



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

ASTROPHYSIQUE III : Dynamique stellaire et galactique

Dr. Pierre North
Laboratoire d'astrophysique
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL)
Observatoire de Sauverny
CH-1290 Versoix

Sur la base du livre de J. Binney & S. Tremaine PUP 2008
et des cours de Daniel Pfenniger, Gary Mamon et Georges Meylan

Année académique 2015-2016
Semestre d'automne 2015

(Dernière révision 11 septembre 2015)

Table des matières

1	Introduction	7
1.1	Historique	7
1.1.1	Quelle physique?	9
1.2	Aspects observationnels	10
1.2.1	Notre Galaxie	10
1.2.2	Les autres galaxies	15
1.2.3	Amas ouverts et globulaires	22
1.2.4	Amas de galaxies	23
1.2.5	Trous noirs	23
1.3	De la différence entre mécanique statistique et dynamique stellaire	25
1.3.1	La dynamique “sans collisions” et ses limites : notion de temps de relaxation	26
2	Théorie du potentiel	31
2.1	Généralités	31
2.2	Systèmes sphériques	35
2.2.1	Potentiels de quelques systèmes simples	37
2.3	Potentiel et densité des systèmes aplatis	43
2.3.1	Le modèle de Kuzmin et le modèle de Miyamoto & Nagai	43
2.3.2	Equation de Poisson pour les systèmes très aplatis	44
2.4	Les potentiels des disques	47
2.4.1	Potentiels de disques à partir d’homéoïdes	47
2.4.2	Le disque de Mestel	50
2.4.3	Le disque exponentiel	51
2.5	Le potentiel de notre Galaxie	53

3	Les orbites stellaires	61
3.1	Les systèmes sphériques	63
3.1.1	Le potentiel harmonique	66
3.1.2	Le potentiel de Kepler	67
3.1.3	Le potentiel de Kepler “post-newtonien”	68
3.2	Les systèmes axisymétriques	70
3.3	Epicycles et ellipsoïde des vitesses (orbites quasi-circulaires)	73
3.4	Rappels de mécanique	81
3.4.1	Mécanique de Newton	81
3.4.2	Mécanique de Lagrange	81
3.4.3	Mécanique de Hamilton	82
3.5	Les surfaces – ou plans – de section (en lecture)	84
3.5.1	Constantes et intégrales du mouvement	84
3.5.2	Les surfaces de section	85
3.6	Orbites principales dans les systèmes tri-axiaux non-tournants : galaxies elliptiques	88
3.7	Orbites principales dans les systèmes tri-axiaux tournants : galaxies spirales barrées	90
3.8	Résonances dans un potentiel tournant presque axisymétrique	92
3.9	Surfaces de section dans une galaxie barrée	97
4	Equilibre des systèmes sans collisions	98
4.1	L'équation de Boltzmann sans collisions	99
4.1.1	Limites de l'équation de Boltzmann sans collisions	104
4.1.2	Relation entre DF et les observables	106
4.2	Théorème de Jeans	109
4.2.1	Application : système sphérique stationnaire	110
4.3	Les équations de Jeans	126
4.4	Identité de Lagrange, critère de Jacobi et théorème du viriel	130
4.4.1	Identité de Lagrange, critère de Jacobi	130
4.4.2	Théorème du viriel	131
4.4.3	Applications du théorème du viriel	133
4.4.4	Projection et déprojection (G. Mamon, 2008-2009)	136
5	Stabilité des systèmes sans collisions	142
5.1	Introduction	142
5.1.1	Réponse linéaire	143
5.1.2	Equations linéarisées	145

5.2	Réponse des systèmes homogènes	149
5.2.1	Bases physiques de l'instabilité de Jeans	149
5.2.2	Systèmes homogènes et "duperie de Jeans"	150
5.2.3	Réponse d'un système fluide homogène	151
5.2.4	Réponse d'un système stellaire homogène	155
5.2.5	Discussion	156
5.3	Stabilité séculaire	158
5.3.1	Réponse des systèmes sphériques	158
6	Dynamique des disques et structure spirale	166
6.1	Géométrie	166
6.1.1	Intensité et nombre de bras	166
6.1.2	Les bras spiraux sont-ils "leading" ou "trailing" ?	167
6.1.3	Ouverture des bras et problème de l'enroulement	168
6.1.4	Vitesse de rotation de la structure spirale ("pattern")	173
6.1.5	Le théorème anti-spiral	177
6.2	Mécanique des ondes dans un disque en rotation différentielle	178
6.2.1	Introduction	178
6.2.2	Relation de dispersion pour des bras spiraux serrés (en lecture)	182
6.2.3	Stabilité locale des disques en rotation différentielle	192
7	Théorie cinétique	197
7.1	Processus de relaxation	197
7.2	Théorème de Liouville (en lecture)	204
7.3	Thermodynamique des systèmes autogravitants	207
7.3.1	Chaleur spécifique négative	207
7.3.2	La "catastrophe gravothermique"	208
7.4	L'approximation de Fokker-Planck	213
7.4.1	L'équation maîtresse	213
7.4.2	L'équation de Fokker-Planck	214
7.5	Evolution des systèmes stellaires sphériques	218
7.5.1	Perte de masse due à l'évolution stellaire	218
7.5.2	Evaporation et éjection	219
7.5.3	Effondrement du coeur	221

8	Collisions et rencontres de systèmes stellaires	226
8.1	Friction dynamique	226
8.2	Marées	230
8.2.1	Marées instantanées	230
8.2.2	Orbites circulaires	233
8.2.3	Orbites allongées	236
8.3	Coalescence (“mergers”)	240

Bibliographie :

- J. Binney, S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, second edition, Princeton Series in Astrophysics, Princeton University Press, 2008.
- G. Mamon, *Dynamique gravitationnelle des systèmes à N corps*, photocopié Cours Transversal CT2, version 2008-2009.
- S. Chandrasekhar, *Principles of Stellar Dynamics*, Dover, 1942. Reissued by Dover in 2005.
- G. Contopoulos, M. Hénon, D. Lynden-Bell, *Dynamical Structure and Evolution of Stellar Systems*, Saas-Fee Advanced Course # 3, Swiss Society of Astronomy and Astrophysics, eds. L. Martinet & M. Mayor, Geneva Observatory, 1973
- J. Binney, J. Kormendy, S.D.M. White, *Morphology and Dynamics of Galaxies*, Saas-Fee Advanced Course # 12, Swiss Society of Astronomy and Astrophysics, eds. L. Martinet & M. Mayor, Geneva Observatory, 1982
- L. Landau, E. Lifchitz, *Mécanique*, 3e édition, Editions Mir, Moscou, 1969

Chapitre 1

Introduction

La dynamique stellaire et galactique est une partie essentielle de l'astrophysique, car elle nous renseigne sur la masse des différents systèmes stellaires ou galactiques. C'est grâce à elle que la matière sombre fut découverte. On peut considérer la découverte de Neptune en 1846 comme le premier exemple de découverte d'une "matière sombre" basée sur la dynamique, en l'occurrence la dynamique planétaire, celle d'Uranus plus précisément. C'est en effet sur cette base que Le Verrier s'est appuyé pour déduire la position d'une planète que personne n'avait vue jusque là, mais que Galle a pu voir avec sa lunette sur les indications du théoricien.

Plus récemment, Zwicky (1933) a découvert l'existence de matière sombre – dont la nature nous échappe encore – en appliquant le théorème du viriel à l'amas de galaxies Coma, et dans les années 1970 à 1985, Vera Rubin a mis en évidence les halos de matière sombre qui enveloppent les galaxies spirales, sur la base des courbes de rotation de ces dernières.

C'est aussi grâce à la dynamique que l'on sait maintenant que notre Galaxie abrite en son centre un trou noir de 4 millions de masses solaires.

1.1 Historique

- 1600 : Elaboration de la mécanique céleste (lois des mouvements des planètes) et de lois déterministes permettant de prévoir le mouvement des planètes autour du Soleil. Les principales contributions émanent de Kepler, Galileo Galilei, Newton, Lagrange, Laplace, Poincaré, ...
- 1850 : Découverte des lois de la thermodynamique et naissance de la

mécanique statistique. Introduction de la notion de probabilité et de l'indéterminisme des trajectoires des particules. Formulation de l'hypothèse d'ergodicité : uniformité de la probabilité du système de se trouver dans un état à énergie donnée. Selon l'hypothèse ergodique, on admet qu'un processus aléatoire puisse être indifféremment caractérisé par les valeurs moyennes d'un ensemble d'événements réalisés à un instant donné ou par les valeurs successives d'une seule réalisation évoluant dans le temps. Les principaux fondateurs de la thermodynamique et de la mécanique statistique sont Clausius, Boltzmann, Gibbs, Maxwell, ...

- 1900 : Début de la dynamique stellaire : Jeans, Eddington.
- 1920 : Début de la dynamique galactique : Oort, Lindblad.
- 1955 : Fermi, Pasta, and Ulam procèdent à un des premiers calculs de dynamique sur ordinateur. Ils considèrent un ensemble d'oscillateurs harmoniques couplés et constatent la périodicité du mouvement de ce système, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse d'ergodicité.
- 1960 : Deux articles vont changer la façon de voir la dynamique. Hénon & Heiles décrivent le mouvement chaotique des étoiles dans une galaxie à l'aide d'un modèle numérique simple. Lorentz élabore des modèles non-linéaires de l'atmosphère et des turbulences atmosphériques.
- Depuis 1960 : Les systèmes stellaires, et de façon plus générale les systèmes dynamiques, présentent des états réguliers (i.e. calculables sur des temps longs) et des états chaotiques (i.e. sensibilité exponentielle aux perturbations et aux conditions initiales du système). Lors de la modélisation de tels systèmes, on se heurte rapidement à un "mur de calcul" (par exemple, difficulté de faire des prévisions météorologiques fiables sur un intervalle de temps supérieur à une semaine).
- 1990 : Le système solaire est chaotique sur une échelle de temps de plusieurs millions d'années. Les probabilités de voir Mercure tomber vers le Soleil ou être éjectée du système solaire sont égales. Voir les travaux de Jacques Laskar. Ainsi le système solaire, qui avait conduit trois siècles auparavant au déterminisme, présente lui aussi des états chaotiques sur une échelle de temps beaucoup plus longue que l'année.

Il apparaît deux paradoxes :

- Déterminisme vs. Indéterminisme
- Thermodynamique vs. Univers. Alors que le deuxième principe de la thermodynamique prédit la croissance de l'entropie d'un système, on observe dans l'Univers la croissance des structures après le Big Bang.

1.1.1 Quelle physique ?

- *Relativité restreinte* : pas nécessaire, les vitesses en jeu dans la dynamique stellaire (1 – 10 km/s) et galactique (100 – 1000 km/s) sont en général non-relativistes, i.e., $v \ll c$.
- *Relativité générale* : pas nécessaire non plus, les tailles caractéristiques R des systèmes dynamiques sont tels que $R \gg R_S = 2GM/c^2$.
- *Mécanique statistique* : ne peut s'appliquer telle quelle, car la mécanique statistique se restreint à l'étude de systèmes isolés caractérisés par des grandeurs extensives. Elle explique les effets des interactions de courte portée, mais ne convient pas à la gravitation. En effet, l'énergie gravifique s'estime par : $E \sim \frac{Gm^2}{R} \sim G\rho^2 R^5 \sim G\rho^2 V^{5/3}$. Or $\frac{5}{3} > 1$, ce qui implique qu'à grandes distances, c'est la gravitation qui domine les interactions.
- *Physique des plasmas* : ne s'applique pas, car les plasmas étudiés sont en général neutres. Et par conséquent, les charges présentes dans le plasma sont écrantées et les forces électromagnétiques ont une portée qui ne dépasse pas la longueur de Debye. Une telle description n'est pas compatible avec la gravitation.
- *Physique quantique* : pas pertinente, car on est loin de la situation où les tailles caractéristiques R sont proches des longueurs d'onde de De Broglie $\lambda = h/p$. Cependant une influence des neutrinos ou d'autres particules exotiques sur la dynamique des étoiles et des galaxies n'est pas exclue. Il suffirait que les neutrinos aient une masse de $m_\nu c^2 \simeq 0.1$ eV pour qu'ils puissent jouer un rôle. Mais la masse exacte des neutrinos reste encore un mystère, on sait seulement que $0 < m_\nu c^2 \leq 1$ eV.

¹Il y a bien sûr des exceptions, comme les pulsars binaires et les trous noirs supermassifs au centre des galaxies, au voisinage desquels les effets relativistes se font sentir.

1.2 Aspects observationnels

1.2.1 Notre Galaxie

Notre Galaxie est de type spirale. C'est donc un système comprenant un *disque*, composante grossièrement axisymétrique contenant la plupart des étoiles, un *bulbe*, composante sphéroïdale centrale, et un *halo*, composante sphéroïdale beaucoup plus vaste contenant les *amas globulaires*, les étoiles pauvres en métaux dites "à grande vitesse" (par rapport au Soleil) et une "matière sombre" encore mystérieuse.

Passons brièvement en revue ces trois composantes :

Le disque définit le *plan galactique*, que l'on utilise comme plan équatorial des *coordonnées galactiques* (ℓ, b), qui sont héliocentriques. L'origine des longitudes galactiques, $\ell = 0$, est défini par le centre galactique, physiquement désigné par la radiosource Sagittarius A. La latitude galactique b est nulle sur le plan galactique et vaut $b = \pm 90^\circ$ aux pôles galactiques (voir Fig. 1.1).

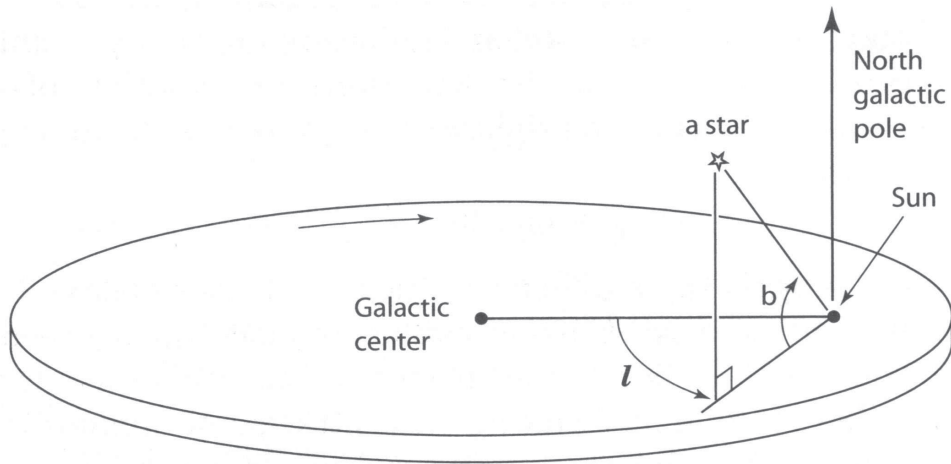


FIG. 1.1 – Coordonnées galactiques et sens de rotation de la Galaxie (flèche).

La position d'une étoile dans la Galaxie est définie par les trois coordon-

nées X (le long de l'axe Soleil – $\ell = 0^\circ$), Y (axe Soleil – $\ell = 90^\circ$) et Z (axe Soleil – $b = 90^\circ$).

La brillance de surface du disque galactique, c'est-à-dire la luminosité stellaire totale par unité de surface du disque, décroît de manière à peu près exponentielle :

$$I(R) = I_d e^{-R/R_d} \quad (1.1)$$

où R_d est l'échelle de longueur du disque est vaut 2 ou 3 kpc². Notre Soleil ainsi que la plupart des étoiles du disque circulent sur des orbites presque circulaires autour du Centre Galactique, qui est situé à une distance $R_0 \simeq 8.0$ kpc du Soleil. La vitesse d'une étoile sur orbite circulaire de rayon R_0 est :

$$v_0 \equiv v_c(R_0) = (220 \pm 20) \text{ km s}^{-1}. \quad (1.2)$$

Un magnifique travail de Reid & Brunthaler (2004, ApJ 616, 872) a permis de mesurer le *mouvement propre* de la radio-source Sgr A* par rapport à deux radiosources extragalactiques compactes. Ils obtiennent (voir aussi Reid 2008, RevMexAA 34, 53) :

$$\mu_\ell = (-6.379 \pm 0.026) \text{ mas/an} \quad \text{et} \quad \mu_b = (-0.202 \pm 0.019) \text{ mas/an}$$

selon la longitude et la latitude galactiques, respectivement (voir la Fig. 1.2). C'est le mouvement apparent du Centre Galactique dans le ciel, dû au mouvement du Soleil autour de celui-ci, de la même manière que le mouvement apparent du Soleil par rapport aux étoiles traduit la rotation de la Terre autour du Soleil. Le mouvement du Soleil dans la Galaxie n'est pas exactement circulaire, et en corrigeant la composante non circulaire du mouvement, on obtient, sous l'hypothèse que $R_0 = (8.0 \pm 0.5)$ kpc, la vitesse circulaire au niveau du Soleil :

$$v_0 = (236 \pm 15) \text{ km s}^{-1},$$

l'erreur étant essentiellement due à l'incertitude sur R_0 .

On définit le **Local Standard of Rest** (noté **LSR**) comme un référentiel d'inertie centré sur le Soleil et se déplaçant à vitesse v_0 dans la direction de

²Le parsec est la distance à laquelle 1 UA (demi-grand axe de l'orbite terrestre) sous-tend un angle de 1" d'arc. On a 1 pc = 3.26 a.l. = 3.086×10^{16} m.

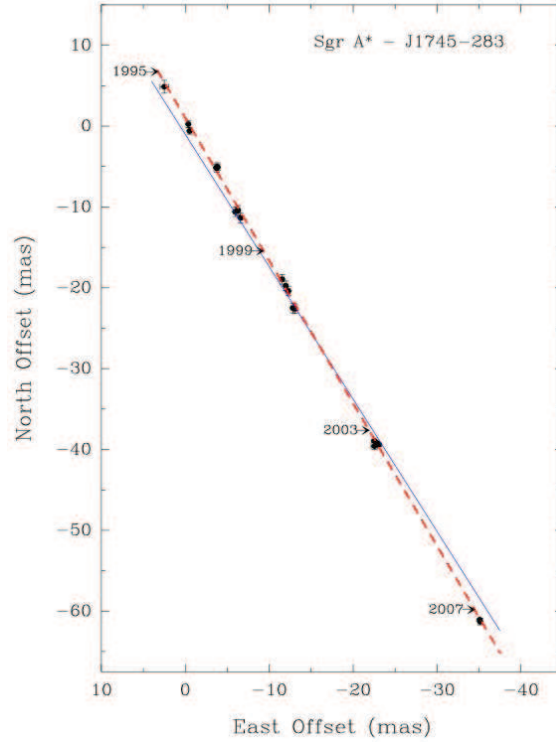


FIG. 1.2 – Mouvement propre de la radiosource Sgr A* située au Centre Galactique, selon les coordonnées galactiques. Noter que le mouvement a lieu presque exactement dans le plan galactique, mais que l'écart par rapport à celui-ci est significatif et dû au mouvement du Soleil perpendiculairement à ce plan. (Source : M. J. Reid, 2008, RevMexAA 34, 53).

la rotation galactique. Par rapport au LSR, la vitesse des étoiles du disque est nulle en moyenne, par définition. Le Soleil a une vitesse particulière :

$$v_S = 13.4 \text{ km s}^{-1} \quad \text{en direction de l'apex } \ell = 28^\circ, \quad b = 32^\circ$$

La dispersion des vitesses (*root-mean-square velocity*) des étoiles du disque par rapport au LSR varie de ~ 20 à $\sim 50 \text{ km s}^{-1}$ entre les étoiles les plus jeunes et celles du vieux disque. Cette dispersion est bien inférieure à la vitesse systématique de rotation ; on parle alors, d'un point de vue cinématique,

d'une population stellaire **froide ou tiède (cool)**, par analogie avec les molécules d'un gaz en mécanique statistique. On parlerait d'une population *froide (cold)* dans le cas d'un disque idéal où toutes les étoiles tourneraient sur des orbites circulaires.

La densité d'étoiles dans la direction Z (perpendiculaire au plan galactique) décroît exponentiellement :

$$\rho(R, z) = \rho(R, 0) e^{-|z|/z_d(R)} \quad (1.3)$$

où z est la distance au plan et $z_d(R)$ est l'**échelle de hauteur** au rayon R , laquelle dépend du type d'étoiles considéré. Pour les étoiles jeunes (de type O et B), et dans le voisinage du Soleil, $z_d \simeq 100$ pc, tandis que pour les étoiles plus vieilles (type G ou K par exemple), $z_d \simeq 300$ pc. Cela est valable pour le **disque fin (thin disk)** qui contient les $\simeq 93\%$ de la masse stellaire de tout le disque. Il existe une autre population, plus ancienne, qui constitue le **disque épais (thick disk)** ou **vieux disque**, pour lequel $z_d \simeq 1$ kpc. Les étoiles du disque épais sont déficientes en métaux (quoique moins que celles du halo).

La notion de **voisinage solaire** est souvent utilisée en astrophysique. Elle désigne un volume centré sur le Soleil, suffisamment petit pour que la distribution des propriétés des étoiles puisse y être considérée comme constante mais assez grand pour contenir un nombre représentatif d'étoiles. La taille typique de ce volume est de l'ordre de quelques centaines de pc, mais peut varier selon le type d'objets envisagé : pour des naines M, qui sont très fréquentes, il peut ne s'étendre qu'à quelques dizaines de pc, tandis que pour des étoiles O ou B, beaucoup plus rares, il peut s'étendre jusqu'à 1 kpc. On a inventorié le voisinage solaire aussi bien pour la matière interstellaire (gaz et poussières) que pour les étoiles, et calculé la densité de surface correspondante. L'addition des masses observables donne une valeur proche de la masse obtenue par le biais de la dynamique stellaire, bien qu'un peu plus faible, à savoir une cinquantaine de masses solaires par pc² (voir la Table 1.3).

Le **rapport masse/luminosité** M/L , mesuré en unités solaire, vaut 2 dans le plan galactique, dans la bande photométrique R , et 2.5 lorsqu'on intègre la masse et la luminosité perpendiculairement au plan, jusqu'à $|z| = 1$ kpc.

Le **bulbe** est la composante stellaire sphéroïdale qui entoure le centre galactique (en réalité, notre Galaxie est probablement barrée, si bien que la

component	volume density ($\mathcal{M}_\odot \text{pc}^{-3}$)	surface density ($\mathcal{M}_\odot \text{pc}^{-2}$)	luminosity density ($L_\odot \text{pc}^{-3}$)	surface brightness ($L_\odot \text{pc}^{-2}$)
visible stars	0.033	29	0.05	29
stellar remnants	0.006	5	0	0
brown dwarfs	0.002	2	0	0
ISM	0.050	13	0	0
total	0.09 ± 0.01	49 ± 6	0.05	29
dynamical	0.10 ± 0.01	74 ± 6	–	–

FIG. 1.3 – Inventaire du voisinage solaire et densité de surface correspondante.

géométrie du bulbe n'est pas axisymétrique). Il contribue pour 15% à la luminosité totale de la Galaxie et est constitué en moyenne d'étoiles vieilles, avec des métallicités solaire et modérément déficientes ($[Fe/H] \geq -1.5$ à -2). La cinématique du bulbe est très différente de celle du disque : il n'y a pratiquement pas de rotation d'ensemble, par contre la dispersion des vitesses est de l'ordre de 150 km s^{-1} , ce qui est caractéristique d'une population stellaire **chaude (hot)**.

Le halo stellaire contient 1% de la masse stellaire de la Galaxie, sous forme d'amas globulaires et d'étoiles de champ. La métallicité typique est de l'ordre de $[Fe/H] \sim -1.7$, mais on trouve de rares étoiles ayant $[Fe/H] < -3.0$, qui témoignent de la pollution du milieu protostellaire par seulement quelques supernovae, voire par une seule supernova. On trouve dans le halo des courants d'étoiles liés à des débris de galaxies naines ou d'amas globulaires, un peu l'équivalent de ces débris de comètes dans le système solaire qui produisent les essaims d'étoiles filantes. La densité stellaire du halo varie à peu près comme $\rho \propto r^{-3}$, jusqu'à 50 kpc au moins. Il n'y a que peu, voire pas du tout de rotation d'ensemble.

Le halo en général contient la fameuse *matière sombre* dont la nature nous est encore inconnue, mais dont l'existence est exigée aussi bien par la dynamique que par l'effet de lentille gravitationnelle. Sa masse totale est

estimée à environ :

$$M(r < 100 \text{ kpc}) = 5 - 10 \times 10^{11} M_{\odot}$$

Le rapport masse/luminosité de la Galaxie entière, avec ses trois composantes principales, est très incertain, à cause de l'incertitude sur la masse du halo, mais est, dans la bande R , de l'ordre de :

$$\Upsilon_R \equiv M/L_R \sim 7 - 170 M_{\odot}/L_{\odot}$$

1.2.2 Les autres galaxies

Nos voisins immédiats sont, en ordre de distance, la galaxie naine Sagittarius (24 kpc), découverte en 1994 seulement parce qu'elle est partiellement cachée par le bulbe de notre Galaxie, le Grand Nuage de Magellan (~ 50 kpc) et le Petit Nuage de Magellan (~ 60 kpc). La plus proche des grandes galaxies spirales semblables à la nôtre est la galaxie d'Andromède (740 kpc). Vient ensuite la galaxie du Triangle (M33), à 830 kpc, qui est plus petite. On a pu mesurer le *mouvement propre* de cette dernière et on a donc sa vitesse spatiale (Brunthaler et al. 2005, Science 307, 1140). Depuis, on a aussi mesuré le mouvement propre de la galaxie irrégulière IC10 (Brunthaler et al. 2008, in Proc. IAU Symp. No 248, eds. W. J. Jin, I. Platais & M. A. C. Perryman, p. 474) et de la galaxie d'Andromède (Sohn, Anderson & van der Marel 2012, ApJ 753, 7; van der Marel et al. 2012, ApJ 753, 8).

Toutes ces galaxies sont membres du **Groupe Local**, dont la taille est de l'ordre de 3 Mpc.

Une classification des galaxies a été proposée par Hubble. Les principales catégories sont les galaxies elliptiques, spirales, lenticulaires et irrégulières. Décrivons-les brièvement ici.

i) Galaxies elliptiques : Ce sont des galaxies contenant très peu, voire pas du tout, de gaz interstellaire et qui sont dépourvues de disque. Elles sont formées d'étoiles vieilles et il n'y a pratiquement pas de formation stellaire en leur sein. Leur structure est elliptique et peut être axisymétrique, mais aussi triaxiale. Leur fréquence est de l'ordre de 10% dans le champ, mais augmente dans les régions dense, jusqu'à plus de 40% au centre des amas de galaxies.

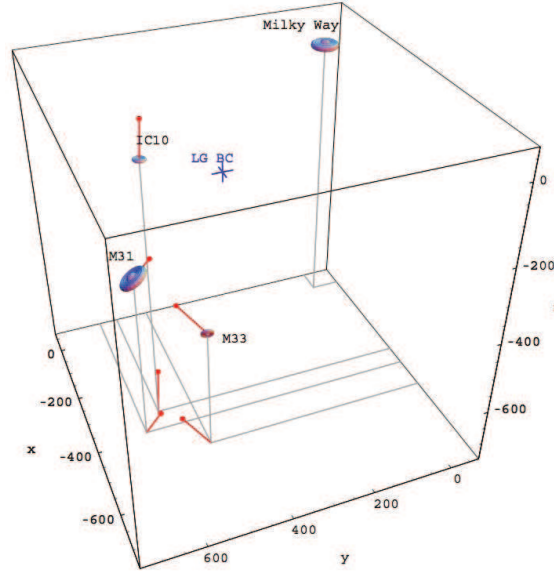


FIG. 1.4 – Position et vitesse radiale (pour M31) ou vitesse spatiale (pour M33) des deux galaxies spirales du Groupe Local et de la galaxie irrégulière IC10 (source : Brunthaler et al. 2008).

Les isophotes (contours d'égal brillance de surface) sont à peu de chose près des ellipses concentriques, avec un rapport d'axes variant de 1 à ~ 0.3 . La classification E0, E1, E2... E7 correspond à des ellipticités $\epsilon \equiv 1 - b/a$ croissantes, le type En ayant un rapport $b/a = 1 - n/10$. La brillance de surface décroît progressivement du centre vers l'extérieur, si bien qu'on ne peut pas définir de rayon, si ce n'est en définissant le **rayon effectif** R_e comme le rayon de l'isophote qui contient la moitié de la luminosité dans le plan du ciel. R_e varie de 0.2 kpc pour une elliptique naine comme M32, à 20 kpc pour une elliptique géante comme M87.

Le **profil de brillance de surface** obéit à la loi empirique de **Sérsic** :

$$I_m(R) = I(0) \exp(-kR^{1/m}) = I_e \exp(-b_m [(R/R_e)^{1/m} - 1]) \quad (1.4)$$

où $I_m(R)$ est la brillance (en luminosités solaires par pc^2 , par exemple) de surface au rayon R , m est l'**indice de Sérsic** et I_e est la brillance de surface

au rayon effectif R_e . L'indice de Sérsic dépend de la luminosité de la galaxie : les galaxies faibles ont $m \simeq 2$, tandis que les plus lumineuses ont $m \simeq 6$. Ce profil de Sérsic est une généralisation du profil de **de Vaucouleurs**, donnée par la loi en $\exp(-kR^{1/4})$. La fonction b_m doit être calculée numériquement à partir de la condition :

$$\int_0^{R_e} dR R I_m(R) = \frac{1}{2} \int_0^\infty dR R I_m(R)$$

mais en pratique on peut poser :

$$b_m = 2m - 0.324$$

relation qui est valable à un pour mille près sur l'intervalle $1 < m < 10$. Notons que pour $m = 1$, le profil de Sérsic se réduit au profil exponentiel, qui est valable pour les galaxies disques.

Pour estimer la luminosité d'une galaxie, on fait souvent un ajustement d'un modèle de Sérsic à la galaxie observée et on estime la luminosité du modèle avec l'intégrale $L = \int d^2\mathbf{R} I_m(R)$. Ainsi on peut mesurer la **fonction de luminosité** $\phi(L)$ des galaxies elliptiques (le nombre de galaxie dans un intervalle de luminosité $(L, L + dL)$ est $\phi(L)dL$). Une approximation analytique du résultat est la **loi de Schechter** :

$$\phi(L)dL = \phi_* \left(\frac{L}{L_*} \right)^\alpha e^{-L/L_*} \frac{dL}{L_*} \quad (1.5)$$

où $\phi_* \simeq 4.9 \times 10^{-3} h_7^3 \text{Mpc}^{-3}$, $\alpha = -1.1$ et $L_* \simeq 2.9 \times 10^{10} h_7^{-2} L_\odot$ en bande R .

Les galaxies elliptiques les plus lumineuses ne présentent pas de rotation notable, même celles qui sont très elliptique. Les galaxies de faible luminosité, par contre, présentent une rotation corrélée avec l'aplatissement. On peut mesurer, par la spectroscopie, la largeur des raies dues aux étoiles de la galaxie, et qui traduit la dispersion des vitesses le long de la ligne de vue, σ_{\parallel} . En l'absence de rotation, c'est la seule quantité observable qui soit liée au champ de vitesse de la galaxie.

La luminosité, la dispersion de vitesse et la taille des galaxies elliptiques sont corrélées. En lieu et place de la luminosité, on utilise traditionnellement la brillance de surface moyenne à l'intérieur du rayon effectif, $\bar{I}_e \equiv \frac{1}{2}L/(\pi R_e^2)$. Il se trouve que, dans l'espace à trois dimensions $\log \bar{I}_e$, $\log R_e$ et $\log \sigma_{\parallel}$, les

galaxies elliptiques se répartissent sur un plan que l'on a appelé **le plan fondamental** :

$$\log R_e = 1.24 \log \sigma_{\parallel} - 0.82 \log \bar{I}_e + \text{cte} \quad (1.6)$$

avec une dispersion de l'ordre de 0.08 en $\log R_e$. Ce plan fondamental se manifeste sous la forme de relations linéaires entre deux quantités, si on le "regarde" (ou si on le projette) sur un plan qui lui est perpendiculaire. En particulier, deux relations sont importantes :

1. La **loi de Faber-Jackson** relie la luminosité et la dispersion de vitesses :

$$\log \left(\frac{\sigma_{\parallel}}{150 \text{ km s}^{-1}} \right) \simeq 0.25 \log \left(\frac{L_R}{10^{10} h_7^{-2} L_{\odot}} \right) \quad (1.7)$$

avec une dispersion de l'ordre de 0.1. On voit que la dispersion de vitesse d'une galaxie typique L_* est de l'ordre de 200 km s^{-1} .

2. La **relation de Kormendy** relie la brillance de surface à la taille de la galaxie, et montre que la première est plus faible quand la seconde augmente :

$$\log \left(\frac{\bar{I}_{e,R}}{1.2 \times 10^3 L_{\odot} \text{ pc}^{-2}} \right) \simeq -0.8 \log \left(\frac{R_e}{h_7^{-1} \text{ kpc}} \right) \quad (1.8)$$

avec $\bar{I}_{e,R}$ la brillance de surface moyenne dans la bande R à l'intérieur de R_e . Cette relation implique

$$\log \left(\frac{L_R}{7.7 \times 10^9 h_7^{-2} L_{\odot}} \right) \simeq 1.2 \log \left(\frac{R_e}{h_7^{-1} \text{ kpc}} \right) \quad (1.9)$$

et les plus grandes galaxies sont aussi les plus lumineuses, en dépit de leur brillance de surface moindre.

Le rapport masse/luminosité Υ des galaxies elliptiques est modeste en deçà de R_e et est corrélé avec la dispersion de vitesse :

$$\Upsilon_I = (3.8 \pm 0.2) \Upsilon_{\odot} \times \left(\frac{\sigma_e}{200 \text{ km s}^{-1}} \right)^{0.84} \quad (1.10)$$

où σ_e est la moyenne de la dispersion de vitesses, pondérée par la luminosité, à l'intérieur de R_e .

Les galaxies elliptiques les plus massives sont celles qui occupent le centre des amas riches de galaxies : elles ont une luminosité $L \sim 3 - 10 \times L_*$, donc plus élevée que prévu par la loi de Schechter, et sont plusieurs fois plus lumineuses que les plus brillantes des autres galaxies de l'amas. De plus, elles se distinguent par un halo étendu, probablement constitué d'étoiles arrachées à d'autres galaxies par effet de marée. Ces galaxies elliptiques géantes sont appelées **galaxies cD**³.

À l'autre extrémité de la fonction de masses se trouvent également des objets particuliers : alors que la relation de Kormendy prévoit une augmentation de la brillance de surface avec la diminution de luminosité, il existe, pour des luminosités inférieures à $10^9 L_\odot$, une famille de *galaxies elliptiques diffuses* ou **galaxies naines sphéroïdales**⁴. Elles ont un rayon effectif plus grand et une brillance de surface bien inférieure aux galaxies elliptiques naines qui obéissent à la relation de Kormendy. Elles sont difficiles à détecter à cause de leur très faible brillance de surface, mais on en connaît une bonne vingtaine dans un rayon d'environ 200 kpc. Ce sont des satellites de notre Galaxie, et leur luminosité va de $\lesssim 10^4 L_\odot$ à $2 \times 10^7 L_\odot$. Elles semblent contenir beaucoup de matière sombre par rapport à leur contenu baryonique.

La distribution de masse dans les halos des galaxies elliptiques a été sondée à l'aide de diverses méthodes, en particulier (i) la dynamique des systèmes d'amas globulaires et de nébuleuses planétaires qui orbitent autour d'elles, (ii) l'émission X du gaz qui entoure les elliptiques isolées, (iii) la dynamique de galaxies satellites et (iv) le phénomène de lentilles gravitationnelles dans le régime faibles (weak lensing). Il semble que les galaxies elliptiques isolées et lumineuses soient entourées d'un halo bien plus étendu que le système d'étoiles, avec un rayon qui peut atteindre environ 300 kpc et une masse dix fois supérieure.

ii) Galaxies spirales (ou disques) : Ces galaxies ont un disque prédominant, contenant non seulement des étoiles mais aussi du gaz et de la poussière interstellaire. Le disque présente des **bras spiraux** qui sont le siège de la formation stellaire. Ceux-ci sont tracés par les étoiles jeunes mais aussi, quoique avec un contraste moindre, par les étoiles vieilles.

Dans le champ (régions peu denses de l'Univers), les galaxies spirales représentent environ 60% des galaxies lumineuses, mais cette proportion baisse

³leur diamètre typique est ~ 500 kpc

⁴diamètre typique $\sim 1 - 3$ kpc

à moins de 10% dans le coeur des amas.

La brillance de surface des disques suit une loi exponentielle, avec une échelle de longueur typique $R_d \sim 2$ kpc, mais cette échelle peut varier beaucoup, de 1 à plus de 10 kpc. La brillance de surface centrale typique est de l'ordre de $100 L_\odot pc^{-2}$. Le gaz s'étend plus loin que les étoiles, probablement parce que la formation stellaire est inhibée en périphérie par une densité de surface trop faible du gaz.

La vitesse circulaire des étoiles et du gaz peut être mesurée par spectroscopie visible, respectivement radio, et la courbe de vitesse montre un plateau aussi loin du centre de la galaxie que les mesures le permettent (deux fois plus loin pour le gaz que pour les étoiles). C'est une des preuves les plus convaincantes de l'existence de matière sombre, distribuée dans le halo de la galaxie, et dont l'influence gravitationnelle supplante celle des étoiles et du gaz à grande distance.

L'équivalent de la loi de Faber-Jackson des elliptiques est, pour les spirales, le **loi de Tully-Fischer**, qui relie la luminosité à la valeur de la vitesse circulaire dans le plateau de la courbe de rotation :

$$\log \left(\frac{L_R h_7^2}{10^{10} L_\odot} \right) = 3.5 \log \left(\frac{v_c}{200 \text{ km s}^{-1}} \right) + 0.5 \quad (1.11)$$

La dispersion quadratique moyenne autour de cette relation est de 0.14 en $\log L_R$. La pente de la relation dépend de la longueur d'onde de la bande photométrique utilisée : elle varie de ~ 3 dans la bande B ($0.43 \mu\text{m}$) à ~ 4 dans la bande K ($2.2 \mu\text{m}$).

Question - exercice : Que vaut la luminosité de notre Galaxie, sachant que $v_c \simeq 220 \text{ km s}^{-1}$?

Les galaxies spirales contiennent en leur centre un bulbe, système stellaire d'apparence amorphe, dont la structure ressemble à celle des galaxies elliptiques. Certains, toutefois, ressemblent plutôt à un disque épaissi. Les bulbes et les galaxies elliptiques sont appelés **sphéroïdes**, même si leur forme diffère parfois passablement de sphéroïdes au sens mathématique. Le rapport entre luminosité du bulbe et luminosité du disque est corrélé avec d'autres propriétés de la galaxie, et cela constitue la base de l'une des branches de la classification de Hubble. Les spirales sont subdivisées en quatre classes : Sa, Sb, Sc, Sd. Le long de cette séquence :

1. la luminosité relative du bulbe décroît,

2. les bras spiraux sont moins enroulés,
3. la masse relative du gaz augmente,
4. les bras spiraux deviennent plus grumeleux, moins homogènes.

Le type de la Galaxie (notre galaxies) est Sbc.

Les spirales se divisent encore en “normales” et “barrées”, la barre étant une sorte de bulbe triaxial. Environ la moitié des spirales sont barrées. Notre Galaxie et le Grand Nuage de Magellan sont des spirales barrées. La présence de barre est indiquée dans la classification de Hubble, par la lettre B : SBa, SBb, etc.

On a vu que la présence de matière sombre, dans les spirales, est indiquée par la courbe de rotation plate. Pour des distances plus grandes, des techniques semblables à celles utilisées pour les galaxies elliptiques (galaxies satellites et weak lensing) montrent qu’elles sont entourées d’un halo semblable.

iii) Galaxies lenticulaires : Ce sont des objets de transition entre les elliptiques et les spirales : elles ont un disque dont la densité de surface varie exponentiellement, un bulbe ou une barre, très peu de gaz froid et de formation stellaire. Il n’y a pas de bras spiraux. Elles sont rares dans le champ mais constituent presque la moitié de la population de galaxies dans le centre des amas riches. On peut donc supposer qu’il s’agit d’anciennes spirales qui ont été dépouillées de leur gaz lors de rencontres, ou par interaction avec le gaz chaud de l’amas. Dans la classification de Hubble, elles sont désignées par S0.

iv) Galaxies irrégulières : Pour les galaxies du type Sa au type Sd, la luminosité décroît et la structure spirale est de moins en moins clairement définie. Au-delà du type Sd, la tendance continue avec les galaxies dites “irrégulières”, qui ont une luminosité faible et où les étoiles jeunes sont distribuées de manière chaotique. Elles sont désignées par l’abréviation Sm ou Im ; les Nuages de Magellan en sont souvent considérés comme les prototypes, bien que le Grand Nuage soit aussi considéré comme une spirale barrée.

Les galaxies irrégulières sont nombreuses puisqu’elles constituent plus d’un tiers de la population de notre voisinage.

Leur vitesse circulaire est faible : elle augmente linéairement jusqu’au bord du disque, où elle atteint $\sim 50 - 70 \text{ km s}^{-1}$, une valeur pas beaucoup plus élevée que la dispersion des vitesses. Elles sont très riches en gaz (env. 30% de la masse des étoiles), en étoiles massives et en régions H II.

Il est utile de mentionner une curiosité historique, qui a laissé son empreinte dans la terminologie actuelle. Dans la séquence de Hubble : $E0 \rightarrow S0 \rightarrow Sa \rightarrow Sb \rightarrow Sc \rightarrow Sd \rightarrow Sm \rightarrow Im$, les galaxies du début de la séquences sont qualifiées de **précoces (early)**, alors que celles de la fin de la séquence sont qualifiées de **tardives (late)**. Les elliptiques sont donc appelées “précoces”, alors que les spirales Sc , par exemple, sont appelées “spirales tardives”. Cela vient de l’époque où l’on croyait que la séquence en question représentait une suite chronologique d’états évolutifs.

1.2.3 Amas ouverts et globulaires

Les **amas ouverts** sont des systèmes irréguliers contenant 10^2 à 10^4 étoiles. Leurs âges sont inférieurs à 10^9 ans, ils se dissolvent en général avant d’atteindre cette limite. Les plus jeunes d’entre eux contiennent encore du gaz et de la poussière interstellaires et sont au centre de régions H II. Ils sont continuellement formés dans le disque de la Galaxie et la plupart des étoiles de Population I sont probablement issues de tels amas. On en a dénombré plus de 1000 dans notre Galaxie, qui en contient peut-être 10^5 au total.

Les **amas globulaires** contiennent 10^4 à 10^7 étoiles réparties selon une distribution quasi sphérique. Ils sont anciens et ne contiennent ni gaz, ni poussières, ni étoiles jeunes. Notre Galaxie en contient environ 150, mais une galaxie cD comme M87 pourrait en contenir 10’000. Leurs métallicités va de $0.005 Z_{\odot}$ à quasi solaire. On distingue deux groupes d’amas globulaires dans notre Galaxie : 80% d’entre eux sont associé au halo stellaire, étant distribués de manière à peu près sphérique autour du bulbe, en un système dépourvu de rotation et ayant une métallicité $Z < 0.1 Z_{\odot}$. Les 20% restants ont $Z > 0.1 Z_{\odot}$, sont associés au disque et au bulbe, et constituent un système qui présente une rotation rapide.

Les amas globulaires présentent une forte concentration centrale d’étoiles, donc de masse. Il y a plusieurs manière de définir leur rayon. Le **rayon du coeur (core radius)** est celui où la brillance de surface est la moitié de la brillance de surface centrale. Le rayon médian est celui qui contient la moitié de la luminosité, et le **rayon de marée (limiting or tidal radius)** est celui où la densité tombe à zéro. Ce dernier rayon, obtenu par extrapolation, s’avère très incertain.

Les gros amas globulaires sont aussi lumineux que les galaxies naines sphéroïdales, mais ils sont beaucoup plus concentrés, avec un rayon typiquement cent fois plus petit.

Les amas globulaires sont des systèmes dynamiquement intéressants parce qu'ils sont simples et ne contiennent que des étoiles. Ils sont dynamiquement vieux, en ce sens que les étoiles y ont déjà parcouru des milliers d'orbites depuis leur formation. Ils sont la meilleure illustration disponible du problème de N-corps liés par la gravitation.

1.2.4 Amas de galaxies

Les galaxies sont réparties de manière hiérarchique, beaucoup étant membres de groupes (constitués de quelques galaxies) ou d'amas et de filaments plus ou moins riches. Les amas de galaxies sont **dynamiquement jeunes**, en ce sens que les galaxies qui les constituent n'ont parcouru que quelques orbites depuis leur formation. Dans beaucoup de groupes, les galaxies sont encore en train de tomber vers le centre pour la première fois. De plus, à la différence des amas stellaires, la fraction de volume occupée par les membres d'un amas de galaxies est beaucoup plus importante (de l'ordre de 10^{-3}), si bien que les collisions entre galaxies sont beaucoup plus fréquentes.

Les plus gros amas ont des masses de l'ordre de $10^{15} M_{\odot}$ (matière sombre comprise) et des dispersions de vitesse de l'ordre de $\sim 1000 \text{ km s}^{-1}$. Le rapport masse/luminosité est de l'ordre de :

$$\Upsilon_R \simeq (200 \pm 50) h_7 \Upsilon_{\odot} \quad (1.12)$$

La majeure partie des baryons est, dans les amas de galaxies, sous forme de gaz très chaud. La fraction de baryons – sous forme de gaz et sous forme d'étoiles – est

$$f_b = 0.13 \pm 0.02 \quad (1.13)$$

la fraction sous forme de gaz chaud étant 0.11, et sous forme d'étoiles 0.02.

1.2.5 Trous noirs

La plupart des galaxies – du moins celles de type précoce – contiennent en leur centre un **trou noir supermassif**, qui constitue un à deux pour mille de la masse totale de la galaxie. Notre Galaxie abrite un trou noir de $4.3 \pm 0.4 \times 10^6 M_{\odot}$, mis en évidence par la dynamique des étoiles proches du centre galactique (Gillesen et al. 2009, ApJ 692, 1075). D'autres trous noirs

supermassifs se manifestent par un disque d'accrétion extrêmement lumineux, et sont désignés par le terme de **noyaux actifs de galaxies (Active Galactic Nuclei, AGN)** ou encore, pour les plus lumineux d'entre eux, de **quasars**. Leur luminosité est de l'ordre de cent fois celle de leur galaxie hôte.

Il existe une relation entre la masse du trou noir supermassif, et la dispersion de vitesses au centre de la galaxie hôte :

$$\log \left(\frac{M_{BH} h_7}{10^8 M_\odot} \right) = (4 \pm 0.3) \log \left(\frac{\sigma_{\parallel}}{200 \text{ km s}^{-1}} \right) + (0.2 \pm 0.1). \quad (1.14)$$

1.3 De la différence entre mécanique statistique et dynamique stellaire

Comme évoqué plus haut, la grande différence entre mécanique statistique et dynamique stellaire réside dans l'intervention de la gravitation, qui est une force à longue portée. Dans un gaz, les molécules ne sont soumises à aucune force tant qu'elles ne subissent pas de collisions, lesquelles sont des événements très courts mais intenses, où les forces à courte portée agissent. Dans un "gaz" d'étoiles qui constitue une galaxie, par contre, les collisions sont rarissimes, mais les étoiles sont continuellement soumises aux forces exercées non seulement par leurs voisines, mais aussi par l'ensemble de toutes les étoiles du système, même les plus éloignées.

Pour illustrer cette caractéristique, Binney & Tremaine considèrent un ensemble d'étoiles distribuées dans un cône et l'attraction gravitationnelle qu'elles exercent sur une étoile située à la pointe du cône (Fig. 1.5). On voit que, dans une calotte d'épaisseur dr et de rayon r , le nombre d'étoiles est proportionnel à r^2 . D'autre part, l'intensité de la force de gravitation est proportionnelle à r^{-2} , si bien que les étoiles situées à distance r_2 du sommet du cône exercent sur lui la même force que celles, plus proches, situées à distance r_1 .

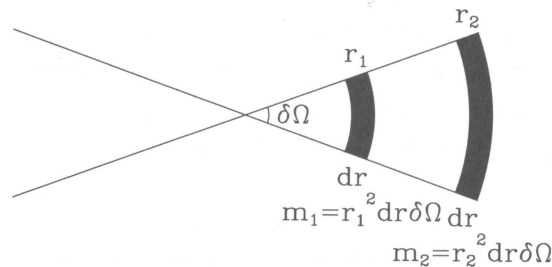


FIG. 1.5 – Influence gravitationnelle des étoiles proches et lointaines.

Par conséquent, on voit bien que la force de gravitation subie par une étoile est due au système entier et non seulement à ses plus proches voisins. Dans la plupart des cas, la force de gravitation peut être considérée comme due à une distribution continue de matière plutôt qu'à un ensemble restreint de masses ponctuelles.