec{\alpha}_0^2, \vec{a}_{desliz.}$

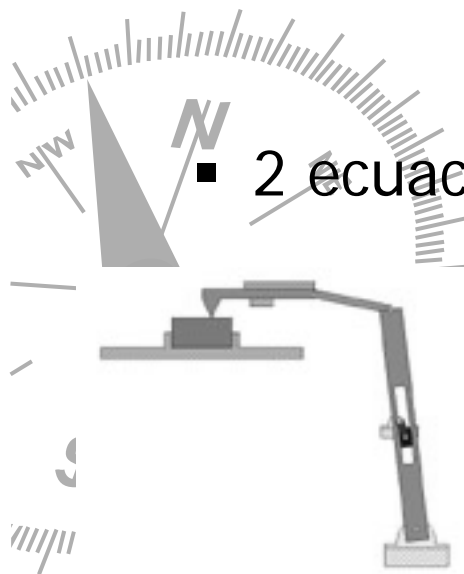
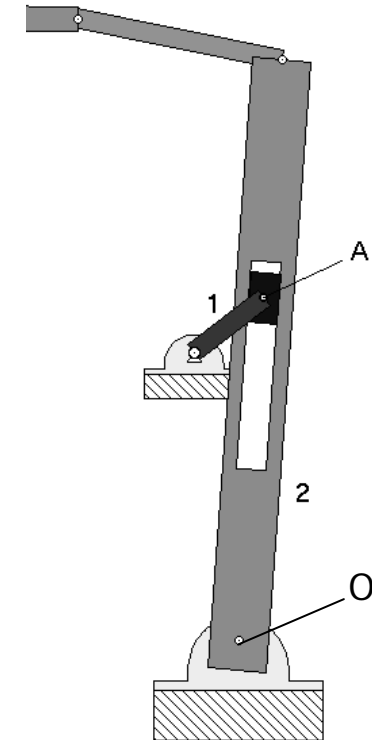
► Velocidades:

$$\vec{v}_0^{A1} = \vec{v}_2^{A1} + \vec{v}_0^{A2} = \vec{v}_2^{A1} + \vec{\omega}_0^2 \times \overrightarrow{OA}$$

\vec{v}_2^{A1} paralela a \overrightarrow{OA}

■ 2 ecuaciones y 2 incógnitas:

$$\left| \vec{v}_2^{A1} \right| = \left| \vec{v}_{desliz.} \right| \quad y \quad \left| \vec{\omega}_0^2 \right|$$



Ejemplo. Mecanismo de 3 eslabones

► Datos: $\vec{\omega}_0^1, \vec{\alpha}_0^1$

► Incógnitas: $\vec{\omega}_0^2, \vec{v}_{desliz.}, \vec{\alpha}_0^2, \vec{a}_{desliz.}$

► Aceleraciones:

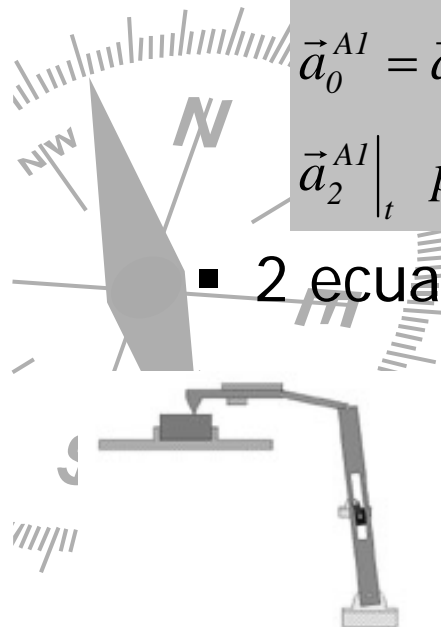
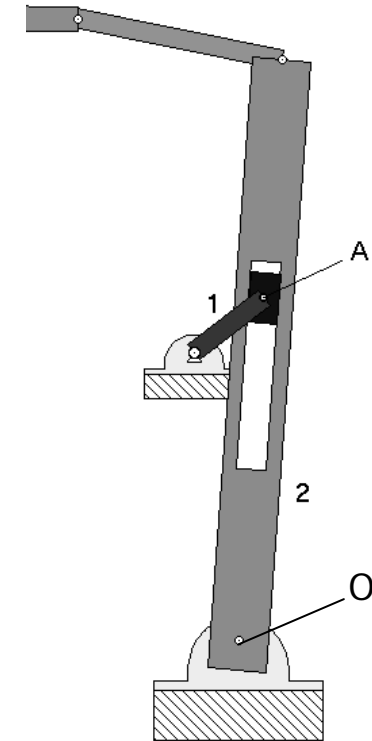
$$\vec{a}_0^{A1} = \vec{a}_2^{A1} + \vec{a}_0^{A2} + \vec{a}_{cor}$$

$$\vec{a}_0^{A1} = \vec{a}_2^{A1}|_t + \vec{\omega}_0^2 \times (\vec{\omega}_0^2 \times \overline{OA}) + \vec{\alpha}_0^2 \times \overline{OA} + 2\vec{\omega}_0^2 \times \vec{v}_2^{A1}$$

$$\vec{a}_2^{A1}|_t \text{ paralela a } \overline{OA}$$

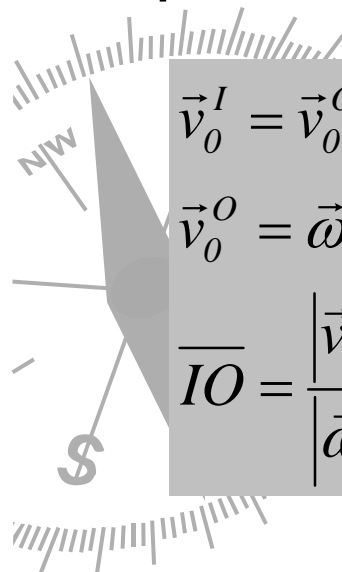
■ 2 ecuaciones y 2 incógnitas:

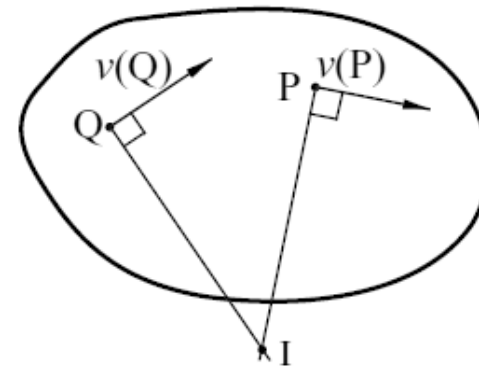
$$\left| \vec{a}_2^{A1}|_t \right| = \left| \vec{a}_{desliz.} \right| \text{ y } \left| \vec{\alpha}_0^2 \right|$$



Centro instantáneo de rotación.

- ▶ Punto del sólido (con movimiento plano) con velocidad nula en un instante dado.
- ▶ Conocida la velocidad de un punto O de un sólido y su velocidad angular ω , se puede encontrar un punto I con velocidad nula.


$$\vec{v}_0^I = \vec{v}_0^O + \vec{\omega}_0^1 \times \vec{OI} = 0$$
$$\vec{v}_0^O = \vec{\omega}_0^1 \times \vec{IO} \text{ siendo } \vec{\omega}_0^1 \perp \vec{IO}$$
$$\vec{IO} = \frac{|\vec{v}_0^O|}{|\vec{\omega}_0^1|}$$



Centro instantáneo de rotación.

► Determinación de centros instantáneos de rotación:

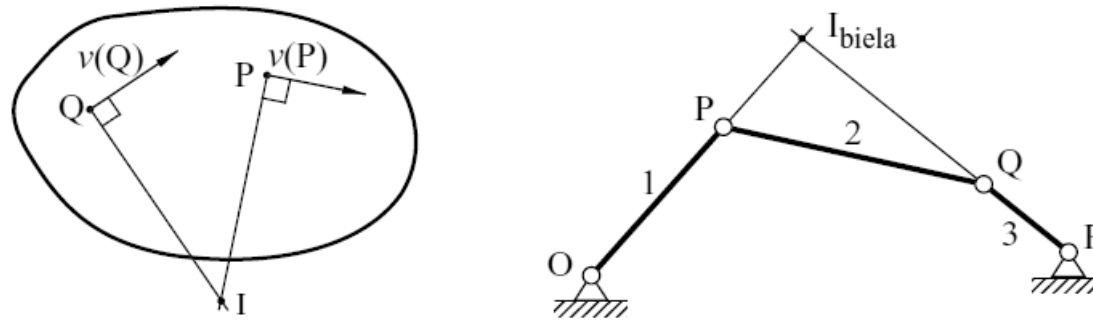


Fig. 3.8 Determinación del CIR a partir de dos velocidades no paralelas

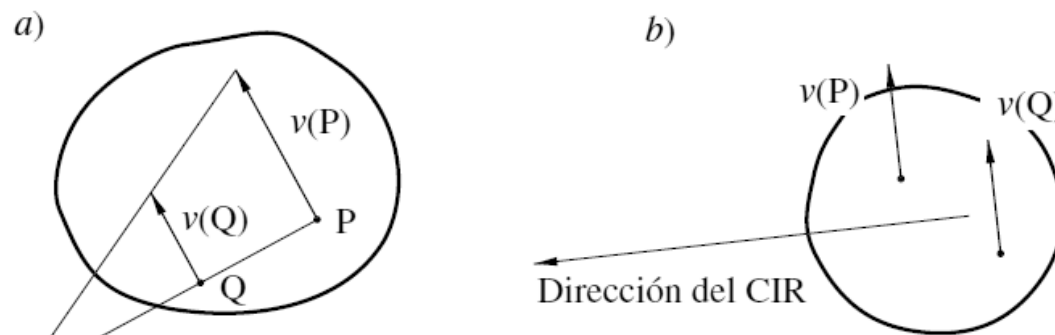
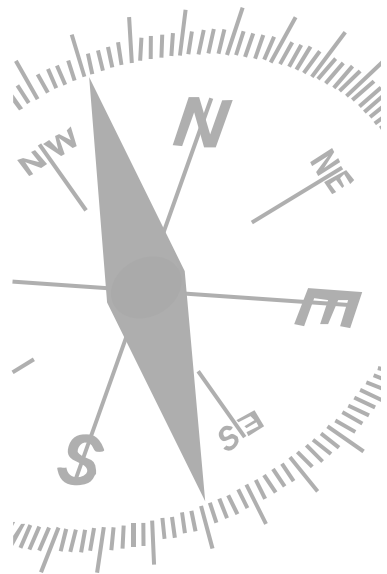
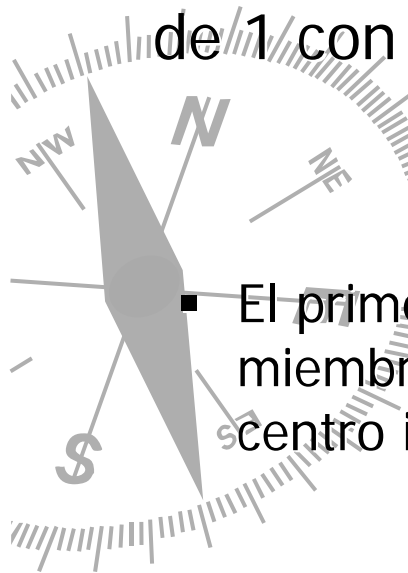


Fig. 3.9 Determinación del CIR a partir de dos velocidades paralelas

Centro instantáneo de rotación.

- ▶ Centro instantáneo de rotación absoluto y relativo.
 - CIR absoluto: definido respecto a la referencia en estudio.
 - CIR relativo: definido respecto a referencias solidarias a cada uno de los eslabones del mecanismo.
- ▶ Si se dispone de 2 miembros el CIR relativo I_{21} (punto de 2 con velocidad nula respecto de 1) coincide con I_{12} (punto de 1 con velocidad nula respecto de 2).



$$\underbrace{\vec{v}_2^{I_{21}}}_0 = \underbrace{\vec{v}_1^{I_{21}}}_0 + \underbrace{\vec{v}_2^{I_{12}}}_0 + \vec{\omega}_2^I \times \overrightarrow{I_{12}I_{21}} = 0 \Rightarrow I_{12} = I_{21}$$

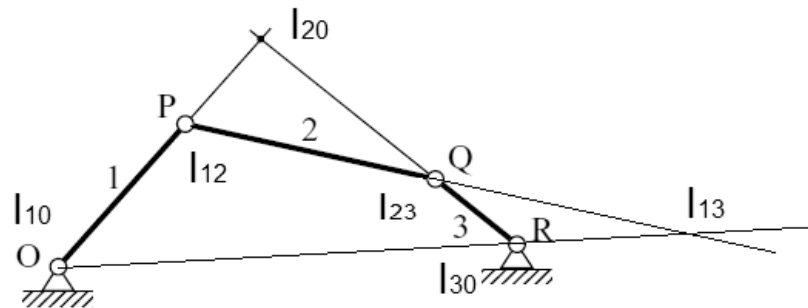
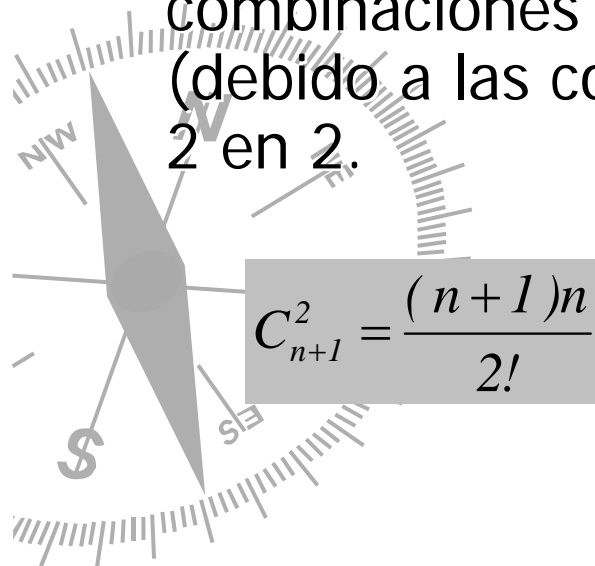
- El primer término es nulo por la condición de sólido rígido del miembro 2, y los términos segundo y tercero por definición de centro instantáneo de rotación.

Centro instantáneo de rotación.

- ▶ La velocidad de I_{21} coincide con I_{12} en cualquier referencia.

$$\vec{v}_0^{I_{21}} = \underbrace{\vec{v}_1^{I_{21}}}_0 + \vec{v}_0^{I_{12}} + \underbrace{\vec{\omega}_0^1 \times \overrightarrow{I_{12}I_{21}}}_0 = 0 \Rightarrow \vec{v}_0^{I_{21}} = \vec{v}_0^{I_{12}}$$

- ▶ El número de CIR total de un mecanismo es el de las combinaciones del número de eslabones móviles + 1 (debido a las conexiones con la bancada), tomadas de 2 en 2.



Centro instantáneo de rotación.

► Teorema de los tres centros o de Aronhold-Kennedy.

- Dados tres sólidos, con movimiento plano, los tres centros instantáneos de rotación existentes entre ellos (I_{12} , I_{13} , I_{23}) están sobre la misma línea.
- Calculamos la velocidad de I_{23} respecto a la referencia fija en 1.

► Como punto del sólido 2:

$$\vec{v}_1^{I_{23}} = \vec{v}_1^{I_{12}} + \vec{\omega}_1^2 \times \overrightarrow{I_{12}I_{23}} \quad \text{donde} \quad \vec{v}_1^{I_{12}} = 0$$

► Como punto del sólido 3:

$$\vec{v}_1^{I_{23}} = \vec{v}_1^{I_{13}} + \vec{\omega}_1^3 \times \overrightarrow{I_{13}I_{23}} \quad \text{donde} \quad \vec{v}_1^{I_{13}} = 0$$

► Igualando ambas expresiones:

$$\vec{\omega}_1^2 \times \overrightarrow{I_{12}I_{23}} = \vec{\omega}_1^3 \times \overrightarrow{I_{13}I_{23}} \Rightarrow \overrightarrow{I_{12}I_{23}} \text{ y } \overrightarrow{I_{13}I_{23}} \text{ sean paralelos}$$

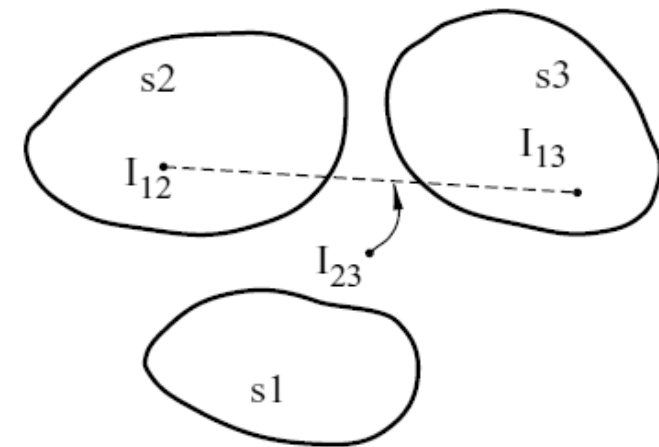


Fig. 3.10 Teorema de los tres centros