

814—《高等代数》考研大纲

一、基本要求

要求考生全面系统地理解高等代数的基本概念和基本理论,熟练掌握高等代数的基本思想和基本方法。要求考生具有较强的抽象思维能力、逻辑推理能力、数学运算能力以及综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试范围

(一) 多项式

1. 多项式的带余除法及整除性、最大公因式、互素多项式;
2. 不可约多项式、因式分解唯一性定理、重因式、复系数与实系数多项式的因式分解、有理系数多项式不可约的判定;
3. 多项式函数与多项式的根、代数基本定理、有理系数多项式的有理根的求法、根与系数的关系。

(二) 行列式

1. 行列式的定义及性质,行列式的子式、余子式及代数余子式;
2. 行列式按一行、列的展开定理、Cramer 法则、Laplace 定理和行列式乘法定理、Vandermonde 行列式;
3. 运用行列式的性质及展开定理等计算行列式。

(三) 线性方程组

1. Gauss 消元法与初等变换;
2. 向量组的线性相关性、向量组的秩与极大线性无关组、矩阵的秩;
3. 线性方程组有解的判别定理与解的结构。

(四) 矩阵

1. 矩阵的基本运算、矩阵的分块及常用分块方法;
2. 矩阵的初等变换、初等矩阵、矩阵的等价、矩阵的迹、方阵的多项式;;
3. 逆矩阵、矩阵可逆的条件及与矩阵的秩和初等矩阵之间的关系,伴随矩阵及其性质;
4. 运用初等变换法求矩阵的秩及逆矩阵。

(五) 二次型理论

1. 二次型及其矩阵表示、矩阵的合同、二次型的标准形与规范形、惯性定理;
2. 实二次型在合同变换下的规范形以及在正交变换下的特征值标准型的求法;
3. 实二次型或实对称矩阵的正定、半正定、负定、半负定的定义、判别法及其应用。

(六) 线性空间

1. 线性空间、子空间的定义与性质,向量组的线性相关性,线性(子)空间的基、维数、向量关于基的坐标,基变换与坐标变换,线性空间的同构;
2. 子空间的基扩张定理,生成子空间,子空间的和与直和、维数公式;
3. 一些常见的子空间,如线性方程组的解空间、矩阵空间、多项式空间、函数空间。

(七) 线性变换

1. 线性变换的定义、性质与运算,线性变换的矩阵表示,矩阵的相似、同一个线性变换关

于不同基的矩阵之间的关系；

2. 矩阵的特征多项式与最小多项式及其性质、线性变换及其矩阵的特征值和特征向量的概念和计算、特征子空间、实对称矩阵的特征值与特征向量的性质；
3. 线性变换的不变子空间、核、值域的概念、关系及计算；
4. **Hamilton-Caylay** 定理、矩阵可相似对角化的条件与方法、线性变换矩阵的化简、**Jordan** 标准形。

(八) λ -矩阵

1. λ -矩阵的初等变换、标准型， λ -矩阵的行列式因子、不变因子、初等因子及三种因子之间的关系；
2. λ -矩阵的等价与数字矩阵的相似；
3. **Jordan** 标准形的理论推导。

(九) 欧氏空间

1. 内积与欧氏空间的定义及性质，向量的长度、夹角、距离，正交矩阵，欧氏空间的同构，正交子空间与正交补；
2. 欧氏空间的度量矩阵、标准正交基、线性无关向量组的 **Schmidt** 正交化方法；
3. 正交变换与正交矩阵的等价条件，对称变换的概念与性质；
4. 实对称矩阵的正交相似对角化的求法；最小二乘法、初等旋转和镜像变换。