MAGNETICKÉ POLE

V elektrostatickém poli jsme se zabývali vznikem a vlastnostmi pole v blízkosti nábojů. Elektrické pole jsme popisovali vektorem $\vec{E}$.

Podobně i magnety vytvářejí pole v každém bodě prostoru.

Mechanizmus vzniku magnetického pole je ale jiný než u elektrického pole. Neexistují žádné magnetické náboje (tzv. magnetické monopóly; jejich existence není experimentálně prokázána), které by byly zdrojem magnetického pole.

DEFINICE MAGNETICKÉ INDUKCE, LORENTZOVA SÍLA

Původ magnetického pole je v pohybu elektricky nabité částice, např.:

- ✓ pohyb nabité částice mimo pevnou látku
- ✓ pohyb nosiče náboje ve vodiči i polovodiči
- ✓ pohyb elektronu uvnitř atomů.

Na pohybující se částici působí

- ✓ elektrická síla od ostatních nábojů
- ✓ magnetická síla vyvolaná magnetickým polem, které vzniklo pohybem nábojů (závisí na rychlosti náboje).

Elektrické a magnetické jevy mají stejný původ. Jsou to dva projevy téhož silového působení mezi nabitými tělesy.

Magnetické pole popisujeme veličinou **magnetická indukce** $\vec{B}$.
Je to vektorová veličina. Jak se určí její směr a velikost?

Stanovme nejprve magnetickou sílu $\vec{F}_B$, kterou působí magnetické pole na testovací náboj Q_0, který se pohybuje v magnetickém poli rychlostí $\vec{v}$ o konstantní velikosti.

(Připomeňme, že v elektrickém poli $\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{Q_0}$)

Pomocí experimentu bylo zjištěno, že

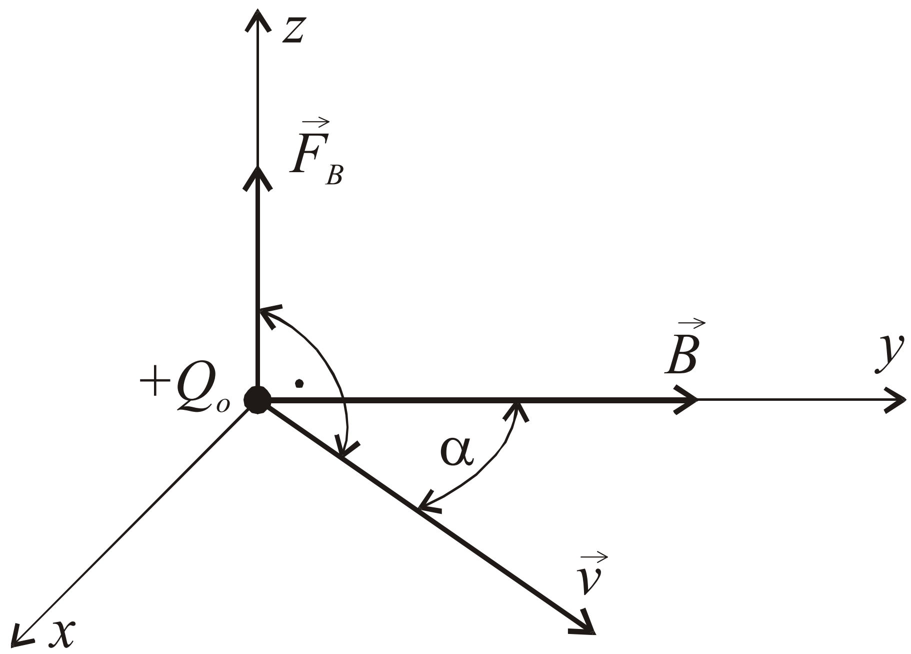
- síla má vždy směr kolmý na směr rychlosti $\vec{F}_B \perp \vec{v}$
- velikost síly se mění; pro určitý směr rychlosti je síla nulová. Tento směr definujeme jako směr magnetické indukce $\vec{B}$, tj. $\vec{F}_B = 0 \text{ pro } \vec{v} \parallel \vec{B}$.
- pro směr $\vec{v} \perp \vec{B}$ je $\vec{F}_B$ maximální.

Velikost magnetické indukce definujeme pomocí velikosti této síly

$$\boxed{B = \frac{F_{B,\max}}{|Q_0| v}}$$

odkud platí vztah pro Lorentzovu sílu $\vec{F}_B$ ve vektorovém tvaru

$$\boxed{\vec{F}_B = Q_0\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)}$$



Její velikost je

$$F_B = Q_0\, v\, B \sin\alpha$$

a směr má kolmý na rovinu určenou vektory $\vec{v}$ a $\vec{B}$.

Jednotka: $[\vec{B}]$ = $1\ \mathrm{T} = 1\ \mathrm{N.s.C^{-1}.m^{-1}} = \mathrm{N.A^{-1}.m^{-1}}$ (tesla)

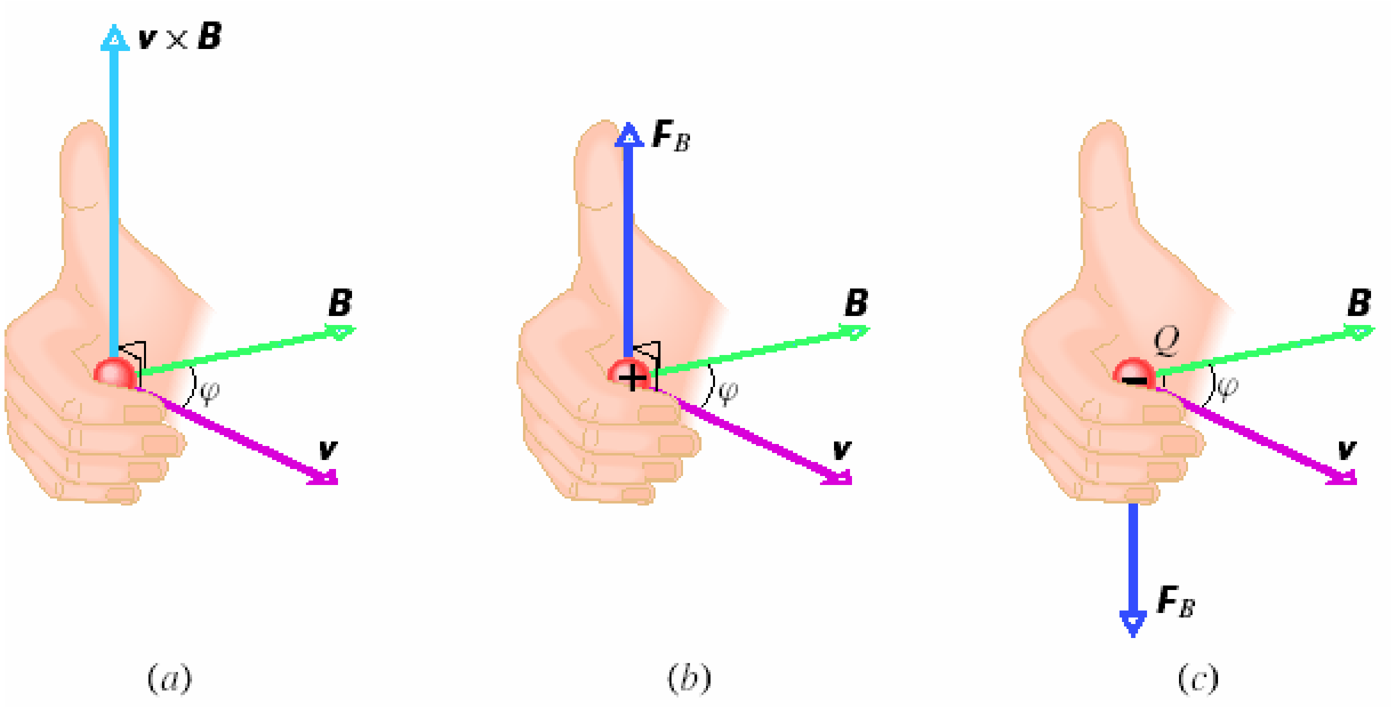
a) Lorentzova síla $\vec{F}_B$ je rovna nule

- je-li náboj nulový,
- je-li částice v klidu,
- jsou-li vektory $\vec{v}$ a $\vec{B}$ rovnoběžné, ať už souhlasně (φ = $0°$) nebo nesouhlasně (φ = $180°$).

b) Lorentzova síla $\vec{F}_B$ je maximální, jsou-li $\vec{v}$ a $\vec{B}$ na sebe kolmé.

c) Lorentzova síla $\vec{F}_B$ je kolmá na $\vec{v}$, tzn., že

- nemění velikost rychlosti, mění jen její směr (tj. jen v tomto smyslu urychluje síla $\vec{F}_B$ nabitou částici),
- nekoná práci,
- nemění E_k částice.



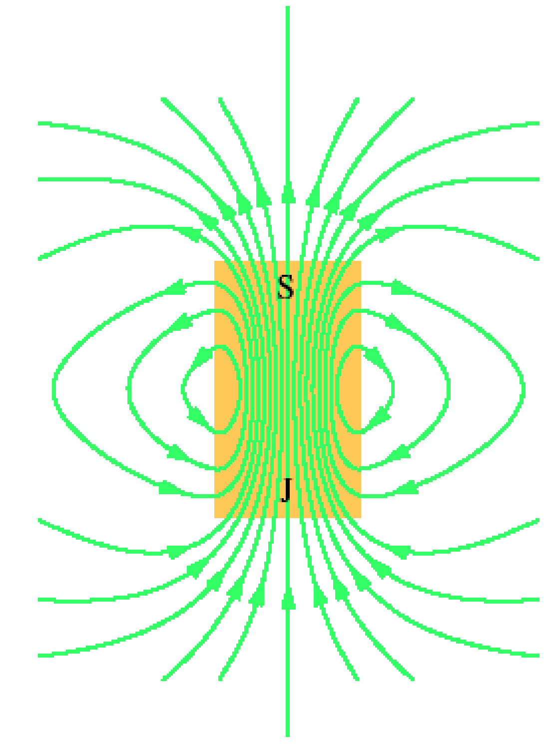
a) ***<u>Pravidlo pravé ruky</u>*** určuje směr vektorového součinu $\vec{v} \times \vec{B}$ takto:

ohnuté prsty pravé ruky orientujeme tak, abychom otočili vektor $\vec{v}$ do směru vektoru $\vec{B}$ o menší z obou možných úhlů, které tyto vektory svírají. Vztyčený palec potom ukazuje směr vektoru $\vec{v} \times \vec{B}$. b) Je-li náboj Q kladný, potom síla $\vec{F}_B = Q(\vec{v} \times \vec{B})$ má směr stejný jako součin $\vec{v} \times \vec{B}$. c) Je-li náboj Q záporný, je směr síly $\vec{F}_B$ opačný než směr součinu $\vec{v} \times \vec{B}$.

INDUKČNÍ ČÁRY

Elektrické pole znázorňujeme pomocí elektrických siločár, magnetické pole - **magnetickými indukčními čárami**. (V každém bodě pole je směr magnetické indukce $\vec{B}$ určen tečnou k indukční čáře.)

Indukční čáry pole tyčového magnetu



S – severní pól magnetu
(siločáry z něj vycházejí)

J – jižní pól magnetu
(siločáry vcházejí do magnetu)

(geomagnet. póly na Zemi naopak)

Póly nelze od sebe oddělit

Opačné póly se přitahují, souhlasné póly se odpuzují.

Magnetické indukční čáry jsou **uzavřené** (na rozdíl od elektrických siločar).

Pro magnetické pole platí principip superpozice:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i$$

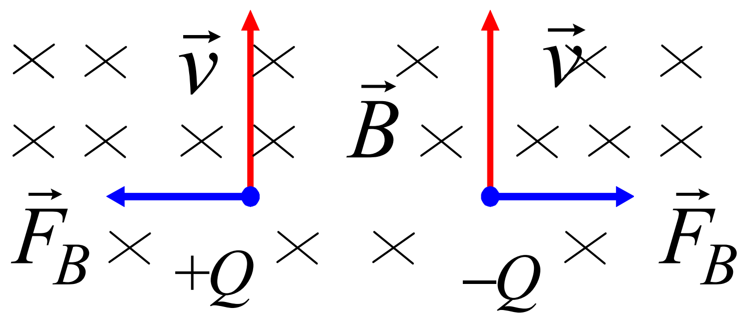
Působí-li na náboj současně magnetické i elektrické pole, pak je výsledná síla

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = Q\vec{E} + Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)}$$

PŮSOBENÍ MAGNETICKÉHO POLE NA NABITOU ČÁSTICI A NA VODIČE S PROUDEM

1. Částice s nábojem Q pohybující se v homogenním magnetickém poli, tj. $\vec{B} = konst.$

a) $\vec{v} \perp \vec{B}$



$$\vec{F}_B = Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$F_B = |Q|\, v\, B \sin 90^\circ = |Q|\, v\, B$$

Jaká je trajektorie částice?

$\vec{F}_B \perp \vec{v}$, pak $\vec{F}_B$ je dostředivá síla → ***rovnoměrný pohyb po kružnici***

Z 2. Newtonova zákona platí, že

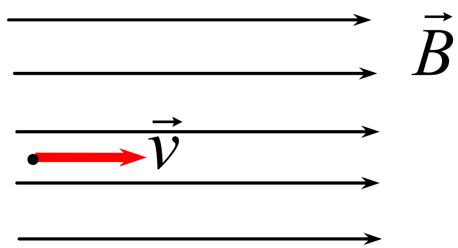
$$F_B = F_d$$

$$|Q| vB = \frac{m\,v^2}{R} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{|Q|\,B = \frac{m\,v}{R}},$$

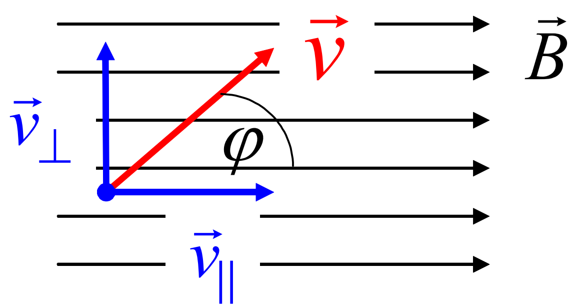
odkud můžeme vyjádřit poloměr R kružnice, po níž se částice pohybuje, periodu T, frekvenci f a úhlovou rychlost ω

$$R = \frac{mv}{|Q|B} \qquad \omega = \frac{v}{R} = \frac{|Q|B}{m} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{|Q|B} \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{|Q|B}{2\pi m}$$

b) $\vec{v} \parallel \vec{B}$, pak $\vec{F}_B = 0$



c) $\vec{v}$ a $\vec{B}$ svírají úhel φ

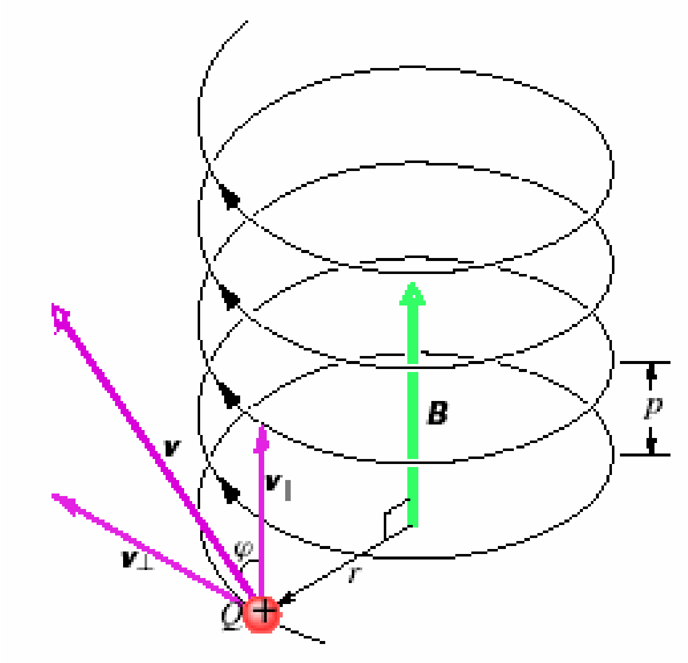


$$\vec{F}_B = Q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$$

$v_\parallel = v\cos\varphi$ není ovlivněna magnetickým polem

$v_\perp = v\cos\varphi$ pohyb po kružnici

Trajektorií je šroubovice o poloměru r, periodě T a stoupání p (tj. vzdálenost mezi dvěma sousedními závity)



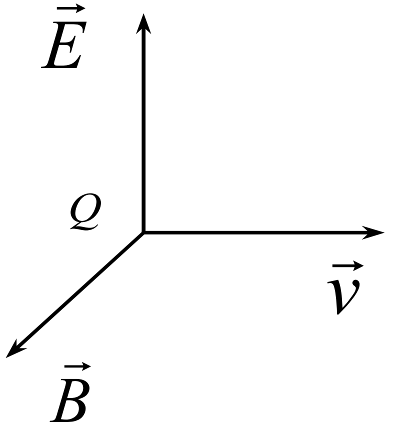
$$r = \frac{m v_\perp}{|Q| B} = \frac{m v \sin\varphi}{|Q| B} \qquad T = \frac{2\pi m}{|Q| B}$$

$$p = v_\parallel T = v\cos\varphi \frac{2\pi m}{|Q| B}$$

2. Nabitá částice v poli o $\vec{B} = konst.$, $\vec{E} = konst.$ a $\vec{B} \perp \vec{E}$

(tj. tzv. zkřížená pole, pokusy prováděl J. J. Thomson - 1897)

Může nastat situace, kdy výsledná síla působící na částici je nulová



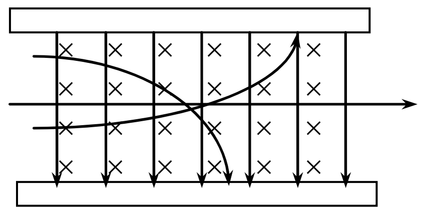
$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = Q\vec{E} + Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad QE = Q\,v\,B \sin 90^\circ$$

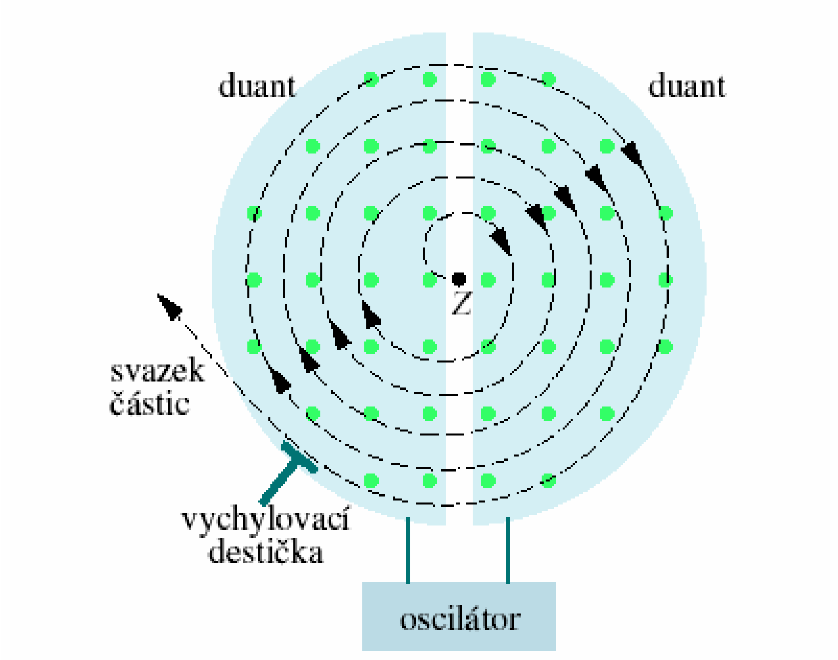
Velikost intenzity elektrického pole: $E = v\,B$

odkud pro rychlost platí $\boxed{v = \dfrac{E}{B}}$, částice s touto rychlostí se neodchylují; umožňuje změřit rychlost nabitých částic.

Užití: Rychlostní filtry – elektrické pole mezi deskami směřuje zleva doprava, magnetická indukce směrem do nákresny. Štěrbinou mezi deskami projdou ven jen náboje, které se neodchylují.



Pohybu nabitých částic v magnetickém a elektrickém poli se využívá v *urychlovačích*



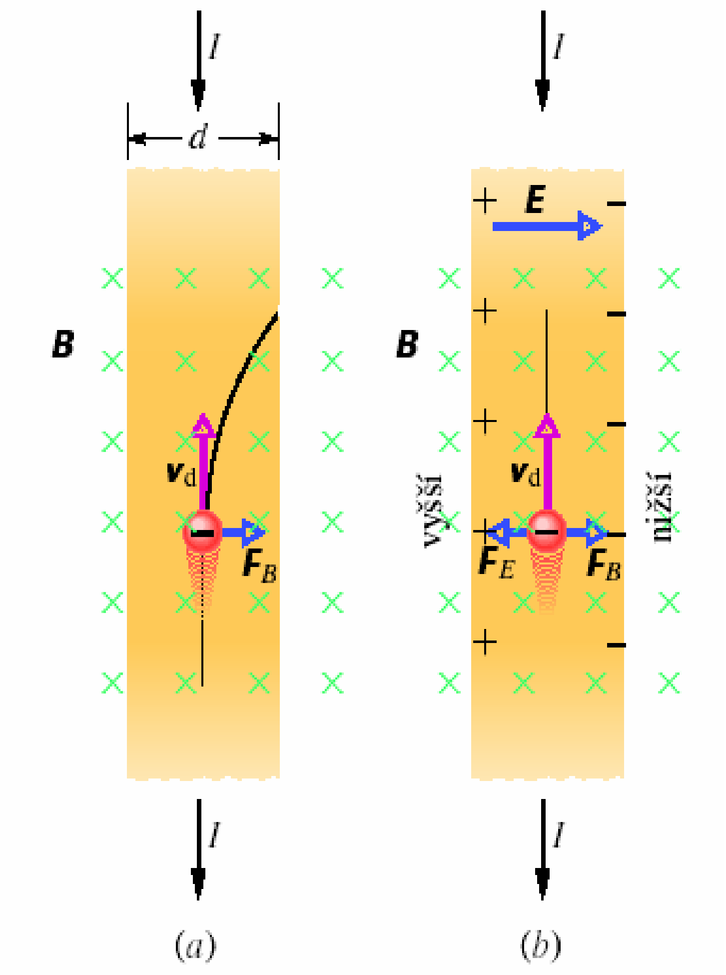
Schématické znázornění ***cyklotronu*** se zdrojem částic Z (např. protonů) a oběma duanty. Homogenní magnetické pole je kolmé k rovině obrázku a směřuje k nám. Protony obíhají po spirálovité trajektorii a získávají energii pokaždé, když procházejí štěrbinou mezi duanty.

Frekvence oběhů protonů je

$$f = f_{osc} = \frac{|Q| B}{2\pi m}$$

3. Hallův jev

Působení magnetického pole na vodivostní elektrony ve vodiči (při průchodu proudu).



Měděný proužek tloušťky d, kterým protéká proud I , je umístěn do magnetického pole o indukci $\vec{B}$.

a) Situace okamžitě po zapnutí magnetického pole. Je zakreslena zakřivená trajektorie, po níž se bude elektron pohybovat.

b) Ustálená situace, která se vytvoří brzy po zapnutí. Záporné náboje se budou shromažďovat na pravé straně proužku, takže na levé straně zůstane nevykompenzovaný kladný náboj. Levá strana proužku tedy bude mít vyšší elektrický potenciál než strana pravá.

Na elektrony působí magnetická síla

$$\vec{F}_B = -e\vec{v}_d \times \vec{B}\,,$$

kde $\vec{v}_d$ je driftová rychlost (rychlost pohybu volných elektronů vyvolaná vnějším elektrickým polem; za normálních podmínek je řádově 10^{-1} mm/s.)

V důsledku posunutí elektronů ke kraji pásku vznikne elektrické pole o síle $\vec{F}_E$. Při rovnováze je

$$\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{F}_E\right| = \left|\vec{F}_B\right|$$

$$QE = Q\,v_d B \qquad \Rightarrow \qquad E = v_d B$$

rozdíl potenciálů vzniklý na vzdálenosti d se nazývá Hallovo napětí:

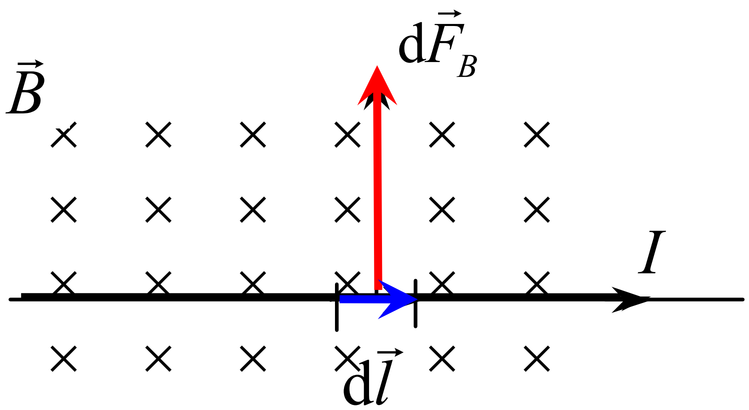
$$\boxed{U_H = E\,d}\,.$$

Užití: - určení koncentrace n elektronů ve vodiči

$$\boxed{n = \frac{B\,I\,d}{U_H\,S\,Q}}$$

- určení driftové rychlosti v_d.

4. Působení magnetického pole na vodič protékaný proudem



Na element $\mathrm{d}l$ vodiče působí magnetická síla

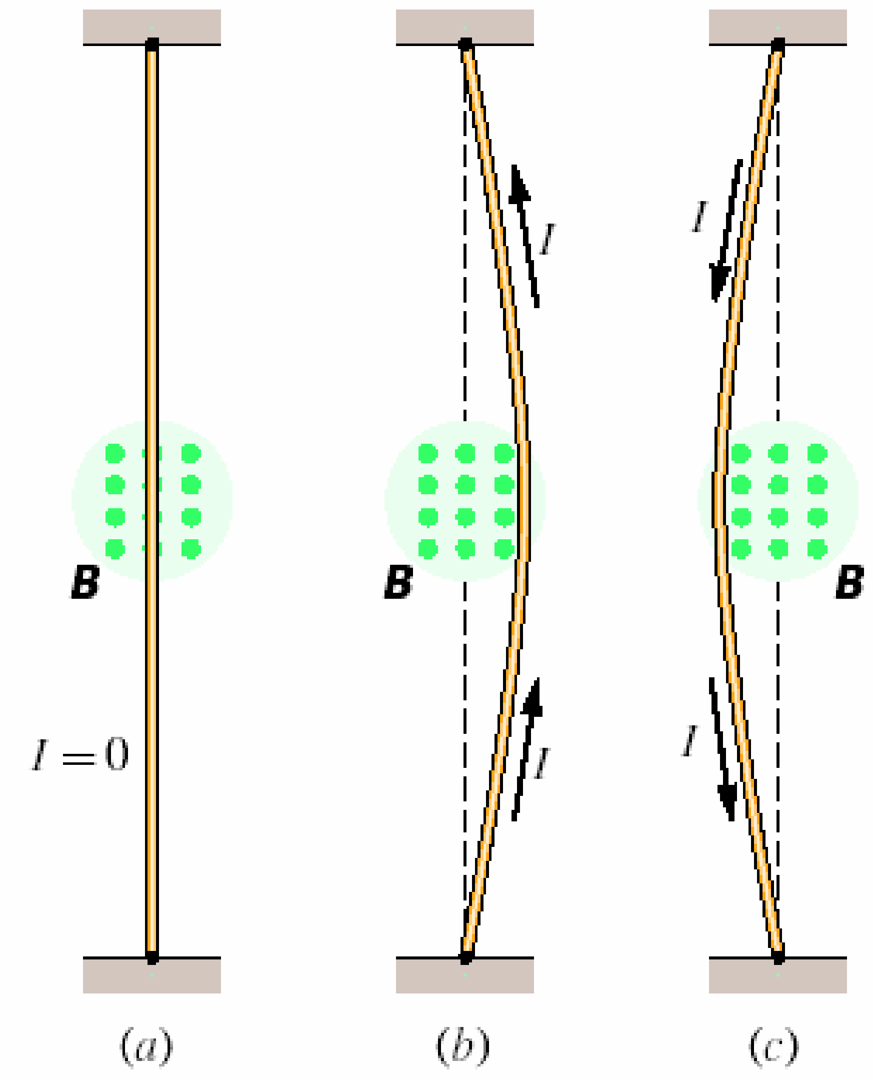
$$\mathrm{d}\vec{F}_B = \mathrm{d}Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right), \quad \text{kde } \mathrm{d}Q = I\,\mathrm{d}t.$$

Na celý vodič protékaný proudem působí Ampérova síla

$$\mathrm{d}\vec{F}_B = I\mathrm{d}t\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = I\mathrm{d}t\left(\frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}t} \times \vec{B}\right) = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\boxed{\vec{F}_B = \int_{(C)} I\,\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

Speciálním případem je přímý vodič: $\vec{F}_B = I\,\vec{l} \times \vec{B}$



Na obrázku je ohebný vodič, umístěný mezi pólovými nástavci magnetu.

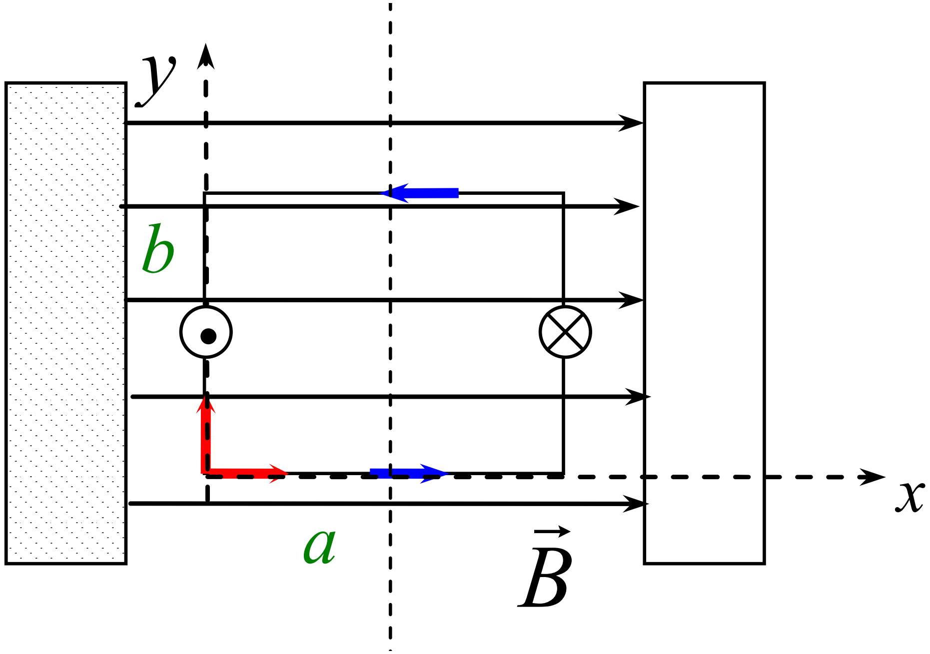
(**a**) Neprotéká-li vodičem proud, je vodič rovný.

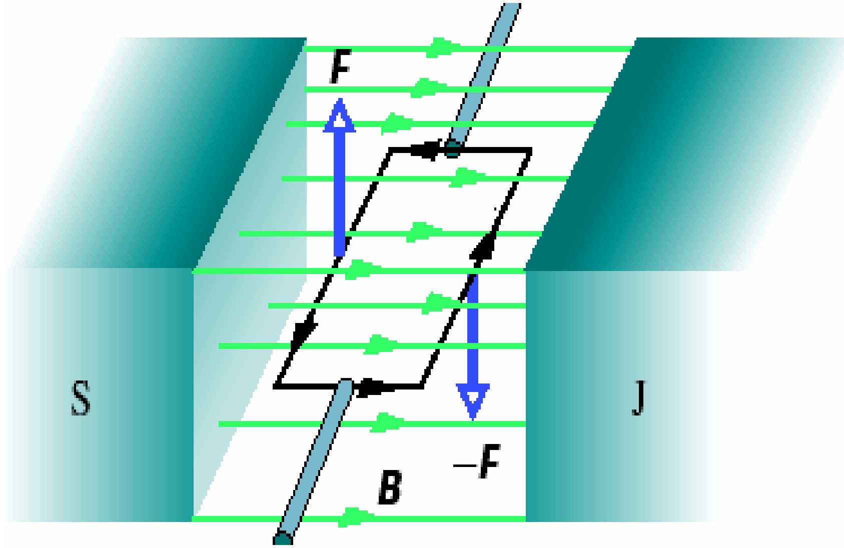
(**b**) Teče-li vodičem proud směrem nahoru, prohne se doprava.

(**c**) Teče-li vodičem proud směrem dolů, prohne se doleva.

5. Proudová smyčka v homogenním magnetickém poli

Uvažujme obdélníkovou smyčku o stranách a (směr osy x) a b (směr osy y)





Určíme výslednou sílu a výsledný moment sil:

Výsledná síla: $\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{34} + \vec{F}_{41}$

obecně $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \;\Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{12} &= Ia\,\vec{i} \times B\,\vec{i} = 0 \\ \vec{F}_{23} &= Ib\,\vec{j} \times B\,\vec{i} = -IbB\,\vec{k} \\ \vec{F}_{34} &= -Ia\,\vec{i} \times B\,\vec{i} = 0 \\ \vec{F}_{41} &= -Ib\,\vec{j} \times B\,\vec{i} = IbB\,\vec{k} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \sum \vec{F}_i = 0}$$

Výsledný moment sil

$\vec{F}_{23}$, $\vec{F}_{41}$ = dvojice sil

$$\vec{M} = \vec{a} \times \vec{F}_{23} = a\vec{i} \times \left(-I\,bB\vec{k}\right) = I\,ab\vec{k} \times B\vec{i} = I\,\vec{S} \times \vec{B}\ ,\quad \text{tj.}\quad \boxed{\vec{M} = I\,(\vec{S} \times \vec{B})}$$

a velikost $\boxed{\left|\vec{M}\right| = I\,SB\sin\alpha}$,

kde α je úhel, který spolu svírají vektory $\vec{S}$ a $\vec{B}$.

(Na obr. je smyčka v nestabilní poloze ($\alpha = 90^{\circ}$), volně otáčivý závit zaujme polohu s $\alpha = 0^{\circ}$.) Vztah platí pro obecný tvar smyčky!

MAGNETICKÝ DIPÓL

Je to proudová smyčka, kterou protéká stacionární proud.

Definujeme magnetický dipólový moment proudové smyčky

$$\boxed{\vec{\mu} = I\vec{S}},$$

kde $\vec{S}$ je orientovaná plocha smyčky.

Orientaci udává **pravidlo pravé ruky**: prsty ve směru proudu ve smyčce, palec ukáže orientaci $\vec{\mu}$.

Pro cívku o N závitech je $\vec{\mu} = N\,I\,\vec{S}$

Moment síly působící na magnetický dipól: $\boxed{\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$

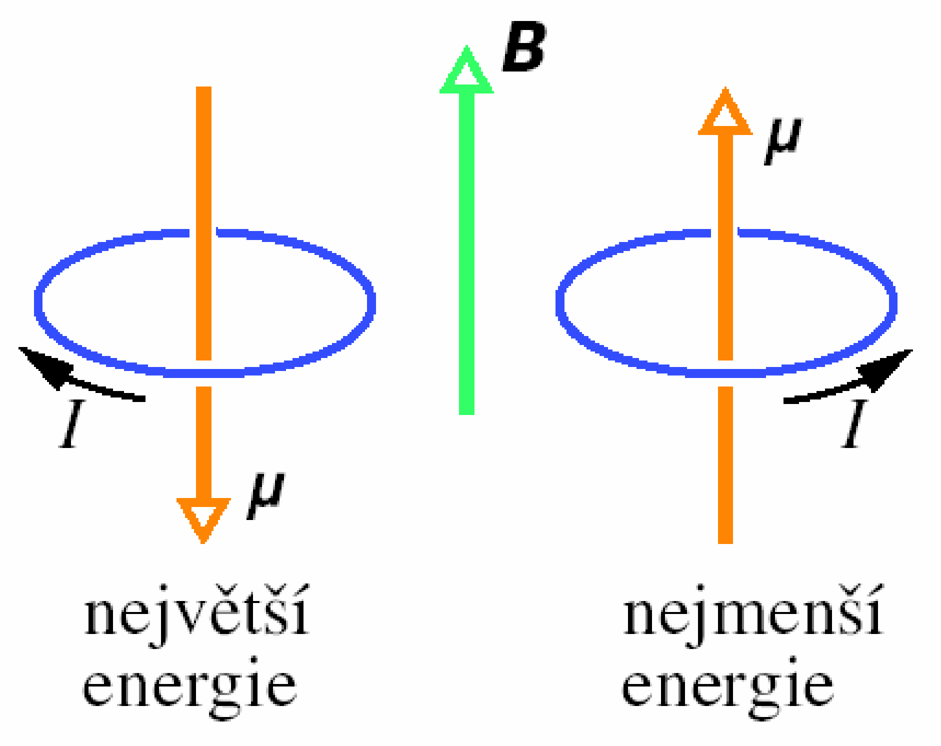
(porovnejte s elektrickým dipólem: $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$)

Moment síly se snaží natočit smyčku tak, aby její magnetický moment souhlasil se směrem $\vec{B}$.

Magnetické pole působí na magnetický dipól momentem síly a tím jím otáčí. Tzn., že koná práci $\Rightarrow$ dipól má potenciální energii, která závisí na jeho orientaci vzhledem k magnetickému poli

$$\boxed{E_p(\alpha) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}}$$

(analogie s elektrickým dipólem: $E_p(\alpha) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$)



Orientace odpovídající největší a nejmenší energii magnetického dipólu ve vnějším magnetickém poli $\vec{B}$.

Směr magnetického dipólového momentu $\vec{\mu}$ je určen směrem proudu I.

V prvním případě $\vec{\mu}\uparrow\downarrow\vec{B}$:

$$E_{p,\max} = -\mu B \cos 180^{\mathrm{o}} = +\mu B$$

V druhém případě $\vec{\mu}\uparrow\uparrow\vec{B}$:

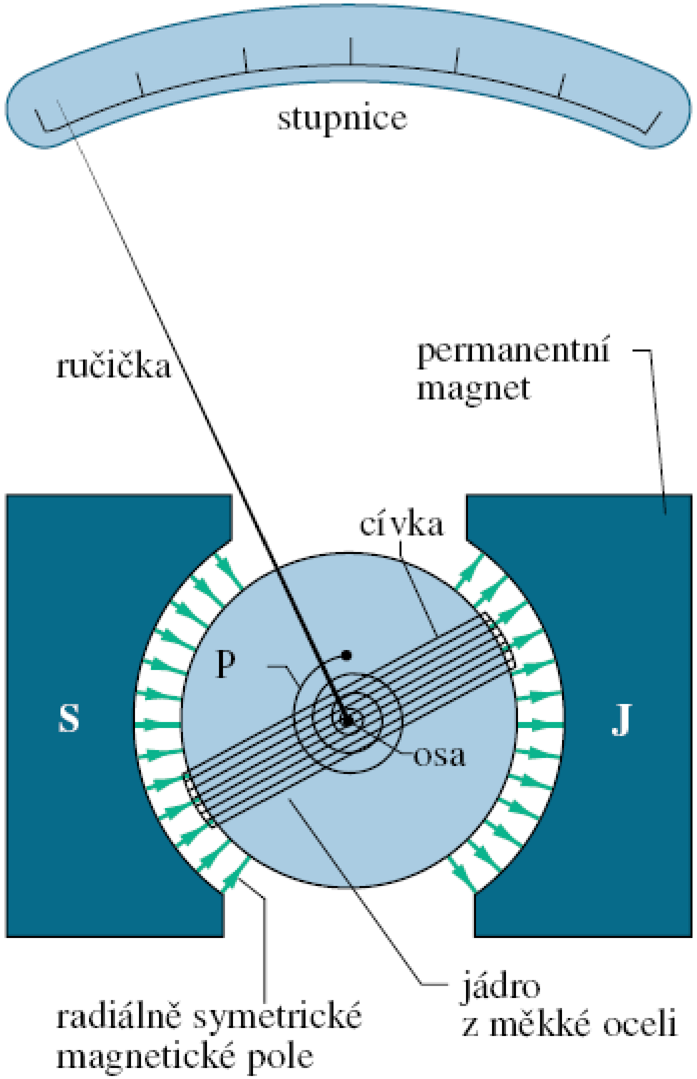
$$E_{p,\min} = -\mu B \cos 0^{\mathrm{o}} = -\mu B$$

Rozdíl energií mezi těmito dvěma orientacemi magnetického dipólu:

$$\Delta E_p = +\mu B - (-\mu B) = 2\mu B$$

To je velikost práce, kterou musí vykonat vnější síla při otočení dipólu o 180^{o}.

Užití: galvanometr – měří silový moment, kterým působí magnetické pole na cívku protékanou proudem (HRW s. 761)



Cívka se přestane otáčet, když je magnetický moment roven torznímu momentu pružiny

$$NISB \sin\alpha = k_t \varphi$$

k_t je torzní tuhost pružiny

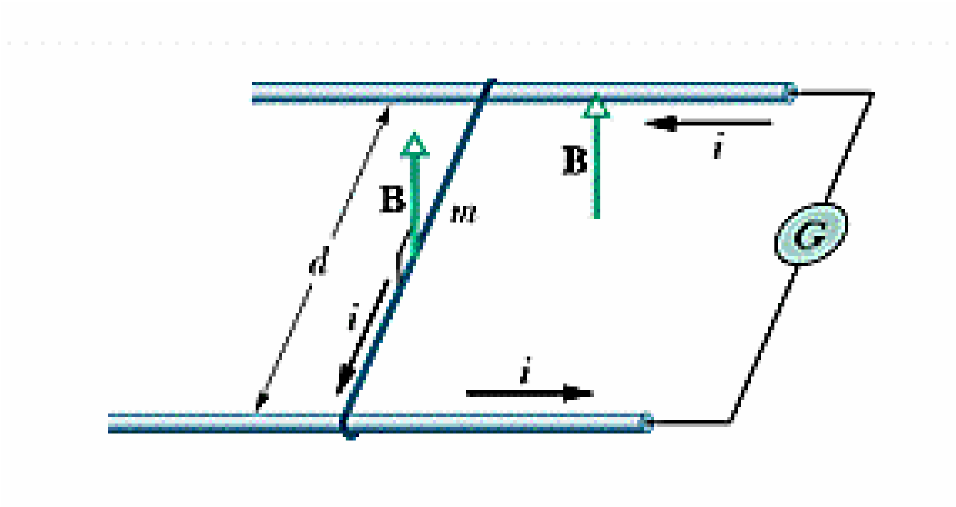
φ je výchylka ručky galvanometru

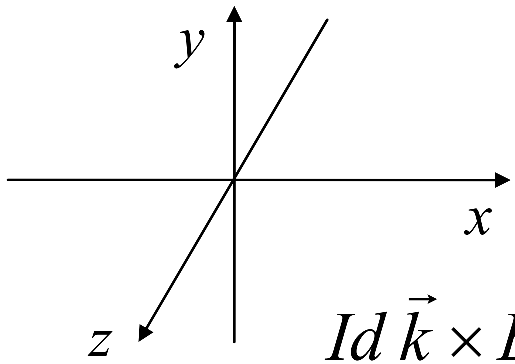
$\alpha = 90^\circ$ (magnetické pole je vždy kolmé k normálovému vektoru cívky)

HRW 29. 49. Kovový vodič má hmotnost m a klouže bez tření po dvou vodorovných kolejnicích s rozchodem d. Celá soustava se nachází ve svislém magnetickém poli o indukci $\vec{B}$. Soustavou protéká stejnosměrný proud I. Určete velikost rychlosti a směr pohybu vodiče za předpokladu, že v čase $t = 0$ byl v klidu.

---

m, d, $\vec{B}$, I, t, v = ?, je-li $v_0 = 0$ a směr F_B = ?





$$Id\,\vec{k} \times B\vec{j} = -F_B\,\vec{i}$$

Z obrázku a rovnice $Id\,\vec{k} \times B\vec{j} = -F_B\,\vec{i}$ plyne směr pohybu vodiče – doleva (tj. od generátoru).

Na vodič působí magnetická síla

$$\vec{F}_B = I\vec{d} \times \vec{B}.$$

Poněvadž $\vec{d} \perp \vec{B}$ je $F_B = I\,d\,B.$

Z 2. Newtonova zákona plyne: $F_\mathrm{B} = m\,a.$

Pak pro zrychlení dostáváme

$$a = \frac{F_B}{m} = \frac{IdB}{m} \quad \Rightarrow \quad a = \mathrm{konst.}$$

Poněvadž je zrychlení konstantní, jedná se o rovnoměrně zrychlený pohyb; ze zadání je $v_0 = 0$ a pro hledanou rychlost platí:

$$v = at = \frac{I\,d\,B}{m}t.$$