
Tenzory a tenzorový počet

Jan Šlégr
16. října 2012

1 TENZORY - MOTIVACE

Samotné slovo tenzor pochází z latinského *tenze*, neboli napětí. Poprvé byly totiž tenzory zavedeny v souvislosti s popisem napětí a deformace pevných těles. Nejjednodušší případ jednorozměrného Hookeova zákona má tvar

$$\sigma = \epsilon E,$$

kde σ je normálové napětí, $\epsilon = \Delta l/l$ relativní prodloužení a E modul pružnosti v tahu. V tomto nejjednodušším případě probíhá relativní prodloužení pouze ve směru působící síly, ve směru normály k ploše, na kterou působí normálové napětí. Pokud síla působí na plochu průřezu tělesa jinak, je toto obecně orientované normálové napětí zapotřebí rozložit na tři kartézské složky. Vzhledem k tomu, že na trojrozměrné těleso mohou působit síly ve třech směrech, je zapotřebí uvažovat celkem tři napětí o třech složkách (viz obrázek 1):

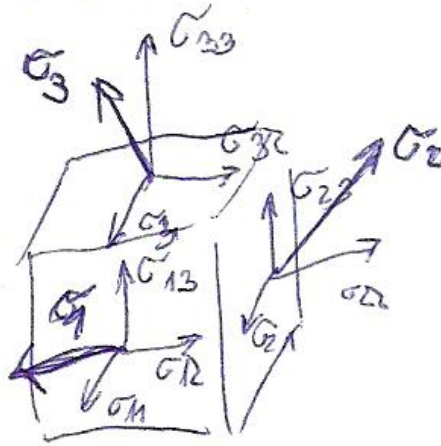
$$\sigma_1 = (\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13})$$

$$\sigma_2 = (\sigma_{21}, \sigma_{22}, \sigma_{23})$$

$$\sigma_3 = (\sigma_{31}, \sigma_{32}, \sigma_{33})$$

V tomto zápisu jsou napětí σ_{11} , σ_{22} a σ_{33} napětí normálová a ostatní složky jsou napětí tečná, jejichž původ je ve smykových silách. Lze zavést *tenzor napětí*

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$



V případě, že by existovala pouze normálová napětí, redukuje se tenzor napětí na tvar

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

a jedná se o tzv. *hlavní napětí*.