STABILE HOMOTOPIETHEORIE

BEI PROF. DR. S. GOETTE, K. VÖLKEL

1. CW-Komplexe und Homotopiegruppen

1.1. **Kategorie der CW-Komplexe.** 15. 4. Definition und grundlegende Eigenschaften von CW-Komplexen und zellulären Abbildungen, insbesondere Kofaserungseigenschaft zellulärer Inklusionen [Sw, Ch. 5], siehe auch [Ha, Ch. 0]. Produkt, Smash-Produkt und (reduzierte) Suspension (nur Definitionen).

1.2. **Homotopiegruppen.** 22. 4. Höhere Homotopiegruppen, auch relativ, Eigenschaften (Kommutativität, Funktorialität, Homotopieinvarianz) Lange exakte Sequenz einer Kofaserung (z.B. eines CW-Paares) [Ha, p. 340–346].

1.3. **Zelluläre Approximation.** 29. 4. Simpliziale Approximation, zelluläre Approximation [Ha, 4.8–4.11], [Sw, 6.34, 6.35]. Anwendungen [Sw, 6.10–6.15, insbesondere 6.13], anstelle von [Sw, Lemma 6.8] benutze [Ha, Lemma 4.10].

1.4. **Ausschneidung und Freudenthal.** 6. 5. Ausschneidung für Homotopiegruppen, Satz von Freudenthal[Ha, 4.23, 4.24, 4.28], [Sw, 6.16–6.26] Stabile Homotopiegruppen von Sphären [Sw, 6.28]

2. CW-Spektren und stabile Homotopie

2.1. **Die stabile Kategorie $\mathcal{SP}$.** 13. 5. CW-Spektren, Suspensionsspektrum eines CW-Komplexes, Zellen, kofinale Unterspektren, Funktionen versus Abbildungen, (stabile) Homotopien und Homotopiegruppen, [Sw, 8.1, 8.2, 8.4, 8.5, 8.9–8.16, 8.21]. Beispiel: Sphärenspektrum, $\pi_k(S^n)$ versus $\pi_k^s(S^n)$

2.2. **Spektren und Kofaserungen.** 27. 5. Filtrierungen, Abbildungskegel, Kofaserungseigenschaft von zellulären Inklusionen, Kofasersequenzen [Sw, 8.6–8.8, 8.17–8.20; 8.28–8.32].

2.3. **Satz von Whitehead.** 3. 6. Wir wollen den Satz von Whitehead sowohl für CW-Komplexe als auch für CW-Spektren beweisen. Daher folgen wir [Sw, 6.29–6.32; 8.22–8.26] Anwendung: Suspension von Spektren ist invertierbar. Wenn Zeit bleibt: Eilenberg-Mac Lane-Spektren erklären.

2.4. **Spektren als verallgemeinerte (Ko-) Homologietheorien.** 10. 6. Reduzierte (Ko-) Homologietheorien [Sw, 7.29–7.33, 7.56], Zusammenhang mit unreduzierten Theorien nur erwähnen. Die reduzierte (Ko-) Homologietheorie eines Spektrums [Sw, 8.33–8.36 oder weiter]. Wenn Zeit bleibt: Satz von Brown erwähnen.

2.5. **Klassische (Ko-) Homologietheorien.** 17. 6. Übersichtsvortrag ohne Beweise: Vektorbündel und klassifizierende Abbildungen, K-Theorie, Bottperiodizität, K-Theorie-Spektrum; Whitney-Einbettungssatz, Kobordismen, Pontryagin-Thom-Konstruktion, Thom-Spektren.

3. Multiplikative Kohomologietheorien

3.1. **Das Smash-Produkt von Spektren.** 24. 6. Konstruktion des Smash-Produktes [Sw, S. 254 ff.], wichtigste Eigenschaften [Ru, Thm 2.1, 2.2], Beweise nur, wenn Zeit bleibt.

3.2. **Ring-Spektren und multiplikative (Ko-) Homologietheorien.** 1. 7. Ring-Spektren, externe Produkte (Eigenschaften und Beweise nur soweit für das folgende nötig), Cup- und Cap-Produkt, Kronecker-Produkt, Algebren-Struktur über dem Koeffizientenring [Sw, 13.50, 13.52–13.54, 13.57–13.68].

3.3. **Orientierung und Thom-Isomorphismen.** 8. 7. Mikrobündel, Tangentialmikrobündel einer topologischen Mannigfaltigkeit, Thom-Klassen, Thom-Isomorphismen [Sw, 14.1–14.10]. Wenn Zeit bleibt: K-Orientierung erklären.

3.4. **Dualitätssätze.** 15. 7. Alexander-, Lefschetz- und Poincaré-Dualität für multiplikative (Ko-) Homologietheorien, Fundamentalklasse einer orientierbaren Mannigfaltigkeit [Sw, 14.11–14.18].

Literatur

[Ha] Allen Hatcher, *Algebraic Topology,* Cambridge University Press, Cambridge 2002, `http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html`

[Ru] Yuli B. Rudyak, *On Thom Spectra, Orientability, and Cobordism,* Springer, Berlin, 1998

[Sw] Robert. M. Switzer, *Algebraic Topology — Homology and Homotopy,* Springer, Berlin, 1975