1. Harmonický oscilátor

Obecné řešení pohybové rovnice pro netlumený lineární harmonický oscilátor

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

(x je výchylka z rovnovážné polohy a ω úhlová frekvence) je možno zapsat v různých tvarech. Nejčastějšími jsou

$$x(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t \tag{1.1}$$

$$x(t) = C\sin\left(\omega t + \varphi\right) \tag{1.2}$$

$$x(t) = De^{i\omega t} + \bar{D}e^{-i\omega t} \tag{1.3}$$

kde A, B, C, φ a D jsou integrační konstanty, které zpravidla určujeme pomocí počáteční podmínky. Konstanty A, B, C, φ jsou reálné, konstanta D komplexní. Pruh označuje komplexní sdružení.

Cvičení 1

V rovnici (1.1) určete konstanty A a B pro následující počáteční podmínky

a) $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$,
b) $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 1$,
c) $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$,
d) $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = u_0$,

kde x_0 a u_0 jsou zadané konstanty.

Cvičení 2

Pro stejné počáteční podmínky jako v cvičení 1 nalezněte hodnoty integračních konstant v rovnici (1.2).

Cvičení 3

a) Určete konstanty A a B v rovnici (1.1), znáte-li hodnoty konstant C a φ v rovnici (1.2).
b) Určete konstanty C a φ v rovnici (1.2), znáte-li hodnoty konstant A a B v rovnici (1.1).

Cvičení 4

a) Vysvětlete, proč jsou v rovnici (1.3) integrační konstanty stojící u $e^{i\omega t}$ a $e^{-i\omega t}$ komplexně sdružené.
b) Určete konstanty A a B v rovnici (1.1), znáte-li reálnou i imaginární část komplexní konstanty D v rovnici (1.3).