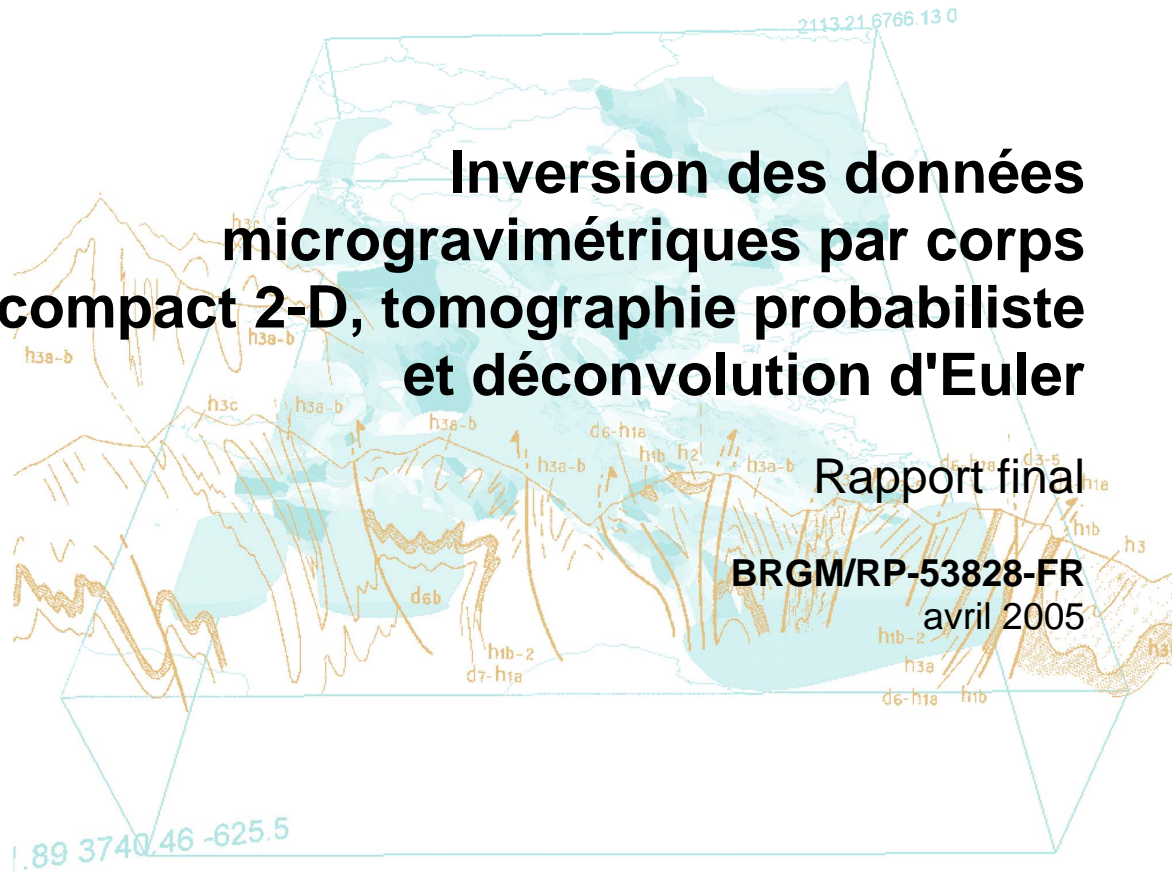




Inversion des données microgravimétriques par corps compact 2-D, tomographie probabiliste et déconvolution d'Euler



Rapport final

BRGM/RP-53828-FR

avril 2005



Géosciences pour une Terre durable

brgm

Inversion des données microgravimétriques par corps compact 2-D, tomographie probabiliste et déconvolution d'Euler

Rapport final

BRGM/RP-53828-FR
avril 2005

Étude réalisée dans le cadre des projets de recherche
PDR03ARN10, PDR04ARN80 et PDR05ARN30

N. Debeglia

<p>Vérificateur :</p> <p>Original signé par :</p> <p>Nom : A. BITRI</p> <p>Date :</p> <p>Signature :</p>

<p>Approbateur :</p> <p>Original signé par :</p> <p>Nom : H. FABRIOL</p> <p>Date :</p> <p>Signature :</p>
--

Le système de management de la qualité du BRGM est certifié AFAQ ISO 9001:2000.

Mots clés : Microgravimétrie, Inversion, Cavités.

En bibliographie, ce rapport sera cité de la façon suivante :

Debeglia N. (2005) – Inversion des données microgravimétriques par corps compact 2-D, tomographie probabiliste et déconvolution d'Euler. BRGM/RP-53828-FR, 62 p., 31 ill.

© BRGM, 2005, ce document ne peut être reproduit en totalité ou en partie sans l'autorisation expresse du BRGM.

Synthèse

Dans le cadre des projets de recherche PDR03ARN10, PDR04ARN80 et PDR05ARN30, des méthodes d'inversions gravimétriques ont été développées ou adaptées et leur applicabilité à l'interprétation des données microgravimétriques a été contrôlée sur des données théoriques et expérimentales.

Les études microgravimétriques sont généralement de petit volume, leur dimensionnement, en extension et densité des mesures, étant calculé au plus juste de manière à ce que l'opération reste compétitive. L'interprétation des données doit être particulièrement robuste, rapide et efficace. Par ailleurs du fait des ambiguïtés d'interprétation toute anomalie significative devra être finalement explorée par sondages, ce qui limite l'intérêt d'une modélisation sophistiquée. L'interprétation sera donc principalement destinée à optimiser l'implantation des forages de contrôle des anomalies détectées ou à vérifier qu'une anomalie est expliquée par les vides ou par les hétérogénéités rencontrées à l'issue de ces contrôles. Les méthodes d'inversion devront être peu sensibles à la présence de bruit haute fréquence ou d'effets régionaux de grande longueur d'onde et être capables de fonctionner à partir d'un faible échantillonnage de mesures par anomalie.

La méthode d'inversion en « corps compact », initialement développée pour la gravimétrie minière, est particulièrement bien adaptée à la recherche des cavités, structures qui, comme les amas minéralisés, présentent un fort contraste de densité avec leur environnement. Les codes de calcul existants, adaptés à l'interprétation des données microgravimétriques, se sont avérés peu sensibles aux bruits instrumentaux ou géologiques. Si la structure cherchée a une forme ou une dimension approximativement connue, ce qui peut être le cas de certaines galeries ou de certaines formes d'exploitation minière, son effet peut être isolé même en présence d'un bruit important et la structure peut être localisée de manière satisfaisante. La méthode, actuellement disponible pour une interprétation en deux dimensions (2.5D avec prise en compte des extensions perpendiculairement à la section interprétée) mériterait d'être adaptée en 3D. Par ailleurs, elle peut facilement intégrer, sous forme de contraintes, des informations provenant d'une exploration partielle des vides par forage ou visites ou des données résultant de la mise en œuvre d'une autre méthode géophysique (radar, SASW). C'est donc une méthode à privilégier pour compléter une reconnaissance déjà bien avancée ou pour vérifier que les anomalies gravimétriques sont entièrement expliquées par les structures connues.

La méthode « Growth » d'inversion par exploration progressive des solutions a été testée et rapidement abandonnée du fait de son instabilité.

La méthode de tomographie probabiliste 3-D, développée à partir de publications récentes, permet d'estimer la probabilité de présence d'une source gravimétrique en un point donné et la profondeur de cette source. De ce fait, elle devrait pouvoir constituer une aide pour l'implantation des forages de contrôle. La méthode ne nécessite pas de connaissances ou d'hypothèses a priori sur la géométrie et les

densités des sources et peut donc être utilisée au début de l'exploration d'un site. Les tests sur modèles synthétiques ont montré qu'elle est peu sensible au bruit et relativement peu sensible à l'incertitude sur le régional. Par ailleurs, elle permet aisément la prise en compte de la topographie.

Une adaptation particulière de la méthode de déconvolution d'Euler, basée sur des publications récentes, a été réalisée et testée. Cette méthode, appliquée sur une fonction dérivée du champ gravimétrique, gradient vertical ou signal analytique, fournit une description des sources gravimétriques par leur position (localisation et profondeur) et leur type (indice structural). Les développements réalisés ont principalement porté sur la stratégie de sélection et de regroupement des solutions d'Euler. Cette stratégie s'appuie sur la plupart des critères proposés dans les publications, minimisation du résidu de l'inversion, localisation de la solution en un point caractéristique en gradient horizontal ou vertical, homogénéité des solutions, etc. Elle intègre une analyse multi-échelle du fait de l'utilisation successive de plusieurs tailles de fenêtre de calcul. Par ailleurs, la procédure est suffisamment automatisée pour que l'opérateur n'ait qu'un petit nombre de paramètres de contrôle à spécifier ce qui rend son emploi particulièrement facile. Les tests sur modèles synthétiques montrent que la méthode supporte un bruit modéré et résout assez bien les phénomènes d'interférences entre anomalies proches. L'utilisation du gradient vertical prolongé vers le haut est un bon compromis entre focalisation et filtrage du bruit et permet une détection satisfaisante, sauf pour les structures les plus profondes dont la localisation est moins précise ou impossible. En présence d'un bruit important les profondeurs seront cependant généralement sous-estimées. La déconvolution d'Euler ne nécessite aucune connaissance a priori et peut donc aider à interpréter les anomalies détectées à l'issue d'une campagne de mesure et contribuer au choix de l'implantation des forages de contrôle.

Les tests réalisés montrent que ces trois méthodes ont tout à fait leur place en microgravimétrie. Il est cependant probable que des expérimentations plus nombreuses, dans des contextes variés, feront apparaître la nécessité de certaines optimisations (rapidité de calcul, aide au choix des paramètres, extension des hypothèses pour une plus grande généralité d'application, ...).

Sommaire

1. Introduction	9
2. Méthodologie	11
2.1. PRINCIPE GÉNÉRAL DE L'INVERSION DES DONNÉES GRAVIMÉTRIQUES	11
2.2. ÉQUIVALENCE DES SOLUTIONS ET PARAMÈTRES INVARIANTS	11
2.3. APPLICATION DES TECHNIQUES D'INVERSION EN MICROGRAVIMÉTRIE	12
2.4. MÉTHODES RETENUES ET MÉTHODOLOGIE DES TESTS	13
3. Inversion « corps compact »	15
3.1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE.....	15
3.2. TESTS SUR DES DONNÉES SYNTHÉTIQUES.....	17
3.3. TESTS SUR DES DONNÉES RÉELLES	19
3.4. PERSPECTIVES	22
4. Inversion par exploration progressive des solutions possibles (« Growth »)	23
5. Inversion par tomographie probabiliste	25
5.1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE ET ADAPTATION RÉALISÉE	25
5.2. TESTS SUR DONNÉES SYNTHÉTIQUES.....	27
5.3. TESTS SUR DES DONNÉES RÉELLES	33
5.4. PERSPECTIVES	35
6. Déconvolution d'Euler	37
6.1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE ET ADAPTATION RÉALISÉE	37
6.2. TESTS SUR DES DONNÉES SYNTHÉTIQUES.....	40
6.2.1. Test sur un modèle de sphère, en champ, en gradient vertical et en signal analytique gravimétrique	41

6.2.2. Test sur un modèle de cylindre horizontal, en champ, en gradient vertical et en signal analytique gravimétrique	42
6.2.3. Test sur un modèle de cylindre horizontal, en présence de bruit.....	45
6.3. TESTS SUR DES DONNÉES RÉELLES	51
6.4. PERSPECTIVES	55
7. Conclusions	57

Liste des illustrations

Illustration 1 - Exemple de modèles équivalents en gravimétrie (d'après M. Chouteau, 2000)	12
Illustration 2 - Exemple de découpage de la section à modéliser utilisé en inversion gravimétrique 2D et 2.5D.	16
Illustration 3 - Constitution du modèle théorique de test de l'inversion corps compact.	18
Illustration 4 - Résultat de l'inversion corps compact des données non bruitées.....	18
Illustration 5 - Résultat de l'inversion corps compact des données bruitées.....	20
Illustration 6 - Inversion par corps compact d'un profil gravimétrique sur une anomalie contrôlée par forages, à Jurques (Calvados).....	21
Illustration 7 - Principe de la tomographie gravimétrique probabiliste.....	26
Illustration 8 - Modèle synthétique non bruité utilisé pour tester la tomographie probabiliste.....	27
Illustration 9 - Probabilités estimées à la verticale de la sphère, en l'absence de bruit	28
Illustration 10 - Modèle synthétique bruité utilisé pour tester la tomographie probabiliste :.....	28
Illustration 11 - Probabilités estimées à la verticale de la sphère, en présence de bruit	29
Illustration 12 - Probabilités calculées, en présence de bruit, pour les niveaux - 98, - 94, - 90, - 86 et - 82 m	30
Illustration 13 - Modèle synthétique bruité et affecté d'un régional polynomial (courbes noires) utilisé pour tester la tomographie probabiliste	31
Illustration 14 - Carte de localisation des sources identifiées en présence de bruit et d'un régional	31
Illustration 15 - Probabilités calculées, en présence de bruit et d'un régional, pour les niveaux - 98, - 94, - 90, - 86 et - 82 m	32
Illustration 16 - Carte de l'anomalie résiduelle mesurée à Jurques avec superposition de la topographie	33
Illustration 17 - Carte de localisation des hétérogénéités de densité détectées par la tomographie probabiliste sur les anomalies A de Jurques	34

Illustration 18 - Résultats finaux de la déconvolution d'Euler du champ gravimétrique du cylindre horizontal.....	43
Illustration 19 - Résultats de la déconvolution d'Euler du champ gravimétrique du cylindre horizontal avant sélection et regroupement des solutions	44
Illustration 20 - Histogramme des solutions d'Euler obtenues par l'analyse du gradient vertical gravimétrique du cylindre horizontal	45
Illustration 21- Résultats de la déconvolution d'Euler en gradient vertical du modèle de cylindre horizontal bruité	46
Illustration 22 - Carte des solutions d'Euler ($x_0 y_0 z_0$) calculées à partir du gradient vertical du modèle complexe	48
Illustration 23 - Résultats de la déconvolution d'Euler pour les cylindres horizontaux.	50
Illustration 24 - Résultats de la déconvolution d'Euler pour les cylindres verticaux.	50
Illustration 25 - Résultats de la déconvolution d'Euler pour les structures verticales.....	51
Illustration 26 - Carte de localisation ($x_0 y_0 z_0$) des solutions d'Euler obtenues sur l'anomalie A de Jurques	52
Illustration 27 - Carte de localisation ($x_0 y_0 z_{0bis}$) des solutions d'Euler moyennes obtenues pour l'anomalie A de Jurques en intégrant les résultats des 4 fenêtres d'analyse	53
Illustration 28 - Projection des solutions d'Euler sur la section verticale P9 localisée illustration 27 et comparaison avec les vides recoupés en forage.....	54

Liste des tableaux

Tableau 1 - Indices structuraux théoriques, N, de sources simples en magnétisme et gravimétrie	38
Tableau 2 - Résultats des déterminations par déconvolution d'Euler pour un modèle de sphère, en l'absence de bruit	41
Tableau 3 - Caractéristique des structures du modèle complexe utilisé pour tester la déconvolution d'Euler	47
Tableau 4 - Caractéristiques des méthodes d'inversion étudiées et perspectives d'amélioration	58

1. Introduction

Ce rapport présente les résultats de l'adaptation et des tests de méthodes d'inversion des données microgravimétriques, réalisés dans le cadre des projets de recherche PDR03ARN10, PDR04ARN80 et PDR05ARN30.

La microgravimétrie, qui mesure de très faibles variations de l'attraction de la pesanteur à la surface du sol, de l'ordre de 5 à 100 μGal (1 000 000 de Gal ou 10^8 m/s^2), est une des méthodes les plus utilisées pour détecter des cavités. Elle est en effet sensible aux anomalies de répartition des masses dans le sous-sol, un vide se manifestant par une diminution de l'attraction ou anomalie gravimétrique négative. Elle peut être employée pour une détection directe des vides ou pour une détection des désordres superficiels induits par les vides (caractérisés par une faible densité du fait de la décompression ou de la fracturation des terrains de surface). L'inversion des données gravimétriques a pour objet de calculer une distribution des densités du sous-sol susceptible d'être à l'origine des anomalies gravimétriques observées en surface.

Les difficultés principales de mise en œuvre de la méthode proviennent d'une part de sa sensibilité à de nombreux effets perturbateurs indésirables, d'autre part de la non-unicité des interprétations.

Du fait de sa sensibilité, la gravimétrie enregistre non seulement les effets recherchés, qui sont faibles, mais également de nombreux effets parasites, parfois d'amplitude beaucoup plus forte : vibrations d'origine naturelle ou anthropique, effets du relief topographique proche et en milieu urbanisé des aménagements et constructions situés à proximité des stations, bruits de nature géologique dus aux effets des hétérogénéités sans rapport avec les cibles recherchées. Moyennant une durée de mesure suffisante, des traitements statistiques intégrés dans les logiciels d'acquisition gravimétrique permettent de s'abstraire en partie des effets des vibrations parasites. Certains effets perturbateurs (en particulier ceux liés à la topographie et à la présence de bâtiments) peuvent être en grande partie éliminés par des corrections adaptées. La possibilité de détecter une structure de géométrie et densité données par un levé microgravimétrique reste cependant fortement conditionnée par la précision du levé, par sa maille et par l'importance des effets parasites résiduels mal corrigés ou non corrigés. On sera en effet incapable de détecter des objets à l'origine d'une anomalie gravimétrique inférieure à l'incertitude sur les mesures ou aux bruits et perturbations résiduelles. Par ailleurs, les cibles recherchées sont petites et les mesures ne sont pas effectuées de manière continue mais selon un maillage régulier. Si l'anomalie n'atteint pas une amplitude détectable sur une surface supérieure à une maille de mesure, on risque donc de ne pas la repérer.

L'interprétation des anomalies gravimétriques n'est jamais unique. L'anomalie d'une structure superficielle et large peut en effet être exactement équivalente à celle d'une structure étroite et plus profonde. Ainsi, l'influence d'une cavité se traduit en gravimétrie par une anomalie négative, mais toutes les anomalies négatives détectées ne sont pas forcément attribuables à la présence de cavités. Les variations

lithologiques (sur épaisseur de couverture sableuse ou argileuse, remblais de matériaux alluvionnaires, zones d'altération ou de fissuration de faible densité) provoquent également des anomalies négatives qu'il n'est pas possible de distinguer à priori de celles produites par les cavités franches. Les anomalies négatives jugées significatives doivent donc toujours être contrôlées par sondages pour lever cette indétermination.

L'usage habituel de la gravimétrie en méthode de carte ne préjuge pas de l'allongement ou de l'orientation des cibles, ce qui en fait une bonne méthode de reconnaissance. La représentation cartographique est un avantage en particulier pour l'implantation des contrôles mécaniques. En revanche, que ce soit en carte ou en profil, l'image obtenue n'est pas directement interprétable puisqu'elle représente l'effet mesuré en surface de toutes les structures anormales du sous-sol, sans indication de nature et de profondeur et non une coupe du terrain exploré, comme, par exemple en sismique ou en radar géologique. Par ailleurs, la méthode est fortement intégrante, et manque de résolution horizontale, ce qui peut entraîner la coalescence des effets de vides trop proches (exploitations en chambres et piliers, drains karstiques, etc.), en particulier lorsqu'ils sont profonds. L'extraction des anomalies significatives et leur compréhension nécessite donc l'emploi de traitements adaptés :

- calcul de l'anomalie résiduelle ou du gradient vertical pour une localisation plus précise des effets de structures superficielles ou locales ou, au contraire, calcul de prolongements vers le haut et de séparation fréquentielle pour extraire les anomalies d'origine profonde bruitées par des effets d'origine superficielle ;
- application de méthodes de modélisations directes permettant de simuler les effets gravimétriques de structures connues pour vérifier la validité d'une interprétation ;
- enfin, utilisation de méthodes d'inversion.

Les méthodes d'inversion utilisées en microgravimétrie devront être capables de prendre en compte les difficultés précitées. En particulier, elles devront être peu sensibles à la présence de bruit haute fréquence, d'effets régionaux de grande longueur d'onde et de coalescences entre sources proches et fournir des informations valides même avec une faible densité de mesures par anomalie. Par ailleurs, elles devront gérer de manière claire les problèmes d'équivalence, soit en calculant des paramètres invariants, soit par un choix explicite des contraintes d'inversion. Les méthodes retenues pour réaliser des tests ou de nouveaux développements sont susceptibles de remplir les conditions ci-dessus. Ce sont, par ailleurs, des méthodes nouvelles (tomographie probabiliste, « Growth ») ou faisant l'objet de nombreux travaux récents (déconvolution d'Euler). Quelques autres méthodes semblent également aptes à répondre aux critères précédents. C'est en particulier le cas de la méthode d'inversion en « corps compact », plus ancienne, et pour laquelle des codes de calcul ont été adaptés à l'interprétation des données microgravimétriques.

2. Méthodologie

2.1. PRINCIPE GÉNÉRAL DE L'INVERSION DES DONNÉES GRAVIMÉTRIQUES

La procédure visant à déterminer les structures sources à partir des anomalies observées est connue sous le nom d'« inversion gravimétrique ». En toute généralité l'inversion d'un champ de potentiel n'admet pas une solution unique. Des modèles particuliers des distributions de densité peuvent être obtenus en utilisant des contraintes et des informations supplémentaires. Ces contraintes peuvent provenir d'informations géologiques ou d'autres données géophysiques (éléments structuraux, contrastes de densité, géométrie approximative) ou reposer sur des conditions mathématiques particulières (homogénéité, variation totale, valeurs extrêmes des distributions de densité). Dans le premier cas l'inversion gravimétrique permet d'ajuster un modèle à priori. Dans le second cas, on pourra obtenir des informations générales concernant les structures sous-jacentes (localisation, profondeur maximale, ...).

Des difficultés supplémentaires interviennent du fait de l'instabilité numérique des solutions, de petits changements dans les données pouvant produire de grandes variations dans la solution, spécialement dans les parties les plus profondes, de la discrétisation des mesures et de la présence de bruit. Cela nécessite l'utilisation de techniques de stabilisation et de traitement des erreurs.

De nombreuses méthodes d'inversion gravimétrique ont été proposées. Ces méthodes peuvent être regroupées en deux grandes catégories : les méthodes linéaires qui visent à déterminer la densité pour une géométrie prédéfinie, les méthodes non linéaires pour lesquelles la géométrie est également inconnue. Elles se basent sur différentes options qui définissent le type de modèle -modèle discret, forme géométrique simple ou interfaces de densités- et sa géométrie -2D, 2.5D ou 3D. À ces méthodes, s'ajoutent des techniques un peu particulières, comme les méthodes d'indices qui visent à estimer des caractéristiques particulières des structures (localisation des contacts, profondeurs maximales, etc.) et les méthodes probabilistes qui tendent à définir la probabilité de présence de sources ou à caractériser les densités les plus probables.

2.2. ÉQUIVALENCE DES SOLUTIONS ET PARAMÈTRES INVARIANTS

Sur l'illustration 1, la sphère (1) est le corps le plus profond qui peut produire approximativement l'anomalie gravimétrique présentée. Des corps plus superficiels et plus larges, tels que (2) et (3), pourraient aussi produire des anomalies semblables. Le nombre de solutions admissibles est en fait infini. Cependant, on peut montrer que ces solutions ont des caractéristiques communes.

Le centre de la sphère (1) correspond à la profondeur maximale du toit de toutes les structures équivalentes (toute la masse anormale serait concentrée en ce point). Cette

profondeur maximale est un des paramètres invariants qui caractérise l'ensemble de toutes les solutions équivalentes.

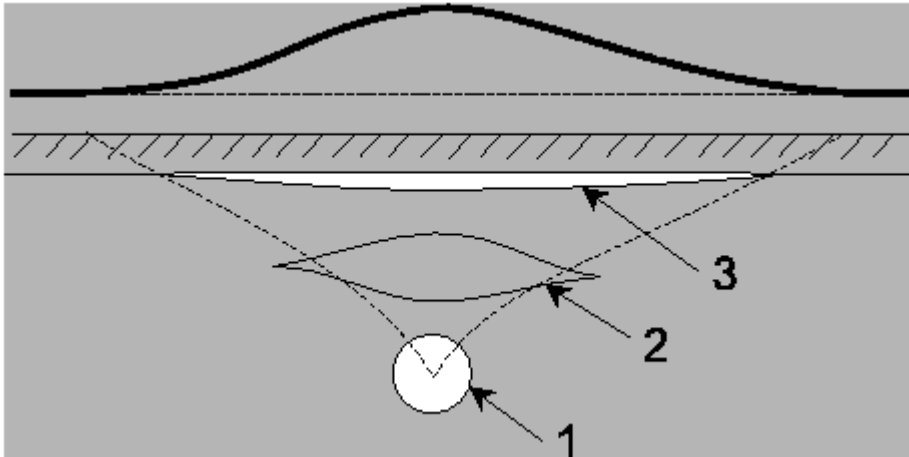


Illustration 1 - Exemple de modèles équivalents en gravimétrie (d'après M. Chouteau, 2000).

Pour obtenir par inversion une solution unique, on peut fixer le type de modèle cherché, par exemple, une sphère (solution 1) ou une interface unique (solution 3) et son contraste de densité. On pourra ainsi estimer la profondeur du toit d'une cavité sphérique (solution 1 dans l'hypothèse d'un vide dans un milieu de masse volumique 2 g/cm^3) ou l'épaisseur maximale d'un recouvrement superficiel (solution 3 avec, par exemple, un contraste supposé de 0,3). Suivant les géométries, ce calcul sera plus ou moins facile à réaliser.

Sans aucune hypothèse sur le type de modèle et le contraste de densité, il sera possible de déterminer de manière unique la masse anormale totale (déficit ou excès de masse) à l'origine d'une anomalie. La masse anormale est donc un paramètre invariant qui caractérise toutes les solutions possibles. Sa détermination nécessite cependant de pouvoir estimer le niveau zéro des anomalies (régional), ce qui n'est pas toujours facile. Par contre, pour déterminer le volume anormal correspondant à la masse ainsi calculée, il faudra connaître le contraste de densité.

Les deux paramètres invariants de l'espace des solutions, profondeur maximale des sources gravimétriques équivalentes et masse anormale totale, sont importants en microgravimétrie. Le premier contribuera à fixer la profondeur maximale des forages de contrôle, le second, pourra aider à estimer le niveau de risque potentiel par l'évaluation du déficit de masse caractérisant la zone anormale détectée.

2.3. APPLICATION DES TECHNIQUES D'INVERSION EN MICROGRAVIMÉTRIE

Les études microgravimétriques sont soumises à des impératifs de coûts particulièrement sévères. Ce sont généralement de petites études qui doivent être dimensionnées au plus juste et interprétées de manière simple et rapide. En effet, du

fait des ambiguïtés d'interprétation toute anomalie significative devra être finalement contrôlée par sondages, ce qui limite l'intérêt d'une modélisation sophistiquée. L'interprétation sera donc principalement destinée à optimiser l'implantation de ces sondages ou à vérifier qu'une anomalie donnée est expliquée par les informations préexistantes ou par les résultats de ces contrôles.

Pour répondre à ces besoins, les algorithmes d'inversion devront respecter certains critères :

- être peu sensibles aux bruits, car en microgravimétrie les anomalies à déceler ont une amplitude souvent à peine supérieure au niveau moyen du bruit ;
- ne pas être biaisés par les tendances régionales ;
- ne pas nécessiter une trop grande définition des anomalies, car une anomalie microgravimétrique significative peut n'être définie que par quelques mesures ;
- faire appel à un modèle adapté de structure-sources, généralement tridimensionnel et sans limitation de type de géométrie ;
- être capable d'exploiter la spécificité des cibles habituelles de la microgravimétrie caractérisées par de forts contrastes de densités (de l'ordre de 2 pour un vide et de 1 pour une cavité ennoyée), géométriquement bien concentrés et, parfois, dans le cas de cavités anthropiques, par une géométrie en partie connue.

2.4. MÉTHODES RETENUES ET MÉTHODOLOGIE DES TESTS

Les développements et tests réalisés ont porté sur les quatre méthodes suivantes :

- l'inversion « corps compact » (chap. 3) ;
- l'inversion par exploration progressive des solutions possibles, « Growth » (chap. 4) ;
- la tomographie probabiliste (chap. 5) ;
- la déconvolution d'Euler (chap. 6).

Des tests de ces méthodes ont été réalisés sur :

- des données synthétiques non bruitées afin de vérifier l'exactitude de la méthode ;
- en cas de succès de cette première étape, des données synthétiques bruitées ;
- puis, des données synthétiques bruitées comportant une tendance régionale ou des coalescences entre sources proches ;
- et enfin, des données réelles.

3. Inversion « corps compact »

Cette méthode a été testée à partir de codes existants développés au BRGM à partir de 1984 dans le cadre de projets de recherche et développement.

3.1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE

Le champ gravimétrique, g_i , en un point i de la surface du sol (x, y, z) est lié aux densités, v_j , du sous-sol par une relation linéaire :

(1a)

$$g_i = \sum_{j=1}^{np} v_j * A_{ij} + e_i$$

g : données résultant de l'effet de np éléments de densité v ,
 A : noyau,
 e : bruit.

Cette relation se traduit par l'équation matricielle suivante, dans laquelle le champ gravimétrique G est lié aux densités V par :

(1b) $G = A.V + E$ ou A est la matrice noyau et E le bruit.

L'inversion a pour objet de trouver une distribution V qui explique G en prenant en compte un certain niveau de bruit E .

Cependant, la solution n'est pas unique. Pour aider à la contraindre, on peut introduire des bornes à priori sur la distribution des densités, par éléments ou groupes d'éléments. En 2D et 2.5D, on découpe l'espace en prismes horizontaux infinis (2D) ou limités (2,5D). Un exemple d'un tel découpage, dans le plan (x,z), est présenté par les lignes noires de l'illustration 2.

Généralement, les sections et les volumes des prismes augmentent avec la profondeur afin que les différents éléments aient des effets de même ordre de grandeur. Les contraintes à priori sont fixées à l'intérieur de volumes regroupant un ensemble de prismes. Dans le plan x, z , leur frontière sont des contours polygonaux (lignes rouges). En pratique, la seule introduction de bornes sur les densités est une contrainte insuffisante pour résoudre les ambiguïtés et des contraintes plus élaborées doivent donc être généralement imposées.

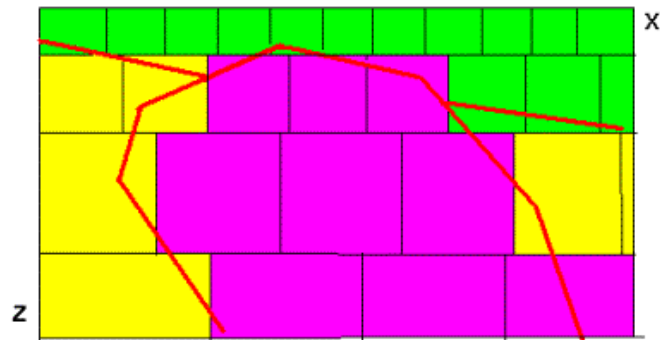


Illustration 2 - Exemple de découpage de la section à modéliser utilisé en inversion gravimétrique 2D et 2,5D.

Lignes noires, éléments prismatiques élémentaires de la discrétisation en densité - Polygones rouges, domaines dans lesquels des contraintes identiques seront appliquées.

Dans l'inversion « corps compact », on cherche à imposer une certaine uniformité à la distribution des densités et à éviter une répartition trop aléatoire des contrastes. Cette procédure est adaptée à la recherche de structures présentant des contrastes de densités importants et tranchés (amas minéralisés, cavités). Pour ce faire, on impose des contraintes supplémentaires, par exemple :

- minimisation du volume (Last et Kubik, 1983) ;
- minimisation du moment d'inertie par rapport à un point ou un axe (Guillen et Menechetti, 1984) ;
- minimisation du moment d'inertie par rapport à plusieurs axes, contraintes sur les dimensions des axes (Barbosa et Silva, 1994), etc.

Sans être uniques, les solutions sont mieux ciblées. Par contre, les équations ne sont plus linéaires et doivent être résolues itérativement et la procédure d'inversion comporte plusieurs étapes :

- initialisation par inversion par moindre carré régularisé. On obtient, sans aucune contrainte supplémentaire, une première solution :

(2) $V_b = A^T (AA^T + L)^{-1} G$ ou L est une matrice diagonale de régularisation.

La majorité du bruit est attribuée à la géologie. L'inversion doit cependant être régularisée par l'introduction d'une marge d'erreur constante sur les données (1 % de l'amplitude, par exemple). Cette solution n'a généralement aucun sens géologique.

- Recherche itérative d'une solution respectant les contraintes : à chaque itération, la procédure doit minimiser une fonctionnelle q des répartitions des densités v et des erreurs e , tout en respectant la relation (1). Par exemple (Last et Kubik, 1983) :

$$q = \sum_{j=1}^{np} w_{vj} v_j^2 + \sum_{i=1}^n w_{ei} e_i^2 \rightarrow \min$$

(3)

où W_{vj} et W_{ei} sont des poids fonction de la distribution des densités et des erreurs obtenues par l'itération précédente. À l'itération k , les densités s'obtiennent ainsi par :

$$V^{(k)} = [W_v^{(k-1)}]^{-1} A^T \{ A [W_v^{(k-1)}]^{-1} A^T + [W_e^{(k-1)}]^{-1} \}^{-1} G$$

(4)

Une adaptation de cette méthode au cas de l'interprétation en 2D des anomalies microgravimétriques a été réalisée en introduisant les particularités suivantes :

- la discrétisation est adaptable ;
- la compaction est réalisée entre 2 bornes, une borne principale égale à la densité de compaction et une borne secondaire. Des précautions sont prises pour préserver la convergence et les critères de convergence sont affichés ;
- les dimensions des objets peuvent être fournies comme contraintes si elles sont connues ;
- la section du modèle est découpée en plusieurs domaines (ill. 2) qui peuvent avoir des caractéristiques différentes : bornes, densité de compaction, formes à minimiser, dimensions des objets.

3.2. TESTS SUR DES DONNÉES SYNTHÉTIQUES

Des tests ont été réalisés sur des modèles théoriques (cylindres horizontaux et dykes inclinés) avec et sans addition de bruit. Un exemple de tests réalisés sur le champ gravimétrique d'un modèle de dyke incliné à 135° est présenté ci-après (ill. 3, 4 et 5).

L'inversion des données a été réalisée selon la procédure suivante :

- un seul domaine d'inversion correspondant à la totalité de la section limitée vers le haut par la topographie ;
- minimisation du moment par rapport à un axe incliné ;
- densités comprises entre 2.0 et 0 (densité de compaction) ;

- discrétisation dynamique : maille au toit du modèle 50*50 cm, augmentée avec la profondeur selon une progression arithmétique (raison 1.1).

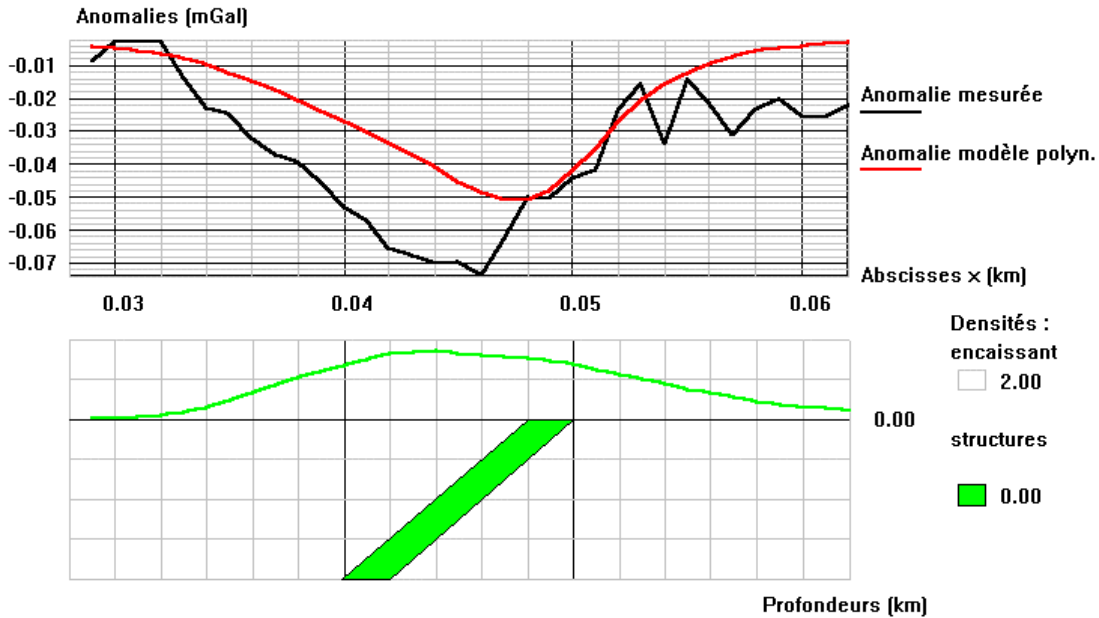


Illustration 3 - Constitution du modèle théorique de test de l'inversion corps compact.

En haut, anomalies à tester. En bas, surface topographique et géométrie du modèle. On simule une anomalie bruitée (bruit instrumental et géologique) en ajoutant à l'effet d'un modèle théorique (courbe rouge) une anomalie quelconque dont l'amplitude représente environ 40 % de l'anomalie initiale. On obtient ainsi la courbe noire qui simule une anomalie mesurée dans laquelle le signal cherché est en partie masqué.

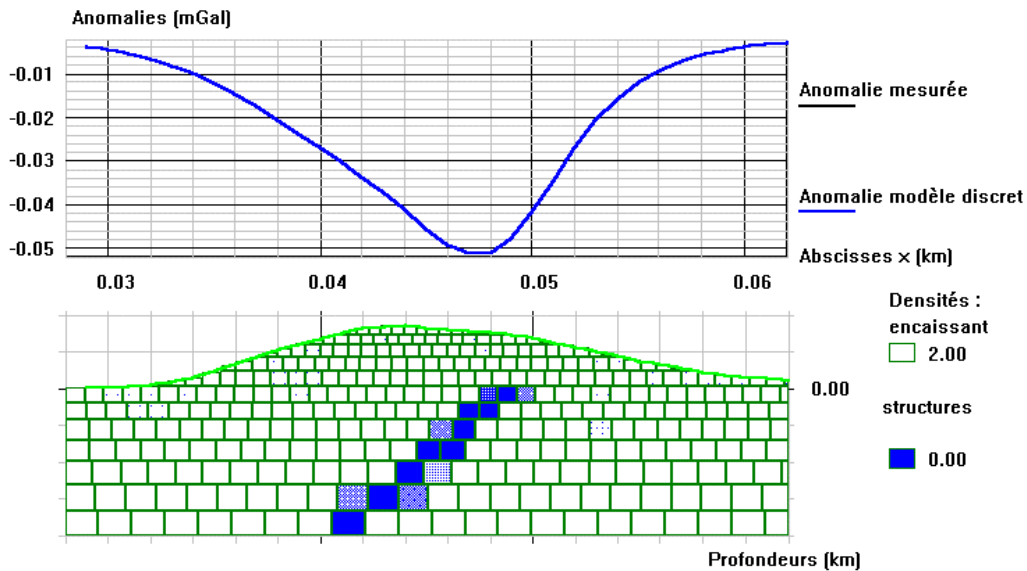


Illustration 4 - Résultat de l'inversion corps compact des données non bruitées.

Sur les données non bruitées (ill. 4), les données de la densité de compaction et de la forme à minimiser suffisent à résoudre les équivalences. L'erreur admissible a été fixée à 2 % de l'amplitude de l'anomalie pour prendre en compte les imprécisions liées à la discrétisation. Les contraintes sur les densités et sur les erreurs sont respectées. Les courbes expérimentales et théoriques sont exactement superposées.

Pour les données bruitées, l'erreur admissible a été augmentée à 40 % de l'amplitude de l'anomalie. Sans autre contrainte (ill. 5a), les hypothèses initiales, erreur admissible et bornes sur les densités, sont respectées, mais la structure est déformée par le bruit et l'importance des vides est exagérée.

Les dimensions de la structure ont été ensuite imposées en contrainte supplémentaire (ill. 5b) ce qui permet d'isoler le signal cherché. Les hypothèses sur les erreurs et les densités sont également respectées.

Ces tests montrent que le signal d'une structure de géométrie et taille connues peut être isolé par cette méthode d'inversion même en présence d'un bruit instrumental et géologique très important et que cette structure peut être localisée de manière satisfaisante.

3.3. TESTS SUR DES DONNÉES RÉELLES

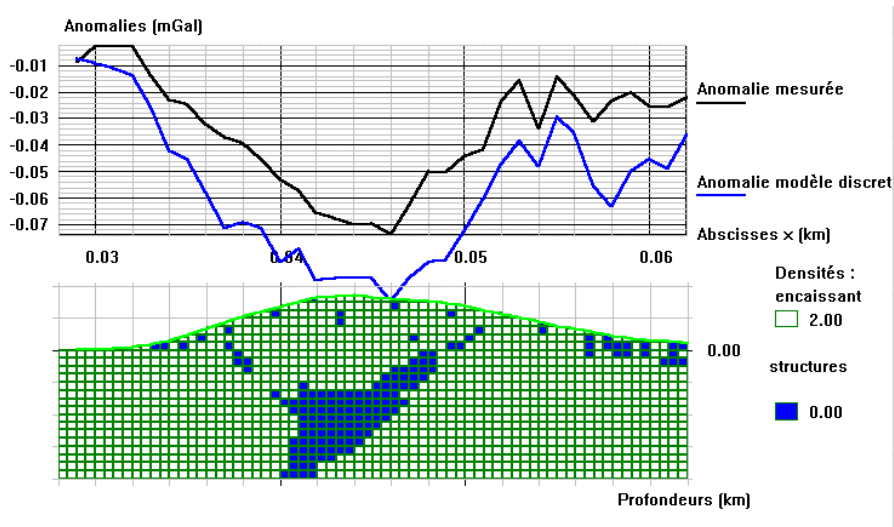
La méthode a été ensuite testée sur des données acquises, pour le compte du Géoderis, à Jurques (Calvados), au-dessus de mines de fer abandonnées. Le profil interprété, mesuré au pas de 7,5 par 7,5 m, montre une anomalie négative de 50 μGal d'amplitude (anomalie A) qui a été contrôlée par deux sondages (ill. 6 a et b).

Ces sondages ont rencontré des vides, le premier de 7,5 à 9,5 m de profondeur, le second, de 18,5 à 19,5 m de profondeur.

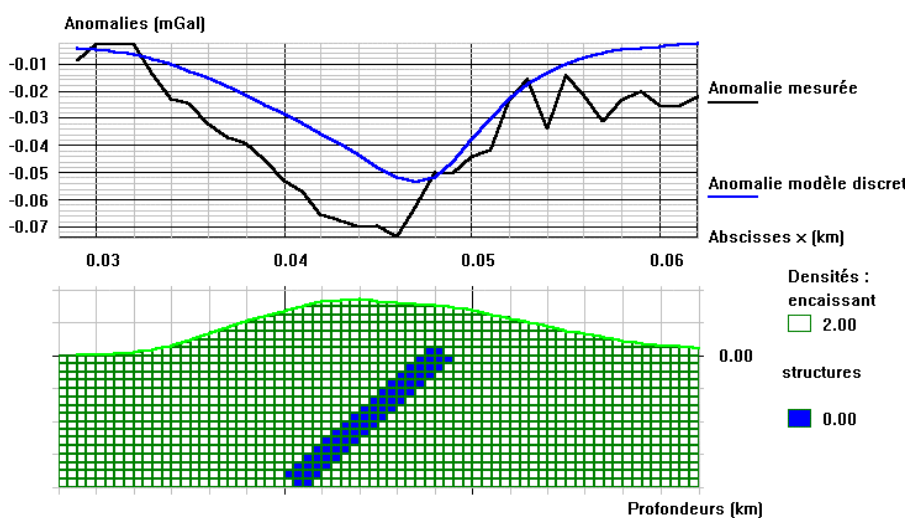
Ces vides ont été ensuite explorés par sonde laser. Les inversions ont été réalisées sans prendre en compte les résultats des forages. Ceux-ci ont été simplement utilisés *a posteriori* pour valider les résultats de l'inversion.

Le sous-sol a été discrétisé au pas de 2 m par 2 m et l'anomalie négative, a été inversée, pour une erreur de 10 μGal , et avec les deux hypothèses suivantes :

- minimisation du moment de la distribution des densités par rapport à son centre de gravité (ill. 6a) ;
- minimisation par rapport à un axe, ayant un pendage de 60°, correspondant à celui de la couche exploitée (ill. 6b).

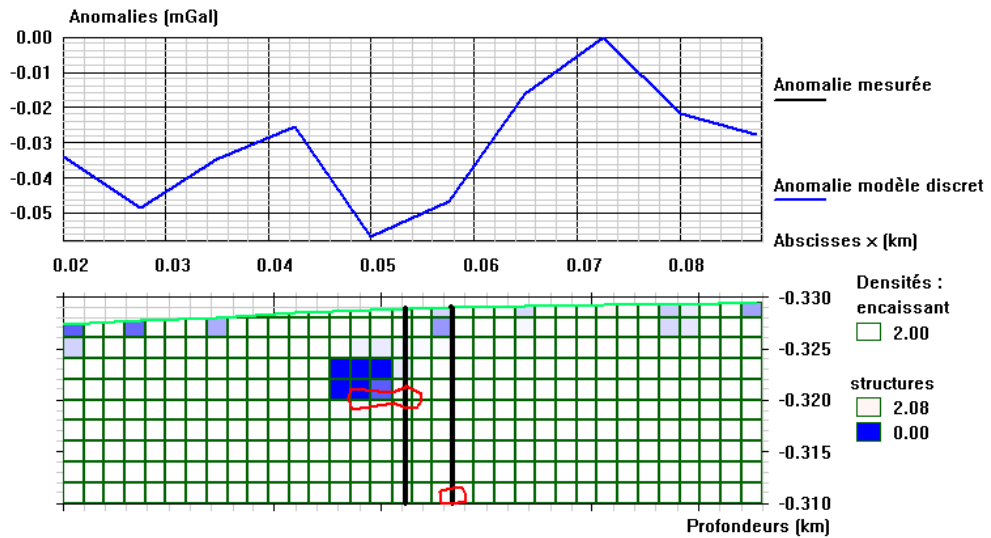


a) Dimensions de la structure inconnues

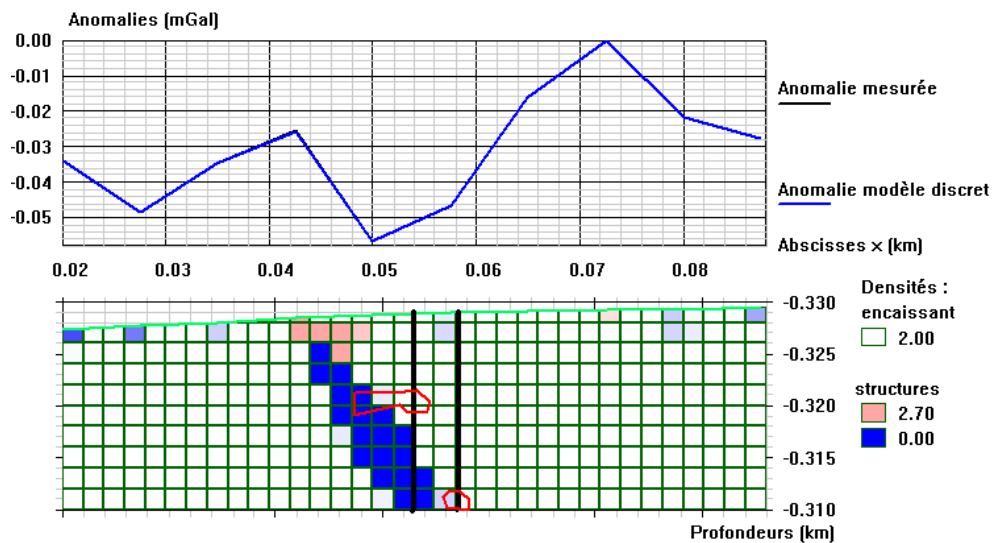


b) Dimensions de la structure fixées

Illustration 5 - Résultat de l'inversion corps compact des données bruitées.



- a) Minimisation du moment de la distribution des densités par rapport à son centre de gravité. Les forages sont indiqués en noir et les vides recoupés en rouge.



- b) Minimisation du moment de la distribution des densités par rapport à un axe, ayant un pendage de 60°, correspondant à celui de la couche exploitée.

Illustration 6 - Inversion par corps compact d'un profil gravimétrique sur une anomalie contrôlée par forages, à Jurques (Calvados).

Compte tenu de la faible définition de l'anomalie, qui n'est tenue que par deux points seulement, au niveau du profil interprété, les résultats de l'inversion sont très positifs. Dans les deux cas, les anomalies mesurées et calculées sont exactement superposables, les différences étant largement inférieures à l'erreur admise. Dans le premier cas, l'inversion détecte un vide superficiel, à 5-9 m de profondeur, assez correctement localisé, puisqu'un forage basé sur cette interprétation aurait recoupé le vide réel. Le vide profond n'est pas détecté dans cette hypothèse. Dans la seconde hypothèse, les deux vides reconnus sont englobés dans une structure plus large, ce qui indique que le volume total de vide présent à proximité du profil est nettement plus important que les vides recoupés.

3.4. PERSPECTIVES

Cette méthode s'avère peu sensible au bruit et donne des résultats intéressants, même avec une faible densité de mesure. Elle paraît donc bien adaptée au problème de la microgravimétrie, en particulier si on dispose d'information sur la géométrie des vides. Elle mériterait donc d'être mise en œuvre en 3D et avec une discrétisation plus fine, lorsque la densité initiale des mesures le permet. Les résultats de l'inversion pourront être affinés par l'introduction de contraintes :

- contraintes issues des résultats d'autres méthodes géophysiques (SASW, géoradar) ou de l'exploration partielle des vides par forages ou visites ;
- contraintes par les résultats d'une autre méthode d'inversion (par exemple méthode d'Euler, présentée au chapitre 6).

Cependant, si les hypothèses sur le caractère « compact » des structures ne sont pas respectées par les données ou si les pas de discrétisation sont mal choisis, la méthode peut être incapable de trouver une solution qui satisfasse à la fois les contraintes sur les densités et les contraintes sur les erreurs. Dans ce cas, il faut adapter les hypothèses ou les modalités d'inversion. C'est donc une méthode qui peut être parfois difficile à mettre en œuvre.

4. Inversion par exploration progressive des solutions possibles (« Growth »)

Cette méthode d'inversion (Camacho *et al.*, 2002) peut utiliser des connaissances à priori sur la répartition des densités et prend en compte la présence d'un régional plan qui est estimé automatiquement. Elle fournit une répartition des densités sous forme d'une grille 3D. Elle est basée sur une procédure itérative de remplissage des cellules élémentaires du modèle discret par des contrastes positifs ou négatifs qui sont ajustés en fonction de l'amplitude de l'anomalie.

La solution répond à deux conditions. Son effet doit respecter l'anomalie initiale au sens des moindres carrés. La masse anormale totale doit être minimale pour un contraste de densité donnée. Cette condition est assez proche de celle imposée par Last et Kubik (1983) pour l'inversion compact. L'exploration des modèles possibles peut être aléatoire ou systématique. Les structures sont ainsi construites de proche en proche par agrandissement d'un noyau initial. Le code source est fourni ce qui a permis de tester très rapidement la procédure.

Des tests ont été réalisés sur les effets non bruités et bruités d'une sphère.

Même en l'absence de bruit la sphère initiale n'est pas totalement retrouvée et il subsiste un résidu important (25 % de l'amplitude de l'anomalie) en fin d'itération. Sur une sphère bruitée le résultat est encore plus mauvais. Ces difficultés sont en partie dues à une méthode de discrétisation imprécise et difficilement contrôlable.

L'inversion nécessite par ailleurs la donnée de paramètres mal explicités et dont l'influence est difficile à évaluer. Le code fourni, en Fortran77, est peu commenté et mal construit donc difficile à modifier. En conséquence, les tests ont été rapidement abandonnés. Les principes de mise en œuvre de cette méthode restent cependant intéressants pour des adaptations ultérieures, en particulier 3D, car l'algorithme semble assez rapide.

5. Inversion par tomographie probabiliste

5.1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE ET ADAPTATION RÉALISÉE

La méthode de tomographie probabiliste a été à l'origine formulée pour l'inversion des données de polarisation spontanée (Patella, 1997), puis étendue aux méthodes électriques, EM et aux données magnétiques et gravimétriques (Mauriello et Patella, 2001). Elle peut être généralisée à tout champ géophysique vectoriel, le cas d'un champ scalaire en dérivant comme un cas particulier. Cette méthode ouvre donc la voie à une réelle inversion simultanée de données géophysiques d'origine multiple.

La méthode consiste en une inspection (ou scan) de l'espace 3D (**tomographie**) permettant d'estimer la **probabilité** de présence d'une source, en l'occurrence, gravimétrique (ill. 7). Cette probabilité, p_j , est estimée, pour chaque point, j , de l'espace 3D, par la fonction d'intercorrélation (ou cross-corrélation) normée entre l'anomalie mesurée, g , et l'effet d'une sphère centrée en ce point, A , soit avec les notations de la formule 1a et en négligeant l'erreur :

(5)

$$p_j = \frac{\int_{-X}^{+X} \int_{-Y}^{+Y} g(x, y, z) A(x_j - x, y_j - y, z_j - z) t(z) dx dy}{\left(\int_{-X}^{+X} \int_{-Y}^{+Y} g^2(x, y, z) t(x, y) dx dy \times \int_{-X}^{+X} \int_{-Y}^{+Y} A^2(x_j - x, y_j - y, z_j - z) t(x, y) dx dy \right)^{1/2}}$$

ou $t(x, y) = \left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}$ est une fonction de régularisation de la surface topographique, et

A , noyau de la relation 1a, joue le rôle de fonction de scan et correspond à l'effet en i d'une sphère de masse unité centrée en j :

$$A_{ij} = \frac{z_j - z_i}{\left| (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2 \right|^{3/2}}$$

La quantité p_j est donc une mesure du degré de ressemblance entre les fonctions g et A .

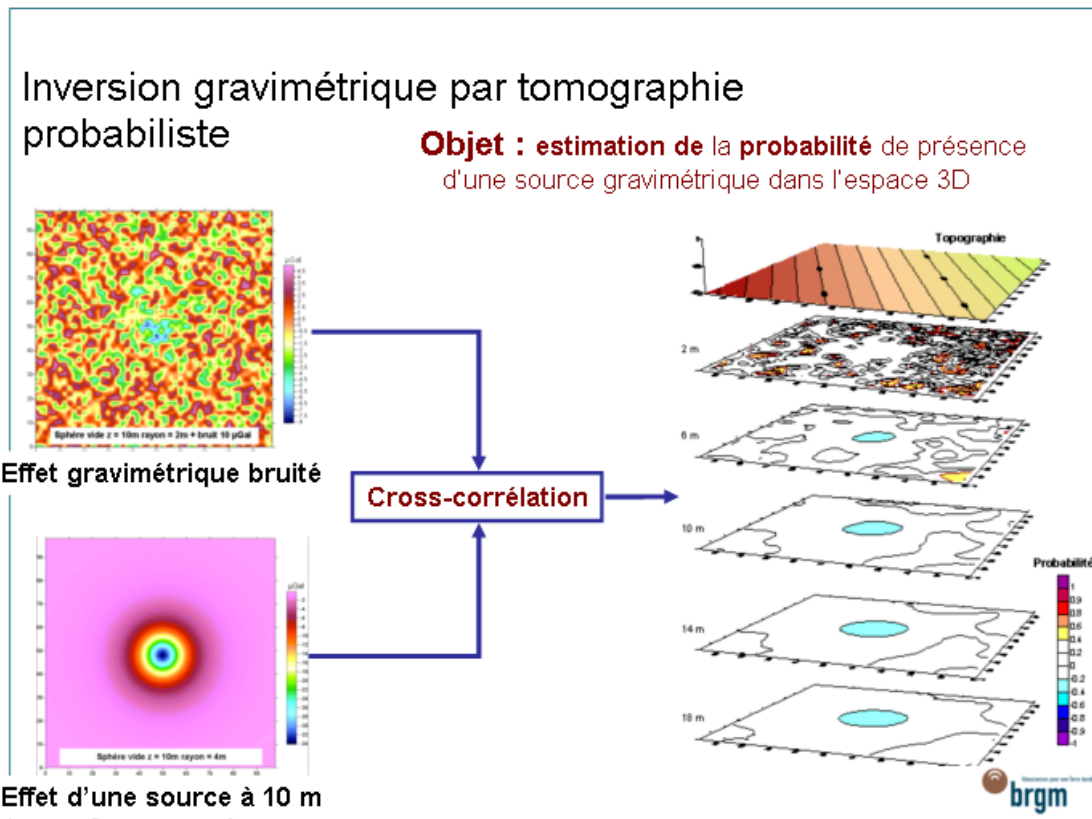


Illustration 7 - Principe de la tomographie gravimétrique probabiliste.

Lors du scan 3D, différentes tailles de surface d'intégration, fonctions de la profondeur de scan, sont utilisées pour calculer la fonction d'intercorrélation et c'est la valeur maximale de cette fonction qui est affectée comme probabilité à ce point de l'espace 3D (procédure de scan sélectif). Les probabilités ne sont calculées que si 24 échantillons au moins peuvent intervenir dans l'intégration. Une ligne de bordure est donc éliminée à la périphérie de la grille de calcul. Les probabilités sont finalement normées par leur maximum en valeur absolue. Les probabilités ainsi obtenues sont comprises entre - 1 et + 1, les valeurs positives indiquant un excès de masse et les valeurs négatives un déficit de masse.

En pratique, les données de tomographie 3D sont exploitées de la manière suivante :

- Pour chaque point (x, y), on calcule la profondeur, z, pour laquelle un maximum de probabilité est obtenu en valeur absolue.
- Si la probabilité en ce point est, en valeur absolue, supérieure à celle des 6 points les plus proches de la grille 3D, et supérieure à 0,2, le point, (x, y, z) est retenu comme source potentielle. En dessous de 0,2, les maxima de probabilité ne sont pas considérés comme significatifs.

- La profondeur de la source potentielle ainsi obtenue peut, en théorie, être considérée comme une profondeur maximale, puisque la fonction de scan utilisée correspond à l'effet d'une sphère qui est, de tous les modèles équivalents, le plus profond possible (chap. 2.1.1).

5.2. TESTS SUR DONNÉES SYNTHÉTIQUES

Un modèle synthétique a été constitué en calculant l'effet d'une sphère vide de rayon 2 m sur une surface topographique plane et inclinée (ill. 8). La sphère est centrée à 10 m de profondeur sous le niveau topographique moyen (cote - 100 m), soit à la cote - 90 m.

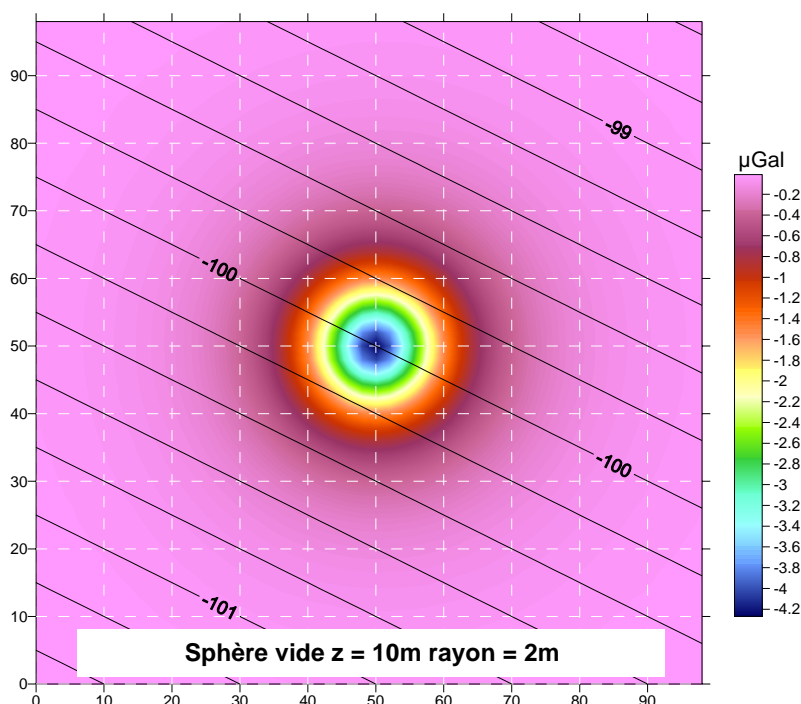


Illustration 8 - Modèle synthétique non bruité utilisé pour tester la tomographie probabiliste.

L'effet de la sphère est représenté par l'image en isovaleurs couleurs. Les courbes noires superposées à cette image correspondent à la topographie (plan incliné).

L'interprétation des données synthétiques non bruitées conduit à une seule solution de probabilité - 1, correctement positionnée ($x = 50$, $y = 50$, $z = -90$) : À la verticale de la sphère, la courbe des probabilités estimées atteint en effet un extremum (minimum) pour la cote - 90 m (ill. 9).

Un second test a été réalisé après ajout d'un bruit gaussien d'amplitude 10 μGal (ill. 10). L'influence du bruit est concentrée dans les niveaux les plus superficiels de la tomographie (ill. 11 et 12). À l'aplomb de la sphère, l'extremum de probabilité, situé entre les cotes - 90,5 et - 92,5, est très légèrement décalé vers le haut. Sa bonne localisation en plan, ($x = 50$, $y = 50$), n'est par contre pas affectée par le niveau de

bruit, pourtant important. Ce résultat est très positif car la localisation exacte de la position de la source à partir de la carte initiale est impossible, son effet étant masqué par le bruit.

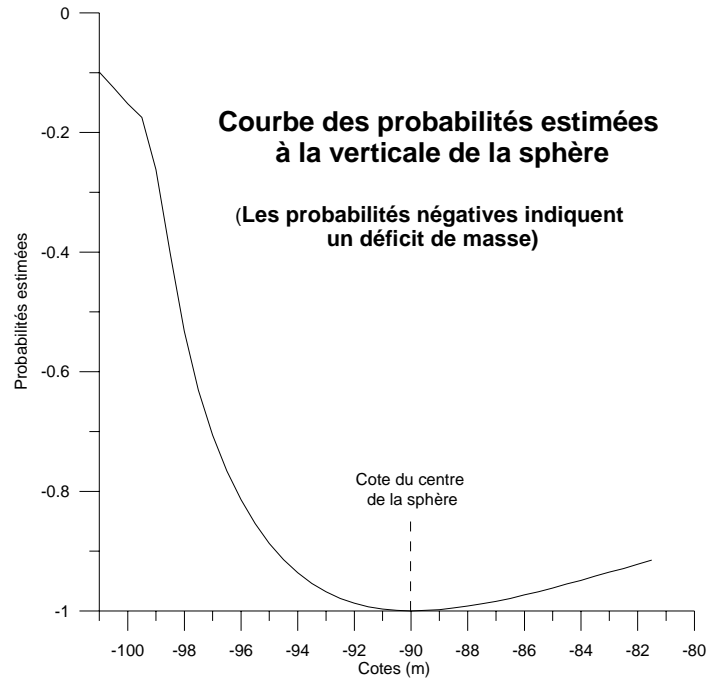


Illustration 9 - Probabilités estimées à la verticale de la sphère, en l'absence de bruit.

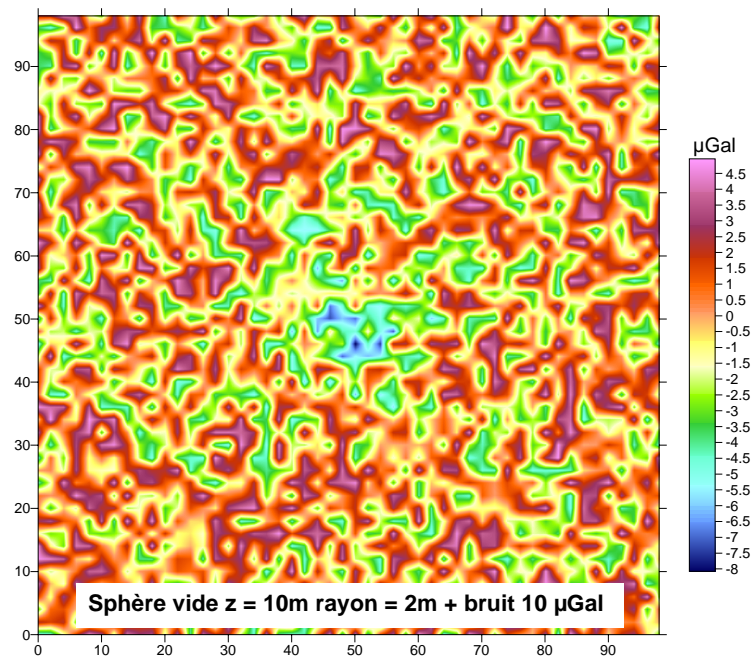


Illustration 10 - Modèle synthétique bruité utilisé pour tester la tomographie probabiliste. Effet de la sphère (amplitude $4,3 \mu\text{Gal}$) + bruit gaussien (amplitude $10 \mu\text{Gal}$).

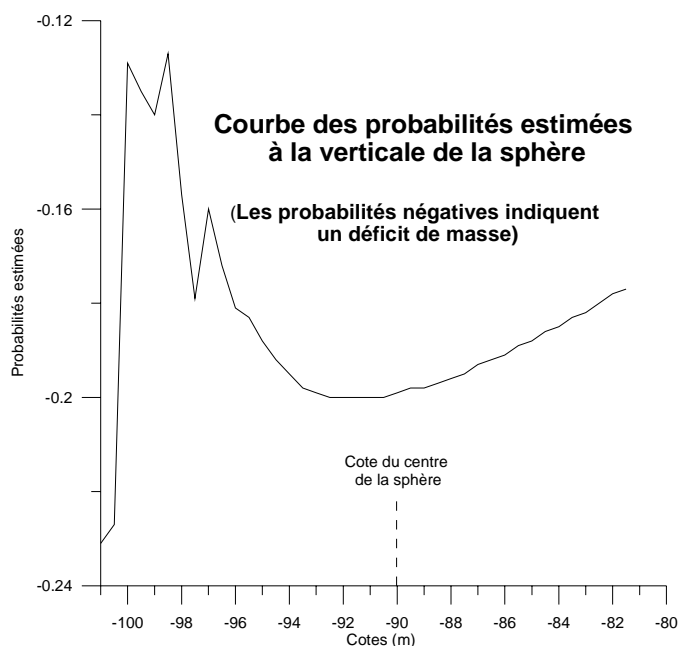


Illustration 11 - Probabilités estimées à la verticale de la sphère, en présence de bruit.

Un dernier modèle a été constitué en ajoutant à l'effet d'une sphère vide (profondeur 10 m et rayon 3 m) un bruit d'amplitude 10 μGal et un régional polynomial d'amplitude 15 μGal (ill. 13). Tous les maxima et minima de probabilité supérieurs à 0,2 en valeur absolue ont été reportés sur la carte de l'illustration 14. Les probabilités positives (excès de masse) y sont indiquées par un carré rouge et les probabilités négatives (déficit de masse) par un carré bleu. La couleur du centre des carrés est fonction de la profondeur de la source : verte, si la profondeur est inférieure à celle de la sphère (90 m), jaune, pour les profondeurs du même ordre, orange pour les profondeurs supérieures. La position de la sphère apparaît ainsi légèrement décalée par le régional, avec une probabilité de - 0,56.

Les cartes de probabilités sont également influencées par le régional en particulier celles des niveaux les plus profonds (ill. 15) et un extremum de probabilité, interprété par une source à 67 m de profondeur, apparaît au minimum de l'anomalie régionale. Les probabilités négatives traduisant l'effet régional sont trop fortes dans la partie droite de la carte pour que les sources plus superficielles, correspondant à des maxima locaux moins intenses, soient décelées. En effet, sur une verticale, la procédure actuelle ne retient qu'un minimum de probabilité (une seule source possible, pour chaque verticale).

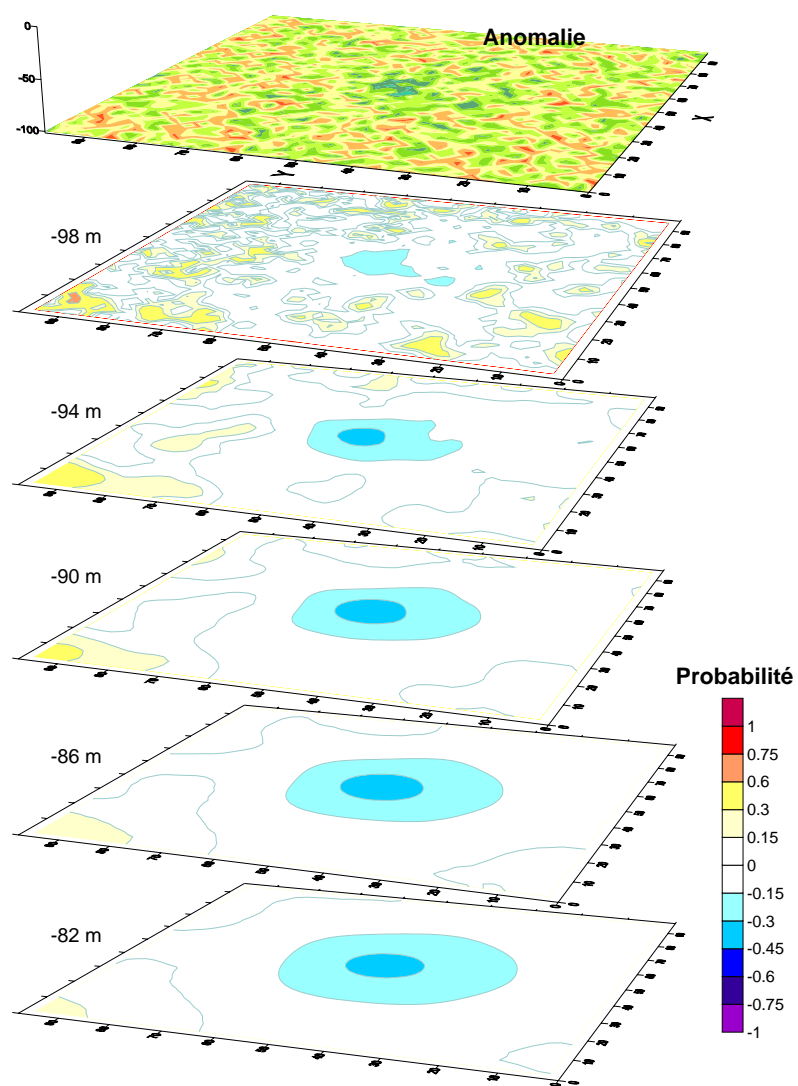


Illustration 12 - Probabilités calculées, en présence de bruit, pour les niveaux - 98, - 94, - 90, - 86 et - 82 m.

Les effets du bruit sont concentrés dans les niveaux superficiels.

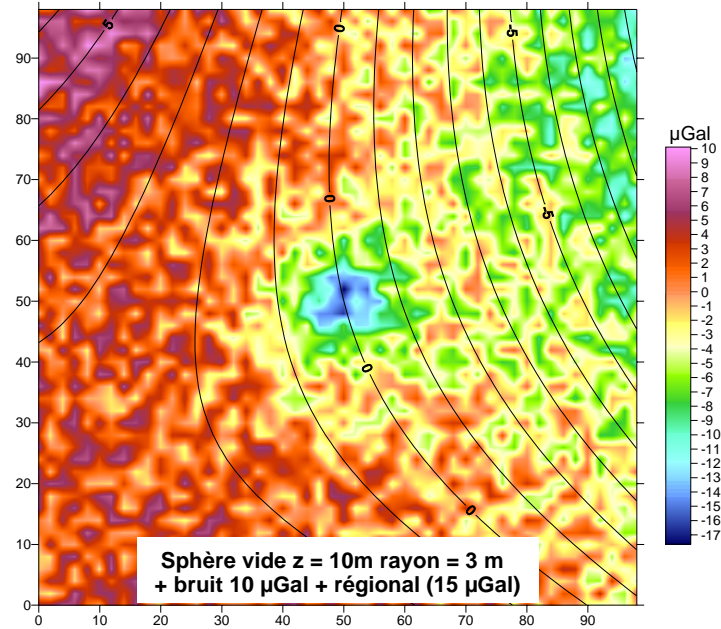


Illustration 13 - Modèle synthétique bruité et affecté d'un régional polynomial (courbes noires) utilisé pour tester la tomographie probabiliste.

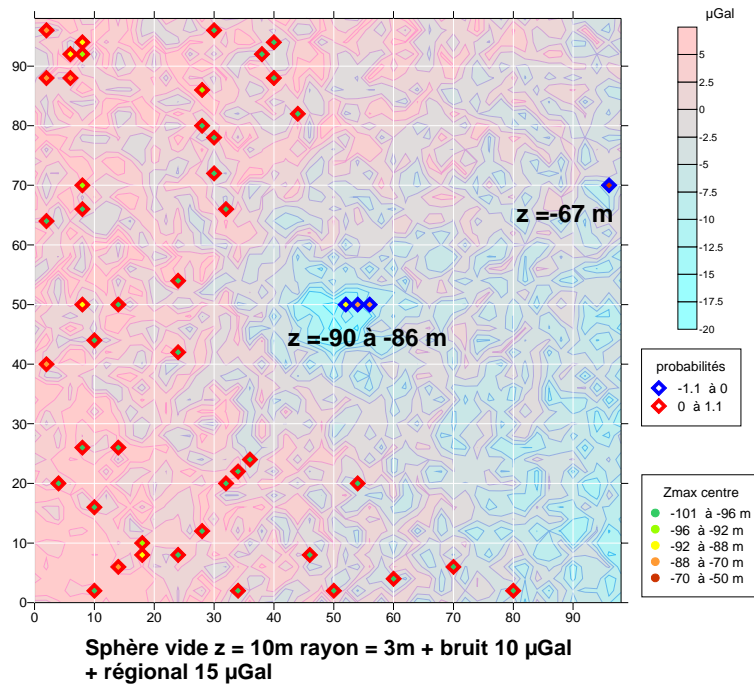


Illustration 14 - Carte de localisation des sources identifiées en présence de bruit et d'un régional.

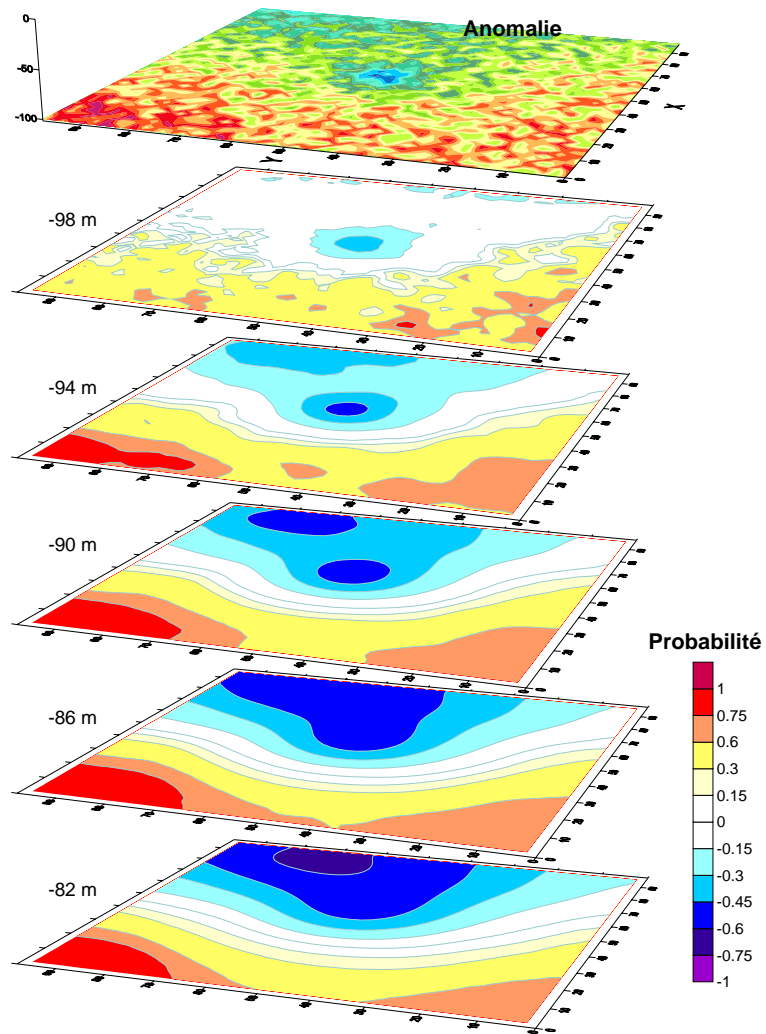


Illustration 15 - Probabilités calculées, en présence de bruit et d'un régional, pour les niveaux - 98, - 94, - 90, - 86 et - 82 m.

Les perturbations induites par la présence d'un effet régional sont d'autant plus importantes que les longueurs d'onde des effets régionaux sont proches de celles des anomalies à considérer. En cas de fort régional ou d'anomalies coalescentes, il peut être intéressant d'appliquer la procédure à une transformation en gradient vertical en modifiant en conséquence le noyau A de l'équation 5.

5.3. TESTS SUR DES DONNÉES RÉELLES

Cette méthode de tomographie a été appliquée aux données microgravimétriques de Jurques, Calvados (levé de 2002, phase 1) et plus particulièrement sur les anomalies A (ill. 16). On utilise une anomalie résiduelle d'ordre 4 disponible sur une grille de 26 par 60 échantillons à la maille de 2 par 2 m. Cette grille a été interpolée à partir de mesures réalisées à la maille de 7,5 par 7,5 m avec des resserrements à la maille de 5 par 5 m. L'altitude de la zone, prise par rapport à une référence arbitraire, varie de 10 à 16 m, ce qui correspond à une cote de - 10 à - 16 m dans le système de représentation des profondeurs utilisé pour l'inversion.

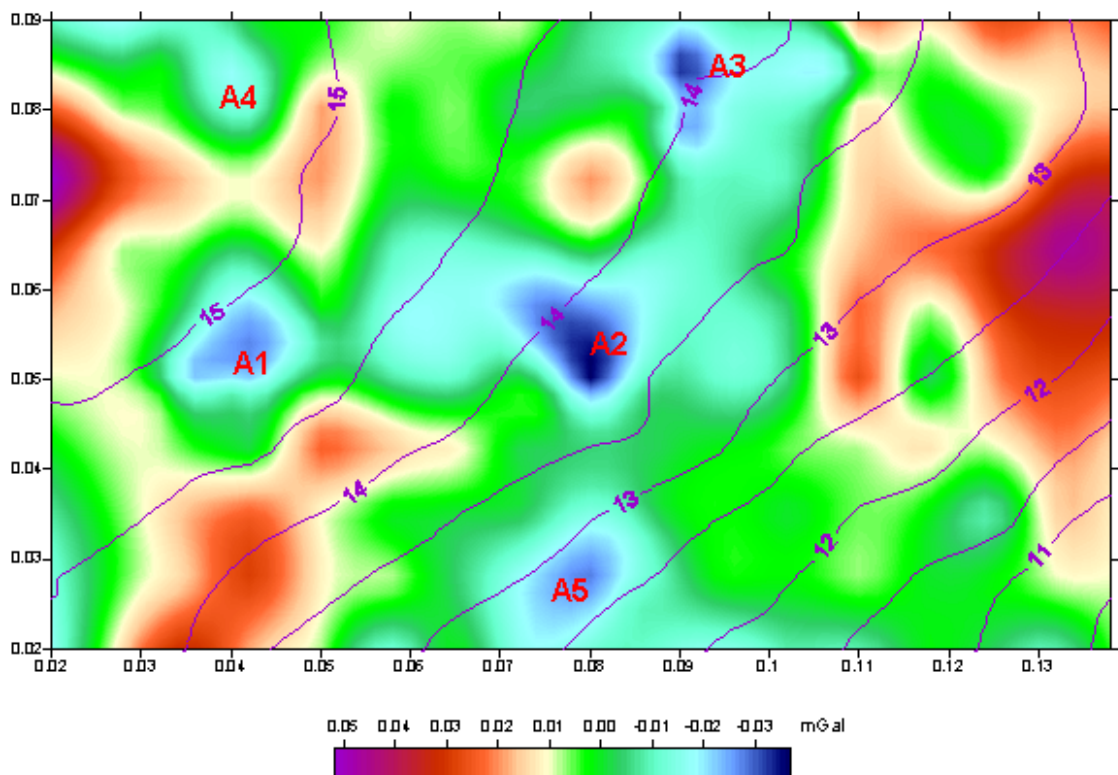


Illustration 16 - Carte de l'anomalie résiduelle mesurée à Jurques avec superposition de la topographie.

La tomographie a été réalisée sur une grille 3D de 2 m par 2 m en horizontal et 1 m en vertical. Pour les deux anomalies les plus caractéristiques A1 et A2, les profondeurs des sources seraient d'environ 4 m sous la topographie, pour la première, et 8 m, pour la seconde (ill. 17). Les forages implantés sur ces anomalies ont recoupé, à une vingtaine de mètres de profondeur, des vides correspondant à des chambres exploitées. Ces vides sont trop profonds pour être à l'origine des anomalies locales. L'un des sondages, implanté sur l'anomalie A2, a également rencontré une cavité entre 7,5 et 9,5 m. Ce vide surmonte une zone de terrains décomprimés et pourrait correspondre à une remontée de fontis. Le résultat de la tomographie confirme donc que des vides ou des zones de faiblesses superficiels sont très probablement présents et seraient à l'origine des anomalies les plus intenses et les plus localisées.

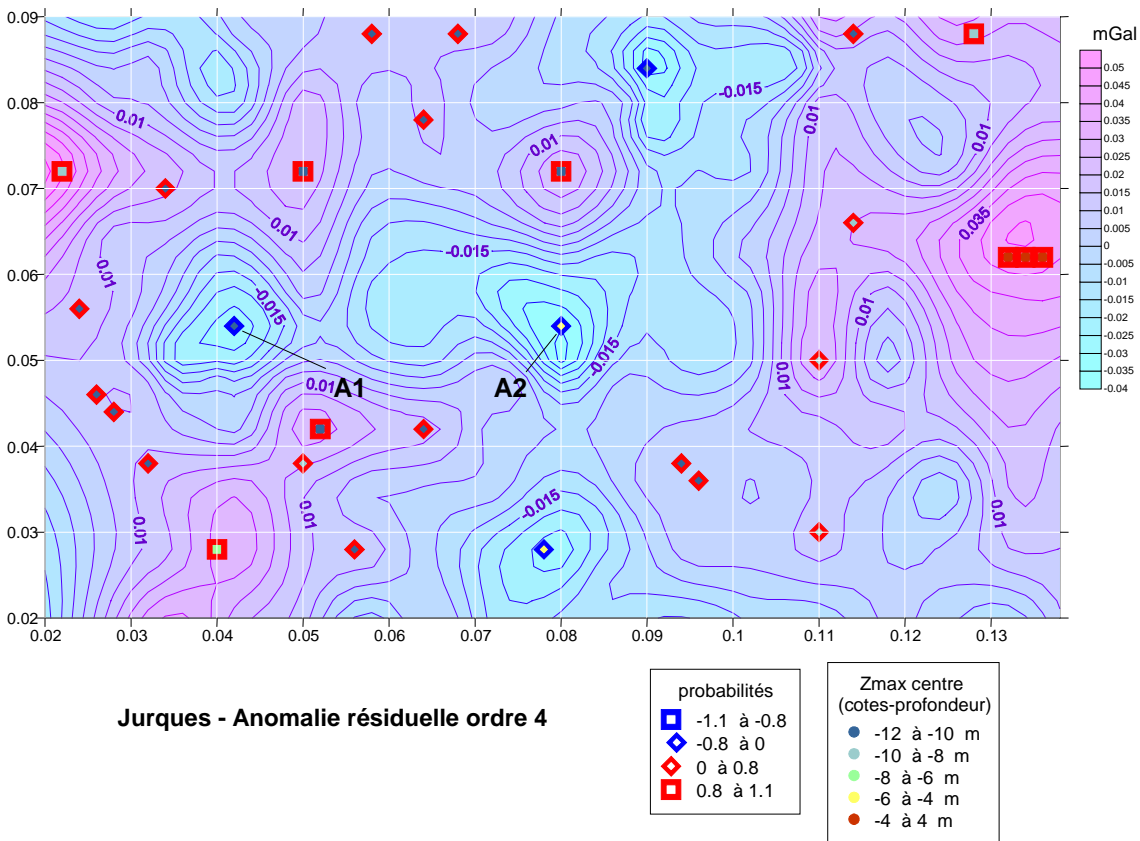


Illustration 17 - Carte de localisation des hétérogénéités de densité détectées par la tomographie probabiliste sur les anomalies A de Jurques.

5.4. PERSPECTIVES

La méthode de « scan 3D » permet d'estimer la **probabilité** de présence d'une source gravimétrique en un point donné et la profondeur de cette source. De ce fait, elle devrait pouvoir constituer une aide pour l'implantation des forages de contrôle des anomalies microgravimétriques. Les avantages de cette méthode sont les suivants :

- inversion ne nécessitant pas de connaissances ou d'hypothèses *a priori* sur la géométrie et les densités des sources ;
- méthode peu sensible au bruit et relativement peu sensible à l'incertitude sur le régional ;
- méthode permettant la prise en compte de la topographie.

Des développements complémentaires devraient également permettre d'utiliser d'autre fonction noyau que le champ d'une sphère (gradient vertical, effets de cylindres horizontaux ou verticaux, etc.) et d'estimer la masse anormale et pour un contraste donné, le volume anomal.

6. Déconvolution d'Euler

6.1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE ET ADAPTATION RÉALISÉE

Initialement développée pour l'interprétation des données aéromagnétiques, la déconvolution d'Euler utilise le champ et ses trois gradients (deux horizontaux et un vertical) pour localiser les sources des anomalies. Cette méthode permet ainsi d'obtenir rapidement une estimation de la profondeur des sources. La fonction magnétique ou gravimétrique à interpréter, T , est interpolée sur une grille régulière et les gradients sont calculés à partir de cette grille. L'estimation du niveau régional des anomalies, B , et de l'indice structural, N , qui caractérise le type de source, est fondamental pour une bonne application de la méthode, comme le montre l'équation d'homogénéité d'Euler qui en est la base (Thomson, 1982 ; Reid *et al.*, 1990) :

(6)

$$(x - x_0) \frac{\partial T}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial T}{\partial y} + (z - z_0) \frac{\partial T}{\partial z} = N(B - T),$$

où (x_0, y_0, z_0) est la position de la source dont l'effet est détecté en (x, y, z) .

L'indice structural, N , est une fonction du degré de dérivation (source et/ou champ) et caractérise le degré de décroissance de l'effet en fonction de la distance à la source (tabl. 1). Ainsi, pour un type de source donné, l'indice structural augmente de 1 si on dérive le champ. Par ailleurs, les indices structuraux gravimétriques sont inférieurs de 1 aux indices structuraux magnétiques. En effet, on peut passer du champ magnétique d'une source à son champ gravimétrique par la relation de Poisson impliquant une réduction au pôle suivi d'une intégration verticale. Pour les modèles contacts et dykes, les équations d'Euler ne sont donc pas directement applicables au champ gravimétrique car elles correspondraient à un indice structural négatif ou nul (effet croissant avec la distance).

L'équation (6) montre que si un niveau régional indéterminé est présent l'indice structural ne pourra être estimé directement. Il devra résulter de la connaissance du contexte géologique et structural ou être choisi après une série d'essais en fonction de la qualité du résultat (solutions bien groupées, faibles erreurs d'estimation, etc.). Les méthodes d'Euler étendues (Mushayandebvu *et al.*, 1999), qui font appel à un nombre plus important d'équations, permettent une estimation directe de l'ensemble des paramètres, en particulier la profondeur et l'indice structural.

Une autre voie, basée sur l'utilisation de fonctions dérivées du champ, a été proposée (Fedi et Florio, 2002 ; Keating et Pilkington, 2004) : l'emploi d'une dérivée réduit très fortement les tendances régionales et les effets de coalescence de sources proches, rendant possible l'estimation directe de la position et de l'indice structural par l'équation 6 (avec $B = 0$). Cette approche est particulièrement bien adaptée au cas de la

gravimétrie, puisqu'elle élimine la possibilité d'indices structuraux qui seraient négatifs, d'après la théorie, ce qui est en pratique impossible. De plus, les structures profondes ne présentent généralement pas d'intérêt en microgravimétrie et sont généralement éliminées avant toute interprétation quantitative. On peut travailler sur le gradient vertical gravimétrique ou sur toute autre fonction dérivée. Ainsi, Keating et Pilkington utilisent, à la place du champ, le signal analytique 3D et considèrent que si une fonction est homogène de degré N , son signal analytique est homogène de degré $N + 1$ (tabl. 1).

Fonction Structures	Champ magnétique	Dérivée verticale ou signal analytique magnétique	Dérivée verticale ou signal analytique gravimétrique	Champ gravimétrique
Contact infini vers le bas	0	1	0	(en théorie - 1)
Contact limité (« step »)	0,5	1,5	0,5	(en théorie - 0,5)
Dyke infini, ligne de pôle magnétique (« sheet »)	1	2	1	0
Cylindre horizontal, ligne de dipôle magnétique	2	3	2	1
Cylindre vertical infini, monopole magnétique (« pipe »)	2	3	2	1
Sphère, point dipôle magnétique	3	4	3	2

Tableau 1 - Indices structuraux théoriques, N , de sources simples en magnétisme et gravimétrie.

La profondeur z_0 de la source peut être déterminée de deux manières différentes :

- par résolution de l'équation d'Euler **(6)** ;
- à partir de l'indice structural, N , calculé par résolution de l'équation d'Euler et du rapport entre la fonction interprétée T_0 et son gradient vertical T'_0 , au point (x_0, y_0) par la relation : $z_{0\text{ bis}} = N * T_0 / T'_0$, (Keating et Pilkington, 2004).

En pratique, la procédure de déconvolution d'Euler qui a été mise au point repose sur des choix et sur une stratégie de sélection et de regroupement des solutions d'Euler qui s'inspirent des travaux publiés. Les principes suivants sont appliqués :

- La procédure peut être appliquée sur un champ résiduel, un gradient vertical ou un signal analytique gravimétrique ou magnétique. Dans tous les cas, on suppose qu'il n'y a pas de tendance régionale ($B = 0$). Il faut fournir en entrée la fonction à interpréter et ses trois dérivées. Les dérivées seront calculées dans le domaine fréquentiel en utilisant le programme TRANSF, qui comporte en particulier la possibilité de calculer la dérivée verticale du signal analytique (signal d'ordre 1) selon la formulation adéquate (Debeglia et Corpel, 1997). Pour le calcul des transformations, si les données sont bruitées, un lissage par prolongement vers le haut sera préférable à un filtrage. La hauteur de prolongement devra être prise en compte dans l'interprétation des résultats. Il faudra également faire attention au signe des gradients horizontaux (les axes x et y peuvent être inversés dans certains programmes de transformation, dans ce cas z et N sont négatifs et on n'a pas de solutions finales).
- Dans une fenêtre de taille n par n , on résout l'équation (6) par SVD (Singular Value Decomposition). L'algorithme de SVD utilisé est celui de IMSL- Fortran90 (Visual Numerics). On en déduit la localisation de la source, (x_0, y_0, z_0) . L'indice structural N peut-être calculé ou fixé. L'algorithme fournit également la matrice R des résidus relatifs de la solution et le résidu moyen relatif, r_0 de la solution. La taille de la fenêtre de calcul doit être fournie. Son choix est fonction de la dimension moyenne des anomalies et du bruit. On peut également itérer sur plusieurs tailles de fenêtres successives.
- Outre la taille de la fenêtre, n , les paramètres de contrôle sont le nombre minimal, k_{min} , de solutions élémentaires devant intervenir dans les regroupements finaux de solutions et des seuils de proximité ainsi définis :
 - seuil de distance horizontale donné par $cdxy$ (généralement 0,1 à 0,5) fois la diagonale du pas de la grille ;
 - seuil de différence verticale relative donné par cdz (généralement 0,2 à 0,5) ;
 - seuil de distance entre indices structuraux donné par cdn (généralement 0,1 à 0,5).
- La solution obtenue dans une fenêtre est sélectionnée, si :
 - la profondeur z_0 est positive (on suppose que les mesures sont toutes sur le plan $z = 0$, mais la prise en compte de la topographie serait possible) ;
 - l'indice structural, N , est compris entre 0 et 4 ;
 - la solution est localisée à l'intérieur de la grille, à au moins deux mailles des bords ;
 - la solution est localisée sur un extremum, soit, de la résiduelle, du gradient vertical ou du signal analytique, soit du gradient horizontal. Ce critère est justifié par le fait que les « bonnes » solutions d'Euler se concentrent au-dessus des contacts des structures (qui correspondent à des extremums du gradient horizontal et du signal analytique, si les structures sont suffisamment larges ou à des extremums du champ, du gradient vertical et du signal analytique, pour

des structures peu épaisses). Pour tester si la solution est sur un extremum, on compte le nombre de points de grille, k_{sup} , parmi les 8 points proches de la maille encadrant la solution tels que la fonction soit un extremum (maximum ou minimum, en champ ou en gradient vertical, maximum, en signal analytique). k_{sup} doit être au moins de 5 sur 8 pour que le point soit considéré comme un extremum.

- Les solutions proches sont ensuite moyennées (sans pondération) par groupes de k solutions, le critère de proximité étant le suivant :
 - distance horizontale inférieure à $cdxy$ fois la diagonale du pas de la grille ;
 - différences verticales relatives inférieures à cdz (pour z_0 et z_{0bis}) ;
 - indices structuraux à moins de cdn près ;
 - même caractérisation de l'extremum.
- Au final on ne garde que les solutions moyennes telles que le nombre de solutions élémentaires regroupées, k , soit supérieur au paramètre k_{min} fourni par l'utilisateur. Les solutions moyennes ainsi obtenues sont caractérisées par :
 - leur localisation moyenne (x_m, y_m, z_m), l'indice structural moyen, N_m et le résidu moyen relatif, rm , résultant de la résolution de l'équation d'Euler ;
 - le nombre, k , de solutions élémentaires intégrées ;
 - les erreurs, $err_x, err_y, err_z, err_m$, sur les paramètres de la solution ($err = \text{écart type} / \sqrt{k}$) ;
 - les paramètres de qualité de l'extremum, en signal analytique (ou résiduelle ou gradient vertical), $ksup_{sa}$, et en gradient horizontal, $ksup_{gh}$;
 - l'estimation moyenne de la profondeur de la source, $z_{0bis} m$, par la méthode de Keating et Pilkington (2004), où N peut être soit l'indice structural moyen calculé par déconvolution d'Euler, soit une autre valeur imposée pour toutes les solutions.

Le résidu moyen, rm et les incertitudes, $err_x, err_y, err_z, err_m$, sur les paramètres des solutions moyennes peuvent être enfin utilisés pour sélectionner les résultats les plus fiables.

L'opération de regroupement pourrait être encore optimisée en utilisant un algorithme de « clustering » inspiré des techniques d'intelligence artificielle comme proposé par Mikhailov *et al.* (2003). Le clustering serait effectué dans un espace 4D, $\{x_0, y_0, z_0, N\}$. Cela rendrait la procédure plus simple pour l'utilisateur, qui n'aurait plus à spécifier les paramètres $cdxy, cdz$ et cdn , et conduirait probablement à des solutions plus fiables.

6.2. TESTS SUR DES DONNÉES SYNTHÉTIQUES

Les effets des modèles sont calculés à partir de leur expression analytique par le module BATIMOD (modélisation 3D en gravimétrie et effets de bâtiments). Le signal analytique et ses dérivées sont obtenus soit par leur expression analytique, soit par

transformation fréquentielle (TRANSF) afin de simuler des conditions d'application réelle de la méthode et non par leur expression analytique. Toutes les grilles ont des extensions de 200 par 200 m et ont été calculées au pas de 2 par 2 m.

6.2.1. Test sur un modèle de sphère, en champ, en gradient vertical et en signal analytique gravimétrique

Ce modèle est constitué d'une sphère de 15 m de rayon, centrée à 30 m de profondeur. Les résultats des tests sont résumés dans le tableau 2.

	X0 (km)	Y0 (km)	Z0 (m)	SI
<i>Modèle théorique en champ</i>	0,1	0,1	30	2
Résultat Euler, champ (n = 11)	0,1	0,1	29,7	2,09
<i>Modèle théorique en signal analytique</i>	0,1	0,1	30	3
Résultat Euler, Signal analytique expression exacte (n = 11)	0,1	0,1	30	3,0
Résultat Euler, Signal analytique calculé en fréquentiel (n = 11)	0,1	0,1	34	3,4
Signal analytique (n = 5)	0,0999	0,1	33,6	3,38
<i>Modèle théorique en gradient vertical</i>	0,1	0,1	30	3
Résultat Euler, gradient vertical calculé en fréquentiel (n = 11)	0,1	0,1	30,63	3,08

Tableau 2 - Résultats des déterminations par déconvolution d'Euler pour un modèle de sphère, en l'absence de bruit.

En champ, on a utilisé l'expression analytique exacte du champ et les gradients ont été calculés par transformations fréquentielles. La profondeur trouvée, 29,7 m, est très proche de la profondeur théorique, 30 m, et l'indice structural est proche de 2, donc conforme à la théorie.

En signal analytique, lorsque le signal et ses gradients sont calculés par leurs expressions théoriques exactes, conformément aux formules données en annexe, la profondeur obtenue, 30 m, et l'indice structural, 3, sont également conformes à la théorie. Lorsque le signal et ses dérivées sont calculés par combinaison de dérivations dans le domaine fréquentiel, la profondeur obtenue, 34 m, et l'indice structural, 3.4, s'éloignent légèrement des valeurs théoriques. Des tailles de fenêtres variables, n , ont été testées : de 5 à 17 échantillons. Les résultats dépendent peu de la taille de cette fenêtre.

En gradient vertical (expression analytique exacte et gradients calculés par transformations fréquentielles) la profondeur trouvée, 30,63 m, est proche de la profondeur théorique, 30 m, et l'indice structural est proche de 3, donc également conforme à la théorie.

Cette première série de tests montre que les profondeurs et indices structuraux théoriques sont correctement retrouvés par la déconvolution d'Euler quelle que soit la fonction utilisée, champ, gradient vertical ou signal analytique. Cependant les bruits numériques introduits par les dérivations lors du calcul du signal analytique peuvent introduire des imprécisions qui conduisent ici à des profondeurs légèrement surestimées.

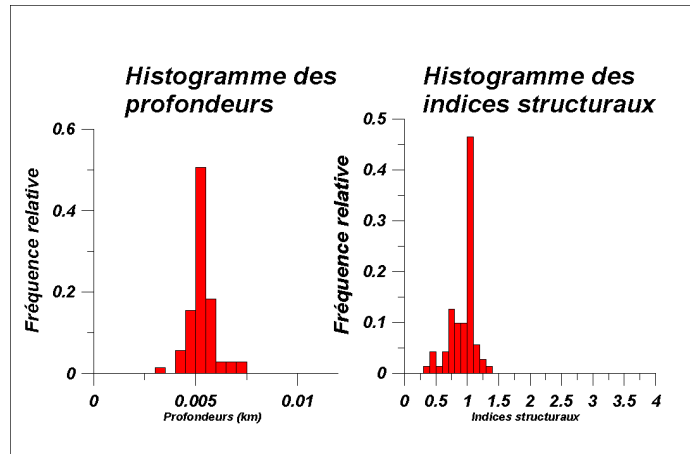
6.2.2. Test sur un modèle de cylindre horizontal, en champ, en gradient vertical et en signal analytique gravimétrique

Ce modèle est constitué d'un cylindre horizontal de 1 m de rayon, centré à 5 m de profondeur.

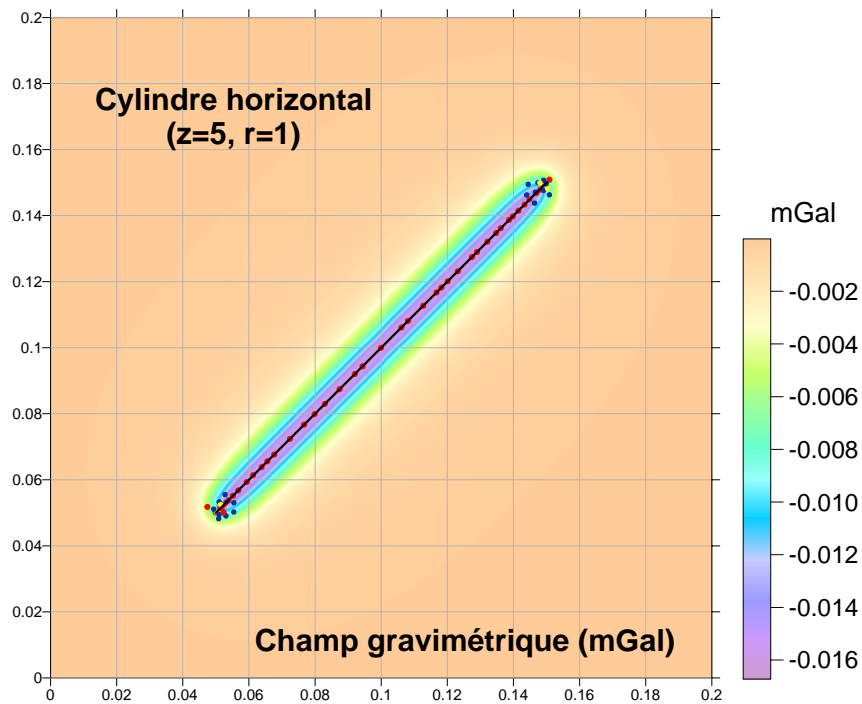
Une première série de tests a été réalisée en champ calculé par son expression analytique exacte et avec des gradients calculés par transformations fréquentielles. Les résultats sont conformes à la théorie. Par exemple, avec une fenêtre de 5 par 5, et des seuils respectifs, définis par $cdxy = cdz = 0,5$ et $cdn = 0,1$, la profondeur moyenne, 5,27 m, et l'indice structural moyen, 0,93 sont proches des valeurs théoriques, 5 m et 1 (ill. 18a). Les sources d'Euler sont correctement localisées par rapport à la position théorique (ill. 18b).

Les résultats avant regroupement et tri sont par contre beaucoup plus dispersés (ill. 19 a et b), ce qui montre l'importance de ces étapes. Avec des seuils plus sélectifs on peut avoir des résultats encore plus proches des valeurs théoriques mais au détriment du nombre de solutions.

En gradient vertical prolongé vers le haut de 2 m, avec une fenêtre de 5 par 5, et des seuils respectifs, définis par $cdxy = cdz = 0.5$ et $cdn = 0.1$, la profondeur moyenne, 5,06 m, et l'indice structural moyen, 2,015 sont très proches des valeurs théoriques, 5 m et 2 (ill. 20). Les sources d'Euler sont correctement localisées par rapport à la position théorique. Les gradients et la dérivée seconde sont calculés par transformation fréquentielle, sans autre filtrage que le prolongement vers le haut.



a) Histogramme des solutions d'Euler

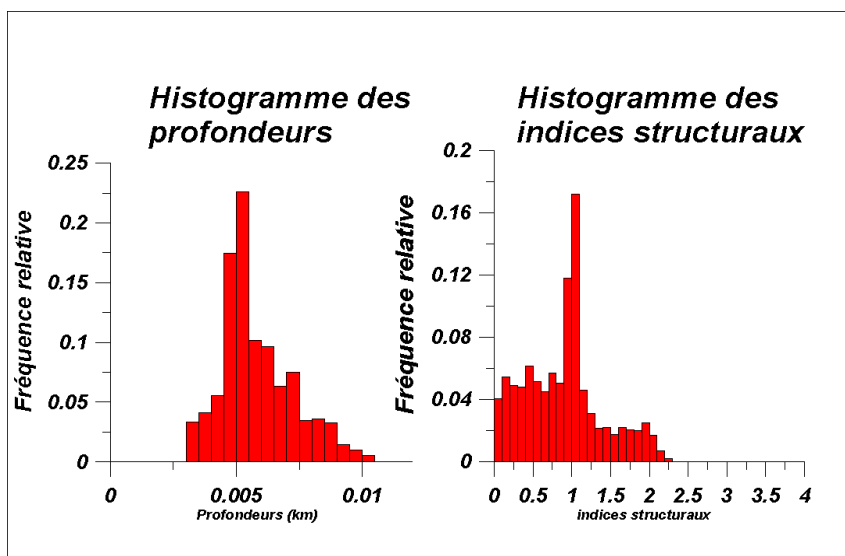


**Profondeurs moyennes des solutions
après regroupement ($cdz=0.5, cdn=0.1, fen=5$)**

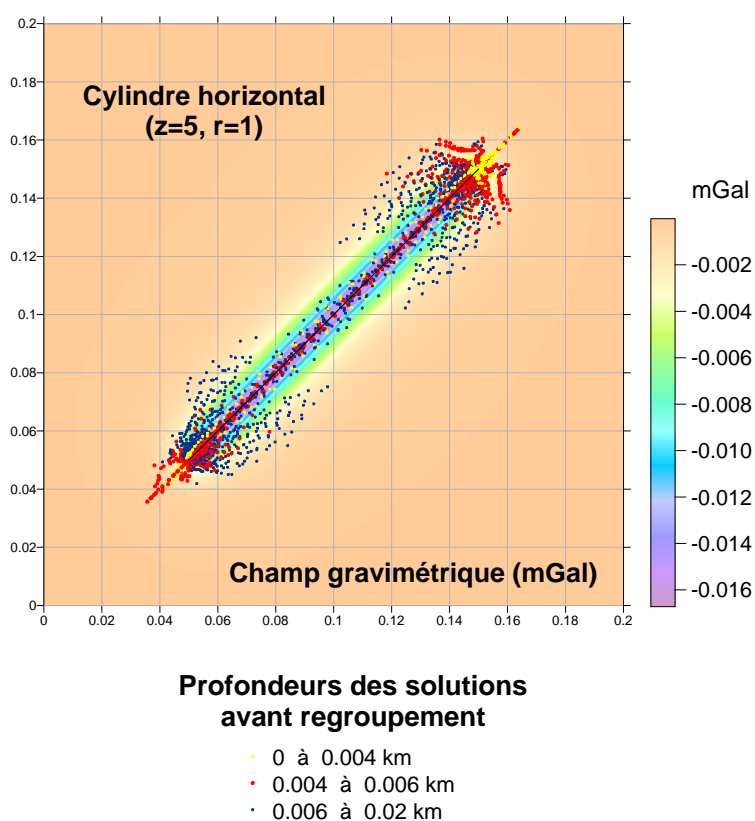
- 0.003 à 0.0045 km
- 0.0045 à 0.0055 km
- 0.0055 à 0.007 km

b) Carte de localisation des solutions d'Euler. Le trait noir indique la position de l'axe du cylindre

Illustration 18 - Résultats finaux de la déconvolution d'Euler du champ gravimétrique du cylindre horizontal.



a) Histogramme des solutions d'Euler brutes



b) Carte de localisation des solutions d'Euler brutes

Illustration 19 - Résultats de la déconvolution d'Euler du champ gravimétrique du cylindre horizontal avant sélection et regroupement des solutions.

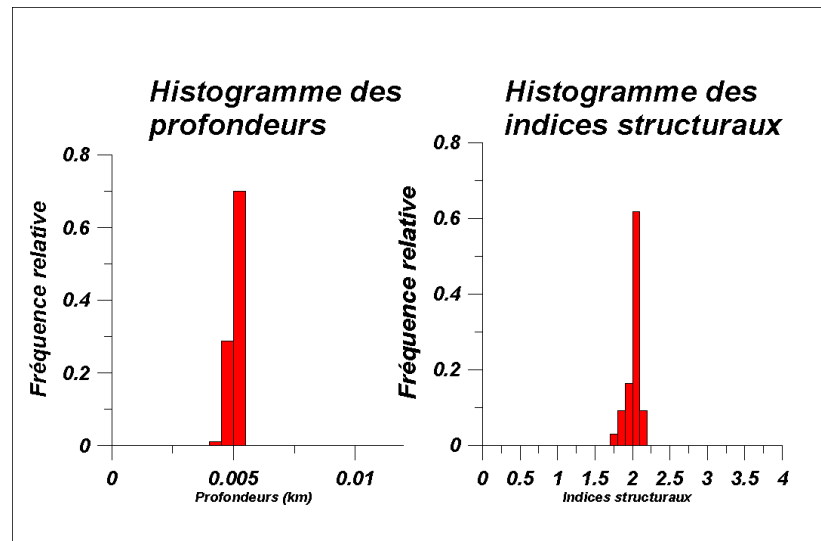


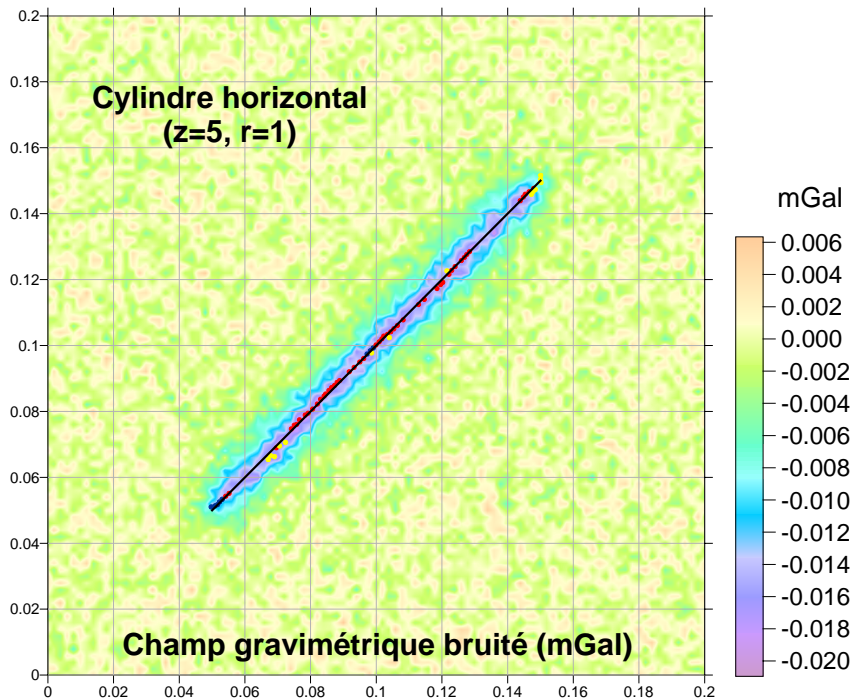
Illustration 20 - Histogramme des solutions d'Euler obtenues par l'analyse du gradient vertical gravimétrique du cylindre horizontal.

En signal analytique prolongé ou non, on obtient des solutions d'Euler un peu plus profondes que la théorie, de 7 à 8,5 m au lieu de 5 m et des indices structuraux de l'ordre de 2,8, également plus élevés que la valeur attendue, 2. On observe donc la même tendance que pour la sphère. Par ailleurs, les solutions acceptables sont concentrées aux extrémités du cylindre. L'intérêt d'utiliser le signal analytique en gravimétrie ne paraît pas évident, la transformation en gradient vertical étant plus focalisante et mieux apte à atténuer les effets de coalescence et les effets régionaux.

6.2.3. Test sur un modèle de cylindre horizontal, en présence de bruit

Un bruit gaussien, de moyenne nulle et d'écart-type égal à $2 \mu\text{Gal}$, soit 12,5 % de l'amplitude du signal ($16 \mu\text{Gal}$) a été ajouté à l'effet du cylindre précédent. L'interprétation a été réalisée en gradient vertical prolongé vers le haut de 5 m. Les gradients et la dérivée seconde sont calculés par transformation fréquentielle, sans filtrage. Plusieurs tests ont été réalisés en faisant varier la taille de la fenêtre et les différents seuils. Les sources d'Euler sont correctement localisées par rapport à la position théorique (ill. 21a). Le nombre de solutions acceptables varie en fonction des paramètres choisis mais les profondeurs et indices structuraux trouvés sont dans tous les cas toujours plus faibles que la valeur théorique attendue (ill. 21b).

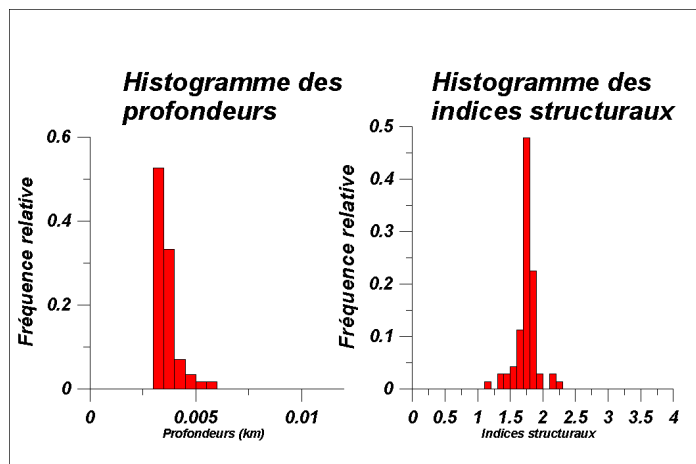
Les déterminations de profondeur par la méthode de Keating et Pilkington, z_0 bis, étant plus proches de la valeur théorique exacte que l'estimation directe par l'inversion d'Euler, z_0 .



**Profondeurs moyennes des solutions
calculées à partir du gradient vertical**

- 0 à 0.003 km
- 0.003 à 0.004 km
- 0.004 à 0.006 km

a) - Carte de localisation des solutions d'Euler finales



b) Histogramme des solutions d'Euler finales

Illustration 21 - Résultats de la déconvolution d'Euler en gradient vertical du modèle de cylindre horizontal bruité.

Test sur un modèle gravimétrique complexe

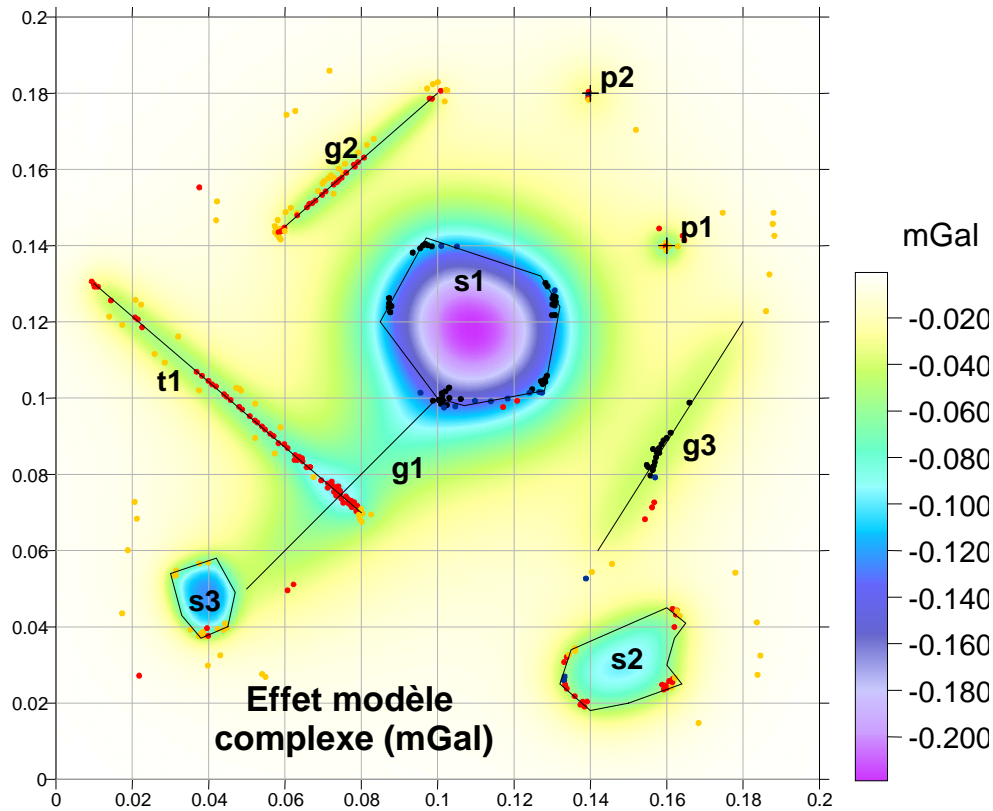
Le modèle est constitué de plusieurs structures de géométries, profondeurs et tailles différentes dont les caractéristiques sont indiquées dans le tableau 3. En s'additionnant, les effets individuels de chacune de ces structures créent des effets de coalescence entre anomalies voisines, qui, comme dans la réalité, sont susceptibles d'affecter les interprétations.

Structure	type	Rayon (m)	Z centre (m)	Z toit (m)	Z base (m)	Densité
Galerie g1	Cylindre horizontal	3	18,5	-	-	0
Galerie g2	Cylindre horizontal	1,5	4	-	-	0
Galerie g3	Cylindre horizontal	2	10	-	-	0
Tunnel t1	Demi-cylindre horizontal	2	7	-	-	0
Puits p1	Cylindre vertical	2	-	2	14	0
Puits p2	Cylindre vertical	2	-	5	12	0
Salle s1	Structure verticale	-	-	14	20	0
Salle s2	Structure verticale	-	-	5	7	0
Salle s3	Structure verticale	-	-	4	7	0

Tableau 3 - Caractéristique des structures du modèle complexe utilisé pour tester la déconvolution d'Euler.

Des fenêtres d'analyse de 21 par 21 à 9 par 9 ont été successivement testées. On a retenu la taille de fenêtre 11 par 11 pour laquelle le nombre de solutions d'Euler initiales est maximal. On obtient ainsi 2 050 solutions qui ont été ensuite regroupées en 306 solutions finales (ill. 22). Les paramètres de regroupement sont les suivants : $k_{min} = 2$, $cd_{xy} = 0,25$ (soit un seuil de distance horizontale de 0,7 m, compte tenu du pas de 2 par 2 m de la grille), $cd_z = 0,5$, $cd_n = 0,25$. Des seuils plus restrictifs, permettent d'éliminer la totalité des solutions isolées non significatives, mais au détriment du nombre de solutions.

La galerie g1, profonde de 15 m, est la seule structure qui n'est pas détectée. Les autres structures sont toutes caractérisées par un nombre de solutions qui varie de 4 solutions pour le puits, p2, à 85 solutions pour le tunnel t1. Les solutions sont assez correctement localisées soit sur les axes, soit sur les bords des structures.



Profondeurs moyennes des solutions

- 0 à 0.004 km
- 0.004 à 0.008 km
- 0.008 à 0.011 km
- 0.011 à 0.03 km

Illustration 22 - Carte des solutions d'Euler ($x_0 y_0 z_0$) calculées à partir du gradient vertical du modèle complexe.

Les résultats de la déconvolution d'Euler ont été analysés statistiquement pour chaque structure. Pour chaque type de structure, cylindres horizontaux (ill. 23), cylindres verticaux (ill. 24) et structures verticales quelconques (ill. 25), ces résultats ont été représentés en section verticale. Les sections des structures théoriques, en rouge, peuvent être ainsi comparées à une représentation moyenne des solutions d'Euler

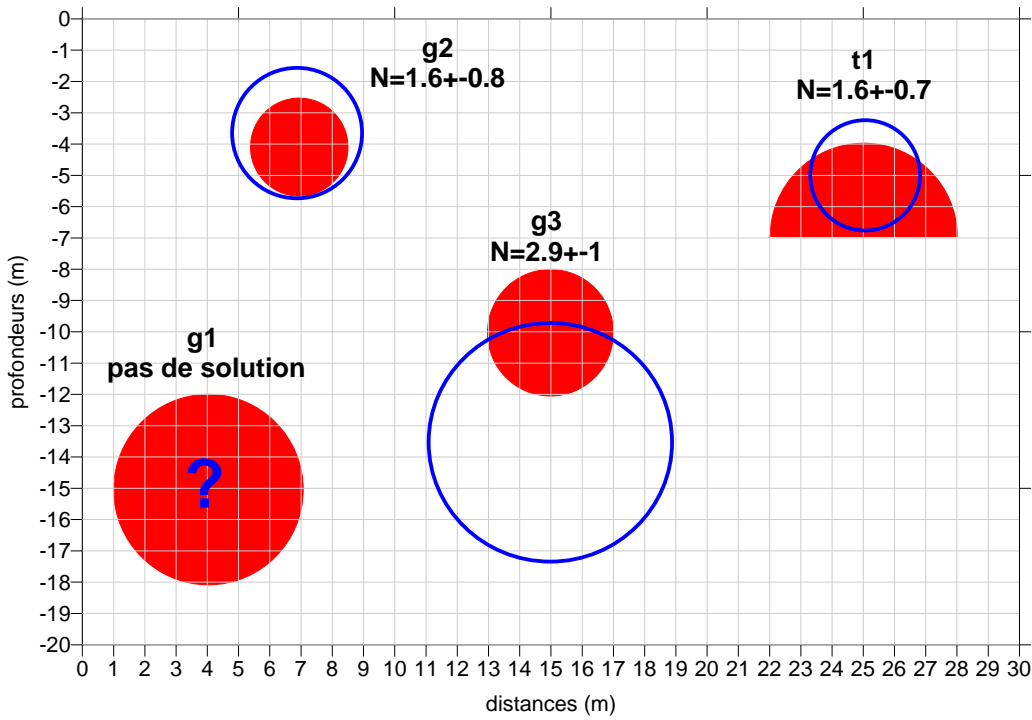
schématisée par des cercles bleus, centrés sur la moyenne des profondeurs d'Euler et de rayon égal à leur écart-type.

Les structures g2 et t1, les plus superficielles, sont les mieux interprétées. L'approximation du demi-cylindre t1 par un cylindre n'affecte pas l'estimation de la profondeur. La galerie g3, située à 10 m de profondeur, est interprétée par des sources plus profondes, assez fortement dispersées. La galerie g1, dont l'axe est à 15 m de profondeur et dont l'effet est perturbé par celui de structures proches plus superficielles, n'est pas détectée. Les indices structuraux moyens, qui, en gradient vertical gravimétrique, devraient être de 2 pour les cylindres et probablement un peu plus faible pour le demi-cylindre, varient de 1,6 à 2,9, avec une assez forte dispersion des estimations.

La profondeur des puits, p1 et p2, devrait, pour des cylindres verticaux infinis vers le bas, être celle du toit de la structure. Du fait de la limitation vers le bas, il est normal de trouver des profondeurs légèrement surestimées par rapport à celle des toits des structures (ill. 24). Du fait de la limitation vers le bas également, les indices structuraux devraient théoriquement être compris entre 2 (valeur théorique pour des cylindres verticaux infinis vers le bas) et 3 (valeur théorique pour la sphère). La valeur N obtenue pour p1 est donc conforme à la théorie. La valeur de N obtenue pour p2 est légèrement surestimée.

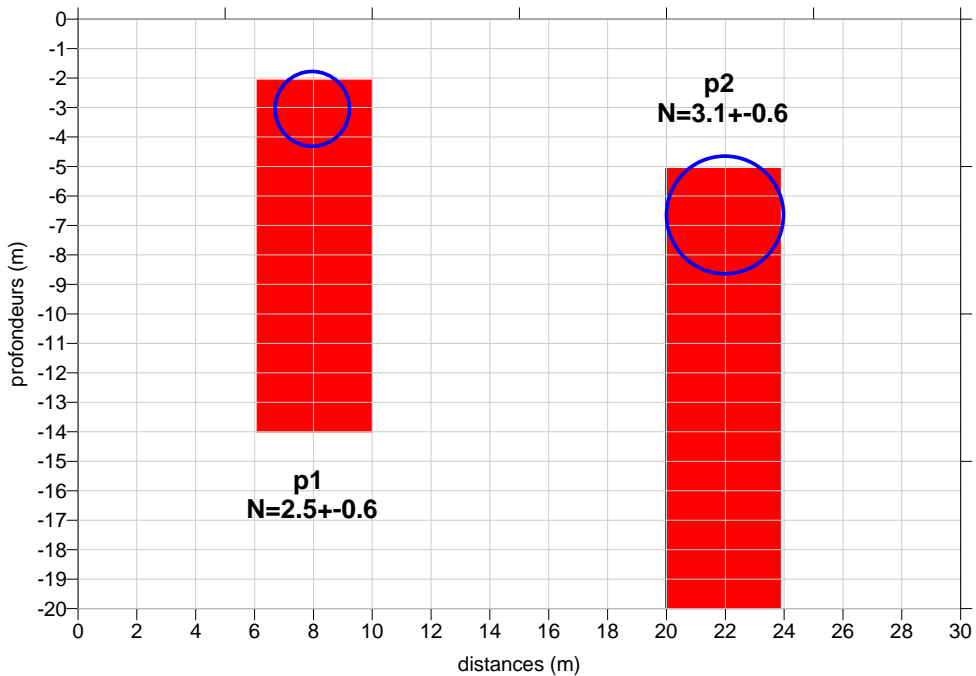
Conformément à la théorie, les structures s1, s2 et s3 sont détectées par leurs bordures qui sont à considérer comme des contacts limités vers le bas (ill. 25). D'après la théorie, et pour des contacts d'extension horizontale infinie, on devrait obtenir des solutions concentrées au toit et à la base de la structure. En pratique, les solutions relatives à la base sont rarement détectées et les solutions se concentrent au voisinage du toit de la structure, pour des corps épais ou à la profondeur moyenne, pour des structures plus minces. Les profondeurs obtenues pour les trois structures sont donc correctes. Du fait de la limitation horizontale et vers le bas des contacts, les indices structuraux devraient théoriquement être compris entre 0,5 (valeur théorique pour un contact limité vers le bas) et 1 (valeur théorique pour un contact infini) ou plus, si on prend en compte la limitation horizontale des structures. Les indices structuraux obtenus sont donc conformes à la théorie.

Ces tests sur des données théoriques montrent que l'utilisation du gradient vertical prolongé vers le haut est un bon compromis : la dérivation permet de réduire les effets de coalescence de structures proches et d'éliminer les tendances régionales ce qui est indispensable pour appliquer l'équation d'Euler **(6)** avec B nul. Le prolongement vers le haut permet d'atténuer le bruit. Les résultats ainsi obtenus sur les différentes structures testées sont généralement satisfaisants, sauf pour les plus profondes dont la détection est moins précise ou impossible. En présence d'un bruit important les profondeurs seront cependant généralement sous-estimées.



Sections verticales des galeries et tunnel horizontal

Illustration 23 - Résultats de la déconvolution d'Euler pour les cylindres horizontaux.



Sections verticales des puits

Illustration 24 - Résultats de la déconvolution d'Euler pour les cylindres verticaux.

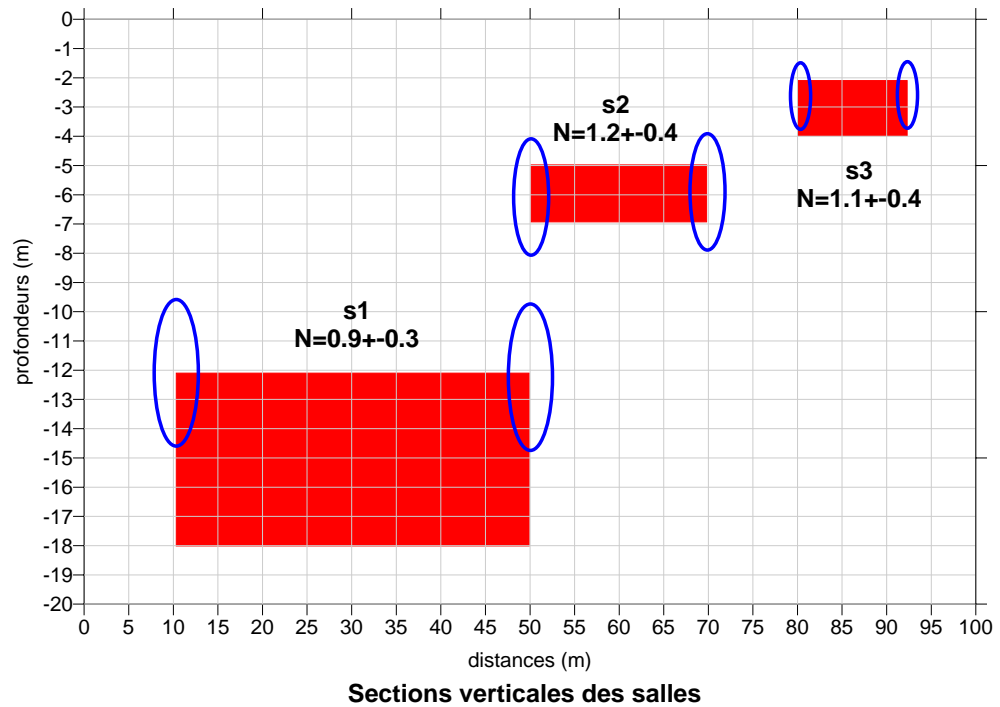


Illustration 25 - Résultats de la déconvolution d'Euler pour les structures verticales.

6.3. TESTS SUR DES DONNÉES RÉELLES

Les tests ont été réalisés sur les données microgravimétriques de Jurques, Calvados (levé de 2002, phase 1, anomalie A) déjà utilisées pour tester la tomographie probabiliste. L'interprétation a été tout d'abord réalisée sur la grille interpolée à la maille de 2 par 2 m. L'inversion a été effectuée en itérant sur des tailles de fenêtres variables de 5 par 5 à 11 par 11 échantillons (ill. 26).

Ces séries de solutions présentent des points communs, mais montrent une évolution dans la répartition des sources, du fait de la prise en compte variable des caractéristiques des anomalies en fonction de la taille de la fenêtre. Il est donc nécessaire d'opérer un choix, ce qui peut être réalisé en considérant les résidus relatifs moyens des solutions.

Dans le cas présent, seules les solutions caractérisées par un résidu relatif inférieur à 20 % ont été finalement conservées. Les regroupements et les moyennes des paramètres des solutions ont été ensuite effectués à partir de l'ensemble des solutions produites par les quatre itérations (ill. 27).

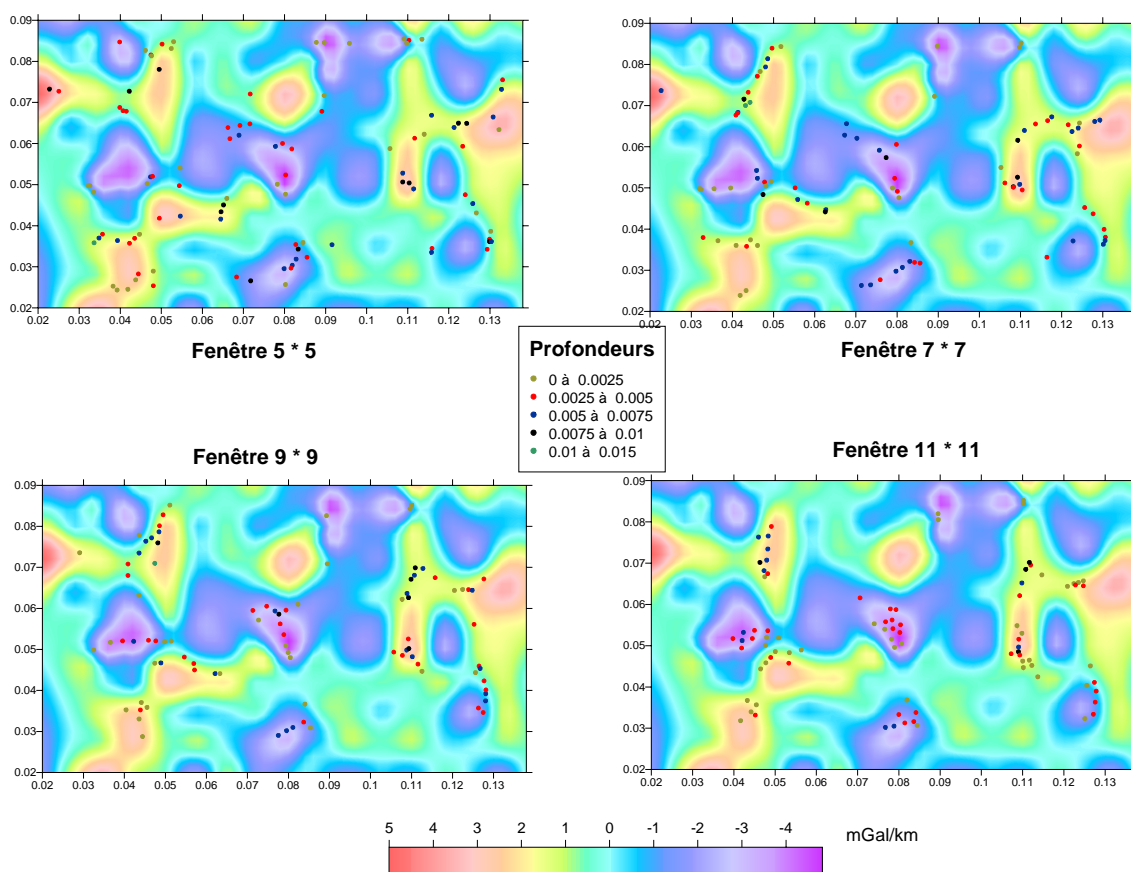


Illustration 26 - Carte de localisation (x_0 y_0 z_0) des solutions d'Euler obtenues sur l'anomalie A de Jurques.

Les solutions sont calculées à partir du gradient vertical prolongé vers le haut de 2 m, pour 4 tailles de fenêtres différentes (paramètres de traitement : $cdxy = cdz = cdn = 0.5$, $kmin = 2$).

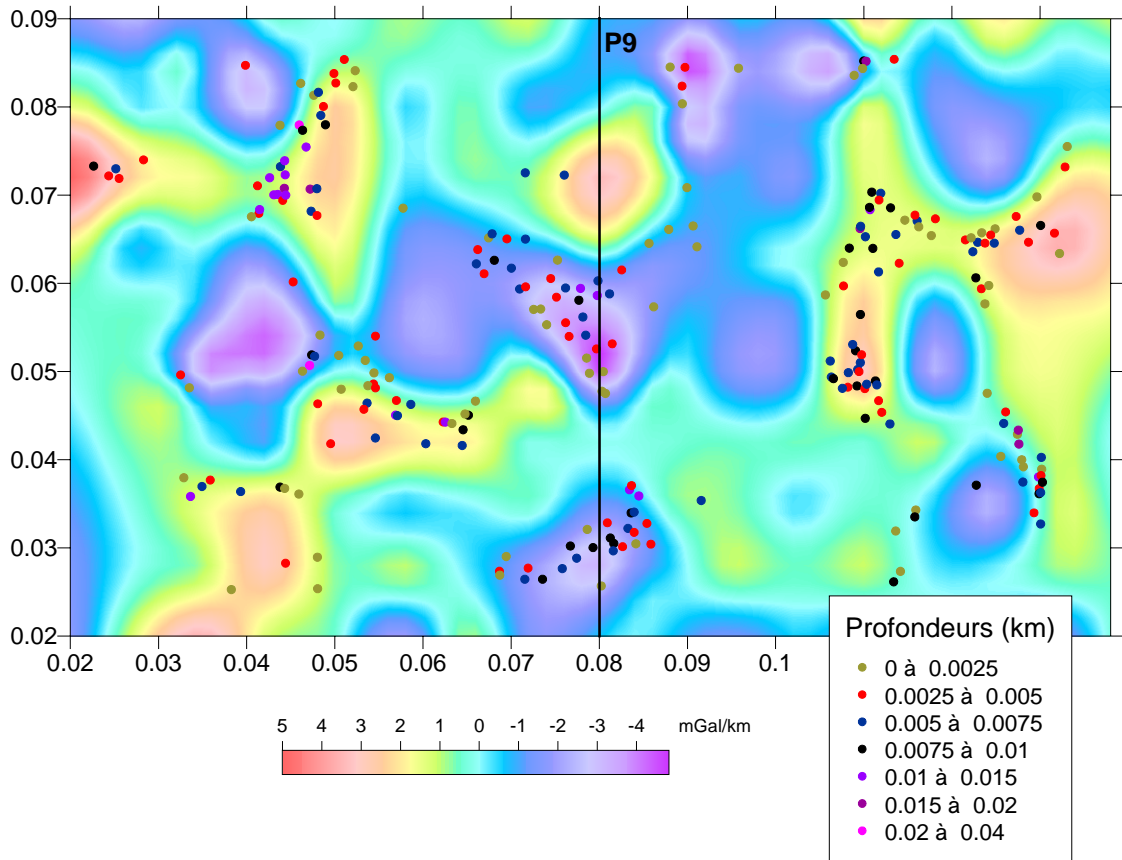


Illustration 27 - Carte de localisation (x_0 y_0 z_{0bis}) des solutions d'Euler moyennes obtenues pour l'anomalie A de Jurques en intégrant les résultats des 4 fenêtres d'analyse.

Les solutions obtenues entre les abscisses 0.075 et 0.085 ont été ensuite projetées sur la section 9 (localisée sur l'illustration 27) afin de les comparer aux résultats de deux forages de contrôle implantés sur ce profil. Les solutions (ill. 28) sont classées en fonction du signe du gradient vertical en solutions correspondant à des contrastes négatifs, représentées en bleu, ou positifs, représentées en rouge. Dans le cas présent, le régional est tel que les anomalies résiduelles sont presque totalement négatives le long de ce profil. Les solutions sont donc toutes négatives, sauf une. Les profondeurs des solutions varient entre la surface et une quinzaine de mètres, les profondeurs z_0 résultant de l'inversion de l'équation d'Euler, représentées par des croix, étant systématiquement plus faibles que les profondeurs z_{0bis} résultant de la méthode préconisée par Keating et Pilkington, représentées par des cercles et des losanges pleins. Comme précédemment, en tomographie probabiliste, le vide à 20 m de profondeur n'est pas détecté, son effet étant trop faible. Les solutions d'Euler caractérisent la cavité à 8 m de profondeur et les terrains décomprimés observés par les forages entre 6 et 12 m de profondeur. L'anomalie non forcée se traduit par des profondeurs de source du même ordre.

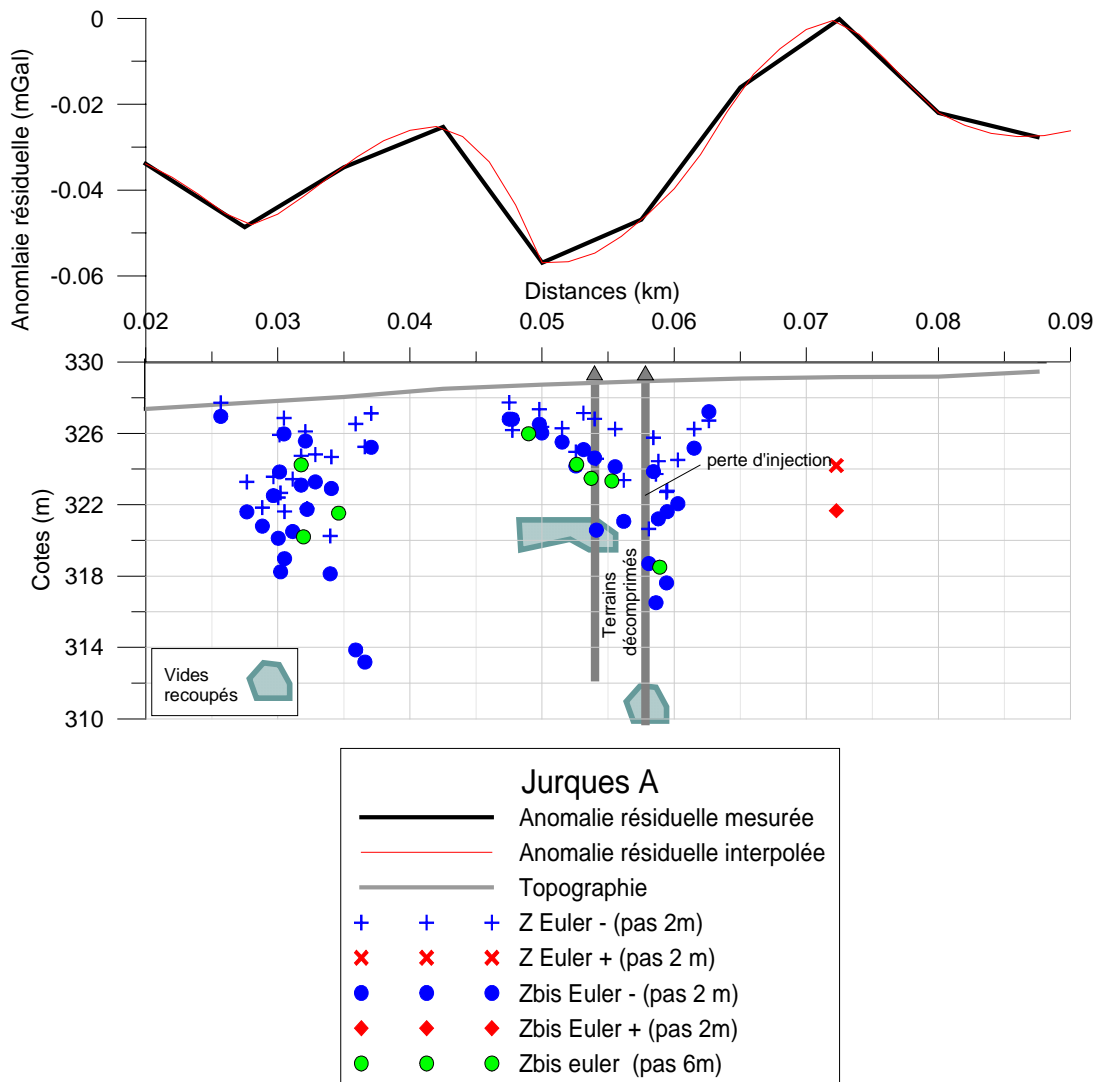


Illustration 28 - Projection des solutions d'Euler sur la section verticale P9 localisée illustration 27 et comparaison avec les vides recoupés en forage.

En noir, anomalie mesurée, en rouge anomalie résultant de l'interpolation à la maille 2 par 2.

Une deuxième interprétation a été réalisée à partir d'une grille de pas 6 m par 6 m, correspondant à une densité d'information proche de la densité des mesures. Le nombre de solutions d'Euler ainsi obtenu est beaucoup plus faible. Cependant cette nouvelle distribution de solutions, représentée en vert sur la figure 28, reste cohérente avec la précédente tant du point de vue des profondeurs que de la géométrie. Comparées aux données de forages, ces solutions paraissent représentatives de l'enveloppe supérieure des hétérogénéités de densité.

6.4. PERSPECTIVES

Initialement développée pour l'interprétation de données aéromagnétiques haute définition et haute sensibilité, la déconvolution d'Euler paraît pouvoir également s'appliquer à la microgravimétrie à condition d'utiliser une fonction dérivée du champ gravimétrique.

La stratégie de sélection et de regroupement des solutions d'Euler intègre la plupart des critères proposés dans les publications, minimisation du résidu de l'inversion, localisation de la solution sur un point caractéristique en gradient horizontal ou vertical, homogénéité des solutions, etc. La procédure est facile d'emploi et ne nécessite qu'un petit nombre de paramètres de contrôle. En particulier, la procédure peut réaliser plusieurs analyses successives avec des fenêtres de taille variables, puis sélectionner et regrouper les solutions correspondantes. Il n'est donc pas nécessaire de choisir une taille de fenêtre d'analyse, ce qui est généralement délicat. Par contre l'opération de regroupement des solutions pourrait être encore améliorée par une technique de « clustering 4D ».

Les tests sur modèles synthétiques ont montré que l'utilisation du gradient vertical prolongé vers le haut permet généralement une bonne détection des structures même en présence de bruit ou de coalescences entre sources proches. La détection peut cependant devenir plus difficile ou même impossible pour les structures les plus profondes. Par ailleurs, en présence d'un bruit important les profondeurs seront généralement sous-estimées. La déconvolution d'Euler ne nécessite aucune connaissance *a priori* et fournit une description des sources gravimétriques par leur position, localisation et profondeur, et leur indice structural. Elle pourra donc être utilisée à n'importe quel stade de l'exploration. À l'issue d'une campagne de mesures, elle pourra en particulier participer au choix de l'implantation des forages de contrôle des anomalies détectées.

7. Conclusions

Les caractéristiques des quatre méthodes d'inversion étudiées sont résumées dans le tableau 4 ci-après. Si on excepte la méthode « Growth », qui a été abandonnée rapidement du fait de son instabilité, les trois autres méthodes s'avèrent adaptées à l'interprétation des données microgravimétriques.

Ces trois méthodes sont exactes sur des données théoriques non bruitées et pour des structures isolées. En présence de perturbations, bruits, tendance régionale, seule la méthode d'inversion par corps compact permet un contrôle rigoureux du niveau des effets perturbateurs admissibles. La tomographie probabiliste sépare cependant assez bien les effets perturbateurs : le bruit « haute fréquence » n'influence que les niveaux superficiels, les effets régionaux ne sont sensibles que sur les sources profondes. La méthode de déconvolution d'Euler nécessite au préalable une transformation bien choisie des données destinée à filtrer les bruits et à atténuer les effets trop régionaux. Les trois méthodes fonctionnent sur un faible échantillonnage des données, mais au détriment du détail et de la précision. La gestion des problèmes d'équivalence des solutions est, soit clairement explicitée (contraintes de l'inversion corps compact), soit réduite à l'estimation d'indice de présence ou de profondeur des sources.

Les méthodes de tomographie probabiliste et de déconvolution d'Euler ne nécessitent pas d'information a priori sur les types de sources gravimétriques ni sur leur densité. En déconvolution d'Euler, il faut cependant travailler sur une résiduelle ou une fonction dérivée du champ afin d'éliminer la tendance régionale et les effets profonds, ce qui permet l'estimation de l'indice structural. Ces deux méthodes sont donc bien adaptées à une caractérisation rapide des anomalies détectées et pourront contribuer à l'implantation des forages de contrôle. La méthode d'inversion « corps compact » peut intégrer, sous forme de contraintes géométriques ou de densité, des informations provenant d'une connaissance partielle des vides (exploration par forage ou visites) ou résultant de la mise en œuvre d'une autre méthode géophysique (radar, SASW). Elle prend tout son sens si des informations sur la géométrie des sources cherchées (dimensions, pendage) sont disponibles. C'est donc une méthode à privilégier pour compléter une reconnaissance déjà avancée ou pour vérifier que les anomalies gravimétriques sont entièrement expliquées par des structures connues ou présumées.

Les tests réalisés montrent que ces méthodes ont tout à fait leur place en microgravimétrie. Cependant de plus nombreuses expérimentations sur des données réelles, dans des contextes et pour des objectifs variés, montreront très probablement que des améliorations sont encore indispensables pour un usage réellement pertinent.

Du point de vue du temps de calcul, la déconvolution d'Euler est actuellement la méthode la plus rapide. L'utilisation itérative de tailles de fenêtres de dimension variable permet de prendre en compte dans un même passage des anomalies de dimension différente. La méthode devrait pouvoir être encore optimisée en introduisant des méthodes de « clustering » pour contrôler le regroupement des solutions.

Méthodes Critères	Inversion « corps compact »	« Growth »	Tomographie probabiliste	Déconvolution d'Euler
Exactitude	*** : Si les contraintes ne peuvent être respectées, pas de solution	* : Fournit une solution même si hors contrainte	*** : Exactitude vérifiée sur modèle théorique	** : Exacte sur structure isolée non bruitée, sinon interférences
Sensibilité au bruit haute fréquence	*** : Le niveau de bruit est pris en compte par la procédure	* : Importante	** : N'affecte que les niveaux de sources superficiels	** : Moyenne, peut être contrôlée par prolongement des données
Prise en compte des effets régionaux	*** : Intégrés dans le modèle sous forme d'hétérogénéités profondes	Non testé	** : Affecte plutôt les niveaux profonds. Si nécessaire travailler sur un gradient vertical	** : Estimés si l'indice structural est fixé. Sinon, utiliser une transformation focalisante
Valide pour une faible densité de mesure par anomalie	*** : Oui mais modèle résultant schématisé	Non testé	*** : Oui, mais nombre limité de sources	*** : oui, nombre limité de solutions
Gestion des équivalences	*** : Nombreuses contraintes explicites	* : modèle à priori	*** : Pas de connaissances à priori à fournir. Calcul d'une probabilité de présence de source	*** : En l'absence de régional, l'indice structural est calculé. Estimation d'indices de profondeur
Adaptation à la microgravimétrie	** : oui, détection de forts contrastes homogènes, actuellement en 2D	*** : oui, détection de forts contrastes homogènes	*** : oui, fournit localisation et profondeur maximale des sources	*** oui, détection de contacts avec fort contraste
Perspectives	Temps de calcul à optimiser et passer en 3D. Procédure d'assistance au choix des paramètres d'inversion	Abandon	A optimiser. Introduire d'autres fonctions noyau. Estimer la masse anormale	Calculs très rapides. Résultats à optimiser par « clustering » des solutions ?

Tableau 4 - Caractéristiques des méthodes d'inversion étudiées et perspectives d'amélioration.

Pour une utilisation en routine sur des grilles 3D importantes, la tomographie probabiliste devrait être optimisée en temps de calcul. Elle pourrait également être complétée par l'introduction d'autres fonctions « noyau », comme le gradient vertical, pour une meilleure prise en compte des effets régionaux, et par un calcul de la masse anormale.

La méthode d'inversion corps compact, actuellement disponible pour une interprétation en deux dimensions (2,5D avec prise en compte des extensions perpendiculairement à la section interprétée) mériterait d'être adaptée en 3D. Cela nécessiterait cependant d'optimiser les temps de calcul qui pourraient rapidement devenir longs pour une discrétisation fine des structures. C'est par ailleurs une méthode plus difficile à mettre en œuvre que les deux méthodes précédentes, l'inversion pouvant diverger si les hypothèses introduites ne sont pas vérifiées. Afin de faciliter son utilisation, il pourrait être utile de lui adjoindre une procédure d'assistance au choix des paramètres d'inversion qui guiderait l'utilisateur et lui permettrait de relancer un nouvel essai avec de meilleures chances de succès.

Bibliographie

- Barbosa V.C.F., Silva J.B.C.** (1994) - Generalized compact gravity inversion. *Geophysics* 59 (1), p. 57-68.
- Bear G.W., Al-Shukri H.J., Rudman A.J.** (1995) - . Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions. *Geophysics* 60 (5), p. 1354-1364.
- Camacho A.G., Montesinos F.G., Vieira R.** (2002) -. A 3D gravity inversion tool based on exploration of model possibilities. *Computer and Geosciences* 28, p. 191-204.
- Debeglia N., Corpel J.** (1997) - Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives. *Geophysics*, 62 (1), p. 87-96.
- Guillen A., Menichetti V.** (1984) - Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional. *Geophysics* 49 (8), p. 1354-1360.
- Keating P., Pilkington M.** (2004) - Euler deconvolution of the analytic signal and its application to magnetic interpretation. *Geophysical prospecting*, 52, p. 165-182.
- Last B.J., Kubik K.** (1983) - Compact gravity inversion. *Geophysics* 48 (6), p. 713-721.
- Li Y., Oldenburg D.W.** (1998) - 3-D Inversion of gravity data. *Geophysics* 63 (1), p. 109-119.
- Mauriello P. , Patella D.** (2001) - Gravity probability tomography – a new tool for buried mass distribution imaging. *Geophys. Prospecting*, 49, p. 1-12.
- Medeiros W.E., Silva J.B.C.** (1995) - Gravity source moment inversion : A versatile approach to characterize position and 3-D orientation of anomalous bodies. *Geophysics* 60 (5).
- Mikhailov V., Galdeano A., Diamant M. et al.** (2003) - Application of artificial intelligence for Euler solutions clustering. *Geophysics* 68, 168-180.
- Mushayandebvu M.F., van Driel P., Reid A.B., Fairhead J.D.** (1999) - Magnetic source parameters of two dimensional structures using extended Euler deconvolution. *Geophysics*, 66, p. 814-823.
- Patella D.** (1997) - Introduction to ground surface self-potential tomography. *Geophysical prospecting*, 45, p. 653-681.
- Reid A.B., Allshop J.M., Granser H. et al.** (1990) - Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution. *Geophysics*, 55, p. 80-91.

Roest W.R., Verhoef J. et al. (1992) - Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal. *Geophysics*, 57, p. 116-125.

Thomson D.T. (1982) - EULDEPH: a new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data. *Geophysics*, 47, p. 31-37.



**Centre scientifique et technique
Service aménagement et risques naturels**

3, avenue Claude-Guillemin
BP 6009 – 45060 Orléans Cedex 2 – France – Tél. : 02 38 64 34 34