

## SISTEMAS DINÁMICOS DISCRETOS Y CONTINUOS. APLICACIONES A MECÁNICA CELESTE

- **Curso:** Máster en Informática y Matemática Aplicadas en Ciencias e Ingeniería
- **Cuatrimestre:** 2º
- **Créditos ECTS:** total 5 (30 horas de teoría / 15 de prácticas / 80 de trabajo)
- **Tipo:** optativa, especialidad Matemática Aplicada y Computacional
- **Área de conocimiento:** Matemática Aplicada
- **Departamento:** Matemática Aplicada (UMU), Matemática Aplicada y Estadística (UPCT)

### Profesorado

- Sebastián Ferrer Martínez <sferrer@um.es> (Coordinador)
- Francisco Balibrea Gallego <balibrea@um.es>

### Presentación

El estudio de muchos de los problemas abiertos requiere abordarlos con un enfoque interdisciplinar. El Master y el posterior doctorado están llamados a contribuir a la realización de esta tarea y los sistemas dinámicos representan un área muy fértil de las matemáticas en esta dirección.

¿Qué son? Los sistemas dinámicos son un campo genuino de la matemática aplicada. Partiendo de la modelización, tomando en consideración los parámetros esenciales, tanto de sistemas naturales (biología, física, astronomía, etc.) como de la ingeniería, el estudio de los sistemas dinámicos trata de determinar el comportamiento de los mismos, en función de los parámetros que los definen: secuencia de posibles estados, estructura integrable o caótica, etc.

División. Dada su estructura no lineal, los modelos propuestos pueden ser muy variados. No obstante, es habitual clasificarlos en tres categorías: Discretos, continuos y estocásticos. Sin embargo existen muchos ejemplos que poseen características que requieren ser estudiados dentro de las tres categorías.

¿Cómo se tratan? Los sistemas dinámicos representan un reto dentro de las matemáticas. Dejando aparte las cuestiones de existencia y unicidad, la "solución" de los mismos exige, en muchos casos, hacer uso de todas las técnicas disponibles: analíticas, numéricas, geométricas, gráficas, topológicas, simbólicas, etc.

### **Descriptores**

Estructura periódica, teoría del Caos, sistemas unidimensionales y bidimensionales, Sistemas dinámicos discretos y continuos, Aplicaciones a las ciencias experimentales, mecánica celeste, robótica

### **Objetivos**

Al tiempo que sirvan de introducción y fundamento para la realización de una Tesis Doctoral, este curso y otros relacionados con él pretenden servir de foro para la formación continua en el tratamiento de modelos no triviales, introduciendo líneas de investigación de intensa actividad en las últimas décadas. Asimismo, es de esperar que la participación en el desarrollo de los cursos propicie el plantear y abordar cuestiones abiertas en la enseñanza de esos mismos temas y los aspectos interdisciplinares de los mismos.

### **Conocimientos previos**

La formación que proporciona los cursos de Cálculo y Análisis Matemático junto con las Ecuaciones Diferenciales constituyen el fundamento de nuestro curso. En función de la formación de los alumnos se estructura el curso, con objeto de que puedan ser seguidos los diversos temas de modo coherente.

### **Programa de teoría**

Tema 1. Introducción a los sistemas dinámicos. Ejemplos. Los sistemas dinámicos de dimensión uno. Sistemas dinámicos en la recta real y en el intervalo unidad. Sistemas dinámicos simbólicos.

Tema 2. Estructura periódica de las funciones continuas en la recta real y en el intervalo. Teoremas de Li y Yorke y de Sharkovsky. Introducción a la dinámica de las funciones derivables.

Tema 3. Familias paramétricas de funciones. La noción de bifurcación. Diferentes tipos de bifurcaciones. Formas normales de las bifurcaciones. La bifurcación de Hopf y sus extensiones.

#### Programa Sistemas Continuos

Tema 4. Sistemas Hamiltonianos. Transformaciones canónicas. Variables de ángulo-acción. Teoría de sistemas integrables perturbados. El método de Lie-Deprit

Tema 5. El problema de n-cuerpos. Integrales clásicas y eliminación de los nodos. Variables de Whittaker.

Tema 6. Sistemas Hamiltonianos con simetría. Reducciones regulares y singulares. Equilibrios relativos y bifurcaciones paramétricas.

#### Programa de prácticas

Prctica 1. Ejemplos de modelos de la Dinámica de Poblaciones, Física e Ingeniería.

Prctica 2. La bifurcación de Hopf y sus extensiones. Aplicaciones de la bifurcación de Hopf a las familias logística, exponencial y arco tangente.

Prctica 3. Prácticas con Mathematica de estructura periódica y de diagramas de bifurcación.

Prctica 4. Problemas restringidos de tres cuerpos. Aplicaciones al sistema solar

Prctica 5. Problemas de Kepler perturbados. El ‘main problem’ en la teoría del satélite artificial. Variables de Delaunay. Osciladores resonantes y modelos de galaxias elípticas

### **Sistema y criterios de evaluación**

Asistencia activa. Análisis riguroso de un modelo.

### **Bibliografía**

- Alsed, L; Llibre, J; Misiurewicz, M. Combinatorial Dynamics and Entropy in Dimension One. 2nd edition. Advanced Series in Nonlinear Dynamics, 5. World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, 2000.
- Alligood, K; Sauer T; Yorke, J. Chaos. An Introduction to Dynamical Systems. Textbooks in Mathematical Sciences. Springer-Verlag, Nueva York, 1997.
- Holmgren, Richard L. A First Course in Discrete Dynamical Systems. 2nd edition. Universitext. Springer-Verlag, Nueva York, 1996.
- Salinelli, E.; Tomarelli, F. Modelli dinamici discreti. Springer, Milan, 2002.
- D. Boccaletti, G. Pucacco, Theory of Orbits 2vols., Springer, Berlin 2001
- J.E. Marsden y T.S. Ratiu. Introduction to Mechanics and Symmetry. A Basic Exposition of Classical Mechanical Systems 2nd edition. Texts in Applied Mathematics 17, Springer-Verlag, 1999.
- K. R. Meyer y G.R. Hall, Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the N-Body Problem, Springer-Verlag, AMS 90, New York, 1992.

### **Planificación de la docencia y la evaluación**

La distribución del trabajo entre los profesores implicados queda:

	Teoría	Prácticas	Trabajo	Evaluación	Créditos
Sebastián Ferrer	15	7,5	40	50	2,5
Francisco Balibrea	15	7,5	40	50	2,5