Když vybereme element s jednotkovým objemem a součet síly tlakové, gravitační a viskózní na jednotku objemu označíme jako **f**, platí

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{\mathbf{1}}{\rho}\frac{\mathbf{F}}{V} = \frac{1}{\rho}\mathbf{f} = \frac{\mathbf{1}}{\rho}\left(\mathbf{f}^{p} + \mathbf{f}^{g} + \mathbf{f}^{visk}\right) \quad . \tag{3.33}$$

Mohli byste si myslet, že vzorec pro zrychlení částice tekutiny **a** bude velmi jednoduchý, protože se zdá zřejmým, že když **v** je rychlost částice na nějakém místě tekutiny, tak zrychlení je pouze $\partial\mathbf{v}/\partial t$. Není, protože se částice tekutiny pohybuje a rychlost v různých místech je obecně různá. Místo parciální derivace $\partial\mathbf{v}/\partial t$ je nutno použít tzv. ***totální (substanciální, materiálovou) derivaci, viz příloha 20.4* Základní diferenciální vektorové operace*. Jedná se o změnu za jednotku času, kterou by pozoroval pozorovatel, který by se pohyboval současně s částicí tekutiny*.**

$$\boxed{\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + v_x\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x} + v_y\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial y} + v_z\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial z}} \quad . \tag{3.34}$$

Nakonec zapíšeme 2. Newtonův pohybový zákon ve formě lokální bilance hybnosti vztažené na jednotku hmotnosti tekutiny. Tato bilance je známá jako ***Navierova-Stokesova rovnice***:

$$\boxed{\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{g} - \nu\nabla^2\mathbf{v}} \quad . \tag{3.35}$$

Jedná se o ***pohybovou rovnici nestlačitelné tekutiny vztaženou na jednotku hmotnosti***. Společně s ***rovnicí kontinuity*** (3.31) tvoří ***teoretický základ hydrodynamiky nestlačitelných tekutin.*** Problémy související s prouděním stlačitelných tekutin (plynů) budou studovány v pokročilejších kurzech chemického inženýrství.

Tyto parciální diferenciální rovnice jsou považovány za dostatečně věrohodné. Přesto nemáme vyhráno, protože až na mnoho speciálních (byť důležitých) situací je neumíme analyticky ani numericky vyřešit (přes desetiletí práce teoretiků a rostoucí možnosti výpočetní techniky). Zdá se Vám Navierova-Stokesova rovnice složitou¡ Máte pravdu [1]. Ale hydrodynamika je složitá, každodenní pozorování proudění vody v přírodě či technických aplikacích nás v tom utvrzuje. ***Navierova-Stokesova rovnice však může být použita jako teoretický základ pro tzv. rozměrovou analýzu a výsledek aplikován pomocí teorie podobnosti***.

Pokud zanedbáme viskózní síly, jedná se o tzv. ***Eulerovu pohybovou rovnici pro proudění ideální tekutiny***. Dále budeme odvozovat ***bilanci mechanické energie ve formě Bernoulliho rovnice***. Exaktní postup spočívá ve vynásobení Eulerovy rovnice skalárně vektorem rychlosti **v** a dalších úpravách. Tento postup je poměrně obtížný a zde ho nebudeme provádět, je zde naznačen proto, aby si čtenář uvědomil, že ***Bernoulliova rovnice je důsledkem Navierovy-Stokesovy rovnice a zjednodušujících předpokladů, nikoliv další nezávislou rovnicí***. Zde si ukážeme jiný způsob odvození. Představme si svazek proudnic, který tvoří ***proudovou trubici*** (viz obrázek 3.4). Protože stěny trubice jsou tvořeny proudnicemi, neprotéká jimi žádná tekutina (tato úvaha zahrnuje i speciální případ, kdy proudová trubice je reálná trubka s nepropustnými stěnami). Označme průřez na jednom konci trubice S_1, střední rychlost tekutiny v tomto průřeze v_1, hustotu tekutiny ρ_1 a měrnou potenciální energie ϕ_1. Analogické veličiny na druhém konci trubice jsou S_2, v_2, ρ_2 a ϕ_2. Za

[1] Rada čtenářům bez dostatečných znalostí matematiky: Zamyslete se, jaký je fyzikální význam jednotlivých členů rovnice, neobávejte se formální složitosti a hlubší rozbor rovnic ponechejte specialistům nebo matematickým nadšencům.

Šnita D.: *Chemické inženýrství I*. 1. vyd. Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, Praha 2006. ISBN 80-7080-589-7
Knihu lze objednat ve vydavatelství VŠCHT Praha, http://vydavatelstvi.vscht.cz/, e-mail: vydavatelstvi@vscht.cz, tel.: 220 443 211