$$x = 0, \quad y = 4 - s, \quad z = 1, \quad s \in \mathbb{R}. \qquad \heartsuit$$

$\diamondsuit$ Rozhodněte, zda je křivka $\mathcal{K}$ zadaná následujícími parametrickými rovnicemi hladká, jednoduchá, uzavřená. (Je-li zobrazení $\boldsymbol{r}\colon \langle a, b\rangle \to \mathbb{R}^3$ prosté na otevřeném intervalu (a, b) a $\boldsymbol{r}(a) = \boldsymbol{r}(b)$, nazývá se křivka $\mathcal{K}$ zadaná parametrizací $\boldsymbol{r}$ jednoduchá uzavřená.)

11.9. **a)** $x = 2\cos t,\ y = \sin t,\ t \in \langle 0, 2\pi\rangle$.
b) $x = t,\ y = \sqrt[3]{t},\ t \in \langle -8, 8\rangle$.
c) $x = 2\sin t,\ y = \cos 2t,\ t \in \langle 0, \pi\rangle$.
d) $x = t,\ y = \sin t,\ z = \cos t,\ t \in \langle 0, 2\pi\rangle$.
e) $x = |t|,\ y = t,\ z = 1 - t,\ t \in \langle -1, 1\rangle$.
f) $x = \sin t,\ y = \cos t,\ z = \sin \frac{t}{2},\ t \in \langle 0, 2\pi\rangle$.

$\diamondsuit$ Následujícími parametrickými rovnicemi je zadaná křivka $\mathcal{K}$. Napište parametrické rovnice tečny τ ke křivce $\mathcal{K}$ v bodě T. Křivku a tečnu nakreslete.

11.10. **a)** $x = 4\cos t,\ y = 2\sin t,\ t \in \langle 0, 2\pi\rangle,\quad T = (2, -\sqrt{3})$.
b) $x = 2t^2,\ y = 1 - t,\ t \in \langle 0, \frac{3}{2}\rangle,\quad T = (2, 0)$.
c) $x = \sqrt{t} - 1,\ y = \frac{2}{\sqrt{t}},\ t \in \langle 1, 16\rangle,\quad T = (1, 1)$.
d) $x = 1,\ y = \cos t,\ z = \sin t,\ t \in \langle 0, \pi\rangle,\quad T = (1, 0, 1)$.
e) $x = 1 - 3t,\ y = 2,\ z = 2t,\ t \in \langle -1, 1\rangle,\quad T = (1, 2, 0)$.
f) $x = 3\sin t,\ y = 3\cos t,\ z = t,\ t \in \langle -2\pi, 2\pi\rangle,\quad T = (3, 0, \frac{\pi}{2})$.

11.2 Křivkový integrál skalárního pole

Předpokládejme, že křivka $\mathcal{K}$ je zadaná parametrizací $\boldsymbol{r}\colon \langle a, b\rangle \to \mathbb{R}^3$ a že reálná funkce f tří proměnných je definovaná a spojitá na křivce $\mathcal{K}$. Funkce f se často v aplikacích nazývá *skalární pole* na křivce $\mathcal{K}$. Pak křivkový integrál skalárního pole f po křivce $\mathcal{K}$ vypočteme pomocí vzorce:

$$\int_{\mathcal{K}} f \,\mathrm{d}s = \int_a^b f(\boldsymbol{r}(t)) \cdot \|\vec{\boldsymbol{r}}\,'(t)\| \,\mathrm{d}t\,,$$

který výpočet křivkového integrálu převádí na výpočet určitého integrálu funkce jedné proměnné. Křivkový integrál skalárního pole po rovinné křivce se vypočte analogicky.

11.11. Vypočtěme $\int_{\mathcal{K}} (x + y + z)\,\mathrm{d}s$, kde $\mathcal{K}$ je úsečka s krajními body $A = (1, 2, 0)$ a $B = (3, 1, 2)$.

Řešení: Poznamenejme, že křivkový integrál skalárního pole po křivce $\mathcal{K}$ nezávisí na orientaci křivky. Parametrizace úsečky AB je

$$\boldsymbol{r}(t) = (1 + 2t,\ 2 - t,\ 2t),\ t \in \langle 0, 1\rangle.$$