

GPS 水准多项式拟合实验研究

王辛明¹, 宋金龙², 刘东顺², 万小军²

(¹ 凌源市土地测绘整理中心, 辽宁 朝阳 122500; ² 东北大学资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110003)

摘要 GPS 高程曲面拟合的方法较多, 我们利用移动多项式曲面拟合的基本原理, 探讨了不同模型对已知点数量的多少以及已知点与拟合点之间的位置关系对精度的影响规律, 通过在大连瓦房店核电厂实际工程中的实验研究, 得出一些实际意义的结论, 对 GPS 实际生产作业具有一定的指导意义。同时通过处理数据的统计与比较, 给出某一地区的最优模型。

关键词 最优模型 曲面拟合 GPS 水准

中图分类号: P228.4

文献标识码: A

文章编号: 1672-4097(2010)06-0025-03

1 引言

GPS 测量可以得到高精度相对 WGS-84 椭球面而言的大地高高差。如果已知 GPS 网中的某点的大地高, 则其他各点的大地高也可以精确计算; 但大地高不具有物理意义, 人们生活和实际生产中无法使用, 而通常采用的高程系统都是具有物理意义的正高或正常高系统, 因此, 在实际测量过程中就必须将 GPS 大地高转换为正高或正常高, 以满足实际生产工程的需要。

高程系统的定义如图 1 所示, 当给定参考基准后, 地面上某点的大地高 h 为地面点沿法线到椭球面的距离, 正高 H 为地面点沿铅垂方向到大地水准面的距离, 大地水准面差距 N 是大地水准面和椭球面的高程差, 高程异常 ϵ 是似大地水准面和椭球面的高程差, 其关系如图 1 所示:

$$H = h - N \quad (1)$$

$$H = h - \epsilon \quad (2)$$

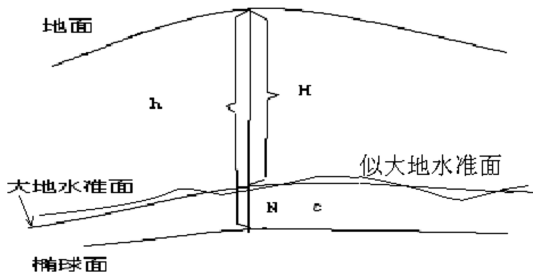


图 1 三高关系示意图 图中缺一个高程量 N 并不等于 ϵ

将 GPS 大地高转换为正常高的常用方法是在测区内均匀地布设若干个同时具有 GPS 大地高和正常高的点(已知点), 可以求出已知点的 N 或 ϵ , 用拟合方法可推出 GPS 网中未进行水准测量的点的

N 或 ϵ , 从而可以确定它们的正高或正常高, 这种几何方法称为“GPS 水准”。利用这种方法求出的高程为 GPS 水准高程。GPS 水准使得大地水准面或高程异常变为直接观测量, 如果用拟合法求定的大地水准面差距或高程异常有足够的精度, 则 GPS 水准在一定范围内代替低等级的水准测量。充分利用 GPS 的观测得到的精度很高的大地高高差直接观测量, 拟合出我们所需要的正常高, 可以成倍提高测量生产作业效率并可获得可观的经济效益, 而且也通过 GPS 测量确定大地水准面的研究提供的参考。

高程拟合方法的基本思路是: 在 GPS 网中联测一些水准点, 然后利用这些点上的正高和大地高求出它们的高程异常值, 再根据这些点上的高程异常值与坐标的关系, 用最小二乘的方法拟合出测区的似大地水准面, 利用拟合出的似大地水准面, 内插出其他 GPS 点的高程异常, 从而求出各个未知点的正常高。

$$\zeta = f(x, y) + \epsilon \quad (3)$$

当 GPS 点布设成网状时, 一般采用曲面拟合的方法。

设测站点的高程异常 ζ 与坐标之间存在以下函数关系

$$\zeta_i = f(x_i, y_i) + \epsilon$$

其中, $f(x_i, y_i)$ 为 ζ 的趋势值, ϵ 为误差。

选用空间曲面函数

$$f(x_i, y_i) = a_0 + a_1x_i + a_2y_i + a_3x_i^2 + a_4x_iy_i + a_5y_i^2 + a_6x_i^3 + a_7x_i^2y_i + a_8x_iy_i^2 + a_9y_i^3 \quad (4)$$

进行拟合, 式中 a_i 为待定参数。

于是,有

$$\zeta_i = a_0 + a_1x_i + a_2y_i + a_3x_i^2 + a_4x_iy_i + a_5y_i^2 + a_6x_i^3 + a_7x_i^2y_i + a_8x_iy_i^2 + a_9y_i^3 + \xi (i = 1, 2, 3, 4 \dots \dots)$$

(5)

其中, m 是重合点数。当 m 大于或等于待定参数 a_i 的时候, 在平 $[E^2] = \min$ 的条件下, 求出参数 a_i , 进而求出测区内任意点的高程异常。

根据测区的不同情况, 也可以选用不同的参数进行拟合。选用的参数不同, 拟合出的曲面的形式也不相同。

2 比较常见的四种多项式拟合模型

2.1 平面拟合(线性内插):

在小范围或平原地区, 可以认为大地水准面趋近于平面。此时, 可选用公式(4)前三项, 将大地水准面拟合为

$$f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y$$

其中, $a_i (i = 0, 1, 2)$ 为未知参数, 此时要求公共点至少 3 个。

2.2 相关平面拟合(双线性多项式内插):

也叫做四参数曲面拟合, 若选用公式(4)前三项和第五项进行拟合, 则拟合曲面的表达式变为

$$f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$$

其中, $a_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 为未知参数, 此时需要公共点至少 4 个。

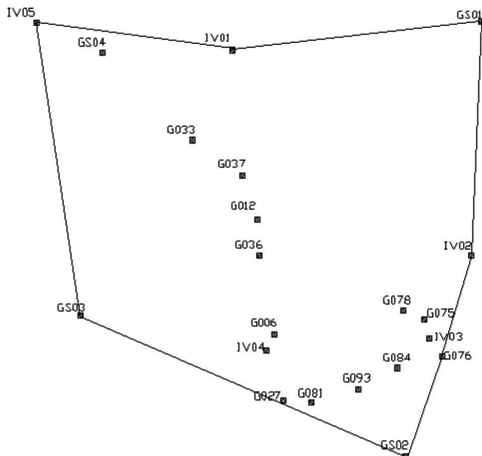


图 2 已知点与拟合点分布示意图

3 水准拟合的实现

将上面讨论的四种模型程序化: 在已知点的选取上也尝试两种方式, 一种是在测区边缘选取已知点进行拟合(以下称其为内推), 一种是在测区中心部位选取已知点进行拟合(以下称其为外推), 进而

来比较四种模型的拟合精度。

下面给出每种模块的拟合数据:

模块一: 平面拟合

① 以 GS01, GS02, GS03(内推) 为已知点建立平面模型, 对其他点进行高程拟合, 成果如下表: 这里只列最大误差与最小误差平均误差与中误差即可。

点号	水准高程/m	拟合正常高/m	差值/m
IV01	19.075	19.089	-0.014
IV02	20.214	20.201	0.013
IV03	26.715	26.722	-0.007
IV04	15.403	15.389	0.014
IV05	51.795	51.805	-0.010
GS04	51.599	51.607	-0.008
G033	38.188	38.145	0.043
G078	29.076	29.080	-0.004
G075	29.217	29.214	0.003
G076	25.170	25.183	-0.013
G084	24.182	24.211	-0.029
G093	22.671	22.699	-0.028
G081	18.392	18.420	-0.028
G027	16.201	16.223	-0.022
G006	15.962	15.984	-0.022
G036	19.611	19.656	-0.045
G012	23.924	23.956	-0.032
G037	28.805	28.811	-0.006

差值绝对值的平均值= 0.016 m, 中误差= 0.012 m

② 以 G036, G037, G012(外推) 为已知点, 进行拟合, 这里只列最大误差与最小误差平均误差与中误差即可。

点号	水准高程/m	拟合正常高/m	差值/m
IV01	19.075	19.129	-0.054
IV02	20.214	19.983	0.231
IV03	26.715	26.513	0.203
IV04	15.403	15.309	0.094
IV05	51.795	52.014	-0.309
GS01	10.686	10.534	0.152
GS02	36.609	36.382	0.227
GS03	12.890	12.971	-0.071
GS04	51.599	51.753	-0.154
G033	38.188	38.169	0.019
G078	29.076	28.900	0.176
G075	29.217	29.015	0.202
G076	25.170	24.963	0.207
G084	24.182	24.018	0.164
G093	22.671	22.531	0.140
G081	18.392	18.286	0.106
G027	16.201	16.114	0.087
G006	15.962	15.902	0.060

差值绝对值的平均值= 0.144 m, 中误差= 0.072 m

模块二: 相关平面拟合

①以 GS01, GS02, GS03, GS04 为已知点进行拟合(内推), 如下表: 这里只列最大误差与最小误差平均误差与中误差即可。

点号	水准高程/m	拟合正常高/m	差值/m
IV01	19.075	19.084	-0.009
IV02	20.214	20.200	0.014
IV03	26.715	26.723	-0.008
IV04	15.403	15.390	0.013
IV05	51.795	51.795	0.000
G033	38.188	38.156	0.032
G078	29.076	29.079	-0.003
G075	29.217	29.213	0.004
G076	25.170	25.188	-0.018
G084	24.182	24.210	-0.018
G093	22.671	22.699	-0.028
G081	18.392	18.421	-0.029
G027	16.201	16.224	-0.023
G006	15.962	15.984	-0.022
G036	19.611	19.644	-0.033
G012	23.924	23.954	-0.030
G037	28.805	28.809	-0.004

差值绝对值的平均值= 0.014 m, 中误差= 0.010 m

②以 G012, G036, G006, G078(外推)为已知点, 进行拟合: 这里只列最大误差与最小误差平均误差与中误差即可。

点号	水准高程/m	拟合正常高/m	差值/m
IV01	19.075	19.299	-0.224
IV02	20.214	20.444	-0.230
IV03	26.715	27.035	-0.320
IV04	15.403	15.358	0.045
IV05	51.795	51.899	-0.104
GS01	10.686	10.763	-0.077
GS02	36.609	37.199	-0.590

续 表

点号	水准高程/m	拟合正常高/m	差值/m
GS03	12.890	12.736	0.154
GS04	51.599	52.099	-0.500
G033	38.188	38.816	-0.728
G075	29.217	29.310	-0.093
G076	25.170	25.743	-0.573
G084	24.182	24.718	-0.536
G093	22.671	23.189	-0.518
G081	18.392	18.700	-0.318
G027	16.201	16.316	-0.115
G037	28.805	28.917	-0.112

差值绝对值的平均值= 0.308 m, 中误差= 0.175 m

4 结 论

1. 通过对拟合数据的比较我们发现在这一测区如果利用多项式拟合的方法可靠性最好的拟合模型为相关平面拟合, 其次为五参数曲面拟合, 满足四等水准测量的精度要求。

2. 已知点的选取方法对拟合的精度影响很大, 已知点应尽量选取测区的边缘点位。

参考文献

- 1 乔仰文, 赵长胜. GPS 卫星定位原理及其在测绘中的应用[M]. 北京: 科学教育出版社, 2003
- 2 陶本藻. GPS 水准似大地水准面拟合和正常高计算[J]. 测绘通报, 1992, (4): 15-19
- 3 刘基余, 王跃虎. 全球定位系统原理及其应用. 北京: 测绘出版社, 2003
- 4 李晓桓. GPS 水准拟合模型的优选[J]. 测绘通报, 2003, (7): 11-13
- 5 马洪滨等. 基于 DEM 与重力场模型的 GPS 水准高程处理方法研究, 武汉大学学报(信息科学版)
- 6 陆艳华等. GPS 水准多项式曲面拟合模型的优选实验研究, 矿山测量

GPS Level Polynomial Fitting Experimention

WANG Xin-ming¹, SONG Jia-long², LIU Dong-shun², WAN Xiao-jun²

¹ The Arrangement Center of Lingyuan Land Surveying, Chaoyang Liaoning 122500, China

² The Institute of Resources and Civil Engineering in Northeastern University, Shenyang Liaoning 110003, China)

Abstract There are lots of methods about GPS height curved surface fitting. By using the fundamental principle of movement polynomial curved surface, we have probed the influence discipline about the different models on the number of the given points, and the ubiety between the given points and the fitting points on the precision. By the experimention in Dalian Nuclear Power Plant of Wafangdian, we have reached some conclusions which have directive significance to the GPS work, meanwhile, we have provided the best model of an area by processing and comparing the data.

Key words best model; curved surfae fitting; GPS level