



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado

Diseño y análisis de lentes oftálmicas punto focal  
esféricas y asféricas

Design and analysis of spherical and aspherical  
point focal ophthalmic lenses

Autora

Cristina Lozano Sáez

Directoras

M<sup>a</sup> Victoria Collados Collados

M<sup>a</sup> Pilar Casado Moreno

Facultad de Ciencias / Grado en Óptica y Optometría  
2021/2022

# ÍNDICE.

1	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1	Aberraciones.....	2
1.2	Comportamiento de lentes oftálmicas en p.p.m. ....	3
1.3	Comportamiento de lentes oftálmicas en p.o.m. ....	4
1.3.1	Diseño de lentes delgadas con superficies esféricas.....	5
1.3.2	Diseño de lentes delgadas con superficies asféricas.....	7
1.4	Lentes fabricables.....	8
2	OBJETIVOS.....	9
3	METODOLOGÍA. ....	10
3.1	Cálculo de lentes punto focal delgadas con superficies esféricas.....	10
3.2	Cálculo de lentes punto focal delgadas con superficies asféricas.....	11
3.3	Diseño de lentes punto focal fabricables con superficies esféricas. ....	11
3.3.1	Diseño de lentes esféricas negativas.....	11
3.3.2	Diseño de lentes esféricas positivas. ....	11
3.4	Diseño de lentes punto focal fabricables con superficies asféricas. ....	12
3.5	Análisis del comportamiento de las lentes punto focal fabricables con superficies esféricas y asféricas.....	12
3.5.1	Análisis del comportamiento de las lentes en p.p.m.....	12
3.5.2	Análisis del comportamiento de las lentes en p.o.m.....	13
4	RESULTADOS.....	15
4.1	Cálculo de lentes punto focal delgadas con superficies esféricas.....	15
4.2	Cálculo de lentes punto focal delgadas con superficies asféricas.....	16
4.3	Diseño de lentes punto focal fabricables con superficies esféricas y asféricas. ....	17
4.4	Análisis del comportamiento de las lentes punto focal fabricables con superficies esféricas y asféricas.....	17
4.4.1	Análisis del comportamiento de las lentes en p.p.m.....	17
4.4.2	Análisis del comportamiento de las lentes en p.o.m.....	18
5	DISCUSIÓN.....	21
6	CONCLUSIONES. ....	24
7	BIBLIOGRAFÍA.....	25
8	ANEXOS.....	26

## ABREVIATURAS.

AE: Aberración esférica.  
CR: Centro de rotación.  
CMC: Círculo de mínima confusión.  
DA: Diafragma de apertura.  
 $e_b$ : Espesor de borde.  
 $e_c$ : Espesor de centro.  
F': Punto focal imagen.  
MOE: Error medio oblicuo.  
n: Índice de refracción.  
OAE: Error de astigmatismo oblicuo.  
OSLO: Optics Software for Layout and Optimization.  
p.o.m: Posición oblicua de mirada.  
p.p.m: Posición primaria de mirada.  
PR: Punto remoto.  
PS: Pupila de salida.  
 $P'_1$ : Poder refractor de la superficie anterior.  
 $P'_2$ : Poder refractor de la superficie posterior.  
 $P'_{CMC}$ : Potencia oblicua media.  
 $P'_{vp}$ : Potencia de vértice posterior.  
 $P'_{vp,tangencial}$ : Potencia de vértice posterior tangencial.  
 $P'_{vp,sagital}$ : Potencia de vértice posterior sagital.  
Q: Constante de conicidad.  
 $Q_1$ : Constante de conicidad de la cara anterior.  
 $Q_2$ : Constante de conicidad de la cara posterior.  
R: Radio de apertura del diafragma.  
 $r_1$ : Radio de curvatura de la cara anterior.  
 $r_2$ : Radio de curvatura de la cara posterior.

# 1 INTRODUCCIÓN.

Según Martín Herranz, R y Vecilla Antolínez, G en su ‘Manual de Optometría’; “se define emetropía como el estado refractivo del ojo en el que, con la acomodación relajada, el punto conjugado de la retina o punto remoto (PR) se sitúa en el infinito. Por tanto, la imagen procedente de un objeto situado en el infinito óptico (rayos paralelos al eje óptico) se forma en la retina, proporcionando una buena visión de lejos” (1).

En un ojo amétrope, sin acomodar, el PR del ojo no coincide con en el infinito. Por tanto, la imagen procedente de un objeto situado en el infinito óptico no se forma en la retina. Las ametropías esféricas clínicas existentes son la miopía y la hipermetropía, que producen una imagen borrosa en retina, pudiéndose corregir con lentes oftálmicas (negativas para miopía y positivas para hipermetropía) (2). Según el principio de compensación; una lente posicionada delante de un ojo compensa su ametropía cuando el punto focal imagen (F’) de la lente, coincide con el PR del ojo, de tal manera que la lente forma imagen en el PR de los objetos situados en el infinito para que el ojo, a su vez, pueda formar una imagen nítida de ellos en retina (2).

Las lentes son dispositivos ópticos formados por dos superficies refractivas separadas una cierta distancia, llamada espesor de centro ( $e_c$ ) (2). Los radios de curvatura de la superficie anterior ( $r_1$ ) y posterior ( $r_2$ ) determinan la forma de la lente. Cada lente se caracteriza por un índice de refracción ( $n$ ), que depende del material con el que se fabrica. Con todo esto, se obtienen diferentes formas de diseño (lentes convexo-cóncavas, bicóncavas, biconvexas...), como se muestra en la Fig. 1. En el caso de lente oftálmica, se utiliza la forma de menisco convexo-cóncavo tanto para lentes negativas como positivas.

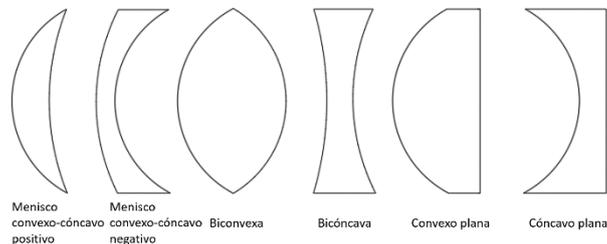


Fig. 1: Diferentes tipos de lentes según la combinación de los radios de curvatura de cada superficie.

La potencia imagen de una lente (distancia a F’) depende de todos estos parámetros ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $e_c$  y  $n$ ). En el caso de una lente oftálmica, el parámetro que se utiliza para caracterizar la potencia, es la potencia de vértice posterior ( $P'_{vp}$ ), que es la distancia desde el vértice posterior de la lente hasta F’, dado por la Ec. 1:

$$P'_{vp} = P'_2 + \frac{P'_1}{1 - \frac{e_c}{n} P'_1} \quad \text{Ec. 1}$$

donde  $P'_1$  y  $P'_2$  son los poderes refractores de la cara anterior y posterior, que se calculan con la Ec. 2 y Ec. 3, respectivamente.

$$P'_1 = \frac{n - 1}{r_1} \quad \text{Ec. 2}$$

$$P'_2 = \frac{1 - n}{r_2} \quad \text{Ec. 3}$$

Cuando  $e_c$  es pequeño en comparación con las dimensiones de sus radios de curvatura (aproximación de lente delgada), se puede despreciar el término del espesor de la Ec. 1, obteniéndose la Ec. 4 (2,3):

$$P'_{vp} = P'_1 + P'_2 \quad \text{Ec. 4}$$

Tanto si se considera el espesor de la lente (Ec. 1) o no (Ec. 4), para un cierto material ( $n$ ) existen infinitas combinaciones de radios de curvatura que proporcionan una misma  $P'_{vp}$ . El objetivo de una lente oftálmica es que proporcione buena visión en diferentes posiciones de mirada, es decir, la focal  $F'$  debería coincidir con el PR del ojo en cualquier posición de mirada. Este objetivo es el que se va a considerar a la hora de decidir las combinaciones más adecuadas de  $r_1$  y  $r_2$ .

## 1.1 Aberraciones.

El principio de compensación está formulado según la aproximación paraxial, es decir,  $F'$  coincide con el PR cuando el sistema óptico trabaja con objetos cercanos al eje óptico y con aperturas pequeñas (2). Pueden existir situaciones en las que una lente oftálmica no trabaje en estas condiciones y aparezcan aberraciones, que pueden influir en la calidad de la imagen que proporciona la lente en el PR (4).

Estas aberraciones se pueden dividir en aberraciones cromáticas (dependen de la dispersión del material) o geométricas, estas últimas serán las estudiadas a lo largo del proyecto.

Las aberraciones geométricas dependen de los parámetros  $n$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  y  $e_c$ . Según la clasificación de aberraciones de Seidel se pueden clasificar en aberraciones de punto (coma, aberración esférica y astigmatismo oblicuo) y de campo (curvatura de campo y distorsión) (5). Las aberraciones de punto deterioran la imagen de un objeto puntual, donde el coma y el astigmatismo oblicuo solo afectan a puntos objeto fuera del eje óptico. Por otro lado, las aberraciones de campo deterioran la imagen de objetos extensos. En la Fig. 2 se puede ver el aspecto de la imagen de un objeto puntual, afectado por cada una de las aberraciones de punto, y la de un objeto extenso (cuadrícula) afectado por la curvatura de campo y la distorsión.

El coma y la aberración esférica (AE) son altamente dependientes del tamaño del diafragma de apertura (DA). En lente oftálmica este diafragma se corresponde con la pupila del ojo, que tiene una apertura pequeña en comparación con los radios de curvatura de las lentes (3). La otra aberración de punto, el astigmatismo oblicuo, tiene menor dependencia con la apertura con la que trabaje el sistema. Esta aberración causa que la imagen de un punto no sea un punto, sino que el haz de luz a la salida de la lente forma dos líneas focales (focales de Sturm), perpendiculares entre sí. Entre estas focales, a mitad del camino dióptrico, no geométrico, se encuentra el círculo de mínima confusión (CMC) que se considera la mejor imagen obtenida cuando se produce astigmatismo, ya que en ese caso la imagen de un punto por lo menos tiene forma circular (3,4).

Por otro lado, existen las aberraciones de campo, donde la curvatura de campo provoca que el sistema forme imagen de los objetos situados sobre un plano (plano objeto) en una superficie curvada. De este modo, la imagen de los puntos objeto fuera de eje se forman por delante o por detrás del plano imagen predicho por la óptica paraxial, es decir, la curvatura de campo genera un desenfoque para objetos puntuales fuera de eje (4). La otra aberración de campo, la distorsión, hace que no se conserve la relación de semejanza entre el objeto extenso y su imagen, la cual no aparece borrosa pero sí deformada (4).

Aberraciones de punto (imagen de un objeto puntual)		
Aberración esférica (AE)	Coma	Astigmatismo Oblicuo
Aberraciones de campo (imagen de un objeto extenso en forma de cuadrícula)		
Curvatura de campo	Distorsión (barril)	

Fig. 2: Aberraciones de punto y de campo según la clasificación de Seidel.

A parte de la clasificación de Seidel, existen otras formas de cuantificar las aberraciones, como la clasificación de Zernike (5). Los polinomios de Zernike forman una base ortonormal, representando cada uno de ellos un tipo particular de aberración óptica. Cada polinomio va acompañado de un coeficiente,  $C_n^m$ , donde  $n$  y  $m$  son dos índices que caracterizan cada aberración, indican la importancia que tiene cada una en el sistema óptico, y dependen del tamaño de la pupila del sistema (6). En la Fig. 3 se representa gráficamente la forma funcional de algunos de los polinomios (no son imágenes de objetos puntuales o extensos), en concreto los de bajo orden ( $n < 2$ ) y los de alto ( $n > 2$ ) hasta  $n=5$ .

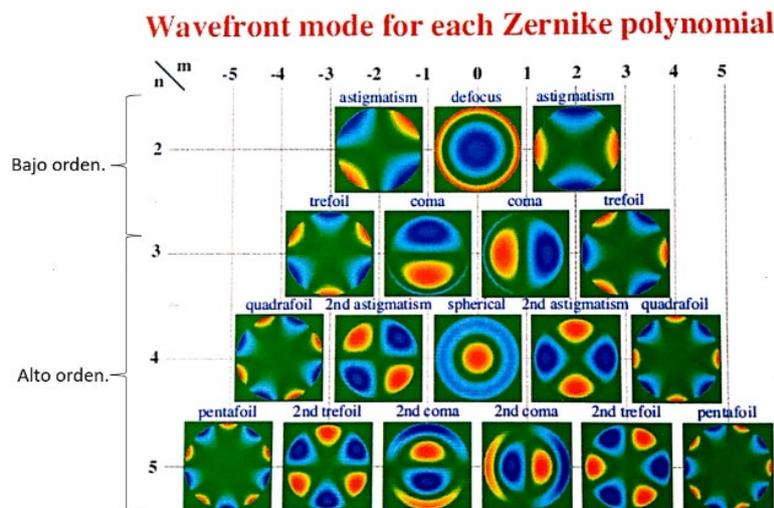


Fig. 3: Polinomios de Zernike de bajo orden y algunos de alto orden.

Los coeficientes de segundo orden son los más significativos en el caso del comportamiento de una lente oftálmica y como se ilustra en la Fig. 3 se corresponden con el desenfoque ( $C_2^0$ ), el astigmatismo a  $0^\circ$  ( $C_2^2$ ) y el astigmatismo a  $45^\circ$  ( $C_2^{-2}$ ) (6).

Dependiendo de la aplicación se utiliza el desarrollo de las aberraciones de Seidel o de Zernike. En este proyecto se utilizarán las aberraciones de Seidel para explicar los objetivos de diseño de las lentes oftálmicas y el desarrollo en Zernike para obtener algunos resultados.

## 1.2 Comportamiento de lentes oftálmicas en p.p.m.

La posición de mirada más utilizada es la posición primaria de mirada (p.p.m), donde el ojo con respecto a la lente oftálmica mira a través de la zona central, de forma que el eje visual del ojo y el eje óptico de la lente coincidan (2). En esta situación, como se muestra en la Fig. 4, la lente en principio se considera recta, sin inclinar y centrada.

El DA del sistema total ojo más lente, se corresponde con la pupila del ojo, que tiene un diámetro medio de unos 4mm y restringe el área por el que pasan los rayos a través de la lente (4). Es decir, la apertura con la que trabaja la lente oftálmica para proporcionar una imagen en el PR de un objeto en el infinito es pequeña comparada con los radios de curvatura típicos de lentes oftálmicas (4).

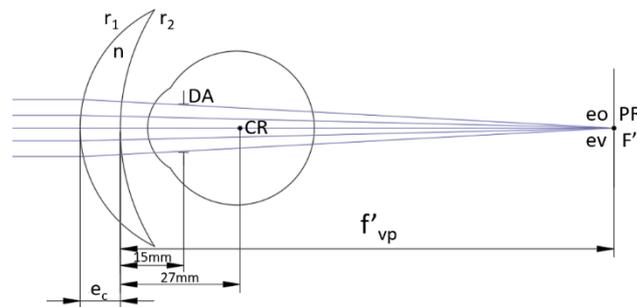


Fig. 4: Posición de la lente oftálmica respecto al ojo en posición primaria de mirada., donde ev es el eje visual y eo el eje óptico.

Para analizar los diseños de lentes oftálmicas en p.p.m se considera siempre un solo objeto puntual alineado con el eje visual. En este caso, la única aberración de Seidel que puede estar presente es la AE, que, en principio, será despreciable debido a la apertura con la que se trabaja (4). En objetos extensos y objetos puntuales fuera del eje visual y por tanto fuera del eje óptico de la lente, la imagen se verá afectada por la aberración de coma (valor pequeño comparado con el tamaño de la apertura), astigmatismo oblicuo y curvatura de campo (desenfoque). Este deterioro no suele ser significativo si se tiene en cuenta que la retina tiene menor resolución en periferia. Además, la aberración de distorsión no se suele considerar ya que no afecta a la calidad de imagen de un punto y el cerebro se adapta.

### 1.3 Comportamiento de lentes oftálmicas en p.o.m.

La posición oblicua de mirada (p.o.m) se consigue cuando el ojo gira respecto a su centro de rotación (CR), de forma que la zona de la lente responsable de formar imagen del objeto (en el infinito) en el PR del ojo, ya no es la misma que en p.p.m (2). El CR y su localización están directamente relacionados con la estructura anatómica del globo ocular. Anatómicamente, no existe un único punto de rotación, sino que es una zona extensa y, dependiendo del movimiento, la rotación se realiza respecto de un punto u otro del ojo. Es decir, no existe un solo punto de CR, pero es un parámetro que se asume para el diseño habitual de lentes oftálmicas (2,4), considerándolo a una distancia estándar de 27mm respecto al vértice posterior de la lente (9). Cuando el ojo gira, el PR fijado al eje visual también gira, recorriendo una superficie de referencia imaginaria, denominada esfera de punto remoto, con su centro de curvatura en el CR del ojo, como se muestra en la Fig. 5 (2). Además, en p.o.m se define otra superficie de referencia imaginaria con el mismo centro de curvatura (CR) y radio igual que la distancia hasta el vértice posterior, llamada esfera de vértice.

Para compensar las ametropías en direcciones oblicuas de mirada, la imagen del objeto observado a través de la lente debería formarse en la esfera de punto remoto, como en la rotación superior de la Fig. 5, donde se ilustra un ejemplo de cómo sería una lente con comportamiento ideal en p.o.m. En general, esto no va a ocurrir, ya que en p.o.m el objeto alineado con el eje visual es un objeto fuera de eje para la lente y la pupila está descentrada, lo que hace que la lente ya no trabaje en condiciones de óptica paraxial (Fig. 5, rotación inferior) y aparezcan aberraciones.

Para el punto objeto cuya imagen está alineada con el eje visual, el coma y la AE, tal y como pasaba en p.p.m, se pueden despreciar, ya que la apertura de trabajo es pequeña. Además, hay astigmatismo

oblicuo como se muestra en la Fig. 5 (rotación inferior); que provoca que la imagen del objeto puntual no sea un punto, sino un haz astigmático con dos focales de Sturm y el CMC entre ambas. La focal tangencial (T en la Fig. 5) será perpendicular al plano formado por el eje visual y el eje óptico. Mientras, la focal sagital (S en la Fig. 5) será perpendicular a la tangencial.

En el caso de las aberraciones de campo, estará presente la curvatura de campo provocando que la imagen del objeto puntual observado en p.o.m no esté en el plano imagen paraxial, ni tampoco en la esfera de PR, causando un desenfoque en la imagen proporcionada por la lente oftálmica. Si además de curvatura de campo existe astigmatismo, el CMC (C en la Fig. 5) no se formará en la esfera de PR.

En cuanto a la aberración de distorsión, no se tiene en cuenta, ya que no afecta a la imagen de un objeto puntual.

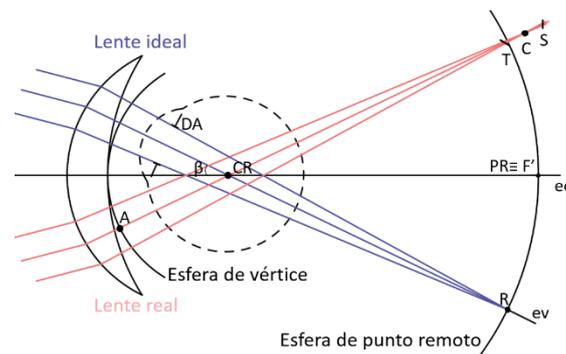


Fig. 5: Representación gráfica de un sistema ojo más lente en posición oblicua de mirada. La lente superior simula una lente ideal y por eso los rayos focalizan en la esfera de punto remoto (R). Por otro lado, la parte inferior de la lente representa un comportamiento real, con astigmatismo y curvatura de campo, por lo que los rayos focalizan en las focales de Sturm T y S. El punto C se corresponde con el CMC

Para cuantificar el comportamiento real de una lente oftálmica en p.o.m se definen dos parámetros: error de astigmatismo oblicuo (OAE) y el error medio oblicuo (MOE). El OAE se define como la diferencia entre las potencias correspondientes a las dos focales de Sturm, y el MOE es el resultado de la diferencia entre la potencia de vértice posterior ( $P'_{vp}$ ) de la lente y la potencia correspondiente al CMC o mejor imagen (potencia oblicua media  $P'_{CMC}$ ).

Ambos parámetros se pueden calcular con las Ec. 5 y Ec. 6 respectivamente.

$$OAE = P'_{vptangencial} - P'_{vpsagital} \quad \text{Ec. 5}$$

$$MOE = P'_{vp} - P'_{CMC} = P'_{vp} - \frac{P'_{vpsagital} + P'_{vptangencial}}{2} \quad \text{Ec. 6}$$

donde  $P'_{vptangencial}$  es la inversa de la distancia entre la esfera de vértice (A en la Fig. 5) y la focal tangencial (T en Fig. 5). La  $P'_{vpsagital}$  es la inversa de la distancia entre el punto de la esfera de vértice (A) y la focal sagital (S en la Fig. 5) y la potencia oblicua media  $P'_{CMC}$ , es la media de ambas potencias. El OAE cuantifica el astigmatismo por incidencia oblicua y el MOE cuantifica el error introducido por la aberración de la curvatura de campo. El reto en el diseño de lentes oftálmicas es lograr minimizar tanto el OAE como el MOE que se produce en una p.o.m extrema, utilizando en el diseño de la lente superficies esféricas y asféricas (7).

### 1.3.1 Diseño de lentes delgadas con superficies esféricas.

En este apartado, se va a analizar el diseño de una lente oftálmica con los dos dioptrios con geometría esférica. Cada dioptrio estará caracterizado por su radio de curvatura.

Tal y como se ha dicho en el apartado 1, hay infinitas combinaciones de dioptrios ( $r_1$  y  $r_2$ ) que proporcionan una misma  $P'_{vp}$ . Teniendo en cuenta el comportamiento en p.o.m explicado en 1.3, el diseñador debe elegir la combinación que proporcione valores más pequeños de OAE y MOE.

En aproximación de lente delgada, y en base a las expresiones de aberración de Seidel, se pueden obtener expresiones analíticas para calcular el OAE y el MOE en función de los parámetros de la lente ( $r_1$ ,  $r_2$  y  $n$ ), de la distancia objeto, de la posición del CR del ojo y de la dirección oblicua de mirada (4,8):

$$OAE = \frac{y^2 P'_{vp}}{n(n-1)^2} \{P_2'^2 (n+2) + P_2' [-P'_{vp} (n+2) + 2(L'_2 + L)(n^2 - 1)] + P'_{vp}{}^2 n - 2P'_{vp} L'_2 (n-1) - P'_{vp} L n(n^2 - 1) + L_2'^2 n(n-1)^2 + 2L'_2 L (n-1)(n^2 - 1)\} \quad \text{Ec. 7}$$

$$MOE = \frac{y^2 P'_{vp}(n+1)}{2n(n-1)^2} \{3P_2'^2 + P_2' [-P'_{vp} (n+2) + 2(2L'_2 + L)(n-1)] + P'_{vp}{}^2 n - P'_{vp} (2L'_2 + nL)(n-1) + L'_2 (L'_2 + 2L)(n-1)^2\} \quad \text{Ec. 8}$$

En las Ec. 7 y Ec. 8,  $L'_2$  es la inversa de la distancia desde la lente hasta el CR, es decir, la vergencia de la posición del centro de rotación.  $L$  es la vergencia del objeto, que en el caso de que el objeto se encuentre en el infinito es cero (9). El parámetro  $y$  (Ec. 9) se relaciona con el ángulo de rotación del eje visual  $\beta$ :

$$y = \frac{1}{L'_2} \text{tg}(\beta) \quad \text{Ec. 9}$$

Si se quiere diseñar una lente de una cierta  $P'_{vp}$  en un material con su correspondiente  $n$ , en una p.o.m extrema, para una cierta vergencia objeto ( $L$ ), estas ecuaciones analíticas proporcionan los valores de OAE y MOE una vez elegido el segundo dioptrio ( $P'_2$ ). Así,  $P'_1$  quedará determinada por la  $P'_{vp}$  y  $P'_2$  (Ec. 4).

En esta situación, solo hay un grado de libertad para modificar,  $P'_2$ , con lo que no se podrá anular de manera simultánea el OAE y el MOE. Debido a esto, se definen los siguientes diseños:

•*Diseño punto focal*: Se busca hacer el OAE cero para una p.o.m extrema, aunque siga existiendo un error de potencia MOE distinto de cero (4).

•*Diseño de Percival*: Se busca hacer el MOE cero para una p.o.m extrema. Este diseño tiene algunas desventajas, como la provocada por la distribución de la luz en el CMC, que no es uniforme y es menos tolerante a variaciones de los parámetros de diseño (distancia al vértice y vergencia del objeto), que el diseño punto focal (4).

•*Diseño de lentes sin error tangencial*: Es un compromiso entre los dos diseños descritos. En este diseño la focal tangencial se sitúa en la esfera de punto remoto, pero no la sagital. El OAE producido es menor que en Percival y el MOE menor que en punto focal. Es un diseño más estable frente a la variación de la distancia al vértice posterior y la vergencia del objeto (4).

Las Ec. 7 y Ec. 8 pueden ser usadas para eliminar el OAE y el MOE o localizar la potencia tangencial en la esfera de punto remoto e igualarla a la  $P'_{vp}$ , situaciones que se corresponden con los diseños de punto focal, Percival o sin error tangencial respectivamente, para lentes delgadas en p.o.m. Para diseños punto focal y Percival, el OAE y el MOE en las Ec. 7 y Ec. 8 se igualan a cero y se calcula la dependencia de  $P'_2$  con  $P'_{vp}$  (8). En lentes esféricas esta dependencia es cuadrática y al representar  $P'_2$  frente a  $P'_{vp}$ , se obtiene una elipse, Fig. 6, conocida como Elipse de Tscherning (8). Existen dos valores de  $P'_2$  para cada  $P'_{vp}$  que proporcionan cada tipo de diseño. Los valores más planos de  $P'_2$  se conocen como soluciones de Ostwalt y se corresponden con la parte superior de la elipse. Mientras que las soluciones de la mitad inferior de la elipse se identifican como soluciones de Wollaston, y son más curvadas (4). Si

alguno de los parámetros de diseño cambia, la forma y orientación de la elipse cambiará. Por ejemplo, en la Fig. 6 se muestran dos elipses de Tscherning, ambas para MOE=0 (diseño de Percival) pero con diferentes  $n$ .

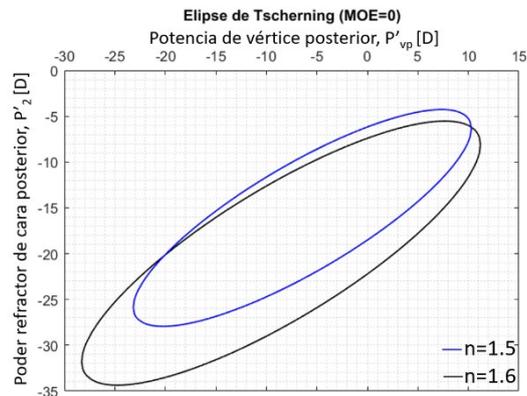


Fig. 6: Elipse de Tscherning para diseños de Percival (MOE=0) con  $n=1.5$  (azul) y  $n=1.6$  (negro), en pom de  $35^\circ$ , objeto en el infinito y distancia al CR de 27mm. Para cada  $P'_{vp}$  existen dos soluciones de  $P'_2$ .

Los tres diseños anteriores tienen varias limitaciones. Primero, la imposibilidad de hacer cero el OAE y el MOE simultáneamente al poder modificar únicamente un radio de curvatura en base al otro. Segundo, como se muestra en la Fig. 6, los rangos de lentes positivas que se pueden alcanzar considerando superficies esféricas son limitados.

Para solucionar estas limitaciones se propuso el uso de superficies esféricas en el diseño de lente oftálmica.

### 1.3.2 Diseño de lentes delgadas con superficies esféricas.

Cuando una superficie no es esférica se puede llamar superficie esférica. En particular, en el diseño de lente oftálmica, se utilizan frecuentemente un tipo de superficies esféricas que son las superficies cónicas (elipsoides, paraboloides o hiperboloides). Este tipo de superficies, se caracterizan, además de por el radio de curvatura en el vértice, por la constante de conicidad ( $Q$ ), que indica cuanto se modifica la forma de la superficie en comparación con una superficie esférica (10).

La Fig. 7 muestra una sección de los diferentes tipos de superficies cónicas. La  $Q=0$  corresponde a una superficie esférica.  $Q<0$  corresponde a elipses prolatas, parábolas e hipérbolas, que son superficies que se van aplanando cada vez más hacia la periferia conforme  $Q$  se va haciendo más negativo. Los valores de  $Q>0$  se corresponden con elipses oblatas.

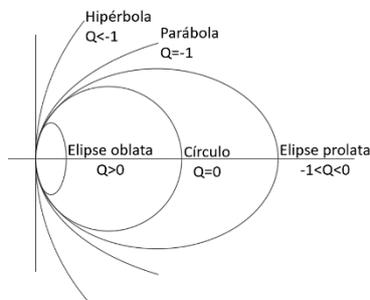


Fig. 7: Secciones de distintas superficies cónicas, con sus respectivas constantes de conicidad ( $Q$ ).

Las superficies conoides tienen las siguientes características (10):

- El radio en dirección tangencial cambia en puntos alejados del vértice a distinto ritmo que el radio en dirección sagital. En consecuencia, en cada punto de la lente, menos en el vértice, existe astigmatismo superficial, que se puede utilizar para contrarrestar el astigmatismo oblicuo que aparece en p.o.m.

- Para  $Q < 0$ , la ságitas es menor que la de una superficie esférica para un mismo diámetro y radio de curvatura, permitiendo diseñar lentes más delgadas y con mejor estética.

El objetivo de introducir superficies cónicas, en un principio, es conseguir un mayor rango de  $P'_{vp}$  positivas con un buen comportamiento y que se corresponda con alguno de los diseños del apartado 1.3.1. Además, para el resto de  $P'_{vp}$ , se buscan estos mismos diseños, pero consiguiendo lentes más delgadas y planas utilizando superficies cónicas.

Al igual que con superficies esféricas, es posible encontrar expresiones analíticas para calcular el OAE (Ec. 10) y el MOE (Ec. 11) en aproximación de lente delgada con superficies cónicas. En este caso, en cada una de las expresiones hay un término que depende de la constante de conicidad de la cara anterior ( $Q_1$ ) y de la cara posterior ( $Q_2$ ) (4).

$$OAE = \frac{y^2 P'_{vp}}{n(n-1)^2} \{ P_2'^2 (n+2) + P_2' [-P'_{vp} (n+2) + 2(L'_2 + L)(n^2 - 1)] + P_{vp}'^2 n - 2P'_{vp} L'_2 (n-1) - P'_{vp} L n(n^2 - 1) + L_2'^2 n(n-1)^2 + 2L'_2 L (n-1)(n^2 - 1) \} + y^2 \frac{Q_1 (P'_{vp} - P_2')^3 + Q_2 P_2'^3}{(n-1)^2} \quad \text{Ec. 10}$$

$$MOE = \frac{y^2 P'_{vp} (n+1)}{2n(n-1)^2} \{ 3P_2'^2 + P_2' [-P'_{vp} (n+2) + 2(2L'_2 + L)(n-1)] + P_{vp}'^2 n - P'_{vp} (2L'_2 + nL)(n-1) + L'_2 (L'_2 + 2L)(n-1)^2 \} + 2y^2 \frac{Q_1 (P'_{vp} - P_2')^3 + Q_2 P_2'^3}{(n-1)^2} \quad \text{Ec. 11}$$

Se pueden representar, tal y como se hace con superficies esféricas, los valores de  $P'_2$  que proporcionan cada uno de los diseños (punto focal, Percival y sin error tangencial) para cada  $P'_{vp}$ . En este caso, al introducir  $Q_1$  y  $Q_2$ , la dependencia entre  $P'_{vp}$  y  $P'_2$  no es cuadrática, con lo que la representación gráfica ya no será una elipse inclinada como la del apartado 1.3.1. De hecho, para cada  $P'_{vp}$  existen más de dos valores de  $P'_2$  que proporcionan un cierto diseño, dependiendo de la  $Q$  (8).

La  $Q$  se suele aplicar en la superficie de la lente oftálmica con mayor potencia en módulo, es decir, en la cara anterior para lentes positivas y en la posterior para negativas. De esta manera, pequeños cambios de asfericidad suponen mayores cambios en la forma de la superficie (10).

#### 1.4 Lentes fabricables.

En el caso de lente oftálmica, el rango de radios de curvatura se reduce a las combinaciones que proporcionan buena estética y comodidad al usuario. Es decir, se fabrican meniscos convexo-cóncavos, donde la superficie anterior es convexa y tiene poder refractor positivo, y la cara posterior es cóncava con poder refractor negativo. Además, ambos radios de curvatura son positivos y las lentes deberían ser lo más delgadas posibles, teniendo en cuenta que hay que montarlas en una gafa (2,11).

Hasta ahora, en los apartados 1.3.1 y 1.3.2 se ha hablado del diseño de lentes delgadas, ya que despreciar el término de espesor de centro ( $e_c$ ) permitía obtener expresiones analíticas para el cálculo del OAE y MOE.

Las lentes reales, para que sean fabricables, han de tener en cuenta el  $e_c$ . En lentes con potencias negativas, el espesor de borde ( $e_b$ ) es más grueso que el  $e_c$  y han de tener un  $e_c$  mínimo fijado por el fabricante, para garantizar su resistencia frente a los impactos y una estabilidad de flexión durante su

fabricación. Este mínimo  $e_c$  depende del material de la lente como se muestra en la Tabla 1. Por otro lado, las lentes con potencias positivas tienen un  $e_c$  mayor que el  $e_b$ , por lo que, el objetivo en estas lentes es conseguir el menor  $e_c$  fabricable sin que se lasque el borde de la lente al montarla en la gafa.

Tabla 1:  $e_c$  en lentes negativas en función del material de fabricación (12).

Índice de refracción (n)	1.5	1.6	1.67
Espesor de centro ( $e_c$ )	1.8	1.2	1.2

El  $e_c$  depende tanto del  $e_b$  que se quiera conseguir para que la lente no rompa en el borde, como del diámetro en el que se necesite fabricar la lente, tal como se muestra en la Fig. 8, en la que se muestran dos lentes positivas y dos negativas con los mismos radios de curvatura, pero fabricadas con diferente diámetro. Como se observa en la Fig. 8a, al tener menor diámetro, con el mismo  $e_b$  se necesita menor  $e_c$  para la fabricación de lentes positivas, mientras en las negativas el  $e_c$  no depende del diámetro (Fig. 8b).

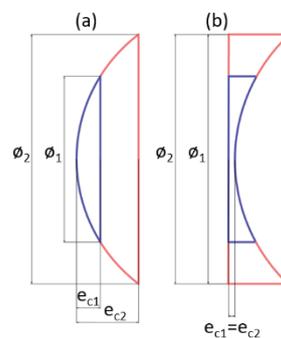


Fig. 8: Representación gráfica de (a), dos lentes positivas con distintos diámetros y mismo  $e_b$  y (b), dos lentes negativas con distintos diámetros, pero el mismo  $e_c$ .

Tanto en lentes negativas como en lentes positivas, al añadir el  $e_c$ , la  $P'_{vp}$  se altera (Ec. 1) respecto a la predicha por la aproximación de lente delgada (Ec. 4). Es decir, se pueden utilizar las ecuaciones del apartado 1.3 para averiguar la  $P'_2$  que da buen comportamiento para cada  $P'_{vp}$ . Pero si se quiere fabricar la lente, habrá que proporcionar un cierto  $e_c$  que puede alterar el comportamiento en p.o.m predicho con lente delgada.

En este trabajo, se parte de lentes teóricas delgadas con diseño punto focal (OAE=0) predichas por las ecuaciones analíticas Ec. 7 y Ec. 10, para diseñar lentes fabricables añadiéndoles un espesor y un diámetro determinado. Con todo esto, se analizará el comportamiento de la lente fabricable en comparación con lo esperado según la aproximación de lente delgada.

## 2 OBJETIVOS.

- Diseñar lentes delgadas punto focal con superficies esféricas y cónicas con ayuda de las ecuaciones analíticas descritas en 1.3.
- Diseñar las lentes fabricables equivalentes a las anteriores añadiendo el espesor con ayuda de software de trazado real de rayos.
- Analizar la diferencia de comportamiento entre los diseños de lente delgada y lente fabricable en p.p.m y en p.o.m.

### 3 METODOLOGÍA.

A lo largo de todo el estudio se va a seguir el esquema de la Fig. 9 y, además, se van a utilizar tres programas informáticos:

- Excel para la implementación de las ecuaciones analíticas y las representaciones gráficas.
- OSLO (Optics Software for Layout and Optimization, de Lambda Research Corporation) para el diseño y simulación de todas las lentes propuestas.
- MATLAB es un software para el diseño y representación de ciertas figuras y gráficas.

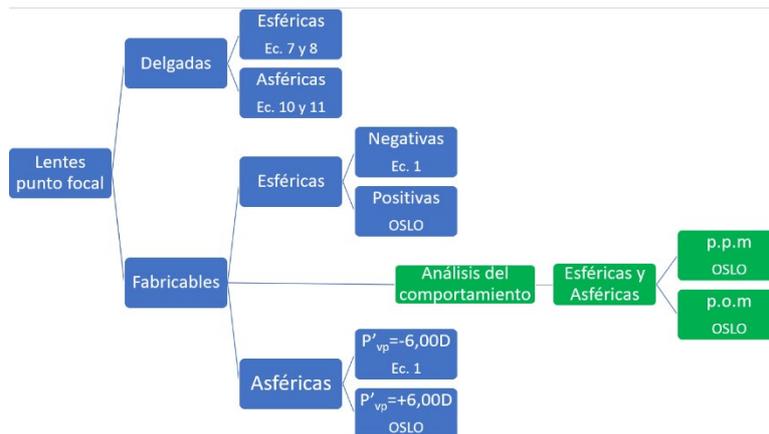


Fig. 9: Cuadro resumen de la metodología que se va a seguir a lo largo del trabajo.

#### 3.1 Cálculo de lentes punto focal delgadas con superficies esféricas.

Para calcular los diseños punto focal en lentes delgadas con superficies esféricas, es necesario resolver la ecuación analítica Ec. 7 haciendo  $OAE=0$ . De esta manera, se puede despejar  $P'_2$  en función de  $P'_{vp}$  y representar la solución gráficamente (elipse de Tscherning). Para ello, es necesario fijar algunos parámetros de diseño (Tabla 2).

Tabla 2: Parámetros de diseño de lentes punto focal.

$n$ (índice de refracción)	$\beta$ (ángulo de mirada)	CR (centro de rotación)	L (vergencia objeto)
1.6	$35^\circ$	27mm	0.00D

La vergencia objeto es de 0.00D, ya que en todos los diseños se considera objeto lejano, en infinito. El ángulo extremo de mirada se fija en  $35^\circ$  y se escoge un material de índice de refracción de 1.6. Además, se considera que el CR del ojo estándar y teórico está sobre el eje visual y se encuentra a 27mm; 15mm desde el CR hasta el ápex corneal y 12mm desde el ápex corneal hasta el vértice posterior de la lente (8).

La elipse de Tscherning proporciona el rango de valores de  $P'_{vp}$  que se pueden diseñar con un  $OAE=0$  (punto focal) y con los parámetros de la Tabla 2. Además, se pueden hallar los valores de  $P'_{vp}$  máximo (máxima  $P'_{vp}$  positiva) y mínimo (mínima  $P'_{vp}$  negativa) que acotan la elipse. Dentro de ese rango de  $P'_{vp}$  se eligen  $P'_{vp}$  negativas y positivas, en pasos de 2.00D para lentes negativas, y en pasos de 1.00D para lentes positivas. Para esas  $P'_{vp}$  se calcula la  $P'_1$  correspondiente a cada valor de  $P'_2$  con la Ec. 4. A partir de  $P'_1$  y  $P'_2$  se pueden calcular los correspondientes radios de curvatura  $r_1$  y  $r_2$  con las Ec. 2 y Ec. 3 respectivamente. Así se obtendrá un conjunto de lentes esféricas punto focal delgadas con todos sus parámetros de diseño ( $r_1$ ,  $r_2$  y  $n$ ).

### 3.2 Cálculo de lentes punto focal delgadas con superficies esféricas.

Las superficies cónicas, como se dice en el apartado 1.3.2, se caracterizan por la  $Q$ , que proporciona un grado de libertad más para todos los diseños, en este caso punto focal. La ecuación que se debe utilizar en este caso para diseñar lentes delgadas es la Ec. 10 con  $OAE=0$  (diseño punto focal). Se utilizarán los mismos parámetros elegidos para las lentes esféricas (Tabla 2). En estas condiciones se puede despejar  $Q_1$  en función de  $P'_{vp}$  y  $P'_2$  cuando  $Q_2=0$  (se asferiza la primera superficie) o bien, se puede despejar  $Q_2$  en función de  $P'_{vp}$  y  $P'_2$  cuando  $Q_1=0$  (sólo se asferiza la segunda superficie).

Esto permite calcular para cada  $P'_{vp}$ , la  $Q$  necesaria, que consigue diseño punto focal para cualquier  $P'_2$ . Con todo esto, se obtendrán dos representaciones gráficas de  $P'_2$  frente a  $P'_{vp}$ . Una considerando  $Q_1=0$  y la otra considerando  $Q_2=0$ .

De las soluciones con  $Q_1=0$  se escoge la  $P'_{vp}=-6.00D$ , y se buscan las combinaciones  $P'_2$  y  $Q_2$  que proporcionen  $OAE=0$ . Dentro de esas posibles combinaciones, se seleccionan las soluciones que proporcionan diseños convexo-cóncavos y diseños con  $Q_2<0$ , ya que se corresponderán con diseños más estéticos y con menor  $e_b$ .

Por otro lado, para las soluciones con  $Q_2=0$  se escoge una  $P'_{vp}=+6.00D$  y se buscan las combinaciones de  $P'_2$  y  $Q_1$  que proporcionen  $OAE=0$ . Seleccionando las soluciones que proporcionen diseños convexo-cóncavos con  $Q_1<0$ , obteniendo diseños más estéticos y con menor  $e_c$ .

Para todas las combinaciones halladas para ambas potencias se calculará con la Ec. 4 las correspondientes  $P'_1$  y con las Ec. 2 y Ec. 3, los radios de curvatura  $r_1$  y  $r_2$ .

### 3.3 Diseño de lentes punto focal fabricables con superficies esféricas.

Se va a diseñar un conjunto de lentes fabricables con comportamiento de diseño punto focal, a partir de los diseños calculados con la elipse de Tscherning en el apartado 3.1.

En el apartado 3.1 se han calculado las dos combinaciones de  $r_1$  y  $r_2$  que proporcionan un diseño punto focal para cada  $P'_{vp}$ . Estas lentes, al no tener en cuenta el espesor, no pueden ser fabricables. Para diseñar lentes que se puedan fabricar se va a proporcionar un cierto  $e_c$ . Al no despreciarse el  $e_c$ ,  $P'_1$  no puede calcularse con la Ec. 4 como en el apartado 3.1. Es decir, el valor de  $e_c$  influirá en el cálculo de  $P'_1$  tal y como muestra la Ec. 1.

#### 3.3.1 Diseño de lentes esféricas negativas.

Tal y como se ha explicado en el apartado 1.4, las lentes negativas han de tener el mínimo  $e_c$  necesario para que la lente sea lo más delgada posible sin romperse. En este caso, se ha fijado un  $e_c=1.20mm$  siendo un valor típico en lentes orgánicas con índice de refracción 1.6 (11).

Considerando fijo este espesor, se puede calcular la  $P'_1$  directamente con la Ec. 1, a partir de los datos de  $P'_2$  calculados en lente delgada. A continuación, se calculan los radios de curvatura de ambas caras de cada lente con las Ec. 2 y Ec. 3. Al ir aumentando el espesor hacia el borde de la lente, las lentes negativas pueden ser fabricables para diferentes diámetros. En este caso, se escoge un diámetro de 60mm.

Al utilizar la Ec. 1 para el cálculo de  $P'_1$  en función de  $e_c$ , el diseño de las lentes esféricas negativas es un diseño paraxial.

#### 3.3.2 Diseño de lentes esféricas positivas.

Como se ha explicado en el apartado 1.4, en lentes positivas el  $e_c$  depende del diámetro de la lente y del  $e_b$  que se quiera conseguir (el mínimo para que la lente no se lasque en el borde). En este caso, al ser desconocido el  $e_c$ , no se puede aplicar directamente la Ec. 1 para conseguir  $P'_1$ . Por tanto, los diseños

de lentes positivas se realizarán con ayuda del software de trazado real de rayos (OSLO) siguiendo un criterio diferente al paraxial.

Se introducen en OSLO los valores de  $r_1$  y  $r_2$ ,  $n$  y  $P'_{vp}$  calculados en 3.1. Se fija el diámetro de la lente en 60mm y el  $e_b$  a conseguir en 1mm. A continuación, se modificarán  $e_c$  y  $r_1$  hasta conseguir  $e_b=1$ mm, a la vez que se mantiene el valor inicial de  $P'_{vp}$ . El criterio elegido para mantener la  $P'_{vp}$  es el de menor diagrama de impactos. Es decir, en OSLO se coloca una pantalla de visualización en la focal imagen de la lente ( $F'$ ), que permitirá visualizar el diagrama de impactos, calculado con las trayectorias reales de los rayos que atraviesan la lente, a partir de un objeto en eje y en el infinito. Así, se irán modificando y optimizando simultáneamente el  $e_c$  y el  $r_1$  con el objetivo, de conseguir el menor diagrama de impactos. El diagrama de impactos va a depender de la apertura de la lente que se utilice, siendo necesario introducir en OSLO como DA, un diafragma que actúa limitando la entrada de los rayos suponiendo objeto en eje. El radio de apertura del diafragma ( $R$ ) va a ser de 2mm y se posiciona a 15mm respecto del vértice posterior (2).

Hay que tener presente que en el diseño de las lentes no se tiene en cuenta el ojo, salvo para posicionar el DA y determinar su tamaño. Además, el diagrama de impactos no se estudia en la retina del ojo sino en el plano del PR, de forma que solo se tiene en cuenta el comportamiento de la lente.

### 3.4 Diseño de lentes punto focal fabricables con superficies esféricas.

Las lentes esféricas con diseño punto focal fabricables van a incorporar un espesor de lente de la misma manera que se ha hecho con las lentes fabricables esféricas en el apartado 3.3.

En el apartado 3.2, los valores de  $P'_2$  y de la  $Q$ , tanto para lentes de  $P'_{vp}=-6.00D$  como para las de  $P'_{vp}=+6.00D$ , se escogen en función de que las lentes tengan forma de meniscos convexo-cóncavos y sin usar parámetros de asféricidad que impliquen diseños de elipsoides oblatos.

Una vez seleccionados las  $P'_2$  con su correspondiente  $Q$ , se seguirá el mismo procedimiento que en el apartado 3.3.1 y 3.3.2. Es decir, las lentes de  $P'_{vp}=-6.00D$  se diseñarán paraxialmente con la Ec. 1 y con el  $e_c=1.20$ mm y las lentes de  $P'_{vp}=+6.00D$  se diseñarán con ayuda de OSLO, siguiendo el criterio de menor diagrama de impactos y  $e_b=1$ mm para un diámetro de 60mm.

### 3.5 Análisis del comportamiento de las lentes punto focal fabricables con superficies esféricas y esféricas.

Una vez que se han diseñado todas las lentes esféricas y esféricas fabricables, es decir, se han encontrado los parámetros geométricos que dan un diseño punto focal considerando el  $e_c$ , se analiza su comportamiento tanto en p.p.m como p.o.m.

#### 3.5.1 Análisis del comportamiento de las lentes en p.p.m.

En OSLO se introducen los parámetros de diseño hallados en 3.3 y 3.4 para todas las lentes en p.p.m. Como el comportamiento de las lentes depende de la apertura que se utiliza, se va a mantener en todas el DA de 2 mm de radio establecido en 3.3.2. Esta apertura es la que limita la cantidad de luz que entra en cualquier posición de mirada. En p.p.m, el DA y la lente se encuentran alineados de forma que el eje óptico y el eje visual coinciden. La situación creada en OSLO (Fig. 10) es similar a la Fig. 4 pero sin tener en cuenta el globo ocular.

Como se ha visto en el apartado 3.3 y 3.4 el criterio de diseño de lentes negativas y positivas ha sido diferente, siguiendo en lentes negativas el criterio paraxial con la Ec. 1 y en positivas el de menor diagrama de impactos. En una lente y para un objeto en eje, la imagen predicha por la óptica paraxial no tiene por qué coincidir con la posición de mejor imagen (menor diagrama de impactos) debido a la posible presencia de AE. En este apartado se va a calcular con óptica paraxial (Ec. 1) la  $P'_{vp}$  de las lentes fabricables positivas. Por otro lado, la  $P'_{vp}$  de lentes fabricables negativas, va a ser hallada con el criterio

de menor diagrama de impactos. Es decir, se va a calcular la  $P'_{vp}$  de cada lente con el criterio que no se ha utilizado en el apartado 3.3 y 3.4.

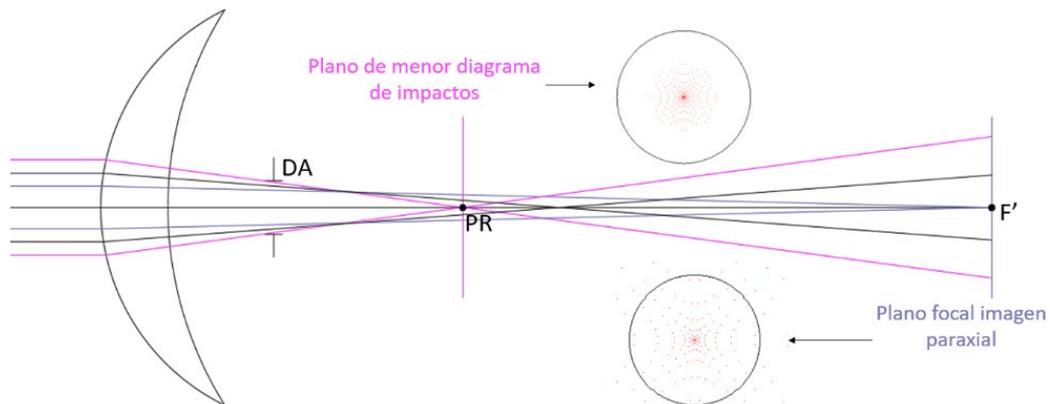


Fig. 10: Esquema del comportamiento de una lente positiva en p.p.m, simulando el plano donde se formaría mejor imagen con el criterio de menor diagrama de impactos frente al plano focal imagen paraxial.

Por tanto, para lentes esféricas y asféricas, se va a comparar la diferencia de  $P'_{vp}$  obtenida de forma paraxial, frente a la  $P'_{vp}$  conseguida con el menor diagrama de impactos.

Para lentes negativas, se ha simulado en OSLO una pantalla móvil para poder localizar la posición de menor diagrama de impactos y calcular la nueva  $P'_{vp}$ , que será la inversa de la nueva distancia que hay desde el vértice posterior de la lente, hasta la nueva posición de la pantalla móvil.

Las lentes positivas, por el contrario, han sido diseñadas con el criterio del menor diagrama de impactos debido a las modificaciones de  $e_c$  realizadas. Por tanto, en este apartado, se va a calcular la  $P'_{vp}$  paraxial mediante la Ec. 1, con el  $e_c$  hallado con OSLO.

El objetivo es comprobar si el error de  $P'_{vp}$  provocado al diseñar las lentes con un método u otro es significativo. Si lo es, significaría que la AE (la única aberración que puede estar presente cuando el objeto está en eje) es considerable.

### 3.5.2 Análisis del comportamiento de las lentes en p.o.m.

Para simular p.o.m, donde eje óptico y eje visual están inclinados  $35^\circ$  uno con respecto al otro, se han de girar las superficies de cada lente a estudiar con OSLO. Se rotan respecto al CR del ojo, simulando una dirección de mirada de  $35^\circ$  como se muestra en la Fig. 11. La situación simulada coincide con la de la Fig. 5, aunque sin tener en cuenta el globo ocular.

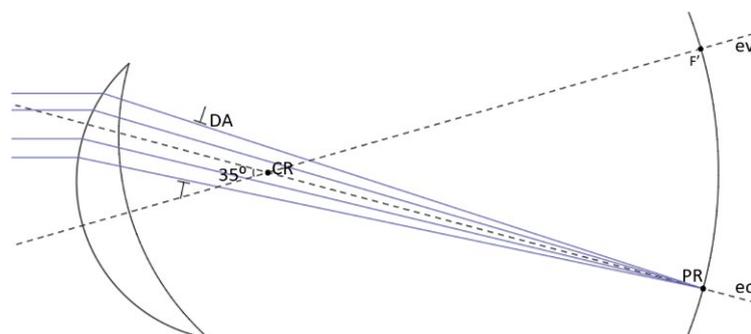


Fig. 11: Simulación en OSLO de una lente positiva en p.o.m, donde el eje óptico de la lente forma un ángulo de  $35^\circ$  respecto al eje visual.

Tras simular todas las lentes fabricables en p.o.m con un giro de 35° (Fig. 11), se comprobará si el diseño punto focal predicho en lente delgada se mantiene para las lentes fabricables. Para ello, se calculará el OAE y el MOE tanto para las lentes delgadas como para las lentes fabricables.

En lentes delgadas el OAE siempre será cero ya que se ha establecido inicialmente este diseño y el MOE se obtiene mediante la Ec. 8 para lentes esféricas y con la Ec. 11 para esféricas.

En las lentes fabricables, al modificar parámetros para introducir el espesor, no se sabe si se siguen comportando como diseño punto focal. Para ello, se calcula el OAE y el MOE con OSLO, teniendo en cuenta el espesor. Según la definición de OAE y MOE (Ec. 5 y Ec. 6), ambos se pueden calcular hallando las potencias sagital y tangencial con las que se comporta la lente en p.o.m.

Para hallar la potencia tangencial y sagital, se utilizan los coeficientes de Zernike hallados con OSLO en p.o.m.

OSLO calcula la aberración del sistema y la descompone en los polinomios de Zernike con sus respectivos coeficientes. A partir de los coeficientes de Zernike de segundo orden  $C_2^0$ ,  $C_2^2$  y  $C_2^{-2}$  que se corresponden con el desenfoque, el astigmatismo a 0° y el astigmatismo a 45° respectivamente, se puede obtener la refracción de la lente (potencia necesaria para que la lente en p.o.m se comporte con la  $P'_{vp}$  ideal) en componentes M,  $J_0$  y  $J_{45}$  mediante las ecuaciones:

$$M = \frac{-4C_2^0}{R^2} \quad \text{Ec. 12}$$

$$J_0 = \frac{-2C_2^2}{R^2} \quad \text{Ec. 13}$$

$$J_{45} = \frac{-2C_2^{-2}}{R^2} \quad \text{Ec. 14}$$

A continuación, se convierte M,  $J_0$  y  $J_{45}$  en componentes S, C y  $\alpha$ , que se corresponden con la esfera (S), el cilindro (C) y el eje ( $\alpha$ ) mediante las ecuaciones:

$$S = M - \frac{C}{2} \quad \text{Ec. 15}$$

$$C = -2\sqrt{J_0^2 + J_{45}^2} \quad \text{Ec. 16}$$

$$\alpha = \frac{\tan^{-1}(J_{45}/J_0)}{2} \quad \text{Ec. 17}$$

Además, se seguirá el siguiente criterio para determinar el valor definitivo del eje  $\alpha$  (13):

- Si  $J_0 < 0$ , entonces  $\alpha = \alpha + 90^\circ$
- Si  $J_0 > 0$ , entonces  $\alpha = \alpha + 180^\circ$
- Si  $J_0 = 0$ , entonces  $\alpha = 135^\circ$  si  $J_{45} < 0$  ó  $\alpha = 45^\circ$  si  $J_{45} \geq 0$

Como la p.o.m es siempre en dirección vertical, se expresarán todas las refracciones en fórmula esferocilíndrica con el eje  $\alpha$  a 90°. Hay que tener en cuenta que esta refracción está medida respecto a la pupila de salida (PS), ya que el cálculo de la aberración de frente de onda a la salida del sistema se realiza en ese plano. Esta PS coincide con el DA establecido con anterioridad, para todos los sistemas de ojo-lente.

Se pueden calcular la potencia imagen sagital y tangencial a partir de la refracción S, C y  $\alpha$  de la siguiente manera:

$$P'_{PStangencial} = P'_{PS} - S \quad \text{Ec. 18}$$

$$P'_{PSsagital} = P'_{PS} - (S + C) \quad \text{Ec. 19}$$

Donde  $P'_{PS}$  es la potencia imagen de la lente en p.p.m medida respecto a PS y se puede calcular con:

$$P'_{PS} = \frac{1}{\frac{1}{P'_{vp}} - 15 \cdot 10^{-3}} \quad \text{Ec. 20}$$

Una vez obtenida la potencia de cada meridiano respecto de la PS en mirada oblicua ( $35^\circ$ ), mediante la Ec. 18 y Ec. 19, y teniendo en cuenta la distancia desde el vértice posterior hasta el plano de PS, se calcula la potencia tangencial ( $P'_{PStangencial}$ ) y sagital ( $P'_{PSsagital}$ ) que presenta cada lente respecto de su vértice posterior.

Una vez hallados todos los datos necesarios, se calcula para cada lente fabricable el OAE con la Ec. 5 y el MOE con la Ec. 6.

## 4 RESULTADOS.

### 4.1 Cálculo de lentes punto focal delgadas con superficies esféricas.

En la Fig. 12 se muestra la elipse de Tscherning obtenida, que representa para cada  $P'_{vp}$ , los valores de  $P'_2$  de las lentes que consiguen un diseño punto focal para un giro de ojo de  $35^\circ$ , en un material de índice 1.6, objeto en el infinito y distancia al CR de 27mm.

Para cada  $P'_{vp}$  existen dos soluciones; una menos curvada, de Ostwalt, y otra más curvada, de Wollaston, salvo para las potencias extremas, que solo tienen una solución.

Por ejemplo, para la  $P'_{vp}$  de -22.00D, se obtienen lentes de punto focal con  $P'_2 = -22.00D$ , como solución de Ostwalt y  $P'_2 = -32.10D$ , como solución de Wollaston. El poder refractor de -32.10D implica una superficie posterior más curvada que  $P'_2 = -22.00D$ , lo que conlleva que la primera superficie sea también de mayor potencia (más curvada) y el aspecto de la lente sea menos “plano”.

Según la Fig. 12, se pueden obtener lentes punto focal con  $P'_{vp}$  desde -26.50D hasta +7.50D con superficies esféricas. De este rango, se eligen  $P'_{vp}$  desde -26.00D hasta -1.00D en pasos de 2.00D y desde +1.00D hasta +7.00D en pasos de 1.00D.

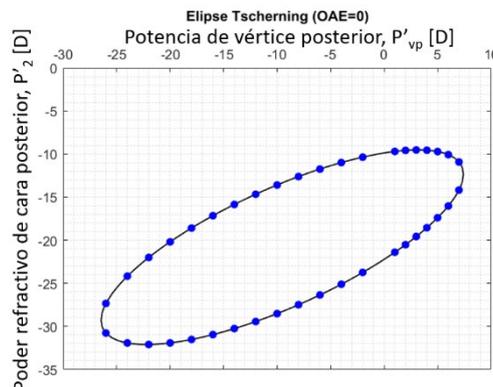


Fig. 12: Elipse de Tscherning para diseños punto focal ( $OAE=0$ ) con superficies esféricas, en material de índice 1.6, en p.o.m de  $35^\circ$ , con objeto en infinito y distancia al CR de 27mm. Los círculos indican las soluciones elegidas.

Para cada una de las  $P'_{vp}$  elegidas, se determinan los dos  $P'_2$  que proporcionan los diseños punto focal con la elipse de Tscherning. Para cada combinación de  $P'_{vp}$  y  $P'_2$  se calcula la potencia  $P'_1$  de la primera cara de la lente (con la Ec. 4, ya que se están diseñando lentes delgadas) y los radios de curvatura  $r_1$  y  $r_2$

(Ec. 2 y Ec. 3). En total, se calculan los parámetros de  $r_1$  y  $r_2$  de 26 lentes negativas y 14 positivas. Estos datos se muestran en el Anexo I, Tabla I. 1, y servirán de punto de partida para el diseño de lentes esféricas fabricables.

## 4.2 Cálculo de lentes punto focal delgadas con superficies esféricas.

En la Fig. 13 se muestra el resultado de representar gráficamente los valores de  $P'_2$  y  $Q$  que proporcionan diseño punto focal para cada  $P'_{vp}$ , con la superficie posterior cónica (Fig. 13a) o con la anterior (Fig. 13c). Al igual que en lentes esféricas, la dirección de mirada escogida es  $35^\circ$ ,  $n=1.6$ , objeto en infinito y la distancia al CR de 27mm.

Aunque en ambas gráficas se han representado todas las soluciones tanto para  $P'_{vp}>0$  como para  $P'_{vp}<0$ , la Fig. 13a servirá para diseñar lentes negativas y la Fig. 13c positivas, ya que, como se ha dicho en el apartado 1.3.2, se suele asferizar la superficie más curvada. En ambas gráficas únicamente se han representado algunas curvas de nivel, las más representativas.

A diferencia de lo observado en la elipse de Tscherning, en lentes esféricas, para cada  $P'_{vp}$  hay muchas combinaciones de  $P'_2$  y  $Q$  que proporcionan diseño punto focal. Los rangos de  $P'_{vp}$  que se pueden diseñar punto focal aumentan, tanto para potencias negativas como positivas, respecto a lo encontrado en la elipse de Tscherning, pudiendo diseñar lentes negativas de potencia mayor de 26.50D, en módulo, y positivas mayores de +7.50D.

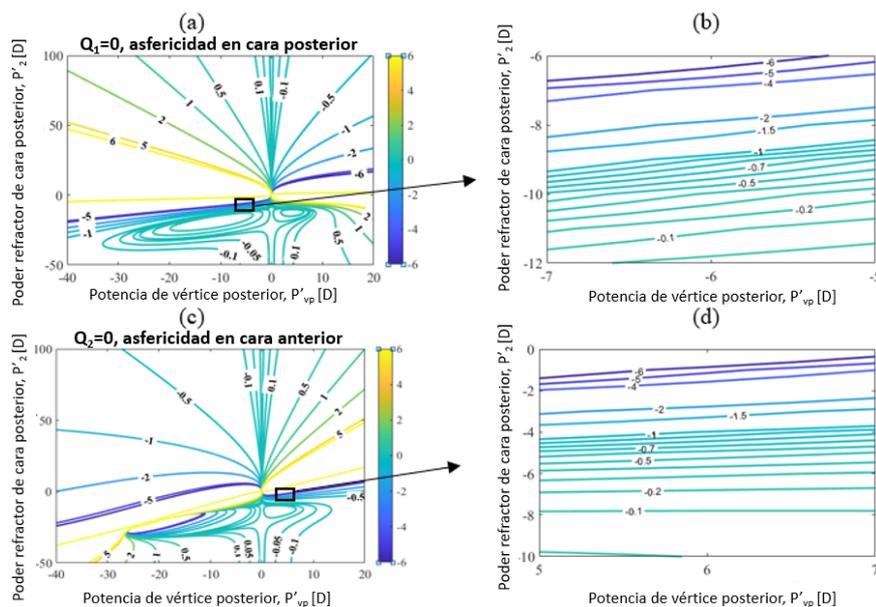


Fig. 13: Representación gráfica de las diferentes  $P'_2$  que proporcionan diseño punto focal en lente delgada con asfericidad en: (a) cara posterior y (c) cara anterior. (b) es la ampliación de la figura (a) para  $P'_2 = [-6.00D, -12.00D]$  y  $P'_{vp} = -6.00D$ . (d) es la ampliación de (c) para  $P'_2 = [0.00D, -10.00D]$  y  $P'_{vp} = +6.00D$ .

En la Fig. 13b, se muestra la ampliación de la Fig. 13a para el rango de  $P'_2 = [-6.00D, -12.00D]$ , donde los valores de  $Q_2$  que proporcionan diseños punto focal están entre 0 y -6. Mientras, en la Fig. 13d, se ilustra la ampliación de la Fig. 13c con el rango  $P'_2 = [0.00D, -10.00D]$ , donde los valores de  $Q_1$  también se encuentran entre 0 y -6.

Según la Fig. 13a y Fig. 13c se pueden diseñar lentes delgadas esféricas de  $Q_2$  y  $Q_1$  distintos de cero respectivamente, con  $P'_2$  desde -50.00D hasta +100.00D en ambos casos, pero si se quiere diseñar lentes oftálmicas, habrá que restringir el rango de  $P'_2$ . De esta forma, se seleccionan los rangos de  $P'_2$  que dan diseños punto focal para las dos potencias diferentes,  $P'_{vp} = -6.00D$  y  $P'_{vp} = +6.00D$ , utilizando únicamente las  $P'_2$  que proporcionan formas convexo-cóncavas ( $P'_2 < 0.00D$ ) y las constantes de conicidad que

proporcionen lentes más delgadas y planas, evitando así, los elipsoides oblatos ( $Q_1 > 0$  ó  $Q_2 > 0$ ). De esta forma, para  $P'_{vp} = -6.00D$  el rango se restringe a  $P'_2 = [-6.00D, -11.50D]$  y para  $P'_{vp} = +6.00D$ , el rango será  $P'_2 = [-1.00D, -10.00D]$ .

Dentro de estos rangos de  $P'_2$ , se eligen valores de  $P'_2$  en pasos de 0.50D para la lente de  $P'_{vp} = -6.00D$  y en pasos de 1.00D para la de  $P'_{vp} = +6.00D$ . Para estos valores, al igual que en el apartado 4.1 y como se muestra en el Anexo I, Tabla I. 2, se calculan la  $P'_1$  (con Ec. 4 ya que se diseñan lentes delgadas) y los valores de  $r_1$  y  $r_2$  (Ec. 2 y Ec. 3).

### 4.3 Diseño de lentes punto focal fabricables con superficies esféricas y esféricas.

En este apartado se han realizado los diseños de lentes fabricables según la metodología explicada en 3.3.1 en el caso de lentes negativas (manteniendo fijo un  $e_c = 1.20mm$ ), según el apartado 3.3.2 para lentes positivas (consiguiendo un  $e_b = 1mm$  y diámetro 60mm) y como en el apartado 3.4 para lentes esféricas (negativas y positivas). En todos los casos se parte del diseño de lente delgada obtenidos en 4.1 y 4.2. Los resultados de todos estos diseños quedan reflejados en el Anexo II, Tabla II. 1, para esféricas y en el Anexo II, Tabla II. 2, para esféricas.

### 4.4 Análisis del comportamiento de las lentes punto focal fabricables con superficies esféricas y esféricas.

#### 4.4.1 Análisis del comportamiento de las lentes en p.p.m.

En la Fig. 14 se representa la diferencia entre la  $P'_{vp}$  obtenida según la fórmula paraxial (Ec. 1) y la  $P'_{vp}$  hallada con ayuda de OSLO y el criterio de menor diagrama de impactos para lentes punto focal fabricables con superficies esféricas. La diferencia entre ambas potencias indicará si las lentes tienen AE suficiente como para comprometer el diseño planteado.

Como se puede ver en la Fig. 14, se obtiene una diferencia de potencias menor de 0.13D (en módulo) en todo el rango de lentes negativas y menor de 0.03D (en módulo) en todas las lentes positivas. La diferencia aumenta según se va incrementando el valor de  $P'_{vp}$  (en módulo). Se puede ver también que para todas las  $P'_{vp}$  obtenidas, las diferencias son menores en los diseños de Ostwalt que en los de Wollaston.

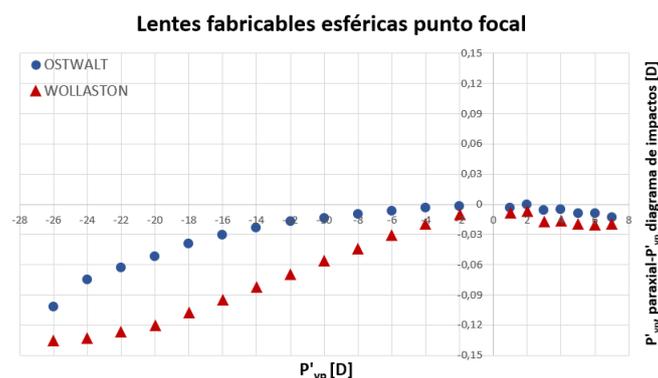


Fig. 14: Representación gráfica de la diferencia entre la potencia paraxial y la potencia correspondiente al menor diagrama de impactos para cada  $P'_{vp}$  estudiada.

En lentes esféricas se ha seguido los mismos criterios de diseño que en lentes esféricas, siguiendo el criterio paraxial para las lentes de  $P'_{vp} = -6.00D$  y de menor diagrama de impactos para las lentes de  $P'_{vp} = +6.00D$ . Como se muestra en la Fig. 15, las diferencias obtenidas entre ambos criterios son mayores para las lentes de  $P'_{vp} = -6.00D$ . Pese a esto, para ambas  $P'_{vp}$  (independientemente del  $P'_2$  y la  $Q$ ), la

diferencia es menor de 0.01D (en módulo) entre potencia paraxial y potencia de menor diagrama de impactos.

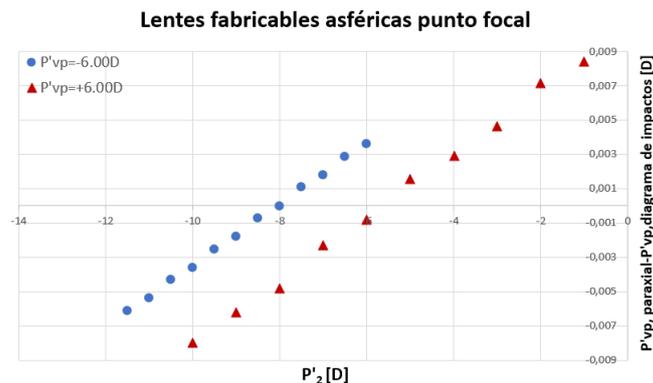


Fig. 15: Representación gráfica de la diferencia entre la potencia paraxial y la potencia correspondiente al menor diagrama de impactos para cada  $P'_2$  en lentes esféricas de  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$ .

#### 4.4.2 Análisis del comportamiento de las lentes en p.o.m.

Tanto para lentes esféricas como esféricas se han comparado los resultados del OAE y MOE de lente delgada (calculados con la Ec. 7 y Ec. 8 para esféricas y Ec. 10 y Ec. 11 para esféricas), frente al OAE y MOE de las lentes fabricables (calculados con los coeficientes de Zernike en OSLO), tal y como se explica en el apartado 3.5.2.

En lentes esféricas (delgadas y fabricables), OAE y MOE se han calculado para los  $P'_{vp}$  escogidos a partir de la elipse de Tscherning, tanto para las soluciones de Ostwalt como las de Wollaston. En lentes esféricas se calculan el OAE y el MOE para el conjunto de lentes de  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$ , calculadas en el apartado 4.2 (delgadas) y diseñadas en 4.3 (fabricables).

#### Análisis del OAE para lentes con superficies esféricas.

En la Fig. 16 se representan los resultados de OAE en lentes esféricas fabricables con diseño punto focal. El OAE en los diseños de lente delgada es cero para todas las  $P'_{vp}$ . En las lentes fabricables, tal y como se ve en la Fig. 16 los valores de OAE dejan de ser cero.

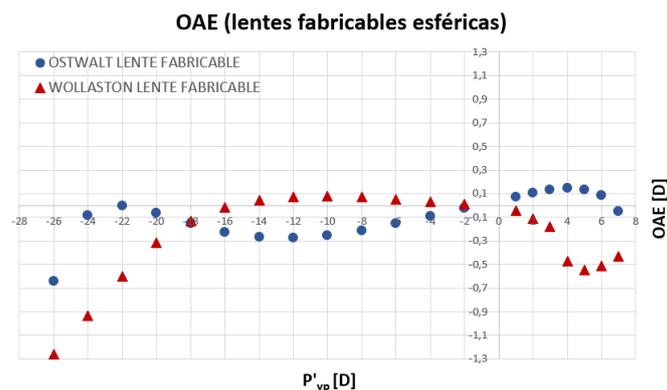


Fig. 16: Representación gráfica del OAE para cada  $P'_{vp}$  en lentes fabricables con diseño punto focal para las soluciones de Ostwalt (círculos) y Wollaston (triángulos).

El OAE de lentes fabricables negativas es mayor (en módulo) en las soluciones de Ostwalt para el rango  $P'_{vp} = [-2.00D, -18.00D]$  y para las soluciones de Wollaston en el rango  $P'_{vp} = [-20.00D, -26.00D]$ . Además, el mayor valor en módulo de OAE es de 0.64D para la solución de Ostwalt y 1.26D para Wollaston; ambos valores pertenecen a la  $P'_{vp}=-26.00D$ . En contraposición, el menor OAE de Ostwalt, en lentes negativas, es 0.00D para  $P'_{vp}=-22.00D$  y para Wollaston 0.01D cuando  $P'_{vp}=-2.00D$ .

Por otro lado, en lentes positivas fabricables, las soluciones de Wollaston presentan mayor OAE (en módulo) que las de Ostwalt. Además, el mayor OAE en valor absoluto de Ostwalt (0.15D) se encuentra en  $P'_{vp}=+4.00D$ , mientras para Wollaston el mayor valor es 0.54D para la lente  $P'_{vp}=+5.00D$ . En contraposición, el menor OAE de Ostwalt (0.05D) se corresponde con  $P'_{vp}=+7.00D$ ; y en Wollaston el menor valor es de 0.04D para la  $P'_{vp}=+1.00D$ .

### Análisis de OAE para lentes con superficies esféricas.

En la Fig. 17 se muestran los valores de OAE para lentes esféricas fabricables, de  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$ . En el caso de lentes delgadas, el OAE es cero (diseño punto focal) para cualquier  $P'_2$ . En las lentes fabricables, los valores de OAE dejan de ser cero, tal y como se ve en la Fig. 17.

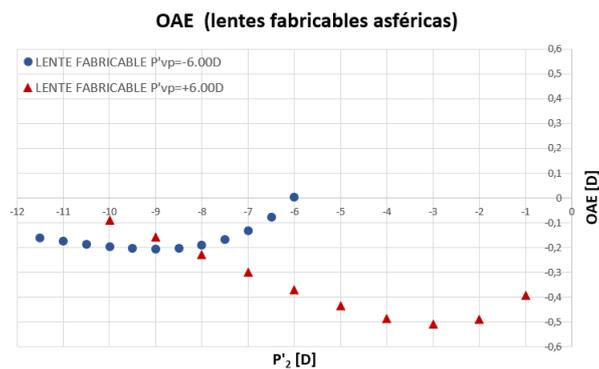


Fig. 17: Representación gráfica del OAE en lentes esféricas fabricables de  $P'_{vp} = -6.00D$  (círculos) y  $P'_{vp} = +6.00D$  (triángulos) para cada  $P'_2$  elegida.

En lentes fabricables y  $P'_{vp}=-6.00D$  el OAE es mayor conforme aumenta  $P'_2$  hasta  $P'_2=-9.00D$ . Al contrario, en  $P'_{vp}=+6.00D$  los mayores valores absolutos de OAE se encuentran para  $P'_2$  bajas (lentes más planas). Así, en  $P'_{vp}=-6.00D$ , el máximo OAE en valor absoluto se encuentra en la  $P'_2=-9.00D$ , con  $OAE= 0.21D$  (en módulo), y el menor para  $P'_2=-6.00D$  ( $OAE=0.00D$ ). En cambio, para  $P'_{vp}=+6.00D$ , el mayor OAE en módulo es de 0.51D para  $P'_2=-3.00D$ ; y el menor se corresponde con  $P'_2=-10.00D$  y  $OAE=0.09D$  (en módulo).

### Análisis del MOE para lentes con superficies esféricas.

En la Fig. 18 se muestran los valores de MOE obtenidos en los diseños punto focal tanto en las lentes delgadas como fabricables con superficies esféricas.

En lentes delgadas al estar diseñadas con  $OAE=0$ , no tendría por qué haber ninguna lente con  $MOE=0.00D$ , pero la lente delgada de Ostwalt para  $P'_{vp}=-22.00D$  y la lente delgada de Wollaston para  $P'_{vp}=-2.00D$ , tienen  $MOE=0.00D$ , al igual que las lentes positivas con  $P'_{vp}=+1.00D$  y  $P'_{vp}=+2.00D$ . El resto de lentes tanto delgadas como fabricables tienen un valor distinto de cero como era de esperar ya que todas las lentes se han diseñado para punto focal ( $OAE=0.00D$ ).

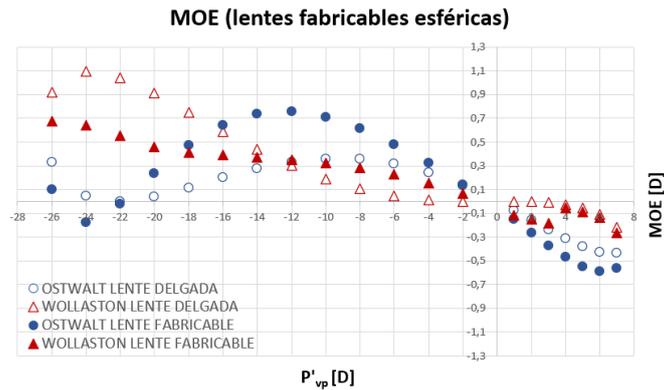


Fig. 18: Representación gráfica del MOE para lentes esféricas con diseño de Ostwalt (círculos) y de Wollaston (triángulos) tanto para lentes delgadas (marcadores sin relleno) como para lentes fabricables (marcadores con relleno).

En cuanto a las lentes delgadas negativas como se muestra en la Fig. 18, las soluciones de Ostwalt tienen menor MOE que las de Wollaston en el rango de  $P'_{vp} = [-26.00D, -14.00D]$  situación que se invierte en el rango de  $P'_{vp} = [-12.00D, -2.00D]$ . Por otro lado, en lentes fabricables negativas el rango para el cual el MOE es menor en Ostwalt que Wollaston, se reduce a  $[-26.00D, -20.00D]$  situación que se invierte en el rango de  $P'_{vp} = [-18.00D, -2.00D]$ .

Para las potencias positivas tanto delgadas como fabricables todos los MOE de Wollaston son menores que los de Ostwalt. Los valores máximos y mínimos en valor absoluto del MOE, para las soluciones de Ostwalt y Wollaston, tanto para lentes delgadas como fabricables, quedan reflejados en la Tabla 3.

Tabla 3: Máximos y mínimos valores de MOE para las diferentes lentes delgadas y fabricables estudiadas.

	DELGADAS				FABRICABLES			
	Negativas		Positivas		Negativas		Positivas	
	Ostwalt	Wollaston	Ostwalt	Wollaston	Ostwalt	Wollaston	Ostwalt	Wollaston
$P'_{vp}$ [D]	-10.00	-24.00	+6.00	+7.00	-12.00	-26.00	+6.00	+7.00
Máximo MOE [D]	0.36	1.09	0.43	0.22	0.75	0.68	0.59	0.26
	Ostwalt	Wollaston	Ostwalt	Wollaston	Ostwalt	Wollaston	Ostwalt	Wollaston
$P'_{vp}$ [D]	-22.00	-2.00	+1.00	+1.00 +2.00	-22.00	-2.00	+1.00	+4.00
Mínimo MOE [D]	0.00	0.00	0.08	0.00 0.00	0.02	0.07	0.15	0.05

### Análisis del MOE para lentes con superficies esféricas.

En la Fig. 19 se muestran los valores de MOE para lentes esféricas delgadas y fabricables, de  $P'_{vp} = -6.00D$  y  $P'_{vp} = +6.00D$  en función de  $P'_2$ .

En lentes esféricas no hay ninguna lente que consiga un  $MOE = 0.00D$ . Además, el MOE aumenta en módulo conforme disminuye la  $P'_2$  en el caso de lente delgada. Mientras, en el caso de lente fabricable, los valores de MOE son similares para todas las  $P'_2$ .

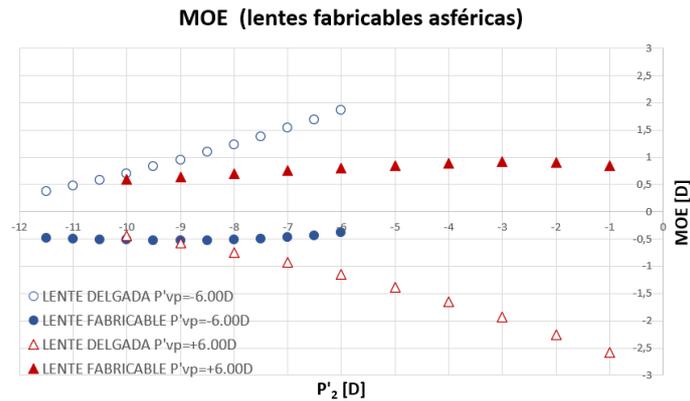


Fig. 19: Representación del MOE en lentes esféricas cuando  $P'_{vp} = -6.00D$  y  $P'_{vp} = +6.00D$ , para cada  $P'_2$  seleccionada. En  $P'_{vp} = -6.00D$  los valores de cada  $P'_2$  quedan representados en color azul, para lente delgada (círculos sin relleno) y para lente fabricable (círculos con relleno). Para  $P'_{vp} = +6.00D$  (triángulos rojos) se representa el MOE para lente delgada (triángulos sin relleno) y para lente fabricable (triángulos con relleno).

Para  $P'_{vp} = -6.00D$  el MOE es positivo para lente delgada y negativo para lente fabricable. El comportamiento en  $P'_{vp} = +6.00D$  es el contrario.

## 5 DISCUSIÓN.

### Diseño de lentes fabricables.

En el diseño de lentes fabricables se han encontrado algunos problemas. Todas las lentes fabricables esféricas negativas de Wollaston, y las de Ostwalt con potencias  $P'_{vp} = -22.00D$ ,  $P'_{vp} = -24.00D$  y  $P'_{vp} = -26.00D$ , no se pueden fabricar con diámetro 60mm debido a la gran curvatura de sus caras posteriores, como se representa en la Fig. 20a. Para que sean fabricables las lentes deberían tener un diámetro menor, o ser facetadas para poder fabricarlas y montarlas en una gafa. En todas las  $P'_{vp}$  diseñadas, la zona no óptica está fuera del alcance de la p.o.m de  $35^\circ$ , con lo que no se han modificado los diámetros.

Por otro lado, utilizando el criterio de menor diagrama de impactos se han diseñado todas las lentes positivas. Pero, para las potencias de  $P'_{vp} = +1.00D$ ,  $P'_{vp} = +2.00D$  y  $P'_{vp} = +3.00D$  de Wollaston, se ha visto que el diseño no es fabricable con diámetro 60mm y  $e_b = 1mm$  (Fig. 20b). Para conseguir que sean fabricables y poder estudiarlas, se han rediseñado estableciendo un diámetro de 55mm en vez de 60mm. Este cambio es necesario porque los parámetros para el diseño de las lentes positivas ( $r_1$  y  $e_c$ ) se ven afectados por el diámetro de la lente. En el análisis del comportamiento de las lentes esféricas se puede observar, tanto en la Fig. 14 como en la Fig. 16 y la Fig. 18, que los valores de las lentes positivas esféricas y fabricables de Wollaston con diámetros modificados, no siguen la misma tendencia que el resto de lentes positivas de Wollaston.

Para lentes fabricables esféricas no se encuentra ningún problema de diseño en base al diámetro ni ningún otro parámetro.

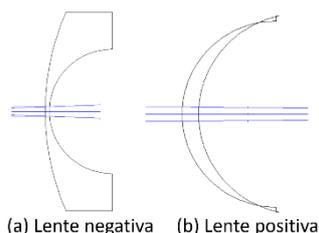


Fig. 20: Perfil de una lente negativa (a) y positiva (b) cuando el diámetro de la lente es demasiado grande para los radios de curvatura y su diseño real no sería posible con el diámetro establecido.

### Comportamiento de lentes fabricables en p.p.m.

En cuanto al comportamiento de las lentes fabricables en p.p.m se encuentran diferencias entre los dos criterios de diseño, paraxial y diagrama de impactos (Fig. 10). Si se comparan estas diferencias con las tolerancias de fabricación dadas por la norma EN ISO 21987:2009 (14) y reunidas en la Tabla 4, se encuentra que en ningún caso las diferencias son mayores que las tolerancias de fabricación

En el caso de las lentes esféricas estudiadas de  $P'_{vp} = -6.00D$  y  $P'_{vp} = +6.00D$  (para diferentes  $P'_2$ ), las diferencias son similares a las obtenidas con las lentes esféricas, y tampoco se superan los límites de tolerancia de la Tabla 4.

De este modo, todas las lentes esféricas y esféricas se pueden diseñar con el criterio elegido. Además, estas diferencias de potencias indican que hay AE, pero es despreciable porque el tamaño del DA es pequeño comparado con los radios de curvatura de las lentes, como ya se preveía en el apartado 1.1. Es decir, para ninguna  $P'_{vp}$  ni geometría estudiada, existe una AE suficiente como para no cumplir la tolerancia del diseño.

Tabla 4: Rangos en valores absolutos de  $P'_{vp}$  con sus correspondientes tolerancias de fabricación en  $P'_{vp}$ , según la norma EN ISO 21987:2009 (14).

Valores absolutos de $P'_{vp}$ [D]	$\geq 0.00$ y $\leq 3.00$	$> 3.00$ y $\leq 6.00$	$> 6.00$ y $\leq 9.00$	$> 9.00$ y $\leq 12.00$	$> 12.00$ y $\leq 20.00$	$> 20.00$
Tolerancia de $P'_{vp}$ [D]	$\pm 0.12$	$\pm 0.12$	$\pm 0.12$	$\pm 0.18$	$\pm 0.25$	$\pm 0.37$

### Comportamiento de lentes fabricables en p.o.m.

Al analizar las lentes fabricables esféricas y esféricas en p.o.m, se observa que, estrictamente, ya no cumplen la condición del diseño de punto focal (OAE=0.00D), que se cumplía en lentes delgadas, a excepción de la lente esférica de  $P'_{vp} = -22.00D$  de Ostwalt. Aunque el OAE sea distinto de cero, para el resto de lentes fabricables, si se considera tolerable un OAE < 0.25D (valor clínicamente significativo en módulo), la mayoría de las lentes se siguen comportando con diseño punto focal. Entre las lentes que ya no se comportan como punto focal se encuentran las lentes esféricas negativas de Ostwalt de  $P'_{vp} = -26.00D$ ,  $P'_{vp} = -14.00D$  y  $P'_{vp} = -12.00D$  y las lentes esféricas de Wollaston comprendidas entre [-20.00D, -26.00D]. En el caso de las lentes esféricas positivas, todos los diseños de Ostwalt se comportan como punto focal considerando tolerable un OAE < 0.25D (en módulo). Las que siguen sin cumplir diseño punto focal son las de Wollaston de potencias medias-altas (desde  $P'_{vp} = +4.00D$  hasta  $P'_{vp} = +7.00D$ ).

Entre lentes esféricas positivas y negativas hay una gran diferencia de OAE para cada lente. Esto se debe a que el rango de lentes negativas estudiado es mayor que el de positivas. Así pues, si se coge un rango de lentes negativas [-1.00D, -7.00D], y el rango semejante para lentes positivas, los respectivos OAE son similares, siendo incluso de menor valor en algunas lentes negativas.

En el caso de las lentes esféricas fabricables con  $P'_{vp} = -6.00D$ , todas se comportan como punto focal, teniendo en cuenta como valor máximo tolerable en módulo de OAE < 0.25D. La lente con  $P'_2 = -6.00D$

es la única que presenta  $OAE=0.00D$ . Por otro lado, las lentes esféricas con  $P'_{vp}=+6.00D$  solo se comportan como punto focal cuando  $P'_2=-10.00D$ ,  $P'_2=-9.00D$  y  $P'_2=-8.00D$ .

Por otro lado, el MOE es un parámetro residual que aparece en el diseño de todas las lentes punto focal estudiadas ya sean delgadas o fabricables. De este modo, las lentes que no cumplen las características de diseño punto focal (comentadas anteriormente) pueden haber pasado a comportarse con diseño Percival, es decir, con  $MOE=0.00D$  ó  $MOE<0.25D$  en módulo. Esto se comprueba analizando el MOE de cada una de estas lentes, para ver si es tolerable. De esta forma, se comportan con diseño Percival la lente esférica de Ostwalt con  $P'_{vp}=-26.00D$ , y en lentes esféricas positivas las lentes de Wollaston con  $P'_{vp}=+4.00D$ ,  $P'_{vp}=+5.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$ . Además, cuando el MOE de una lente punto focal es mayor que cero (es decir la  $P'_{vp}$  es más positiva que la  $P'_{CMC}$ ), el ojo puede compensar ese error con la acomodación. De este modo, para las lentes esféricas fabricables con  $P'_{vp}=+6.00D$  (Fig. 19), el ojo podría compensar mediante la acomodación todos los valores del MOE para las lentes con diferentes  $P'_2$  diseñadas, siendo que la mayoría de estas no se comportan con diseño punto focal (como ya se ha mencionado). Además, como se observa en la Fig. 18, para las lentes esféricas fabricables con  $P'_{vp}$  negativas también se podría compensar el MOE existente (por tener valores positivos del mismo).

### **Análisis de las lentes esféricas y esféricas de $P'_{vp}=-6.00D$ y $P'_{vp}=+6.00D$ .**

El comportamiento de las lentes en p.o.m es distinto para lentes esféricas y esféricas. Para ilustrarlo se eligen los diseños punto focal  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$  en las lentes fabricables esféricas para compararlos con los diseños esféricos. En la Tabla 5 se muestran las características de las lentes esféricas y esféricas de  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$  que presentan mayor y menor OAE.

En las lentes con  $P'_{vp}=-6.00D$ , el menor OAE en superficies esféricas es de  $0.05D$  (Wollaston en módulo) y para lente esférica es  $0.00D$  para una  $Q_2=-7.31$ , ambos valores de OAE son muy parecidos; al igual que para el mayor OAE, que en lentes esféricas es de  $0.15D$  (Ostwalt en módulo) y de  $0.21D$  (en módulo) en esféricas con  $Q_2=-0.88$ . En los cuatro casos el OAE es menor de  $0.25D$  (en módulo) con lo que se podría seguir considerando punto focal.

Por otro lado, en las lentes con  $P'_{vp}=+6.00D$ , el menor OAE en superficies esféricas se obtiene con  $Q_1=0$ , es decir, coincide con el diseño esférico. El mayor OAE ( $0.51D$  en módulo) se obtiene en lente esférica de Wollaston y en la lente esférica con  $Q_1=-1.71$ . En estos dos diseños el OAE es mayor de  $0.25D$  (en módulo), por lo que no se pueden considerar punto focal.

Tanto las lentes esféricas como esféricas tienen valores parecidos de OAE, pero las diferencian los espesores ( $e_b$  en lentes negativas y  $e_c$  en lentes positivas) y los  $P'_2$  de cada lente (Tabla 5).

En la Tabla 5 para  $P'_{vp}=-6.00D$ , se observa que para la lente esférica de menor OAE, el  $e_b=5.96mm$  y  $P'_2=-26.35D$  y para la de mayor OAE, el  $e_b=6.55mm$  y  $P'_2=-11.75D$ . Al compararlas con sus equivalentes esféricas, se observa que éstas tienen menor  $e_b$  y  $P'_2$ , ya que, para la lente de menor OAE el  $e_b=5.20mm$  y  $P'_2=-6.00D$  y para la de mayor OAE el  $e_b=5.73mm$  y  $P'_2=-9.00D$ .

Por otro lado, para  $P'_{vp}=+6.00D$  (Tabla 5), se muestra que para la lente esférica de menor OAE, el  $e_c=6.54mm$  y  $P'_2=-10.07D$  y para la de mayor OAE, el  $e_c=9.59mm$  y  $P'_2=-16.03D$ . Al compararlas con sus equivalentes esféricas, se demuestra que tienen menor  $e_c$  y  $P'_2$ , ya que, para la lente de menor OAE el  $e_c=6.52mm$  y  $P'_2=-10.00D$  y para la de mayor OAE el  $e_b=5.10mm$  y  $P'_2=-3.00D$ .

En resumen, al comparar los mínimos y máximos OAE de la Tabla 5, para cada  $P'_{vp}$ , se observa que tanto lentes esféricas como esféricas mantienen un comportamiento similar en p.o.m. Todas las lentes de la Tabla 5 mantienen el diseño de punto focal menos las lentes con mayor OAE de  $P'_{vp}=+6.00D$  con geometría esférica y esférica, que tiene un  $OAE=0.51D$  y un  $MOE=0.14D$  y  $0.91D$  respectivamente. Esta primera lente tolera el MOE que tiene y la segunda lo puede compensar con la acomodación del ojo (porque es positivo), así que se comportan con diseño de Percival.

La diferencia entre estos diseños queda reflejada al comparar los respectivos espesores y  $P'_2$ , donde se comprueba que las lentes esféricas al introducirles la Q proporcionan diseños de lentes más delgadas y planas.

Tabla 5: Valores de los menores y mayores OAE y sus respectivos MOE (en módulo) tanto para lente esféricas como esféricas y  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$ .

			Menor OAE	Mayor OAE
Esféricas	$P'_{vp}=-6.00D$	$P'_2$ [D]	-26.35	-11.75
		$e_b$ [mm]	5.96	6.55
		OAE [D]	+0.05	-0.15
		MOE [D]	+0.23	+0.48
	$P'_{vp}=+6.00D$	$P'_2$ [D]	-10.07	-16.03
		$e_b$ [mm]	6.54	9.59
		OAE [D]	+0.08	-0.51
		MOE [D]	-0.59	-0.14
Asféricas	$P'_{vp}=-6.00D$	$P'_2$ [D]	-6.00	-9.00
		$e_b$ [mm]	5.20	5.73
		OAE [D]	0.00	-0.21
		MOE [D]	-0.37	-0.53
	$P'_{vp}=+6.00D$	$Q_1$	-7.31	-0.88
		$P'_2$ [D]	-10.00	-3.00
		$e_b$ [mm]	6.52	5.10
		OAE [D]	-0.09	-0.51
		MOE [D]	+0.60	+0.91
		$Q_1$	-0.00	-1.71

## 6 CONCLUSIONES.

En este trabajo, se han calculado lentes esféricas y esféricas teóricamente con ecuaciones analíticas, en aproximación de lente delgada, con diseño punto focal (OAE=0). Tras escoger las combinaciones de radios de curvatura que proporcionan mejor diseño de lentes oftálmicas convexo-cóncavas, se introduce el parámetro de espesor para que sean fabricables y se estudia el comportamiento en p.p.m y p.o.m

Se han encontrado problemas para hacer fabricables determinados diseños esféricos con diámetro 60mm debido a los altos radios de curvatura que tenían. En el caso de lentes negativas se deberían facetar o disminuir el diámetro, y en el caso de lentes positivas se han de fabricar con menor diámetro. Por otro lado, en las lentes esféricas estudiadas no se han encontrado problemas de diseño.

En p.p.m la AE no es significativa en lente oftálmica convexo-cóncava para ninguna  $P'_{vp}$  estudiada, ni en lentes esféricas ni esféricas, debido a la pequeña apertura que tiene el DA frente a los radios de curvatura de las lentes.

En p.o.m en la mayoría de los casos estudiados, al introducir espesor, el diseño punto focal se conserva, salvo algunas excepciones, estableciendo una tolerancia máxima de 0.25D de OAE (en módulo).

Tras comparar el comportamiento de las geometrías esféricas y esféricas se ha visto que para las  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$  estudiadas, la geometría esférica proporciona, en principio, diseños con OAE similares a los de geometría esférica, pero con la ventaja de que pueden ser más planos y delgados, implicando menor peso y mayor comodidad de las lentes a la hora de su porte, además de proporcionar una mayor facilidad de montaje.

Tanto en los diseños teóricos delgados como en los fabricables punto focal hay un MOE residual que en el caso de geometría esférica se puede compensar con la acomodación cuando las lentes tienen  $P'_{vp}$  negativas y, en el caso de geometría esférica para  $P'_{vp}$  positivas.

## 7 BIBLIOGRAFÍA.

1. Martín Herranz R, Vecilla Antolínez G. Manual de Optometría. Madrid: Editorial Médica Panamericana; 2010. 95–100 p.
2. Alonso J, Alda J. Ophthalmic Optics. Encyclopedia of Optical Engineering. 2003;2:1563–76.
3. Puell Marín MC, Marín CP. Óptica Fisiológica: El sistema óptico del ojo y la visión binocular [Internet]. Universidad Complutense de Madrid. 2006 [cited 2022 Feb 18]. Available from: <http://eprints.ucm.es/14823>
4. Jalie M. Best form lenses. Continuing Education and Training. 2005 Feb 25;2:24–32.
5. Mahajan VN. Teoría Sencilla de las Aberraciones. 2ª edition. Washington, USA: SPIE Press; 2011.
6. Recarte M. Polinomios de Zernike y su aplicación en Oftalmología. Revista de la Escuela de Física [Internet]. 2019 [cited 2022 Feb 15];5(1):21–5. Available from: <https://www.lamjol.info/index.php/fisica/article/view/8320>
7. Atchinson DA. Spectacle lens design: a review. Applied Optics [Internet]. 1992 Jul 1 [cited 2022 Mar 8];31(19):3579–85. Available from: <https://doi.org/10.1364/AO.31.003579>
8. Atchison D. Third-Order Theory of Spectacle Lenses Applied to Correction of Peripheral Refractive Errors [Internet]. Vol. 88, Optometry and Vision Science. 2011 [cited 2022 Feb 25]. p. 227–33. Available from: <http://eprints.qut.edu.au/49192/>
9. Gómez Pedrero JAntonio. Caracterización de lentes oftálmicas por medio de la matriz de potencia dióptrica local [Internet]. [Madrid]: Universidad Complutense de Madrid; 2003 [cited 2022 Feb 15]. Available from: <https://eprints.ucm.es/id/eprint/3278/>
10. Jalie M. Aspheric lenses. Continuing Education and Training. 2005 Mar 25;2(3):38–47.
11. Perdomo C, Bohórquez Ballén J. Dispersión y número Abbe Dispersión. Cienc Tecnol Salud Vis Ocul [Internet]. 2006 Jan [cited 2022 Feb 16];4(6):55–60. Available from: <https://ciencia.lasalle.edu.co/svo>
12. Prats Online [Internet]. [cited 2022 Jun 21]. Available from: <https://www.opticaprats.com/MiPortal/OnlineWeb/index.php>
13. Furlan W, García Monreal L, Muñoz Escrivá L. Fundamentos de Optometría: Refracción ocular. Universidad de Valencia. 2009;80.
14. British Standards Institution., European Committee for Standardization. Ophthalmic optics : mounted spectacle lenses. London: British Standards Institution; 2009. 1–17 p.

## 8 ANEXOS.

### ANEXO I.

Tabla I. 1: Datos calculados con Excel para lentes delgadas esféricas. Todas las  $P'_{vp}$  se corresponden con las potencias elegidas para estudiar y para cada una se han hallado la  $P'_1$ ,  $r_1$  y  $r_2$  tanto para las soluciones de Ostwalt como las de Wollaston.

$P'_{vp}$ [D]	OSTWALT				WOLLASTON			
	$P'_1$ [D]	$P'_2$ [D]	$r_1$ [mm]	$r_2$ [mm]	$P'_1$ [D]	$P'_2$ [D]	$r_1$ [mm]	$r_2$ [mm]
-26.00	+1.33	-27.33	451.53	21.95	+4.75	-30.77	126.27	19.50
-24.00	+0.18	-24.18	3384.08	24.82	+7.87	-31.92	76.19	18.80
-22.00	0.00	-22.00	276016.02	27.27	+10.02	-32.10	59.88	18.69
-20.00	+0.18	-20.18	3257.59	29.73	+11.81	-31.91	50.81	18.80
-18.00	+0.59	-18.59	1023.71	32.28	+13.38	-31.51	44.85	19.04
-16.00	+1.15	-17.15	521.66	34.98	+14.78	-30.95	40.59	19.39
-14.00	+1.85	-15.85	324.94	37.86	+16.05	-30.25	37.37	19.83
-12.00	+2.66	-14.66	225.70	40.92	+17.21	-29.44	34.86	20.38
-10.00	+3.58	-13.59	167.75	44.16	+18.26	-28.51	32.86	21.04
-8.00	+4.60	-12.61	130.50	47.57	+19.20	-27.49	31.24	21.83
-6.00	+5.72	-11.75	104.85	51.08	+20.05	-26.35	29.93	22.77
-4.00	+6.96	-10.99	86.26	54.59	+20.78	-25.11	28.88	23.90
-2.00	+8.31	-10.36	72.21	57.91	+21.39	-23.74	28.05	25.28
+1.00	+10.70	-9.70	56.07	61.85	+22.40	-21.40	26.79	28.04
+2.00	+11.58	-9.58	51.82	62.63	+22.52	-20.52	26.64	29.24
+3.00	+12.53	-9.53	47.90	62.99	+22.57	-19.57	26.58	30.65
+4.00	+13.56	-9.56	44.26	62.78	+22.54	-18.54	26.62	32.36
+5.00	+14.71	-9.71	40.78	61.78	+22.39	-17.39	26.80	34.51
+6.00	+16.07	-10.07	37.34	59.59	+22.03	-16.03	27.24	37.43
+7.00	+17.92	-10.92	33.48	54.94	+21.18	-14.18	28.33	42.32

Tabla I. 2: Parámetros calculados con Excel para lentes delgadas esféricas. Donde para cada valor de  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$  se han determinado unos rangos de  $P'_2$  para obtener sus respectivos  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $P'_1$ ,  $r_1$  y  $r_2$ .

$P'_{vp}=-6.00D$					$P'_{vp}=+6.00D$				
$P'_1$ [D]	$P'_2$ [D]	$r_1$ [mm]	$r_2$ [mm]	$Q_2$	$P'_1$ [D]	$P'_2$ [D]	$r_1$ [mm]	$r_2$ [mm]	$Q_1$
+5.48	-11.50	109.54	52.17	-0.03	+16.00	-10.00	37.50	60.00	0.00
+4.98	-11.00	120.45	54.55	-0.12	+15.00	-9.00	40.00	66.67	-0.03
+4.48	-10.50	133.78	57.14	-0.23	+14.00	-8.00	42.86	75.00	-0.08
+3.99	-10.00	150.45	60.00	-0.39	+13.00	-7.00	46.15	85.71	-0.17
+3.49	-9.50	171.88	63.16	-0.60	+12.00	-6.00	50.00	100.00	-0.32
+2.99	-9.00	200.45	66.67	-0.88	+11.00	-5.00	54.55	120.00	-0.57
+2.50	-8.50	240.45	70.59	-1.27	+10.00	-4.00	60.00	150.00	-0.99
+2.00	-8.00	300.45	75.00	-1.81	+17.50	-3.00	66.67	200.00	-1.71
+1.50	-7.50	400.45	80.00	-2.56	+16.50	-2.00	75.00	300.00	-2.98
+1.00	-7.00	600.45	85.71	-3.62	+15.50	-1.00	85.71	600.00	-5.36
+0.50	-6.50	1200.45	92.31	-5.12					
+0.00	-6.00	0.00	100.00	-7.31					

## ANEXO II.

Tabla II. 1: Parámetros para lentes fabricables esféricas. Tanto para los diseños de Ostwalt como Wollaston, calculado  $r_1$  y  $e_c$  para cada  $P'_{vp}$ , con el criterio paraxial en negativas y el de menor diagrama de impactos en positivas.

$P'_{vp}$	OSTWALT		WOLLASTON	
	$r_1$ [mm]	$e_c$ [mm]	$r_1$ [mm]	$e_c$ [mm]
-26.00	451.53	1.20	126.27	1.20
-24.00	3384.08	1.20	76.19	1.20
-22.00	276016.02	1.20	59.88	1.20
-20.00	3257.59	1.20	50.81	1.20
-18.00	1023.71	1.20	44.85	1.20
-16.00	521.66	1.20	40.59	1.20
-14.00	324.94	1.20	37.37	1.20
-12.00	225.70	1.20	34.86	1.20
-10.00	167.75	1.20	32.86	1.20
-8.00	130.50	1.20	31.24	1.20
-6.00	104.85	1.20	29.93	1.20
-4.00	86.26	1.20	28.88	1.20
-2.00	72.21	1.20	28.05	1.20
+1.00	56.07	1.82	26.79	2.52
+2.00	51.82	2.70	26.64	3.93
+3.00	47.90	3.59	26.58	4.99
+4.00	44.26	4.51	26.62	9.10
+5.00	40.78	5.48	26.80	9.37
+6.00	37.34	6.54	27.24	9.59
+7.00	33.48	7.84	28.33	9.53

Tabla II. 2: Parámetros hallados para lentes fabricables esféricas con  $P'_{vp}=-6.00D$  y  $P'_{vp}=+6.00D$ . Para cada  $P'_2$  elegida, se han hallado los valores de  $r_1$  y  $e_c$  para el posible diseño de las lentes, con el criterio paraxial en negativas y el de menor diagrama de impactos en positivas.

$P'_{vp}=-6.00D$			$P'_{vp}=+6.00D$		
$P'_2$ [D]	$r_1$ [mm]	$e_c$ [mm]	$P'_2$ [D]	$r_1$ [mm]	$e_c$ [mm]
-11.50	109.54	1.20	-10.00	37.5	6.52
-11.00	120.45	1.20	-9.00	40.00	6.25
-10.50	133.78	1.20	-8.00	42.86	6.01
-10.00	150.45	1.20	-7.00	46.15	5.79
-9.50	171.88	1.20	-6.00	50.00	5.59
-9.00	200.45	1.20	-5.00	54.55	5.41
-8.50	240.45	1.20	-4.00	60.00	5.24
-8.00	300.45	1.20	-3.00	66.67	5.10
-7.50	400.45	1.20	-2.00	75.00	4.97
-7.00	600.45	1.20	-1.00	85.71	4.87
-6.50	1200.45	1.20			
-6.00	0.00	1.20			