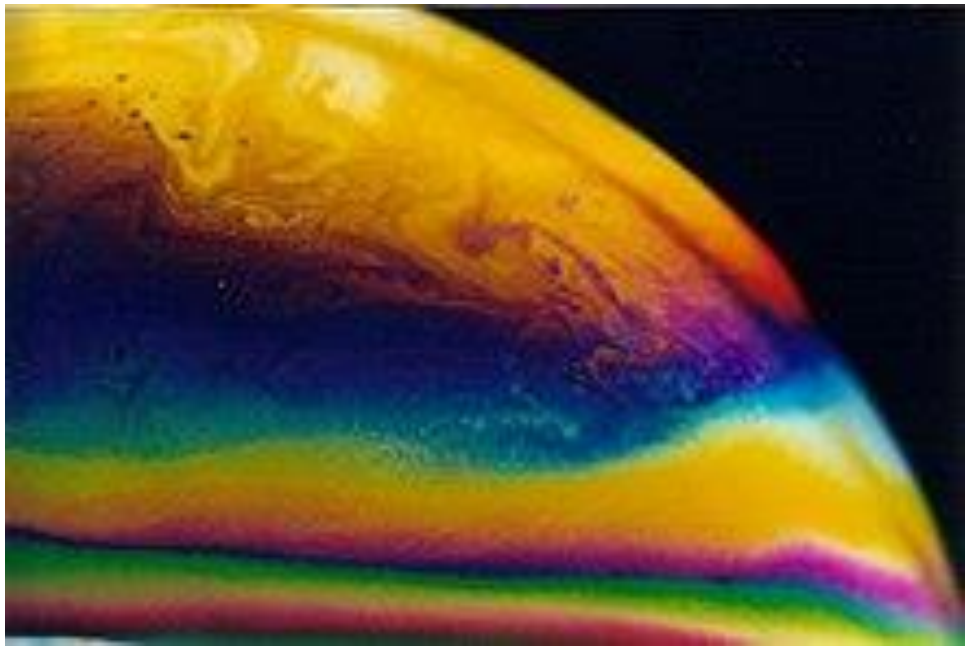
# Interference, difrakce

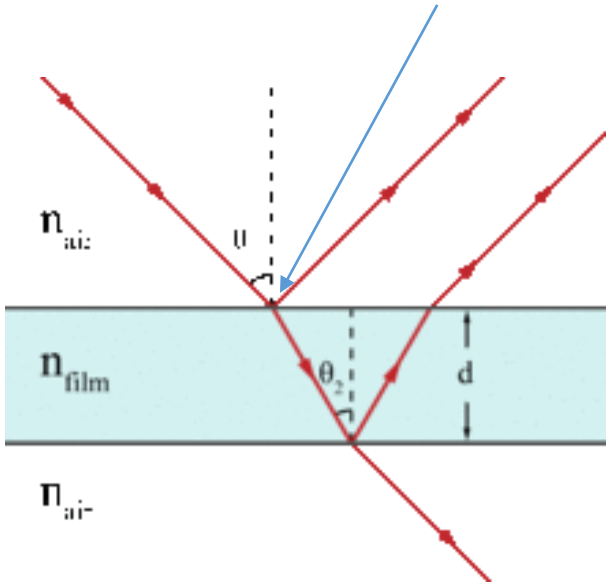
Proseminář z Optiky, 5.12.2019

# Interference na tenkých vrstvách

Mýdlová bublina, olejový film na vodě



Změna fáze o $\pi$, změna dráhy o $\frac{\lambda}{2}$



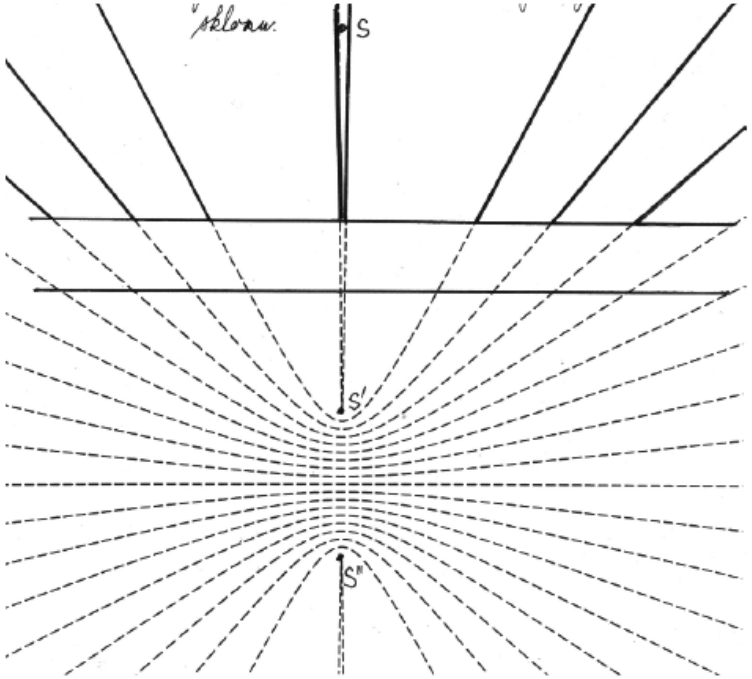

Konstruktivni interference

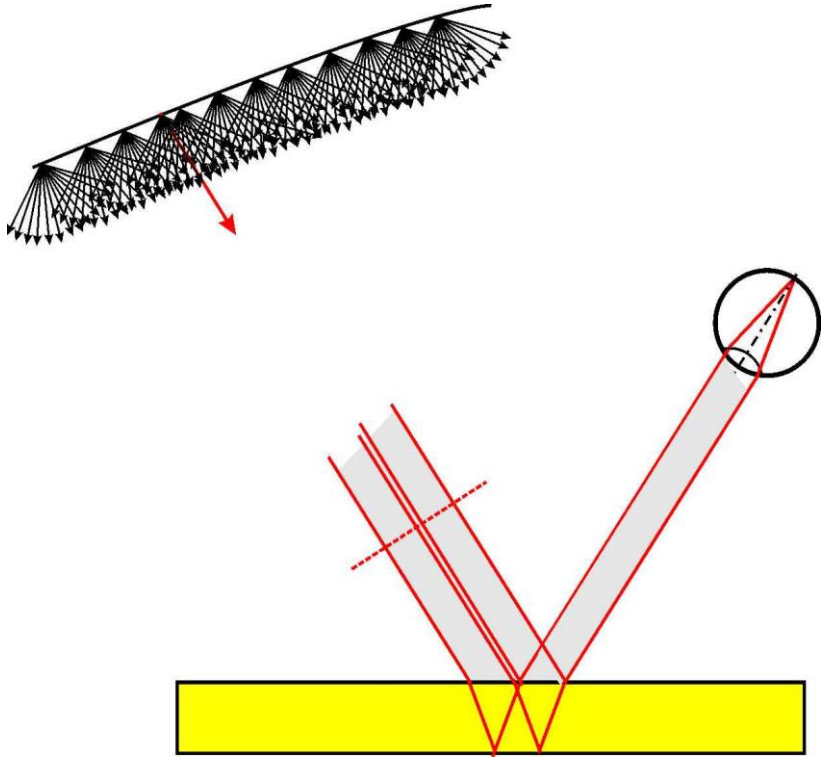
$$2n_{\text{film}}\, d\cos(\theta_2) = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Destruktivni interference

$$2n_{\text{film}}\, d\cos\left(\theta_2\right) = m\lambda$$

# Model vizuálního pozorování planparalelní vrstvy

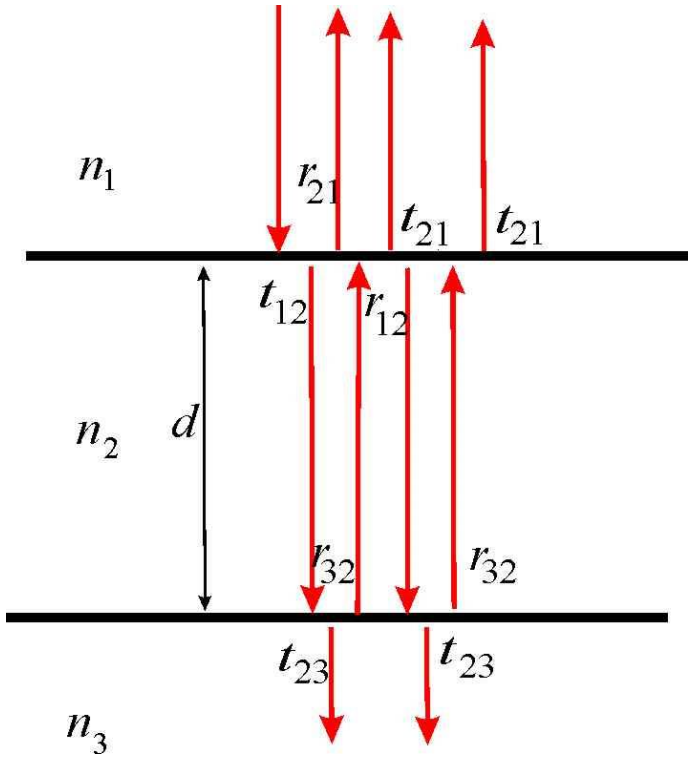


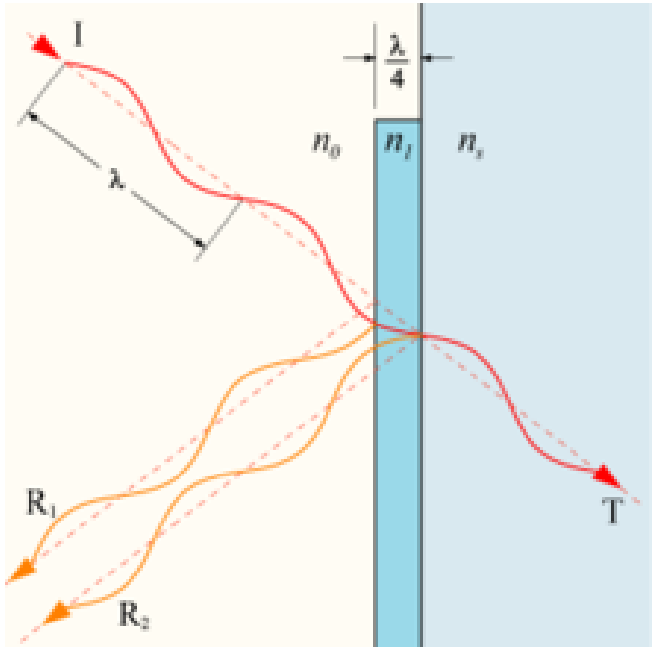
. Obrázek není v měřítku. Orientační rozměry: tloušťka vrstvy několik málo stovek nm, průměr oční koule 23 mm, průměr oční pupily při jasném osvětlení scény 2 mm, zdroje záření kdesi hodně daleko Využití při Určení barvy vrstvy při širokospektrálním osvětlení:spektrální závislost indexu lomu;spektrální závislost Fresnelových koeficientů;výpočet spektrální závislosti výkonové odrazivosti $R(\lambda)$; spektrální závislost osvětlení, dopadající zářivý tok $\Phi_i(\lambda)$;odražený zářivý tok,

# Antireflexní vrstvy – fyzikální princip

Antireflexní vrstva pro kolmý dopad $d = \lambda/4$, $n_1 < n_2$




Sem zadejte rovnici.




Za nejsilnější příspěvky k odraženému poli vezmeme první dvě odražené komponenty, které se musí setkat v prostředí 1 v protifázi

$$2n_2 d\frac{\omega}{c} = (2m+1)\pi, \qquad n_2 d\frac{\omega}{c} = (m+\frac{1}{2})\pi,$$

a pro $m = 0$ dostáváme „čtvrtvlnovou“ vrstvu

$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3} \qquad\qquad d = \frac{\lambda_0}{4n_2} = \frac{\lambda_2}{4}.$$

# Antireflexní vrstvy – příklady použití

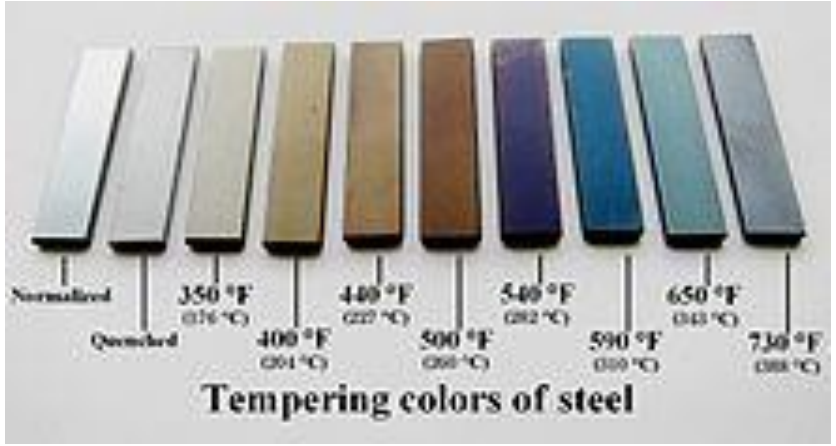
Bez antireflexní vrstvy

S antireflexní vrstvou

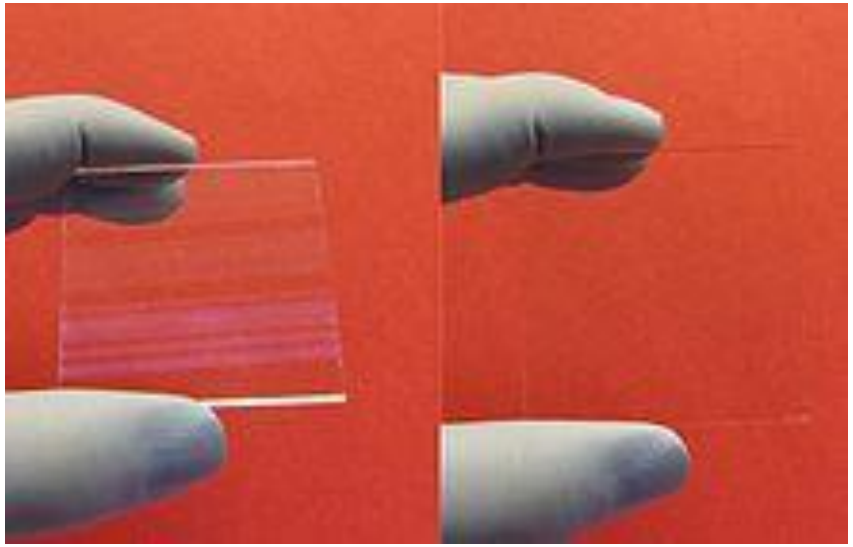
Bez antireflexní vrstvy

S antireflexní vrstvou

# Interference na tenkých vrstvách

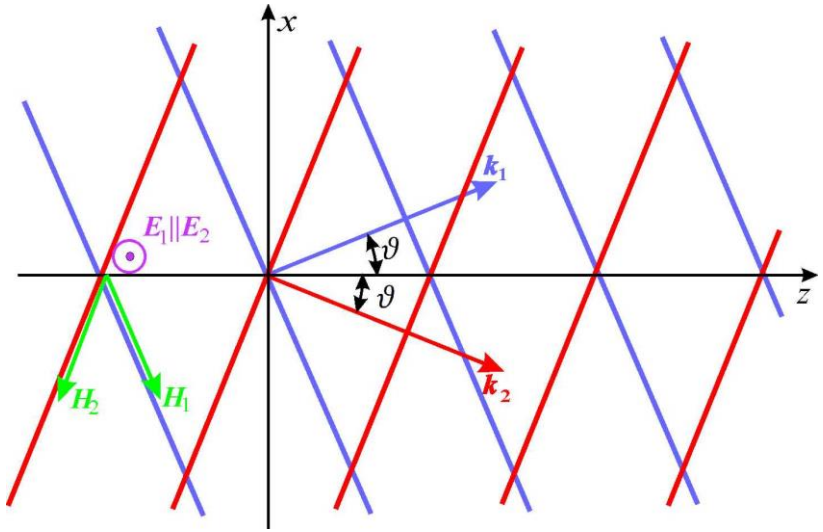



Žíhané ocele vykazují různé barvy. Důvodem je vrstva oxidu železa, na níž dochází v závislosti na tloušťce ke konstruktivní interferenci světla určité vlnové délky.

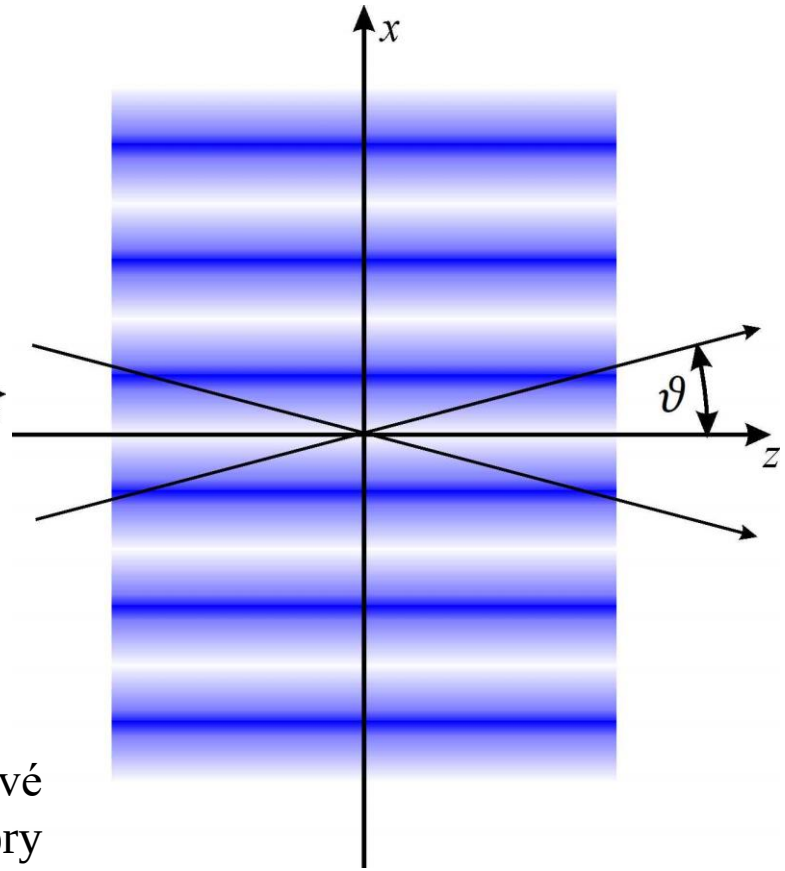


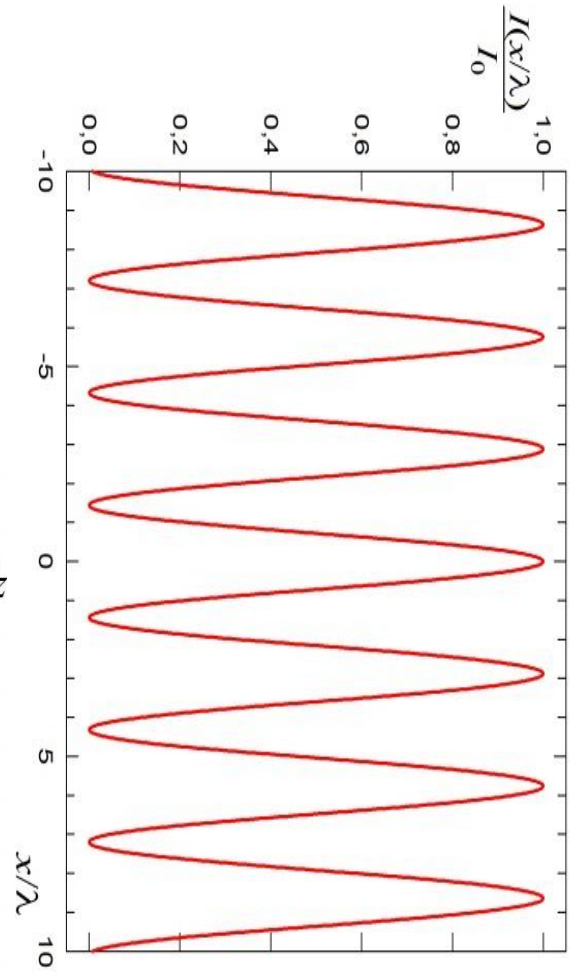
Optické okno s antireflexní vrstvou. Při kolmém dopadu je odraz nevýznamný. Při šikmém dopadu dochází k narušení inerferenční podmínky minima a vidíme odrazy fialového světla.

# Interference dvou vln s nekolineárními vektory $k$



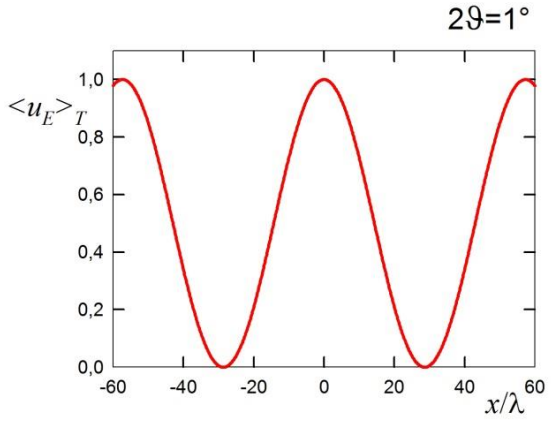

Interference 2 rovinných vln, jejichž vlnové vektory svírají úhel $2\vartheta$, stejně jako jejich vektory magnetického pole, zatímco vektory elektrického pole obou vln jsou rovnoběžné s osou $y$ a kolmé na rovinu určenou vektory $\boldsymbol{k}_1, \boldsymbol{k}_2$.

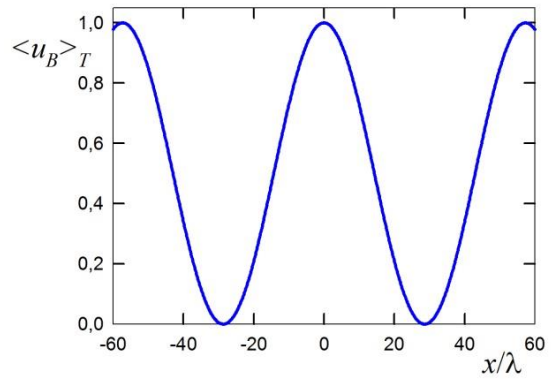


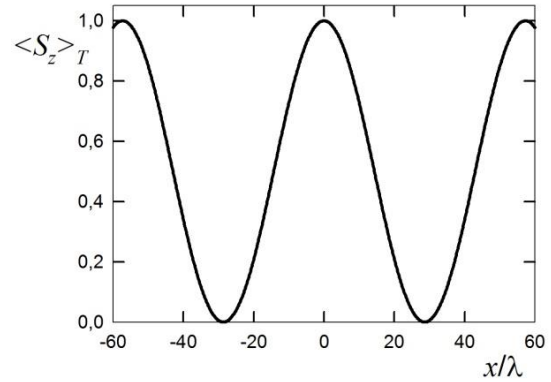




Naznačení rozložení intenzity interferenčního obrazce v řezu v rovině $xz$. Rozložení hustoty elektrické energie ve směru $x$ pro úhel $\vartheta = 10°$.

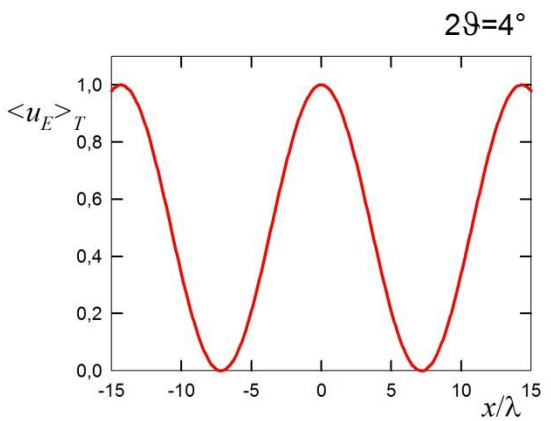
# Interference dvou vln s nekolineárními vektory $k$

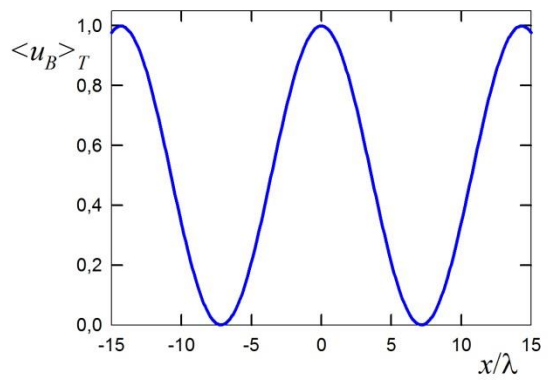


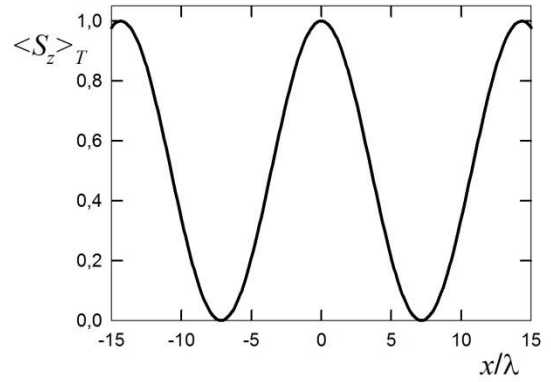



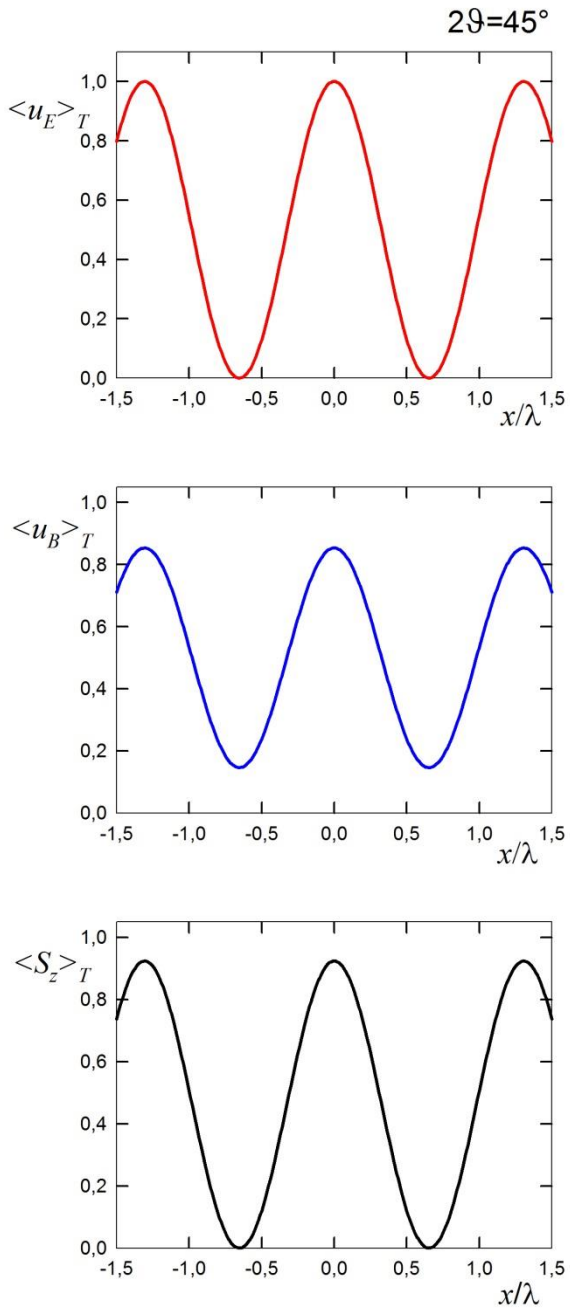

Obrázej ukazuje průběhy $\langle u_E \rangle_T$ , $\langle u_B \rangle_T$ a $\langle S_z \rangle_T$ pro malé úhly $\vartheta$. V tomto oboru $\vartheta$ se velikost modulace intenzity se příliš nemění, ale silně proměnná je vzdálenost maxim intenzity. V tomto případě je $\cos \vartheta \sim \cos 2\vartheta \sim 1$ a ve směru $x$ oscilují všechny veličiny téměř stejně, když se střídají pruhy velké a malé hustoty obou složek energie elektromagnetické vlny, jež se šíří ve směru $z$



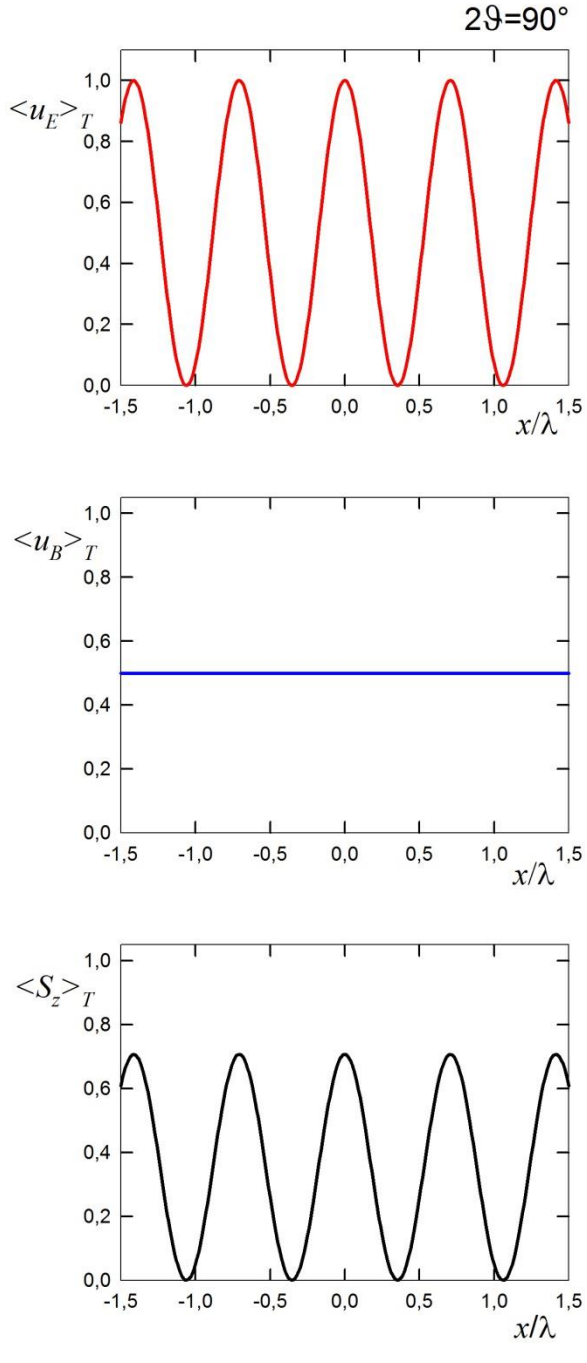



# Interference dvou vln s nekolineárními vektory $k$

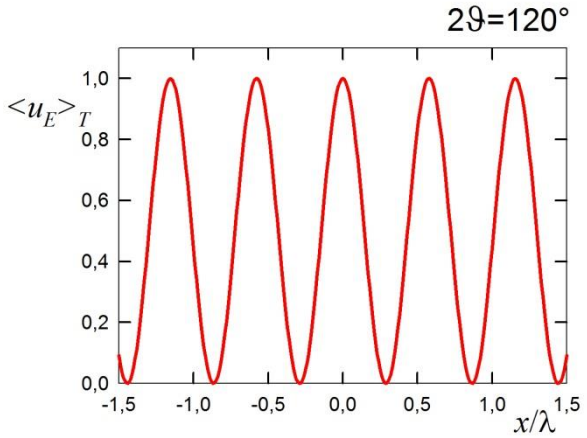


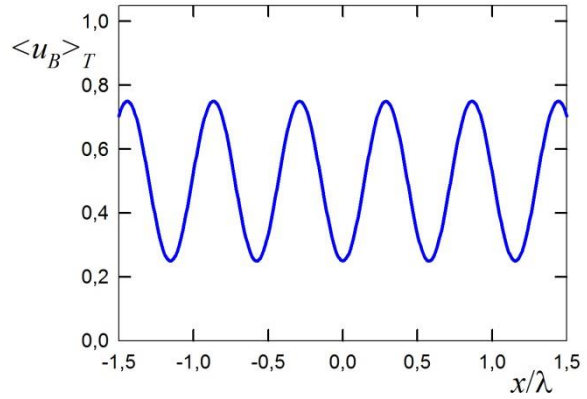

Obr. vlevo ukazuje průběhy veličin pro případ $2\vartheta = 45°$ . Průběh hustot diskutovaných veličin je podobný jako v předchozím případě, ale v důsledku většího úhlu $\vartheta$ osciluje hustota magnetické energie a Poyntingova vektoru s menší amplitudou než hustota elektrické energie.

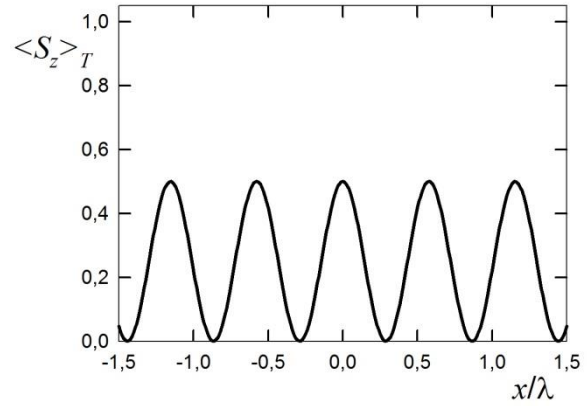
Na obr. vpravo je též případ, kdy jsou vlnové vektory interferujících vln navzájem kolmé. Zde je hustota magnetické energie v celém prostoru konstantní, zatímco hustota elektrické energie i Poyntingova vektoru ve směru kolmém na rovinu osy vlnových vektorů interferujících vln oscilují jako v předchozích případech.



# Interference dvou vln s nekolineárními vektory $k$

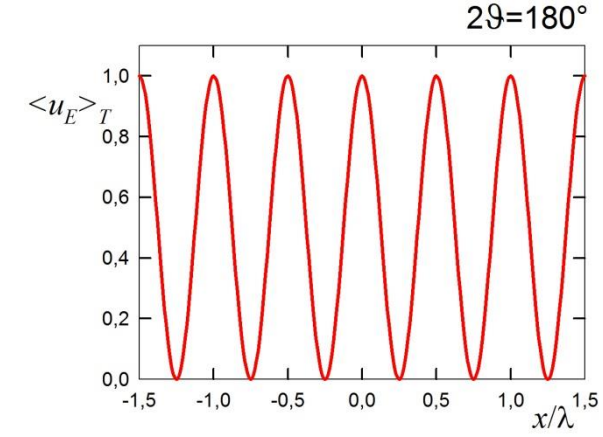


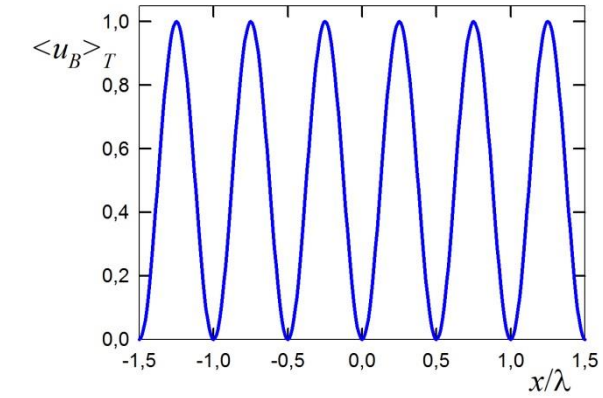



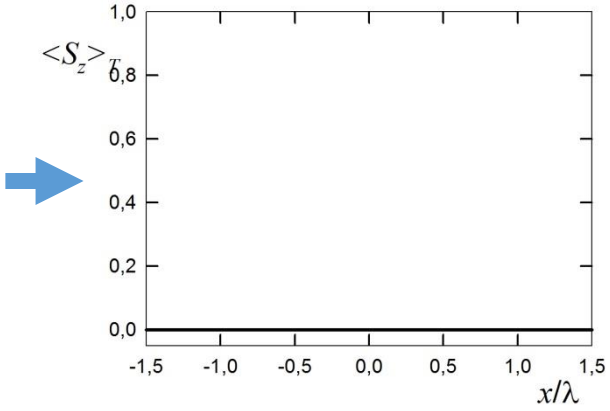




Při dalším zvětšování úhlu $2\vartheta$ dojde ke vzájemnému posunu maxim hustot elektrické a magnetické energie. Maxima hustoty magnetické energie se nacházejí v minimech hustoty energie elektrické. Vzhledem k tomu, že amplituda oscilace hustoty elektrické energie je větší než amplituda hustoty magnetické energie, jsou maxima Poyntingova vektoru v místech maxim hustoty elektrické energie

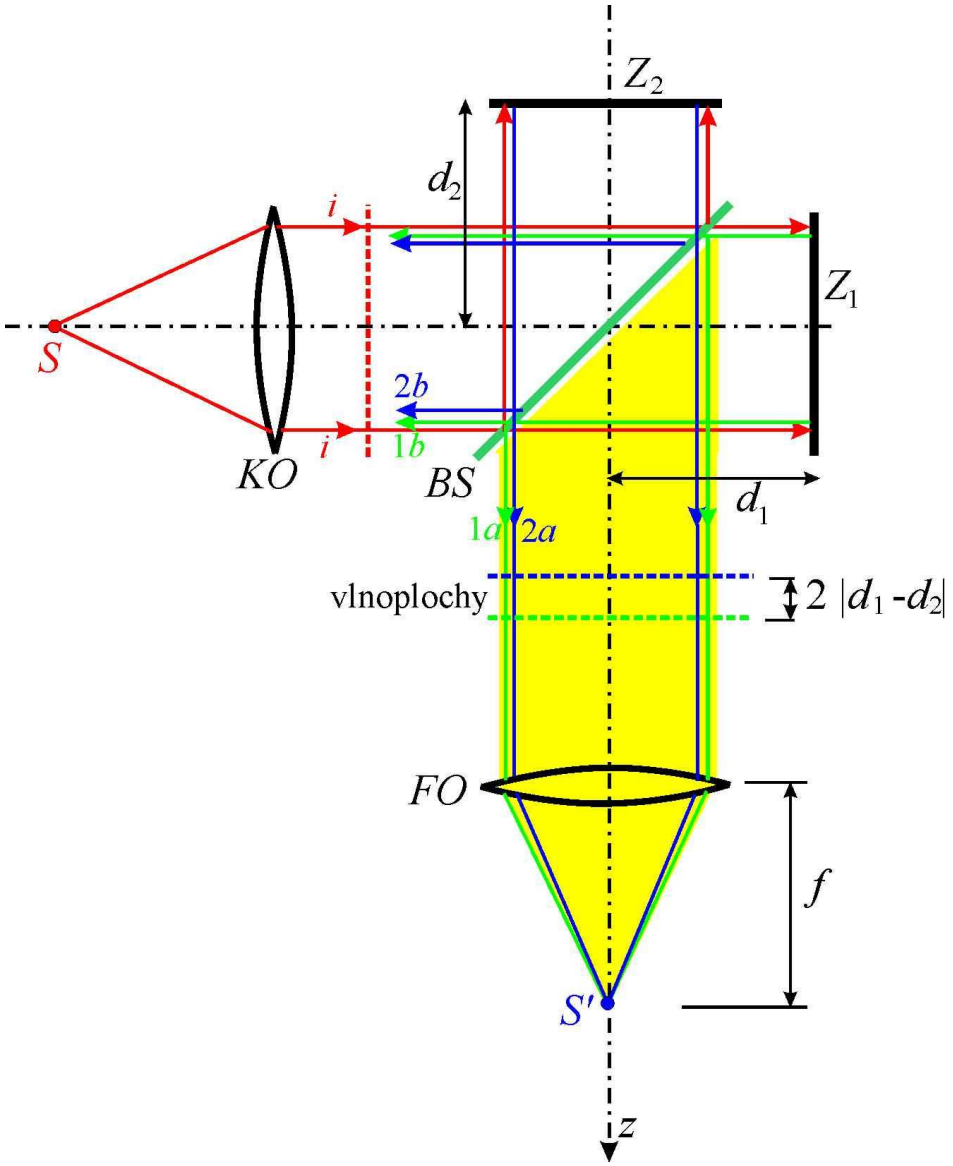
Zajímavá situace nastává pro případ $2\vartheta = 180° = \pi$. V tomto případě postupují obě vlny proti sobě. Při jejich interferenci vzniká **stojaté vlnění**. Na obrázku vpravo je patrné, že hustoty elektrické a magnetické energie oscilují ve směru $x$ v protifázi se stejnou relativní amplitudou. V důsledku toho je střední hodnota Poyntingova vektoru nulová a celkový výkon vlny se nikam nešíří.



# Michelsonův interferometr




Model Michelsonova interferometru s jedinou rovinnou vlnou na vstupu. $S$ „bodový“ zdroj kulové vlny, $KO$ kolimační optika, $i$ vstupující rovinná vlna s vlnovým vektorem rovnoběžným s osou interferometru, $BS$ dělič svazku, $Z_1$ a $Z_2$ zrcadla, $d_1$ a $d_2$ vzdálenosti zrcadel od os interferometru, $1a$ a $2a$ vlny vstupující do „interferenčního“ (detekčního) prostoru, $FO$ fokusační optika s ohniskovou vzdáleností $f$, $S'$ obraz bodového zdroje $S$, $1b$ a $2b$ vlny vracející se zpět do prostoru zdroje.

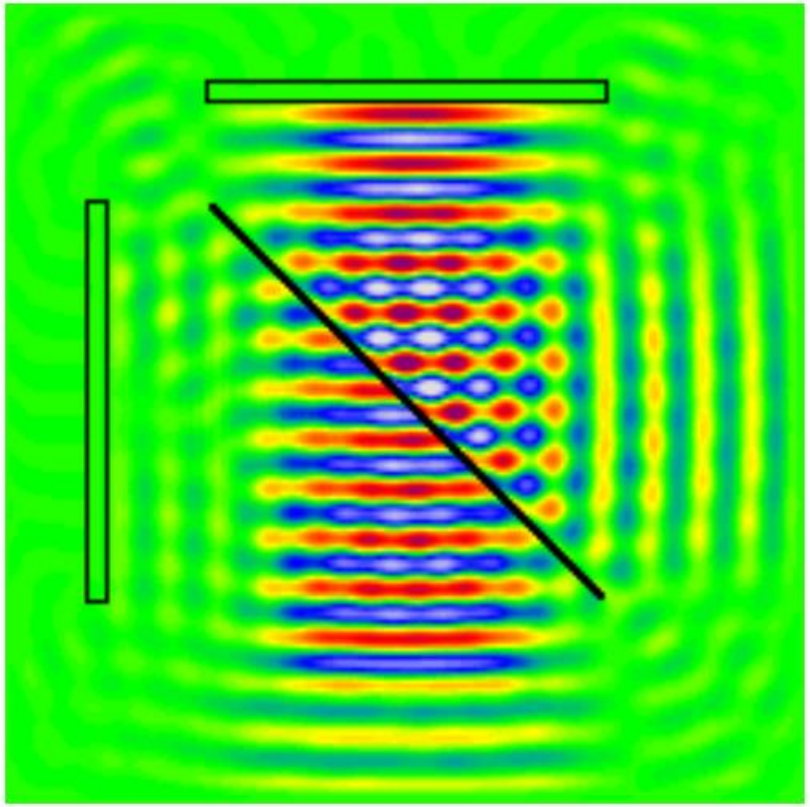
dráhový rozdíl $\Delta l = 2(d_1 - d_2),$

fázový rozdíl $\delta_{12} = 2n\frac{\omega}{c}(d_1 - d_2) = \frac{4\pi n}{\lambda_0}(d_1 - d_2),$

intenzita $I_a(S') \sim \cos^2\frac{\delta_{12}}{2}$

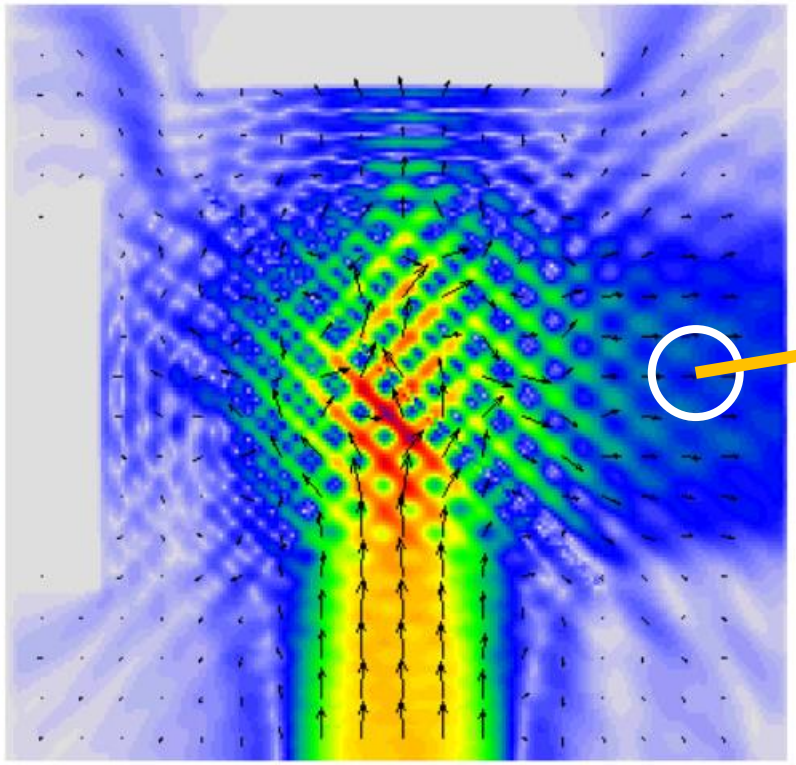
# Michelsonův interferometr - simulace

Electric field animation



This is an animation of the component of the electric field out of the plane of the page.

Time-averaged Poynting vector

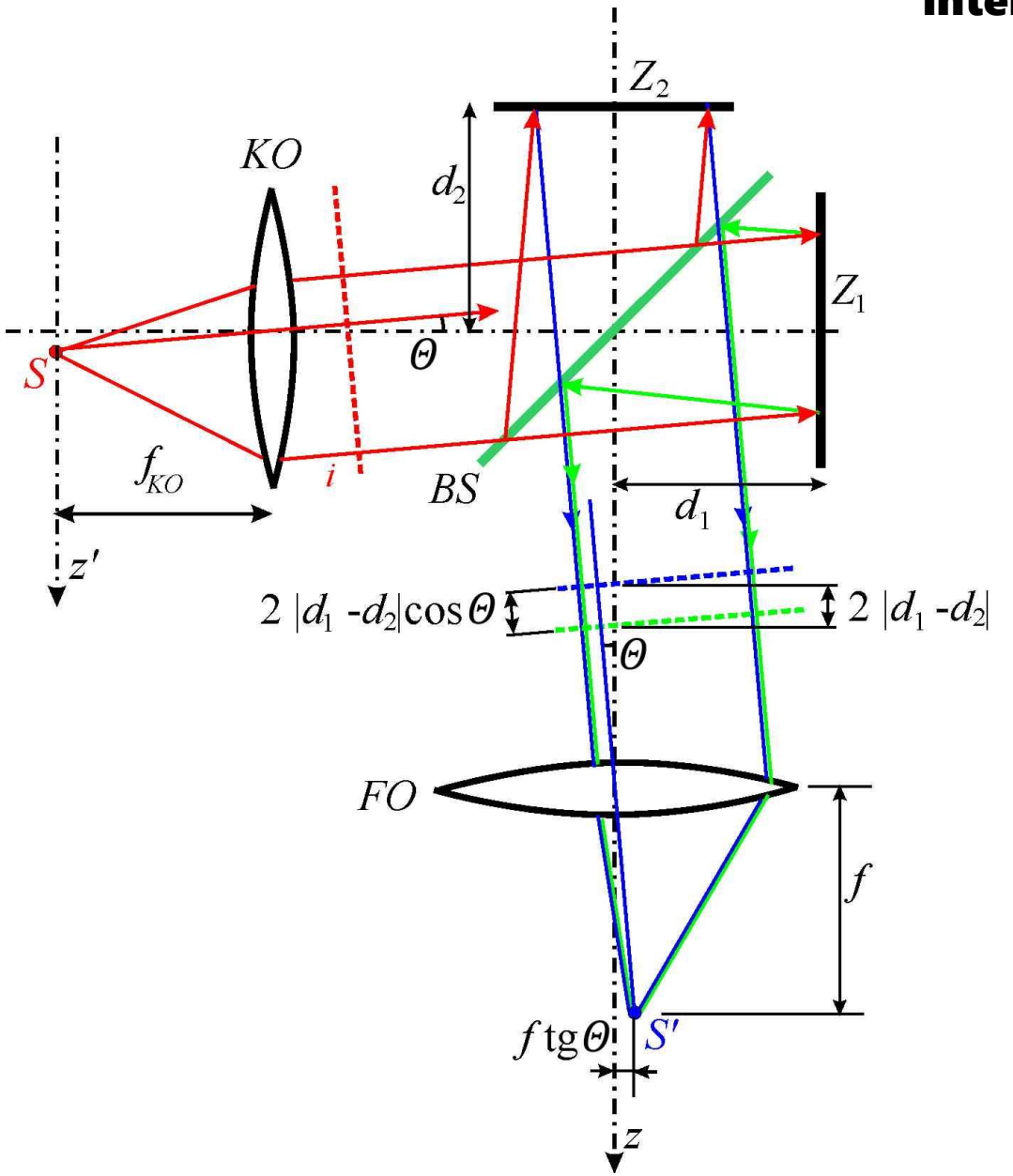


The direction in which energy is travelling at any instant is proportional to the cross product of the electric and magnetic fields, known as the Poynting vector. The arrows show the direction of the Poynting vector averaged over the simulation, while the colours show its strength.

Detekovaná intenzita

$I_a \sim cos^2(k(d_1 - d_2)$

**Model Michelsonova interferometru s s jednou rovinnou vlnou, jejíž vlnový vektor svírá s osou interferometru úhel $\Theta$.**



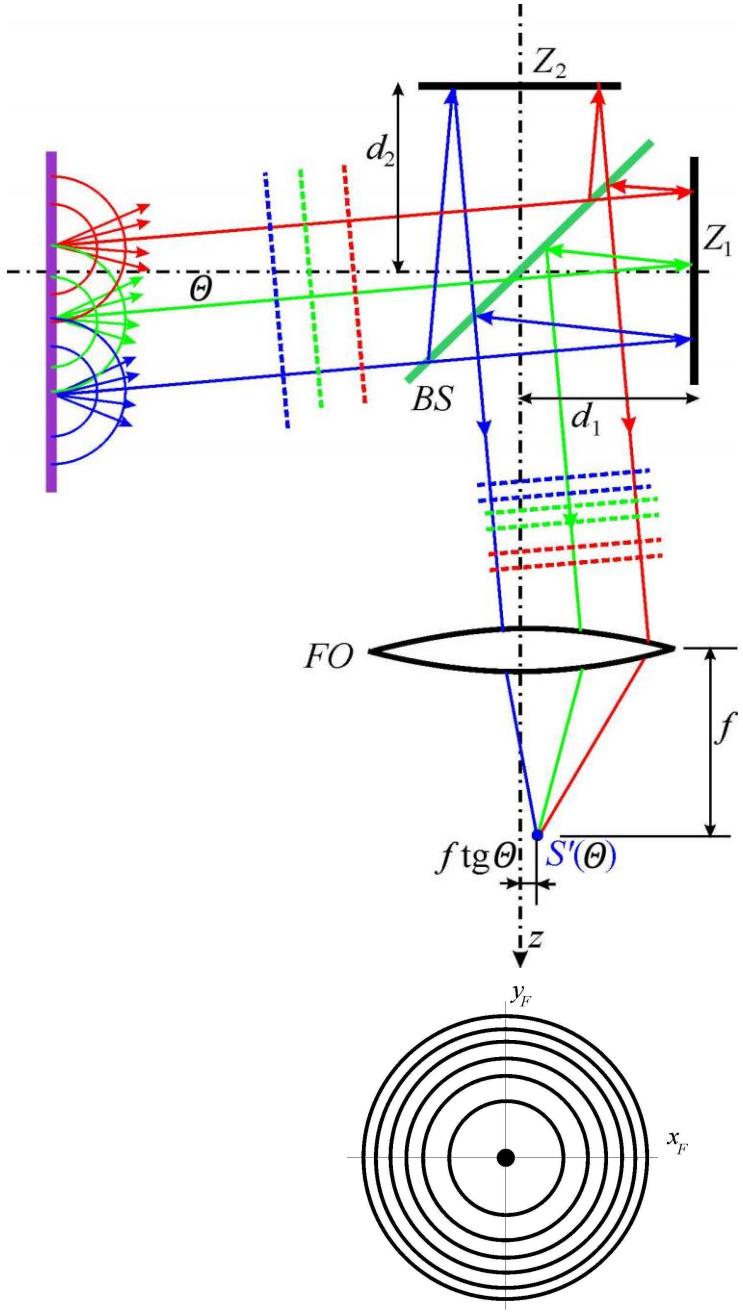

dráhový rozdíl $\Delta l = 2(d_1 - d_2), \cos\Theta$

fázový rozdíl $\delta_{12} = 2n\frac{\omega}{c}(d_1 - d_2)\cos\Theta = \frac{4\pi n}{\lambda_0}(d_1 - d_2)\cos\Theta$,

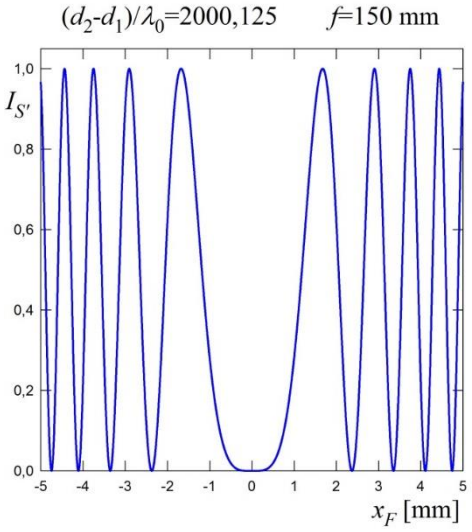
intenzita $I_a(S') \sim \cos^2\frac{\delta_{12}}{2}$

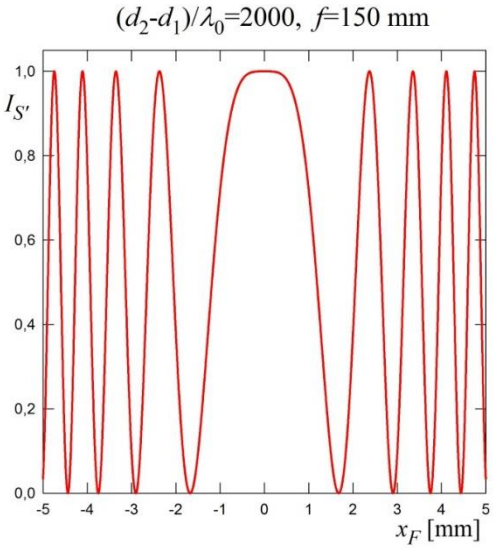
Po průchodu interferometrem jsou vlnoplochy z jednotlivých ramen (odvozené od jedné vlnoplochy na vstupu) posunuty navzájem ve směru osy $z$ o $2(d_1 - d_2)$. Pro interferenci je důležitá vzdálenost vlnoploch „měřená“ na kolmici k nim. Proto je fázový rozdíl mezi dvěma vlnami získaný průchodem interferometrem.

# Model Michelsonova interferometru s rovinnými vlnami, jejichž vlnové vektory svírají s osou interferometru úhly $\Theta$. Kroužky stejného sklonu (Haidingerovy)

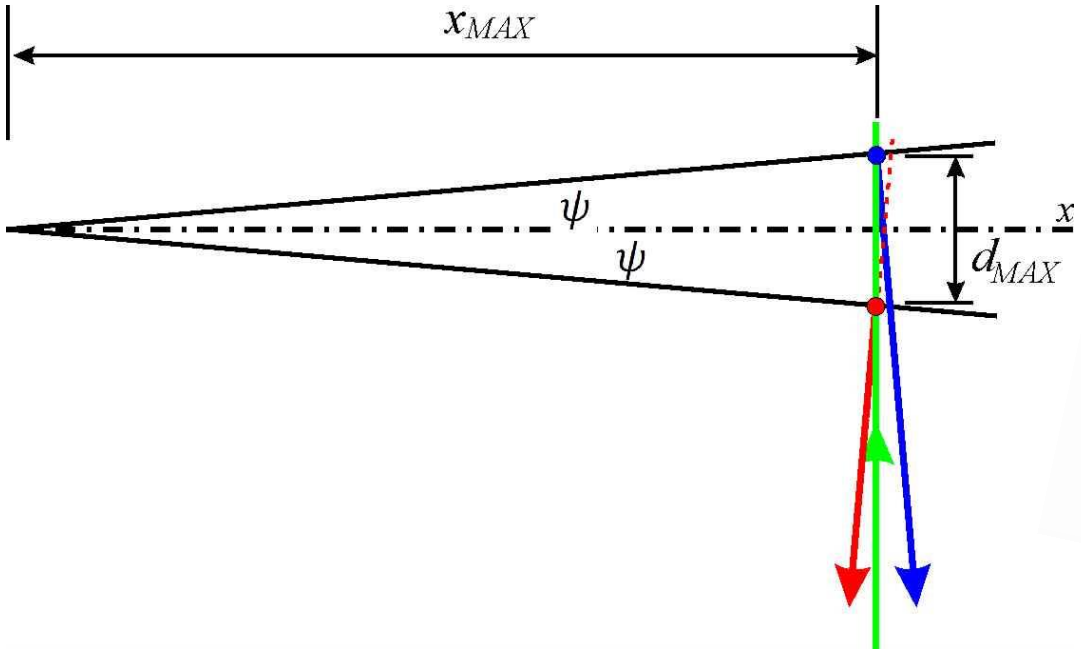


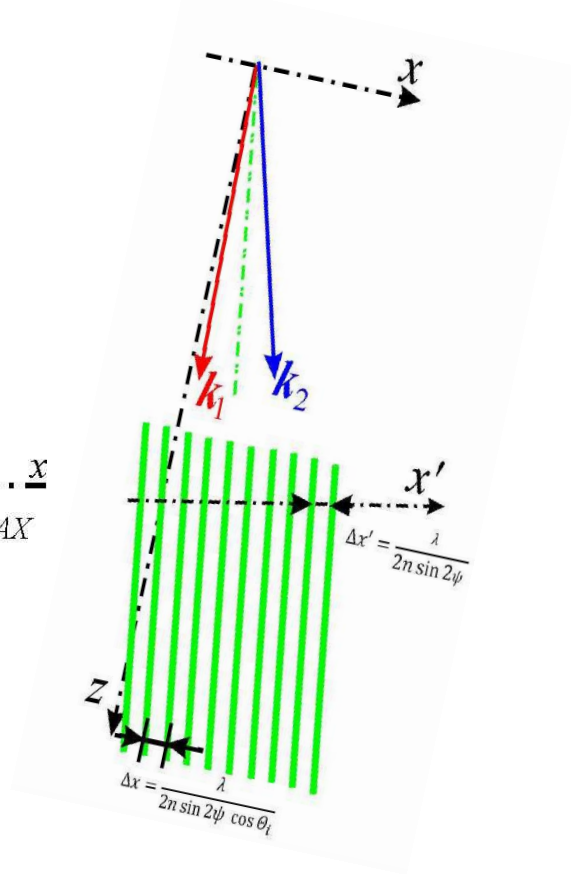

V ohniskové rovině můžeme detekovat (přímo uvidět např. při použití čočky okuláru či dalekohledu) soustředné kroužky maximálních a minimálních intenzit. Tento interferenční obrazec je reálný a lokalizovaný právě jen v ohniskové rovině. Bez fokusační optiky též můžeme říci, že se jedná o **virtuálním interferenční obrazec lokalizovaný** v $z \to -\infty$**.** Tyto kroužky se nazývají **kroužky stejného sklonu** (každý poloměr je charakterizován určitým úhlem $\Theta$), též pojmenované jako **Haidingerovy kroužky**.



# Odraz na virtuálním klínu – paprskový model



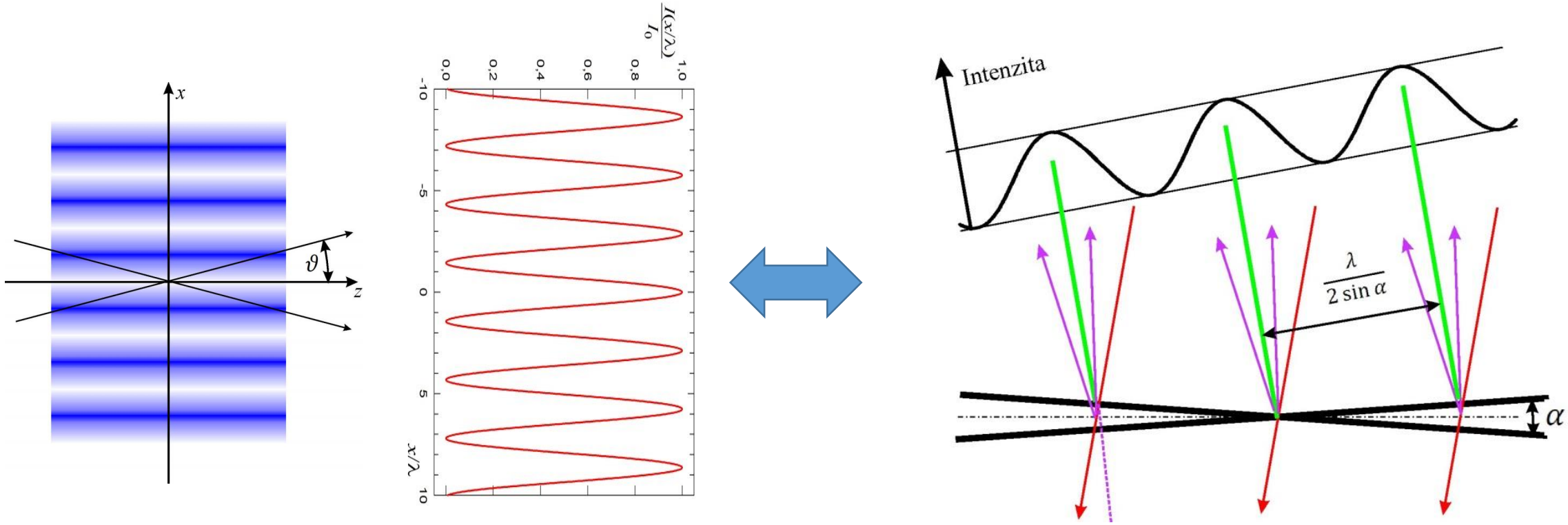




$$d_{MAX}(x, z = 0, \Theta_i = 0) \cong x_{MAX} \sin 2\psi ,$$

$$d_{MAX}(x) \cong \frac{m\pi\lambda_0}{2\pi n} = \frac{m\lambda_0}{2n} = \frac{m\lambda}{2}$$

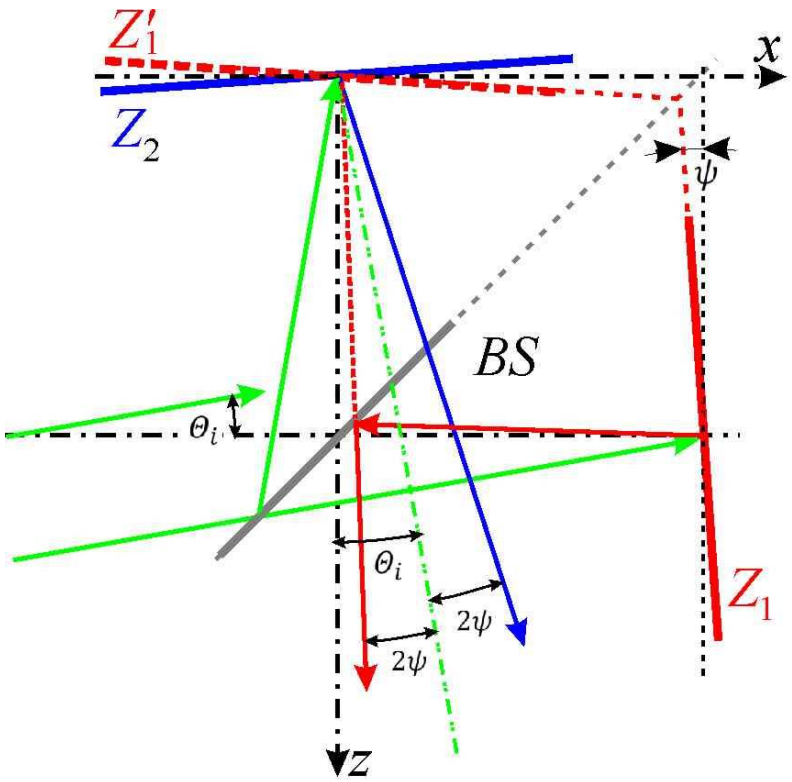
Paprskový model odrazu na virtuálním klínu s vyznačením místa $x_{MAX}$ odkud vybíhají roviny konstantní intenzity při kolmém dopadu. Pokud je v tomto místě tloušťka virtuálního klínu $d_{MAX} \cong \frac{m\lambda}{2}$, vybíhají z tohoto místa roviny maximální intenzity, přičemž nebyly zahrnuty žádné změny fáze při odrazech.

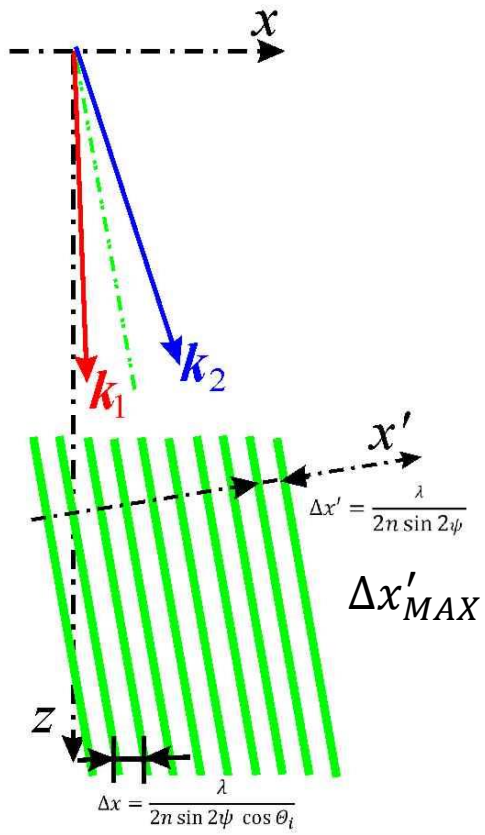
# Model dvou vln s nekolineárními *k* vektory a virtuální klín

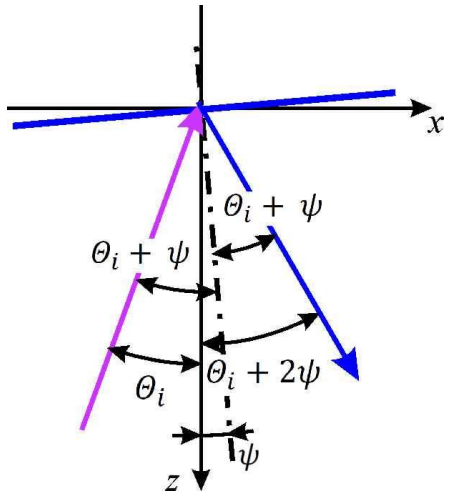


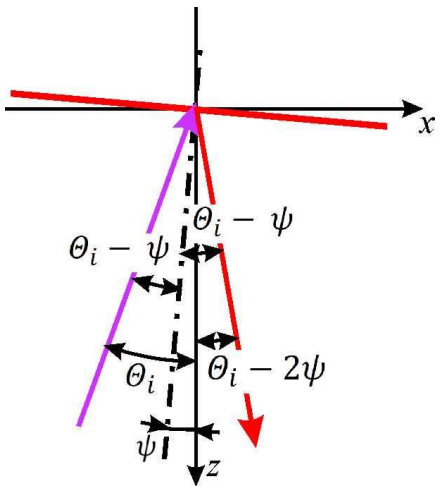

Na virtuální klín dopadá jediná rovinná vlna. Příslušný směr vlnového vektoru je zakreslen červeně. Vrchol klínu je přímka kolmá na rovinu dopadu. Směry vlnových vektorů odražených vln svírají úhel určený úhlem klínu a interferují jako dvojice vln tak, že interferenční maxima (zeleně) tvoří roviny rovnoběžné s vrcholem klínu. Viditelnost (kontrast) interferenčního obrazce je v celém poloprostoru $V = 1$ za předpokladu stejné odrazivosti obou ploch. Interferenční obrazec je **delokalizovaný.** V tomto modelu virtuálního klínu není geometrie komplikována ani lomem ani skoky fáze při odrazu.

# Michelsonův interferometr s porušenou symetrií zrcadel



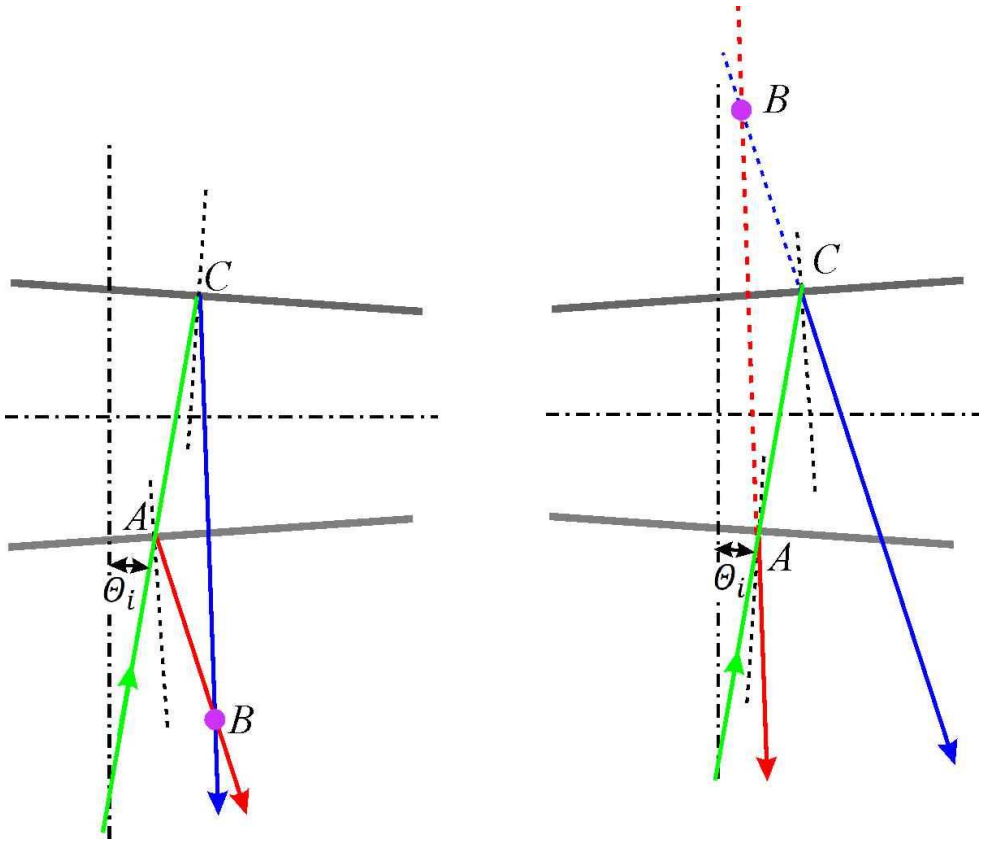




$$\Delta x'_{MAX} = \frac{m\lambda}{2 \sin 2\psi}.$$

Odraz šikmo dopadající vlny od symetricky pootočených zrcátek

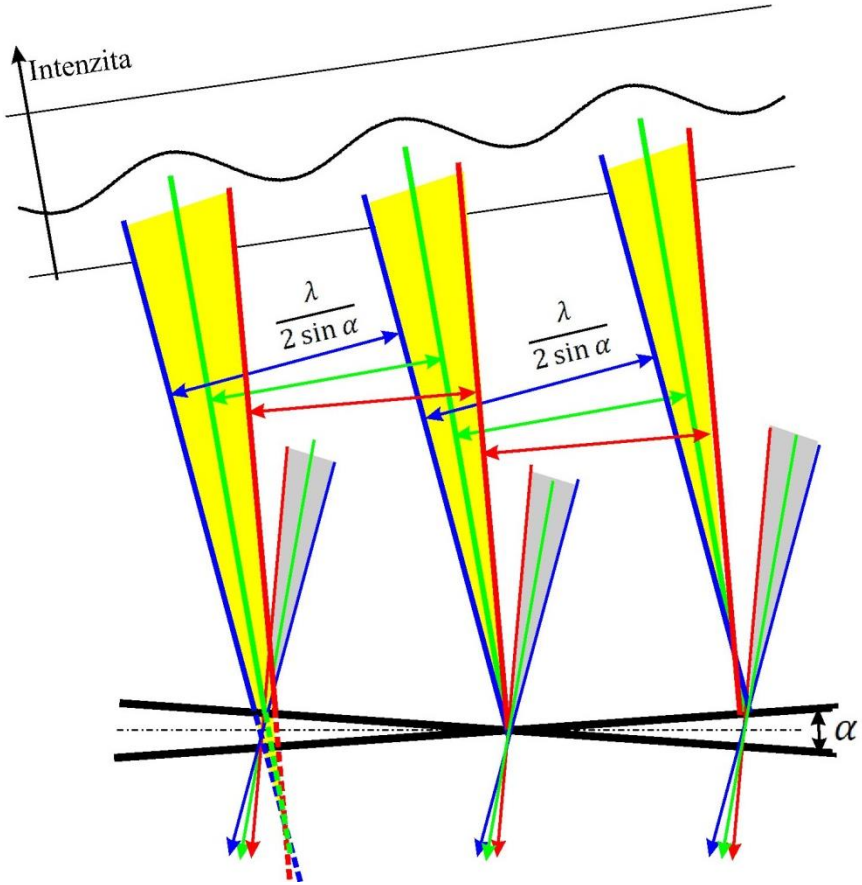
Model vstupu jediné rovinné vlny s vlnovým vektorem svírajícím úhel $\Theta_i$ s osou interferometru. Zrcadla interferometru jsou pootočena o úhly $\pm\psi$ a v detektorovém prostoru je výsledkem interference dvou rovinných vln delokalizovaný obrazec (maxima zeleně) s rovinami rovnoběžnými s osou úhlu $\measuredangle \boldsymbol{k}_1, \boldsymbol{k}_2$ a kolmými na rovinu určenou těmito vektory.

# Lokalizace interferenčního obrazce

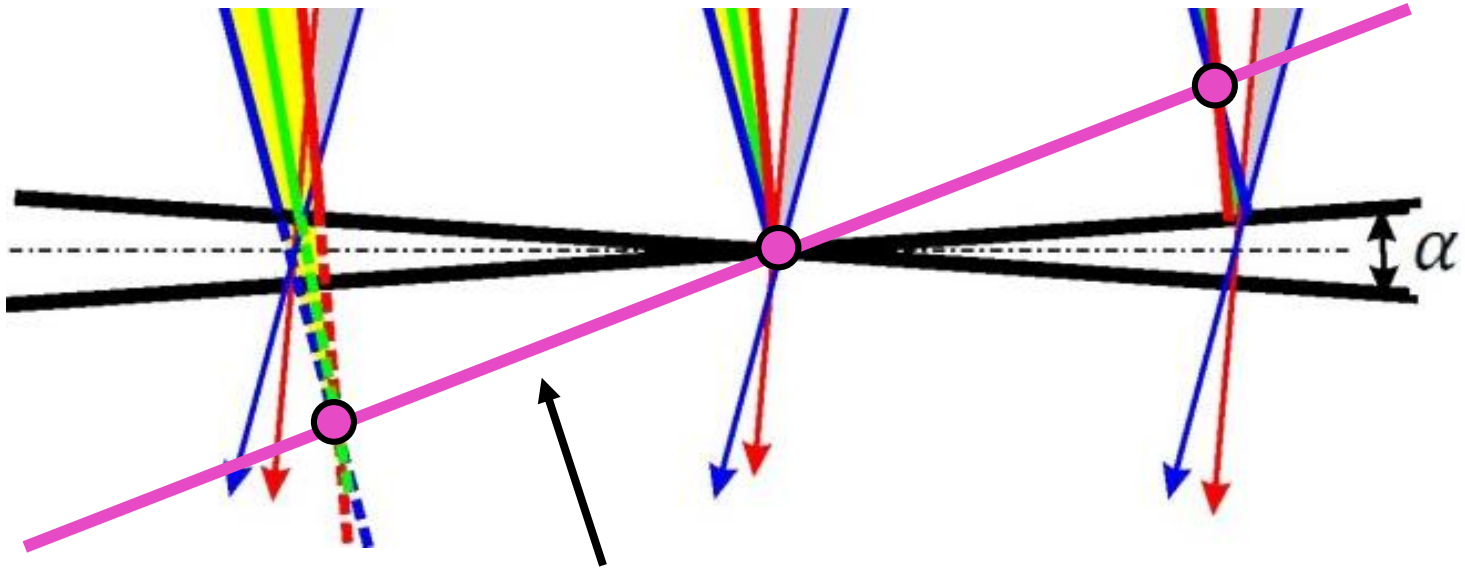



Paprskový model šikmého dopadu na virtuální klín. V levé části dopadá vlna ze směru širší strany klínu a bod *B* je reálný. V pravé části přichází vlna ze směru užší části a bod *B* leží na prodloužení odražených paprsků.

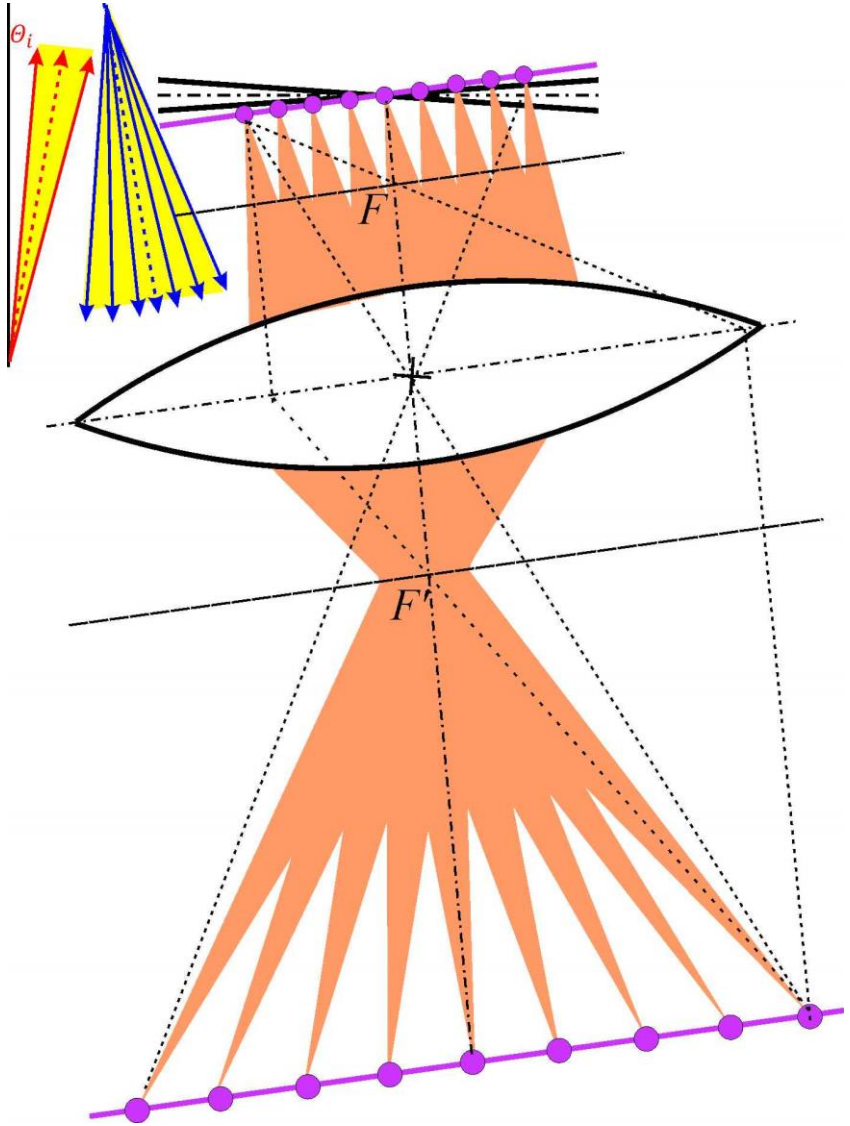
# Lokalizace interferenčního obrazce




Na virtuální klín dopadají rovinné vlny s vlnovými vektory z nějakého intervalu úhlů. Směry vlnových vektorů odražených vln svírají úhel určený úhlem klínu a interferují jako dvojice Předpokládáme nekoherentnost dopadajících vln, takže v interferenčním obrazci sčítáme výkonové intenzity obrazců vytvořených každou dvojicí odražených vln. Viditelnost (kontrast) interferenčního klesá se vzdáleností od klínu tak, jak se více a více překrývají oblasti dílčích interferenčních obrazců. Celkový interferenční obrazec je lokalizovaný.



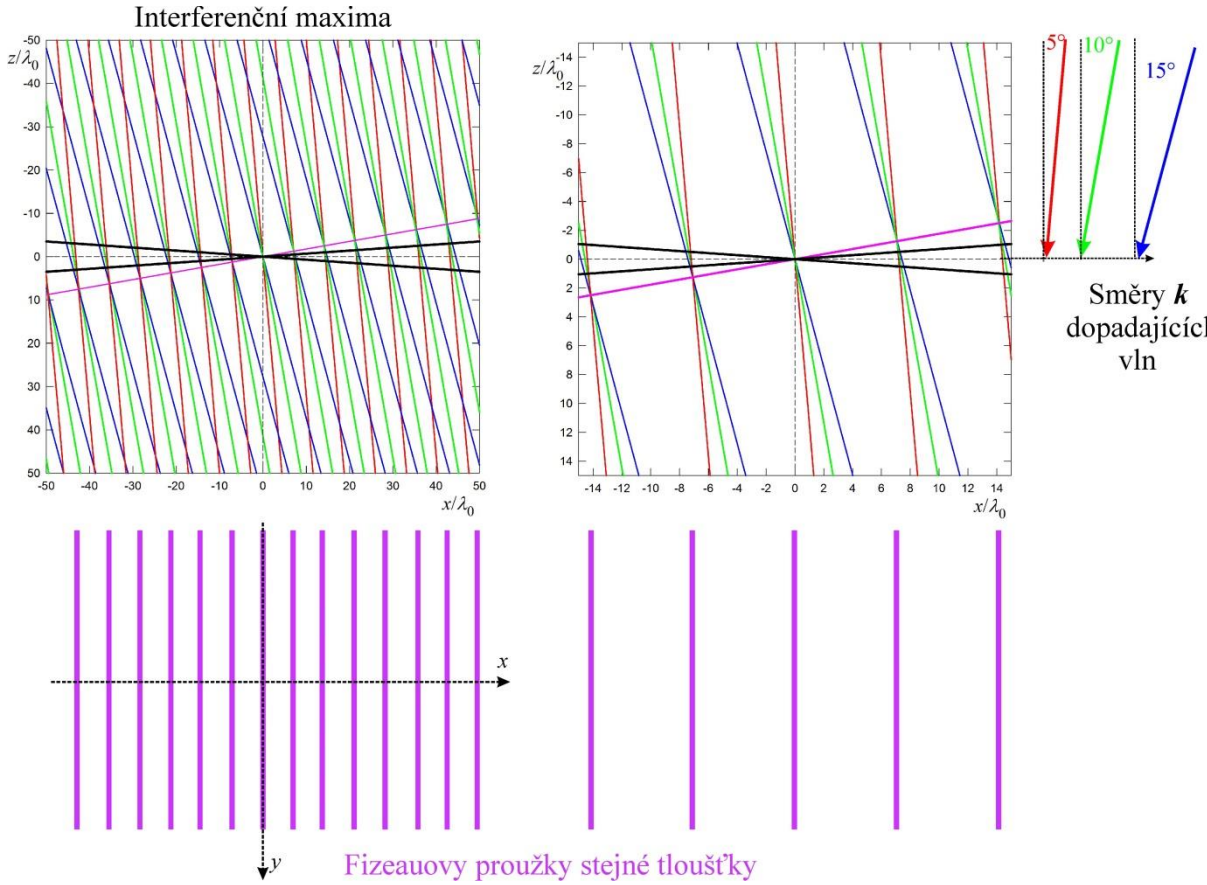
# Lokalizace interferenčního obrazce – použití optiky




Schématické znázornění zobrazení intenzitních maxim interferenčního obrazce lokalizovaného poblíž klínu. Klín je znázorněn silnými černými čarami, lokalizovaná maxima fialovými kroužky. Žluté plochy naznačují intervaly úhlů $\Theta_i$ a $\Theta_i \pm 2\psi$ Oranžové plochy reprezentují rozmazaný interferenční obrazec. Tenké čárkované úsečky představují geometrickou konstrukci obrazu pomocí rovnoběžek s osou a paprsků procházejících ohnisky.

# Lokalizace interferenčního obrazce

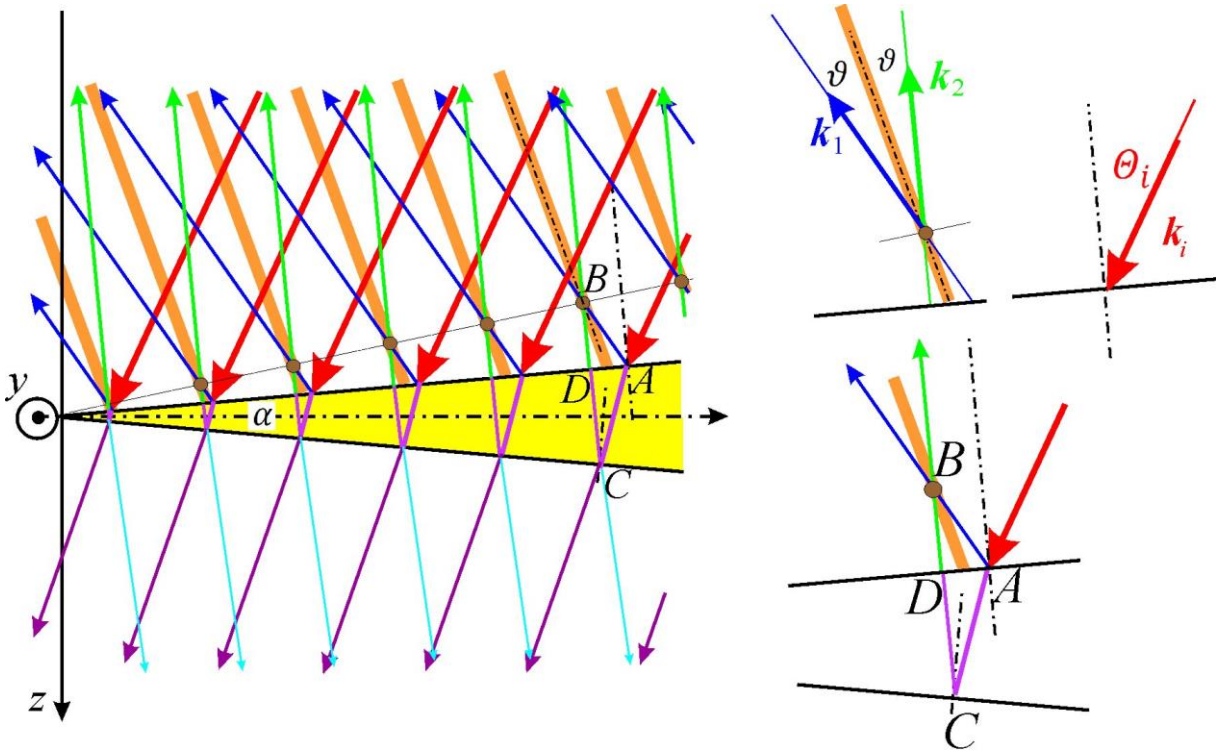
Pokud do interferometru vstupují vlny s různými směry vlnových vektorů (např. z různých bodů plošného zdroje umístěného v ohniskové rovině kolimační čočky nebo jako důsledek difrakce), nebo rovinné vlny založené na rozkladu např. kulových vln emitovaných různými body plošného zdroje (uspořádání bez kolimační čočky), dochází k „rozmývání“ interferenčního obrazce postupně se vzdáleností od klínu, tj. ke snižování jeho viditelnosti – kontrastu. Z delokalizovaného obrazce při dopadu jediné vlny se stává obrazec **lokalizovaný** v blízkosti klínu. Je to místo, kde rozložení **maxim interferenčního obrazce zůstává nejužší při rozšiřování intervalu směrů vlnových vektorů** dopadajících vln.

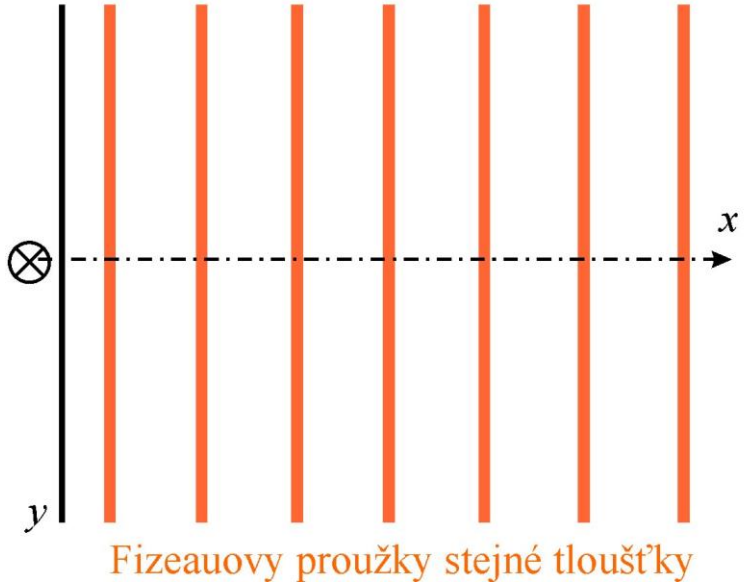



Polohy **interferenčních maxim** (nikoli paprsků!) pro úhly dopadu 5° (červeně), 10°(zeleně) a 15° (modře) v okolí virtuálního klínu. Virtuální klín $2\psi = 4°$ je vyznačen silnými černými čarami, fialově jsou spojena místa **lokalizace interferenčního obrazce** při dopadu světla ze směrů kolem úhlu dopadu 10°.

# Intereference v důsledku dopadu 1 rovinné vlny na dielektrický klín

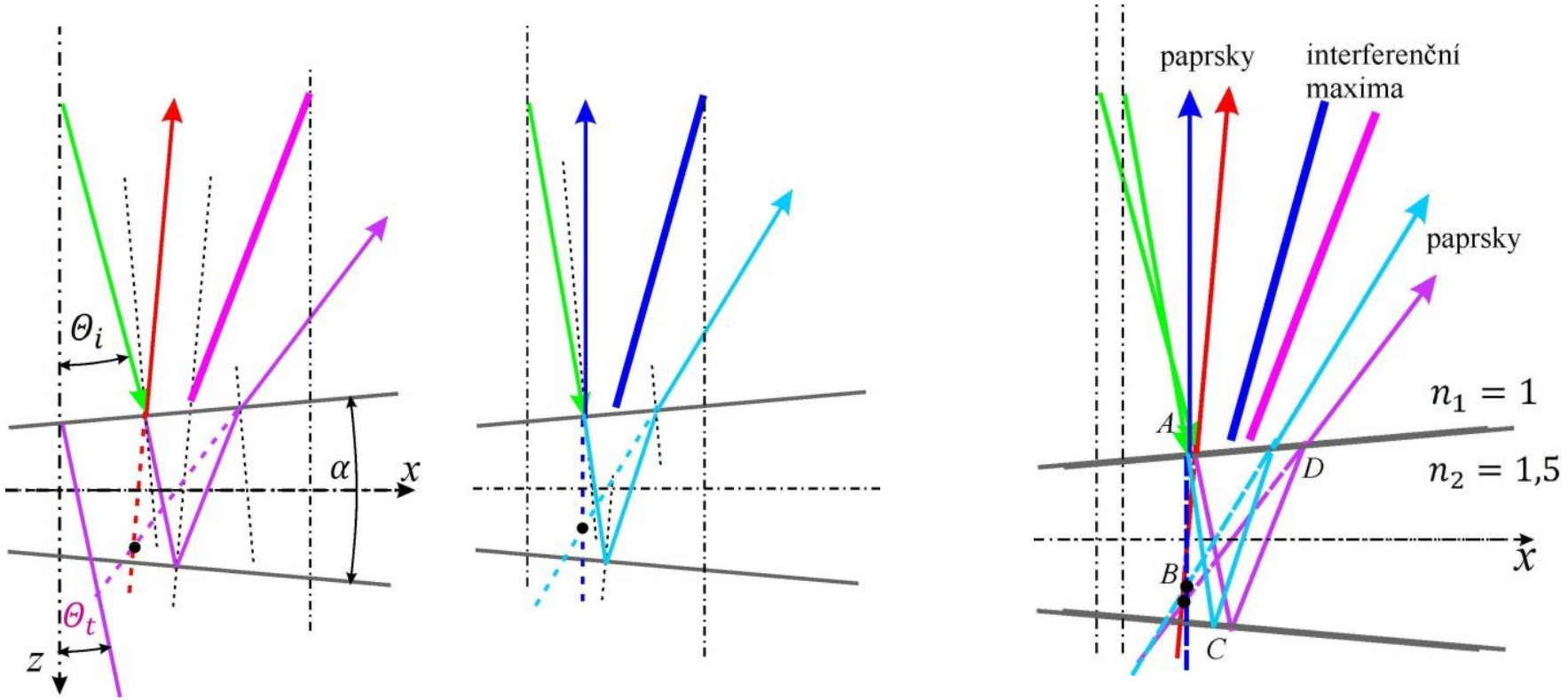
Model odrazu a průchodu jediné dopadající rovinné vlny na dielektrickém klínu. V bodě $A$ nastává dopad paprsku na první plochu klínu, bod $B$ je průsečík paprsku odraženého v bodu $A$ a paprsku odraženého od druhé plochy klínu s dráhou $ACDB$. Směry vlnových vektorů interferujících vln po odrazech jsou naznačeny modře a zeleně, interferenční maxima oranžově.



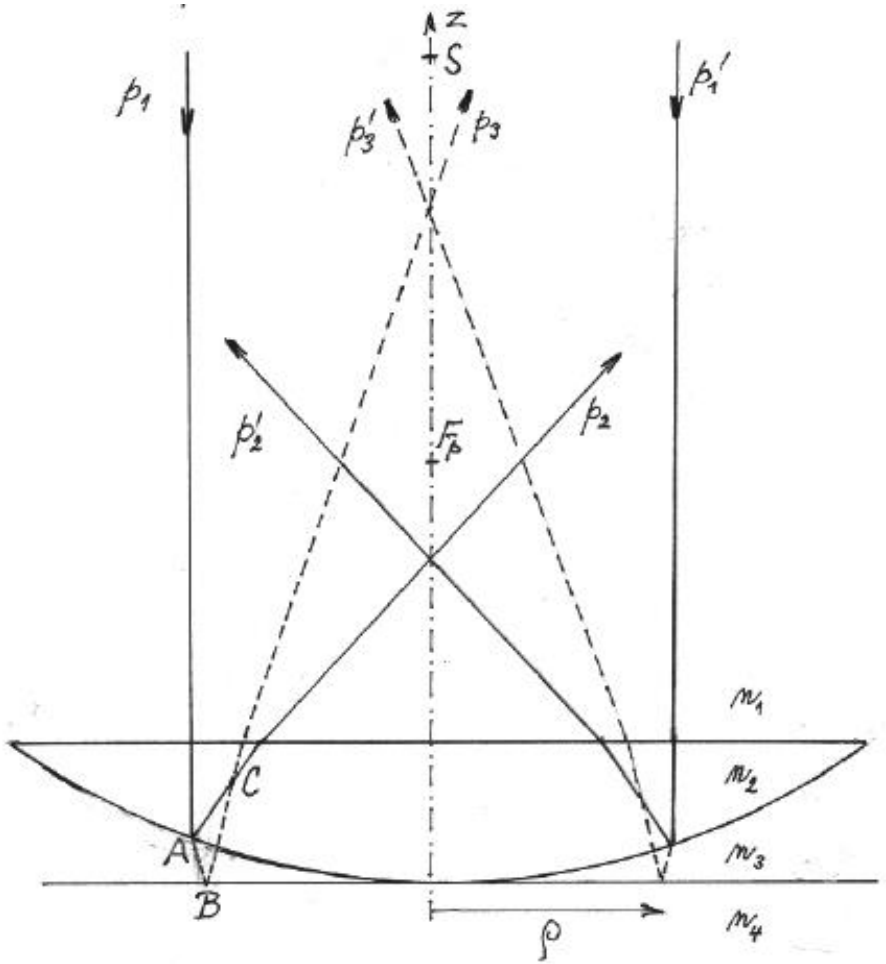

Fizeauovy proužky stejné tloušťky

# Intereference v důsledku dopadu 2 rovinných vln na dielektrický klín




Paprskové konstrukce odrazu na klínu pro 2 úhly $\Theta_i$ dopadu ukazující rozbíhání interferenčního obrazce s rostoucí vzdáleností od klínu. V zobrazeném případě k průsečíkům paprsků dochází uvnitř klínu, takže se jedná o virtuální předmět pro zobrazení lokalizovaného interferenčního obrazce. Předpokládáme, že tloušťka v místě splňuje podmínku konstruktivní interference.

# Newtonovy kroužky stejné tloušťky




Obvykle $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 \approx n_4 > 1$:
žádný skok ve fázi při odrazu na 2-3,
změna fáze o $\pi$ při odrazu na 3-4,
žádný odraz v bodě $\rho = 0$ ($\Leftarrow n_2 = n_4$, dokonalý dotyk)

Kulová plocha $\rho^2 + (z-R)^2 = R^2$
poloměr $R$, střed $[0,0,R]$

$\rho^2 + z^2 - 2zR + R^2 = R^2$ $\qquad \rho^2 = x^2 + y^2$

pro $R \gg z$, $\rho^2 \gg z^2$ zanedbat $z^2$

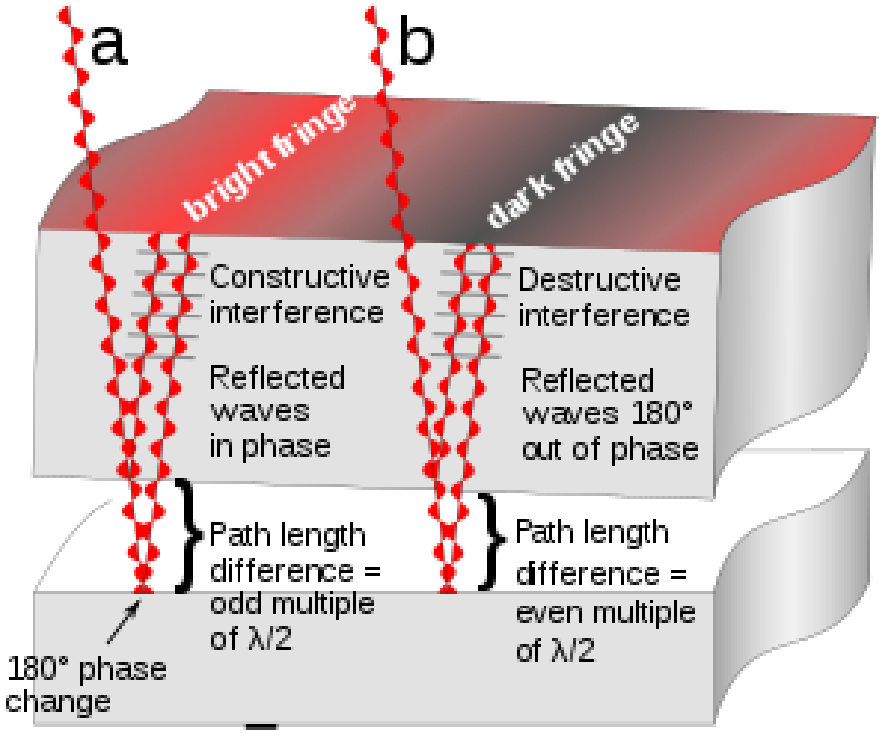
$\rho^2 = 2zR \qquad z \equiv d(\rho)$

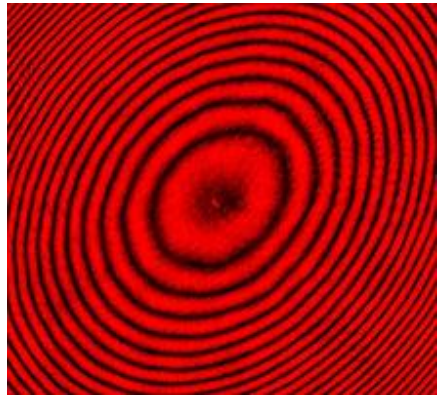
$\rho_N = \sqrt{2dR} = \sqrt{R \cdot \frac{\lambda_{vak}}{n_3}\left(N - \frac{1}{2}\right)}$

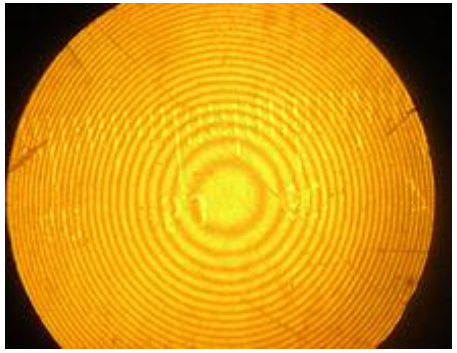
# Newtonovy kroužky stejné tlouš´tky

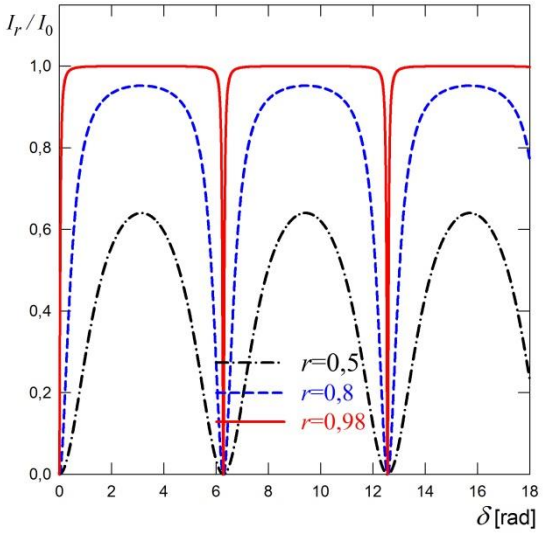
$$2kd_{max} + \pi = 2\pi m \qquad 2kd_{min} + \pi = (2m+1)\pi$$

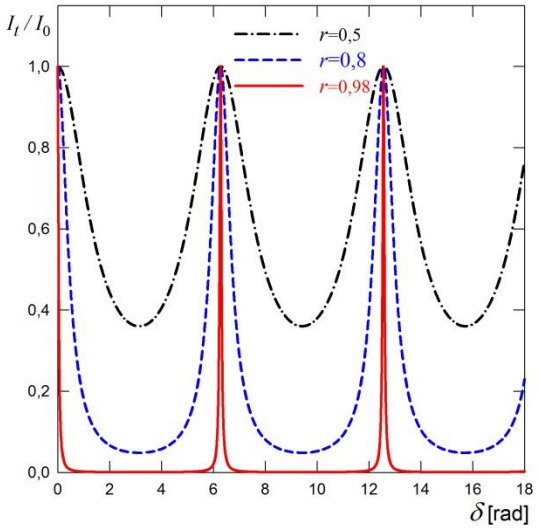
$$2nd_{max} = (m - \frac{1}{2})\lambda_0 \qquad 2nd_{min} = \mathrm{m}\lambda_0$$



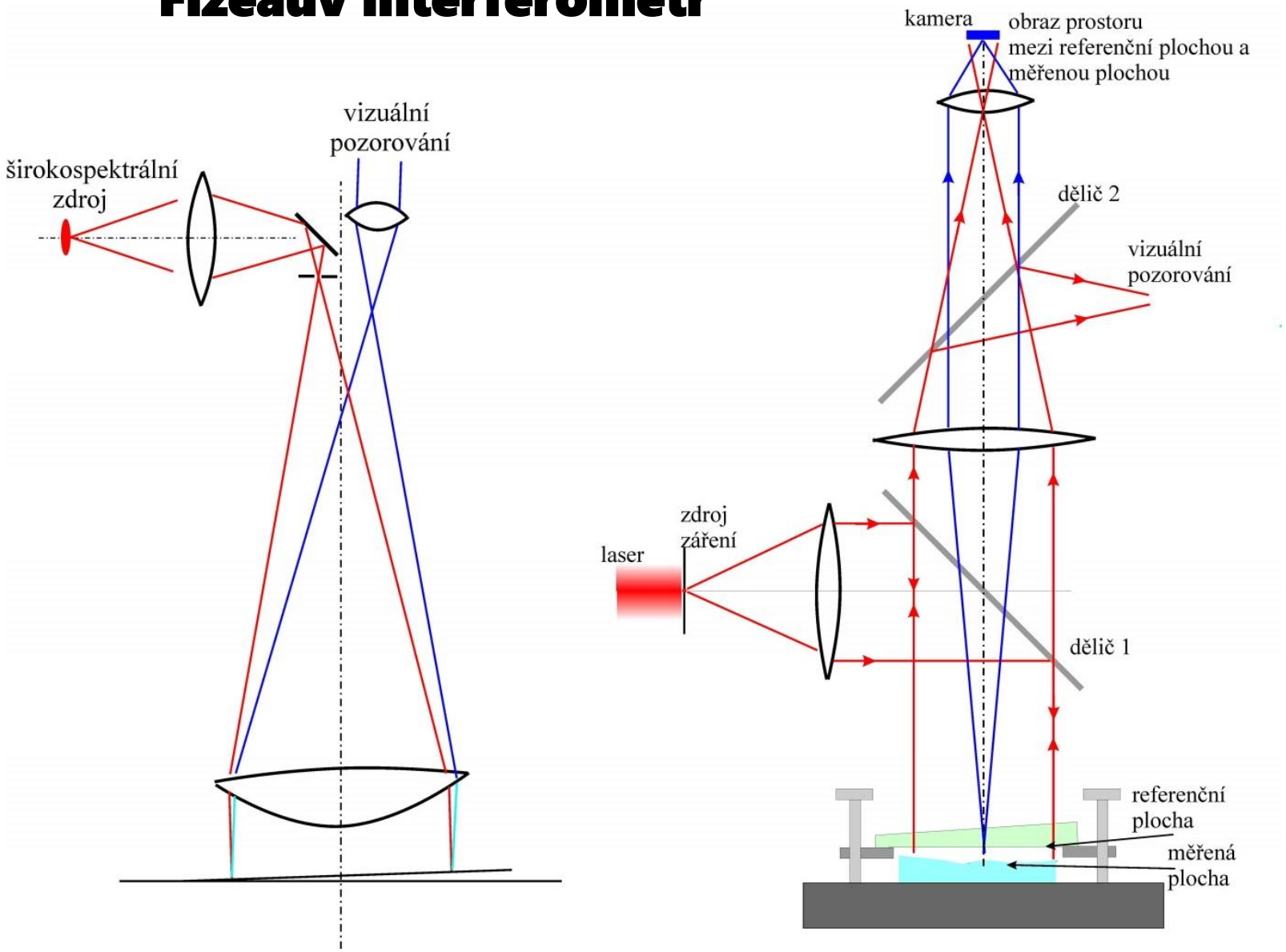







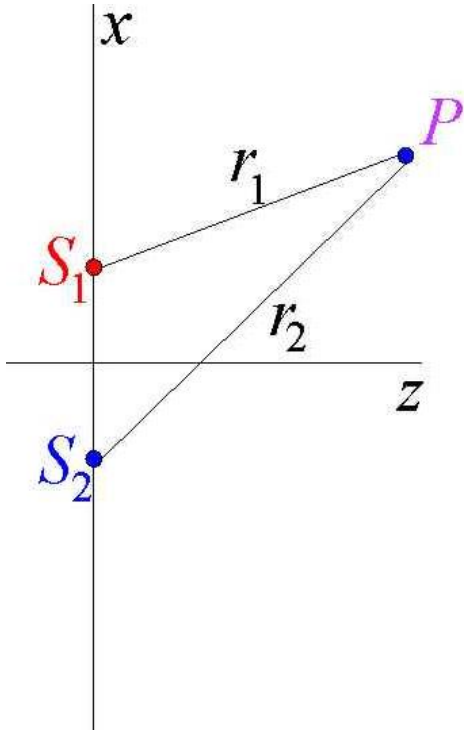
# Fizeaův interferometr

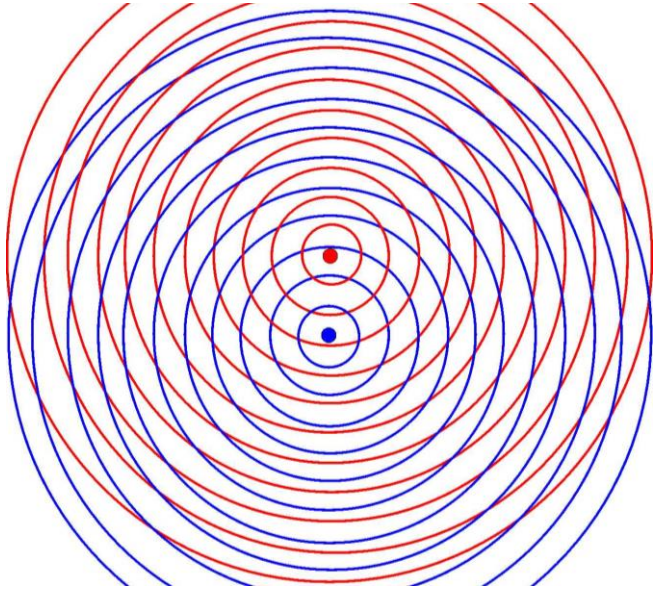


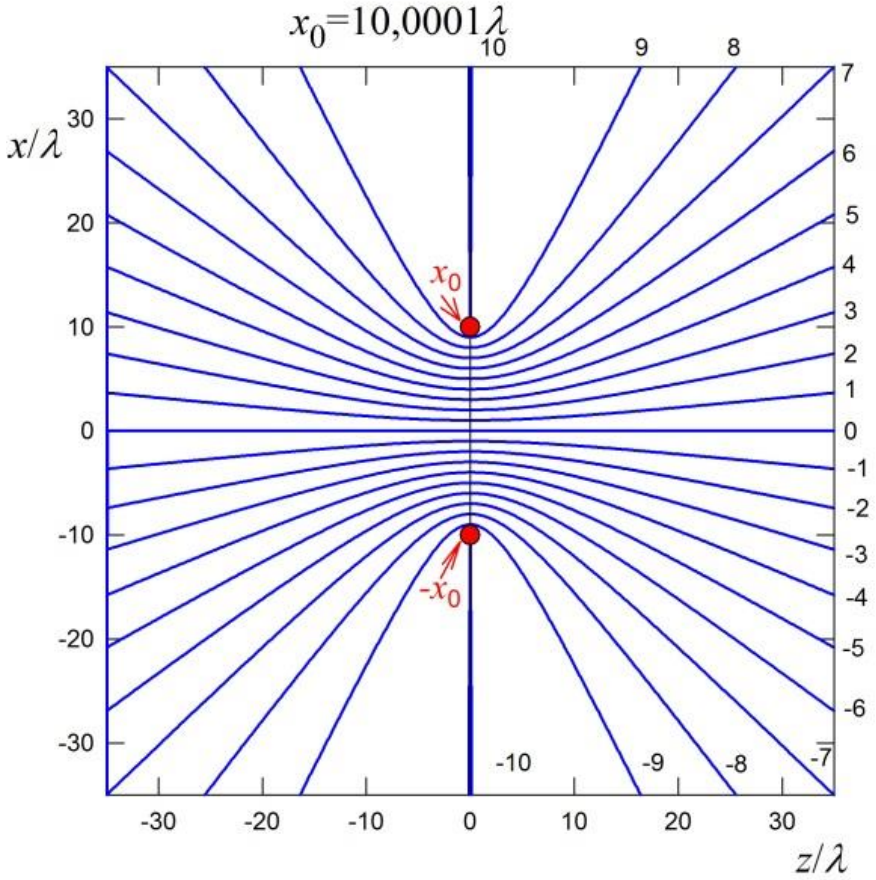

a) Zjednodušené schéma Fizeauova interferometru pro pozorování proužků stejné tloušťky.

b) Jedna z četných zmodernizovaných verzí Fizeauova interferometru určená pro zobrazení interferenčních obrazců vznikajících na mezeře mezi rovinnou referenční plochou a proměřovaným povrchem.

# Interference 2 kulových vln (Youngův pokus)



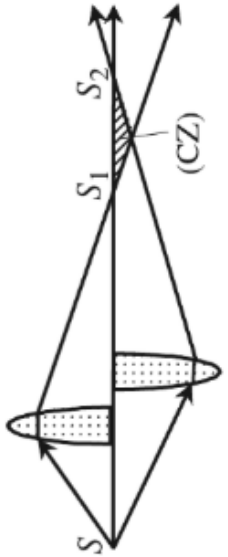





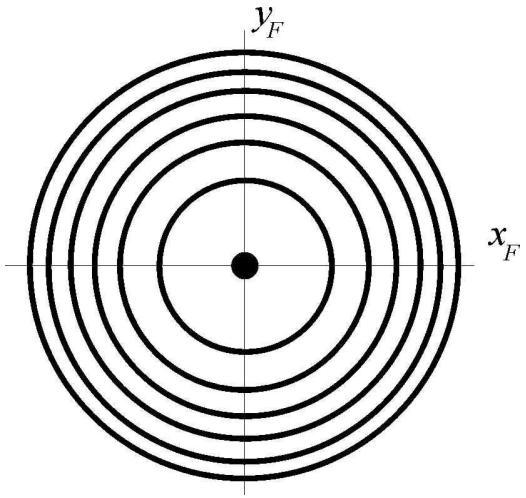

Vlevo geometrie pro popis interference 2 kulových vln, vpravo řezy kulovými vlnoplochami. Pokud naznačené vlnoplochy představují v daný okamžik maximální $|E|$, maxima intenzity v interferenčním obrazci jsou v místě křížení „červených“ a „modrých“ vlnoploch

$$|r_2 - r_1| = m\lambda$$

Rovnice hyperbolických ploch

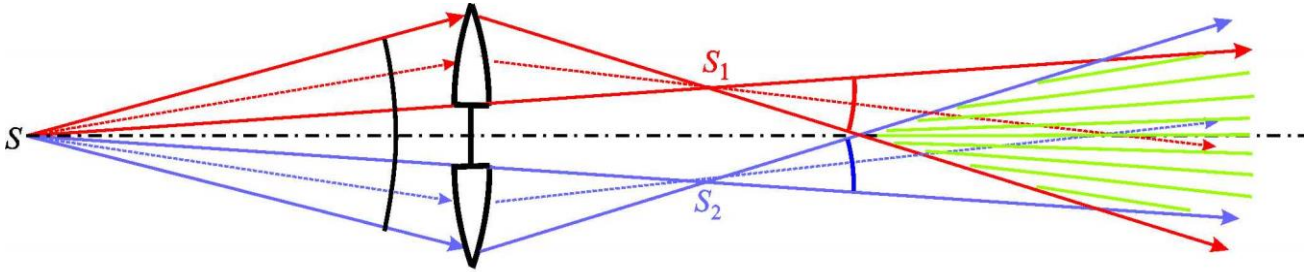


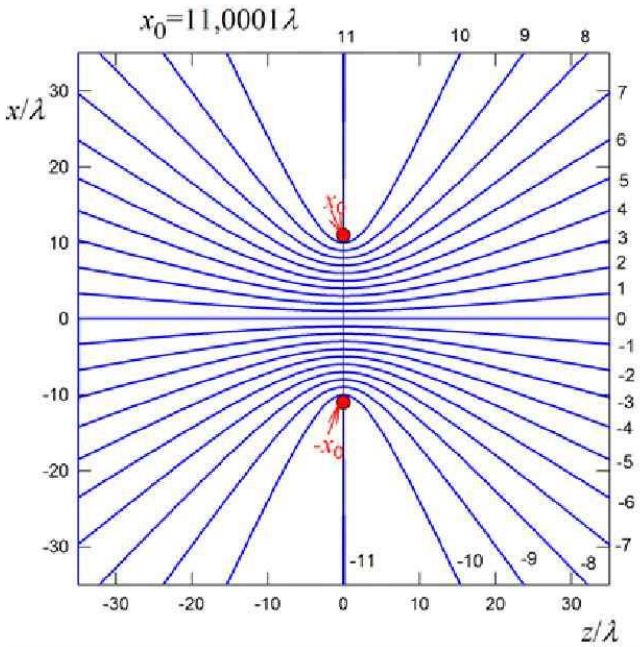

Meslinova dvojčočka




Kroužky stejného sklonu
Meslinova čočka

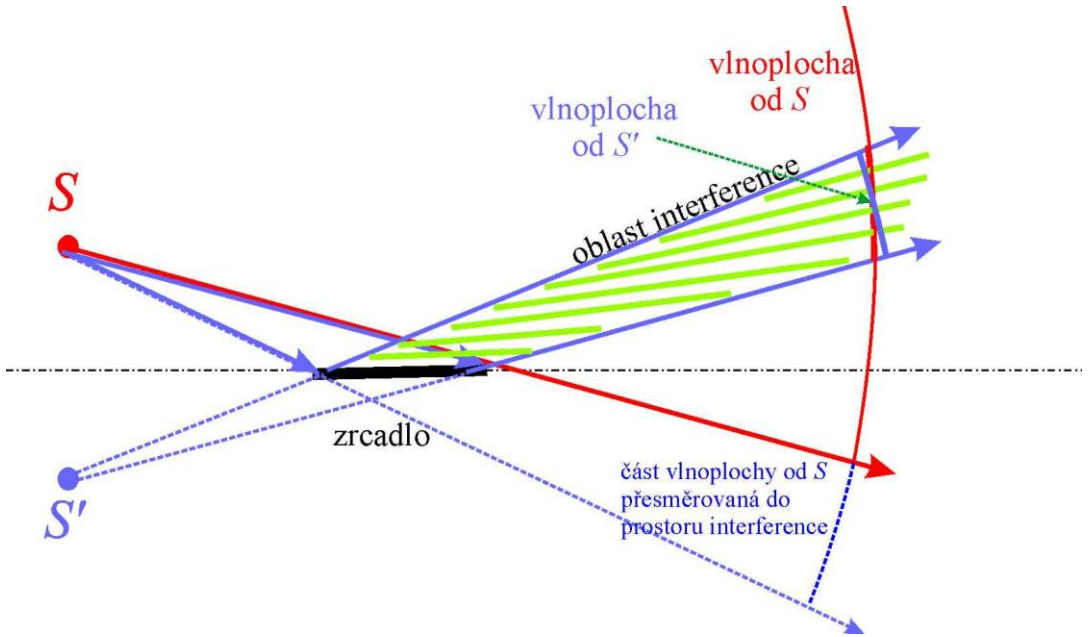
Billetova dvojčočka



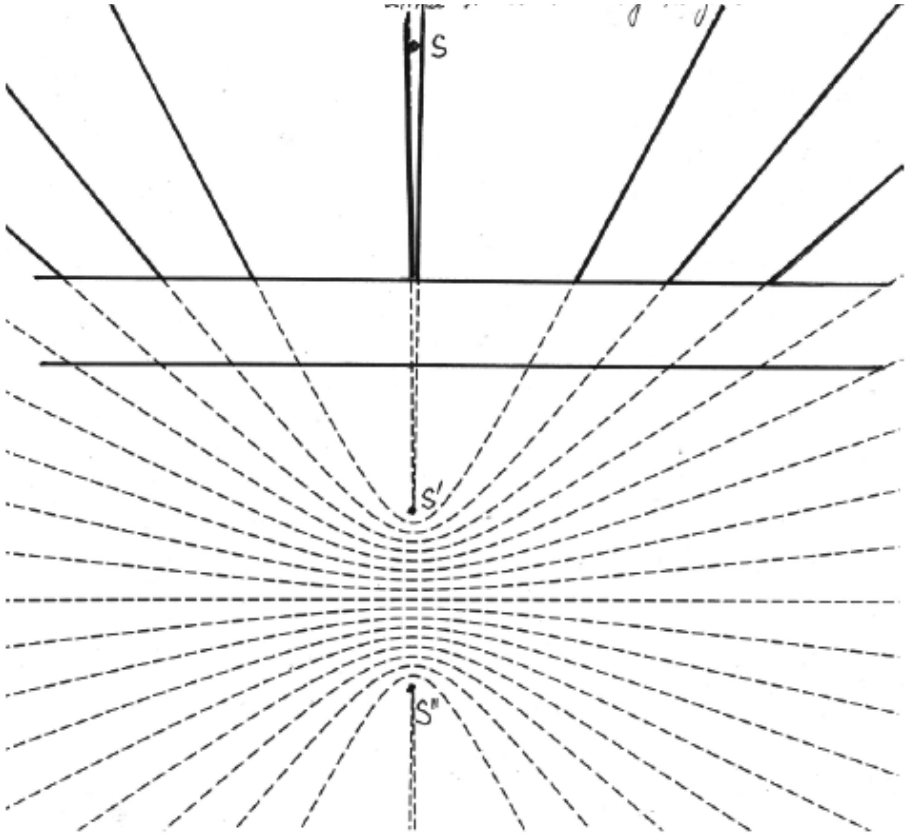




Youngův experiment
Billetova dvojčočka
Lloydovo zrcadlo

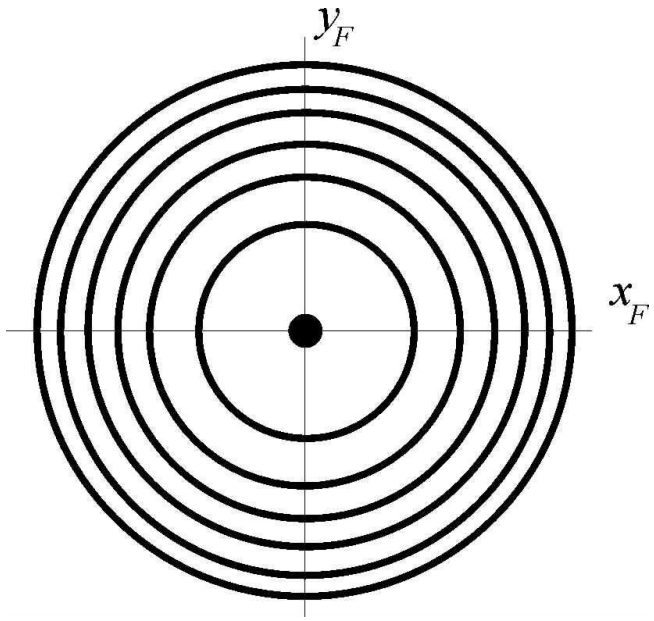
Loydovo zrcadlo



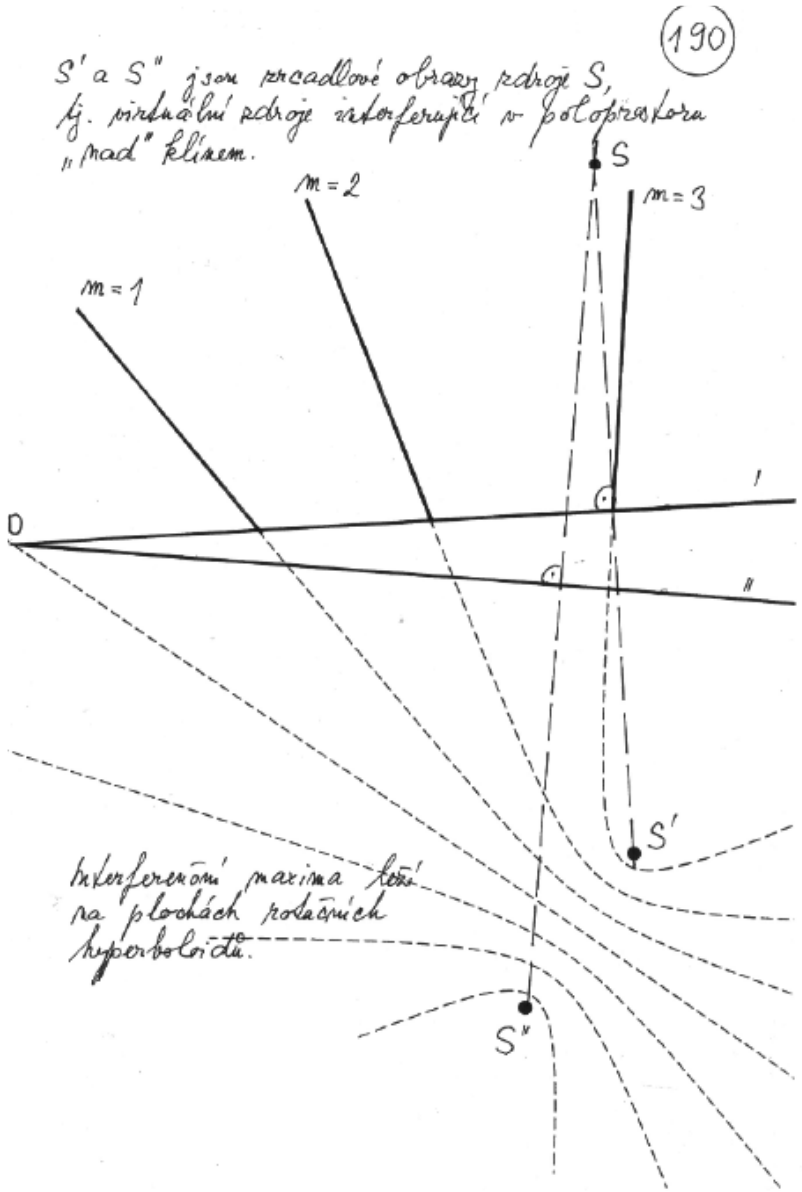
# Bodový zdroj kulových vln a planparalelní deska

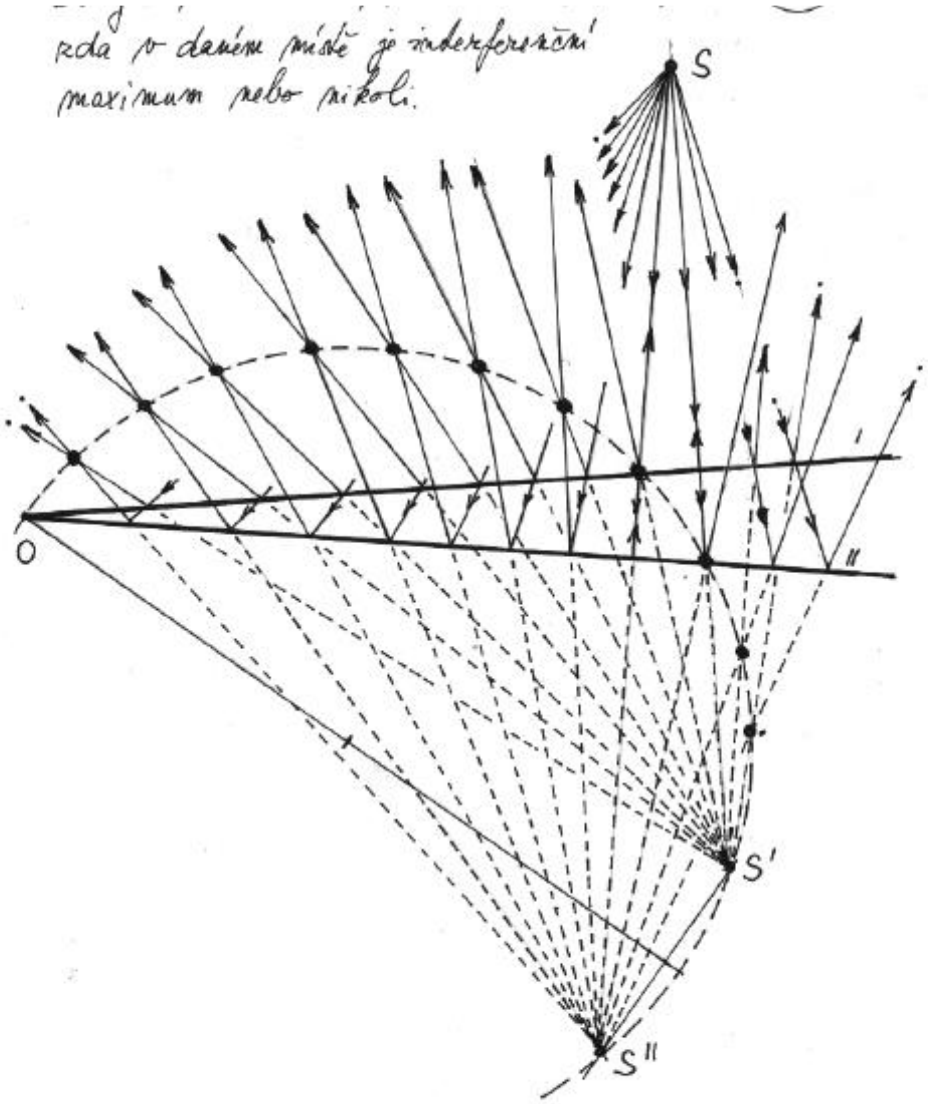



Interferenční kroužky stejného sklonu
(Haidingerovy)

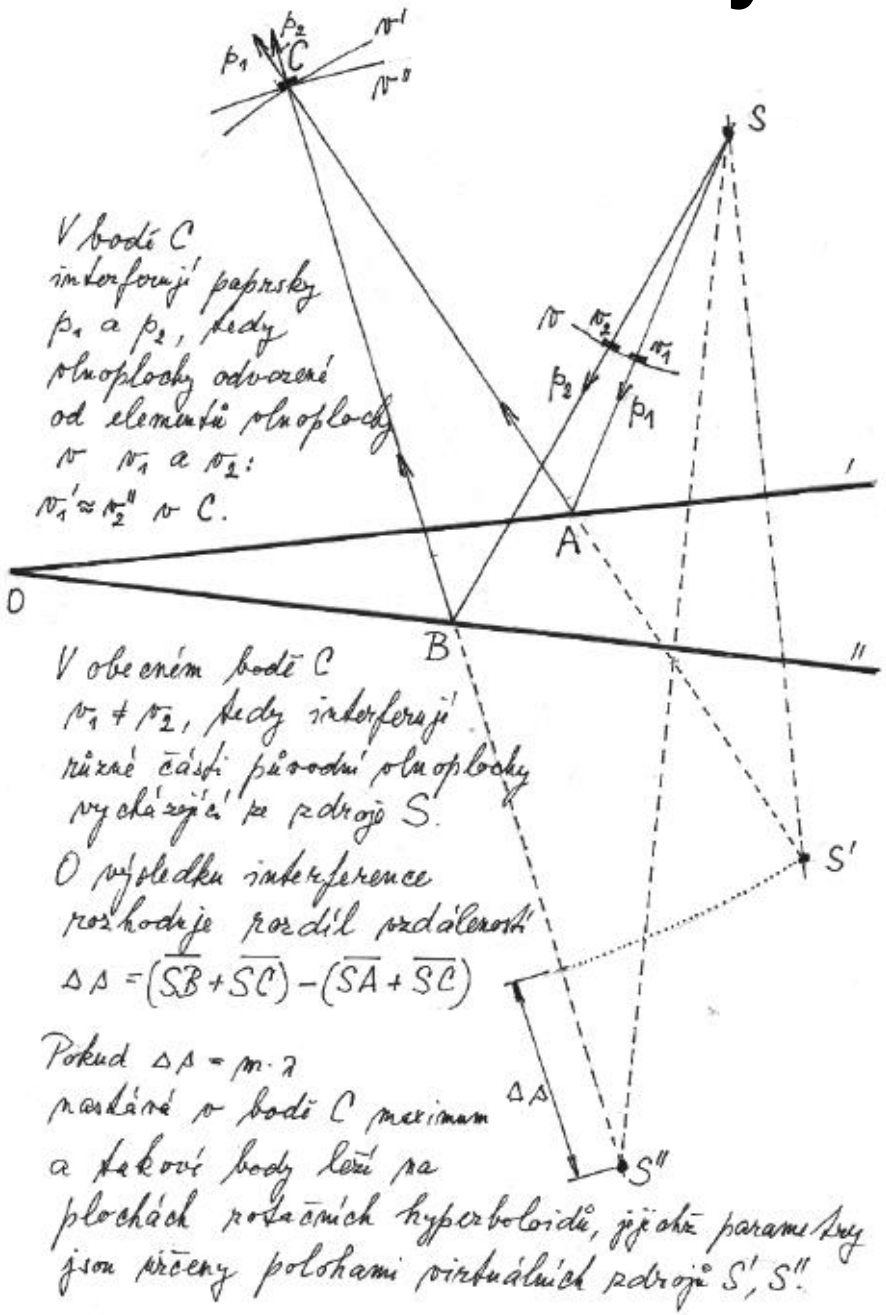


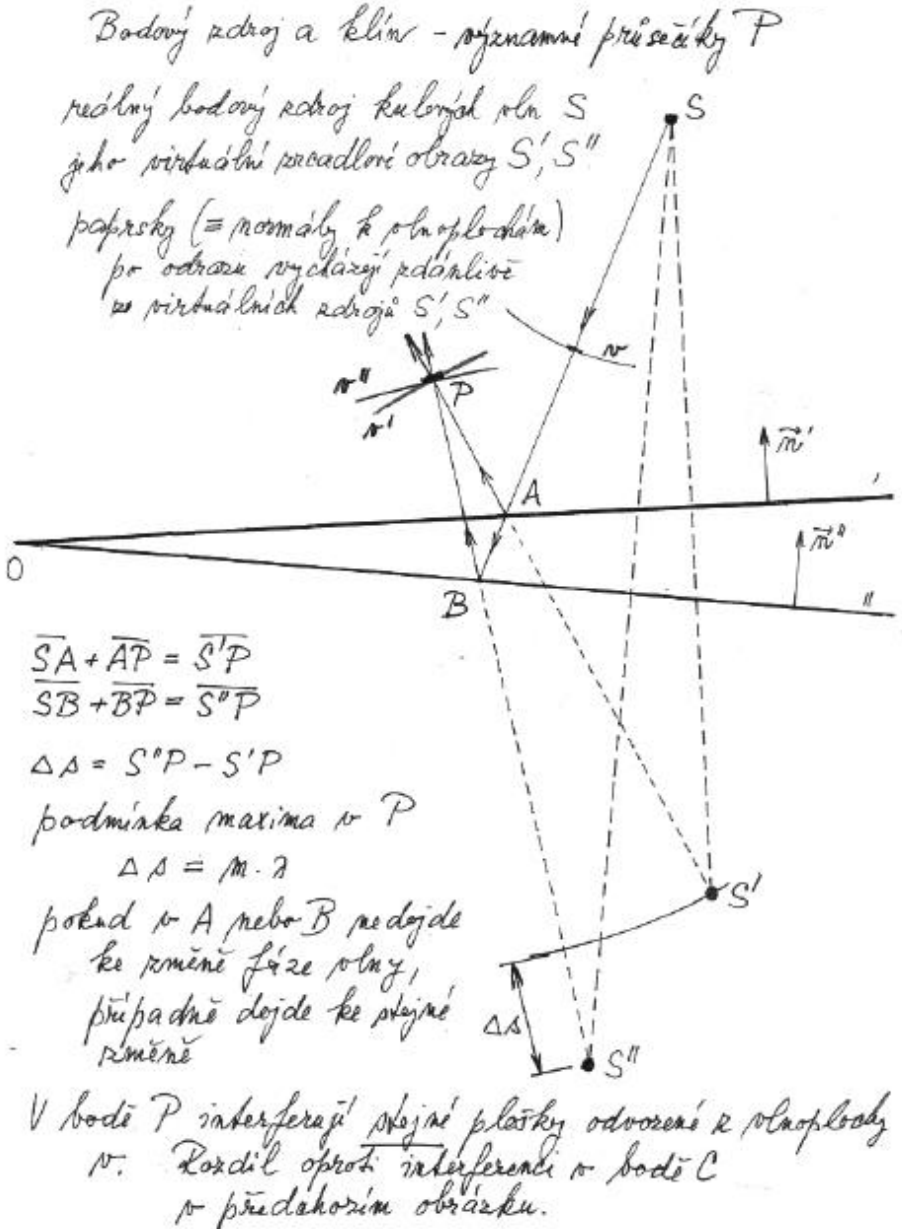
# Bodový zdroj kulových vln a klín



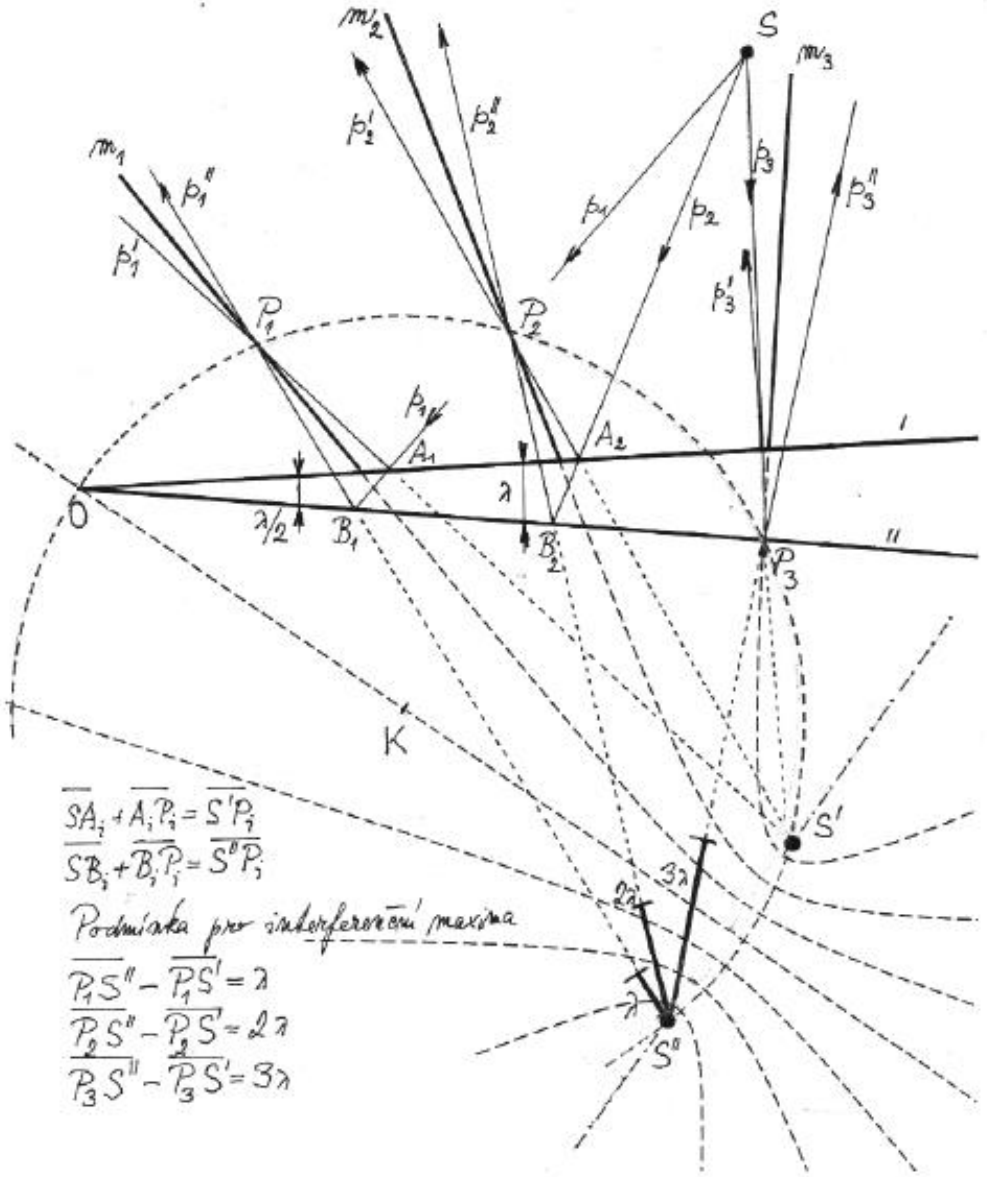



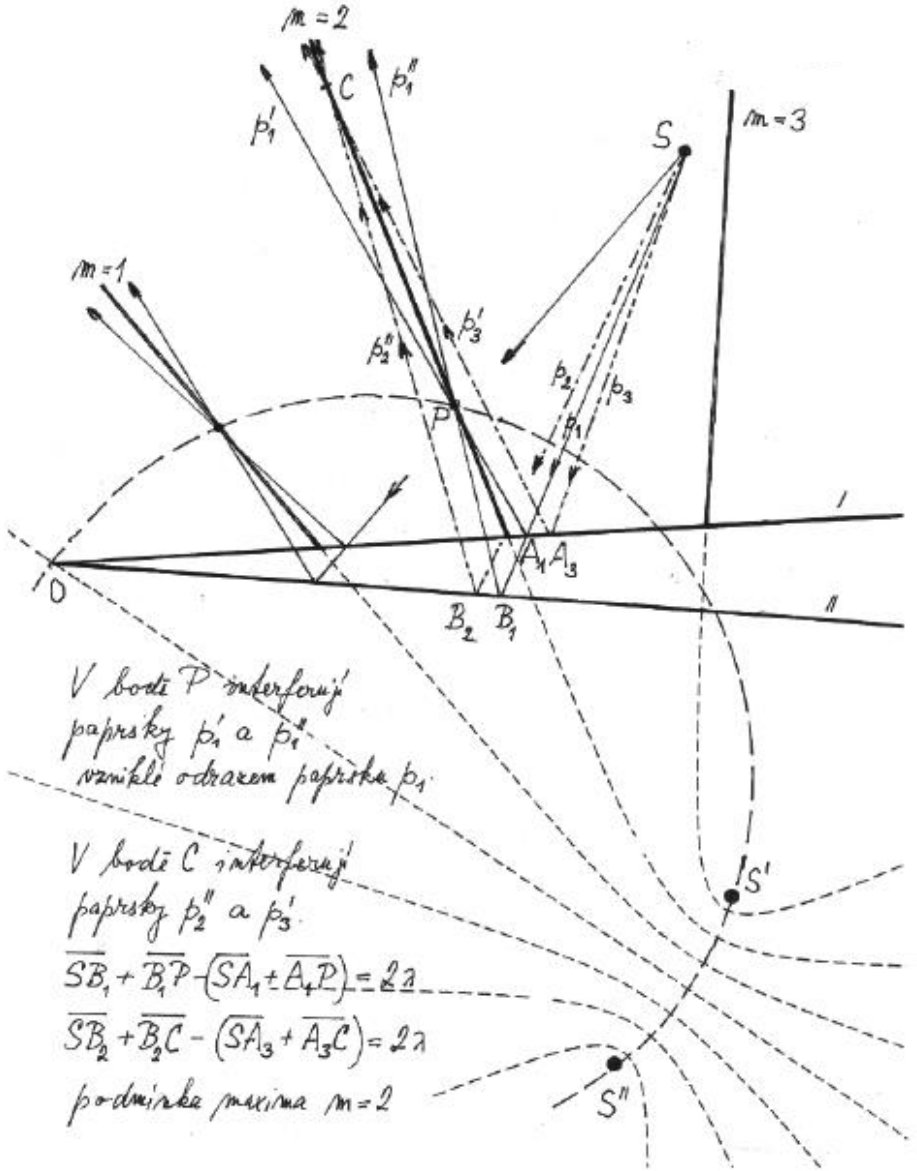
# Bodový zdroj kulových vln a klín



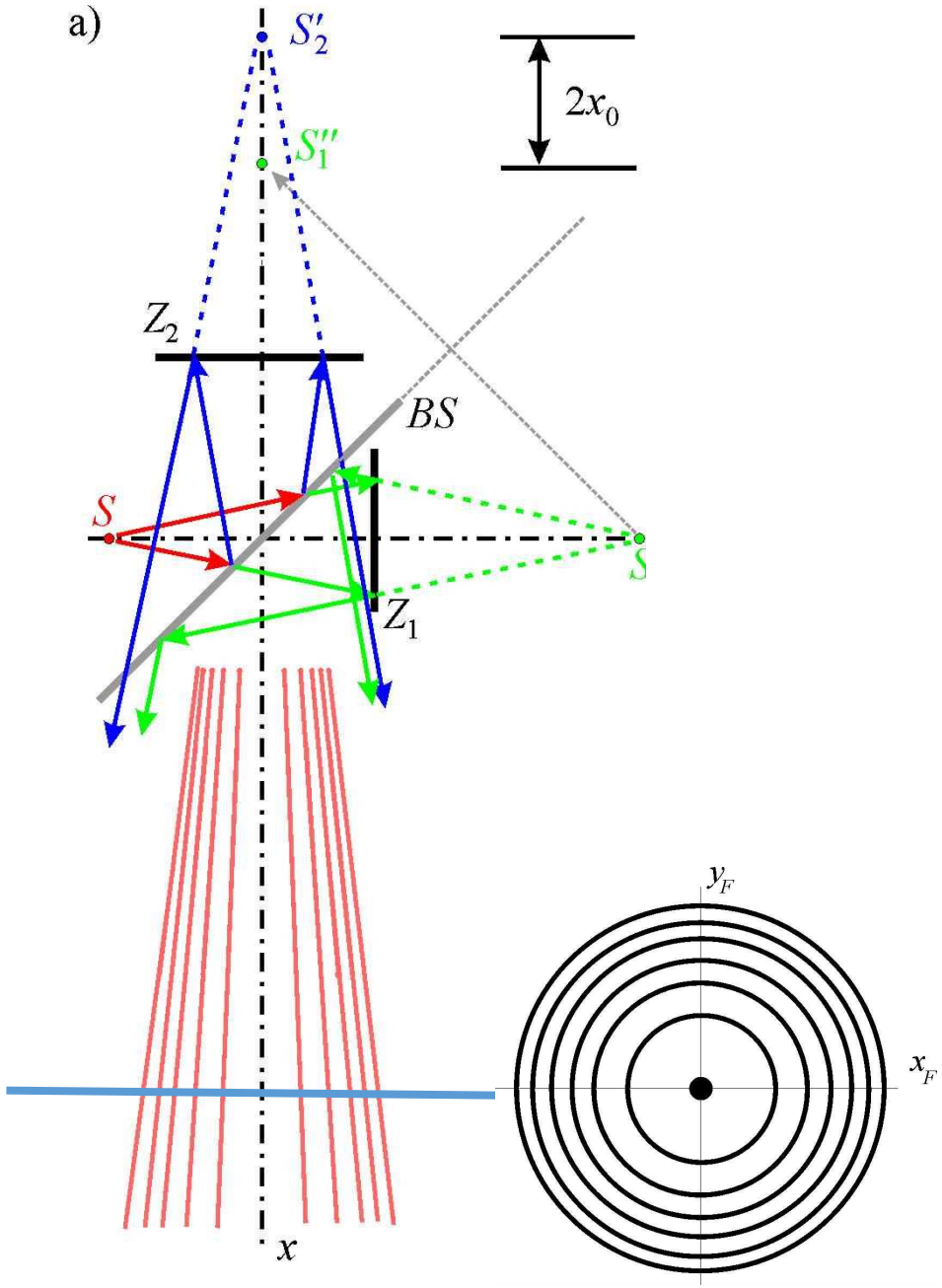



# Bodový zdroj kulových vln a klín



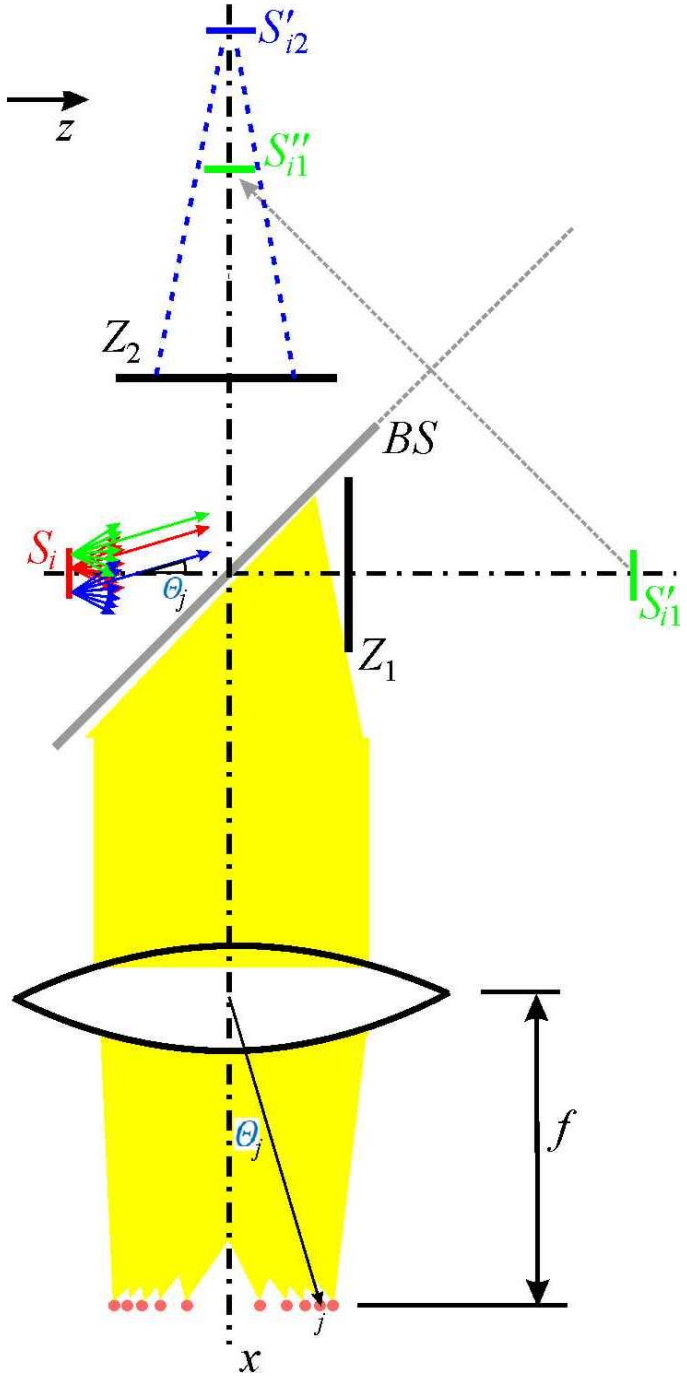
# Kulová vlna v Michelsonově interferometru




Jedna kulová vlna na vstupu do Michelsonova interferometru vycházející ze zdroje $S$.

Virtuální obrazy zdroje $S$ na zrcadlech $Z_1$ a $Z_2$ jsou označeny $S_1'$ a $S_2'$, $S_1''$ je symetrický k $S_1'$ podle roviny děliče svazku. $S_1''$ a $S_2'$ můžeme považovat za virtuální dvojici zdrojů kulových vln, které interferují v prostoru za interferometrem.

Interferenční obrazec je **reálný** a **delokalizovaný** a je to typický obrazec **kroužků stejného sklonu.**




# Plošný zdroj kulových vln v Michelsonově interferometru

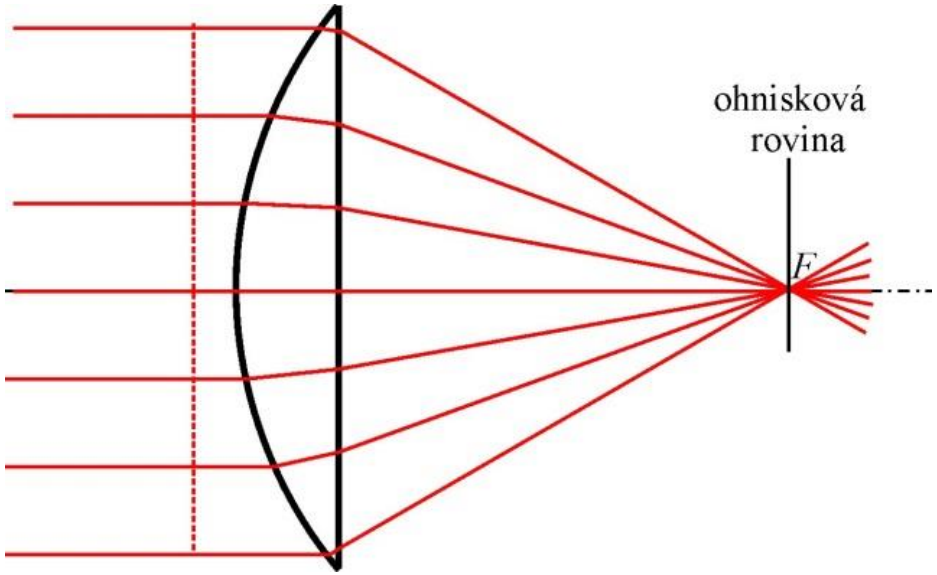
Na vstupu do interferometru je plošný zdroj emitující kulové vlny.

Žlutá oblast reprezentuje „rozmazaný“ interferenční obrazec.

Reálné kroužky stejného sklonu lze pozorovat v ohniskové rovině fokusační optiky, proto interferenční obrazec (bez použití fokusace) označujeme jako virtuální a lokalizovaný v nekonečnu.

# Poznámky k pojmům paprsek, ohnisko, zobrazení, optická dráha

**Paprsek je taková prostorová křivka, že tečna k ní v každém místě je normálou k vlnoploše v tomto místě.**




Způsob kreslení fokusace rovinné vlny ve schématu obvyklém v „geometrické optice“

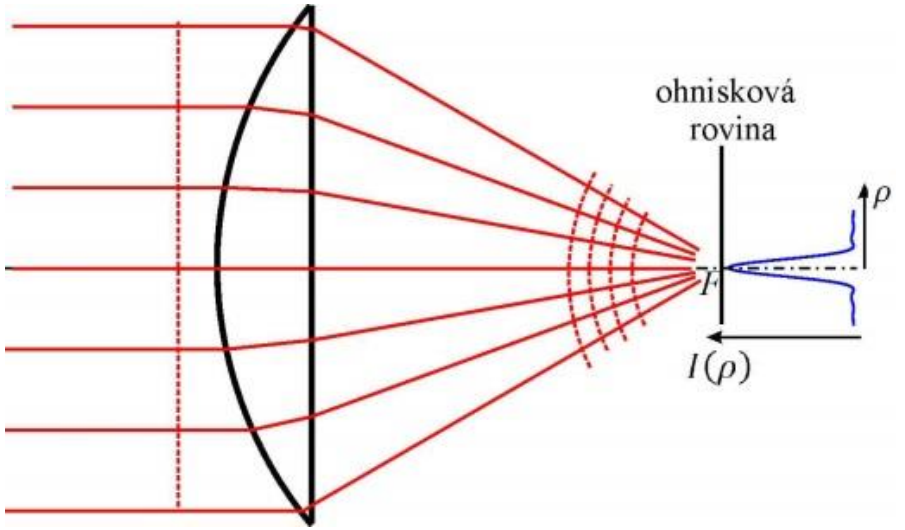
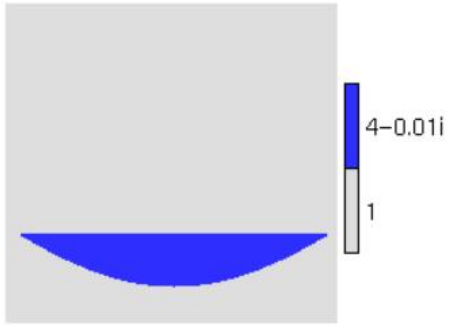



Schéma geometrické optiky naznačující fokusaci rovinné vlny čočkou do ohniska a rozložení intenzity záření podle skalární teorie difrakce.

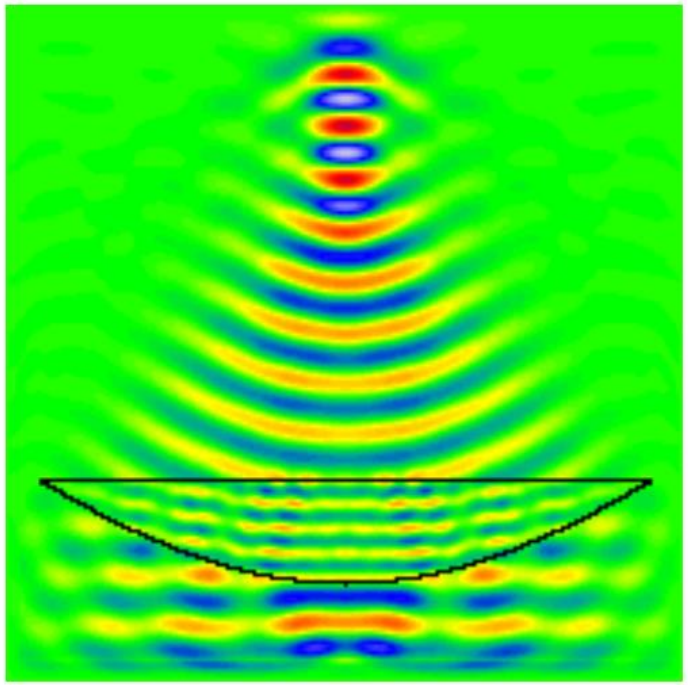
# Numerický model průchodu rovinné vlny planokonvexní čočkou

## Dielectric constant distribution



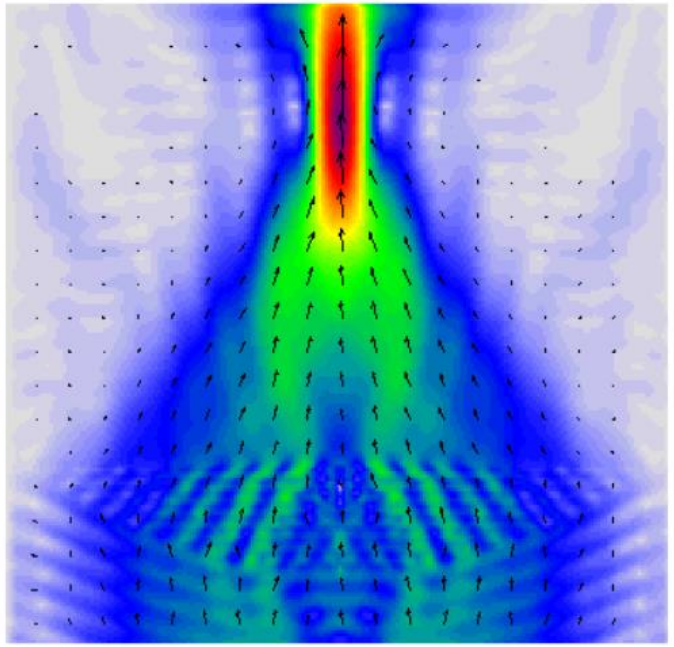

This animation illustrates the focussing effect of a convex lens. Note that the radiation cannot be focussed to a smaller scale than the wavelength. There are also internal reflections within the lens itself.
*Wikipedia link:* Convex lens

## Electric field animation



This is an animation of the component of the electric field out of the plane of the page

## Time-averaged Poynting vector



The direction in which energy is travelling at any instant is proportional to the cross product of the electric and magnetic fields, known as the Poynting vector. The arrows show the direction of the Poynting vector