# ELEKTROSTATICKÉ POLE

Elektrické pole existuje v okolí každé elektricky nabité částice nebo každého elektricky nabitého tělesa.
Pokud je náboj nebo těleso v ***klidu***, hovoříme o ***elektrostatickém*** poli.

## 1. Elektrický náboj

Je jednou ze základních charakteristik mikročástic. Značí se *Q*, *q*. Jednotkou je 1 coulomb (C). Elektrický náboj je kladný nebo záporný.
Existenci náboje charakterizují obecně platné zákony:

a) zákon zachování náboje: náboj je nevytvořitelný a nezničitelný. Součet nábojů v izolovaném systému je konstantní.
b) zákon invariantnosti náboje: náboj je při všech transformacích vztažné soustavy invariantní (nemění se).
c) zákon superpozice: při současném působení několika nábojů je celkový účinek úměrný jejich počtu.
d) zákon kvantování náboje: všechny náboje jsou celistvými násobky dále nedělitelného *elementárního náboje* $e = 1{,}602 . 10^{-19}\,\mathrm{C}$. Platí tedy $Q = n e$, kde $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \ldots$
e) zákon o silovém působení nábojů (Coulombův zákon): každé dva náboje *Q*, *q* na sebe navzájem působí silou

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq}{r^2}\vec{r_0}, \qquad \varepsilon = \varepsilon_0\,\varepsilon_r$$

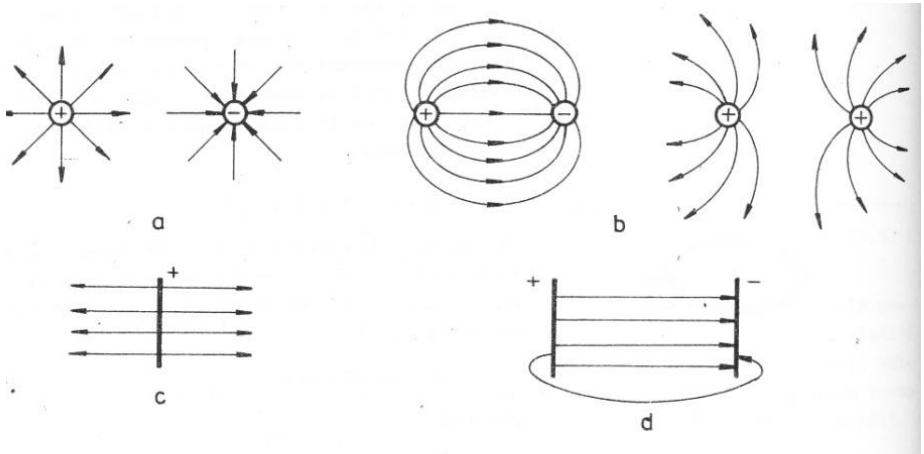
kde
*r* je vzdálenost nábojů,
$\varepsilon$ je permitivita prostředí (charakterizuje elektrické vlastnosti prostředí, jednotka $\mathrm{C^2.N^{-1}.m^{-2}}$),
$\varepsilon_0 = 8{,}854 . 10^{-12}\,\mathrm{C^2.N^{-1}.m^{-2}}$ je permitivita vakua,
$\varepsilon_r$ je relativní permitivita (bez jednotky),
$\vec{r_0}$ je jednotkový vektor určující směr působící síly.

## 2. Intenzita elektrického pole

Elektrické pole znázorníme pomocí elektrických siločar. Jsou to křivky, které **začínají na kladném** náboji a v prostoru se naváží **na záporný náboj** (mají začátek a konec).

Intenzita $\vec{E}$ je vektorová veličina:

- v každém místě popisuje elektrické pole,
- je tečnou k elektrické siločáře,
- je orientovaná od kladného náboje k zápornému.




Siločáry elektrického pole

Představme si elektrické pole tvořené nábojem *Q*. Do tohoto pole umístíme náboj *q* do vzdálenosti *r*. Pak bude centrální náboj *Q* působit na vložený náboj *q* působit silou

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq}{r^2}\overrightarrow{r_0}$$

.

Intenzita elektrického pole $\vec{E}$ náboje *Q* ve vzdálenosti *r* je definovaná jako podíl síly $\vec{F}$ a vloženého náboje *q*

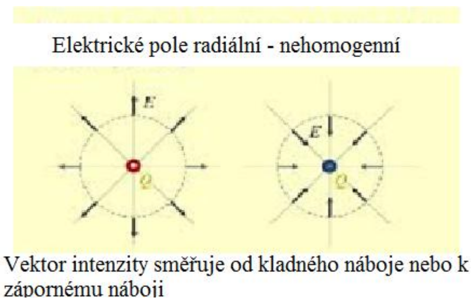
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.}$$

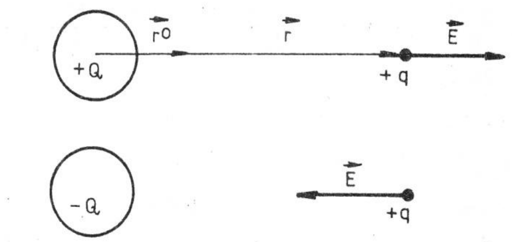
Jednotkou intenzita je $N.C^{-1}$.

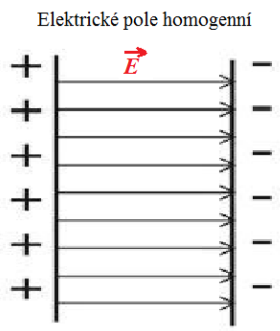
Po dosazení za sílu z Coulombova zákona dostaneme a pak po vykrácení veličin

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}\overrightarrow{r_0}.}$$

Pole bodového náboje je **radiální** (paprsčité).



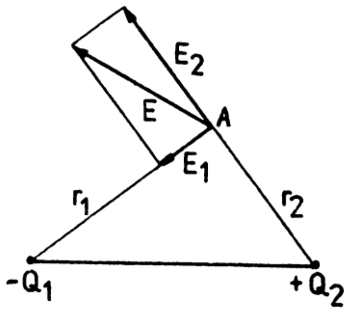

Dostaneme vektorové intenzitní pole.

a) Jestliže má intenzita ve všech bodech stejnou velikost a směr $\vec{E} = konst.$, pak hovoříme o poli **homogenním**.
b) V opačném případě se jedná o pole **nehomogenní**.
c) Jestliže intenzita nezávisí na čase, jedná se pole **stacionární**.
d) Jestliže závisí na čase, pak je pole **nestacionární**.
e) Pole bodového náboje je **radiální** (paprsčité).

Pole popisuje i **vektor elektrické indukce** elektrického pole. Je $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$. Oba vektory jsou lineárně závislé.

## 3. Skládání elektrických polí

V prostoru se může vyskytovat více elektrických nábojů. Kolem každého se tvoří elektrické pole, které je popsáno v každém bodě určitým vektorem intenzity $\vec{E}$. Výslednou elektrickou intenzitu v konkrétním bodě určíme výpočtem intenzity podle základního vztahu a pak vektorovým složením určíme směr elektrické intenzity $\vec{E}$.




$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q_1}{r_1^2} \qquad E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q_2}{r_2^2}$$

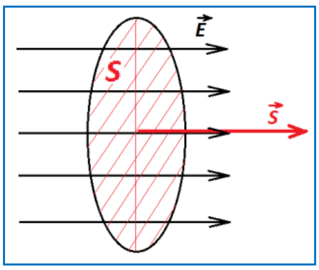
$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$$

Pro skládání vektorů elektrických intenzit následně použijeme vhodný vztah z geometrie.

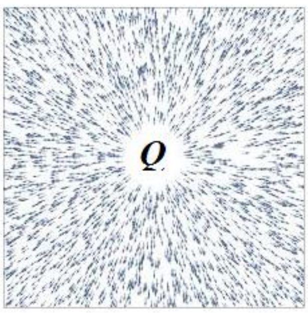
## 4. Tok vektoru intenzity plochou, Gaussova věta

Gaussova věta umožňuje vypočítat velikost a směr intenzity elektrického pole, které se vytvoří kolem tělesa v libovolném místě.

Zavedeme veličinu elektrický intenzitní tok $\Psi_{E}$. Intenzitní tok (tok vektoru elektrické intenzity plochou *S* určuje počet siločar *N*, které procházejí určitou plochou *S*.




Každým bodem elektrostatického pole je možné vést elektrickou siločáru.



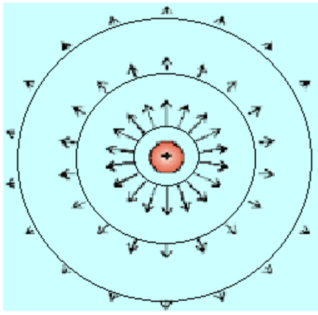

To by znamenalo, že celý prostor byl vyplněn nekonečně mnoha siločarami, které by nebylo možno od sebe odlišit.

A proto:

## I.

**Faraday omezil vhodně počet siločar *N* tak, aby je bylo možné využít ke stanovení směru a velikosti intenzity $\vec{E}$ .**

- **<u>Náboj *Q* uzavřel plochou *S*</u>**. S rostoucím poloměrem se velikost plochy S zvětšuje a naopak velikost vektoru intenzity $\vec{E}$ klesá.



- **<u>Omezil počet *N* siločar</u>**, které probíhají plochou S postavenou kolmo ke směru siločar. Počet siločar je roven součinu intenzity elektrostatického pole $\vec{E}$ a normálového vektoru plochy $\vec{S}$ v místě, ve kterém je plocha postavena.
  $N = \vec{E}\vec{S}.$

- Zároveň stanovil, že počet siločar protínajících jednotkovou plochu je roven **<u>intenzitnímu toku</u>** $\Psi_E$.

Jestliže je plocha postavena kolmo k vektoru elektrické intenzity, tj. normálový vektor plochy $\vec{S}$ rovnoběžný s vektorem $\vec{E}$, pak $\alpha = 0°$ je intenzitní tok největší (skalární součin).

$$\boxed{\Psi_E = N = \vec{E}\vec{S}}$$

Jestliže úhel $\alpha$ mezi vektorem intenzity$\vec{E}$, a normálou plochy $\vec{S}$ $\alpha \neq 0°$, je možné vztah zapsat pomocí skalárního součinu takto

$$\boxed{\Psi_E = N = E\,S\cos\alpha\,.}$$

Pokud by se jednalo o <u>nehomogenní</u> elektrické pole, pak bychom problém řešili pomocí elementárního intenzitního toku $\mathrm{d}\Psi_E$, který by procházel elementární plochou $\mathrm{d}\vec{S}$

$\mathrm{d}\Psi_E = \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S}.$

Celkový intenzitní tok by se pak řešil pomocí integrálu (součtu) přes celou plochu

$$\boxed{\Psi_E = N = \int \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{S}.}$$

## II.

**<u>Gauss určil, že počet siločar *N*</u> závisí na velikosti náboje *Q*, který pole tvoří a na permitivitě prostředí, ve kterém je náboj umístěn $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ .**

$$\boxed{\Psi_E = N = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}$$

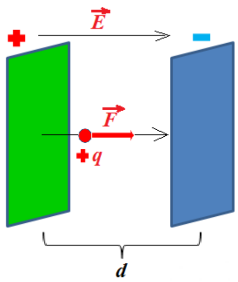
**III.**

**<u>Spojením obou vztahů</u> pro intenzitní tok (počet elektrický siločar) sestavil Gauss vztah pro výpočet intenzity elektrického pole.**

$$\vec{E}\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \qquad \textit{nebo} \qquad \int \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

## 5. Práce sil elektrostatického pole

a) Jestliže vložíme náboj $q$ do homogenního $(\vec{E} = \mathbf{konst}, \vec{F} = \mathbf{konst},)$ elektrostatického pole, pak síla při posunutí náboje po dráze $\mathrm{d}\vec{s}$ ze vzdálenosti $r_1$ do vzdálenosti $r_2$, vykoná práci



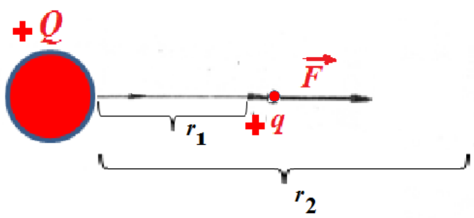

$$\mathrm{d}W = F\, \mathrm{d}s \cos \propto.$$

$\alpha = 0°$, sílu vytkneme před integrál

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F\, \mathrm{d}s = F \int_{r_1}^{r_2} \mathrm{d}s = F[s]_{r_1}^{r_2} = F(r_2 - r_1) = F\, d = E\, q\, d$$

b) Jestliže vložíme náboj $q$ do nehomogenního elektrostatického pole vytvořeného centrálním nábojem $Q$, pak toto pole na náboj $q$ působí proměnnou silou $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Qq}{r^2} \vec{r_0}$

Pokud síla posune náboj po dráze $\mathrm{d}\vec{s}$ ze vzdálenosti $r_1$ do vzdálenosti $r_2$, vykoná práci $W = F\, \mathrm{d}s \cos \propto$. (pro jednoduchost opět úhel $\alpha$ mezi silou a posunutím je 0˚)




Síla v tomto případě není konstantní, a proto musíme integrovat:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{Qq}{r^2} \mathrm{d}s$$

Pak po nahrazení $\mathrm{d}s = \mathrm{d}r$ (oba diferenciály mají stejný rozměr a směr)

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{Qq}{r^2} \mathrm{d}r = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2}\, \mathrm{d}r = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \int_{r_1}^{r_2} r^{-2}\, \mathrm{d}r = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(-r^{-1}\right)_{r_1}^{r_2}$$

Po další úpravě

$$W = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(-\frac{1}{r}\right)_{r_1}^{r_2} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(-\frac{1}{r_2} - \left(\frac{1}{r_1}\right)\right) = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Pak práce je

$$W=\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

Při obecnějším způsobu řešení bychom zjistili, že velikost vykonané práce závisí jen na počáteční a konečné vzdálenosti náboje *q* od centrálního náboje *Q*.

## 6. Potenciální energie elektrostatická

Potenciální energie závisí na vzájemné poloze dvou objektů a na práci, kterou je nutné při jejich vzdálení (přiblížení) vykonat.
*Podobně* jako u potenciální energie tíhové (tíhová síla $F_G = mg \Rightarrow W = mg(h_2-h_1) = \Delta E_p$) je změna potenciální energie rovna práci vykonané při změně polohy objektu.

$$\Delta E_p = W$$

Zde koná práci elektrostatická síla $\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq}{r^2}\vec{r_0}$.

Pak podle předchozím výpočtu je

$$\Delta E_p = W = \int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Qq}{r^2}\,\mathrm{d}r = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

$$\Delta E_p = E_{p1}-E_{p2} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r_1}-\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r_2}$$

Pokud hladinu nulové potenciální energie vztahujeme na $\infty$, pak

$$E_p = -\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r}$$

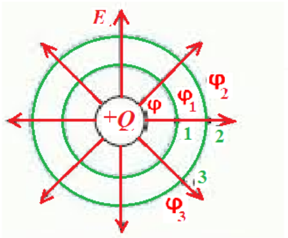
## 7. Potenciál elektrostatického pole

Elektrostatické pole je kromě intenzity $\vec{E}$ v každém bodě popsáno potenciálem $\varphi$. Potenciál je skalární veličina. Jednotkou je volt $[\varphi]=1\,\mathrm{V}$.
Potenciál $\varphi$ určíme jako podíl potenciální energie $E_p$ v místě, kde je vložený náboj *q*

$$\varphi = \frac{E_p}{q} = \frac{-\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r}}{q}$$

$$\varphi = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r}$$

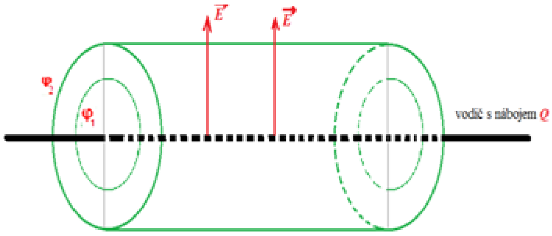
Množina bodů, které mají stejný potenciál, tvoří tzv. **<u>ekvipotenciální plochu</u>** (množinu bodů stejného potenciálu).

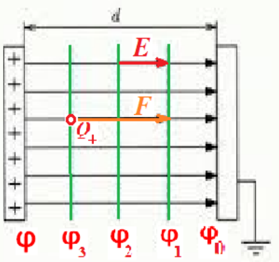


Ekvipotenciální plochy radiálního elektrického pole (např. bodový náboj) tvar soustředných koulí

♣ Pro bodový náboj *Q* mají ekvipotenciální plochy v izotropním prostředí tvar koule.

♣ Jestliže je náboj *Q* rozložený na rovném drátu, mají ekvipotenciální plochy v izotropním prostředí tvar soustředných válců.



Ekvipotenciální plochy homogenního elektrického pole (např. deskový kondenzátor) tvar rovnoběžných rovin

♣ Pokud je náboj *Q* rozložený rovné desce, pak mají ekvipotenciální plochy v izotropním prostředí tvar rovin.

Mezi dvěma body elektrostatického pole, které mají rozdílný potenciál, je zavedena veličina napětí

$$U = \varphi_2 - \varphi_1 .$$

Jednotkou je volt $[U] = 1\,\mathrm{V}$.

Jestliže tyto dva body mají souřadnice $x_1$ a $x_2$, pak pro napětí *U* a intenzitu *E* **<u>homogenního pole</u>** platí vztah

$U = E(x_2 - x_1) = E d$ .

*POZN: Odtud je odvozena často používaná jednotka pro intenzitu V.m$^{-1}$.*

Pro pole bodového náboje:

| | | |
|---|---|---|
| $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Qq}{r^2}\vec{r_0}$ | $W = \int \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r}$ | $W = E_p = -\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r}$ |
| $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ | | $\varphi = \frac{E_p}{q}$ |
| $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q}{r^2}\vec{r_0}$ | $\varphi = \int \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r}$ | $\varphi = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r}$ |

*POZN: Nezaměňovat intenzitu $\vec{E}$ a potenciální energii $E_p$.*

Protože práce sil je rovna změně potenciální energie, pak

$$W = \int_1^2 F\,dr = \int_1^2 qE\,dr = q\int_1^2 E\,dr = q(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\boxed{W = q.U}$$

## 8. Náboj v elektrostatickém poli

Budeme uvažovat elektrostatické pole o konstantním vektoru elektrické intenzity $\vec{E}$,. Do tohoto pole vložíme náboj $q$. Pole na tento náboj bude působit silou $\vec{F} = q\vec{E}$ a udělí mu podle II. Newtonova zákona zrychlení $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$, kde $m$ je hmotnost náboje.

*POZNÁMKA:*
*Kladný náboj se bude pohybovat ve směru intenzity, záporný náboj se bude pohybovat proti směru intenzity.*

Dojde ke změně rychlosti náboje, a tím i ke změně kinetické energie. Elektrické pole přitom vykoná práci

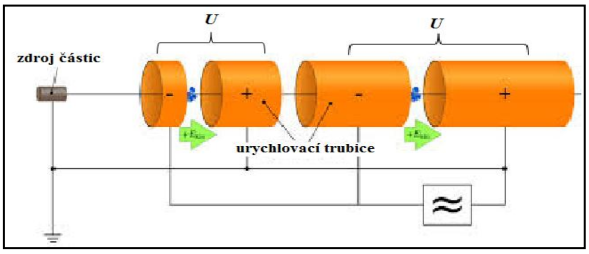
$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 .$$

Protože

$$W = \Delta E_p = q(\varphi_2 - \varphi_1) = qU ,$$

můžeme psát

$$\boxed{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = qU}$$



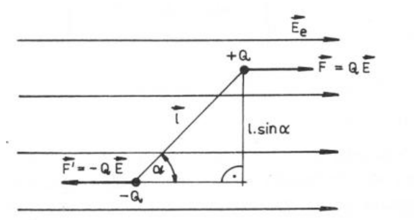

Jestliže se částice s nábojem pohybuje mezi dvěma místy s rozdílným potenciálem, pak se rychlost částice mění.

Elektrostatické pole tak působí jako urychlovač elektricky nabitých částic.

## 9. Dipól v homogenním elektrostatickém poli

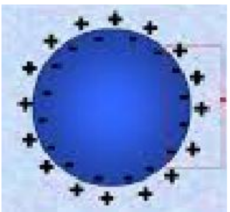
Dipól je dvojice opačných nábojů $+Q, -Q$ stejné velikosti, které jsou ve vzájemné vzdálenosti *l*. Dipól je charakterizován momentem dipólu $\vec{p} = Q\vec{l}$.

Vložíme do elektrostatického pole dipól o momentu $\vec{p} = Q\vec{l}$ tak, že jejich spojnice *l* svírá s vektorem $\vec{E}$ intenzity úhel $\alpha$. Vlivem působící dvojice sil $\vec{F} = Q\vec{E}$ se dipól natočí do směru intenzity $\vec{E}$.




Otáčivý účinek dvojice sil je charakterizován momentem dvojice sil $M = F\,d = F\,l \sin\alpha$.
Pak
$M = Q\,E\,l \sin\alpha = Q\,l\,E \sin\alpha = p\,E \sin\alpha$.
Tento vztah lze přepsat pomocí vektorového součinu
$\vec{M} = \vec{p} x \vec{E}$..

# 10. Kapacita vodiče, kondenzátor



Potenciál na povrchu vodivé kulové plochy o poloměru *r* s rovnoměrně rozloženým nábojem *Q* je dán vztahem

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r},$$

který můžeme přepsat ve tvaru

$$Q = 4\,\pi\,\varepsilon_o\,r\,\varphi.$$

Náboj koule je tedy přímoúměrný jejímu potenciálu.Tento závěr platí pro jakýkoliv elektrický nabitý izolovaný vodič, takže lze psát

$$Q = C\,\varphi.$$

Konstanta úměrnosti *C* závisí obecně na tvaru a velikosti vodiče; je to kapacita vodiče a je definována podílem náboje izolovaného vodiče a jeho potenciálu $\varphi$, tedy

$$\boxed{C = \frac{Q}{\varphi}.}$$

Jednotkou kapacity je 1 farad (F) s rozměrem $kg^{-1}. m^{-2}. s^4. A^2$. Je to jednotka relativně velká, proto se v praxi používají její díly, nejčastěji µF, nF a pF.

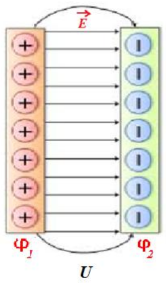
V praxi je z tohoto pohledu důležitá soustava dvou vodičů, které jsou od sebe odděleny *nevodivým prostředím, dielektrikem*. Tato soustava se nazývá ***kondenzátor.***

Pokud mají dva zmíněné vodiče stejně velké náboje opačných znamének, pak říkáme, že kondenzátor je nabitý. Jeho kapacitu vypočteme ze vztahu

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

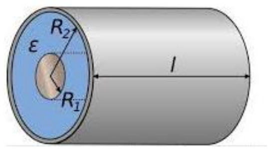
kde $U$ je napětí mezi vodiči o potenciálech $\varphi_1$, $\varphi_2$.

Rozlišují se tři základní druhy kondenzátorů – deskový, válcový, kulový




**Deskový kondenzátor** je nejběžnějším typem. Je to soustava dvou rovnoběžných kovových desek nazývaných elektrody.

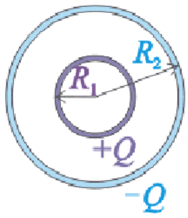
$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$




**Válcový kondenzátor** je tvořen dvěma elektrodami tvaru souosých válcových ploch délky *l*, z nichž vnitřní má poměr $R_1$ a vnější $R_2$.

Válcový kondenzátor má po výpočtu pomocí Gaussovy věty kapacitu

$$C = \frac{2\pi \varepsilon_o \varepsilon_r l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}.$$




**Kulový kondenzátor** představují dvě elektrody ve tvaru soustředných kulových ploch, z nichž vnitřní má poloměr *a* a vnější *b*. Kapacita kulového kondenzátoru je

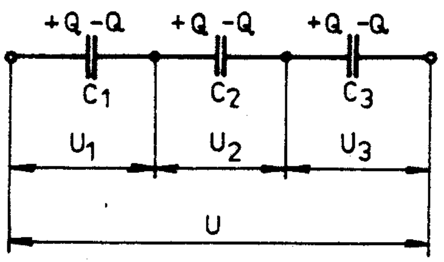
$$C = 4\pi \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}.$$

## 11. Zapojení kondenzátorů

**V praxi** se často setkáváme se spojenými kondenzátory. Spojení může být sériové (kondenzátory jsou za sebou ) nebo paralelní (kondenzátory jsou vedle sebe) .

Z obrázku plyne, že při:

1. ***při sériovém zapojení*** musí být náboje na všech kondenzátorech stejné, tedy $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$, a pro výsledné napětí $U$ baterie bude platit




$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

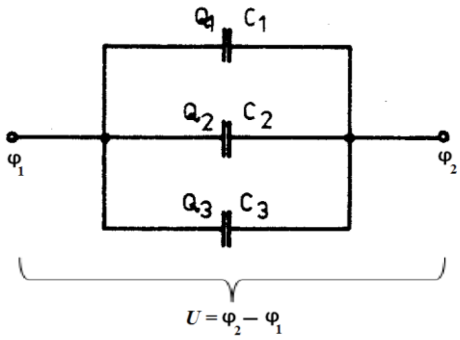
Dělením tohoto vztahu $Q$ dostaneme

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

a obecně pro sériové zapojení potom platí

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}.}$$

2. **_při paralelním zapojení_** je rozdíl potenciálů $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ pro všechny větve stejný, a proto napětí je pro všechny větve stejné $U_1 = U_2 = U_3 = U$.




Pak

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$CU = C_1U + C_2U + C_3U$

a dělením $U$ potom pro výslednou kapacitu $C$ naší baterie tří kondenzátorů dostáváme

$C = C_1 + C_2 + C_3$,

obecně pro paralelní zapojení baterie kondenzátorů platí

$$\boxed{C = \sum_i C_i\ .}$$

Kondenzátory jsou jedním ze základních prvků ve sdělovací a přístrojové technice a obecně v elektronice.

## 12. Energie nabitého kondenzátoru

Mezi deskami kondenzátoru o kapacitě $C$ je napětí $U$. Pak pro náboj platí $Q = C\,U$.

Jestliže zvětšíme jeho náboj o elementární hodnotu d$q$ musíme elementární práci

$$dW = U\,dq$$

$$dW = \frac{q}{C}dq$$

Celková práce, kterou je nutno vykonat, aby původně nenabitý kondenzátor (0 C) získal náboj $Q$, je potom

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{1}{C}\left(\frac{1}{2}q^2\right)_0^Q = \frac{1}{2C}Q^2.$$

Po dalších úpravách je

$$W = \frac{1}{2C}C^2U^2 = \frac{1}{2}CU^2.$$

Mezi deskami vznikne homogenní elektrické pole, jehož energie *E* se rovná práci nutné k jeho vytvoření.

$$E = W = \frac{1}{2} C U^2$$

**PŘÍKLADY**

1. Stanovte, jak velkou silou působí elektrostatické pole o intenzitě $10^5$ N.C$^{-1}$ na náboj velikosti 6 C.
   Řešení 1
   $E = 10^5 \mathrm{N.C^{-1}}, vložený\ náboj\ q = 2\ \mathrm{C}, F = ?$
   $F = E.q = 10^5.6 = 6.10^5\ \mathrm{N}$

   [$F$ = 6.10$^5$ N]

2. Určete, jaká je intenzita elektrostatického pole v místě, kde na náboj velikosti 5 C působí silou $10^6$ N.
   [$E$ = 2.10$^5$ N.C$^{-1}$]

3. Dva stejné bodové náboje umístěné ve vzdálenosti 20 cm působí na sebe ve vzduchu silou F. V jaké vzdálenosti by musely být umístěny v oleji o relativní permitivitě $\varepsilon_r$ = 5, aby se velikost síly nezměnila?
   Řešení 3
   Ve vakuku je silové působení $F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q.q}{r_1^2}$
   V oleji je silové působení $F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}.\frac{Q.q}{r_2^2}$
   Protože se mají síly rovnat je $F_1 = F_2$
   Pak $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q.q}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}.\frac{Q.q}{r_2^2}$
   Po vykrácení $\frac{1}{r_1^2} = \frac{1}{\varepsilon_r}.\frac{1}{r_2^2}$
   Pak $r_2 = \frac{r_1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{0{,}5}{\sqrt{5}} = 0{,}089\ \mathrm{m}$

   $[8{,}9\ cm]$

4. Dva bodové elektrické náboje ve vzájemné vzdálenosti 11 cm působí na sebe ve vakuu stejnou silou jako v terpentýnu ve vzdálenosti 7,4 cm. Určete relativní permitivitu terpentýnu.
   Řešení

   Ve vakuu je silové působení $F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q.q}{r_1^2}$
   V terpentýnu je silové působení $F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}.\frac{Q.q}{r_2^2}$
   Protože se mají síly rovnat je $F_1 = F_2$
   Pak $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q.q}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}.\frac{Q.q}{r_2^2}$

Po vykrácení $\frac{1}{r_1^2} = \frac{1}{\varepsilon_r} \cdot \frac{1}{r_2^2}$

Pak $\varepsilon_r = \frac{r_1^2}{r_2^2} = 2{,}2$

[2,2]

5. Určete, jak se změní silové působení mezi protonem a elektronem, jestliže se vzdálenost dvakrát zvětší.

Řešení 5

Při vzdálenosti $r_1$ je $F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q.q}{r_1^2}$

Při vzdálenosti $r_2 = 2.r_1$ je $F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q.q}{r_2^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q.q}{4r_1^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q.q}{r_1^2} = \frac{1}{4} F_1$

Silové působení se zmenší čtyřikrát.

[zmenší se čtyřikrát]

6. Jak velkou silou na sebe působí proton a elektron v jádře atomu vodíku na první kvantové dráze, jestliže je pokládáme za bodové a poloměr první kvantové dráhy je $5.10^{-11}$ m?

[$F$ = $9{,}2.10^{-8}$ N]

7. Intenzita elektrostatického pole je $6.10^5$ N.C$^{-1}$. Určete:
   a) jaká síla působí na elektron,
   b) jaké mu udělí zrychlení, jestliže je jeho hmotnost $9{,}1.10^{-31}$ kg.

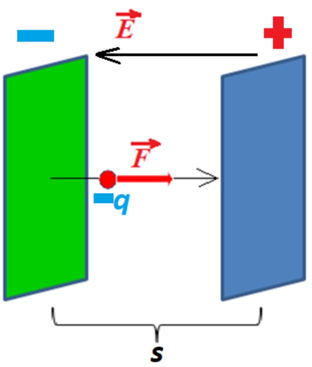
Řešení 7

$E = 6.10^5 \mathrm{N.C^{-1}}$, $vložený\ náboj\ elektron\ q = 1{,}602.10^{-19}\mathrm{C}, F = ?, m_e = 9{,}1.10^{-31}\mathrm{kg}, a = ?$

Elektrostatické pole můžeme použít jako urychlovač elementárních částic.

Všimněte si,

- kterým směrem je orientován vektor elektrické intenzity,
- kterým směrem je orientován vektor elektrické síly,
- jaký je náboj částice.
- *Při jiné orientaci a znaménku náboje by byly směry jiné.*




a) $F = E.q = 6.10^5.1{,}602.10^{-19} = 9{,}6.10^{-14}$ N

b) $podle\ Newtonova\ zákona\ a = \frac{F}{m} = \frac{9{,}6.10^{-14}}{9{,}1.10^{-31}} = 1{,}056\ \mathrm{m.s^{-2}}$

[$F$ = $9{,}612.10^{-14}$ N, $a$ = $1{,}056.10^{17}$ m.s$^{-2}$]

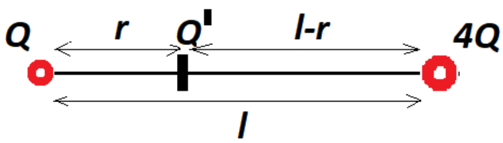
8. Kde na spojnici nábojů Q a 4Q vzdálených l je třeba umístit třetí náboj Q′ tak, aby na něj nepůsobila žádná síla?

Řešení 8

Podle Coulombova zákona je $F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q.Q'}{r^2}$

a $F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{4Q.Q'}{(l-r)^2}$

Aby bylo silové působení nulové, je nutná rovnost sil



$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{Q.Q'}{r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{4Q.Q'}{(l-r)^2}$$

Po vykrácení nábojů a úpravě je

$$(l-r)^2=4r^2$$
$$l^2-2lr+r^2=4r^2$$
$$3r^2+2lr-l^2=0$$
$$r_1=\frac{1}{3}l\ od\ náboje\ Q*$$
$$r_2=-l\ od\ náboje\ Q$$

$$\left[\frac{l}{3}od\ Q\right]$$

9. Na bodový náboj Q = 5.10$^{-9}$ C umístěný v elektrickém poli působí ve vakuu síla 10$^{-5}$ N. Určete intenzitu elektrického pole v místě náboje Q a velikost náboje tvořícího pole, jsou-li oba náboje vzdáleny 0,5 m.

$[0{,}2.10^4\mathrm{NC^{-1}}\ \ 5{,}6.10^8\mathrm{C}]$

10. Na elektron v homogenním elektrickém poli působí síla 5.10$^{-18}$ N. Vypočtěte intenzitu elektrického pole a složku rychlosti elektronu ve směru intenzity pole, které dosáhne na dráze 9 cm, považujeme-li pohyb elektronu ve vakuu za rovnoměrně zrychlený. Složka rychlosti elektronu ve směru intenzity pole se na počátku dráhy rovnala nule.

Řešení 10

$F=5.10^{-18}\mathrm{N}, náboj\ elektronu\ q=1{,}602.10^{-19}\mathrm{C},\ s=9\ \mathrm{cm}, m_e=9{,}1.10^{-31}\mathrm{kg}, E=?\ \ v=?$

a) $E=\frac{F}{q}=\frac{5.10^{-18}}{1{,}602.10^{-19}}=31{,}2\ \mathrm{N.C^{-1}}$

b) Intenzita homogenního elektrického pole je konstantní a tudíž i síla působící na náboj je konstantní. Pohyb náboje v homogenním elektrickém poli je tudíž rovnoměrně zrychlený. Určíme zrychlení pohybu

$$a=\frac{F}{m}=\frac{5.10^{-18}}{9{,}1.10^{-31}}=0{,}549.10^{13}\ \mathrm{m.s^{-2}}$$
$$s=\frac{1}{2}at^2$$
$$v=at$$

Po úpravě

$v=\sqrt{2sa}=\sqrt{2.0{,}09.0{,}549.10^{13}}=10^6\mathrm{m.s^{-1}}$

$[31{,}2\ \mathrm{N.C^{-1}}, 10^6\mathrm{m.s^{-1}}]$

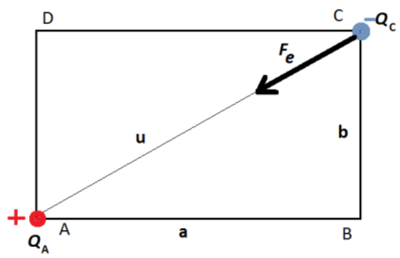
11. Ve vrcholech A,C obdélníka ABCD o stranách AB=100 mm, BC=50 mm jsou umístěny bodové náboje $Q_A$=5.10$^{-9}$ C, $Q_C$=-2.10$^{-9}$ C. Určete
    a) elektrickou sílu působící na náboj $Q_C$,
    b) intenzitu elektrického pole v bodě B,
    c) intenzitu elektrického pole ve středu S obdélníka,
    d) bod P na přímce AC, v němž je intenzita nulová.

Řešení 11

a) Náboj $Q_A$ působí na náboj $Q_C$ silou

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_A \cdot Q_c}{u^2}$$

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_A \cdot Q_c}{a^2 + b^2}$$



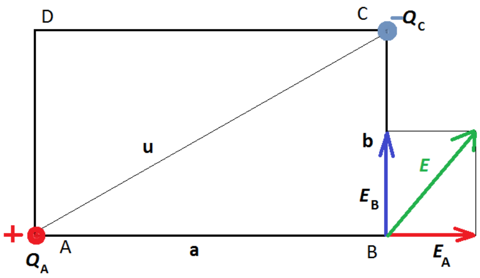

Po dosazení

$$F_e = \frac{1}{4\pi . 8{,}854 . 10^{-12} . 1} \cdot \frac{5 . 10^{-9} . 2 . 10^{-9}}{0{,}1^2 + 0{,}05^2} = 7{,}19 . 10^{-6}\,\mathrm{N}$$

b) Intenzita je vektorová veličina. V bodě B směřuje od kladného náboje $Q_A$ doprava, k zápornému náboji $Q_C$ v bodě B nahoru.
Velikost intenzit závisí na vzdálenosti od příslušného centrálního náboje.

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_A}{a^2} = \frac{1}{4\pi . 8{,}854 . 10^{-12} . 1} \cdot \frac{5 . 10^{-9}}{(0{,}1)^2} = 4500\ \mathrm{N.C^{-1}}$$

$$E_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_C}{b^2} = \frac{1}{4\pi . 8{,}854 . 10^{-12} . 1} \cdot \frac{2 . 10^{-9}}{(0{,}05)^2} = 18000\ \mathrm{N.C^{-1}}$$




Složíme vektory intenzit

$$\vec{E} = \vec{E_A} + \vec{E_C}$$

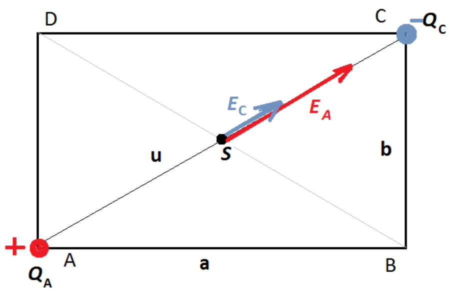
Poté použijeme Pythagorovu větu

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_C^2} = \sqrt{4500^2 + 18000^2} = 8{,}48 . 10^3\mathrm{N.C^{-1}}$$

c) Je nutné určit správně orientaci vektorů intenzit

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_A}{\left(\frac{u}{2}\right)^2}$$

$$E_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_C}{\left(\frac{u}{2}\right)^2}$$




Dosadíme a složíme vektory intenzit

$$\vec{E} = \vec{E_A} + \vec{E_C}$$

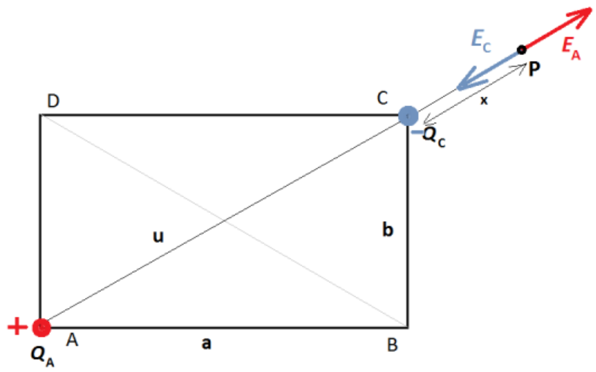
Mají stejný směr, pak

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_A}{\left(\frac{u}{2}\right)^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_C}{\left(\frac{u}{2}\right)^2} = 20{,}2 . 10^3\mathrm{N.C^{-1}}$$

d) Je nutné určit správně orientaci vektorů intenzit.
Vzdálenost bodu P označíme x.
Velikost intenzit závisí na vzdálenosti od příslušného centrálního náboje.

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_A}{(u+x)^2}$$

$$E_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_C}{(x)^2}$$




Výsledná intenzita je rovna nule.

$$\vec{E} = \vec{E_A} + \vec{E_C}$$

$0 = \overrightarrow{E_A} + \overrightarrow{E_C}$

$0 = E_A - E_C$
$E_A = E_C$
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_A}{(u+x)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_C}{(x)^2}$
$\frac{Q_A}{(u+x)^2} = \frac{Q_C}{(x)^2}$
Dosadíme a vypočítáme vzdálenost x = 0,192 m.

$$[7{,}19.10^{-6}\ \mathrm{N}, 8{,}49.10^{3}\ \mathrm{V.m^{-1}}, 20{,}2.10^{3}\ \mathrm{V.m^{-1}}, \mathrm{CP} = 192\ \mathrm{mm}]$$

12. Elektron je urychlen potenciálovým rozdílem 12 V. Určete přírůstek jeho rychlosti.

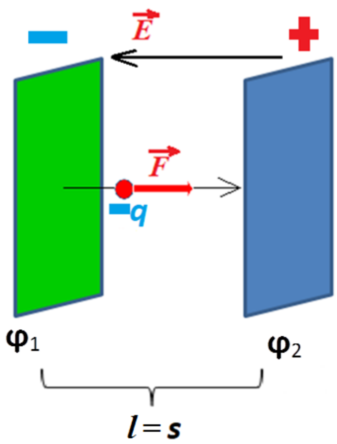
Řešení 12
$\varphi_2 - \varphi_1 = 12\ \mathrm{V},$
náboj elektronu je $e = 1{,}602.10^{-19}\mathrm{C}$,
hmotnost elektronu je $m_e = 9{,}1.10^{-31}\mathrm{kg}$

Rozdíl potenciálů mezi dvěma místy elektrostatického pole je napětí
$\varphi_2 - \varphi_1 = U$
Elektrické pole vykoná při přenesení náboje $q$ práci, která závisí na rozdílu potenciálů mezi dvěma místy elektrostatického pole.
$W = q(\varphi_2 - \varphi_1) = eU$

Tím se změní jeho kinetická energie
$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}m_e v_2^2 - \frac{1}{2}m_e v_1^2$
Při původní nulové rychlosti platí
$\frac{1}{2}m_e v^2 = eU$
$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2.1{,}602.10^{-19}.12}{9{,}1.10^{-31}}} = 2{,}05\ \mathrm{m.s^{-1}}$

$[2{,}05.10^{6}\ \mathrm{m.s^{-1}}]$

13. Desky kondenzátoru o ploše 2 m$^2$ jsou ve vakuu ve vzdálenosti 5 mm. Na kondenzátoru je napětí 10$^4$ V. Stanovte kapacitu kondenzátoru, náboj každé desky, plošnou hustotu náboje a intenzitu pole mezi deskami.




Řešení 13
$S = 2\ \mathrm{m}^2, d = 5\ \mathrm{mm}, U = 10^4\mathrm{V}, \varepsilon_r = 8{,}854.10^{-12}\mathrm{F.m^{-1}}, C = ?, Q = ?, \sigma = ?, E = ?$
Pokud není zadáno jinak, tak uvažujeme, že mezi deskami kondenzátoru je vzduch o relativní permitivitě 1.
$C = \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{S}{d} = 8{,}854.10^{-12}.1.\frac{2}{0{,}005} = 3{,}54.10^{-9}\mathrm{F}$

$Q = C.U = 3{,}54.10^{-9}.10^{-4} = 3{,}54.10^{-5}\mathrm{C}$

Plošná hustota náboje je náboj rozložený na určité ploše

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{3{,}54.10^{-5}}{2} = 1{,}77\ \mathrm{C.m^{-2}} E = \frac{U}{d} = \frac{\frac{Q}{C}}{d} = \frac{Q}{C.d} = \frac{3{,}54.10^{-5}}{3{,}54.10^{-9}.0{,}005} = 2.10^{6}\mathrm{V.m^{-1}}$$

$[3{,}54\ \mathrm{nF}, 35{,}4.10^{-5}\mathrm{C}, 1{,}77.10^{-5}\mathrm{C.m^{-2}}, 2.10^{6}\ \mathrm{V.m^{-1}}]$

14. Vypočtěte výslednou kapacitu, kterou dostaneme, připojíme-li paralelně ke kondenzátoru o kapacitě 1 pF dva kondenzátory o kapacitách 3 pF a 7 pF v sérii.

    $[3{,}1\ \mathrm{pF}]$

15. Kondenzátor, jehož kapacita je 4 .$10^{-7}$ F, je nabit na potenciál 12 kV. Jakou energii by bylo možno získat jeho výbojem?

    $[28{,}8\ \mathrm{J}]$

16. Tři kondenzátory, ze kterých má jeden kapacitu 3 μF, dávají dohromady kapacitu při paralelním zapojení 13 μF a při sériovém zapojení $\frac{4}{3}$ μF. Jaké kapacity mají dva zbývající kondenzátory?

    Řešení 16

    $C_3 = 3\ \mu F, C_p = 13\ \mu F, C_s = \frac{4}{3}\mu F$

    Paralelní zapojení:

    $C_1 + C_2 + C_3 = C_p$

    Sériové zapojení:

    $\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = C_s$

    Řešit soustavu dvou rovnic o dvou neznámých. Po dosazení $C_1 = 6\ \mu F, C_2 = 4\ \mu F$.

    [$C_1$ = 6 μF, $C_2$ = 4 μF]

17. Dva kondenzátory s kapacitami 2 μF a 5 μF nabijeme na napětí 100 V a 200 V a potom je souhlasnými póly zapojíme paralelně. Jaké bude výsledné napětí na kondenzátorech?

Řešení 17

$C_1 = 2\ \mathrm{\mu F}, U_1 = 100\ \mathrm{V}, C_2 = 5\ \mathrm{\mu F}, U_2 = 200\ \mathrm{V}$

Určíme náboj na každém kondenzátoru:

$Q_1 = C_1.U_1 = 2.10^{-4}\ \mathrm{C}$

$Q_2 = C_2.U_2 = 10.10^{-4}\ \mathrm{C}$

Celkový náboj po zapojení je:

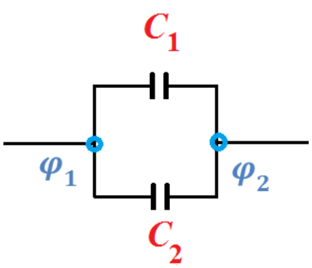
$Q = Q_1 + Q_2 = 12.10^{-4}\ \mathrm{C}$

Výsledná kapacita po zapojení je:

$C = C_1 + C_2 = 7.10^{-6}\ \mathrm{F}$

Výsledné napětí na obou kondenzátorech bude stejné – rozdíl potenciálů v uzlech je pro obě větve stejný.

$U = \frac{Q}{C} = \frac{12.10^{-4}}{7.10^{-6}} = 171{,}1\ \mathrm{V}$



[$U$ = 171,4 V]

18. Na deskách kondenzátoru s kapacitou $C_1$ = 32 μF bylo napětí 500 V. Tento kondenzátor byl pak zapojen paralelně s deskami nenabitého kondenzátoru o kapacitě 8 μF. Určete:
a) původní náboj na kondenzátoru $C_1$
b) napětí na každém kondenzátoru po jejich zapojení
c) náboj každého kondenzátoru po jejich zapojení

Řešení 18

$C_1 = 32\ \mu\mathrm{F}, U_1 = 500\ \mathrm{V}, C_2 = 8\ \mu\mathrm{F}$

a) $Q_1 = C_1 . U_1 = 160.10^{-4}\ \mathrm{C}$

b) Výsledné napětí na obou kondenzátorech bude stejné – rozdíl potenciálů v uzlech je pro obě větve stejný.
Výsledná kapacita je
$C = C_1 + C_2 = 40.10^{-6}\ \mathrm{F}$

Výsledné napětí je náboj děleno výsledná kapacita
$$U = \frac{Q_1}{C} = \frac{160.10^{-4}}{40.10^{-6}} = 4.10^2\ \mathrm{V}$$

c) Při paralelním zapojení se náboj $Q_1$ rozdělí podle kapacity jednotlivých kondenzátorů.
$Q_1 = C_1 . U = 32.10^{-6}.4.10^2 = 1{,}28.10^{-2}\ \mathrm{C}$
$Q_2 = C_2 . U = 8.4.10^2 = 3{,}2.10^{-3}\ \mathrm{C}$

[a) $Q_1$ = 1,6·10$^{-2}$ C, b) na obou kondenzátorech stejné napětí $U$ = 400 V, c) $Q_1$ = 1,28·10$^{-2}$ C, $Q_2$ = 3,2·10$^{-3}$ C]

19. Kapacita vzduchového deskového kondenzátoru je 500 pF.
a) Jaký náboj je na deskách, je-li napětí na deskách 50 V a vzdálenost desek 2 mm?
b) Jaká je plocha desek?
c) Jak se změní intenzita elektrického pole mezi deskami, jestliže desky při konstantním náboji přiblížíme na 0,5 mm?
d) napětí mezi deskami a kapacita kondenzátoru, jestliže desky při konstantním náboji přiblížíme na 0,5 mm?

Řešení 19

$C_1 = 500\ \mathrm{pF}, U_1 = 50\ \mathrm{V}, d_1 = 2.10^{-3}\ \mathrm{m}, d_2 = 5.10^{-4}\mathrm{m}, E_1 = ?, C_2 = ?, U_2 = ?, E_2 = ?$

Určíme náboj na kondenzáru.

$Q = C_1 . U_1 = 500.10^{-12}.50 = 250.10^{-10}\ \mathrm{C}$

$$E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{50}{2.10^{-3}} = 25.10^3\ 2.10^{-3}.\mathrm{m}^{-1}$$

Určíme kapacitu kondenzátoru $C_2$.

Jestliže se vzdálenost mezi deskami kondenzátoru zmenší, pak se kapacita kondenzátoru zvětší.

$$C_1 = \varepsilon \frac{S}{d_1}$$

$$C_2 = \varepsilon \frac{S}{d_2}$$

Obě rovnice vydělíme,

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\varepsilon \frac{S}{d_2}}{\varepsilon \frac{S}{d_1}} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

Pak

$$C_2 = C_1 \frac{d_1}{d_2} = 500.10^{-12} \frac{2.10^{-3}}{5.10^{-4}} = 2000.10^{-12}\ \mathrm{F}$$

Napětí $U_2$ určíme podle vztahu

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{250.10^{-10}}{2000.10^{-12}} = 12{,}5\ \mathrm{V}$$

Intenzita elektrického pole mezi deskami kondenzátoru při zmenšení vzdálenosti se nezmění.

$$E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{12{,}5}{5.10^{-4}} = 25.10^3\ \mathrm{V.m^{-1}}$$

[$Q = 25.10^{-9}\mathrm{C}, E_1 = 25.10^3 \mathrm{Vm^{-1}}, S = 0{,}113\ \mathrm{m^2}, C_2 = 2000.10^{-12}\ \mathrm{F}, U_2 = 12{,}5\ \mathrm{V}, E_2 =$ $25.103$V.m−1

20. Dva deskové kondenzátory mají stejnou kapacitu 500 pF. Kondenzátory spojíme sériově a připojíme ke zdroji stejnosměrného napětí 50 V. Jaký bude náboj na deskách? Jaký náboj bude na každém kondenzátoru, připojíme-li je k témuž zdroji spojením paralelním.

Řešení 20

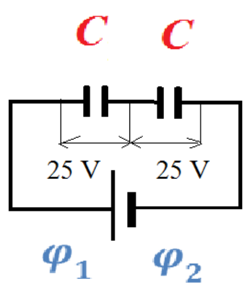
$C = 500\ \mathrm{pF}, U = 50\ V, Q_s = ?, Q_p = ?$

a) Sériové zapojení:

Napětí na každém kondenzátoru je 25 V

Na každém kondenzátoru bude náboj:

$Q_s = C.U_s = 500.10^{-12}.25 = 125.10^{-10}\ \mathrm{C}$



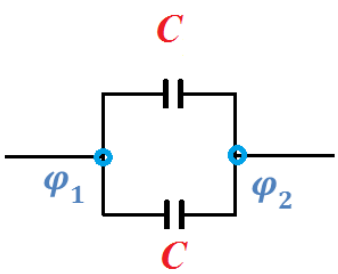

b) Paralelní zapojení:

Na každém kondenzátoru je napětí 50 V.

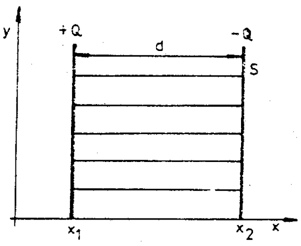
Náboj každého kondenzátoru je :

$Q_p = C.U = 500.10^{-12}.50 = 250.10^{-10}\ \mathrm{C}$

[$1{,}25.10^{-8}\mathrm{C}, 2{,}5.10^{-8}\ \mathrm{C}$ ]




**21. Příklad: Určete kapacitu deskového kondenzátoru pomocí Gaussovy věty elektrostatiky**




**Řešení:**

Mezi deskami kondenzátoru vznikne homogenní elektrostatické pole. Vektor intezity je $\vec{E} = kons$, úhel mezi intenzitou $\vec{E}$ a normálou plochy $\vec{S}$ je $\alpha = 0°$,

a proto Gaussovu větu elektrostatiky $\int \vec{E} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \frac{Q}{\varepsilon}$ upravíme

$$\int E\,\mathrm{d}S\cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}Q$$

$$E\int \mathrm{d}S = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}Q$$

$$ES = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}Q$$

Pak pro intenzitu *E* platí

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q}{S}$$

Protože je pole mezi deskami homogenní, pak pro napětí ze vztahu při $\vec{E} \,||\, \vec{r}$ vychází

$$U = \int_{x_1}^{x_2} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} E\,\mathrm{d}r = E\left(x_2 - x_1\right) = E\,d\,.$$

Pro kapacitu deskového kondenzátoru potom dostáváme

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_o\,\varepsilon_r E\,S}{E\,d} = \varepsilon_o\varepsilon_r\,\frac{S}{d}\,,$$

kde $S$ je tzv. účinná plocha kondenzátoru.

$$\boxed{C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{d}}$$