

27 Hallův jev

Hallův jev je v elektrotechnice velmi využívaným jevem. Využívá se pro konstrukci sond a čidel určených k měření či detekci magnetických polí, v zabezpečovacích zařízeních či mnoha dalších aplikacích. Dříve byly Hallovy sondy dokonce využívány pro konstrukci klávesnic.

CÍLE

Cílem tohoto měření je pochopit a vyzkoušet si, jak funguje Hallův jev a jak ho lze využít pro určení koncentrace nosičů náboje v polovodičích.

ÚKOL

1. Při přípravě na měření prostudujte Dodatkový úkol uvedený na konci souboru
2. Určete velikost Hallovy konstanty vzorku.
3. Určete, o kolik koncentrace majoritních nosičů náboje převyšuje koncentraci nosičů minoritních. Polaritu majoritních nosičů stanovovat nebudeme.
4. Proměřte závislost velikosti Hallova napětí na velikosti indukce magnetického pole.

TEORIE

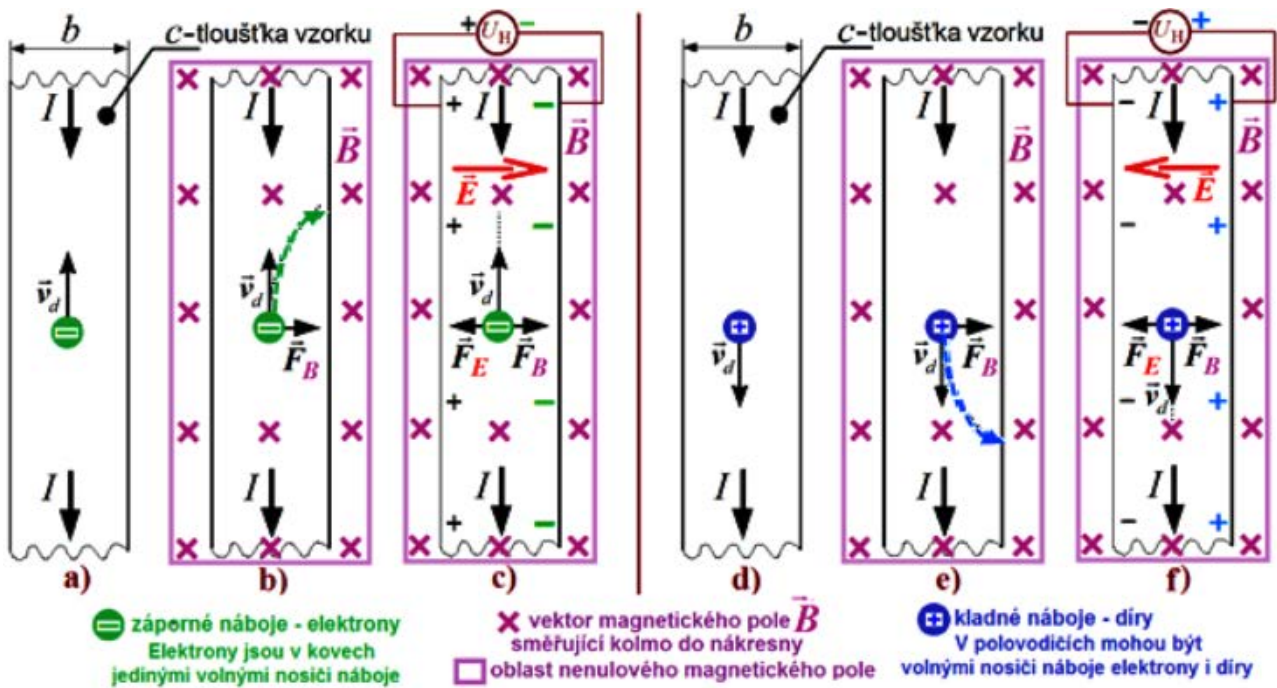
HALLŮV JEV

Ve druhé polovině devatenáctého století se již vědělo, že na nabitou částici, jež se pohybuje nenulovou rychlostí v magnetickém poli, působí síla (Lorentzova), která je vždy kolmá na vektor rychlosti a vektor magnetické indukce. Vědělo se, že výsledkem je změna směru pohybující se nabitě částice. Běžně se dělaly tyto pokusy na proudu (paprsku) pohybujících se elektronů.

V roce 1879 si však tehdy 24letý Edwin Hall, absolvent University Johna Hopkinse, položil otázku, zda tento jev platí pouze ve vakuu. Neprojevilo by se totéž například i v měděném vodiči?

Výsledkem těchto jeho úvah byl pokus, který ukázal, že Lorentzova síla působí i na záporně nabitě elektrony, které se pohybují nenulovou driftovou rychlostí ve vodičích a vytváří tak elektrický proud. Ale nejen to. Pokus ukázal, že lze také jednak zjistit, zda náboj nosičů je kladný nebo záporný (například u polovodičů, kde se na vedení proudu podílí nosiče obou typů, tj. elektrony a díry) a jednak, že lze pomocí něj určit i počet nosičů náboje v objemové jednotce zkoumaného vzorku.





Obr. 27.1: Hallův jev, rovinné zobrazení

Pro pochopení Hallova jevu prostudujeme nejdříve, jak se projevuje v kovu. Představme si tenký měděný plech nebo destičku (dále budeme říkat vzorek) o šířce b a tloušťce c , protékáný elektrickým proudem tak, jak je nakreslen na obrázku 27.1a. Destičkou protéká elektrický proud ve směru naznačeném šipkami. To znamená, že elektrony se ve vodiči pohybují driftovou rychlostí \vec{v}_d obráceným směrem.

Na obrázku 27.1b je zobrazena situace právě v tom okamžiku, kdy bylo vytvořeno magnetické pole takové, že vektory magnetické indukce vstupují seshora kolmo do vzorku (vektor magnetické indukce směřuje do listu na kterém je obrázek nakreslen). Elektron opustí přímou trajektorii a začne se pohybovat po dráze, která je naznačena čárkovaně. Stane se tak díky Lorentzově síle \vec{F}_B , která na něj v magnetickém poli působí a kterou lze vypočítat podle vztahu:

$$\vec{F}_B = q\vec{v}_d \times \vec{B}, \quad (27.1)$$

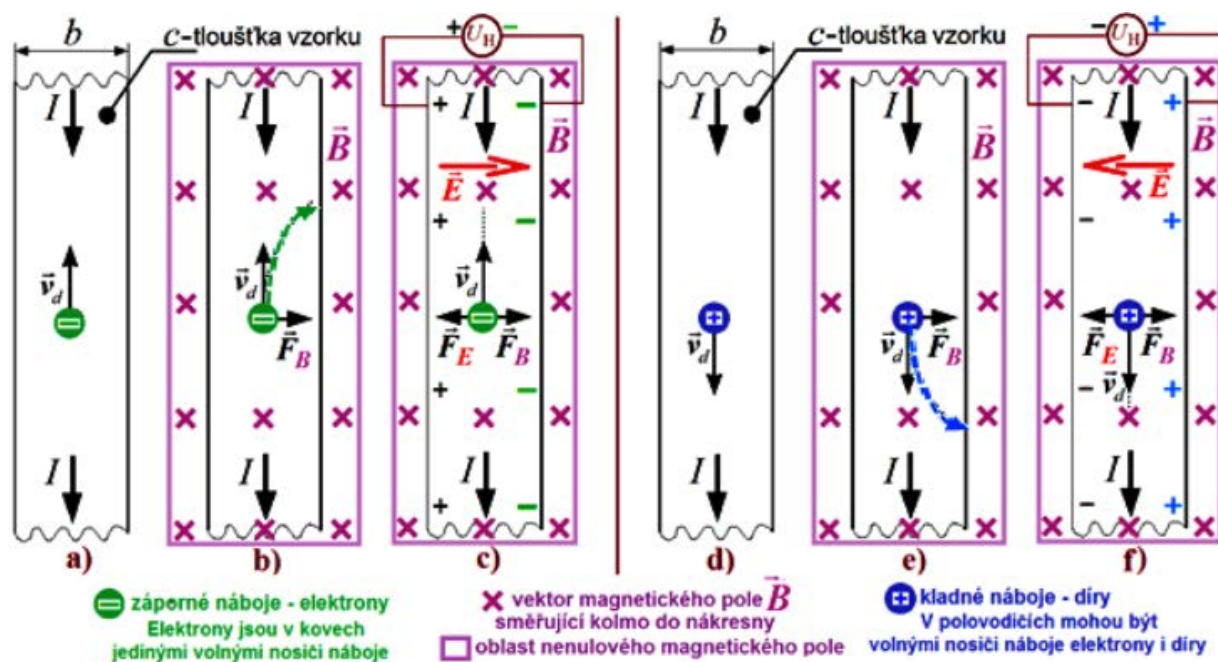
kde q je náboj elektronu, \vec{v}_d je driftová rychlost elektronu a \vec{B} je vektor magnetické indukce.

Výsledkem tohoto pohybu je že, se elektrony začnou kupit na pravé straně vzorku. Na levé straně jich je nedostatek. Díky tomu okamžitě vzniká uvnitř vodiče elektrické pole \vec{E} , které bude další elektrony odpuzovat. Toto elektrické pole začne působit na elektrony silou \vec{F}_E , která má opačný směr než magnetická síla \vec{F}_B ,

$$\vec{F}_E = q\vec{E}. \quad (27.2)$$

Po velice krátkém čase se obě síly, působící na každý pohybující se elektron, vyrovnají a vzájemně se vektorově odečtou. Tato situace je zobrazena na obrázku 27.1c. V rovnovážném stavu, který tím nastal, se pak elektrony znovu pohybují v přímém směru. Co se ale změnilo oproti situaci bez magnetického pole, je existence příčného elektrického pole \vec{E} . Pokud nyní přiložíme měřicí hroty voltmetru na vzorek ve směru kolmém na směr protékajícího proudu, zjistíme, že se zde objevilo nenulové napětí U_H , které se nazývá Hallovo napětí.

Stejná situace, jaká byla právě popsána, nastane i v polovodiči pro nosiče záporných nábojů, tj. pro elektrony.



Všimněme si, že **záporné nosiče náboje (elektrony)** a **kladné nosiče náboje (díry)**, jsou v magnetickém poli **stáčeny ke stejné boční straně vzorku**. Pokud jich je ve vzorku stejný počet, náboje se vykompenzují a Hallovo napětí je nulové, $U_H = 0$. Převažuje-li však některý z nich, nese Hallovo napětí informaci, zda jsou to elektrony či díry a jaký je rozdíl jejich koncentrací.

Obr. 27.1: Hallův jev, rovinné zobrazení, obr. 27.1 je zde znovu zopakován

Pokud by nosič náboje nesl kladný náboj (například kladná díra v polovodiči), pak by se za situace bez magnetického pole (**27.1d**) pohyboval opačným směrem než elektron, tedy ve směru proudových šipek. Po zapnutí magnetického pole stáčí Lorentzova síla nosiče s kladnými náboji, stejně jako elektrony, také k pravé straně vzorku, (**27.1e**). Vzniklé elektrické pole má nyní opačný směr než při pohybu záporných nábojů. Magnetická síla \vec{F}_B a elektrická síla \vec{F}_E působící na nosič s kladným nábojem se i v tomto případě vyrovnají a díry se budou znovu pohybovat v přímém směru, (**27.1f**). Naměřené Hallovo napětí bude mít opačnou polaritu, než v případě elektronů.

Z toho, co jsme si doposud řekli o Hallovu napětí, jež bylo vyvoláno nosiči záporného náboje, a o Hallovo napětí způsobeném nosiči náboje kladného víme, že tato napětí jsou orientována proti sobě. Plyne z toho, že pokud je nosičů obou typů nábojů stejný počet, žádné Hallovo napětí neměříme. Tato situace nastává v polovodičích, ve kterých je vznik volného elektronu doprovázen vznikem volné díry. Takové polovodiče se nazývají **polovodiče vlastní**. Jsou-li do takových polovodičů vpraveny příměsi, které dají vzniknout jen volnému elektronu nebo jen volné díře, mohou převážet nosiče nábojů jen jednoho typu. V polovodiči je pak buď více nosičů záporného náboje – **polovodiče typu N**, nebo převažují nosiče náboje kladného – **polovodiče typu P**. Nosiče, kterých je více, nesou název **majoritní** a nosiče, jichž je méně jsou nosiči **minoritními**. Také u Hallova napětí převládá jedna z polarit. Naměříme nenulové Hallovo napětí, můžeme z něho stanovit, který typ nosičů náboje převažuje a známe-li rozměry vzorku, lze spočítat i jejich koncentraci (počet nosičů v objemové jednotce).

V látkách, které nazýváme izolanty, volné nosiče náboje téměř neexistují. Neprochází tedy jimi proud a nemůže tam nastat ani Hallův jev.

Zopakujte si středoškolské znalosti o mechanismu elektrické vodivosti u kovů a také u polovodičů. Připomeňte si pojmy majoritní a minoritní nosiče a co to je pásový model polovodičů. Nemáte-li k dispozici vhodnou středoškolskou učebnici, hledejte na internetu.

Např.: <http://www.realisticky.cz/ucebnice.php?id=11> Kapitola Elektřina a magnetismus.

PRINCIP METODY MĚŘENÍ

V laboratorních cvičeních budeme měřit polovodičový vzorek, který je komerčně vyráběným zákaznickým obvodem, v mechanické podobě zapouzdřené součástky určené pro povrchovou montáž na deskách plošných spojů. Jak již bylo řečeno výše, vedení proudu v polovodičích obstarávají volné majoritní a minoritní nosiče náboje. Lorentzova síla působí na majoritní i minoritní nosiče ve stejném směru (viz obrázky 27.1b a 27.1e). Měřit tedy můžeme pouze rozdíl mezi jevy, které způsobí majoritní nosiče a minoritní nosiče. Při naprosto stejné koncentraci nosičů kladného a záporného náboje by Hallův jev vymizel.

Po krátkém jednoduchém odvození, které vychází z rovnováhy sil elektrického a magnetického pole působících na nosiče náboje, lze u kovů obdržet vztah pro výpočet Hallova napětí:

$$U_H = \frac{1}{nq} \frac{BI}{c}, \quad (27.3)$$

kde n je koncentrace volných nosičů náboje, q je velikost náboje, který jednotlivé nosiče nesou, B je velikost magnetické indukce, I je proud protékající vzorkem a c je tloušťka měřeného vzorku. Elektrony u kovů a elektrony a díry u polovodičů nesou náboje, jež mají opačnou polaritu ale stejnou velikost ($1,602 \times 10^{-19}$ C).

Koeficient u zlomku s veličinami B , I a c je zpravidla označován jako R_H a nazývá se **Hallova konstanta**. Pro kovy je roven:

$$R_H = \frac{1}{nq}. \quad (27.4)$$

U polovodičů je jev **složitější**. Vztah pro výpočet Hallovy konstanty má u nich tvar:

$$R_H = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{nq}. \quad (27.5)$$

Po zavedení Hallovy konstanty R_H nabude v obou případech vztah (27.3) pro Hallovo napětí následující tvar:

$$U_H = R_H \frac{BI}{c}. \quad (27.6)$$

Hallovo napětí daného materiálu je tedy **přímo úměrné** indukci B magnetického pole, v němž se vzorek nachází a proudu I procházejícímu vzorkem. Vzhledem k tomu, že přesné nastavování proudu je snadnější než přesné nastavování magnetické indukce, budeme měřit závislost $U_H = f(I)$ při konstantním B jako parametru.

$$U_H = R_H \frac{B}{c} I = k \cdot I \quad (27.7)$$

Protože R_H , B a c jsou konstanty, je tato závislost **lineární**. Jestliže jsme písmenem k označili směrnici této měřené lineární závislosti

$$k = R_H \frac{B}{c}, \quad (27.8)$$

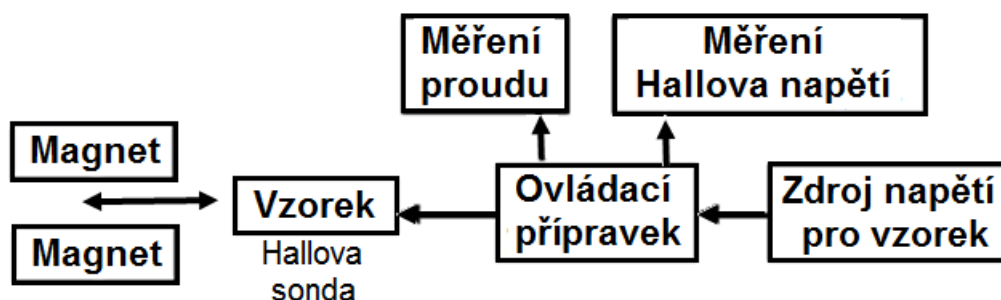
můžeme pomocí ní a známých parametrů stanovit Hallovu konstantu:

$$R_H = \frac{kc}{B}. \quad (27.9)$$

Je-li proud tvořen převážně kladnými náboji (polovodič typu P), je $R_H > 0$. Pokud je proud tvořen převážně elektrony (kovy a polovodiče typu N), je $R_H < 0$. Měřením Hallovy konstanty zjistíme nejen typ majoritních nosičů, ale i jejich koncentraci. Proto se tohoto měření hojně užívá v technologii polovodičových součástek.

MĚŘICÍ PRACOVNÍSTĚ

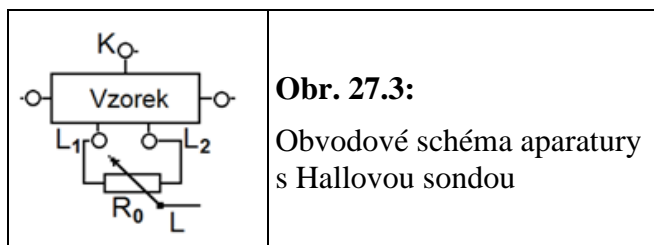
Hallovo napětí budeme měřit na zařízení, které je znázorněno blokovým diagramem na obr. 27.2. Měřený polovodičový vzorek má známé rozměry (tloušťka vzorku je $c = 0,6$ mm) a je opatřen proudovými kontakty a kontakty pro měření Hallova napětí. Vzorek se zasune mezi póly permanentního magnetu tak, že jeho rovina je kolmá na siločáry magnetického pole. Vzorek a jeho kontakty musí být chráněny. Je proto umístěn do plastového zasouvacího krytu, kterému budeme říkat Hallova sonda.



Obr. 27.2: Blokové schéma měřicí aparatury

Průtokem proudu I vznikne ve vzorku a tedy i na jeho stěnách spád napětí ve směru proudu, který nemá nic společného s Hallovým napětím. Hallovo napětí vzniká mezi bočními stěnami vzorku až při zapnutí magnetického pole. Po zapojení úlohy podle schématu však zjistíme, že voltmetr pro měření Hallova napětí ukazuje nenulovou hodnotu i při nulovém magnetickém poli. Protilehlé boční kontakty lze totiž jen stěží přesně umístit tak, aby ležely na stejné ekvipotenciální ploše. Vždy se mezi nimi nějaký spád napětí naměří.

Tento problém se obvykle řeší tak, že na boční stranu vzorku se připojí jeden z kontaktů (kontakt K). Na protilehlou stranu se místo druhého kontaktu (kontakt L) umístí kontakty dva (L_1 a L_2). Jeden (L_1) na místo ležící na ploše nižšího a druhý (L_2) na místo ležící na ploše vyššího potenciálu než má kontakt K. Ke kontaktům L_1 a L_2 se připojí potenciometr a jeho jezdcem se vyhledá místo, které leží na stejné ekvipotenciální ploše jako kontakt K (viz obr. 27.3). Po celou dobu měření se pak již nesmí poloha jezdce potenciometru měnit, pokud kontrola neukáže chybné nastavení. Připomínáme, že toto nastavení je třeba provést, pokud je vzorek mimo magnetické pole a protéká jím maximální dovolený proud, který je uveden u vzorku.



Obr. 27.3:
Obvodové schéma aparatury s Hallovou sondou

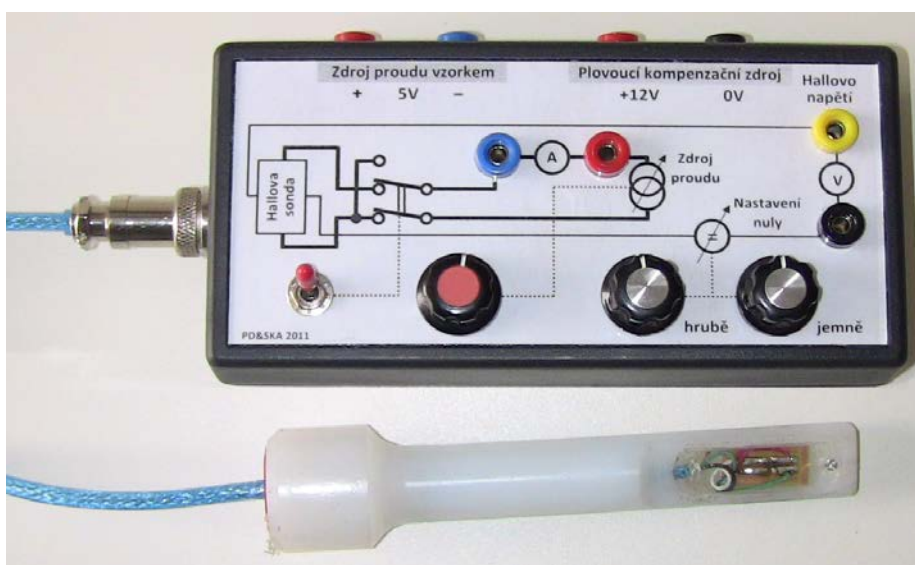
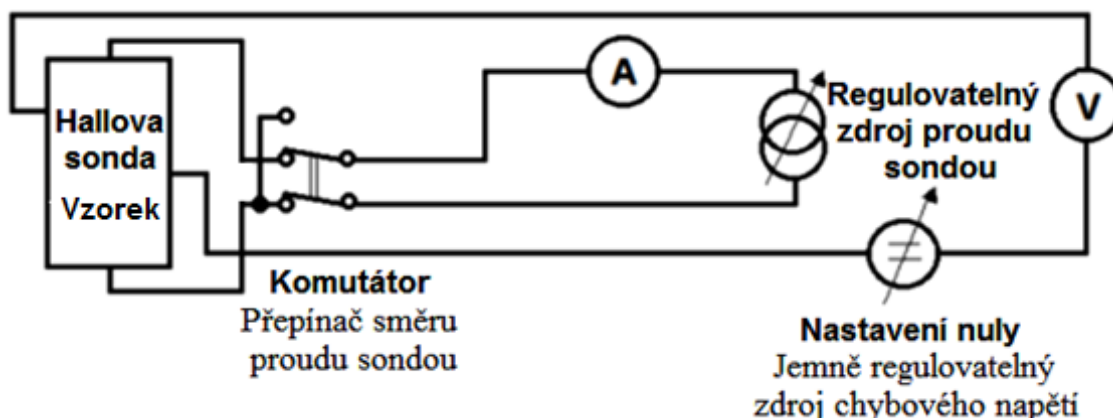
Kontaktování polovodičových vzorků je technologicky náročné. Oproti výše uvedenému popisu, obsahuje proto nově realizované řešení měřicího pracoviště již hotovou Hallovu sondu. Jedná se o zákaznický obvod určený pro povrchovou montáž do plošných spojů. Tento komerčně vyráběný obvod má definované parametry dle katalogového listu výrobce a na měřicím pracovišti je umístěn v již zmíněném plastovém zasouvacím krytu – měřicí Hallově sondě opatřené přívodním kabelem a připojovacím konektorem.

Na rozdíl od vzorků v sondách kontaktovaných na pracovišti neobsahuje tato komerční Hallova sonda zdvojené kontakty L_1 a L_2 sloužící pro kompenzaci Hallova napětí při nulové magnetické indukci. Komerční sonda má pouze nutné čtyři vývody (dva proudové a dva pro Hallovo napětí) a její kalibrace proběhla již v rámci výrobního procesu. Sonda nepotřebuje pro řadu běžných aplikací žádnou další kalibraci provádět.

Inovované měřicí pracoviště však kalibraci Hallovy sondy umožňuje, obr 27.4. Obvodové řešení kalibrace je ale proto, že jsou k dispozici pouze čtyři kontakty jiné, než uvádí schéma na obr. 27.3. Do série s napěťovými svorkami Hallovy sondy je zapojen jemně regulovatelný zdroj chybového napětí. Vnější obsluha a funkce měřicího pracoviště s komerční Hallovou sondou zůstává tak shodná s původní variantou i přes odlišnost v obvodovém zapojení. Kompenzace Hallova napětí resp. kalibrace měřicí sondy probíhá zcela identicky pomocí dvou potenciometrů pro hrubé a jemné nastavení nuly při nulové magnetické indukci.

Po celou dobu měření se pak již nesmí nastavení obou potenciometrů měnit, pokud kontrola neukáže chybné nastavení.

Ve vzorku se kromě Hallova napětí objevují i termoelektrická napětí závislá na směru proudu i směru magnetického pole. Teplotu však neumíme vypnout, proto abychom omezili vliv nežádoucích termoelektrických napětí a také nehomogenit pole, měříme závislost $U_H = f(I)$ pro všechny čtyři dvojice vzájemné orientace proudu a magnetické indukce. Ve vztahu (27.9) pak použijeme pro hodnotu k aritmetický průměr ze čtyř získaných hodnot.



Obr. 27.4: Aktuální obvodové schéma aparatury s Hallovou sondou a jeho realizace v měřicím přípravku na pracovišti

POSTUP PŘI MĚŘENÍ, ZPRACOVÁNÍ A VYHODNOCENÍ

Magnetické pole pro Hallovu sondu bývalo pro měření Hallova jevu vytvářeno mezi pólovými nástavci robustního elektromagnetu, který vyžadoval i adekvátně velký zdroj proudu. V současné době jsou již k dispozici permanentní magnety, které poskytují magnetické pole dostatečné velikosti. Celé zařízení je tak subtilnější a energeticky méně náročné.

A NASTAVENÍ PRACOVÍŠTĚ

- A1. Vyjměte Hallovu sondu z přípravku s magnety a položte ji na stůl v dostatečné vzdálenosti od přípravku či jiného zdroje magnetického pole.
- A2. Propojte měřicí přípravek se zdrojem stejnosměrného napětí. U vstupů na přípravku je napsáno, s kterými výstupy zdroje mají být propojeny. Respektujte to.
- A3. Nastavte maximální povolený proud Hallovou sondou (2,2 mA).
- A4. Pomocí dvou potenciometrů určených pro nastavení nuly, vynulujte napětí na svorkách, mezi nimiž budete po vložení sondy do magnetického pole měřit Hallovo napětí. Zajistíte tím, že kontakty na které jsou svorky připojeny, budou na vzorku ležet na stejné ekvipotenciální ploše. Znamená to, že napětí měřené mezi nimi, bude nulové. (Odečítat na multimetru.)
- A5. Vložte Hallovu sondu do přípravku s magnety.
- A6. Otáčením velkého ovládacího prvku na přípravku s magnety nastavte maximální hodnotu Hallova napětí. (Odečítat na multimetru.)
- A7. Černý ovládací prvek se šipkou na přípravku s magnety nastavte na 90°.
- A8. Nyní je v prostoru Hallové sondy magnetická indukce 70 mT. Pokud chcete nastavit jinou hodnotu magnetické indukce, změňte úhel natočení magnetů podle kalibrační tabulky přiložené u úlohy.

B MĚŘENÍ ZÁVISLOSTI HALLOVA NAPĚTÍ NA PROUDU VZORKEM A ZPRACOVÁNÍ NAMĚŘENÝCH DAT

- B1. Nastavte pracoviště podle bodů A1 až A7.
- B2. Měřte Hallovo napětí U_H v závislosti na proudu I , který protéká vzorkem. V intervalu od maximálního dovoleného proudu, který smí vzorkem protékat do proudu nulového, změřte minimálně deset hodnot, které jsou od sebe přibližně ekvidistantně (stejně) vzdáleny. Měli byste získat od nuly lineárně rostoucí (nebo klesající) posloupnost hodnot Hallova napětí. Prohlédněte si znovu vztahy 27.6 a 27.7 a ujistěte se, že máme očekávat lineární závislost
- B3. Měření závislosti Hallova napětí na proudu vzorkem je vhodné začínat od vyšších hodnot proudu a klesat směrem k nule. Větší proud vzorkem znamená větší hodnotu Hallova napětí. Větší hodnoty veličin jsou při měření zatíženy menší chybou. Proto také přímku v grafickém znázornění měřené závislosti konstruujeme od vyšších hodnot směrem k nule. Malé hodnoty Hallova napětí měřené při malém proudu se mohou vlivem větších chyb odchylovat od lineární závislosti.
- B4. V dalším kroku změňte směr proudu protékajícího vzorkem. Opět nastavujte zvolené hodnoty proudu a měřte Hallovo napětí U_H .
- B5. Otočte permanentní magnety o 180°. Tím jste změnili směr vektoru magnetické indukce uvnitř přípravku. Nyní je také vhodné vyjmout vzorek z dosahu magnetického pole a zkontrolovat, zda při maximálním dovoleném proudu vzorkem je opravdu na svorkách pro měření U_H napětí nulové. Ověří se tím, že není porušená kalibrace provedená v bodě A3.

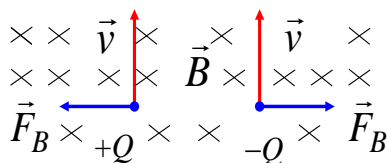
- B6. Změřte opět závislost Hallova napětí na proudu protékajícím vzorkem, nyní ovšem při opačném směru magnetické indukce.
- B7. Zbývá opět změnit směr proudu vzorkem a změřit poslední požadovanou charakteristiku.
- B8. Nyní máte k dispozici 4 závislosti. Každou z nich vynesete v absolutní hodnotě do samostatného grafu. Závislosti by v ideálním případě měly být shodné. Vlivem termoelektrických napětí a dalších chyb vstupujících do měření, tomu tak pravděpodobně nebude. Napětí U_H můžeme vynášet v absolutní hodnotě, protože nestanovujeme polaritu majoritních nosičů a nemusíme tudíž dělat analýzu směru jejich pohybu.
- B9. Vypočtete 4 směrnice a z nich stanovte aritmetický průměr. Tuto hodnotu použijte pro výpočet Hallovy konstanty R_H ze vztahu (27.9). Tloušťka Hallova vzorku dle katalogového listu výrobce je $c = 0,6$ mm. Dále vypočtete, o kolik koncentrace majoritních nosičů převyšuje koncentraci nosičů minoritních.
- B10. Naleznete náhodnou chybu směrnice k a náhodnou chybu R_H . Odhadněte soustavnou chybu měření.

C MĚŘENÍ ZÁVISLOSTI VELIKOSTI HALLOVA NAPĚTÍ NA VELIKOSTI INDUKCE MAGNETICKÉHO POLE

- C1. Používané magnety jsou permanentní. Velikost magnetické indukce v místě Hallovy sondy budeme proto měnit jejich natočením.
- C2. Nastavte pracoviště podle bodů A1 až A7.
- C3. Postupně nastavujte hodnoty úhlu natočení permanentních magnetů v rozsahu $0^\circ - 360^\circ$ a odečítejte Hallovo napětí.
- C4. Naměřené hodnoty vynesete do tabulky.
- C5. Do tabulky doplňte hodnoty magnetické indukce v závislosti na úhlu natočení permanentních magnetů. Hodnoty naleznete v kalibrační tabulce, která je přiložena k pracovišti.
- C6. Vyneste graf závislosti velikosti Hallova napětí na velikosti indukce magnetického pole.

DODATKOVÝ ÚKOL

Částice o hmotnosti m , která nese náboj Q , se pohybuje v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci velikosti B rychlostí v kolmo na směr této indukce. (Řekneme-li, že je magnetické pole homogenní znamená to, že v něm platí $\vec{B} = \text{konst.}$) Na částici působí magnetická síla $\vec{F}_B = Q\vec{v} \times \vec{B}$, viz rov.(27.1).



Obr. 27.5:

Nabitá částice v magnetickém poli

Tato magnetická síla je v každém bodě trajektorie kolmá na rychlost, je tedy silou dostředivou. Částice se tedy bude pohybovat po kružnici, jejíž rovina je kolmá k indukčním čarám. Orientace závisí na polaritě náboje. Velikost magnetické síly je $F_B = QvB$. Při kruhovém pohybu však na částici působí současně i odstředivá síla o velikosti $F_o = mv^2/R$, kde R je poloměr trajektorie.

$$\text{Obě působící síly jsou v rovnováze tj. } QvB = \frac{mv^2}{R} \quad (27.10)$$

Z tohoto vztahu můžeme počítat jednotlivé veličiny, známe-li ty ostatní. Příklady tohoto typu jsou zařazeny do vstupního testu k úloze.

PŘÍLOHA

Kalibrační tabulka hodnot magnetické indukce

Magnetické pole je vytvářeno permanentními magnety. Velikost magnetické indukce v místě Hallovy sondy se proto mění jejich natáčením.

Kalibrační tabulka dává do souvislosti úhel natočení magnetů a hodnotu magnetické indukce v místě Hallovy sondy.

Úhel / °	B / mT	Úhel / °	B / mT
0	0,0	180	0,0
10	12,2	190	-12,2
20	23,9	200	-23,9
30	35,0	210	-35,0
40	45,0	220	-45,0
50	53,6	230	-53,6
60	60,6	240	-60,6
70	65,8	250	-65,8
80	68,9	260	-68,9
90	70,0	270	-70,0
100	68,9	280	-68,9
110	65,8	290	-65,8
120	60,6	300	-60,6
130	53,6	310	-53,6
140	45,0	320	-45,0
150	35,0	330	-35,0
160	23,9	340	-23,9
170	12,2	350	-12,2