

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**



**PROPUESTA DE UN MODELO DE DIGESTIÓN ANAEROBIA CON  
POST-FILTRACIÓN, PARA MEJORAR LA EFICIENCIA DE  
REMOCIÓN DE CONTAMINANTES EN REACTORES *UASB*.**

**Ing. Kevin David Rodríguez González**

**Como requisito parcial para obtener el grado de  
MAESTRO EN CIENCIAS con orientación en ingeniería Ambiental**

**SEPTIEMBRE 2021**



**PROPUESTA DE UN MODELO DE DIGESTIÓN ANAEROBIA CON  
POST-FILTRACIÓN, PARA MEJORAR LA EFICIENCIA DE  
REMOCIÓN DE CONTAMINANTES EN REACTORES *UASB*.**

**Aprobación de la Tesis**

---

DIRECTOR DE TESIS

---

EVALUADOR

---

EVALUADOR

---

SUBDIRECTOR DE ESTUDIO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN



## RESUMEN

El crecimiento demográfico, industrialización, agricultura y urbanización, han incrementado el consumo de agua en los últimos años, generando por *ende* un déficit de agua dulce e indirectamente un aumento en el vertido de aguas residuales; causando que las plantas de tratamiento de aguas residuales (PTAR) se vean obligadas a mejorar sus procesos de depuración. Debido a las características de la mayoría de los procesos de tratamiento existentes en México, se propuso la implementación de un reactor anaerobio de flujo ascendente (RAFA) provisto de un filtro cerámico a gravedad (FCG), con el objetivo de mejorar la eficiencia de remoción de contaminantes orgánicos, disminuyendo los costos de operación de los sistemas convencionales. El estudio presentó: 1) Una explicación general de las pautas que se requieren para elaborar las ecuaciones diferenciales pertinentes al modelo matemático relacionado al tratamiento de aguas residuales; 2) La implementación del modelo matemático que comenzó con una exhaustiva revisión bibliográfica de modelos de reactores UASB y filtros cerámicos. Dentro de esta revisión se encontraron algunas ecuaciones que según sus características se asemejan a las condiciones del presente estudio. Por consiguiente, este estudio presentó dos simulaciones en MATLAB/SIMULINK de 123 y 96 días utilizando datos de entrada de la planta Norte del Área metropolitana de Monterrey y aguas residuales provenientes de la industria. El modelo matemático incorporó el RAFA-FCG y comprendió el comportamiento dinámico del sustrato, biomasa y metano. Por último, se desarrolló la implementación del RAFA-FCG utilizando dos filtros de diferente espesor (2 y 3cm), bajo condiciones reales de operación en la Planta de Tratamiento de Aguas Residuales Norte de la Zona Metropolitana de Monterrey.



## AGRADECIMIENTOS

Le doy gracias a mis padres, Roberto Rodríguez Gamero y Olga González Mercado por su apoyo, amor, comprensión y por todas las buenas aptitudes que he aprendido de ellos.

Al Dr. Carlos Ábrego Góngora por la confianza puesta en mí, por la oportunidad de poder realizar este proyecto que me hace una mejor persona y profesional para la vida. También por todos los consejos que recibí durante estos dos años de los cuales quedo muy agradecido.

Al Dr. Limón Rodríguez que, a la vez de darme algunos consejos profesionales y el constante apoyo en el desarrollo de mi proyecto también estuvo como tutor apoyándome en cualquier inconveniente tanto personal como profesional.

A la UANL junto con la facultad de ingeniería civil por aceptarme dentro de sus instalaciones académicas en las cuales pude forjar mi conocimiento y por el constante apoyo en el desarrollo de mi proyecto de investigación.

Le doy gracias a mis amigos y compañeros de estudio que estuvieron presente en todos los altibajos que presenté durante mi estancia en México.

Muy agradecido con el Consejo de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por el importante apoyo de sostenimiento que ayudó al complemento del presente estudio de Maestría. CVU: 10104573.

*“Tell me, and I forget  
Teach me, and I remember  
Involve me, and I learn.”*

*Benjamin Franklin*



## Tabla de contenido

1.	Introducción .....	1
1.1.	Generalidades .....	1
1.2.	Procesos utilizados en PTAR convencionales.....	2
1.3.	Procesos biológicos de mayor importancia para esta investigación .....	4
1.4.	Filtros Cerámicos.....	5
1.5.	Modelación en el tratamiento de aguas residuales municipales.....	6
1.6.	Antecedentes .....	8
1.6.1.	Importancia de los reactores anaerobios .....	8
1.6.2.	Sedimentadores secundarios y filtros Cerámicos: alternativas de mejora para reactores anaerobios .....	9
1.6.3.	Lavado de filtros y membranas cerámicas.....	10
1.6.4.	Modelos matemáticos utilizados en el tratamiento de agua residual.....	11
2.	Objetivo General: .....	14
2.1.	Objetivos Específicos:.....	14
3.	Hipótesis.....	14
4.	Justificación .....	14
5.	Metodología .....	15
5.1.	Fase I: Pautas para desarrollar un modelo matemático .....	16
5.2.	Fase II: Desarrollo de modelo matemático .....	16
5.3.	Fase III: Ecuaciones diferenciales y Simulación.....	18
5.4.	Fase IV: Ensamblado del sistema RAFA-FCG propuesto .....	20
5.4.1.	Características del Barro Old mine #4 Kentucky .....	22
5.4.2.	Características de subproductos de la fundición de cobre .....	23
5.4.3.	Características de subproductos de la producción de tabiques de barro recocido..	24
5.4.4.	Lavado de FCG .....	25
5.4.5.	Funcionamiento del RAFA-FCG .....	25
6.	Resultados .....	26
6.1.	Desarrollo de las etapas propuestas .....	26
6.1.1.	Modelos estacionarios .....	27
6.1.2.	Modelos dinámicos .....	27
6.1.3.	Componentes (Variables de estado) y procesos .....	27
6.1.4.	Variables compuestas .....	27



6.1.5.	Procesos Cinéticos.....	28
6.1.6.	Matriz de petersen para variables y procesos cinéticos .....	29
6.1.7.	Obtención de ecuaciones diferenciales para el modelo .....	30
6.1.8.	Soluciones numéricas.....	32
6.1.9.	Esquemática general de la modelación.....	33
6.2.	Implementación del Modelo Matemático .....	34
6.2.1.	Reactor UASB .....	34
6.2.2.	Filtro cerámico.....	44
6.3.	Simulación .....	51
6.3.1.	Simulación N°1 .....	51
6.4.	Calibración del modelo.....	54
6.4.1.	Simulación N°2 .....	65
6.5.	Implementación de RAFA-FCG propuesto .....	68
6.5.1.	Ubicación.....	68
6.5.2.	Ensamblado del RAFA-FCG.....	69
7.	Discusión de Resultados.....	70
8.	Recomendaciones .....	72
9.	Conclusiones.....	73
10.	Referencias.....	74
10.1.	Referencias de Figuras .....	84
11.	ANEXOS .....	85
11.1.	ANEXO A. Revisión Bibliográfica de ecuaciones diferenciales para el desarrollo del modelo matemático .....	85
11.2.	ANEXO B. Simulaciones .....	92



## Lista de figuras

Figura 1: Planta de tratamiento de agua residual (PTAR).....	1
Figura 2: Filtro cerámico sencillo para descontaminar agua.....	6
Figura 3: Diagrama de diferencia entre el "mundo real" y "mundo modelado" .....	7
Figura 4: Diagrama de flujo de la metodología general .....	16
Figura 5. RAFA no ensamblado.....	21
Figura 6. Vista superior e inferior del RAFA.....	21
Figura 7. FCG1 .....	22
Figura 8. FCG2.....	22
Figura 9: Barro Old mine #4 Kentucky.....	23
Figura 10. Escoria de Cobre .....	24
Figura 11. Residuos de la fabricación de tabiques de barro recocido .....	24
Figura 12. Sistema de doble salida de FCG .....	25
Figura 13. Vista preliminar RAFA-FCG.....	26
Figura 14. Vista Frontal RAFA--FCG .....	26
Figura 15. Esquema general de cómo implementar la modelación de procesos biológicos .....	34
Figura 16. Bloques insertados en Simulink.....	52
Figura 17. Xsal Vs SSVe antes de calibrar .....	53
Figura 18. Ssal_Modelo Vs DQOe antes de calibrar .....	53
Figura 19. Bsal modelación.....	54
Figura 20. Calibración N°1 Xsal- SSVe.....	58
Figura 21. Calibración N°1 Ssal modelo – DQOe .....	59
Figura 22. Calibración N°1 Psal.....	60
Figura 23. Calibración N°2 Xsal modelo - SSVe.....	61
Figura 24. Calibración N°2 Ssal modelo – DQOe .....	62
Figura 25. Calibración N°3 Xsal modelo – SSVe.....	63
Figura 26. Calibración N°3 Ssal modelo – DQOe .....	64
Figura 27. Xsal modelo PTAR vs SSvip.....	66
Figura 28. Ssal modelo PTAR vs DQOip .....	67
Figura 29. Psal modelo PTAR.....	68
Figura 30. Fotografía satelital de la Planta Norte.....	69
Figura 31. RAFA.....	67
Figura 32. RAFA con tubería adherida .....	69



Figura 33. Puesta en pie RAFA-FCG.....68  
Figura 34. RAFA-FCG Ensamblado..... 70

### Lista de Tablas

Tabla 1. Procesos biológicos utilizados en el tratamiento del agua residual..... 3  
Tabla 2. Pautas de un modelo Matemático..... 16  
Tabla 3. Implementación de muestreos..... 17  
Tabla 4. Datos para simulación ..... **¡Error! Marcador no definido.**  
Tabla 5. Datos para simulación (Cinéticos) ..... 20  
Tabla 6: Condiciones físicas del RAFA-FCG..... 21  
Tabla 7. Composición del Barro Old mine #4 Kentucky ..... 22  
Tabla 8. Ejemplo Matriz de Petersen ..... 29  
Tabla 9. Recopilación de las principales ecuaciones diferenciales en RAFA..... 37  
Tabla 10. Recopilación de ecuaciones diferenciales FCG ..... 46  
Tabla 11. Revisión Bibliográfica de Parámetros Cinéticos..... 56  
Tabla 12. Parámetros de estimación..... 57  
Tabla 13. Datos excluidos ..... 61  
Tabla 14. parámetros cinéticos calibrados ..... 64





## Lista de abreviaturas

**PTAR:** Planta de tratamiento de agua residual

**$K_s$ :** Constante de saturación del sustrato

**$K_a$ :** Coeficiente de decaimiento endógeno

**$Y$ :** Coeficiente de rendimiento

**$Y_p$ :** Coeficiente de rendimiento para el metano

**$\mu_{max}$ :** Tasa de crecimiento microbiano

**SSV:** Sólidos suspendidos volátiles

**SST:** Sólidos suspendidos Totales

**DQO:** Demanda Química de Oxígeno

**$Q$ :** Caudal o Gasto

**$X_i$ :** Concentración de biomasa en el afluente

**$X_e$ :** Concentración de biomasa en el efluente

**$X_{CH}$ :** Concentración de la biomasa que se transforma en metano

**$\mu_{maxCH}$ :** Tasa de crecimiento microbiano para la biomasa transformada en metano

**DQO<sub>e</sub>:** Demanda Química de oxígeno en el efluente.

**SSV<sub>e</sub>:** Sólidos Suspendidos Volátiles en el efluente.

**$X_{sal\ modelo}$ :** Comportamiento dinámico de la biomasa a la salida del modelo.

**$S_{sal\ modelo}$ :** Comportamiento dinámico del sustrato a la salida del modelo.

**$P_{sal}$ :** Comportamiento dinámico de la producción de metano a la salida del modelo

# 1. Introducción

## 1.1. Generalidades

Últimamente se ha logrado evidenciar que el crecimiento en la población, industrialización, agricultura y urbanización, han incrementado el consumo de agua en los últimos años, generando por ende un déficit y posterior escasez, convirtiendo el agua en un recurso limitante [1], [2], [3]. Tal situación no solo evidencia problemas en el consumo de agua, sino también para el desarrollo económico y social. Según algunos pronósticos que presentan las Naciones Unidas, entre dos y siete mil millones de personas se enfrentarán a una escasez de agua para el año 2050. Incluso hoy día, alrededor de 80 países, que comprenden el 20% de la población mundial, sufren una grave escasez de agua [4], [5], [6].

Esto no es solo una problemática de escasez, indirectamente, también se presenta un incremento de vertimientos de las aguas residuales; causando que las Plantas de tratamiento de agua residual sean obligadas a mejorar sus procesos de descontaminación [7]. Por consiguiente, las PTAR existentes en Latinoamérica, por lo general, no cuentan con las características necesarias para remover los contaminantes presentes en ellas, hasta un punto en el que dicha agua pueda ser utilizada para algún tipo de reúso. Debido a esto se deben implementar nuevas tecnologías que permitan mejorar el desempeño de dichos sistemas de depuración, como mínimo hasta los límites que exige la normativa [8].

En la Figura 1 se muestra una vista general de la infraestructura típica que se utiliza en las plantas de tratamiento de aguas residuales municipales, evidenciando así su importancia en la eliminación de los contaminantes básicos presentes.



*Figura 1: Planta de tratamiento de agua residual (PTAR).*

(Fuente: <https://www.domosagua.com/blog/importancia-plantas-tratamiento-aguas-mexico>)



Las PTAR están subdivididas por pretratamientos, tratamientos primarios, secundarios y terciarios, los cuales logran reducir en gran medida, los macro-sólidos, arenas, grasas y aceites, sólidos suspendidos, materia orgánica y microorganismos patógenos presentes en el agua residual.

## **1.2. Procesos utilizados en PTAR convencionales**

### **Pretratamiento y Tratamiento Primario**

El afluente de las plantas de tratamiento de agua residual municipal presenta diversos contaminantes y macro-sólidos con tamaños de 5mm hasta 80mm. Para eliminar estos sólidos de gran tamaño, se emplea un pretratamiento denominado desbaste, este se realiza utilizando rejillas o mallas (cribas) con el fin de remover y reducir aquellos materiales sin procesar que pueden causar problemas operativos aguas abajo o en su debido caso aumentar considerablemente los mantenimientos de los equipos presentes en los posteriores procesos de la PTAR. La abertura de las rejillas va a depender del tamaño de los objetos y del caudal de agua residual que ésta reciba; cabe resaltar que la limpieza puede ser manual para rejillas convencionales o mecánica para las mallas. En el momento de ser recolectados los objetos, deben ser enviados a un relleno sanitario y estabilizados por procesos de digestión anaerobia, o bien, incinerados [9], [10].

Una vez que el agua residual ha pasado por un proceso de desbaste, continuará hacia el desarenador, que tiene como objetivo eliminar las partículas de un peso específico mayor al del agua que no hayan quedado retenidas en las rejillas, y que por lo general se encuentren con un tamaño superior a 200 micras (arenas, semillas). Existen diferentes tipos de desarenadores, entre los más utilizados se encuentran los de flujo horizontal, flujo vertical y flujo inducido. En algunos casos, el pretratamiento suele ser el único proceso de depuración al que es sometida el agua residual, lo cual es incorrecto, debido a que este proceso no alcanza a separar todas las partículas finas presentes en el agua, es decir, sólo con el pretratamiento el agua residual seguirá teniendo contaminantes disueltos y/o suspendidos, así como altos contenidos de patógenos [11].

En una planta convencional de tratamiento de agua residual, el proceso de sedimentación es utilizado en tres ocasiones: a) en la desarenación como fue explicado anteriormente; b) en la sedimentación primaria, la cual precede a un reactor biológico; c) en la clarificación secundaria, la cual se sitúa aguas abajo al reactor [12].

### **Tratamiento secundario**

Los procesos situados posteriormente al tratamiento primario de una PTAR se refieren a la eliminación de contaminantes por medio del uso de microorganismos (bacterias), ya sean aerobios, anaerobios o anóxicos. De manera general, la remoción biológica de agua residual se basa en la función natural que tienen las bacterias en los ciclos biogeoquímicos como los



del C y N en la tierra. En una PTAR se utilizan las bacterias que normalmente proliferan en el ambiente; Con la ayuda de la ingeniería, se satisfacen los requerimientos bacterianos para su reproducción, además de la aireación artificial para bacterias aerobias y el control de la cantidad necesaria de biomasa [13][14].

Existen diversas tecnologías de tratamientos biológicos utilizadas en la remoción de agua residual. La tabla 1 muestra los diferentes procesos aerobios, anaerobios y anóxicos, sus respectivos nombres comunes y su uso.

**Tabla 1. Procesos biológicos utilizados en el tratamiento del agua residual**

<b>TIPO</b>	<b>NOMBRE COMÚN</b>	<b>USO</b>
<b>PROCESOS AEROBIOS:</b>		
<b>CULTIVO EN SUSPENSIÓN</b>	Proceso de lodos activados Mezcla completa Aireación graduada Oxígeno puro Reactor intermitente secuencial Contacto y estabilización Deep shaft	Eliminación de la DBO carbonosa (nitrificación)
<b>CULTIVO FIJO</b>	Filtros percoladores Baja carga Alta carga Filtros de desbaste Reactores de lecho compacto	
<b>PROCESOS COMBINADOS</b>	Biofiltros activados Filtros percoladores con contacto de sólidos	Eliminación de la DBO carbonosa
<b>PROCESOS ANAEROBIOS:</b>		
<b>CULTIVO EN SUSPENSIÓN</b>	Digestión anaerobia Baja carga Alta carga Proceso anaerobio de contacto Lecho de lodos anaerobio de flujo ascendente (UASB)	Estabilización, eliminación de DBO carbonosa
<b>CULTIVO FIJO</b>	Filtro anaerobio Lecho expandido	



<b>Procesos Anóxicos:</b>	Desnitrificación con cultivo en suspensión	Desnitrificación
Cultivo en suspensión	Desnitrificación de película fija	Desnitrificación
Cultivo fijo		

Fuente: Metcalf y Eddy (1998)

### Tratamiento terciario

El tercer y último proceso que se encuentra en las plantas de tratamiento de aguas residuales convencionales emplea combinaciones adicionales a las técnicas anteriores, teniendo como finalidad la remoción de otros parámetros fisicoquímicos que no lograron ser eliminados en los tratamientos anteriores, como lo son el Nitrógeno y el Fosforo; en algunas ocasiones son removidos por nitrificación/desnitrificación y por acumulación biológica, respectivamente [15].

Según lo denotado anteriormente, el tratamiento secundario es el proceso de mayor importancia y cuidado en la PTAR, debido al constante seguimiento y posible dificultad en el crecimiento bacteriano, ya que ello determina la eficacia de la remoción de contaminantes y por la separación de sólidos del agua residual.

### 1.3. Procesos biológicos de mayor importancia para esta investigación

Los sistemas de tratamiento biológico implican reactores en los que se pone en contacto la biomasa (cultivo de microorganismos, que se encarga de la depuración) y el sustrato (básicamente es la materia orgánica contenida en el agua residual, que sirve como alimento a la biomasa); siendo estas concentraciones las variables características del propio sistema de reacción, que pueden ser determinadas por medio de ecuaciones cinéticas y balances de materia [16]. En una PTAR municipal, por lo general, utilizan dos tipos de reactores, aerobios o anaerobios; el primero tiene un funcionamiento con base a una población de microorganismos denominados biomasa, que con presencia de oxígeno se encargan de remover la materia orgánica presente en el agua residual [17]. Este sistema es aireado por palas o aireadores que se encargan de agitar la mezcla de sustrato y microorganismos, garantizando así la homogeneidad del sistema obteniendo muy buenas eficiencias de remoción. Este método presenta como desventaja altos costos energéticos debido al uso de los aireadores, estimando un gasto del 70% de energía de una PTAR.

Por otra parte, los reactores anaerobios se han venido utilizando para el tratamiento de aguas residuales por más de un siglo, implementando actividades de ingeniería química, bioquímica y microbiología [18], [19]. Son aquellos que emplean diversas tecnologías para la remoción de contaminantes con concentraciones orgánicas elevadas, diseñados de tal manera que operan con bacterias en ausencia de oxígeno generando biogás como subproducto, el cual puede ser utilizado como fuente de energía. Los reactores anaerobios



tienen la ventaja de no requerir oxígeno para la síntesis de la materia orgánica y, por lo tanto, tienen un menor consumo de energía, además de una menor producción de lodos en comparación de los procesos aerobios, sin embargo, su eficiencia de remoción de sólidos y materia orgánica sigue siendo una limitante [20], [21].

Aunado a lo anterior, los reactores anaerobios presentan algunas ventajas en relación a los aerobios (p.ej: no requieren oxígeno, generan biogás que puede ser utilizado para generar energía); razón por la cual el reactor anaerobio de flujo ascendente “*upflow anaerobic sludge blanket*” (UASB) ha sido el más utilizado en los últimos años, además de que puede recibir altas cargas orgánicas. Sin embargo, para cumplir con los límites fijados por la normativa para la reutilización del agua tratada en riego agrícola, los efluentes anaerobios requieren de un tratamiento posterior [16], [22]. Una de las posibles soluciones, tanto económica como operativa, para mejorar la remoción de los contaminantes particulados presentes en los efluentes de los reactores anaerobios, podría ser la implementación de filtros, siendo los cerámicos los que presenten buena resistencia, eficiencia y bajo costo. Morales Güeto [23], menciona a manera de hipótesis que este material se descubrió desde los tiempos en que fue dominado el fuego por los hombres, observando que cuando se extinguía una hoguera resultaban endurecidas las huellas presentes en el suelo arcilloso, obteniendo una propiedad plástica, la cual al ser aplicada por la acción del fuego alcanzaba una consistencia rocosa y resistente.

#### **1.4. Filtros Cerámicos**

Los materiales cerámicos hechos a base de arcilla se han elaborado en diversos sectores del planeta como un medio efectivo para purificar y almacenar agua en los puntos de uso. La aplicación de este material cerámico a un filtro convencional, además de ser una técnica nueva y moderna, permite reducir el costo y el uso de productos químicos/coagulantes en el tratamiento del agua [24]. Conjuntamente, estos filtros a base de cerámica pueden presentar buenos resultados de depuración de contaminantes debido a su gran porosidad, puesto que garantiza su permeabilidad y esto los convierte en materiales con potencial de mejorar la remoción de sólidos presentes en aguas contaminadas [25]. Según algunos estudios [1][2], los filtros de cerámica presentan muy buena eliminación de contaminantes en las aguas residuales, en un porcentaje entre el 70-90% de sólidos, esto va a depender de sus materiales filtrantes, por esto, su variación va a tener un gran impacto en las remociones de sólidos del agua residual [26]. En la figura 2 se muestra un tipo de filtro cerámico sencillo utilizado para eliminar impurezas del agua, este filtro básicamente consiste en un depósito de cerámica micro-porosa, que en consecuencia a esta característica retiene sustancias indeseables en el agua.





*Figura 2: Filtro cerámico sencillo para descontaminar agua*

(Fuente: <https://www.agua-mineral.net/1483/filtros-ceramicos-una-opcion-economica-y-eficaz/>)

De manera general, los materiales filtrantes más usados (comercialmente) suelen ser carbón activado, turbas, resinas, arenas de diferentes tamaños, entre otros, pero estos en algunas ocasiones suelen ser muy costosos (carbón activado) y en otras no tienen la eficiencia de remoción efectiva para el tratamiento de agua residual. Conociendo esta problemática, se deben buscar nuevos materiales que puedan ofrecer bajos costos operativos y de elaboración, con una adecuada eficiencia de separación y remoción de sólidos del agua residual [27].

Además de lo evidenciado anteriormente, otra de las principales problemáticas que presentan los filtros, sean cerámicos o no, es su limpieza, debido a que su ensuciamiento disminuye la eficiencia en la remoción de sólidos y por consiguiente, si no se hace un correcto lavado en el tiempo adecuado, se presentarán problemas de atascamiento y aumento de los costos operativos por el bajo rendimiento que tendrá el filtro, debido a esto se recomiendan lavados frecuentes o si es posible, lavados automáticos que no presenten tiempos elevados y por ende se busque la reducción de los gastos operativos [28], [29].

### **1.5. Modelación en el tratamiento de aguas residuales municipales**

Los modelos y sus procesos, representan el mundo real en el mundo "virtual" de la computación, es decir, que muestran una óptica en la que se pueden hacer todos los ajustes pertinentes de un proceso operativo antes de ser implementado en condiciones reales, incluso brinda la posibilidad de modificar errores al momento de estar realizando el modelo, y aun así no presentar gastos operativos, caso contrario si no se contara con dicho modelo, procederían a ejecutar cambios sin alguna confiabilidad de que la teoría pueda ser igual en la práctica. Además, al tener una simulación válida y confiable, esta ayudará a optimizar o mejorar un proceso. Es notable que la implementación de modelos en el tratamiento de aguas residuales proporcionará confiabilidad al aplicar un proceso o cambios antes de ser

implementado en condiciones reales y también a optimizar y/o mejorar el tratamiento de aguas contaminadas. [30], [31].

Con base en la importancia de un modelo, en la figura 3 se muestra un diagrama que describe la diferencia entre “el mundo real” y “el mundo virtual” de un modelo utilizado para mejorar las condiciones del tratamiento de agua residual. Esta imagen muestra que el modelo básicamente toma los valores del afluente del mundo real para fraccionarlos y poder calibrar cada parámetro a su manera, esto con el fin de que con la simulación varíen todas las condiciones de remoción de la planta para que así se pueda optimizar el tratamiento de los contaminantes presentes en el agua residual.

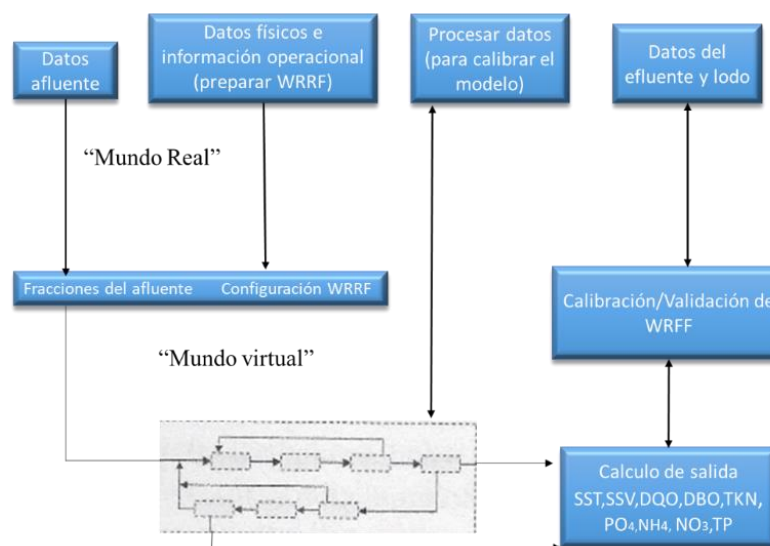


Figura 3: Diagrama de diferencia entre el “mundo real” y “mundo modelado”.

Fuente: Adaptado de Wastewater Treatment Process Modeling

Dentro de este orden de ideas se encuentran softwares que hacen posible la simulación y modelación de tratamiento de aguas residuales, algunos de estos son el ASIM, desarrollado en 1994 por Willi Gujer [32]. En este software los modelos biocinéticos pueden ser libremente definidos y editados por el usuario (ASIM). Por consiguiente, el modelo WEST desarrollado por la empresa HEMMIS N.V. de Kortrijk desde 1990 [33]. Este software va orientado a la parte científica presentando algunos modelos base y con la posibilidad de ser modificados. Además, es posible realizar el análisis de sensibilidad, estimación de parámetros y análisis de escenarios (WEST). Así como estos existen muchos otros modelos (STOAT, AQUASIM, SIMBA, EFOR, etc.) que podrían ser utilizados para simular el comportamiento dinámico en aguas residuales. Es importante conocerlos a detalle para así definir cuál de ellos puede ser el óptimo a utilizar.





## 1.6. Antecedentes

Existen estudios acerca de distintos métodos de tratar el agua residual Municipal, con el fin de generar un efluente no contaminante al ambiente. Uno de estos estudios implica el uso de membranas como un medio filtrante para tratar las aguas residuales municipales. Por lo general suelen ser materiales de alúmina, circonita, titania, sílice, zeolita, entre otros, Los cuales llegan a presentar eficiencias de remoción de hasta el 80%, debido a su gran porosidad y sus propiedades de permeabilidad. La problemática principal de ellos son sus altos costos y el gran desgaste que tienen debido al continuo funcionamiento en el tratamiento del agua residual [34], [35].

Los coagulantes por su parte también han sido utilizados para reducir contaminantes del agua residual tanto municipal como industrial, estos suelen ser orgánicos (Moringa oleífera, tuna, entre otros) e inorgánicos (sulfato de aluminio, cloruro de hierro, etc.) y en ocasiones polimerizados (hidroxicloruro de aluminio). Su principal función al momento de ser agregados en el agua residual es formar pequeñas partículas de sólidos que por consiguiente son desestabilizadas por neutralización, para la posterior aglomeración de partículas y éstas puedan sedimentarse por efecto de la gravedad, generando así remociones de compuestos orgánicos aproximadas entre 80-90%. Estos coagulantes presentan algunos inconvenientes, debido a que en ocasiones sus residuos suelen ser contaminantes (sulfatos de aluminio), o bien, no generan remociones eficientes para las plantas de tratamiento de agua residual municipal (coagulantes orgánicos), de igual manera alteran el pH y la alcalinidad del agua. Esto incita la investigación de nuevas tecnologías alternativas capaces de mejorar la remoción en el agua residual de una manera eficiente, económica y relacionada con el medio ambiente [36], [37], [38].

### 1.6.1. Importancia de los reactores anaerobios

Los reactores anaerobios también se encuentran dentro de los principales métodos de tratamiento de contaminantes presentes en el agua y se localizan en la mayoría de las plantas de tratamiento de agua residual municipal. Muchos investigadores han realizado distintos estudios sobre los reactores anaerobios, entre ellos se encuentran Sarti *et al* [39], quienes evaluaron el rendimiento de tres reactores por lotes secuenciales anaerobios a escala piloto, con el fin de comprobar cuál de ellos presentaba mejor remoción de aguas residuales municipales provenientes de la universidad de Sao Paulo (Brasil); Para el desarrollo de este estudio se tuvieron en cuenta múltiples variables físicas, químicas y fisicoquímicas. Los reactores fueron puestos a prueba con igual volumen, tiempo y diferente característica geométrica y tipo de mezcla. Como resultado encontraron que los reactores 1 y 3 presentaron



bajos porcentajes de remoción de DQO y sólidos suspendidos totales (SST) y valores de 40 y 65% respectivamente. Sin embargo, el reactor 2, que fue puesto en marcha mediante mezcla mecánica, obtuvo remociones promedio de 60 y 80% para DQO y SST respectivamente.

La utilización de reactores anaerobios en los sistemas de depuración de aguas residuales tiene ventajas por su eficiencia de remoción de DQO y SST; sin embargo, es necesario mencionar que con este proceso no es posible obtener el tratamiento de agua deseado en una PTAR, por tal motivo es importante investigar algún posible acompañamiento que pueda tener dicho reactor para así poder mejorar los procesos de remoción de contaminantes que se presentan y alcanzar un efluente con bajas concentraciones de sólidos (a las concentraciones que establece la normativa aplicable).

### **1.6.2. Sedimentadores secundarios y filtros Cerámicos: alternativas de mejora para reactores anaerobios**

Una posible mejora a los reactores anaerobios pueden ser los sedimentadores secundarios, estos se encuentran generalmente en las plantas de tratamiento de agua residual municipales; acompañan a los reactores con la finalidad de hacer una recirculación de microorganismos hacia dichos reactores biológicos (dependiendo de la PTAR), para mantener el agua residual en contacto con las bacterias presentes en estos lodos y para producir un efluente mucho más clarificado. Por lo general, estos sedimentadores hacen una separación de sólidos aproximada al 99% garantizando un mejor efluente y una eficiente recirculación de lodos activados, Sin embargo, no descontaminan el agua que llega a ellos, únicamente hacen una separación de los sólidos.

Los sedimentadores secundarios a pesar de presentar una eficiente alternativa de mejora en el desempeño de los reactores ostentan un costo elevado, un extenso uso de área y por lo general limitan la eliminación de contaminantes en el proceso convencional de lodos activados debido a que su función principal es la separación de sólidos y no la remoción de los contaminantes presentes en el agua residual. Debido a esto, es necesario proponer mejores alternativas para aumentar la eficiencia de los reactores anaerobios [40], [41], [42].

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, los filtros y la importancia de sus materiales filtrantes, podrían ofrecer un buen desempeño con los reactores anaerobios como potenciadores en la remoción y separación de sólidos presentes en las PTAR. En este campo se han hecho algunas investigaciones, Hassan *et al* [2], estudiaron la efectividad de un filtro cerámico a escala de laboratorio en un sistema de estanque de estabilización de residuos; en esta investigación se obtuvo como resultado la excelente aplicación del filtro de cerámica, puesto que este pudo remover o limpiar algas y sólidos que inhibían el funcionamiento de la laguna de estabilización y también por su efectividad en la remoción de DBO (97%), N (98%), P (96%) y DQO (96%). Como se puede observar, este estudio presenta muy buena remoción de DQO a escala de laboratorio para aguas presentes en lagunas de estabilización



y también un bajo costo en la elaboración del filtro, garantizando así una buena relación de costo-beneficio para este proceso.

Yue *et al* [24], estuvieron trabajando con dos diferentes filtros, uno de partículas cerámicas de cenizas volantes de lodo (SFCEP), el cual consta de dos materiales de desecho (lodo deshidratado y cenizas volantes) y arcilla con una relación de masa de 1: 1: 1; y otro filtro de partículas cerámicas comerciales (PCC) que solo fue elaborado por medio de arcillas. En este trabajo se logró observar cómo puede afectar la relación de C/N y específicamente la diferencia de sus materiales filtrantes, en los porcentajes de remoción de sólidos y nitratos en filtros anaerobios. Para ambos filtros a medida que la relación de C/N aumenta, por ende, aumenta su remoción (C/N de 4), lo cual puede ser tomado en cuenta para el desarrollo de otros estudios en condiciones reales, Sin embargo, una dosis mayor a 4,00 de C/N no puede mejorar la eliminación restante de sólidos y nitrato según los estudios realizados en laboratorio. Esta investigación garantiza que es una buena opción la utilización de materiales de desecho o reciclados (en este caso lodo y cenizas volantes) para la remoción de aguas residuales debido a que su obtención es económica, disminuye la generación de residuos que pueden terminar en un relleno sanitario y presenta porcentajes altos de remoción de sólidos y nitratos (80%).

Wei Han *et al* [43], desarrollaron estudios en biofiltros anaerobios de flujo ascendente (UAF, por sus siglas en inglés), utilizando como medio filtrante partículas cerámicas de arcilla (PCC). La clave en estos UAF está en las propiedades de los materiales filtrantes, en este caso los PCC, debido a su rugosidad y su porosidad presentan condiciones esenciales para el crecimiento de las bacterias garantizando un gran área de superficie específica, siendo este uno de los factores importantes que influyen en la fijación de microorganismos puesto que los microbios que se adhieren y fijan en la parte superficial de los medios filtrantes, vienen siendo el proceso clave en la formación de la biopelícula, la cual es de mucha importancia que se presente, debido a que garantiza una eficiente remoción de sólidos en las aguas contaminadas. Para este tipo de biofiltro se lograron remociones de DQO de 76% y se pudo disminuir su tiempo de inicio a 45 días. Estos estudios demuestran la importancia de que se logren adherir los microorganismos a los filtros para así formar una biopelícula que confirme una remoción de sólidos; aun así, la utilización de diferentes materiales filtrantes podría mejorar el proceso de descontaminación en las aguas residuales.

### **1.6.3. Lavado de filtros y membranas cerámicas**

Otra problemática de gran relevancia es la limpieza del filtro, puesto que este puede presentar diversos inconvenientes a la hora de su lavado. Un estudio realizado por Cartagena *et al* [44], muestra uno de los métodos por las cuales se pueden hacer los lavados de filtros utilizando un determinado personal el cual se encarga de hacer una limpieza de todo el ensuciamiento del filtro en un tiempo no mayor a 6 horas por semana. Claramente este tipo de lavado suele ser muy costoso y poco recomendable, principalmente porque es mano de



obra no calificada (uso de personas), se presentan pérdidas de tiempo, puesto que es muy tardado limpiar un filtro utilizando personas por área de lavado en comparación de una limpieza mecánica. Asimismo, al momento de hacer dicho fregado, se tiene que parar la operación del proceso, lo cual sería otra problemática. No obstante, sigue siendo una técnica aceptable en zonas rurales, pero no recomendada, Sin embargo, otros investigadores realizaron un estudio en el cual utilizaron como estrategia el fenton para limpiar las incrustaciones de cerámica teniendo como catalizador al peróxido de hidrogeno ( $H_2O_2$ ); se hizo una limpieza por inmersión durante diferentes horas bajo la misma muestra y se logró identificar que la eficiencia de remoción fue del 99% en 6 horas [27]. De igual manera, otro estudio implica al álcali asistido con NAOH para la eliminación de casi todos los contaminantes que bloquean los poros y recuperar la resistencia de la membrana. Se utilizaron dos biorreactores a y b (a-NAOH, b-NAOH+HCL), se pudo deducir que el biorreactor b presentó mejores eficiencias de remoción de proteínas, ácidos húmicos y metales. Ambos estudios presentan excelentes condiciones de limpieza en los poros, ya sean de membrana o filtros, pero aún no son lo suficientemente económicos y tampoco presentan un auto lavado propio del sistema en el cual se pueda disminuir el tiempo de limpieza y no generé gastos extras en el mismo proceso [21].

#### **1.6.4. Modelos matemáticos utilizados en el tratamiento de agua residual**

La modelación juega un papel importante en el momento de determinar si un proceso o desarrollo de ingeniería es apto para ser implementado en condiciones reales, o si aún necesita de algunas modificaciones para su posterior aplicación. Desde hace muchos años, se estudian cada vez más diferentes paquetes computacionales que puedan mejorar problemas presentes en el tratamiento de agua. Yetilmezsoy [45], implementa un modelo basado en una regresión no lineal para optimizar un reactor UASB con aguas residuales provenientes de heces de aves de corral. Para la elaboración de las ecuaciones se basó en los modelos de Chen-Hashimoto [46], y Stover-kincannon modificado por Debik y Coskun [47], utilizando el de Chen para determinar la mezcla completa del reactor sin recirculación de lodos y el de Stover para las constantes cinéticas y la eliminación del sustrato en el reactor UASB. El modelo de Chen Hashimoto un coeficiente de determinación  $R^2=0.99$ , indicando que solo el 1% de las variaciones no fueron explicadas por el modelo, siendo esta una excelente aproximación a la realidad.

Aunado a lo anterior, Chen *et al.* [48], desarrollaron un modelo matemático de un reactor UASB teniendo en cuenta la hidrodinámica y la biodinámica. En este estudio se implementó un modelo de dispersión axial en donde se obtuvieron las ecuaciones pertinentes para la distribución del marcador, condiciones de contorno de Danckwerts, muestra de transporte hidrodinámico de los componentes y con esto las ecuaciones diferenciales de la distribución de sustrato soluble y biomasa insoluble (véase Anexo A). Utilizaron dos casos (R3 y R4) para validar el modelo ADM1 [49], con el fin de pronosticar el desempeño del reactor.



Lohani [50], propone un modelo para tratamiento de aguas domesticas en un reactor UASB en Nepal, utilizando el enfoque del modelo ADM1. En la simulación se utilizaron diversas ecuaciones para la hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis y metanogénesis; elaborando los respectivos balances de masas junto con la transferencia de masas de gases (véase Anexo A). El modelo fue usado para simular datos efluentes de DQO, producción de biogás y pH. Los resultados muestran que el modelo podría simular la realidad del proceso, demostrando así, la importancia de esta tecnología en el tratamiento de aguas residuales.

Además de los reactores, es importante la investigación de modelos sobre filtración en medios porosos, por esto Galaguz [51], en su estudio plantea simular el flujo del agua subterránea por medio de los lechos filtrantes del subsuelo debido a las problemáticas que se pueden presentar en los diseños de túneles, presas o cualquier otra estructura de ingeniería hidráulica. Se utilizaron ecuaciones de primer orden para determinar la concentración de partículas suspendidas y retenidas en el lecho filtrante y también para las variaciones del flujo.

Un estudio realizado por Payatakes [52], utiliza dos modelos de medios porosos: Capillarie [53], y Brinkman [54], aplicados en lechos profundos con el fin de calcular el coeficiente del filtro y las caídas de presiones. Emplearon, entre otras, ecuaciones como la de la conservación de masa, utilizada para conocer la calidad del efluente. Pudieron deducir en este estudio que el modelo Brinkman presenta mejores resultados en el pronóstico de coeficientes del filtro, pero solo para casos de caídas de presión.

Soo y Radke [55], implementaron un modelo de filtración con respecto al flujo de emulsiones estables y diluidas en medios porosos, esto debido a las permeabilidades, relativamente bajas, que presentan los medios subterráneos con el fin de predecir la posible infiltración de estos por algún contaminante como lo es el petróleo. Por medio de ecuaciones diferenciales identificaron los tamaños de los poros, la tasa de captura de poros grandes y pequeños y la restricción de flujo. El modelo de flujo de filtración logró representar todo el comportamiento del flujo de emulsión diluida en medios porosos.

Delgado A [56] en su estudio implementó un modelo matemático de la PTAR Salitre (Bogotá, Colombia) utilizando el software WEST, buscando así la optimización en todo su proceso de tratamiento. La PTAR atiende a una población de 2200000 habitantes, caudales entre 4.0 y 9.9 m<sup>3</sup>/s y una remoción de alrededor de 40% de DBO y 60% de SST para el tratamiento primario. Con respecto al modelo, se hizo una simulación para cada uno de los tratamientos primarios, secundarios, digestores anaerobios, espesadores y deshidratadores. Además de representar gráficamente el comportamiento dinámico de la PTAR se implementaron análisis de sensibilidad y variación de parámetros (DBO, DQO, fracción sedimentable) demostrando así la importancia de estas herramientas computacionales a la hora de simular diferentes escenarios de tratamientos (parámetros) con el fin de optimizar la remoción de sólidos en la PTAR.



Aunado a lo anterior, Zaher U [57] desarrolló la modelación de la degradación del cianuro anaerobio, para esto se propuso una vía de degradación de este toxico con ayuda de la aclimatación de la digestión anaerobia. Cabe resaltar que este modelo empleó ecuaciones de la IWA (ADM1) y su simulación mediante los Software WEST y AQUASIM. Dentro de su metodología se utilizaron tres (3) reactores a escala (laboratorio) para el tratamiento del agua residual de almidón de yuca con una concentración de cianuro de hasta 25mgCN/L. Dentro de los resultados los tres reactores obtuvieron remoción del 90% de DQO y aumentos en la concentración de cianuro a excepción del tercer reactor que no tuvo ningún aumento según la simulación realizada por el software WEST. Los datos del segundo reactor fueron utilizados para calibrar el modelo realizando así una extensión del ADM1; por su parte los resultados de los otros dos reactores se utilizaron para la validación del modelo. De los softwares utilizados (WEST y AQUASIM) se pudo concluir que ambas implementaciones presentan resultados similares con ligeras diferencias debido a los diferentes métodos de interpolación que utiliza cada uno de ellos en el influente.

De igual manera Zaher U [58] en otro de sus estudios demuestra cómo el modelo IWA (ADM1) se puede aplicar para comprender de una mejor manera el proceso anaerobio y en si la dinámica de los digestores. De los modelos se resalta la forma en que sus resultados evitan laboriosas mediciones para caracterizar el afluente. Para el presente estudio se utilizó un reactor CSTR (escala laboratorio) con un volumen de 2 litros. El modelo utilizado fue el ADM1, pero en este caso empleando un conjunto de parámetros sugeridos por Rosen C [59] y simulados en los softwares AQUASIM, WEST y MATLAB SIMULINK. Dentro de los resultados se conocer que el procedimiento de cálculo de la transferencia de gas y El flujo aplicado en la implementación de AQUASIM es diferente al de SIMULINK y WEST, aunque los resultados de la simulación son casi los mismos. Además, La estructura detallada del modelo IWA ADM1 ayudó a distribuir la medición de DQO a componentes esperados que conducen a mejores resultados de simulación.

Teniendo en cuenta lo detallado anteriormente, se pretende implementar y simular matemáticamente un reactor anaerobio de flujo ascendente tipo UASB, equipado con un filtro cerámico a gravedad, mediante un novedoso dispositivo filtrante fabricado con subproductos de la producción de tabiques de barro recocido, subproductos de la fundición de cobre y barro old mine Kentucky #4; los cuales serán utilizados juntos por primera vez en un filtro cerámico con el fin de mejorar la remoción de sólidos en comparación a la que se podría obtener con clarificadores secundarios, además, se pretende realizar retro lavados del filtro por efecto de la gravedad mediante flujo inverso y finalmente determinar la idoneidad del filtro cerámico como alternativa para reemplazar la sedimentación secundaria en sistemas anaerobios, mediante un análisis comparativo de factibilidad económica, energética y operacional.





## 2. Objetivo General:

Proponer un modelo cinético simplificado para la remoción anaerobia de materia orgánica en un reactor anaerobio de flujo ascendente (RAFA) seguido de un filtro cerámico a gravedad (FCG), mediante simulaciones con datos de operación de dos diferentes PTAR.

### 2.1. Objetivos Específicos:

- Establecer el conjunto de actividades necesarias para elaborar un modelo matemático de tratamiento de aguas residuales, mediante revisión de bibliografía especializada.
- Aplicar modelos cinéticos existentes de digestión anaerobia y propuesta de modificaciones que permitan mejorar la descripción del comportamiento dinámico de reactores anaerobios de flujo ascendente.
- Simular matemáticamente el comportamiento dinámico del sistema RAFA-FCG.
- Proponer recomendaciones para implementar el sistema RAFA-FCG en condiciones reales de operación.

## 3. Hipótesis

La implementación de un innovador dispositivo cerámico a gravedad acoplado a un reactor anaerobio, aumentará su eficiencia de remoción de contaminantes, lo cual permitiría utilizar dicho sistema como sustituto de los sedimentadores secundarios en UASB de alta tasa, con menores consumos eléctricos.

## 4. Justificación

La escasez de agua es una problemática que se viene presentando hace muchos años y las plantas tratadoras de agua coadyuvan en la remoción de contaminantes. Aun así, se deben mejorar estos procesos, principalmente los biológicos, implementando alternativas que logren mejorar la remoción de los contaminantes presentes en el agua residual (a menores costos). Esta temática tiende a presentar mucha importancia debido a que la mejoría en la remoción de sólidos y materia orgánica presentes en el agua residual, posibilita su reutilización en riego agrícola; repercutiendo con ello en la recuperación y aprovechamiento del agua tratada, disminuyendo la contaminación en cuerpos receptores, con la posibilidad de reducir la escasez de agua.

Por otra parte, en este estudio se evaluará la eficiencia de un innovador filtro cerámico para la remoción de sólidos suspendidos totales en el efluente de un Reactor Anaerobio de Flujo Ascendente de alta tasa, así como su factibilidad para utilizarlo como sustituto de un sedimentador secundario. Este procedimiento podría permitir el reúso de los efluentes en riego agrícola, lo cual beneficiaría a dicho sector, o bien a los usuarios que pudieran utilizar esta tecnología a bajos costos.

Esta investigación comenzará con la implementación de un reactor anaerobio, acompañado de un sistema de filtración con materiales cerámicos a gravedad, del cual no se tienen reportes de que se haya utilizado anteriormente. Además, se utilizará por primera vez una mezcla de tres materiales, dos de ellos reutilizados y de fácil acceso, obteniendo así un producto eficiente y económico.

## 5. Metodología

Para la elaboración de este estudio, se definieron 4 fases, las cuales se presentan a manera de diagrama de flujo en la Figura 2, correspondiente a la metodología general propuesta para este proyecto de investigación, en la misma figura también se presenta la metodología específica para cada fase de la investigación y se describen las actividades principales de cada una de dichas fases.

Los estudios de caso que se analizarán en esta investigación corresponden a las Plantas de Tratamiento de Aguas Residuales “Pesquería 2” y “Norte de la Zona Metropolitana de Monterrey” (Planta Norte), las cuales son administradaa por Servicios de Agua y Drenaje de Monterrey, I.P.D. (SADM).

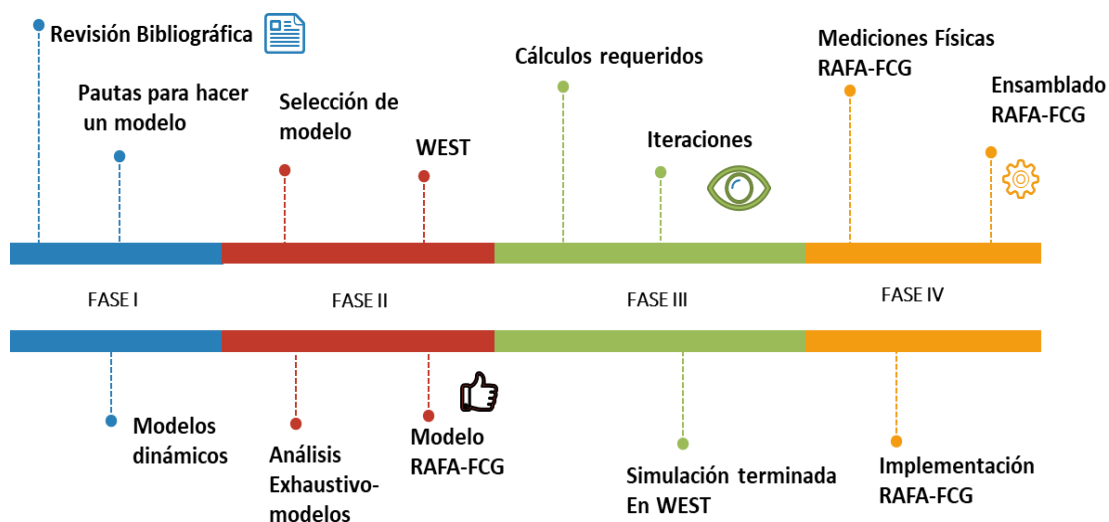






Figura 4: Diagrama de flujo de la metodología general

### 5.1. Fase I: Pautas para desarrollar un modelo matemático

Tomando en cuenta la dificultad que puede llegar a tener el desarrollo de ecuaciones diferenciales en la modelación matemática, esta fase explica a detalle cada uno de los procedimientos generales que se necesitan para la implementación de un modelo cinético. Comenzando desde los diferentes tipos de modelos que existen, las componentes y las cinéticas de remoción que conllevan, el esquema general (sistema de ecuaciones) necesario para elaborar el balance de masas que generan cada una de las ecuaciones diferenciales y, por último, su representación en forma matricial. Posteriormente, a manera de complemento se mencionan algunos paquetes informáticos específicos para simulación de procesos de tratamiento de aguas y detalles generales de calibración y validación de modelos matemáticos. La Tabla 2 muestra los pasos necesarios para desarrollar un modelo matemático.

**Tabla 2. Pautas para desarrollar un modelo Matemático**

<b>1. Elección de variables de estado</b>
<b>2. Procesos cinéticos</b>
<b>3. Balance de masas</b>
<b>4. Ecuaciones diferenciales del modelo</b>
<b>5. Simulación</b>
<b>6. Calibración</b>
<b>7. Validación</b>
<b>8. Complejidad de un modelo</b>
<b>9. Ejemplos</b>

Fuente: elaboración propia

La revisión bibliográfica brindó las bases necesarias para describir de la mejor manera cada uno de los temas presentados en la Tabla 2. Se espera que quien lea este documento adquiera los conocimientos básicos para poder elaborar o desarrollar un modelo matemático para el tratamiento biológico de aguas residuales. Cabe mencionar que la revisión bibliográfica permitió determinar los tipos de modelos matemáticos que podrían adaptarse a las condiciones de funcionamiento del estudio de caso seleccionado; lo cual se menciona en el siguiente apartado.

### 5.2. Fase II: Desarrollo de modelo matemático



En esta etapa se desarrolla e implementa en el software Matlab/Simulink, un modelo matemático que incorpora al reactor UASB y a los FCG en conjunto. Este modelo sirve para describir el comportamiento en estado no-estacionario del sistema RAFA-FCG y con el cual se pueden determinar las mejores condiciones de funcionamiento y remoción de los contaminantes presentes en el agua residual.

Por otra parte, para el desarrollo del modelo se deben tomar en cuenta principalmente los siguientes factores: componentes (variables de estado), balances de materia, tasas de utilización de sustrato, cinética de crecimiento bacteriano, composición del afluente y efluente del reactor y de los filtros, condiciones de flujo, facilidad de implementación en software de programación, etc. A continuación, se presentan las variables que se analizarán para el comportamiento dinámico del modelo:

- Caudales en las diferentes líneas de conducción propuestas
- El sustrato tanto en el afluente como en el efluente del reactor UASB
- Biomasa
- pH

Estas variables serán la base para determinar cuáles ecuaciones diferenciales, obtenidas de la exhaustiva revisión bibliográfica, puedan adaptarse a este estudio.

Aunado a lo anterior, es importante la implementación de muestreos y análisis de los parámetros de mayor interés, esto con el fin de determinar el comportamiento dinámico del RAFA-FCG. Para este estudio se pretende analizar DQO, DQO soluble, Sólidos suspendidos totales, Sólidos suspendidos volátiles, Sólidos disueltos totales, Temperatura y pH. Consecuente a esto, se presenta en la Tabla 3 los puntos de muestreo en los que determinan las diferentes variables del modelo y la frecuencia propuesta de análisis.

**Tabla 3. Implementación de muestreos**

<i>Punto de muestro</i>	<i>Parámetros por determinar</i>	<i>Frecuencia de análisis</i>
<i>Afluente UASB</i> <i>Efluente UASB</i> <i>Efluente FCG 1</i> <i>Efluente FCG 2</i>	DQO, DQOs, SST, SSV, ORP, Salinidad, temperatura y pH	Una muestra diaria de cada punto



La tabla descrita anteriormente menciona los diferentes muestreos que se deben llevar a cabo, los parámetros a evaluar y la frecuencia de análisis; sin embargo, por cuestiones derivadas de la pandemia ocasionada por el SARS-COV2, no fue posible realizar la puesta en marcha y estabilización del reactor propuesto en la PTAR Norte, por lo que los datos necesarios para el modelo matemático se obtuvieron de un proyecto de investigación llevado a cabo en el Laboratorio de tratamiento de aguas residuales del Departamento de Ingeniería Ambiental, en el cual se simulaban las condiciones de operación de la PTAR Pesquería 2 a escala piloto.

Para la obtención de las ecuaciones diferenciales del modelo, se realiza una revisión bibliográfica exhaustiva y en caso de no encontrar modelos o conjuntos de ecuaciones aplicables a las variables a analizar en esta investigación, cabe la posibilidad de adecuarlas para aplicarlas al modelo; en caso de que no se puedan adecuar las ecuaciones encontradas, pueden deducirse mediante balances de masa. Cabe resaltar que para la implementación y calibración del modelo se utilizará el paquete de simulación Matlab/Simulink (versión R2019a).

### **5.3. Fase III: Ecuaciones diferenciales y Simulación**

Para la elaboración del modelo matemático se realizó un análisis basado en la revisión bibliográfica de artículos relacionados con la modelación matemática de reactores anaerobios y el flujo en medios porosos, esto con el fin de encontrar las ecuaciones con mayor semejanza a las características principales de nuestro estudio. Como complemento de esta revisión se implementó una discusión de los artículos revisados tanto para los reactores anaerobios como los de la filtración.

Se analizaron 20 publicaciones científicas para la discusión de reactores anaerobios y 12 para el filtro cerámico; determinando si cada uno de ellos cumple con las siguientes características principales:

- Tipo y número de ecuaciones cinéticas (variables de estado).
- Parámetros a ajustar.
- Complejidad computacional del modelo.

Es muy importante determinar –a primera instancia en publicaciones científicas– el tipo de ecuaciones cinéticas que utilizan, puesto que de acuerdo a las características de éstas se elige el programa de simulación, dependiendo si son diferenciales totales o parciales, implícitas o explícitas.



Se deben tomar en cuenta los parámetros del modelo, ya que a mayor número de parámetros mayor incertidumbre en los resultados; ya que resulta complicada la obtención de cada uno de dichos parámetros vía experimentación; por lo que generalmente se elige su valor típico y su rango de variación.

Es muy importante considerar la complejidad de los modelos en cuanto al tipo y número de ecuaciones y parámetros; si bien a mayor número de ecuaciones y parámetros los resultados pueden ser más exactos, estos requieren mayor número de determinaciones a analizar en laboratorio, así como experimentos específicos para determinar los valores de los parámetros cinéticos; enfoque que requiere la disponibilidad de una gran cantidad de recursos económicos, infraestructura de laboratorios y personal calificado para llevar a cabo dichas técnicas de experimentación.

Por lo anterior, se debe seleccionar o desarrollar un modelo sencillo que logre describir de manera adecuada el comportamiento dinámico requerido.

Por otra parte, como ya se mencionó en la sección 5.2, por cuestiones originadas por la pandemia COVID-19, se obtuvieron datos de operación correspondientes a dos PTAR existentes, el primero fue una evaluación de los principales parámetros fisicoquímicos (DQO, DQOs, SST, SSV, Q y Temperatura) medidos durante 96 días, comprendidos desde octubre de 2020 hasta enero de 2021, para un estudio piloto del laboratorio del Departamento de Ingeniería Ambiental del Instituto de Ingeniería Civil de la UANL, el agua residual muestreada proviene del afluente a la PTAR Pesquería 2, dichas determinaciones se presentan en el Anexo B de este trabajo.

La segunda simulación realizada en este trabajo se realizó empleando los datos de operación de la PTAR Norte, correspondientes a un periodo de 123 días de medición de los principales parámetros fisicoquímicos DQO, SSV y caudal afluente al tren de tratamiento No. 1, considerando los valores de diseño del sistema RAFA-FCG, esto con la finalidad de representar una simulación lo más semejante a las condiciones reales de aplicación del sistema RAFA-FCG a la PTAR Norte.

A continuación, se presentan las variables utilizadas y valores cinéticos para la simulación del presente modelo:

**Tabla 4. Datos para simulación N°1**

<i>Volumen</i>	7.56	L
<i>Caudal</i>	24	L/día
<i>*DQO*</i>	Muestreo 96 días	g/L
<i>*SSV*</i>	Muestreo 96 días	g/L

En la Tabla 5, se pueden observar algunos de los datos necesarios para proceder a la simulación. Así mismo se muestra que el volumen y el caudal son datos que presenta el RAFA-FCG, la DQO y los SSV fueron datos muestreados y medidos durante 123 días en la Planta Norte de Monterrey, NL. De igual manera los valores  $X_i$ ,  $X_e$  y  $X_{ch}$ , concentración de biomasa en el afluente, en el efluente y metanogénica respectivamente; para los cuales se presentan valores típicos tomados de la bibliografía especializada de reactores UASB. Los datos medidos para DQO y SSV se presentan en el Anexo B.

**Tabla 5. Datos para simulación N°2**

Volumen	700	L
Caudal	21600	L/día
*DQO*	Muestreo 123 días	g/L
*SSV*	Muestreo 123 días	g/L
Biomasa afluente ( $X_i$ )	20% de SSV	g/L
Biomasa efluente ( $X_e$ )	5% de $X_r$	g/L
Biomasa metanogénica ( $X_{ch}$ )	20% de $X_r$	g/L

**Tabla 6. Datos para simulación (Cinéticos)**

$K_s$	33.33	día <sup>-1</sup>
$K_d$	0.04	día <sup>-1</sup>
$\mu_{max}$	0.333	día <sup>-1</sup>
$Y$	13.33	g/g
$Y_p$	5.3	g/g
$\mu_{maxcH}$	80% de $\mu_{max}$	día <sup>-1</sup>

Los datos cinéticos evidenciados en la tabla anterior fueron valores óptimos de tratamiento según [86] [91], siendo  $K_s$  la constante de saturación de sustrato,  $K_d$  el coeficiente de desintegración endógena,  $\mu_{max}$  es la tasa máxima de crecimiento microbiano,  $Y$  es el coeficiente de rendimiento de crecimiento,  $Y_p$  el coeficiente de rendimiento para el metano y  $\mu_{maxcH}$  la Tasa máxima de crecimiento microbiano de la biomasa que se transforma en metano.

#### 5.4. Fase IV: Ensamblado del sistema RAFA-FCG propuesto

En esta fase se iniciará la puesta en marcha a escala real del RAFA-FGG propuesto, es decir, se pondrá en funcionamiento el filtro cerámico adherido al reactor evaluando su desempeño en condiciones reales de operación, además se tendrán en cuenta muestreos para

determinar el comportamiento dinámico y las características fisicoquímicas que se pueden presentar en este proceso.

Aunado a lo anterior, se utilizará un Reactor anaerobio de tipo UASB. Estos reactores trabajan en ausencia de oxígeno, para su funcionamiento básicamente el afluente ingresa por el inferior del reactor, consecuentemente las bacterias anaerobias realizan los procesos de hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis y metanogénesis; su efluente se extrae por la parte superior del reactor.

En la Figura 5 y 6 se muestra el reactor antes de ser ensamblado.



*Figura 5. RAFA no ensamblado*



*Figura 6. Vista superior e inferior del RAFA.*

El reactor se complementará con un sistema de dos filtros cerámicos elaborados con la mezcla homogénea de 3 diferentes materiales: 1) Barro old mine #4 kentucky, 2) subproducto de la fundición de cobre y 3) polvo residual de tabiques de barro recocido. Para este estudio se utilizarán dos filtros de igual composición, pero de diferentes características físicas con el fin de determinar si su eficiencia varía con respecto al espesor del filtro y de ser así, en qué proporción.

A continuación, se muestra en la Tabla 3 las dimensiones físicas del reactor anaerobio de flujo ascendente, así como de los dos filtros cerámicos.

**Tabla 7: Condiciones físicas del RAFA-FCG**



Unidad	Altura (cm)	Diámetro interno (cm)	Diámetro externo (cm)	Volumen (L)
UASB	500	42.5	44.7	700
FCG 1	30.0	16.0	18.0	6.00
FCG 2	30.0	15.0	18.0	5.00

Para el adecuado funcionamiento del reactor se necesitará de bacterias anaerobias que trabajen bajo las condiciones a implementar, generalmente en reactores UASB se pueden utilizar los géneros: *Clostridium*, *Peptococcus anaerobus*, *Methanobacterium*, *Methanobacillus*, entre otras. Las cuales deben ser ingresadas al reactor como inóculo, encontrando en estos consorcios bacterias sulfato reductoras y metanogénicas.

Por otra parte, el FCG fue elaborado de una forma cilíndrica cubierto por arcilla cerámica. en la Figura 7 y 8 se muestran los filtros cerámicos en estudio.



Figura 7. FCG1



Figura 8. FCG2

#### 5.4.1. Características del Barro Old mine #4 Kentucky

Este material es considerado como un grano fino de excelente resistencia y plasticidad, utilizado regularmente en las industrias [60]. En la tabla 4 se muestra detalladamente la composición de dicho material.

Tabla 8. Composición del Barro Old mine #4 Kentucky

INGREDIENTE	% PESO (APROXIMADO)
KAOLIN	60-90%

QUARZO - SILICA CRISTALINA	10-30%
DIOXIDO DE TITANIO	1-5%
AGUA	1-20%

A continuación, se muestra en la Figura 9 una imagen representativa del barro Old mine #4 Kentucky.



Figura 9: Barro Old mine #4 Kentucky

(Fuente: <https://glazy.org/materials/15298>)

#### 5.4.2. Características de subproductos de la fundición de cobre

Este material se encuentra a la salida de todas las plantas metalúrgicas que implementen un sistema de fundición de cobre, [61]. Dependiendo de la naturaleza de los minerales, de los fundentes, de las condiciones de operación entre otros factores, los principales óxidos presentes en las escorias son:

- Óxido de hierro: 30 a 40%
- Oxido de Sílice: 35 a 40%
- Oxido de Calcio: Hasta 10 %
- Oxido de aluminio: no más del 10%

La Figura 10 muestra las formas en las que se puede encontrar la escoria de cobre después de un proceso piro metalúrgico.





Figura 10. Escoria de Cobre

(Fuente: <http://tesis.uson.mx/digital/tesis/docs/20613/Capitulo1.pdf>)

#### 5.4.3. Características de subproductos de la producción de tabiques de barro recocido

El tabique de barro recocido es conocido como un tipo de pieza de mampostería en forma de prisma con una geometría rectangular [62]. Este material se encuentra compuesto por tres elementos básicos que son:

- Suelos de materiales finos (arcillas o limos)
- Arena
- Agua

Los residuos se trituran y se tamizan para hacerlos homogéneos al barro OMK#4. En la Figura 11 se presenta una imagen de los subproductos característicos que se pueden reutilizar para la fabricación del dispositivo filtrante.



Figura 11. Residuos de la fabricación de tabiques de barro recocido

(Fuente: Robayo-Salazar *et al.*, 2016)

#### 5.4.4. Lavado de FCG

El lavado de los filtros se realizará por un sistema de gravedad a flujo inverso, mediante un sistema de válvulas con doble salida, las cuales regularán el flujo según sea necesario. Cabe resaltar que en ningún momento deben estar abiertas las dos válvulas de la salida de cada filtro, tanto en el momento de limpieza como el de funcionamiento del filtro, solo puede haber una válvula abierta en cada uno. En la Figura 12 se presenta el sistema de doble salida de agua que ayudará a que mejore el proceso de lavado de los filtros.



*Figura 12. Sistema de doble salida de FCG*

El funcionamiento del sistema de válvulas permite la retención de sólidos provenientes del efluente del reactor anaerobio, para posteriormente poderlos reutilizar en el proceso de tratamiento de aguas, además de como se había mencionado, servirá para el lavado del filtro y en cualquier momento que ocurra algún imprevisto, este sistema ayudará a cerrar o abrir el flujo dependiendo de la situación que ocurra.

#### 5.4.5. Funcionamiento del RAFA-FCG

El proceso de tratamiento de aguas residuales se realizará de la siguiente manera (Figuras 13 y 14):

El agua residual entra por la zona inferior del reactor anaerobio tipo UASB (1), realizando un comportamiento ascendente hasta llegar a su punto de descarga (2). Dentro del reactor, el agua residual se pone en contacto con la biomasa llevándose a cabo reacciones de hidrólisis, acidogénesis y metanogénesis, obteniendo al final biogás (3) y agua residual tratada. El efluente de este reactor es enviado y distribuido por una serie de tuberías (4) hacia el sistema de filtración. En este momento, el agua realiza un movimiento descendente por efectos de la gravedad, hasta llegar a los filtros cerámicos (5). Posteriormente el agua tratada entra en

contacto en cada uno de los filtros, que con ayuda de la carga hidráulica será filtrada, obteniéndose así un postratamiento adicional al realizado por el reactor UASB. Las partículas retenidas por los filtros que poco a poco irán obstruyendo sus poros interiores serán lavados y retornados al sistema de bombeo por las descargas inferiores (6). El proceso de lavado se explicó en el apartado 5.1.4.

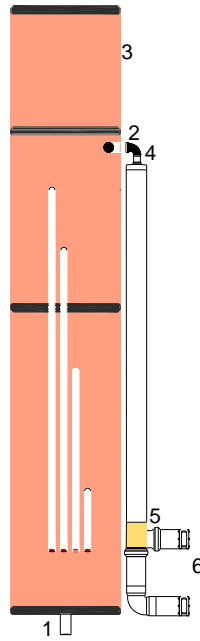


Figura 13. Vista preliminar RAFA-FCG

(Fuente: elaboración propia)

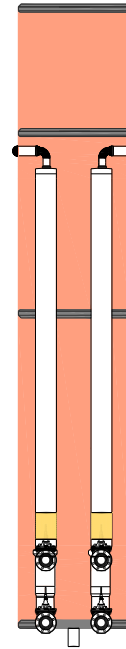


Figura 14. Vista Frontal RAFA-FCG

## 6. Resultados

### 6.1. Desarrollo de las etapas propuestas

La modelación se define como un instrumento que permite representar una aproximación a la realidad de un proceso expresado matemáticamente en medios virtuales o softwares, teniendo como finalidad la optimización de los mismos procesos puestos en estudio [63]. Cabe resaltar que dentro de este ámbito también existe la modelación estacionaria que es utilizada en los diseños ya sean de plantas de tratamiento, estructurales, etc. Para realizar un modelo ya sea relacionado en plantas de tratamiento es necesario conocer los componentes que afectan o que le dan dinámica al mismo proceso, las expresiones cinéticas, la matriz de petersen, simulación de ecuaciones en softwares y calibración de este; de manera general se explicarán algunas de estas especificaciones necesarias para elaborar un modelo matemático.



### **6.1.1. Modelos estacionarios**

Los modelos estacionarios o *steady-state model*, son frecuentemente usados en el diseño de sistemas de tratamiento de aguas residuales que, a diferencia de los modelos dinámicos, estos describen una relación equilibrada entre variables del modelo independientes del tiempo. Además, son mayormente utilizados en condiciones promedio durante un periodo de tiempo amplio. Así mismo se conoce que los modelos estacionarios están relacionados por escalas de tiempo ya sean de días o semanas dependiendo de cada proceso, por consiguiente, de manera general se puede decir que estos modelos en el tratamiento de aguas residuales son útiles para el dimensionamiento y evaluaciones invariantes en el tiempo. [64]

### **6.1.2. Modelos dinámicos**

A diferencia de los modelos estáticos, la modelación dinámica se refiere básicamente al uso de ecuaciones diferenciales que describan las variaciones en función del tiempo o periodo de simulación. Estos modelos implementan entradas que varían en el tiempo, ya sea cambios en la tasa de flujo, concentraciones en el afluente, sustrato, biomasa, entre cualquier otro proceso que varíe con el tiempo. Estimando la respuesta dinámica del proceso. Así mismo, los modelos dinámicos pueden realizar cambios en la operación en el proceso de ser necesario, buscando así una optimización del mismo. De manera general, esta modelación dinámica puede ser usada para generar soluciones de los estados estacionarios instantáneos, es decir que cuando se resuelve numéricamente un modelo dinámico o se ejecuta en un software por un tiempo determinado, se obtienen soluciones de estados estacionarios momentáneos [64].

### **6.1.3. Componentes (Variables de estado) y procesos**

Como base principal de la modelación matemática se deben conocer los componentes y procesos que se encuentran en el tratamiento de aguas residuales. En un ejemplo simple, dos componentes muy importantes son el sustrato y la biomasa, el primero conocido como un componente del agua residual que sirve de alimento a la biomasa. En un proceso heterótrofo, su concentración podría medirse a través de la demanda bioquímica de oxígeno ( $DBO_5$ ) debido a la presencia de materia orgánica en el agua residual [16]. El componente biomasa se conoce como un Cultivo de microorganismos heterótrofos que se alimentan de la materia orgánica biodegradable del agua residual [16]. Cabe resaltar que es posible que se encuentren más componentes en un modelo como el oxígeno y que cada uno de ellos puede ser más complejo dependiendo en la forma que se presente. Estos componentes son conocidos como las variables de estado en los procesos y presentan una información de entrada en el funcionamiento del modelo. Por otra parte, dentro del tratamiento de aguas residuales en reactores anaerobios se pueden encontrar diversos procesos biológicos como lo pueden ser la hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis, metanogénesis, en las que su inclusión dependerá de la complejidad y alcances de cada modelo.

### **6.1.4. Variables compuestas**

Convencionalmente en las PTAR, se suelen usar aquellos parámetros del influente que son fáciles de medir, como lo es la DBO, DQO, SST, entre otros. Estos parámetros son utilizados para conocer el comportamiento de las aguas residuales y algún diseño de operación, pero cabe resaltar que estos datos no proveen una información completa para

conocer el comportamiento de las aguas residuales en su totalidad. Para su total conocimiento se debe desglosar o fraccionar cada una de estas variables de estado. En este caso la DQO se fraccionaría en soluble, particulada y coloidal, y cada una de ellas en biodegradables y no biodegradables formando así un sistema conjunto y más complejo. A manera de ejemplo se muestra a continuación las variables que componen la variable compuesta de la DQO. A manera de ejemplo se muestra en la siguiente figura las fracciones en las que se puede dividir la DQO. [65]

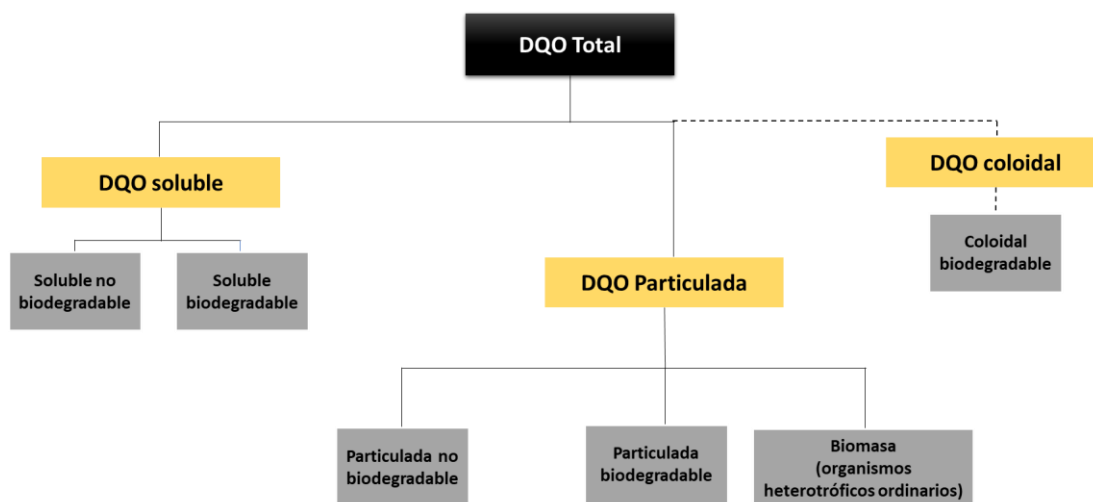


Figura 15. fracciones de la DQO

Fuente: adaptado de Wastewater Treatment Process Modeling

### 6.1.5. Procesos Cinéticos

Las expresiones cinéticas describen la tasa de cambio de las variables de estado en un modelo. Un modelo básico de dos componentes tiene como mínimo dos procesos básicos:

- El crecimiento de la biomasa: Este proceso se encarga del consumo del sustrato y del crecimiento de la biomasa.
- La muerte de la biomasa (lisis de los microorganismos): Este proceso determina una escasez en el crecimiento de la biomasa obtenida anteriormente. [66]

Una de las cinéticas de crecimiento bacteriano más conocida es la de Jacques Monod en 1942 [Monod] siendo el primero en introducir el concepto de sustrato limitante en el crecimiento

$$\mu = \mu_{max} \frac{S_i}{K S_i + S_i}$$



### Ecuacion 1. Monod

Donde:

$\mu$  = Velocidad específica de crecimiento ( $t^{-1}$ )

$\mu_{max}$  = Velocidad máxima específica de crecimiento ( $día^{-1}$ )

S = Concentración del sustrato (g/l)

$KS_i$  = Coeficiente de semisaturación para el sustrato ( $Kg/m^3$ )

El significado físico de los parámetros mencionados anteriormente es el siguiente: " $\mu_{max}$ " representa la velocidad máxima específica de crecimiento de los microorganismos para la condición donde el sustrato no limita el crecimiento, " $KS_i$ " hace referencia a la concentración del sustrato I que hace que la velocidad específica de crecimiento sea la mitad de su valor máximo. Aunado a lo anterior, otro de los procesos relacionado con Monod es la utilización del sustrato evidenciado a continuación:

$$r_{su} = \frac{1}{Y} \mu_{max} \frac{S_i}{KS_i + S_i} Xe$$

Ecuación 2. Velocidad de utilización del sustrato

Donde:

$r_{su}$ : Velocidad de utilización del sustrato ( $gDBO_5/m^3d$ )

Y: Factor de rendimiento de la biomasa g SSV/ (g  $DBO_5$ )

Xe: Concentración de SSV

Fuente: Escalas A (2005).

### 6.1.6. Matriz de Petersen para variables y procesos cinéticos

En ocasiones, cuando se presentan algunos modelos complejos estos tienden a tener un mayor número de procesos cinéticos en cada uno de sus componentes, es decir para cada componente, un número de procesos intervienen en el término sumatorio de procesos cinéticos. De tal manera, esta cantidad de procesos a la hora de obtener las ecuaciones diferenciales tienden a confundir e incluso a cometer algunas equivocaciones, para lo cual se debe utilizar alguna técnica que ayude a elaborar las ecuaciones diferenciales de muchos procesos como en este caso lo es la matriz de Petersen. En esta matriz, se representan los componentes del modelo en la fila superior, mientras que los procesos cinéticos se recogen en la columna de la izquierda (nombre del proceso) y en la columna derecha (ecuación cinética) [67]. A continuación, se observa un ejemplo de la matriz de Petersen.

Tabla 9. Ejemplo Matriz de Petersen

	Componentes		
Procesos	S	Xe	Velocidad de reacción



Crecimiento de la biomasa	$-\frac{1}{Y}$	1	$\mu_{max} \frac{S}{K_S+S} X_e$
Metabolismo endógeno		-1	$K_d X_e$

El funcionamiento de esta matriz a manera de ejemplo es muy sencillo, se debe multiplicar elemento a elemento la columna de cada uno de los componentes por la columna de ecuaciones cinéticas (Velocidad de reacción) y sumando los productos. Al sumar estos productos para cada uno de los procesos se obtiene el término sumatorio de procesos cinéticos concerniente a este balance.

En este ejemplo se puede observar a continuación la solución para el componente  $X_{v,a}$ :

$$(1) * \mu_{max} \frac{S_e}{K_S + S_i} X_{v,a} + (-1) * K_d X_e$$

Ecuación 3. Solución de Matriz de Petersen para la biomasa

Por consiguiente, para el sustrato sería de la siguiente manera:

$$\left(-\frac{1}{Y}\right) * \mu_{max} \frac{S_i}{K_S + S_i} X_{v,a} + (0) * K_d X_e$$

Ecuación 4. Solución de Matriz de Petersen para el sustrato

Fuente: Escalas A (2005).

Es notorio que para solo dos procesos cinéticos no se hace necesario realizar la matriz de Petersen, sin embargo, si pensamos que en vez de 2 procesos y 2 componentes haya 15 procesos y 10 componentes, en ese caso si se notaría la importancia y la necesidad de implementar este tipo de técnicas en la modelación matemática.

### 6.1.7. Obtención de ecuaciones diferenciales para el modelo

Las ecuaciones diferenciales se obtienen con ayuda los procesos cinéticos y la estequiometría, pero también dependen de las variables de estado a utilizar e incluso de la complejidad y la cantidad de cada una de estas ecuaciones. Es por esto la importancia de determinar que variables de estado entran en tu modelo, aun así, se puede representar de manera general cómo se elaboran dichas ecuaciones a posteriori de lo que se ha mencionado anteriormente [16]. A continuación, se muestra el balance diferencial A (dinámico) de una variable de estado en el reactor biológico:





$$\Sigma \left\{ \begin{array}{l} \text{Flujos másicos} \\ \text{de entrada por} \\ \text{unidad} \\ \text{de tiempo/g/d} \end{array} \right\} - \Sigma \left\{ \begin{array}{l} \text{Flujos másicos} \\ \text{de salida por unidad} \\ \text{de tiempo.g/d} \end{array} \right\} + \Sigma \left\{ \begin{array}{l} \text{Términos} \\ \text{Cinéticosg/d} \end{array} \right\} = \Sigma \left\{ \begin{array}{l} \text{Acumulación de} \\ \text{materia por} \\ \text{unidad de tiempo/g/d} \end{array} \right\}$$

Ecuacion 5. balance general de una variable de estado

Continuando con el ejemplo evidenciado en la matriz de petersen y explicado por Escalas a 2004, para la obtención de las ecuaciones diferenciales, primero que todo los flujos másicos de entrada se expresan como el caudal o gasto volumétrico ( $m^3/d$ ) multiplicado por la concentración de entrada ( $g/m^3$ ). Además, los procesos cinéticos (matriz de Petersen) son sumados o restados dependiendo de si afecta positiva o negativamente. Por último, el término acumulación o velocidad de acumulación es expresado como la derivada con respecto al tiempo de la componente o cantidad acumulada ( $\frac{d}{dt}$ ).

Para el caso del sustrato, la ecuación diferencial se obtiene de la siguiente manera:

$$\Sigma \left\{ \begin{array}{l} \text{Entrada} \\ \text{de sustrato} \end{array} \right\} - \Sigma \left\{ \begin{array}{l} \text{Salida de} \\ \text{Sustrato} \end{array} \right\} + \Sigma \left\{ \begin{array}{l} \text{Términos} \\ \text{Cinéticos} \end{array} \right\} = \Sigma \left\{ \begin{array}{l} \text{Acumulación de} \\ \text{Sustrato por} \\ \text{unidad de tiempo/g/d} \end{array} \right\}$$

Ecuacion 6. Balance general del sustrato

De la ecuación y la información anterior se obtiene que:

$$Q_1(S_i - S) - V \frac{1}{Y} u_{max} \frac{S_i}{KS_i+S_i} X_e = V \frac{ds_i}{dt}$$

Ecuacion 6.1

V= Volumen (l)

S<sub>i</sub>= Concentración de sustrato a la entrada (g/l)

S= Concentración de sustrato a la salida (g/l)

Se puede observar en la anterior ecuación la entrada y salida de sustrato expresada en caudal(Q<sub>1</sub>) con las entradas (S<sub>i</sub>)y salida (S) de los sustratos, además se puede ver la expresión cinética del sustrato obtenida por la matriz de Petersen y por último la acumulación que viene siendo la derivada del sustrato con respecto al tiempo. Ahora bien, despejando la derivada se obtiene la ecuación diferencial para el sustrato.

$$\frac{ds_i}{dt} = \frac{Q_1}{V} (S_i - S) - \frac{u_{max}}{Y} \frac{S_i}{KS_i+S_i} X_e$$

Ecuacion 6.2

Esta vendría siendo la ecuación diferencial utilizada para conocer el comportamiento dinámico del sustrato en los procesos biológicos de tratamiento de aguas residuales. Cabe



resaltar que al obtener el conjunto de ecuaciones diferenciales se procede a implementarlas dentro de los softwares matemáticos.

### 6.1.8. Soluciones numéricas

Cuando se simulan algunas condiciones, todas las ecuaciones diferenciales del modelo matemático estudiado deben solucionarse simultáneamente por algoritmos de integración. Esto significa que las derivadas conformadas anteriormente deben ser evaluadas y pasadas al integrador. Para la solución numérica del modelo se debe conocer primero que todo si se está hablando de un modelo estacionario o dinámico, para este caso (modelo dinámico), se utilizan algunos métodos como Runge-Kutta, Gear, Euler, Adams Moulton, entre otros. [16][8].

Por lo general, se requiere de un programa especializado para la resolución de las ecuaciones del modelo. Unos de estos softwares podrían ser ACSL Model o MATLAB puesto que son programas propietarios que incorporan la resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias, con instrucciones de integración de alto nivel, incorporando algoritmos de integración. Existen programas especializados en la modelación de tratamiento de aguas residuales, que traen incorporan las ecuaciones típicas de cada unidad, así como los algoritmos de resolución: GPS-X, ASIM, WEST [69].

#### ➤ **Calibración y Validación**

Después de obtener las soluciones numéricas del modelo en estudio, este debe ser validado y calibrado. La calibración suele hacerse con el fin de describir con precisión el rendimiento del proceso del tratamiento en estudio, es decir que la validación y la calibración buscan aproximar en lo posible, los resultados obtenidos en el modelo con relación a los datos reales. Un modelo bien calibrado puede ser usado para investigar el efecto de cambios en la configuración de los procesos del modelo y cambios en la composición y resistencia del agua residual.

La validación por su parte ocurre después de tener el modelo calibrado para así igualar el rendimiento durante un periodo de tiempo diferente o durante condiciones operativas específicas. De la misma manera, la calibración puede incluir la modificación de parámetros del modelo como la cinética, pero la validación sirva para confirmar estas modificaciones [70].

#### ➤ **Complejidad del modelo**

La complejidad de un modelo relacionado al tratamiento de aguas residuales depende mucho de las características del proceso. Se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:



- ❖ conocer el funcionamiento químico y biológico de cada proceso para saber qué tipo de ecuaciones se deben emplear
- ❖ Determinar la cinética que más se adapte al estudio realizado.
- ❖ Entre más variables de estado más complejo el modelo.
- ❖ Entre mayor sea el orden de las ecuaciones más complejo es el modelo.

Por otra parte, existen modelos matemáticos ya desarrollados, y paquetes informáticos gratuitos o comerciales que permiten resolverlos. En el caso de que no se tenga la facilidad de pagar estos modelos, se requiere implementar las ecuaciones del modelo, el sistema de entrada de datos y representación de resultados o en su debido caso tomar ecuaciones realizadas por otros autores y adaptarlas a las condiciones de tu estudio, lo cual claramente le agregaría una dificultad a la modelación. El número de componentes y procesos cinéticos involucrados en el modelo repercute también en la complejidad de las ecuaciones, en su solución y en el número de parámetros involucrados. [16] [71]. A continuación, se presenta un esquema general de los pasos a seguir para desarrollar un modelo matemático de forma general

### **6.1.9. Esquemática general de la modelación**

Para entender un poco más del componente básico de la modelación a continuación se presenta un esquema general en forma de resumen de la generación de modelos matemáticos en procesos de tratamiento de aguas residuales.

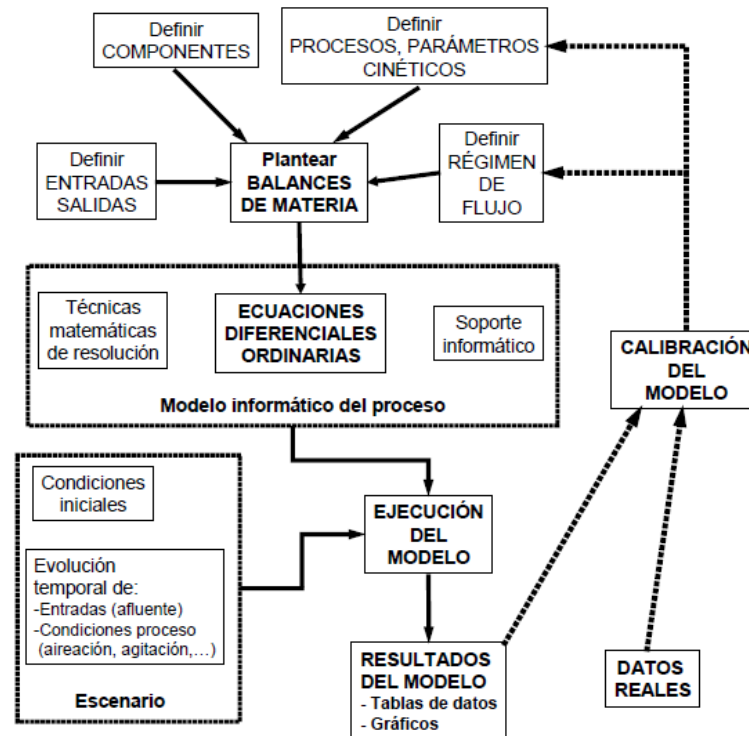


Figura 16. Esquema general de cómo implementar la modelación de procesos biológicos

(Fuente: Escalas A, 2005)

Como se mencionó anteriormente, es muy importante definir las componentes o variables de estado de un modelo; al momento de ser definidos en conjunto con los procesos cinéticos biológicos se proceden a plantear los balances de materia. Estos balances se forman en ecuaciones diferenciales ordinarias con ayuda de la matriz de Petersen tal como fue explicado en enunciados anteriores. Ahora bien, después de obtener las ecuaciones diferenciales, estas proceden a ser ejecutadas por software matemáticos (agregando información de entrada) obteniendo como resultado el comportamiento dinámico del proceso o funcionamiento puesto en marcha (gráficos). Normalmente la información inicialmente agregada al modelo no es suficiente para obtener resultados cercanos a la realidad, para esto se debe calibrar y validar dicho modelo que generalmente consiste en agregar información real (muestreos en laboratorio) del proceso en funcionamiento para así obtener resultados del modelo un poco más cercano a la realidad. Por último, se calcula porcentualmente que tanto se acercan los resultados del modelo a la realidad para así poder definir la funcionalidad del mismo.

## 6.2. Implementación del Modelo Matemático

### 6.2.1. Reactor UASB

Después de una revisión bibliográfica acerca de los modelos matemáticos realizados por diferentes autores, se lograron identificar algunas ecuaciones cinéticas y balances de materias, comprendidos por ecuaciones diferenciales, “como las implementadas por



Andrews *et al.* [71], que asumieron la digestión del sustrato como sustancias orgánicas disueltas, siendo estas convertidas en metano por procesos de acidogénesis y metanogénesis. Otros investigadores implementaron modelos de digestión anaerobia describiendo el comportamiento dinámico hasta la producción de biogas, pero solo utilizando el proceso de metanogénesis [72]. Denac [73], por su parte, agregó a estos modelos el paso de la acetogénesis para la conversión de propionato en acetato, denotado en los sistemas de digestión anaerobia y la cinética de Monod.

Algunos estudios [74], elaboraron modelos con comportamientos más completos, incluyendo un paso precedido a la metanogénesis y a la acidogénesis, denominado como hidrólisis expresando para ello una cinética específica del comportamiento de ésta.

Moletta [75], por su parte, desarrolla un modelo dinámico matemático que expresa dos pasos del proceso de digestión anaerobia, las bacterias acidogénicas y las metanogénicas. El modelo se probó con dos tipos diferentes de aguas residuales y se logró simular la dinámica del metano en diferentes condiciones operativas.

Bastone [76], elaboró uno de los modelos más conocidos para determinar el comportamiento dinámico de la digestión anaerobia, denominado como ADM1 (*anaerobic digestion model* No. 1), que es considerado como un modelo complejo que describe el comportamiento bioquímico y físico de la digestión anaerobia”

Lohani *et al.* [50], demostró por medio de dos ecuaciones diferenciales, el comportamiento dinámico de la concentración de sustrato soluble y particulado en reactores UASB. De manera muy similar Tamayo *et al.* [77], hace una modificación sobre las ecuaciones dinámicas del reactor continuo de mezcla completa (CSTR), puesto que en relación con la biomasa no se puede configurar como un reactor UASB, para simular la dinámica de dicho reactor con relación al consumo de sustrato y crecimiento biológico.

Otro de los modelos aplicables a este estudio, es el presentado por Seghezzi *et al.* [78]. En esta investigación se logró simular la digestión anaeróbica de efluentes orgánicos en reactores UASB, siendo este un posible complemento de los estudios que describen la dinámica interna de un reactor. Para así, obtener un modelo matemático más preciso y detallado. Sossa [79], también simuló el tratamiento anaerobio de efluentes industriales en un reactor UASB, pero simplificó el modelo ADM1 de 32 componentes, con el fin de generar una respuesta mucho más sencilla; enfoque que se podría utilizar en la presente investigación.

Fatma [80], implementa un modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de los filtros anaerobios (AF, *por sus siglas en inglés*) a escala piloto. El estudio se basó de modelos realizados anteriormente como los de Andrews y aplicado principalmente en aguas residuales provenientes de procesos industriales. El modelo consta de 12 ecuaciones basadas



en la cinética de crecimiento de Monod, además lograron pronosticar la eficiencia de tratamiento de los AF de estudios revisados.

Yu [81], hace una recopilación de diferentes modelos que han sido estudiados en la digestión anaerobia, entre ellos se encuentra el ADM1 [76], relacionado con la cinética de Monod [82], junto con otros posibles modelos cinéticos implementados con éxito para la digestión anaerobia [48][83][84]. Por consiguiente, su investigación destaca el comportamiento de la cinética de la hidrólisis del sustrato soluble, descrita por Michaelis-Menten [76], y Vavilin [84], además se demuestra la importancia de la acetogénesis y metanogénesis [85].

Enitan [86], desarrolla un modelo matemático para mejorar el tratamiento de las aguas residuales de una cervecería por medio de la producción de biogás utilizando un reactor UASB. La idea principal de este estudio fue la implementación de un modelo capaz de modificar la generación de metano incluyendo un balance de masas de tres variables importantes como lo son el comportamiento de la biomasa, sustrato y la producción de metano. El modelo logró reproducir e incrementar la producción de metano en un reactor UASB a escala real durante la fermentación anaerobia de las aguas residuales. Los resultados determinaron que las condiciones operativas del reactor y la composición de las aguas residuales tiene una fuerte influencia en la cinética del proceso de digestión. El modelo matemático simuló el efecto de la tasa de carga orgánica y temperatura en la óptima producción de metano.

Nugroho y Santoso [87], desarrollaron un modelo matemático que describe el comportamiento dinámico del sustrato y la biomasa en un reactor UASB, con el fin de simular sus efluentes y mejorar los procesos de remoción de contaminantes. Las ecuaciones del modelo se generan para determinar la tasa de concentración de sustrato y biomasa con respecto a la altura y tiempo de funcionamiento, cabe resaltar que el modelo fue ejecutado durante un tiempo de 400 días. El modelo pudo demostrar que el caudal del afluente afecta la concentración de biomasa liberada y que el caudal adecuado debe estar en un rango de 150-175 m<sup>3</sup>/h. Modelos similares han sido utilizados anteriormente por Matangue *et al.* [88], Bhunia y Ghangrekar [89].

Moguel *et al.* [90], implementan el diseño de un modelo matemático que muestra el comportamiento dinámico de la digestión anaerobia en las vinazas de tequila. Su principal aporte fue tener en cuenta el comportamiento del pH y de la temperatura en el momento de la simulación, desarrollando el estudio en un reactor batch a diferentes temperaturas (32 y 38°C) y pH (7 y 8). En este estudio se pudo deducir que el modelo podría ser ventajoso para reproducir el comportamiento de la tasa máxima de producción de metano y de carga orgánica.



A su vez, wardhani *et al* [91], desarrollaron un modelo matemático que logra describir el proceso de digestión anaerobia de residuos de frutas y verduras con el fin de optimizar su proceso. Para el modelo, este estudio utilizó ecuaciones de primer orden y modelos basados en la cinética de Monod, así como el método de Levenberg-Marquard presentando muy buenos resultados en los datos experimentales y los del modelo [92] [93].

De acuerdo con los modelos mencionados anteriormente y otros presentados en el Anexo 1, se escogerán como base aquellos procesos cinéticos, ecuaciones diferenciales y balances de materia que logren adaptarse a las bases de este estudio y al modelo a utilizar en MATLAB. Cabe resaltar que la simulación se llevará a cabo para aquellos procesos verificados con datos experimentales en este estudio. A continuación, en la Tabla 5 se presenta un resumen de modelos, su característica principal y sus ecuaciones más relevantes.

**Tabla 10. Recopilación de las principales ecuaciones diferenciales en RAFA**

Autor	Año	Descripción	Ecuación	N°Procesos	N°comp.
Andrews <i>et al</i>	1971	Balance del sustrato	$\frac{\partial S1}{\partial t} = \frac{F}{V} - \frac{F}{V} S1 + \frac{\mu}{YK} X1$	11	2
		Balance Dióxido de carbono Disuelto	$\frac{\partial (CO2)d1}{\partial t} = \frac{F}{V} (Co2)Do - \frac{F}{V} (Co2)D1 + Rb + Rc + Tg$		
Moletta	1986	Acidogénesis	$\frac{\partial S}{\partial t} = D(So - S) - \frac{Ds}{Dt} X1 - \frac{Ds}{Dt} o$	3	2
		Metanogénesis	$\frac{\partial A}{\partial t} = D(Ao - A) - \frac{DA}{Dt} X1 - \frac{DA}{Dt} X2 - \frac{DA}{Dt} m$		
Denac	1988	Modelo homogéneo	$\frac{\partial So}{\partial t} = \frac{F}{V} - (Se - So) + \sum_{n-R} rs$	5	1



<b>Seghezzo et al</b>	2001	Balance de masa para sustrato	$V \frac{\partial s}{\partial t} = Qs_o - Qs + rsV$		4
		Velocidad de cambio de concentración bacterias	$\frac{\partial x}{\partial t} = \mu X - \frac{X}{\theta}$		
		Velocidad de cambio de conc. de sustrato	$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{S_o - S}{\theta} - rs$		
		Balance de masa de microorganismos	$V \frac{\partial x}{\partial t} = QX_o - Qs + rxV$		
<b>Bastone</b>	2002	Fase líquida (ADM1)	$\frac{\partial s_{liq}^i}{\partial t} = \frac{q_{in} S_{in}^i}{V_{liq}} - \frac{S_{liq}^i q_{out}}{V_{liq}} + \sum_{j=1-19} P_j, V_{ij}$	32	1
<b>Tamayo R et al</b>	2005	Balance de Biomasa	$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{q}{V} (X_o - X_e) + \frac{\mu_{max} S}{K + S} X - Kdx$	5	2
		Balance de sustrato	$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{q}{V} (S_o - S_e) - \frac{\mu_{max} S}{Y(K + S)} X$		
	2007	Fase Biológica			2

<b>Fatma</b>			$\frac{\partial X1}{\partial t} = \frac{Q}{V} (X1o - X1e) + (\mu1 - k1d)X1$	17	
		Fase liquida	$\frac{\partial N2}{\partial t} = \frac{Q}{V} [(N2)Do - (No)D]Tgn2 +$		
<b>Bollon [94]</b>	2011	Reducción del Modelo	$\frac{\partial spro}{\partial t} = nl.pro p xsd - pspro$		1
<b>Yu L et al.</b>	2013	<b>Contois</b>	$\frac{-\partial S}{\partial t} = \frac{U_{max}xs}{Y (K_x X + S)}$		4
		Haldane	$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{U_{max}}{Y} \frac{SB}{K_s + S + S(S/K_I)^n}$		
		Vavilin	$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{KS}{K_s(S - S_o) + S}$		
		Menten	$\frac{\partial S}{\partial t} = KE \frac{S}{K_m + S} = V_m \frac{S}{K_m + S}$		
<b>Milanese Marco</b>	2014	Variación de los SST	$\frac{\partial [TSS]}{\partial t} = -r_{SS}$	5	4
		Sólidos hidrolizados	$\frac{\partial [HS]}{\partial t} = -r_{HS} - r_{TSS}$		
		Ácido acético	$\frac{\partial [ACET]}{\partial t} = -a_{ACET}r_{HS} + 2r_{BUT} + r_{PROP}r_{ACET}$		

		Ácido Butírico	$\frac{\partial [BUT]}{\partial t} = -a_{BUT}r_{HS} - r_{BUT}$		
<b>Enitan</b>	2015	Sustrato	$V \frac{\partial s}{\partial t} = QS_i - (\mu - K_d)V \frac{X_r}{Y} - QS_e$	3	3
		Biomasa	$\frac{\partial X}{\partial t} = QX_i + \mu X_r V - K_d X_r - QX_e$		
		Producción de metano	$B = B_0 \left[ \frac{K}{\frac{\mu_m \theta_h}{K_d \theta_h + 1} + (K - 1)} \right] Q$		
<b>Lohani et al.</b>	2016	Balance del sustrato	$\frac{\partial S1}{\partial t} = \frac{F}{V} - \frac{F}{V} S1 + \frac{\mu}{YK} X1$	3	2
		Balance Dióxido de carbono Disuelto	$\frac{\partial (CO_2)d1}{\partial t} = \frac{F}{V} (CO_2)Do - \frac{F}{V} (CO_2)D1 + Rb + Rc + Tg$		



<b>Sossa J etal</b>	2016	Ecuaciones de variación de balance másico	$\frac{\partial S_{i,l}}{\partial t} = V_{z,l} \frac{\partial S_{i,l}}{\partial z} = kla(S_{i,l} - S_{i,l}^*) + \sum P_{i,j}$	2	3
		Globalización del modelo de parámetro eliminando la variación espacial de la concentración en fase líquida	$\frac{\partial S_{i,l,k}}{\partial t} = \frac{1}{TRHk(t)} (S_{i,l,k-1} - S_{i,l,k}) - K_l a(S_{i,l} - P_{E_{DQO,l}} P_{gas,l} K_{H,l}) + \sum P_{i,j}$		
		Globalización del modelo para compuestos insolubles en fase líquida	$\frac{\partial X_{i,l,k}}{\partial t} = \frac{X_{i,l,k-1}}{TRS_{-1}(t)} - \frac{X_{i,l,k}}{TRS_k} + \sum P_{i,j}$		
<b>Wardhani</b>	2017	Biomasa	$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{U_{max} x s}{K_s + S}$	3	3
		Sustrato	$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{1}{Y} \frac{U_{max} x s}{K_s + S}$		
		Concentración metano producido	$\frac{\partial P}{\partial t} = Y_P \frac{U_{max} x s}{K_s + S}$		
<b>Gunawan Nugroho1</b>	2019	Biomasa- sin recirculación	$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{Q}{V_b} (X_o - X_e) + (\mu x - k_d x)$	2	4
		Sustrato sin recirculación de biomasa	$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{Q}{V_b} (S_o - S_e) - \frac{\mu x}{Y}$		

		Distribución de bacterias	$\frac{\partial X}{\partial t} = Dw \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} - v_{upw} \frac{\partial X}{\partial z} + \left( \frac{\mu_{max} S}{K + S} - kd \right) X$		
		Concentración de sustrato	$\frac{\partial s}{\partial t} = Dw \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} - v_{upw} \frac{\partial s}{\partial z} + \left( \frac{\mu \max X}{Y(K + S)} \right) S$		
<b>Moguel Jazel et al</b>	<b>2020</b>	Crecimiento Dinámico	$\frac{\partial X_h}{\partial t} = U_h X_h - Kd_h - X_h$	2	3
		Comportamiento dinámico del sustrato	$\frac{\partial S_1}{\partial t} = \frac{U_h X_h}{YX_{h/s1}}$		
		Crecimiento de la biomasa acidogénica	$\frac{\partial X_a}{\partial t} = U_a X_a - Kd_a - X_a$		

En la tabla anterior se resume la revisión bibliográfica de modelos desarrollados para la digestión anaerobia de aguas residuales. Cabe resaltar que se incluyeron sólo aquellas investigaciones que fueron consideradas como posibles aportaciones al presente proyecto y los más afines al mismo. Además, dicha tabla logra evidenciar cronológicamente los estudios realizados y sus respectivas ecuaciones diferenciales. Con base en esta recopilación de datos se escogerán las ecuaciones que más se asemejen al comportamiento dinámico del reactor UASB objeto de este estudio.

Con base en lo anterior, se pudo deducir que las ecuaciones diferenciales más afines a este estudio son las de Enitan [86], puesto que sus ecuaciones logran describir adecuadamente el comportamiento dinámico de la biomasa, el sustrato y la producción de metano. Además, las variables y datos de entrada al modelo son muy similares a los que en este estudio se pretende implementar; por lo tanto, se tomará como modelo base o punto de partida de la presente investigación.



Las razones por las cuales, de momento, no se utilizarán los demás modelos encontrados se debe a que difieren en menor o mayor medida con el enfoque de simulación que se pretende seguir en este estudio; ya que requieren de variables de estado no contempladas en la investigación, así como procesos de reacción con parámetros cinéticos no fácilmente determinables. Por otra parte, las razones por las cuales no es factible la utilización del modelo ADM1 de la IWA, siendo uno de los más aplicados a nivel mundial, es principalmente porque su implementación requiere el uso de 32 componentes presentadas en fases líquidas o gaseosas, lo cual representa una gran cantidad de variables y parámetros a medir y determinar; siendo que en la gran mayoría de las PTAR municipales del país no se cuenta la infraestructura (laboratorios y equipos) para su medición.

De acuerdo con lo explicado anteriormente, se presentarán las ecuaciones diferenciales a utilizar, así como las modificaciones necesarias para aplicarlo en el presente estudio.

**Enitan *et al.* [86]:**

**Tasa de crecimiento microbiano:**

$$\frac{\partial X}{\partial t} = QX_i + \mu X_r V - K_d X_r - QX_e$$

*Ecuación 7. Balance de biomasa*

**Balance de sustrato:**

$$V \frac{\partial s}{\partial t} = QS_i - (\mu - K_d) V \frac{X_r}{Y} - QS_e$$

*Ecuación 8. Balance de sustrato*

X<sub>r</sub>= Concentración de la biomasa dentro del reactor (g/l).

**Producción de metano por gramo de sustrato agregado (COD):**

$$B = B_0 \left[ \frac{K}{\frac{\mu_m \theta_h}{K_d \theta_h + 1} + (K - 1)} \right] Q$$

*Ecuación 9. Balance de metano*

B= Volumen actual de metano producido (l).

B<sub>0</sub>= Coeficiente de rendimiento del metano.



$\theta_h$  = Tiempo de retención hidráulico (h).

K = Constante de primer orden cinética.

Antes de empezar a desarrollar las ecuaciones, este proyecto pretende como complemento simular el comportamiento del proceso de la desamonificación u oxidación anaerobia del amonio en el reactor anaerobio UASB y para esto se necesitará de un proceso adicional a los planteados anteriormente. De acuerdo con la exhaustiva revisión bibliográfica de modelos se buscarán los procesos cinéticos que describan parte de la nitrificación o la desamonificación, seguido de esto se adaptarán estequiométricamente dichos procesos a las ecuaciones implementadas por Enitan para después relacionar este conjunto de ecuaciones diferenciales a nuestro estudio.

### 6.2.2. Filtro cerámico

Después de obtener las ecuaciones que determinan el comportamiento dinámico del RAFA, se procedió a realizar una recopilación de datos similar sobre la dinámica de los filtros cerámicos con el fin de encontrar las ecuaciones que se asemejen al FCG en estudio. Uno de los investigadores fue Soo [55], que en su investigación implementó un modelo del flujo de emulsiones diluidas y estables en medios porosos aportando ecuaciones que describen numéricamente dicho comportamiento (explicado en antecedentes). Hernández G [95], en su curso explica la modelación del flujo de fluidos en medios porosos. Se presentan ecuaciones que incluyen velocidades de partículas y de Darcy, para el desarrollo modelo básico de flujo en medios porosos. Además, expresa modelos de elasticidad y comprensibilidad del fluido y de los poros. Por último, demuestra ecuaciones generales de fluidos para un medio poroso, expresando así la complejidad de estos modelos, su necesidad y su eficacia al momento de compararlo con datos reales.

Mininni *et al.* [96], en su investigación encuentra un nuevo procedimiento para determinar la concentración endurecida, provoca por los filtros a presión, en función del tiempo de filtración y la presión. El modelo que se propuso es basado en datos experimentales a escala de laboratorio utilizando un filtro a presión y agua residual de dos plantas de tratamiento de diferentes condiciones. Este estudio expresa la importancia del flujo por medios porosos, además de una ecuación diferencial que describe el comportamiento de la filtración de lodos. La experimentación se basó en tres periodos, unos sin remoción de fosforo y otros con remoción de este y ecuaciones para determinar la concentración endurecida. Por otra parte, el modelo fue corrido en 50 condiciones diferentes para calcular la tasa de flujo del filtro, demostrando todas las condiciones de filtración, flujo y viscosidad.

Ewing [97], desarrolla un modelo matemático para simular el flujo de fluidos en medios porosos. Se presentaron algunas ecuaciones planteadas por [98] y [99], que describen el balance de masa de la Ley de Darcy, además del transporte de contaminantes disueltos en el





agua y el flujo inmisible en medios porosos horizontales, logrando así la simulación del flujo de los fluidos en medios porosos.

Toledo *et al.* [100], implementa la modelación del movimiento del agua en medios porosos no lineales mediante un esquema de diferencias finitas, esto con el fin de resolver problemáticas de sobrevertido en presas de escollera. El estudio muestra ecuaciones de resistencias, velocidad de filtración, caudales filtrados y ecuación de campo de Parkin [101], relacionada con los medios porosos no lineales. El estudio pudo concluir que el modelo simuló el movimiento del agua a través del espaldón de aguas debajo de diferentes casos de presas, obteniendo datos de campos de presiones, velocidades y gradientes hidráulicos y conociendo estos datos se puede obtener el cálculo de la estabilidad de la presa y solucionar el problema de arrastre de partículas sometida a sobrevertido.

Aarnes *et al.* [102], en su investigación presentan una introducción a la matemática de los flujos en medios porosos usando Matlab, Específicamente explicando la simulación en yacimientos. Él estudió evaluó datos de porosidad, permeabilidad, algunas propiedades de los fluidos, con sus respectivas ecuaciones matemáticas, además del modelo básico, métodos finitos simples demostrando así el comportamiento dinámico de los yacimientos.

Mossad y Aral [103], utilizaron filtros de arena horizontales para simular el comportamiento del flujo del agua, estos filtros son utilizados en ocasiones para el tratamiento de aguas residuales. Este estudio aplicó el modelo FLUENT para determinar el comportamiento dinámico del flujo, incluyendo la resistencia viscosa y ecuaciones de Vafai [104]. Los resultados del modelo lograron determinar la velocidad en las direcciones  $x, y, z$  y la presión, permitiendo una estimación de la cantidad de flujo que se ha canalizado en cada caso y la diferencia de presión a través del filtro; así como la potencia correspondiente necesaria para ejecutar el flujo en cada geometría utilizada en su estudio.

Varela [105], logró modelar y simular el flujo monofásico de fluidos en medios porosos utilizando para ello ecuaciones diferenciales y el método de diferencias finitas para su resolución. Además, se tuvieron en cuenta datos como los de influencia de almacenamiento específico, conductividad hidráulica, entre otros. En la segunda parte del estudio se simuló el flujo bifásico de fluidos inmiscibles en medios porosos, utilizando la discretización de los flujos como método numérico. Dentro de los resultados se pudo simular efectivamente el comportamiento dinámico del fluido en los medios porosos.

Complementando la investigación de modelos de flujo en medios porosos, Jodat [107], presenta un enfoque de simulación con doble porosidad/permeabilidad. En esta investigación se utilizó el método de formulación estabilizada de elementos finitos para la elaboración del modelo, además de la convergencia numérica y pruebas de parche para ilustrar el comportamiento de la precisión. Algunos resultados de este estudio fueron que la formulación mixta estabilizada pudo suprimir aquellos valores numéricos no físicos, capturas de inestabilidad subyacente e identificar el problema que suele haber en el transporte de medios porosos



Rasmussen [108], demuestra la importancia de utilizar el open porous media (OPM) para simular algunos procesos en medios porosos. Además, explica la definición de los black oil model y algunas ecuaciones la de las leyes de conservación que forman un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, la relación entre presión, volumen y temperatura; demostrando así la importancia de usar el OPM y la eficacia de sus resultados comparados con los reales.

Ene H [109], en su estudio denota el comportamiento del flujo en medios porosos, la complejidad en el momento de realizar una simulación y las diferentes formas de hacerlo. Una de esas formas es la de flujo en medios porosos fracturados, que emplea la ley de Darcy [110] y la conservación de la masa. En conjunto de las ecuaciones mencionadas anteriormente Barenblat *et al* [111], propuso un sistema de ecuaciones diferenciales que describe el flujo de fluidos a través de medios porosos fracturados, en donde cada ecuación cuantifica la tasa de flujo y el intercambio de fluido entre los componentes.

Por otra parte, Ovaysi [112], Presenta un modelo dinámico basado en partículas para la simulación directa nivel de poro del fluido viscoso. Este modelo fue capaz de simular el flujo directamente en imágenes micro-TC y está basado por el método semi-implícito de partículas en movimiento y modificado para evitar problemas en la simulación de medios porosos. Se pudo expresar por medio de por medio de Lagrangian y las ecuaciones de Navier-Stokes la formulación de las ecuaciones diferenciales de partículas semi-implícita modificadas en movimiento. Los resultados validaron con éxito el modelo contra datos experimentales, numéricos y analíticos de acuerdo con la literatura y se logró obtener el comportamiento del flujo en estado estable e inestable por los medios porosos [113].

**Tabla 11. Recopilación de ecuaciones diferenciales FCG**

Autor	Año	Descripción	Ecuación
	1984	Cinética de captura de gotas	$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda SI \left(1 - \frac{\alpha \sigma}{\varepsilon_0}\right) uc$



<p><b>Soo H</b></p>			$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_s}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_l}{\partial t}$ $= \lambda s u c \left( \frac{\epsilon s - \sigma s}{\epsilon o - \sigma} \right)$ $+ \lambda l u c \left( \frac{1}{-\frac{\sigma l}{\sigma l . m}} \right) \left( \frac{\epsilon l - \sigma l}{\epsilon o - \sigma} \right)$
<p><b>Mininni G</b></p>	<p>1984</p>	<p>Filtración de lodos</p>	$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{P}{\mu \left( R C \frac{V}{A} + R_m \right)}$
<p><b>Hernández G</b></p>	<p>-</p>	<p>Flujo de un fluido en medios porosos</p>	$\frac{\partial e_p}{\partial t} + \nabla(e p v) = 0$
		<p>Compresibilidad del poro</p>	$\frac{\partial e}{\partial t} = B_{ToT} (1 - e) \frac{\partial p}{\partial t}$
		<p>Elasticidad</p>	$\frac{\partial e p}{\partial t} = e \frac{\partial p}{\partial t} + p \frac{\partial e}{\partial t}$
<p><b>Ewing R</b></p>	<p>1997</p>	<p>Transporte de contaminantes</p>	$\frac{\partial \theta c}{\partial t} + \nabla(p u c) - \nabla(\theta D \nabla c) + B \theta c = G(c)$
		<p>Flujo en medios porosos horizontales</p>	$\frac{\partial \theta c}{\partial t} + \nabla(p u c) - \nabla(\theta D \nabla c) + B \theta c = G(c)$



<b>Ene H</b>	2004	Fluido a través de medios porosos fracturados	$a \frac{\partial p_1}{\partial t} + \nabla(A \nabla p_1) + H(p_1 - p_2) = f$ $b \frac{\partial p_2}{\partial t} + \nabla(B \nabla p_2) + H(p_1 - p_2) = f$
		Modelo de difusión	$a^\epsilon \frac{\partial p_{\epsilon 1}}{\partial t} - \nabla(A^\epsilon \nabla p_{\epsilon 1}) = f$ $b^\epsilon \frac{\partial p_{\epsilon 2}}{\partial t} - \nabla(B^\epsilon \nabla p_{\epsilon 2}) = f$
<b>R.D. Barree</b>	2004	Ley de Darcy	$\frac{\partial P}{\partial L} = \frac{\mu v}{k}$
<b>Mossad R</b>	2010	Flujo incompresible, laminar, newtoniano y efecto de la gravedad	$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + S_x$ $u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + S_y$ $u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + S_z$



<b>Toledo N</b>	2012	Velocidad de filtración	$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{m} - 1 \right)}$
		Nudo de contorno impermeable vertical	$\phi = \frac{k_x + N k_y}{2 \left( \frac{1}{b_x^2} + \frac{N}{b_y^2} \right)}$
<b>Aarnes J</b>	2007	Porosidad	$Cr = \frac{1}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{p}$
		Permeabilidad	$\sum_{i=1}^N C_{ig} = \sum_{i=1}^N C_{io} = \sum_{i=1}^N C_{iw} = 1$
		Modelo Básico	$Cr = \frac{\partial(\phi p)}{\partial t} + \nabla \cdot (pv) = q$



<b>Varela J</b>	2014	Modelo analítico – Buckley-Leverett	$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{Q^t}{A\phi} \frac{df^w}{ds^w}$ $X = TD \frac{df^w}{ds^w}$

En la tabla anterior se resume en ecuaciones la revisión bibliográfica de los modelos matemáticos relacionados con el flujo en medios porosos, esto con el fin de presentar claramente la variedad de ecuaciones y procesos que se necesitan para elaborar estos modelos y consigo mismo la complejidad que enmarca escoger el tipo de ecuaciones que más se adapten a nuestro modelo. Por consiguiente, dentro de esta variedad de ecuaciones se pudo deducir que la que presenta mayor afinidad a las condiciones de nuestro proyecto fueron las de R.D. Barree debido a que representa la dinámica lineal de la ley de Darcy, es decir el movimiento del agua a través de medios porosos. Siendo para este caso una forma muy clara para conocer el comportamiento dinámico del del flujo de las aguas residuales en la porosidad de los FCG en estudio.

Posteriormente, al encontrar las ecuaciones que más se asemejan a las condiciones presentadas en este proyecto y adaptarlas al mismo, se obtuvieron las siguientes ecuaciones a simular:

$$\frac{\partial X_e}{\partial t} = \frac{Q(X_i - X_e)}{V} + \frac{\mu_{max} X_e V}{V} - \frac{K_d X_e}{V}$$

*Ecuación 10. Balance de masa Biomasa*



$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{QS_i}{V} - \mu_{max} X - K_d \frac{X_r}{Y} - \frac{QS}{V}$$

*Ecuación 11. Balance de masa Sustrato*

$$\frac{\partial P}{\partial t} = Y_p \frac{\mu_{max} X_{ch} S}{K_s + S} - \frac{QCH_4}{V}$$

*Ecuación 12. Balance de masa Metano*

$X_{ch}$  = Concentración de biomasa que se transforma en Metano (g/l).

$CH_4$  = Concentración de metano a la salida (g/l).

### 6.3. Simulación

#### 6.3.1. Simulación N°1

Después de determinar las ecuaciones diferenciales evidenciadas en el inciso anterior, se empleó una simulación por medio del software Matlab/Simulink. Para el desarrollo de esta simulación se utilizaron datos de entrada y salida (SSV, DQO, Q) elaborados en el laboratorio del departamento de ingeniería ambiental. El sistema constó de una PTAR a escala piloto en funcionamiento durante 96 días realizando muestreos diarios en puntos estratégicos. Para este caso solo se tomaron datos del reactor anaerobio.

Para la primera modelación en Simulink se modificó el diagrama de flujo (bloques de Simulink) conforme se fueron realizando las simulaciones y calibraciones correspondientes y las mismas ecuaciones diferenciales, debido a la variación de los datos de entrada y salida usados. A continuación, se muestra el diagrama de flujo elaborado para la modelación y simulación en estudio.



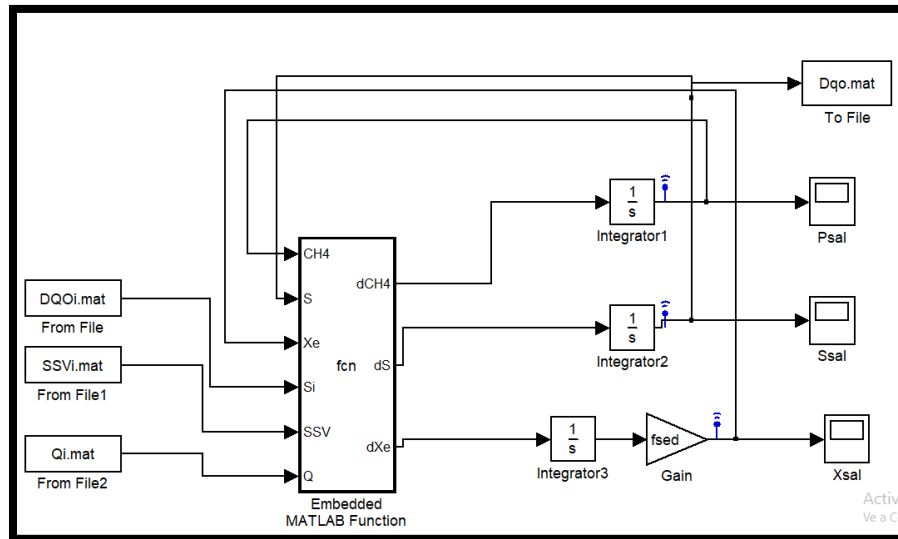


Figura 17. Bloques insertados en Simulink

En este esquema se representa el diagrama de flujo propuesto en Simulink y a su vez el comportamiento dinámico de un reactor UASB durante 96 días, mostrando específicamente cómo se comporta la biomasa, el sustrato y el metano producido en todo este tiempo. El bloque “Signal Builder” adjunta los valores de las variables de estados (datos de entrada) medidos durante los 123 días, estos datos fueron adjuntados en formato Excel, posteriormente agregados a simulink con sus respectivas unidades. La función “embedded” es una conveniente función que escribe el código de Matlab que se pueda incluir en una función de bloques, básicamente es donde se describen las ecuaciones diferenciales que representan los comportamientos dinámicos, junto con valores de entrada y salida, generandi así las soluciones de esta. De igual manera el bloque “integrator” se encarga de integrar las ecuaciones diferenciales y “scope” muestra la gráfica (2D) representativa de los días simulados de todo el funcionamiento. Para el presente estudio se elaboraron 3 salidas como se puede observar en la figura 17, siendo una para la biomasa, otra para el sustrato y por último una para el comportamiento del metano. A continuación, se muestran los resultados de salida para cada una de las variables.

Por otra parte, conforme se fueron realizando las simulaciones y calibraciones correspondientes, el sistema fue evidenciando datos de salida representativos y cada vez con una mayor semejanza a los datos reales en comparación a los datos mostrados antes de realizar la calibración. A continuación, se presenta los primeros resultados obtenidos de la modelación antes de realizar la calibración de este.

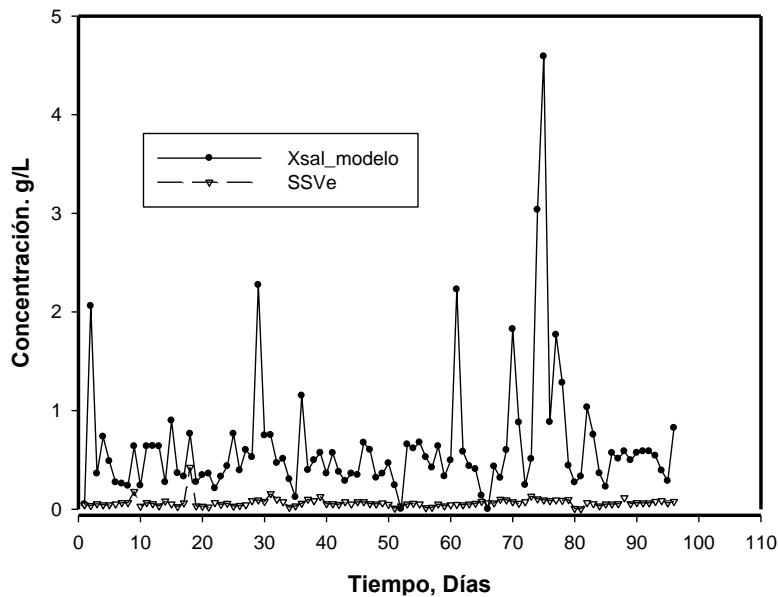


Figura 18. Xsal Vs SSVe antes de calibrar

La figura 18 muestra los datos de la biomasa a la salida realizada por el modelo en y los datos medidos en laboratorio. Notoriamente se puede observar una diferencia representativa entre estas dos graficas lo cual afirma que el modelo en estas instancias no se acerca al comportamiento dinámico de los sólidos lo cual obliga a realizar la calibración para mejorar la diferencia entre estas dos graficas.

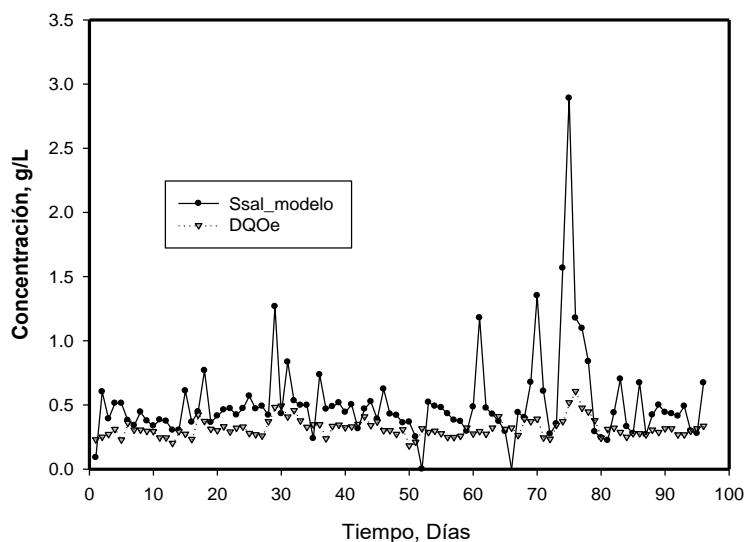


Figura 19. Ssal\_Modelo Vs DQOe antes de calibrar

La figura anterior muestra los datos de la DQO medidos en laboratorio en relación con los desarrollados por la simulación. Se logra observar una mejor relación entre variables en relación con los datos evidenciados en la figura 18, sin embargo, se pueden observar algunos puntos pico como en los días 61, 70 y 75 que son muy alejados a los datos reales (DQOe).

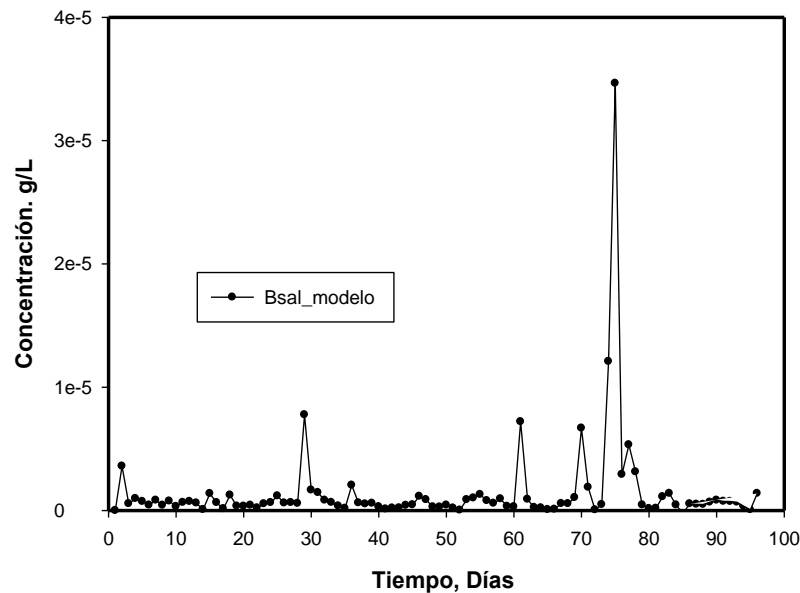


Figura 20. Bsal modelación

La grafica anterior demuestra el comportamiento dinámico de la producción de metano durante los 96 días de muestreo. El grado de aserción a la realidad de los datos realizados por el modelo va a depender de los buenos resultados que se obtengan tanto para la biomasa como para los sustratos. Hasta el momento se puede decir que el modelo no cumple con el comportamiento esperado, por lo cual se procede a realizar las calibraciones e iteraciones correspondientes que ayuden a mejorar los resultados del modelo.

#### 6.4. Calibración del modelo

Antes de comenzar la calibración del modelo se hicieron algunas modificaciones y variaciones en las funciones del software y en las ecuaciones diferenciales. Dentro de las modificaciones se declararon las variables cinéticas como parámetros, se agregó como parámetro la cantidad porcentual de SSV que se convierte en biomasa ( $F_{xv}$ ) y la cantidad porcentual de solidos que se encuentran dentro del reactor en relación de  $X_e$  ( $f_{sed}$ ). La modificación de las ecuaciones diferenciales se presenta a continuación.



$$\frac{\partial X_e}{\partial t} = \frac{QX_i}{V} + \frac{\mu_{max}X_eV}{V} - \frac{K_dX_e}{V}$$

Ecuación 13. Balance de masa Biomasa

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{QS_i}{V} - \mu_{max} - K_d \frac{X_e}{Y} - \frac{QS}{V}$$

Ecuación 14. Balance de masa Sustrato

$$\frac{\partial P}{\partial t} = Y_p \frac{\mu_{max}X_{ch}S}{K_s + S} - \frac{QCH_4}{V}$$

Ecuación 15. Balance de masa Metano

Ahora bien, para empezar la calibración en Matlab Simulink se agregaron los datos medidos a la salida, junto con algunas modificaciones del software (Outliers, Filtering noise, interpolate) que ayudan a disminuir los errores en la simulación. Posteriormente, en la estimación de parámetros se debe tener en cuenta un dato óptimo para cada parámetro y valores mínimos y máximos que especifiquen el rango en el que se pueden mover las variables cinéticas a la hora de la simulación. Para obtener resultados veraces se utilizaron valores óptimos evidenciados en [85][86][91] [94][95] y a su vez para encontrar los rangos (Max y min) se revisaron diferentes estudios relacionados con la digestión anaerobia y con estos determinar los valores máximos y mínimos a escoger. Para los valores  $Y$ ,  $Y_p$  se encontraron rangos en [91], a continuación, se muestra en la siguiente tabla la información necesaria de los rangos de datos a escoger.



**Tabla 12. Revisión Bibliográfica de Parámetros Cinéticos**

Tema-Sustrato	Kd (día <sup>-1</sup> )	Ks (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu_{\max}$ (día <sup>-1</sup> )	Y (g/g)	Yp (g/g)	Referencias
Aguas residuales de cervecería	0.083	-	0.117	0.357	-	[86]
modelación del biogás de un reactor UASB	0.0168	0.93	0.025872	0.28047	-	[87]
modelación de rendimiento de reactor UASB	0.0336	0.372	0.648	0.07	-	[114]
Digestión anaerobia de frutos y residuos vegetales	-	33.337(l/día)	-	0.01-50	0.1-10	[91]
Estiércol de Lechería a 35°C	0.036	-	0.317	-	-	[115]
Cáscara de plátano	-	-	0.089	-	-	[116]
Agua residual municipal- Italia	0.035	-	0.14-0.31	0.02-0.042	-	[117]
Tratamiento de vinazas de Tequila	-	5.1	0.2	-	-	[90]
Residuos Sólidos orgánicos	-	1	0.1	0.16	-	[92]
tratamiento de lixiviados	0.0912	-	0.1008	0.03	-	[77]

En la tabla anterior se puede evidenciar una gran diferencia de valores cinéticos utilizados para diferentes estudios relacionados con la digestión anaerobia en aguas residuales, con respecto a la variedad de los valores y según las características del agua residual de la Planta Norte a continuación se presente los valores máximos, mínimos y “óptimos” (de arranque) a escoger para el presente proyecto.



**Tabla 13. Parámetros de estimación**

Parámetros	Intervalos	Valor óptimo inicial	Unidades
Kd	[0.0168 - 0.083]	0.033	día <sup>-1</sup>
Ks	[0.01 - 50]	33.33	kg/m <sup>3</sup>
U <sub>max</sub>	[0.0089 - 0.317]	0.117	día <sup>-1</sup>
Y	[0.01 - 20]	13.33	g/g
Yp	[0.1 - 10]	5.3	g/g

De acuerdo con la bibliografía consultada y ciertos criterios relacionados con el tipo de agua residual municipal se escogieron los intervalos de los parámetros cinéticos a evaluar y también los “valores óptimos iniciales” que vienen siendo los empleados para comenzar las calibraciones pertinentes. Cabe resaltar que estos no son los valores óptimos para la simulación del presente modelo, estos por sus características y la revisión consultada dieron inicio al proceso de calibración, generando en cada una de estas los parámetros cinéticos finales, los cuales vienen siendo los valores óptimos para el presente estudio.

Por consiguiente, al momento de digitalizar en el software los valores mencionados anteriormente, se procedió a la estimación de parámetros y calibración del modelo matemático. Una vez calibrado se observaron los primeros resultados del modelo matemático con algunas diferencias a las elaboradas anteriormente. A continuación, se muestran los comportamientos dinámicos de la biomasa y el sustrato después de su primera calibración.

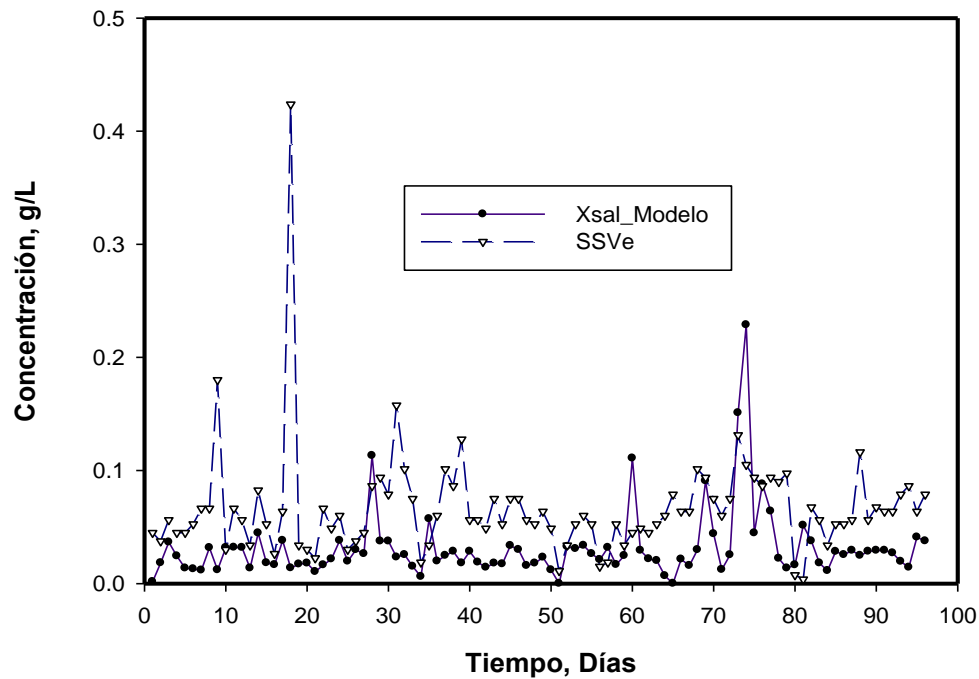


Figura 21. Calibración N°1 Xsal-SSVe

En la Figura 21 se observan las salidas de la biomasa generada por el modelo (Xsal\_modelo) comparado con los datos medidos en laboratorio (SSVe), de primera instancia se observa una mayor semejanza entre las dos gráficas en comparación de las realizadas antes de la calibración demostrando su importancia a la hora de hacer simulaciones y a la vez presentando un modelo que pueda describir el comportamiento dinámico de la biomasa para este caso. Cabe resaltar que los datos medidos presentan algunos picos como en el día 18, lo cual podría estar haciendo que el modelo no esté presentando mejores resultados de acuerdo con la anomalía de los datos medidos.



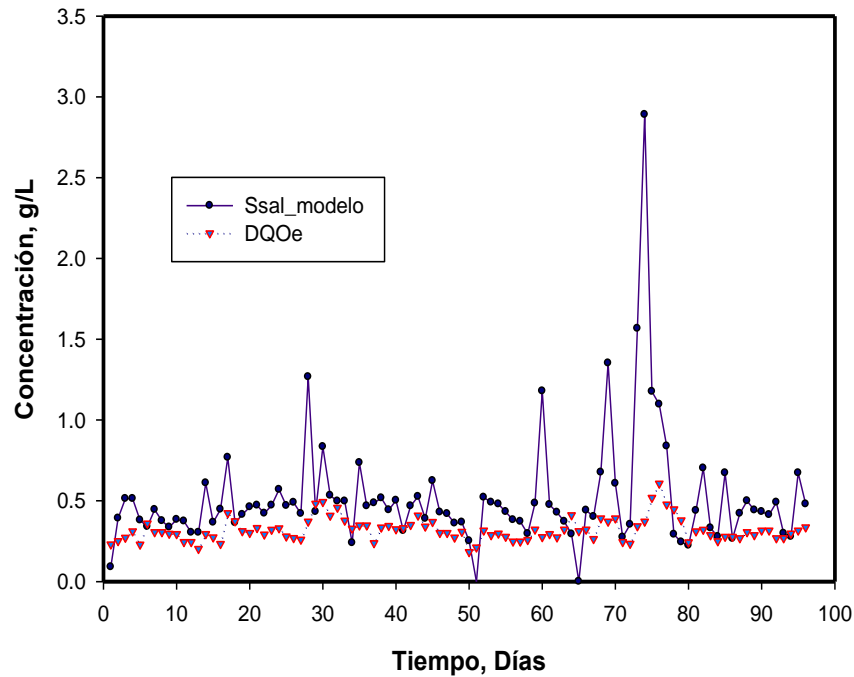


Figura 22. Calibración N°1 Ssal modelo – DQOe

De igual manera como en la Figura 21, se puede observar en la calibración N°1 entre Ssal modelo y DQOe unos mejores resultados en comparación a los anteriores puesto que la calibración ejecuta los cambios necesarios en las variables cinéticas para que se asemejen a la realidad. Sin embargo, también se presentan algunos datos picos o anómalos que no entran perfectamente en la lectura de las ecuaciones diferenciales estimadas debido a que en estas condiciones no se esperan cambios alterados de DQO en el agua residual medida.

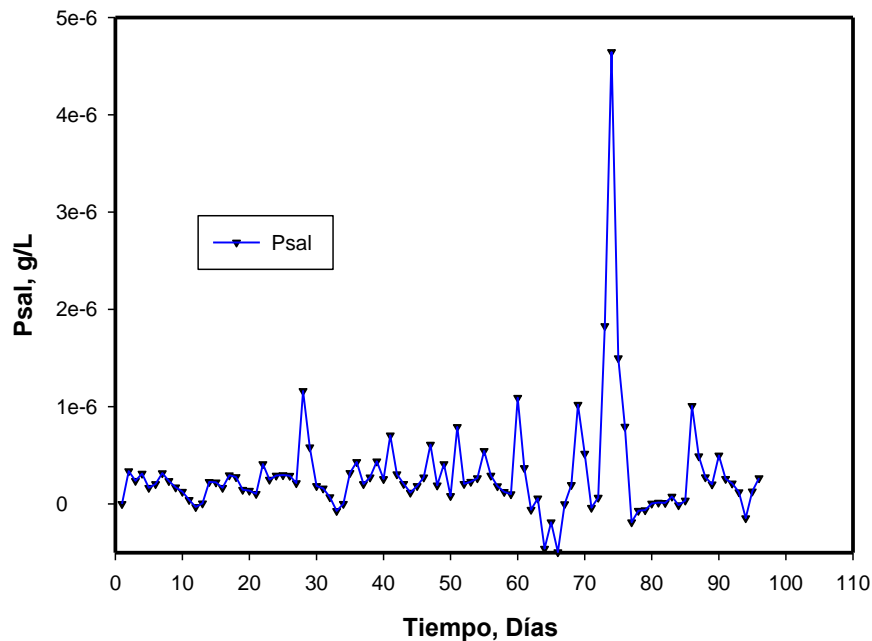


Figura 23. Calibración N°1 Psal

La figura 23 representa el comportamiento dinámico de la producción de metano del reactor anaerobio en estudio. Cabe resaltar que la producción de metano está directamente ligada a los comportamientos del sustrato y la biomasa para este proyecto, por ende, la calibración de igual manera ha mejorado los resultados y a la vez se pueden observar datos picos altos y bajos tal como se evidenció en figuras anteriores. De acuerdo con esta información y la discusión generada al respecto, se corrigieron algunos errores y se evidencian en la calibración N°2.

De manera general se puede decir que la calibración aumenta el grado de aserción de los datos “virtuales” en comparación a los datos “reales” aun así, se pueden seguir utilizando otras técnicas (dentro de la calibración) para seguir mejorando los resultados obtenidos en la modelación, para el comportamiento dinámico de la biomasa, los sustratos y el metano producido. Para este estudio se procedió a eliminar los puntos pico (altos y bajos) de los datos de entrada y salida medidos en el laboratorio Ambiental y con estos realizar una nueva calibración buscando así, nuevos valores cinéticos en la modelación. A continuación, se muestran los puntos eliminados para cada uno de los componentes en estudio.

**Tabla 14. Datos excluidos**

COMPONENTES	DATOS EXCLUIDOS
DQOE	28-60-69-73-7475-76
SSV	1-28-60-69-73-74-76
DQOe	29-30-32-50-51-64-75-76-77-78
SSVe	9-18-31-32-39-73-88

Estos valores (Tabla 13) no fueron escogidos al azar, gracias al “pre-process” en el proceso de calibración del modelo en Matlab/Simulink se pudo definir aquellos picos altos o bajos que al ser considerados anómalos afectan en las condiciones naturales del comportamiento general de la biomasa y el sustrato en el reactor anaerobio. Al hacer las modificaciones pertinentes se obtuvieron los siguientes resultados.

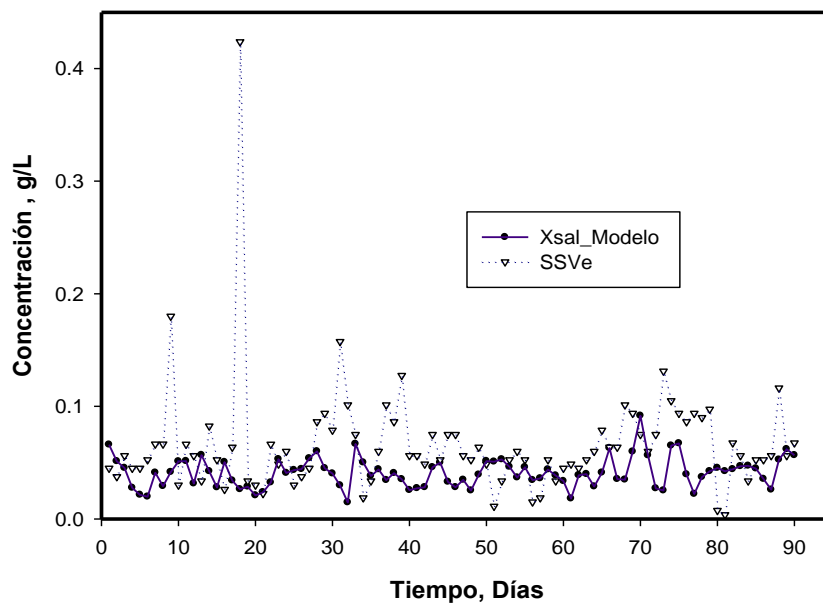


Figura 24. Calibración N°2 Xsal modelo - SSVe

En la figura anterior se observa el comportamiento dinámico de la biomasa después de excluir algunos valores “anómalos” a la entrada y la salida del proceso, en comparación con los datos medidos a la salida del reactor (SSVe). Como bien se presenta, las gráficas cada vez se juntan y se acercan más entre ellas demostrando la relación entre lo “real” y lo

“virtual”, las mejoras de resultados tanto en la modelación como en la simulación y la importancia de realizar diferentes calibraciones en el modelo. Cabe resaltar que para esta simulación se tomaron en cuenta 90 días de muestreos por el hecho de excluir los datos explicados anteriormente. Aun así, se sigue observando que el modelo no logra representar este tipo de datos “anómalos” que de acuerdo con su diferencia pudo ser presentada por errores en la medición. De tal manera se puede decir que el modelo representa el comportamiento dinámico de la biomasa en el efluente del reactor a escala piloto en el 90-95% de sus datos medidos.

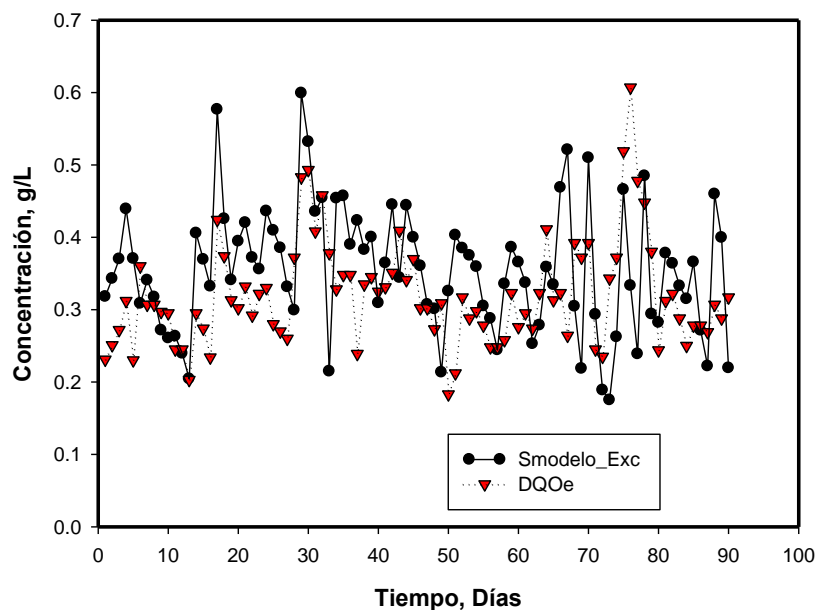


Figura 25. Calibración N°2 Ssal modelo – DQOe

La figura anterior muestra la relación y semejanza entre la salida del sustrato generada en Matlab/Simulink y los datos medidos en laboratorio (DQOe). A simple vista se puede decir que esta simulación es la que presenta mejor similitud en comparación con los datos reales de todas las gráficas y simulaciones evidenciadas anteriormente presentando un 10% de error en comparación con los datos medidos. Esto afirma que los datos “anómalos” si representan un margen de error para el modelo matemático en estudio. De igual manera se deduce la necesidad de ciertas calibraciones para mejorar los resultados del modelo y que los datos con márgenes considerablemente alejados pueden afectar en los resultados del modelo ejecutado en el presente proyecto.

Aunado a lo descrito en las últimas gráficas, se nota una mayor semejanza entre los resultados obtenidos por el modelo en relación con los resultados medidos en el laboratorio, demostrando así la importancia en la realización de estas calibraciones. Como ultima calibración de este proceso, se utilizaron los valores cinéticos obtenidos anteriormente para

calibrar los 96 datos en la entrada y la salida del reactor, generando con estos nuevos valores cinéticos que al correrlos en Simulink presentaron las siguientes gráficas.

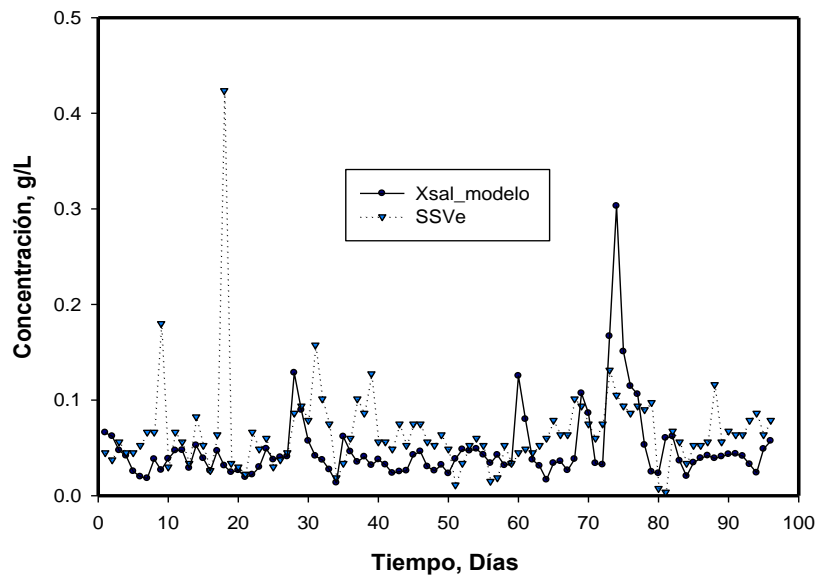


Figura 26. Calibración N°3 Xsal modelo – SSVe

Al momento de relacionar la Figura 26 con la Figura 24 (datos excluidos) se observa una similitud, esto gracias a que se utilizaron los mismos valores cinéticos para la simulación, pero entre los días 70 – 80 la figura anterior presenta un pico (alto) que posiblemente vaya relacionado a los datos considerados anómalos por sus cambios inesperados, sin embargo, se generó un grado de aserción entre datos reales y virtuales de un 77%. Para disminuir el error podrían existir dos soluciones, una de ellas es aumentar el número de ecuaciones diferenciales que ayuden en la lectura de estos datos o asumir que por las condiciones fisicoquímicas del agua residual en estudio no se debería presentar esta variación en los datos medidos, siento la última opción la más acertada hasta el momento. Aun así, el modelo presenta resultados semejantes a los medidos en laboratorio y una representación acertada del comportamiento dinámico de la biomasa.

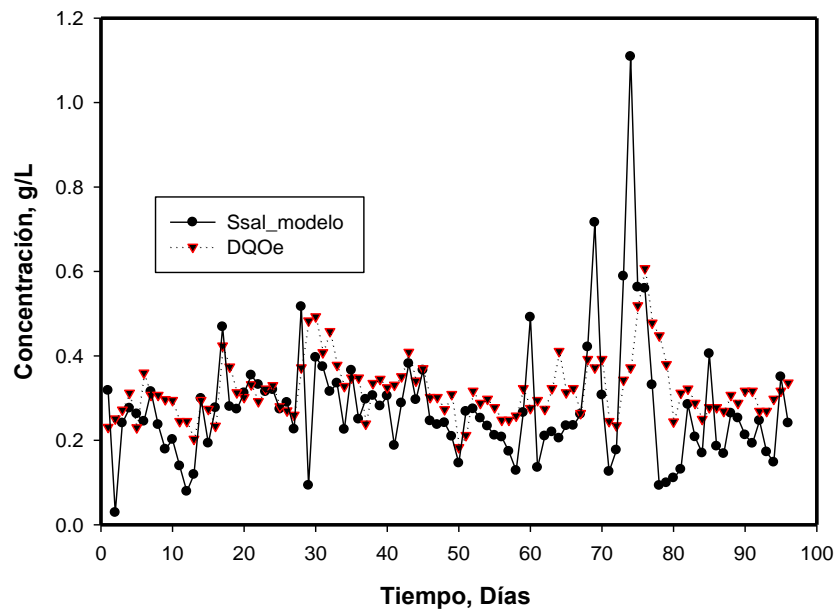


Figura 27. Calibración N°3 Ssal modelo – DQOe

La figura anterior demuestra la calibración N°3 realizada para el presente proyecto en la cual se utilizaron como base los valores cinéticos obtenidos en la calibración N°2 pero en este caso se simuló con los 96 días de muestreo. Tanto como en la figura 26, en la figura 27 se logra observar una variación extendida entre los días 70 – 80 para los datos del modelo dejando en cuestión la posible alteración en estos días por algunos datos fuera de rango, sin embargo, se logra destacar como mejoraron los resultados del modelo en comparación a la simulación antes de hacer la calibración en incluso en la primera calibración. El modelo representa en el 90% de datos el comportamiento dinámico del sustrato.

A continuación, en la siguiente Tabla se observan los valores óptimos de los parámetros cinéticos obtenidos de las calibraciones correspondientes.

**Tabla 15. parámetros cinéticos calibrados**

Parámetros	Intervalos	Valor óptimo final	Unidades
Kd	[0.0168 - 0.083]	0.042915	día <sup>-1</sup>
Ks	[0.01 - 50]	0.32444	kg/m <sup>3</sup>
U <sub>max</sub>	[0.0089 - 0.317]	0.317	día <sup>-1</sup>
Y	[0.01 - 20]	0.01	g/g
Yp	[0.1 - 10]	0.87872	g/g



Estos valores óptimos obtenidos son producto de los valores óptimos iniciales evidenciadas en la Tabla 12 y en cada una de las calibraciones estos valores fueron cambiando hasta obtener los datos más certeros posibles tal como se muestran anteriormente. Hasta el momento, estos valores cinéticos con considerados los óptimos para simular el comportamiento dinámico de la biomasa, el sustrato y el metano de un reactor anaerobio a escala piloto puesto en marcha en el laboratorio de ingeniería ambiental.

#### 6.4.1. Simulación N°2

Como bien se ha evidenciado, hasta el momento se ha logrado simular y calibrar exitosamente el comportamiento de un reactor anaerobio a escala piloto con agua residual proveniente de zonas industriales del área metropolitana de Monterrey, pero el enfoque de nuestro estudio es el desarrollo de un modelo que obtenga concernientes resultados para el agua residual proveniente de la PTAR Norte- Monterrey donde fue instalado el RAFA-FCG. De acuerdo con esta información, se procedió a utilizar los valores cinéticos encontrados en la calibración N°3 para con esto simular la información obtenida del agua residual Municipal de la PTAR Norte con la finalidad de que el modelo realizado anteriormente pueda adaptarse a las condiciones y datos estimados en la PTAR Norte. Para esta simulación se tuvieron en cuenta mediciones de Q, SSV y DQO durante 123 días medidos en los canales de distribución hacia los sedimentadores de los trenes de tratamiento. Cabe resaltar que para esta simulación se realizaron algunas modificaciones en las ecuaciones diferenciales usadas. A continuación, se observan las ecuaciones diferenciales modificadas y utilizadas en la simulación N°2.

$$\frac{\partial X_e}{\partial t} = \frac{QX_i}{V} + \frac{\mu_{max}X_eS}{K_s + S} - \frac{K_dX_e}{V} - \frac{QX_e}{V}$$

*Ecuación 16. Balance de masa Biomasa*

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{QS_i}{V} - \mu_{max} \frac{S}{Y(K_s + S)} X_e - \frac{QS}{V}$$

*Ecuación 17. Balance de masa Sustrato*

$$\frac{\partial P}{\partial t} = Y_p \frac{\mu_{max}X_{ch}S}{K_s + S} - \frac{QCH_4}{V}$$

*Ecuación 18. Balance de masa Metano*

Las ecuaciones que muestran anteriormente fueron las utilizadas para simular las mediciones de la PTAR Norte durante 123 días. A continuación, se detallan cada una de las simulaciones realizadas.

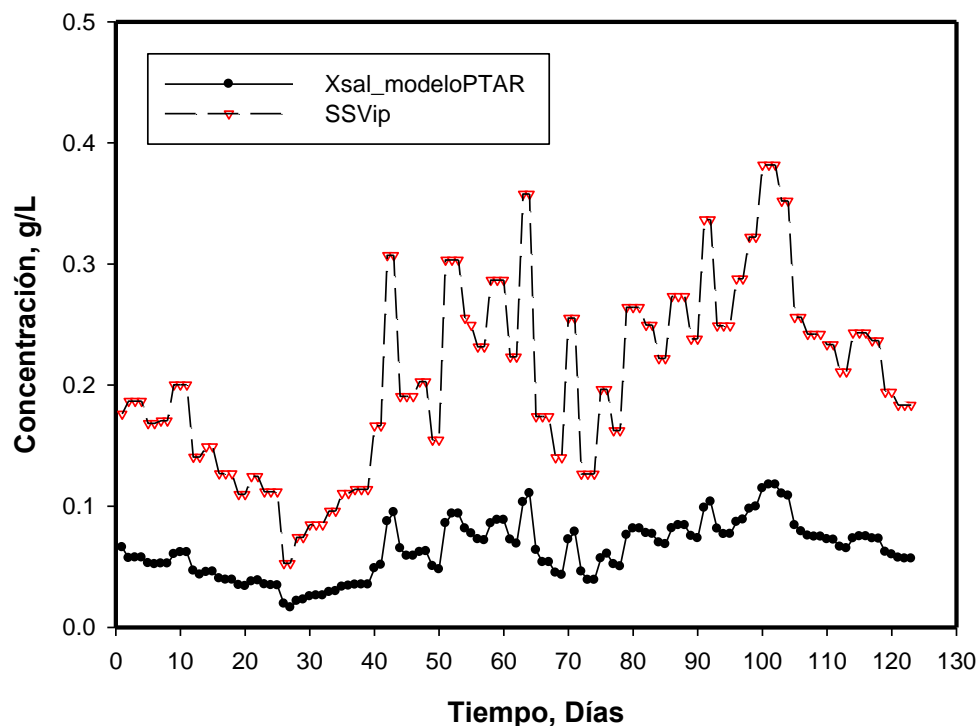


Figura 28. Xsal modelo PTAR vs SSVip

La Figura 28 representa los datos de entrada de los sólidos suspendidos volátiles en relación con los valores obtenidos a la salida de la biomasa para el modelo en ejecución. Cabe resaltar que en este caso no se tienen datos a la salida del proceso (RAFA-FCG) por dicha razón no son evidenciados en estas gráficas, sin embargo, se relacionan con los datos de entrada medidos para mostrar antes de su puesta en marcha y muestreos, las posibles remociones que este puede tener. Para este caso, se presentó una remoción general en los sólidos aproximada de 69% lo cual demuestra que el reactor trabajaría en buenas condiciones aún incluso sin agregar la correspondiente filtración que hace parte del sistema. Al momento de poner en funcionamiento el RAFA-FCG se recomienda revisar los tratamientos entre los días 20-30 y 70-80 debido a que representan los días en los que se obtiene una menor remoción de sólidos en el sistema de tratamiento.



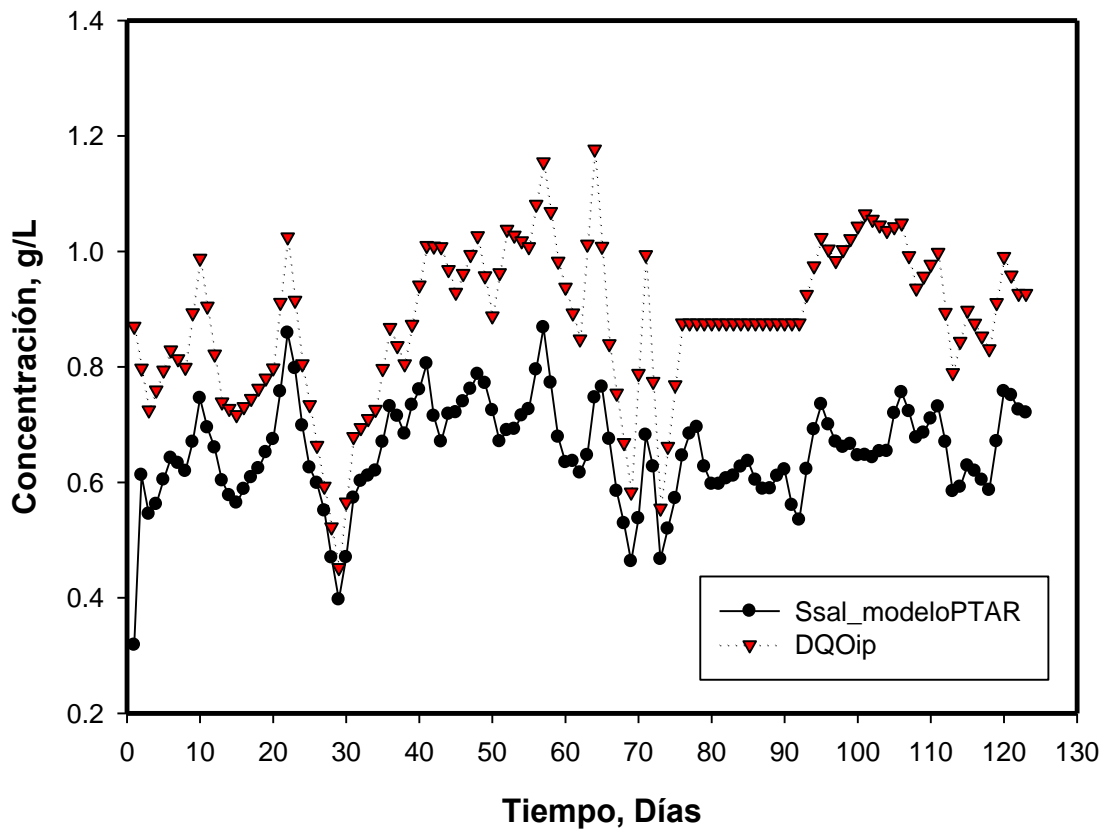


Figura 29. Ssal modelo PTAR vs DQOip

La figura anterior muestra el comportamiento durante 123 días de medición entre la DQO medida en la PTAR y los datos de salida generado por el modelo en Matlab/Simulink. A simple vista se puede observar entre los días 30, 70 y 74 una muy baja remoción demostrada por el modelo matemático. Esto también podría ir muy relacionado a aquellos datos “anómalos” que el modelo no logra identificar de la mejor manera. Como se logra observar, en los días que no se presenta una remoción esperada, son los días que se habían estimados como anómalos. Esta sería una razón por la cual en estos días no se presenta una remoción esperada en relación otros días. De manera general se presentó una remoción máxima de 40%. se espera que al realizar las mediciones de salida para el RAFA-FCG mejore aquellos días que no fueron representativos para el modelo matemático.

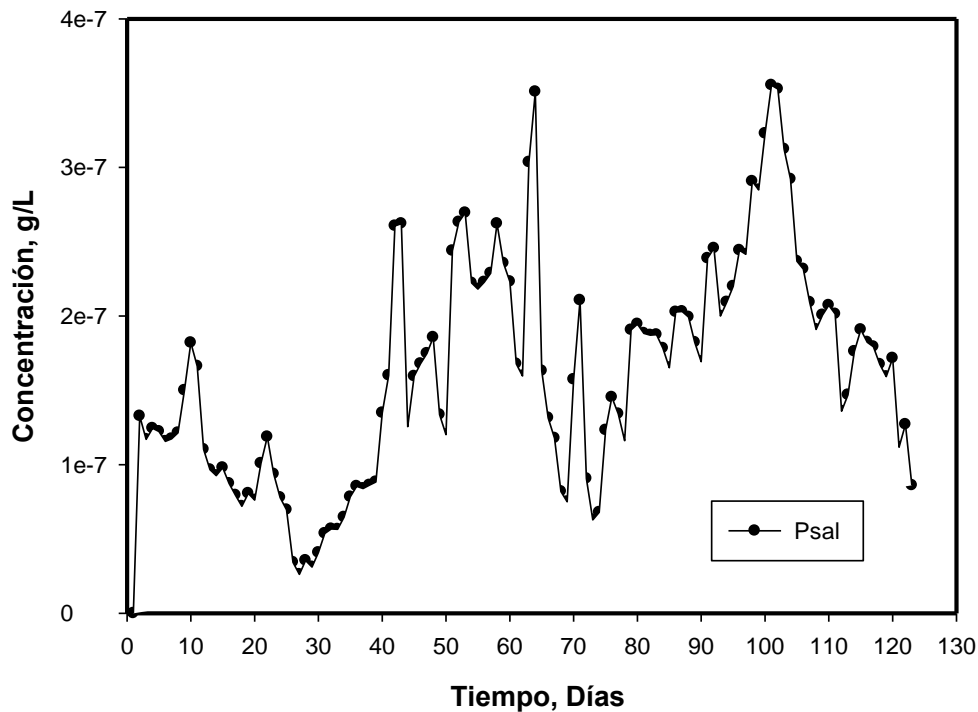


Figura 30. Psal modelo PTAR

La figura 30 representa el comportamiento de la producción del metano a la salida del reactor generada por el modelo matemático Matlab/Simulink. Estos valores están claramente muy relacionados por la cantidad de biomasa y sustrato que entra al reactor, es decir se relaciona a las gráficas anteriores. De igual manera es importante tener a detalle aquellos días que fueron considerados anómalos. Aun así, el modelo logra representar cómo se presentaría la cantidad de producción de metano si se manejan las condiciones de entrada establecidas.

## 6.5. Implementación de RAFA-FCG propuesto

El estudio que a continuación se describe, se implementó en la Planta de Tratamiento de Aguas Residuales Norte de la Zona Metropolitana de Monterrey (Planta Norte). En este sector se realizará la puesta en marcha del RAFA-FCG.

### 6.5.1. Ubicación

- Estado: Nuevo León

- Municipio: Escobedo



Figura 31. Fotografía satelital de la Planta Norte

(Fuente: Google Earth 2020)

#### 6.5.2. Ensamblado del RAFA-FCG

Con la ayuda de personal calificado, se realizaron todas las conexiones necesarias para habilitar el Reactor con las interconexiones necesarias para el filtro cerámico.

A continuación, en la Figura 32 y 33 se muestra el Reactor ensamblado y listo para instalarse en la PTAR Norte.

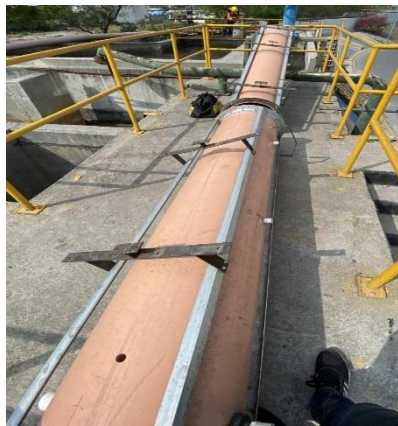


Figura 32. RAFA



Figura 33. RAFA con tubería adherida

Las figuras muestran toda la tubería agregada para poder adherir el reactor anaerobio junto con los filtros cerámicos. La conexión se llevó a cabo aproximadamente en 6 horas.

Por otra parte, El RAFA-FCG se ubicará aguas abajo del desarenador de la Planta Norte, es decir que este sería el afluente para estudiar.

Posteriormente a la conexión de las tuberías evidenciadas en la Figura 33 inició la puesta en pie del RAFA-FCG con todas las medidas de seguridad pertinente. En la Figura 34 y 35 se observa como quedó debidamente ensamblado este reactor UASB.



Figura 34. Puesta en pie RAFA-FCG



Figura 35. RAFA-FCG Ensamblado

Las conexiones finales de este RAFA-FCG fueron implementadas con ayuda de un personal capacitado enmarcando la seguridad y eficiencia en todo el procedimiento. De acuerdo con su ubicación en la PTAR Norte el Reactor se conectó al canal de distribución del afluente a los trenes de tratamiento de la planta, instalado aguas abajo del desarenador; Siendo este el punto afluente del presente estudio.

## 7. Discusión de Resultados

Después de implementar y desarrollar los resultados evidenciados en este proyecto se puede decir que se describieron generalmente las pautas que explican cómo se debe elaborar un modelo matemático. Cabe resaltar que esta explicación es “básica”, pero al mismo tiempo importante para comenzar a entender y desarrollar todo lo relacionado a la modelación. Se espera que quien lea este documento pueda empiece a conocer algunos términos relacionados con la modelación e incluso comenzar a desarrollar ecuaciones diferenciales de primer orden. Sin embargo, si el lector desea desarrollar ecuaciones de segundo o tercer orden, deberán buscar mayor información bibliográfica que complemente la presentada en este estudio.

Aunado a la discusión de resultados, dentro de la búsqueda de las ecuaciones diferenciales a desarrollar en este estudio, se presentaron los siguientes inconvenientes: la diversidad de cinéticas de crecimiento microbiano que se manejan en cada uno de los estudios, la mayoría de los artículos no muestran sus ecuaciones diferenciales haciendo esta revisión más compleja, avanzada y detallada. De igual manera la revisión se hace exhaustiva debido a las diferentes variables de estado que se encuentran dentro de la digestión anaerobia y la complejidad de cada uno de los modelos (ecuaciones de primer o segundo orden). Debido a las anteriores circunstancias se procedió a tomar como base ecuaciones de diferentes artículos



y con base en ellas adaptarlas a las condiciones del presente estudio para su posterior simulación. La revisión bibliográfica les sirve a futuros lectores como guía de ecuaciones a utilizar, tanto como para conocer la diversidad y complejidad que existe entre este tipo de ecuaciones diferenciales y como un posible “review” de modelos que se puedan plantear a futuro. Con respecto a la revisión bibliográfica estipulada, se tomaron como base las ecuaciones diferenciales presentadas por Enitan [86] y Wardhani [91], las cuales fueron modificadas con la finalidad de adaptarlas al presente estudio.

Concerniente a la simulación N°1, se realizaron modelaciones y calibraciones en Simulink/Matlab para un sistema de tratamiento anaerobio con datos medidos durante 96 días y aguas residuales provenientes de zonas industriales. Las primeras simulaciones (sin calibración) realizadas mostraron una gran diferencia entre los valores medidos y los valores simulados, dando así la necesidad de realizar calibraciones tanto para el modelo como sus parámetros cinéticos tal como lo realiza [50]. Algunos autores no evidencian las calibraciones necesarias para obtener un buen modelo matemático [77]. Otros autores no incluyeron el comportamiento del metano dentro de su modelación [78] [118].

Por parte de las calibraciones realizadas se notó un factor determinante y fueron algunos valores considerados “anómalos” que, según sus características principales y fisicoquímicas del agua y el comportamiento de esta no es normal que se presenten ciertos picos (Altos y bajos) en sus resultados (de muestreo), es por esto por lo que fue conveniente excluir aquellos datos para la calibración. Aun así, estos datos al final no fueron modificados en la comparación con los resultados del modelo, pero es una razón argumentada para deducir porqué el modelo matemático no se asemejó a estos valores considerados anómalos o fuera de rango. Su presencia posiblemente tenga que ver con errores en las mediciones de los parámetros fisicoquímicos. Es necesario recalcar que se hicieron calibraciones para el total de datos y con algunos valores excluidos con el fin de demostrar la aserción que hay al excluir algunos datos “anómalos”. Algunos artículos no presentaron a detalle esta relación de calibraciones [73] [85].

Aunado a lo anterior, las calibraciones a medida que fueron presentando menores errores, al mismo tiempo fueron modificando los valores de los parámetros cinéticos hasta quedar al final con los valores presentados en la Tabla 14. Para el arranque de las simulaciones se recomendó utilizar valores cinéticos de algunos autores [86] [91] ciertos estudios suelen hacerlo de igual manera o en su debido caso desarrollar sus propios valores cinéticos.

Por otra parte, con respecto a la simulación N°2 se utilizaron los parámetros cinéticos calibrados en la simulación N°1 para la modelación matemática de su comportamiento, esto debido a que por cuestiones de Pandemia no se pudieron obtener los datos de salida muestreados en el RAFA-FCG. Las gráficas compararon los datos de entrada para la PTAR con respecto a los valores de salida generados por el modelo, demostrando de esta manera aproximadamente las remociones de sólidos que presentaría el reactor anaerobio a la hora de su puesta en marcha. Este modelo es adaptable a diferentes concentraciones de agua residual, pero puede presentar algunos errores si se encuentran algunos datos “anómalos” como los





explicados en incisos anteriores, asimismo se reconoce que entre más ecuaciones diferenciales se puedan agregar a futuro para el presente estudio, mayor será la semejanza entre los datos medidos en laboratorio con los datos generados por el modelo.

A diferencia de [50] [87] estas calibraciones fueron realizadas en un sistema “base” con la finalidad de implementar un modelo con un mayor grado de aserción con respecto a un modelo no calibrado. Cabe resaltar que los datos obtenidos de la PTAR no pudieron calibrarse directamente debido a que no se tenían los datos de salida de este reactor. Sin embargo, este estudio muestra la adaptabilidad del modelo a diferentes variables de estado y diferentes tipos de aguas residuales, algo usualmente no demostrado en la bibliografía encontrada. De acuerdo con la modelación que se desarrolló para el reactor anaerobio a escala laboratorio (Simulación N°1), se presentó un porcentaje de error de un 24% para la biomasa y un 10% para el sustrato. Cabe resaltar que en los valores medidos se encuentran aquellos valores anómalos los cuales al no ser considerados disminuirían considerablemente el error. De igual manera, agregar más ecuaciones también podría ser otra opción para mejorar los resultados obtenidos. Por consiguiente, en la simulación N°2 se presentaron porcentajes máximos de remoción de 69% para la biomasa y 39% para el sustrato. Estas remociones claramente son aproximadas y relacionadas con los porcentajes de error evidenciados anteriormente. Además, al igual que en la simulación N°1 a variación de los valores anómalos y el aumento de las ecuaciones diferenciales podrían aumentar los porcentajes de remoción presentados por el sustrato. Poquet V [119] en sus modelos establece porcentajes de error para los sólidos entre 5-15%, valores cercanos a los presentados por este estudio.

Por último, se elaboró y presentó la instalación en la planta Norte del Área metropolitana de Monterrey, dando a conocer que por imprevistos relacionados a la pandemia y cuarentena mundial causada por SARS-COV-2 (Covid-19) se detuvieron los procesos de inoculación del Reactor UASB y así mismo el muestreo de parámetros fisicoquímicos utilizados para la calibración del modelo.

## 8. Recomendaciones

De acuerdo con lo desarrollado en el presente proyecto se recomendó a futuro elaborar un muestreo (diario) de al menos 3 meses midiendo los principales parámetros fisicoquímicos (DBO, DQO, SST, SSV) para obtener una calibración y validación del presente modelo matemático, puesto que por situaciones de pandemia no se pudieron desarrollar en este estudio. Por siguiente, se sugiere poner en funcionamiento el RAFA-FCG estipulado y preparado en la Planta Norte del Área metropolitana de Monterrey como se observa en este documento.

Aunado a lo anterior, se recomienda poner a prueba más de los dos filtros evidenciados en este proyecto y de diferentes materiales con la finalidad de encontrar el que más se adapte a las condiciones de tratamiento esperadas. Además, se espera que con la ayuda de la



calibración de la validación del modelo se puedan mejorar las condiciones de funcionamiento y así mismo optimizar las remociones del agua residual que llega a la planta Norte.

En relación con las simulaciones empleadas en este proyecto, se recomienda tomar como base los valores cinéticos encontrados en este estudio para empezar la calibración de los datos medidos a la salida del RAFA-FCG, así como desarrollar estrategias de minimicen los porcentajes de error entre el modelo y la “realidad”. También se recomienda un cuadro comparativo entre los resultados de este modelo en comparación de los resultados del modelo a realizar con los datos de salía, con la finalidad de demostrar el grado de aserción que tuvo el presente modelo a la realidad. Cabe resaltar que para poder complementar y mejorar los resultados estimados se deben adjuntar un mayor número de ecuaciones diferenciales las cuales están fuera de los alcances estipulados, pero seguramente harán parte de un futuro proyecto. Así mismo, los valores “anómalos” demostraron disminuir el grado de aserción de los resultados del modelo, es decir se reemplazarían estos datos podrían mejorar los porcentajes de error del modelo en estudio.

Por otra parte, luego de que se presenten los resultados del tratamiento de los filtros cerámicos y del sistema RAFA-FCG como tal, se recomienda elaborar un análisis estadístico para comparar el desempeño del sistema de filtración vs. sistema de sedimentación, con el fin de determinar (ambientalmente, económicamente y funcionalmente) si la eficiencia de la filtración es estadísticamente comparable a la de la sedimentación secundaria, y con ello tener argumentos basados en evidencias metodológicas y científicas que permitan demostrar si los dispositivos de filtración son o no idóneos para sustituir (en términos de cualitativos) a los sedimentadores secundarios como unidades de recuperación y control de la concentración de biomasa anaerobia activa.

## 9. Conclusiones

Posterior al desarrollo de cada uno de los objetivos de este proyecto se pudo deducir que se realizó el ensamblado del RAFA-FCG en la planta Norte del área metropolitana de monterrey. Así mismo, se explicó a detalle cada una de las pautas necesarias para poder elaborar un modelo matemático, algunos softwares para realizar la simulación y algunas explicaciones generales de qué se necesita para obtener un eficiente modelo matemático incluyendo la calibración y la validación.

De igual manera se especificó en este estudio que la cinética de Monod es la más apropiada a utilizar debido a la gran afinidad que tiene con los cuerpos de aguas residuales e incluso anaerobios. Por consiguiente, Se desarrolló una revisión bibliográfica de modelos matemáticos relacionados con el tratamiento anaerobio de aguas residuales encontrando así aquellas ecuaciones matemáticas que, por su cinética de funcionamiento, variables de estado y complejidad del modelo se asemejaran a nuestras condiciones de estudio y estas fueron



adaptadas a las condiciones de flujo del sistema RAFA-FCG propuesto. Se tomaron ecuaciones diferenciales bases de Enitan, Barre & Conway y Wardhani.

De manera general este estudio logró una simulación Teórica en el software Matlab/Simulink empleando 3 variables de estado (Biomasa, Sustrato y Producción de Metano) y el efluente de un FCG para aumentar la remoción de contaminantes para dos tipos de aguas residuales y con diferentes tiempos de muestreo. Las ecuaciones implementadas lograron describir el comportamiento dinámico de estas 3 variables en la simulación N°1 durante 96 días en un reactor anaerobio a escala piloto puesto en funcionamiento en el laboratorio de ingeniería ambiental ubicado en el instituto de ingeniería Civil. Se definieron condiciones cinéticas para el arranque de la simulación y se implementó un diagrama de bloques en Matlab/Simulink que describe el comportamiento dinámico de la digestión anaerobia. Después de simular este proceso con sus datos de entrada y salida del reactor se encontraron datos “anómalos” los cuales interrumpían el buen funcionamiento del modelo matemático y al mismo tiempo obligaba a aumentar el número de calibraciones por realizar. Por consiguiente, se logró adaptar la modelación ejecutada en la simulación N°1 para modelar la simulación N°2, la cual presentó mediciones en la entrada de la PTAR Norte durante 123 días de muestreo a la entrada que tendrá el RAFA (aguas abajo del desarenador). La Simulación N°1 demostró un porcentaje de error para el modelo aproximado del 10% para el comportamiento del sustrato (DQO) y un 23% para la biomasa. Por su parte en la Simulación N°2 se presentaron porcentajes de remociones máximos para el comportamiento de la biomasa del 69% y para el sustrato del 40%. De manera general se concluye que se logró modelar y simular el comportamiento dinámico de la biomasa, sustrato y producción de metano en reactores anaerobios, incluyendo la post-filtración generando una mejor eficiencia de remoción de contaminantes en reactores UASB. El sistema RAFA-FCG deberá ser simulado tomando como base todos los resultados obtenidos en este estudio con la finalidad de comparar la eficacia de el presente modelo y a su vez mejorar los resultados obtenidos.

Debido a imprevistos relacionados a la pandemia y cuarentena causada por SARS-COV-2 (covid-19) se detuvieron los procesos de inoculación y puesta en marcha del RAFA-FCG y así mismo el muestreo de parámetros fisicoquímicos utilizados para la calibración del modelo. Por ende, estos procedimientos harán parte de la continuación del presente proyecto.

## 10. Referencias

- [1], Hasan M, Shafiquzzaman M, Azam S, Nakajima J. Application of a simple ceramic filter to membrane bioreactor. *Desalination*. Volume 276 (2011) 272-277.
- [2], Hasan M, Saeed T, Nakajima J. Integrated simple ceramic filter, and waste stabilization pond for domestic wastewater treatment. *Environmental Technology & Innovation*. Volume 14 (2019) 100319





- [3], Verstraete W, Van P, Diamantis V. Maximum use of resources present in domestic “used water”. *Bioresource Technology*. Volume 100 (2009) 5537-5545.
- [4], Goyal N, Kumar A, Acharya R, Dwivedi U, Trivedi S, Bahadur P, Singh T. Prediction of biochemical failure in localized carcinoma of prostate after radical prostatectomy by neuro fuzzy. *Desalination*. Volume 227 (2007), 14-33.
- [5], United Nations. *The 2nd UN World Water Development Report: Water, a Shared Responsibility* (2006).
- [6], Yarımtepe C, Türen B, Oz N. Hydrogen production from municipal wastewaters via electrohydrolysis process. *Chemosphere*. Volumen 231, (2019), 168-172.
- [7], Russell D. *Practical Wastewater Treatment*. Lilburn, Georgia: Wiley & son Inc. Second edition (2019).
- [8], FAO. *Reutilización de aguas para agricultura en América Latina y el Caribe Estado, principios y necesidades*. Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura. Santiago de Chile (2017).
- [9], Borneman D. *High-rate operation of primary sedimentation Tanks to Provide Additional Wet-Weather Treatment Capacity*. Proceedings of the 81<sup>st</sup> Annual Water Environment Federation Technical Exposition and conference [CD-ROM]; Chicago, Illinois; Oct18-22; Water Environment Federation: Alexandria, Virginia (2008).
- [10], Jimenez D. *Introduction to wastewater treatment process, Second edition*. Barcelona, España (versión en español). Editorial REVERTÉ, S.A (2003).
- [11], Lopez J. *Depuración de aguas residuales Certificados de profesionalidad. Operación de estaciones de tratamiento de aguas*. España, Elearning. primera edición (2015).
- [12], Lara J. *Estudio de tratabilidad de las aguas residuales en Bogotá con lodos activados*. Bogotá, Colombia. Editorial Pontificia Universidad Javeriana (2015).
- [13], WEF. *Design of Municipal Wastewater Treatment Plants*, Unite State of America, Virginia. WEF Pres & McGrawHill. Volume 2- Fifth edition (2010).
- [14], Lopez, C. *Tratamiento biológico de aguas residuales: principios modelación y Diseño*. Reino unido, Editorial IWA publishing (2017).
- [15], WEF. *Design of Municipal Wastewater Treatment Plants*, Unite State of America, Virginia. McGrawHill. Volume 3 (2010).
- [16], Escalas A. *III Curso Diseño de planta de tratamiento de aguas residuales*. San Luis, México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí (2005).



- [17], Pozo J. *Puesta en marcha de un Reactor aerobio de lecho fluidizado para la eliminación de nitrógeno amoniacal*. Primera edición (2011).
- [18], Annachhatre A. Anaerobic treatment of industrial wastewaters. *Resources, Conservation and Recycling*. Volume 16 (1996) 161-166.
- [19], Viraraghavan T, Varadarajan R. Low-temperature kinetics of anaerobic-filter wastewater treatment. *Bioresource Technology*. Volume 57 (1996) 165-171.
- [20], Orozco C. El tratamiento anaeróbico de los residuos del café: una alternativa energética para la disminución del impacto ambiental en el sector. Nicaragua. Manual didáctico (1992).
- [21], Mei X, Quek P, Wang Z, Yong H. Alkali-assisted membrane cleaning for fouling control of anaerobic ceramic membrane bioreactor. *Bioresource Technology*. Volume 240 (2017) 25-32.
- [22], Metcalf & Eddy. *Ingeniería de aguas residuales: tratamiento, vertido reutilización*. USA, Volumen 1, tercera edición. Capítulo 8 (1996).
- [23], Morales J. *Tecnología de los materiales cerámicos*. Madrid, España. Ediciones Díaz de Santos. Capitulo N-1 (2005).
- [24], Ojuri O, Akinwumi I, Oluwatuyi O. Nigerian lateritic clay soils as hydraulic barriers to adsorb metals. Geotechnical characterization and chemical compatibility. *Environ. Protect. Eng*. Volume 43 (2017) 209-222,
- [25], Yue Q, Han S, Yue M, Gao B, Li Q, Yu H, Zhao Y, Qi Y. The performance of biological anaerobic filters packed with sludge-fly ash ceramic particles (SFCP) and commercial ceramic particles (CCP) during the restart period: effect of the C/N ratios and filter media. *Bioresource Technology*. Volume 100 (2009) 5016-5020.
- [26], Akosile S, Ajibade F, Lasisi K, Ajibade T, Adewumi J, Babatola J, Oguntuase K. Performance evaluation of locally produced ceramic filters for household water treatment in Nigeria. *Scientific African*. Volume 7 (2020) e00218.
- [27], AWWA. *Activated Carbon Solutions for improving Water Quality*, United States of America, St.Louis. American Water Works Association (2013).
- [28], Tang S, Zhang L, Peng Y, Liu J, Zhang Z. Fenton cleaning strategy for ceramic membrane fouling in wastewater treatment, *Journal of Environmental Sciences*. Volume 85 (2019) 189-199.
- [29], Aslam M, McCarty P, Shin C, Bae J, Kim J. Low energy single-staged anaerobic fluidized bed ceramic membrane bioreactor (AFCMBR) for wastewater treatment. *Bioresource Technology*. Volume 240 (2017) 33-41.



- [30], Bravo A, Polanco F. Modeling of the anaerobic digestion of sewage sludge: Evaluation of several reactor configurations. *IFAC Proceedings Volumes*. Volume 43 (2010) 365-370.
- [31], WEF. *Wastewater treatment process modeling*, United State of America, Virginia. McGrawHill. Second edition. Chapter 2 (2013).
- [32], Gujer W., Larsen T.A., The Implementation of Biokinetics and Conservation Principles in ASIM, *Wat. Sci. Tech*, 31, No. 2, 257-266 (1995).
- [33] Gustaf Olsson and bob newell., *Wastewater treatment systems: modeling, diagnosis and control*, IWA publishing (2000).
- [34], He Z, Lyu Z, Gu Q, Zhang L, Wang J. Ceramic-based membranes for water and wastewater treatment. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. Volume 578 (2019).
- [35], Zhao L, Li P, LI R, Li X. Direct filtration for the treatment of the coagulated domestic sewage using flat-sheet ceramic membranes, *Chemosphere*. Volumen 223 (2019) 383-390.
- [36], Cogollo J. Clarificación de aguas usando coagulantes polimerizados: caso del hidroxicloruro de aluminio, *Dyna*. Volumen 78 (2011) 18-27.
- [37], Morales A, Méndez N, Tamayo M. tratamiento de aguas residuales de rastro mediante semillas de moringa oleífera como coagulante. *Tropical and Subtropical Agroecosystems*. Volume 10 (2009) 523-529.
- [38], Zhou L, Zhou H, Yang X. Preparation and performance of a novel starch-based inorganic/organic composite coagulant for textile wastewater treatment. *Separation and Purification Technology*. Volume 210 (2019) 93-99.
- [39], Sarti A, Bruna F, Zaiat M, Foresti E. Anaerobic sequencing batch reactors in pilot-scale for domestic sewage treatment. *Desalination*. Volumen 216 (2007) 174-182.
- [40], Zhang X, Liu F, Zheng S. Energy savings and higher volumetric loading rate achieved in the conventional anoxic–oxic process for sewage treatment by enhancing biomass retention in the secondary clarifier. *Bioresource Technology*. Volumen 233 (2017) 322-325.
- [41], Contreras J. *Modelación del sedimentador secundario en planta de lodos activados* (Tesis de licenciatura). Universidad de Chile, facultad de ciencias físicas y matemáticas, departamento de ingeniería civil, Santiago de Chile, Chile (2010).
- [42], langenbach k, Kuschk p, horn h, k`astner m. Slow Sand Filtration of Secondary Clarifier Effluent for Wastewater Reuse. *Environ. Sci. Technol*. Volumen 43 (2009) 5896–5901.



- [43], Han W, Yue W, Wu S, Zhao Y, Gao B, Li Q, Wang Y. Application and advantages of novel clay ceramic particles (CCPs) in an up-flow anaerobic bio-filter (UAF) for wastewater treatment. *Bioresource Technology*. Volumen 137 (2013) 171-178.
- [44], Cartagena J. *Prueba de la aceptación del filtro de cerámica impregnado con plata coloidal en el barrio El Ocotal de Guinope, Honduras* (Tesis de Licenciatura). Zamorano Carrera de Desarrollo Socioeconómico y Ambiente (2001).
- [45], Yetilmezsov K. Integration of kinetic modeling and desirability function approach for multi-objective optimization of UASB reactor treating poultry manure wastewater. *Bioresource Technology*. Volumen 118 (2012). 89-101.
- [46], Chen, Y.R. & Hashimoto, Andrew. Kinetics of methane fermentation. *Biotech. Bioeng. Symp.* 8 (1978).
- [47], Debik E, Coskun, T. Use of the Static Granular Bed Reactor (SGBR) with anaerobic sludge to treat poultry slaughterhouse wastewater and kinetic modelling. *Bioresource Technology*. Volumen 100 (2009). 2777-2782.
- [48], Chen Y. Mathematical modelling of upflow anaerobic sludge blanket (UASB) reactors: Simultaneous accounting for hydrodynamics and bio-dynamics. *Chemical engineering science*. Volumen 137 (2015). 677-684.
- [49], Batstone, Damien & Keller, J & Angelidaki, Irini & Kalyuzhnyi, Sergey & Pavlostathis, S & Rozzi, A & Sanders, W & Siegrist, H & Vavilin, Vasily. Anaerobic digestion model No 1 (ADM1). *Water science and technology: a journal of the International Association on Water Pollution Research*. 45. (2002). 65-73.
- [50], Lohani S. ADM1 modeling of UASB treating domestic wastewater in Nepal. *Renewable energy*. Volumen 95 (2016). 263-268.
- [51], Galaguz Y. Modeling of Particle Filtration in a Porous Medium with Changing Flow Direction. *Procedia engineering*. Volumen 153 (2016). 157-161.
- [52], Payatakes A. Application of Porous Media Models to the Study of Deep Bed Filtration. *The Canadian journal of chemical engineering*. Volumen 52 (1974).
- [53], Scheidepker, A. \$., "The Physics of Flow Thmugh Porous Media", MacMillan, N.Y 1960.
- [54], Brinkman, H. C. A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles. *Journal of Applied Sciences Research*, A1, 27-34 (1947).
- [55], Soo H. A filtration model for the flow of dilute, stable emulsions in porous media-i. theory. *Chemical engineering science*. Volumen 41 (1986). 263-272.



- [56], Delgado A, Sánchez J. Modelamiento de la planta de tratamiento de aguas residuales Salitre mediante el software WEST ®. Departamento de Ingeniería Química, Universidad de los Andes.
- [57], Zaher U, Moussa M, Widyatmica I, Van Der Steen P, Gijzen H. Modelling anaerobic digestion acclimatisation to a biodegradable toxicant: application to cyanide. *Water Science & Technology*. Vol 54 (2006) No 4 pp 129–137.
- [58], Zaher U, Rodríguez J, Franco A, Vanrolleghem P. Application of the IWA ADM1 model to simulate anaerobic digester dynamics using a concise set of practical measurements. A Conference on ENVIRONMENTAL BIOTECHNOLOGY Advancement on Water and Wastewater Applications in the Tropics (2003). Kuala Lumpur-Malaysia.
- [59], Rosen C. and Jeppsson U., (2002), Anaerobic COST benchmark model description, Technical Report, European Cooperation in the field of Scientific and Technical Research, COST-624 on Optimal Management of Wastewater Systems, pp. 14.
- [60], Imerys Ceramic. SAFETY DATA SHEET of old mine #4 (2013). Tomado de: <http://www.lagunaclay.com/msds/pdf/3rawmat/adry/mbcom4.pdf> (Revisado el 22 de noviembre de 2019).
- [61], Orizola S. *USO DE ESCORIA DE COBRE EN CEMENTOS* (Tesis de licenciatura) Universidad de Chile, facultad de ciencias físicas y matemáticas, Departamento de ingeniería civil. Chile (2006).
- [62], Aguilera M. *Caracterización de las propiedades Físico-Mecánicas del tabique de barro recocido para la ciudad de Aguascalientes y área conurbada* (Tesis de Maestría). Aguascalientes, México (2016).
- [63], Espinosa M. Modelación y simulación del proceso de lodos activados de la planta de tratamiento de aguas residuales “Dulces nombres” de Monterrey. *Tesis de Doctorado*. Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca-México (2010).
- [64], WEF (2013). Modeling Fundamentals, *Wastewater Treatment Process Modeling* (second ed., Vol 1., pp. 49). Mc Graw Hill.
- [65], Yasui H, Komatsu K, Y li Y, Noike T. Evaluation of state variable interface between the Activated Sludge Models and Anaerobic Digestion Model no 1. *Water Sci Technol*. 2008;57(6):901-7.
- [66], Vaneeckhaute C. Nutrient recovery from bio-digestion waste: from field experimentation to model-based optimization. *Tesis de Doctorado*, Université Laval. Québec- Canadá (2015).



- [67], Moreno A. Modelización de la dinámica de los microorganismos anaerobios sintróficos oxidantes del ácido acético (SAO). Trabajo final de grado, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona-España (2014).
- [68], WEF. Numerical Solutions, Wastewater Treatment Process Modeling (second ed., Vol 1., pp. 49). Mc Graw Hill (2013).
- [69], Sánchez J, Mejía A, Amorocho C. Software de ingeniería especializado en el diseño y simulación de plantas de tratamiento de agua residual: revisión. *Ingeniería y región*. (2015);13(1):57-71.
- [70], WEF. Overview of Available Modeling and simulation Protocols, *Wastewater Treatment Process Modeling* (second ed., Vol 1., pp. 199). Mc Graw Hill (2013).
- [71], Rajesh J, Kavitha S, Tamilarasan K. Modelling for anaerobic process. H.J. Purohit et al. (eds.), *Optimization and Applicability of Bioprocesses* (2017).
- [71], Andrews J, Pearson EA. Kinetics, and characteristics of volatile fatty acid production in anaerobic fermentation processes. *Int J Air Water Pollut* 1965; 9:439-61.
- [72], Andrews J, Graef S. Dynamic modeling and simulation of the anaerobic digestion process. *Adv Chem Ser* 1971; 105:126-62.
- [73], Denac M, Miguel A, Dunn I. Modeling dynamic experiments on the anaerobic degradation of molasses wastewater. *Biotechnol Bioeng* 1988;31(1):1e10.
- [74], Costello D, Greenfield P, Lee P. Dynamic modelling of a single-stage high-rate anaerobic reactor e II. Model verification. *Water Res* 1991;25(7):859e71.
- [75], Moletta R, Verrier D, Albagnac G. Dynamic modelling of anaerobic digestion. *Water Res* 1986;20(4):427e34.
- [76], Batstone, D.J., Keller, J., Angelidaki, R.I., Kalyuzhnyi, S.V., Pavlostathis, S.G., Rozzi, A., Sanders, W.T.M., Siegrist, H. and Vavilin, V.A. (2002). The Anaerobic Digestion Model No 1 (ADM1), *Water Science and Technology*, 45 (10), 65-73.
- [77], Muñoz-Tamayo, Rafael & Angulo, Fabiola & Marín, Jorge. Modelado y control automático de Temperatura en un reactor anaerobio de manto de lodos de flujo ascendente UASB para el tratamiento de lixiviados en el rango mesofílico. Un estudio teórico (2005).
- [78], Seghezzo L. Formulación de un modelo matemático para simular la digestión anaeróbica de efluentes orgánicos en reactores UASB. Volumen 5, 2001.





- [79], Sossa J. Implementación del modelo IWA ADM1 a la modelación y simulación del tratamiento anaerobio de los efluentes industriales de matadero en un reactor UASB. *Revista de Investigación e Innovación Agropecuaria y de Recursos Naturales*. Volumen 3 (2016). 67-80.
- [80], Cakir, Fatma & Stenstrom, Michael. ANAEROBIC TREATMENT OF LOW STRENGTH WASTEWATER. *Proceedings of the Water Environment Federation*. 2007. 5178-5207. 10.2175/193864707787969018 (2007).
- [81], Yu L, Wensel PC, Ma J, Chen S. *Mathematical Modeling in Anaerobic Digestion (AD)*. J Bioremed Biodeg S4: 003 (2013).
- [82], Monod J. The Growth of Bacterial Cultures. *Annu Rev Microbiol* 3: 371-394 (1949).
- [83], CONTOIS DE Kinetics of bacterial growth: relationship between population density and specific growth rate of continuous cultures. *J Gen Microbiol* 21: 40-50 (1959).
- [84], Lokshina LY, Vavilin VA, Kettunen RH, Rintala JA, Holliger C, et al. Evaluation of kinetic coefficients using integrated Monod and Haldane models for low-temperature acetoclastic methanogenesis. *Water Res* 35: 2913-2922 (2001).
- [85], Milanese M, de Risi A, de Riccardis A, Laforgia D. Numerical study of anaerobic digestion system for olive pomace and mill wastewater. *Energy Procedia* 45 (2014) 141 – 149.
- [86], Enitan A, Adeyemo J, Swalala F, Bux F. Anaerobic Digestion Model to Enhance Treatment of Brewery Wastewater for Biogas Production Using UASB Reactor. *Environ Model Assess*, (2015).
- [87], Nugroho G, Santoso S. Dynamical modeling of substrate and biomass effluents in up-flow anaerobic sludge blanket (UASB) biogas reactor. *International Journal of Industrial Chemistry* (2019).
- [88], Matangue MTA, Campos CMM. Determination of kinetic parameters of an upflow anaerobic sludge blanket reactor (UASB), treating swine wastewater. *Cienc Agrotecnol* 35(6):1204–1210 (2011).
- [89], Bhunia P, Ghangrekar MM. Analysis, evaluation, and optimization of kinetic parameters for performance appraisal and design of UASB reactors. *Bioresour Technol* 99(7):2132–2140 (2008).
- [90], Moguel J, Puebla H, Mendez H, Hernandez E. Modeling pH and temperature effects on the anaerobic treatment of tequila vinasses. *Chemical technology and biotechnology*, (2020) 1953-1961.



- [91], Wardhani P. Mathematical and Experimental Study of Anaerobic Digestion Process and Biogas Generation from Fruit and Vegetable Waste. Okaya university (Doctor's course) (2017).
- [92], Yilmaz A. Modeling of the Anaerobic Decomposition of Solid Wastes. *Energy Sources*, (2003) 25:1063–1072.
- [93], Yilmaz, A. H. Fermentation of Organic Solid Wastes as a Source of Renewable Energy and the Use of the Product as Fertilizer, MSc. thesis. Ege University, Izmir, Turkey 1998.
- [94] Bollon J, Le-hyarc R, Benbelkacem H, Buffière P. Development of a kinetic model for anaerobic dry digestion processes: focus on acetate degradation and moisture content. *Biochem Eng J* 2011;56(3):212-8.
- [95], Hernández G. Flujo de un fluido a través de un medio poroso, Curso: Modelación matemática computacional de sistemas terrestres I – UNAM. Ciudad de Mexico, Mexico.
- [96], Mininni G, Spinoso L, Misiti A. Evaluation of filter press performance for sludge dewatering, *Water Pollution Control Federation* (1984), pp. 331-336.
- [97], Ewing R. Mathematical Modeling and Simulation for Applications of Fluid Flow in Porous Media. Institute for Scientific Computation. Texas A&M University (1997).
- [98], J. Bear. *Dynamics of fluid in porous media*, Dover publication, INC., (1988).
- [99], D. Hittel. *Fundamentals of soil Physics*, Academic Press, (1980).
- [100], Toledo M, Morán R, Campos H. Modelación del movimiento del agua en medios porosos no lineales mediante un esquema de diferencias finitas. Aplicación al sobrevertido en presas de escoller. *Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing.* (2012):225–236.
- [101], A. Parkin, Field solutions for turbulent seepage flow, ASCE, J. Soil Mech. Found. Div. 97 (1) (1971) 209–218.
- [102], Aarnes, J.E., Gimse, T. and Lie, K. An Introduction to the Numerics of Flow in Porous Media Using Matlab. In: Hasle, G., Lie, K.-A. and Quak, E., Eds., Geometric Modelling, Numerical Simulation, and Optimization: Applied Mathematics at SINTEF, Springer, 265-306 (2007).
- [103], Mossad R, Aral H. Numerical Modeling of Flow in a Horizontal Sand Filter. *American J. of Engineering and Applied Sciences*. 3 (2): 286-292, 2010 ISSN 1941-7020.





- [104], Vafai, K. Handbook of Porous Media. 2<sup>nd</sup> Edn., Marcel Dekker Inc., Basel, New York, ISBN: 0-8247-8886-9, pp: 893 1994.
- [105], Varela J. Modelling and Simulation of One-Dimensional Fluid Flow in Porous Media. Tesis, febrero 2014. Universidad Nacional de Asunción, San Lorenzo-Paraguay.
- [106], Khaled A, Vafai k. The role of porous media in modeling flow and heat transfer in biological tissues, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46 (2003) 4989–5003.
- [107], Jodat A, Nakshatrala R, Balarini R. Modeling flow in porous media with double porosity/permeability: A stabilized mixed formulation, error analysis, and numerical solutions, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg* (2018).
- [108], Rasmussen A, Harald T, Bao K, Lauser A, Hove J, Skaflestad B, Klöfkorn R, Blatt M, Rustad A, Blatt M, Birger A, Sævareidb O, Liea K, Thune A. The Open Porous Media flow reservoir simulator, *Computers and Mathematics with Applications* (2020).
- [109], Ene H. Modeling the flow through porous media. Romanian Academy, P.O. Box 1-764, 70700. Instituto de matemáticas. Bucharest, Romania (2004).
- [110], H.R.P.G. Darcy, Les Fontaines Publiques de la volle de Dijon, Vector Dalmont, Paris, 1856.
- [111], Barenblat, G. 1., Zheltov, I. P. and Kochin a, 1.N. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *Appl. Math. Mech.*, 24, 1 2 86 ~1 30 3 (1960).
- [112], Ovaysi S, Piri M. Direct pore-level modeling of incompressible fluid flow in porous media. *Journal of Computational Physics* 229 (2010) 7456–7476.
- [113], H.C. Brinkman, A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles, *Appl. Sci. Res. A* 1 (1947) 81–86.
- [114], Rodríguez R, Renman G, Moreno L, Liu L. A model to describe the performance of the UASB reactor, *Biodegradation*. (2013)
- [115], Ghaly, A. E., Sadaka, S. S., & Hazza'a, A. Kinetics of an intermittent-flow, continuous-mix anaerobic reactor. *Energy Sources*, 22(6), (2000) 525–542.
- [116], Gunaseelan, V. Regression models of ultimate methane yields of fruits and vegetable solid wastes, sorghum and napiergrass on chemical composition. *Bioresource Technology*, 98, (2007) 1270–1277.
- [117], Boni M.R, Sbaffoni S, Tuccinardi L, Viotti P. Development, and calibration of a model for biohydrogen production from organic waste, *Waste Management*, (2013).



- [118], Monica Roman & Dan Selișteanu. Modeling of Fast Reaction Mechanisms for Biomass Conversion Processes, *Combustion Science and Technology*, 188:2, (2016) 290-305.
- [119], Pastor-Poquet V, Papirio S, Philippe Steyer J, Trably E, Escudié R, Esposito G. High-solids anaerobic digestion model for homogenized reactors, *Water Research* 142 (2018) 501e511.

### 10.1. Referencias de Figuras

- [1], Domos agua. Importancia de Plantas de Tratamiento de Aguas Residuales en México (2018). Tomado de: <https://www.domosagua.com/blog/importancia-plantas-tratamiento-aguas-mexico>. (Revisado el 01 de septiembre de 2019).
- [2], Baraca ecotecnología. Filtro de Cerámica Descontaminante de Agua AGUADA. Tomado de: <https://baracaecotecnologia.wixsite.com/baraca/filtros-de-agua> (Revisado el 15 de septiembre de 2019).
- [3], Brown J. *Wastewater treatment process modeling*, Unite State of America: McGrawHill. Second edition. Chapter 2 (2013).
- [4], Elaboración propia.
- [5], Elaboración propia.
- [6], Elaboración propia.
- [7], Elaboración propia.
- [8], Elaboración propia.
- [9], Glazy. Kentucky OM #4 Ball Clay (2015). Tomado de: <https://glazy.org/materials/15298>. (Revisado el 01 de octubre de 2019).
- [10], Escoria de cobre, Capitulo1. Escoria de cobre. Tomado de: <http://tesis.uson.mx/digital/tesis/docs/20613/Capitulo1.pdf>. (Revisado el 01 de noviembre de 2019)
- [11], Robayo R. Producción de elementos constructivos a partir de residuos de ladrillo activados alcalinamente. *Revista Facultad de Ingeniería*. Volumen 25 (2016), 21-30.
- [12], Elaboración propia.
- [13], Elaboración propia.
- [14], Elaboración propia.



[15], Google Earth

[16], Elaboración propia.

[17], Elaboración propia.

## 11. ANEXOS

Los apéndices que se muestran a continuación tienen como finalidad el conocimiento de fondo de algunas características específicas de este proyecto, brindar información más completa sobre alguno de los temas mencionados debido a que por su longitud o naturaleza no es preferible tratarlo en el cuerpo del proyecto.

### 11.1. ANEXO A. Revisión Bibliográfica de ecuaciones diferenciales para el desarrollo del modelo matemático

#### a) Ecuaciones presentadas por Kaan Yetilmezsoy et al (2012).

- **Ecuación de Chen Hashimoto: Reactor de mezcla completa sin recirculación de lodos.**

$$Y_V = \left[ \frac{(1-R)Y_m S_i}{\theta h} \right] * \left[ 1 - \left( \frac{k}{\theta h \mu m^{-1} + k} \right) \right]$$

$Y_V$  = Volumen metano (L CH<sub>4</sub>/L/día)

$R$  = Fracción de refractaria (no biodegradable) COD

$Y_m$  = Volumen de metano producido (L CH<sub>4</sub>/g COD removed)

$\theta_h$  = Tiempo de retención hidráulico (d)

$K$  = Parámetro cinético adimensional

$S_i$  = Concentración de sustrato en el afluente (g COD/L/día)

$U_m$  = Tasa máxima de crecimiento microbiano específico (día<sup>-1</sup>)

- **Modelo Stover-kincannon modificado (2009).**

- Eliminación de sustrato orgánico en UASB:

$$r_s = \frac{Q(S_i - S_e)}{V_R} = \frac{(S_i - S_e)}{\theta h}$$

$r_s$  = Tasa de consumo de sustrato (g COD/L/día)



- Tasa de consumo de sustrato

$$\frac{\mu_{max}Lo}{KB + Lo}$$

- Concentración del afluente para el Reactor

$$Si - \frac{\mu_{max}Lo}{KB + Lo}$$

- VR= Volumen requerido del reactor UASB

$$VR = \frac{Qsi}{\left[ \frac{\mu_{max}Si}{(Si-se)} \right] - KB}$$

$\mu_{max}$ = Tasa de utilización máxima constante (g COD/L/día)

KB= Constante de saturación (g COD/L/día),

Q= Caudal (L/día)

Lo= Tasa de carga orgánica (g COD/L/día)

Si= Concentración de sustrato a la entrada (g COD/L/día)

Se= Concentración de sustrato a la salida (g COD/L/día)

## b) ADM1 modeling of UASB treating domestic wastewater in Nepal- Lohani 2016

- Cinética tipo Monod, absorción basada en el sustrato

$$P = km \frac{s}{Ks + s} X l$$



- Balance de masas:

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} = \frac{q_{in} S_{ini}}{V_{liq}} - \frac{q_{out} S_{out}}{V_{liq}} + \sum_{j=1-19} P_j V_{ij}$$

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{q_{in} X_{ini}}{V_{liq}} - \frac{q_{out} X_{out}}{V_{liq}} + \sum_{j=1-19} P_j V_{ij}$$

$S_i$  = Concentración de los componentes del sustrato soluble

$X_i$  = Concentración del componente de un sustrato particulado

$Q_{in}$  = influente del flujo

$Q_{out}$  = efluente del flujo

$V_{liq}$  = Volumen del reactor trabajando

$\sum_{j=1-19} P_j V_{ij}$  = Sumatoria de las tasas cinéticas específicas para el proceso “j” multiplicada por los coeficientes estequiométricos

- Transferencia de masas de gases

$$\frac{\partial S_{gas}}{\partial t} = \frac{q_{gas} S_{sasi}}{V_{gas}} + P T_{ij} \frac{V_{liq}}{V_{gas}}$$

c) *Modelado y control automático de temperatura en un reactor anaerobio UASB para el tratamiento de lixiviados en el rango mesofílico- Tamayo R. (2005).*



- Balance de materia (biomasa) incluyendo monod

$V$ : es el volumen del reactor (l).

$q$ : caudal de alimentación (l/h).

$X$ : concentración de SSV en el reactor (mg/l).

$X_0$ : concentración de SSV a la entrada del reactor (mg/l).

$m$ : velocidad específica de crecimiento bacteriano ( $h^{-1}$ )

$k_d$ : coeficiente de decaimiento endógeno ( $h^{-1}$ ).

- Balance de materia (sustrato)

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{q}{V} (S_0 - S_e) - \frac{\mu_{max} S}{Y(K + S)} X$$

$S_0$ : concentración de DQO a la entrada del reactor.

$Y$ : coeficiente de producción celular. mgSSV/mgDQO.

**d) Modelo propuesto por Soot y Radke (1986).**

- Permeabilidad Local

$$\frac{Kx}{K_0} = 1 - \frac{\beta_0}{\epsilon_0}$$

- Cinética de captura de gotas

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda S I \left(1 - \frac{\alpha \sigma}{\epsilon_0}\right) u c$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial \sigma S}{\partial t} + \frac{\partial \sigma I}{\partial t} = \lambda s u c \left(\frac{\epsilon S - \sigma S}{\epsilon_0 - \sigma}\right) + \lambda I u c \left(1 - \frac{\sigma I}{\sigma I \cdot m}\right) \left(\frac{\epsilon I - \sigma I}{\epsilon_0 - \sigma}\right)$$



$\alpha$ =describe el papel de la redistribución de flujo en la cinética de captura, debido a las gotas retenidas en los poros

$\lambda SI = \text{Constante}$

e) *Modelo de Muñoz (1999)*

- Flujo superficial e infiltración del suelo

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = ie(t) = r(t) - f(t)$$

$$q = ah^m = \frac{\sqrt{S_0}}{n} h^{5/3}$$

X = eje de dirección del flujo (m)

t = tiempo (s)

h = profundidad vertical del flujo (m)

q= descarga por ancho de la unidad (m<sup>2</sup>/s)

r= intensidad de lluvia (m/s)

f= Velocidad de infiltración (m/s)

s= pendiente de la cama (m/m)

f) *Formulación de un modelo matemático para simular la digestión anaeróbica de efluentes orgánicos en reactores UASB. Modelo realizado por seghezzo (2001)*

- Balance de masas para microorganismos y sustrato respectivamente

$$V \frac{\partial x}{\partial t} = QX_0 - QX + rxV$$

$$V \frac{\partial s}{\partial t} = QSo - Qs + rsV$$



$Q$  = caudal ( $\text{m}^3/\text{d}$ )  
 $rx$  = tasa de producción de biomasa ( $\text{kgSSV}/\text{m}^3\text{-d}$ )  
 $S$  = concentración de sustrato ( $\text{kgDQO}/\text{m}^3$ )  
 $X$  = concentración y biomasa ( $\text{kgSSV}/\text{m}^3$ )  
 $V$  = volumen del reactor ( $\text{m}^3$ )

- *Velocidad de cambio de concentración en bacterias y sustrato*

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \mu X - \frac{X}{\theta}$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{S_0 - S}{\theta} - r_s$$

$\theta = V/Q$  es el Tiempo de Retención Hidráulica (TRH)

**g) Modelo de Platter, para una simulación dinámica del sistema de biorreactor de lecho móvil (2008).**

- Balances de masa para compuestos disueltos y suspendidos

$$\frac{\partial S_i}{dt} = \frac{Q}{V} (S_{i,m} - S_{i,out}) + r_{oD} BFM$$
$$\frac{\partial X_i^S}{dt} = \frac{Q}{V} (X_{i,m}^S - X_{i,out}^S) + r_{oD} BFM$$
$$\frac{\partial X_i^B}{dt} = r_{oD} BFM$$

$S_i$  = compuestos disueltos

$X_i^S$  = Sólidos Suspendidos

$X_i^B$  = Sólidos en biopelículas

$r_{oD} BFM$  = Velocidad de reacción del modelo cero-dimensional de biopelículas

**h) Modelación y simulación del tratamiento anaerobio de los efluentes industriales de matadero en un reactor UASB (Sossa, 2016), enfoque IWA ADMI.**

ecuaciones





de variación de balance másico (Bird, Stewart & Lightfoot, 1978)

- Fase líquida:

$$\frac{\partial S_{i,l}}{\partial t} = V_{z,l} \frac{\partial S_{i,l}}{\partial z} = k_l a (S_{i,l} - S_{i,l}^*) + \sum P_{i,j}$$

Siendo  $S_{i,l}$  y  $S_{i,l}^*$ , la concentración en fase líquida de cualquier componente  $i$  (g DQO L<sup>-1</sup>)

$V_l$ =Volumen

$K_l$ = Constante global de transferencia de materia

$\rho_{i,j}$ = la velocidad de reacción para cada proceso  $j$  en los cuales el compuesto  $i$  está involucrado

$j$ = es la coordenada de la altura del reactor (m)

$t$ = tiempo (d)

$$\frac{\partial S_{i,l,k}}{\partial t} = \frac{1}{TRH_k(t)} (S_{i,l,k-1} - S_{i,l,k}) - K_l a (S_{i,l} - P_{E_{DQO,l}} P_{gas,l} K_{H,l}) + \sum P_{i,j}$$

- Compuestos insolubles en la fase líquida:

$$\frac{\partial X_{i,l,k}}{\partial t} = \frac{X_{i,l,k-1}}{TRS_{-1}(t)} - \frac{X_{i,l,k}}{TRS_k} + \sum P_{i,j}$$

$K$ = Número de etapa (1,2 ó 3)

$TRH$ = Tiempo de retención hidráulica (d)

$TRS$ = Tiempo de retención de Sólidos (d)



## 11.2. ANEXO B. Simulaciones

### a) Datos de entrada DQO, SSV y $Q$ (N°1)

tiempo (días)	Caudal (l/día)	SSV (g/l)	DQO (g/l)
1	21600	0.176	0.870
2	21600	0.187	0.798
3	21600	0.187	0.725
4	21600	0.187	0.760
5	21600	0.168	0.794
6	21600	0.168	0.829
7	21600	0.171	0.814
8	21600	0.171	0.799
9	21600	0.200	0.894
10	21600	0.200	0.988
11	21600	0.200	0.905
12	21600	0.141	0.822
13	21600	0.141	0.739
14	21600	0.149	0.728
15	21600	0.149	0.717
16	21600	0.127	0.731
17	21600	0.127	0.745
18	21600	0.127	0.763
19	21600	0.110	0.780
20	21600	0.110	0.798
21	21600	0.125	0.912
22	21600	0.125	1.025
23	21600	0.112	0.915
24	21600	0.112	0.805
25	21600	0.112	0.734
26	21600	0.053	0.664
27	21600	0.053	0.593
28	21600	0.074	0.523



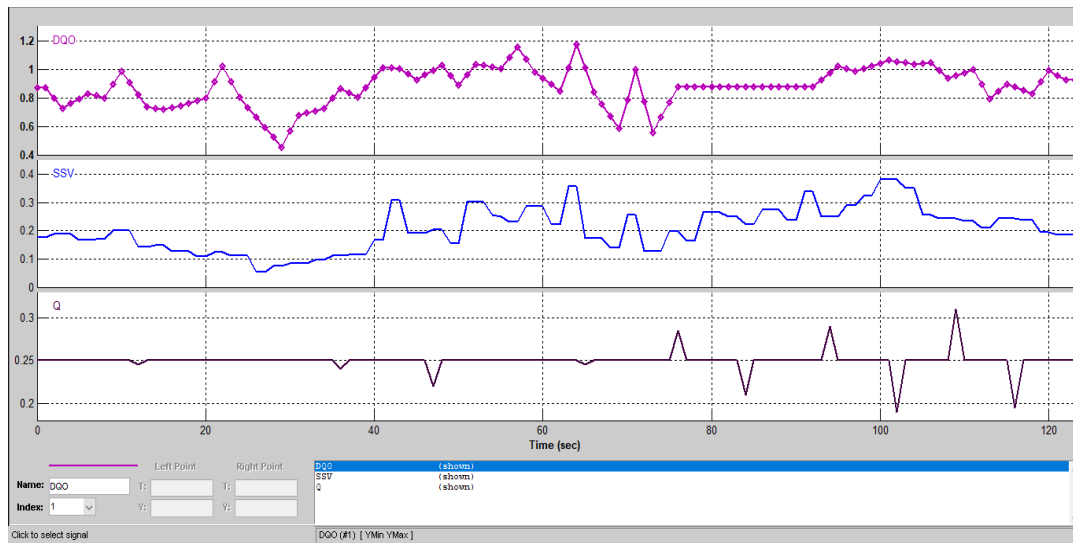
29	21600	0.074	0.452
30	21600	0.085	0.566
31	21600	0.085	0.679
32	21600	0.085	0.695
33	21600	0.096	0.710
34	21600	0.096	0.726
35	21600	0.111	0.797
36	21600	0.111	0.868
37	21600	0.114	0.837
38	21600	0.114	0.805
39	21600	0.114	0.873
40	21600	0.166	0.942
41	21600	0.166	1.010
42	21600	0.307	1.009
43	21600	0.307	1.008
44	21600	0.191	0.969
45	21600	0.191	0.929
46	21600	0.191	0.962
47	21600	0.203	0.994
48	21600	0.203	1.027
49	21600	0.155	0.958
50	21600	0.155	0.888
51	21600	0.303	0.963
52	21600	0.303	1.038
53	21600	0.303	1.028
54	21600	0.255	1.018
55	21600	0.250	1.008
56	21600	0.232	1.082
57	21600	0.232	1.155
58	21600	0.287	1.069
59	21600	0.287	0.983
60	21600	0.287	0.938
61	21600	0.223	0.893
62	21600	0.223	0.848
63	21600	0.358	1.013
64	21600	0.358	1.177
65	21600	0.174	1.009
66	21600	0.174	0.840
67	21600	0.174	0.754
68	21600	0.140	0.669
69	21600	0.140	0.583
70	21600	0.255	0.789



71	21600	0.255	0.994
72	21600	0.127	0.775
73	21600	0.127	0.555
74	21600	0.127	0.662
75	21600	0.196	0.769
76	21600	0.196	0.876
77	21600	0.163	0.876
78	21600	0.163	0.876
79	21600	0.264	0.876
80	21600	0.264	0.876
81	21600	0.264	0.876
82	21600	0.250	0.876
83	21600	0.250	0.876
84	21600	0.222	0.876
85	21600	0.222	0.876
86	21600	0.273	0.876
87	21600	0.273	0.876
88	21600	0.273	0.876
89	21600	0.238	0.876
90	21600	0.238	0.876
91	21600	0.337	0.876
92	21600	0.337	0.876
93	21600	0.249	0.925
94	21600	0.249	0.975
95	21600	0.249	1.024
96	21600	0.288	1.004
97	21600	0.288	0.984
98	21600	0.322	1.003
99	21600	0.322	1.022
100	21600	0.382	1.044
101	21600	0.382	1.065
102	21600	0.382	1.055
103	21600	0.352	1.046
104	21600	0.352	1.036
105	21600	0.256	1.043
106	21600	0.256	1.049
107	21600	0.242	0.993
108	21600	0.242	0.936
109	21600	0.242	0.957
110	21600	0.233	0.977
111	21600	0.233	0.998
112	21600	0.211	0.894

113	21600	0.211	0.790
114	21600	0.243	0.844
115	21600	0.243	0.898
116	21600	0.243	0.876
117	21600	0.237	0.853
118	21600	0.237	0.831
119	21600	0.194	0.911
120	21600	0.194	0.991
121	21600	0.184	0.959
122	21600	0.184	0.927
123	21600	0.184	0.927

b) Gráficos de entrada DQO, SSV y Q durante 123 días.



Datos de entrada del modelo

Datos de Entrada y salida N°2

- DQO

FECHA MUESTREO	ENTRADA (g/L)	EFLUENTE
17/10/2020	0.603	0.231
18/10/2020	0.392	0.251
19/10/2020	0.513	0.272
20/10/2020	0.513	0.312
21/10/2020	0.38	0.23
22/10/2020	0.34	0.36
23/10/2020	0.445	0.307



24/10/2020	0.376	0.307
25/10/2020	0.336	0.297
26/10/2020	0.384	0.295
27/10/2020	0.374	0.245
28/10/2020	0.304	0.245
29/10/2020	0.304	0.203
30/10/2020	0.61	0.295
31/10/2020	0.366	0.274
01/11/2020	0.447	0.234
02/11/2020	0.768	0.424
03/11/2020	0.364	0.374
04/11/2020	0.414	0.313
05/11/2020	0.462	0.302
06/11/2020	0.472	0.332
07/11/2020	0.422	0.292
08/11/2020	0.472	0.322
09/11/2020	0.57	0.33
10/11/2020	0.47	0.28
11/11/2020	0.49	0.27
12/11/2020	0.42	0.26
13/11/2020	1.267	0.372
14/11/2020	0.432	0.483
15/11/2020	0.834	0.493
16/11/2020	0.533	0.408
17/11/2020	0.497	0.458
18/11/2020	0.497	0.378
19/11/2020	0.239	0.328
20/11/2020	0.736	0.348
21/11/2020	0.468	0.348
22/11/2020	0.487	0.239
23/11/2020	0.517	0.335
24/11/2020	0.443	0.345
25/11/2020	0.502	0.325
26/11/2020	0.315	0.331
27/11/2020	0.468	0.351
28/11/2020	0.526	0.409
29/11/2020	0.39	0.341
30/11/2020	0.624	0.37
01/12/2020	0.429	0.302
02/12/2020	0.419	0.302
03/12/2020	0.361	0.273
04/12/2020	0.367	0.309
05/12/2020	0.251	0.183
06/12/2020	0	0.212
07/12/2020	0.521	0.317



08/12/2020	0.49	0.288
09/12/2020	0.48	0.298
10/12/2020	0.432	0.278
11/12/2020	0.382	0.248
12/12/2020	0.372	0.248
13/12/2020	0.296	0.258
14/12/2020	0.485	0.323
15/12/2020	1.179	0.276
16/12/2020	0.475	0.295
17/12/2020	0.428	0.274
18/12/2020	0.372	0.323
19/12/2020	0.294	0.411
20/12/2020	0	0.313
21/12/2020	0.441	0.323
22/12/2020	0.402	0.264
23/12/2020	0.676	0.392
24/12/2020	1.352	0.372
25/12/2020	0.607	0.392
26/12/2020	0.274	0.245
27/12/2020	0.353	0.235
28/12/2020	1.567	0.343
29/12/2020	2.89	0.372
30/12/2020	1.176	0.519
31/12/2020	1.097	0.607
01/01/2021	0.838	0.478
02/01/2021	0.292	0.448
03/01/2021	0.244	0.38
04/01/2021	0.224	0.244
05/01/2021	0.439	0.312
06/01/2021	0.702	0.322
07/01/2021	0.331	0.288
08/01/2021	0.278	0.25
09/01/2021	0.672	0.278
10/01/2021	0.269	0.278
11/01/2021	0.422	0.269
12/01/2021	0.499	0.307
13/01/2021	0.442	0.288
14/01/2021	0.432	0.317
15/01/2021	0.413	0.317
16/01/2021	0.49	0.269
17/01/2021	0.298	0.269
18/01/2021	0.278	0.298
19/01/2021	0.672	0.317
20/01/2021	0.48	0.336