

SÍŤOVÁ ANALÝZA

Kristýna Slabá, kslaba@students.zcu.cz

1. července 2010

Obsah

- 1 **Úvod do síťové analýzy**
 - Hlavní metody síťové analýzy a jejich charakteristika
 - Metoda CPM
 - Metoda PERT
 - Nákladová analýza
 - Metoda CPM/COST

- 2 **Konkrétní projekt - Inkshop**

Síťová analýza je označení metod pro modelování určitého souboru činností, které je nutno provést k dosažení určitého cíle.

Projekt je charakterizován souborem prostorových a časových činností, které jsou na sobě podmíněné a jejichž realizace je nutná ke splnění cíle.

Cíle a hlavní otázky síťové analýzy

Cílem síťové analýzy je zejména:

- nalezení nejvhodnějšího uspořádání činností tak, aby bylo dosaženo optimálního času
- plánování projektu tak, aby byl cíl projektu splněn v daném termínu
- minimalizace časových prostojů při realizace navazujících činností a minimalizace nákladů na realizace činností

Běžnými a hlavními otázkami, které zodpovídá síťová analýza je zejména:

- celková doba trvání projektu;
- předpokládané začátky a konce jednotlivých činností v rámci projektu
- nalezení kritických činností, jejichž zpoždění či nesplnění ovlivní konečnou dobu trvání projektu

Příklady použití

- rekonstrukce a výstavba rozsáhlých konstrukcí
- vývoj a výzkum
- údržba
- a mnoho dalších

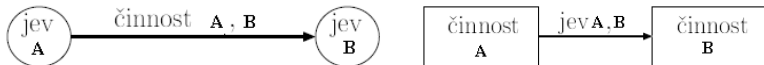
Síťový graf

- podstatným prvkem síťové analýzy
- je možno vysledovat návaznost jednotlivých činností
- se skládá z hran a uzlů doplněných relacemi, dále jsou specifikovány množiny činností a jevů
- množina činností a jevů mohou být „ohodnoceny“ dobou trvání činnosti, náklady, které jsou spojeny s danou činností (jevem), zdroji a prostředky potřebnými k uskutečnění dané činnosti či jevu

Hranově i uzlově orientované grafy

V síťové analýze se používají:

- hranově orientovaný grafu (Activity-on-arrow)
- uzlově orientovaný grafu (Activity-on-node)



Obrázek: Vlevo je ukázka hranově orientovaného grafu a vpravo je zobrazen uzlově orientovaný graf.

Vztah mezi činnostmi

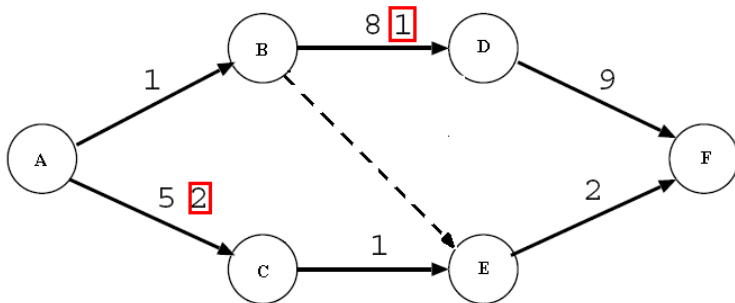
Uvažujme dvě činnosti A, B. Případy, které mohou nastat jsou následující:

- úloha B nemůže začít, dokud neskončí A
- úloha B nemůže začít, dokud nezačne A
- B nemůže skončit, dokud neskončí A
- B nemůže skončit, dokud nezačne A

Hranově orientovaný graf

- *Uzel* v hranově orientovaném grafu představuje moment ukončení jedné činnosti a zahájení další činnosti
- *Hrana* vyjadřuje konkrétní činnost, která může být:
 - reálná (probíhá v čase a spotřebovává prostředky)
 - čekající (probíhá v čase a nespoteřbovává prostředky)
 - fiktivní (vyjadřuje závislost mezi činnostmi)
- reprezentace graficky nebo incidenční tabulkou

Hranově orientovaný graf



Obrázek: Na obrázku jsou hrany ohodnoceny trváním odpovídající činnosti a nebo také prostředky znázorněnými v červeném rámečku (může se jednat nejen o materiální prostředky, ale i o pracovní sílu, např. počet dělníků, apod.). Fiktivní hrana je znázorněna přerušovaně.

	A	B	C	D	E	F
A	×	1	5			
B		×		8		
C			×	0	1	
D				×		9
E					×	2
F						×

Obrázek: Incidenční tabulka hranově orientovaného síťového grafu. Kde je 0, tam je fiktivní hrana.

- firma Du Pont v roce 1957
- cílem této metody bylo zkrácení projektu při minimálních dodatečných nákladech (při výstavbě této továrny v hodnotě \$10 mil. bylo dosaženo zkrácení o 2 měsíce a možnost zkrácení o další dva měsíce při nárustu nákladů o 1%)
- používá se pro deterministické činnosti (například známe průběh činnosti díky tomu, že činnost již byla dříve provedena)

Časová analýza projektu

Dán síťový graf projektu s ohodnocením dob trvání jednotlivých činností, planovaný termín zahájení (označme jej t_S) a ukončení projektu (označme jej t_F).

Hledáme nejkratší možnou dobu trvání projektu Pro každou hranu zavedeme tedy tyto čtyři veličiny:

- t_i^E (nejdříve možný termín zahájení činnosti (i,j))
- t_i^L (nejpozději možný termín zahájení činnosti (i,j))
- t_j^E (nejdříve možný termín ukončení činnosti (i,j))
- t_j^L (nejpozději možný termín ukončení činnosti (i,j))

Pro každý uzel zavedeme:

- $t_{A_i}^E$ (nejdříve možný termín provedení jevu A_i)
- $t_{A_i}^L$ (nejpozději možný termín provedení jevu A_i).

Časová analýza projektu - vlastní výpočet

- Postup vpřed
 - v počátečním uzlu položíme nejdříve možný termín zahájení projektu roven plánovanému termínu

$$t_{J_i}^E = t_S$$

- vypočteme nejprve možné termíny realizace ostatních jevů

$$t_{J_i}^E = \max_{(h,i) \in H_i^-} (t_i^E + t_{i,j})$$

kde $i = 2, 3, \dots, n$; H_i^- je množina všech hran vstupujících do i

Časová analýza projektu - vlastní výpočet

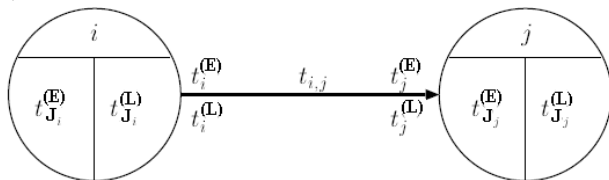
- Postup vzad
 - nejpozději přípustný termín realizace koncového uzlu položíme roven nejdříve možnému termínu jeho realizace

$$t_{J_n}^L = t_{J_n}^E$$

- vypočteme nejpozději přípustný termín realizace uzlů n-1, n-2, ..., 2, 1 (n je počet uzlů projektu, číslování je od 1)

$$t_{J_i}^L = \min_{(i,j) \in H_i^+} (t_{J_j}^L - t_{i,j}),$$

kde $i = n-1, n-2, \dots, 2, 1$; H_i^+ je množina všech hran vystupujících z i



Obrázek: Forma zápisu prvků grafu.

Časová rezerva $r_{i,j}$ ($r_{i,j} = t_{j_j}^L - t_{j_i}^E$; $r_{i,j} = t_{j_j}^L - t_{j_i}^E$; $r_{i,j} = t_{j_j}^L - t_{j_i}^E$).

Kritická činnost $r_{i,j} = 0$

Kritická cesta je časově nejdelší cesta grafem (délka je dána součtem časů jednotlivých činností).

- firma Polaris 1958
- činnosti ohodnoceny stochasticky (nejistá doba trvání aktivit; aktivity nebyly předtím vyzkoušeny); přidání nových veličin
 - $a_{i,j}$ (optimistický odhad)
 - $m_{i,j}$ (nejpravděpodobnější trvání činnosti)
 - $b_{i,j}$ (pesimistický odhad)

očekávané trvání činnosti $\bar{t}_{i,j} = \frac{a_{i,j} + 4m_{i,j} + b_{i,j}}{6}$ a rozptyl doby činnosti

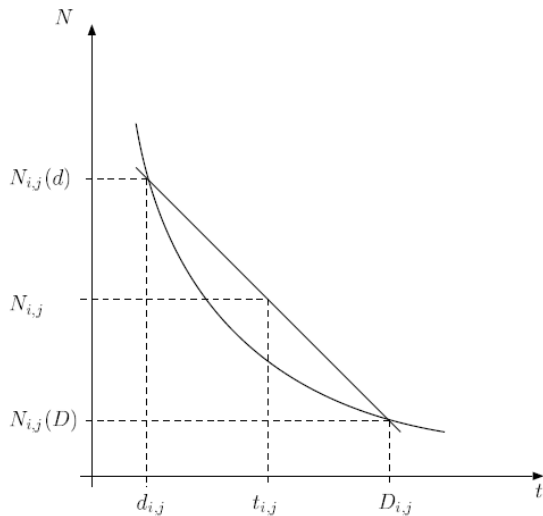
$$\sigma_{\bar{t}_{i,j}}^2 = \left(\frac{b_{i,j} - a_{i,j}}{6} \right)^2.$$

- uplatnění této metody se nachází například při výzkumech

Časová analýza je analog. jako v metodě CPM; jako časové ohodnocení jednotlivých činností bereme $\bar{t}_{i,j}$. Opět můžeme určit časové rezervy, kritické činnosti a kritickou cestu.

- náklady proměnné
- fixní náklady

- $d_{i,j}$ (nekratší doba trvání činnosti (i,j))
- $D_{i,j}$ (nejdelší doba trvání činnosti (i,j))
- $N_{i,j}(d)$ (náklady, pokud doba trvání činnosti je $d_{i,j}$)
- $N_{i,j}(D)$ (náklady, pokud doba trvání činnosti je $D_{i,j}$)
- $N_{i,j}$ (náklady v očekávané době $t_{i,j}$)



Obrázek: Nákladová křivka.

- aproximace nákladové křivky
- přímku popíšeme následující rovností

$$N_{i,j} = -c_{i,j} * t_{i,j} + b_{i,j},$$

kde $t \in \langle d_{i,j} \rangle$, $c_{i,j} = -\frac{N_{i,j}(D) - N_{i,j}(d)}{D_{i,j} - d_{i,j}}$ a jedná se o přírůstek nákladů při zkrácení a $b_{i,j} = \frac{-N_{i,j}(D) - N_{i,j}(d)}{D_{i,j} - d_{i,j}} + N_{i,j}(d)$ jsou fixní náklady

Celkové náklady jsou pak součtem nákladů jednotlivých činností.

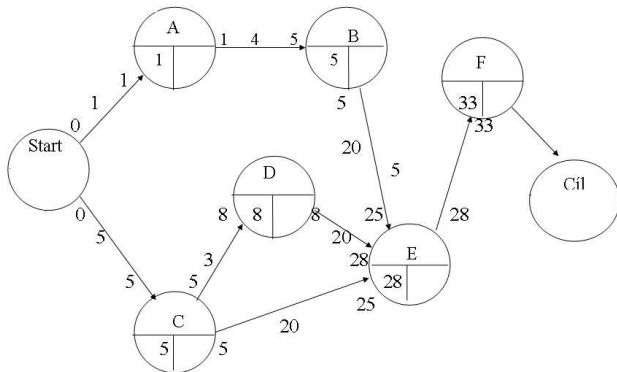
- modifikace metody CPM
- časového aspektu i aspekt nákladový
- možné řešit výši nákladů na celý projekt, náklady závislé na době trvání projektu, při jakém čase trvání budou náklady minimální, atd.
- využívá se toho, že se změnou doby trvání činnosti se mění také náklady, potřebné k realizaci této činnosti
- pokud budeme zvyšovat náklady některé činnosti, bude se zkracovat doba trvání činnosti (pozn. existuje mez, při které se doba trvání činnosti přestane zkracovat i přes další zvyšování nákladů)

- internetový obchod Inkshop (www.inkshop.cz) se zabývá prodejem náplní do tiskáren
- velký ohlasu zákazníků, kteří by uvítali kamennou prodejnu

Projekt

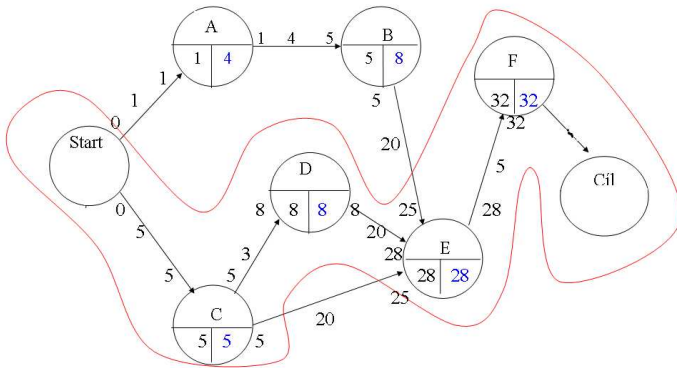
Činnost	Popis	Předchůdci	Trvání
A	příprava stavebního povolení	-	1
B	podání stavebního povolení	A	4
C	plán výstavby	-	5
D	výběr zhotovitele	C	3
E	vybudování	C,B,D	20
F	nastěhování	E	5

Postup vpřed



Obrázek: Postup vpřed.

Postup vzad



Obrázek: Postup vzad zobrazen modře a červeně vyznačená kritická cesta.

- kritické činnosti jsou C, D, E, F
- projekt bude dokončen za 33 týdnů

Činnost	Rezerva
A	3
B	3
C	0
D	0
E	0
F	0

Analýza nákladů projektu

Souhrn nákladů

Činnost	Náklady proměnné	náklady fixní	Trvání
A	0	0	1
B	0 (10 000,-)	30 000,-	4 (3)
C	25 000,- (50 000,-)	20 000,-	5 (3)
D	0	70 000,-	3
E	1 700 000,- (2 300 000,-)	2 000 000,-	20 (17)
F	60 000,- (90 000,-)	0	5 (2)

- při realizaci za 33 týdnů by celý projekt stál 3 905 000,- (fixní náklady činí 2 120 000,- a proměnné náklady jsou 1 785 000,-)
- zkrácení realizace na 25 týdnů by celý projekt stál 4 570 000,- (fixní náklady zůstávají stejné 2 120 000,- a proměnné náklady jsou 2 450 000,-)

- zahrneme ztráty z prodloužení při zpracování za 33 týdnů
 připočteme částku 480 000,- (60 000*8, 8 týdnů zpoždění
 oproti zpracování za 25 týdnů), celkové náklady při 33 týdnech
 činí 4 385 000,-

Náklady na zkrácení činnosti za 1 týden (proměnné náklady)

Start → A	0,-
Start → C	12 500,-
A → B	10 000,-
C → D	0,-
C → E	200 000,-
D → E	200 000,-
B → E	200 000,-
E → F	10 000,-

- můžeme určit minimální proměnné náklady při 25 týdnech a to
 tak, že prodloužíme některé činnosti, které nejsou kritické; za
 25 týdnů by byl projekt realizován za částku 4 560 000,- (fixní
 náklady 2 120 000,- a proměnné náklady 2 440 000,-)

Budeme volit doby trvání projektu uprostřed krajních hodnot (mezi 25 a 33 týdny při minimálních proměnných nákladech).

1. Cesta	Start → C	3	3	3	3	4	5	5	5	5
	C → D	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	D → E	17	18	19	20	20	20	20	20	20
	E → F	2	2	2	2	2	2	3	4	5
týdny celkem		25	26	27	28	29	30	31	32	33
2. Cesta	Start → C	3	3	3	3	4	5	5	5	5
	C → E	17	18	19	20	20	20	20	20	20
	E → F	2	2	2	2	2	2	3	4	5
týdny celkem		22	23	24	25	26	27	28	29	30
2. Cesta	Start → A	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	A → B	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	B → E	17	18	19	20	20	20	20	20	20
	E → F	2	2	2	2	2	2	3	4	5
týdny celkem		23	24	25	26	26	26	27	28	29




Náklady v průběhu projektu

týdny celkem		25	26	27	28	
proměnné náklady						
	Start → C	50,-	50,-	50,-	50,-	
	D → E	2 300,-	2 100,-	1 900,-	1 700,-	
	E → F	90,-	90,-	90,-	90,-	
Ztráty z prodloužení		0	60,-	120,-	180,-	
celkem		2 440,-	2 300,-	2 160,-	2 020,-	
týdny		29	30	31	32	33
náklady						
	Start → C	37.5,-	25,-	25,-	25,-	25,-
	D → E	1 700,-	1 700,-	1 700,-	1 700,-	1 700,-
	E → F	90,-	90,-	80,-	70,-	60,-
Ztráty		240,-	300,-	360,-	420,-	480,-
celkem		2 067.5,-	2 115,-	2 165,-	2 215,-	2 265,-

Závěr

Z poslední tabulky je vidět, že optimální doba projektu je 28 týdnů a celkové náklady činí 4 240 000,- (včetně fixních nákladů).

Literatura

-  Ing. MATOUŠEK Jindřich, Ph.D. *Síťová analýza* ZČU KKY
-  GRYCZ Vladislav. *Použití metody PERT při řízení projektů*
www.fce.vutbr.cz/veda/dk2003texty/pdf/5-3/np/grycz.pdf
-  ROSENAU, Milton D. *Řízení projektů*. Computer Press, a.s.,
Brno 2003