



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΡΥΘΜΙΣΗΣ
ΧΗΜΙΚΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ
(Α.Σ.Ρ.Χ.Δ.Ε.)

Βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε συνεχείς διεργασίες

Διπλωματική Εργασία της

Παρασκευής Μπούμπουλα

A.E.M.: 4876

Υπεύθυνος: Μιχαήλ Γεωργιάδης, Καθηγητής

Επιβλέπων: Απόστολος Ελεκίδης, Υποψήφιος Διδάκτορας

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2020

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποσκοπεί στην ανάπτυξη ενός μαθηματικού μοντέλου μεικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), για τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μίας συνεχούς διεργασίας παραγωγής καταναλωτικών προϊόντων. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα εστιάζει στο στάδιο της συσκευασίας, που είναι μία διεργασία συνεχούς λειτουργίας ενός σταδίου. Κάθε γραμμή συσκευασίας δύναται να συσκευάσει ένα μέρος των προϊόντων. Το προτεινόμενο μοντέλο είναι μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού και συνίσταται από λογικούς περιορισμούς κατανομής και αλληλουχίας των προϊόντων και περιορισμούς λειτουργίας που αφορούν τους χρόνους επεξεργασίας και ολοκλήρωσης. Η αντικειμενική συνάρτηση αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των διαφορετικών προϊόντων. Στη συνέχεια, η αντικειμενική συνάρτηση τροποποιείται ώστε να περιλαμβάνει και την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας. Για την επίλυση του μοντέλου χρησιμοποιείται αλγόριθμος σύμφωνα με τον οποίο το πρόβλημα διαιρείται σε μικρότερα υποπροβλήματα ώστε να είναι εφικτή η γρήγορη επίλυσή του. Κατόπιν, το ίδιο πρόβλημα επιλύεται και με χρήση του προσωμοιωτή SchedulePro™. Το προτεινόμενο μοντέλο καθώς και το εργαλείο SchedulePro™ εφαρμόζονται σε επτά μελέτες περίπτωσης (σενάρια) για τα δεδομένα μιας βιομηχανικής μονάδας, τα οποία διαφέρουν στο είδος και στον αριθμό των προϊόντων, και τα αποτελέσματά τους συγκρίνονται. Ο χρονικός ορίζοντας κυμαίνεται από 3 έως 4 μέρες αναλόγως το σενάριο. Η βελτιστοποίηση του μοντέλου πραγματοποιείται με τη βοήθεια του υπολογιστικού εργαλείου GAMS και συγκεκριμένα με χρήση του επιλυτή ILOG CPLEX. Τέλος, πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας των παραμέτρων του αλγορίθμου προκειμένου να ληφθούν συμπεράσματα για την πιθανή επιρροή τους στο τελικό αποτέλεσμα της επίλυσης του προβλήματος.

Abstract

This diploma thesis focuses on the development of a Mixed-Integer Linear Programming (MILP) mathematical model, for the optimisation of short-term production scheduling in a continuous process consumer production. More specifically, a single-stage continuous process for the packaging of detergents is studied in detail. Each packing line is able to package a subset of the total products. The proposed model is MILP and relies on assignment, sequencing, timing and due date constraints. The objective function aims to minimizing the total changeover time. Afterword, the objective function is modified to include both the minimizing of the total changeover time and the makespan. A decomposition-based solution algorithm is proposed for the efficient solution of large-scale problems. Then the same problem is solved using the state-of-the-art commercial simulation tool SchedulePro™. Seven case studies have been used to illustrate the applicability of the proposed model to derive optimal product schedules. Each case study includes types and number of products. Results between the proposed optimization model and these obtained using SchedulePro™ are compared. The time horizon of interest is 3 or 4 days depending on the case study. The model has been implemented in the GAMS (General Algebraic Modeling System) modeling tool and solved using the ILOG CPLEX solver. Finally, a sensitivity analysis is performed on various model parameters in order to derive conclusions about their possible impact on the model solution.

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Μιχαήλ Γεωργιάδη που από το μάθημα των «Τεχνικών οργάνωσης παραγωγής» με ενέμπνευσε να ασχοληθώ με αυτό τον τομέα και έπειτα μου έδωσε την ευκαιρία να εκπονήσω αυτήν την διπλωματική εργασία. Επίσης, τον ευχαριστώ για τη συνεργασία μας όλο αυτό το διάστημα καθώς και για τη βοήθεια και τις συμβουλές του καθόλου τη διάρκεια της φοίτησής μου.

Επιπλέον, ένα μεγάλο ευχαριστώ προς τον υποψήφιο διδάκτορα, Απόστολο Ελεκίδη, που οι γνώσεις του και η βοήθειά του ήταν καθοριστικές για την διεκπαιρέωση της εργασίας μου. Καθώς και προς τον υποψήφιο διδάκτορα Γεώργιο Γεωργιάδη για τη βοήθειά του στις τεχνικές δυσκολίες που αντιμετώπισα.

Έπειτα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Γιώργο και Αγγελική, και τον αδελφό μου, Νικήτα, για την αγάπη τους, το ενδιαφέρον τους και την στήριξή τους σε όλη τη διάρκεια της ζωής μου.

Θέλω ακόμα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον φίλο μου και προπονητή μου Σάββα Καρυπίδη που ήταν πάντα δίπλα μου να με στηρίζει και να με καθοδηγεί σε όλη την σχολική αλλά και φοιτητική ζωή μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους φίλους μου για την βοήθεια και την στήριξη που μου έδειξαν κατά την 5ετή φοίτησή μου.

Περιεχόμενα

1.	Εισαγωγή.....	1
1.1	Ιστορική ανασκόπηση.....	3
1.2	Ορισμός του προβλήματος.....	9
2.	Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής.....	1
3.	Μαθηματικό μοντέλο.....	10
3.1	Ονοματολογία.....	11
3.2	Περιορισμοί και αντικειμενικές συναρτήσεις.....	12
4.	Τεχνικές επίλυσης του μοντέλου.....	15
4.1	Μέθοδος διάσπασης (Decomposition strategy).....	15
4.2	Relax & Fix.....	17
5.	Εφαρμογές και αποτελέσματα.....	19
5.1	Εισαγωγή.....	19
5.2	Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με μαθηματική βελτιστοποίηση & με τη χρήση του εργαλείου SchedulePro™.....	20
5.3	Ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου C.....	31
5.4	Ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου step.....	39
5.5	Τεχνική Relax & Fix.....	50
6.	Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	62
	Βιβλιογραφία.....	65
	Παράρτημα Α.....	I
	Παράρτημα Β.....	II
	Παράρτημα Γ.....	X
	Παράρτημα Δ.....	XVIII

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 5.1: Σύγκριση του συνολικού χρόνου εναλλαγής που προκύπτει από τη μαθηματική βελτιστοποίηση και τεχνικών βελτιστοποίησης και του SchedulePro™	30
Πίνακας Β.1: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 1	II
Πίνακας Β.2: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 2	III
Πίνακας Β.3: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 3	V
Πίνακας Β.4: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 4	VI
Πίνακας Β.5: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 5	VII
Πίνακας Β.6: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 6	VIII
Πίνακας Β.7: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 7	IX
Πίνακας Γ.8: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 1	X
Πίνακας Γ.9: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 2	XI
Πίνακας Γ.10: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 3	XIII
Πίνακας Γ.11: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 4	XIV
Πίνακας Γ.12: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 5	XV
Πίνακας Γ.13: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 6	XVI
Πίνακας Γ.14: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 7	XVII
Πίνακας Δ.15: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 1	XVIII
Πίνακας Δ.16: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 2	XXI
Πίνακας Δ.17: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 3	XXVII
Πίνακας Δ.18: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 4	XXXI
Πίνακας Δ.19: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 5	XXXV
Πίνακας Δ.20: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 6	XXXIX
Πίνακας Δ.21: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 7	XLIV

Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 1.1: Σχηματική αναπαράσταση διαγράμματος STN (Kondili et al, 1993)	3
Σχήμα 1.2: Διάγραμμα ροής της παραγωγικής διαδικασίας των απορριπτικών.....	10
Σχήμα 4.1: Σχηματική αναπαράσταση της χρήσης της μεθόδου διάσπασης	15
Σχήμα 4.2 Σχηματική αναπαράσταση της στρατηγικής επίλυσης.....	16
Σχήμα 4.3: Σχηματική αναπαράσταση της μεθόδου Relax & Fix	17
Σχήμα 5.1: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 1	21
Σχήμα 5.2: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 1	21
Σχήμα 5.3: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 2	22
Σχήμα 5.4: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 2	22
Σχήμα 5.5: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 3	23
Σχήμα 5.6: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 3	24
Σχήμα 5.7: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 4	25
Σχήμα 5.8: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 4	25
Σχήμα 5.9: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 5	26
Σχήμα 5.10: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 5	26
Σχήμα 5.11: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 6	27
Σχήμα 5.12: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 6	28
Σχήμα 5.13: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 7	29
Σχήμα 5.14: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 7	29
Σχήμα 5.15: Διάγραμμα χρόνου εναλλαγής συναρτήσει χρόνου ολοκλήρωσης που αναμένεται.....	31
Σχήμα 5.16: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για το Σενάριο 3	32

Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 2.1: Προσθήκη των εγκαταστάσεων στο SchedulePro™.....	1
Εικόνα 2.2: Προσθήκη του μηχανολογικού εξοπλισμού στο SchedulePro™	2
Εικόνα 2.3: Προσθήκη χρόνων εναλλαγής στο SchedulePro™	2
Εικόνα 2.4: Προσθήκη συνταγών στο SchedulePro™	3
Εικόνα 2.5: Προσθήκη διαδικασιών στο SchedulePro™	4
Εικόνα 2.6: Προσθήκη λειτουργιών στο SchedulePro™	4
Εικόνα 2.7: Προσθήκη διάρκειας χρόνου εναλλαγής στο SchedulePro™	5
Εικόνα 2.8: Προσθήκη διάρκειας συσκευασίας στο SchedulePro™	5
Εικόνα 2.9: Επιλογή του εξοπλισμού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κάθε διαδικασία στο SchedulePro™	6
Εικόνα 2.10: Προσθήκη προϊόντων στο SchedulePro™	6
Εικόνα 2.11: Αντιστοίχιση των προϊόντων με τις συνταγές στο SchedulePro™	7
Εικόνα 2.12: Επιλογή των προϊόντων για τα οποία ζητείται ο χρονοπρογραμματισμός τους στο SchedulePro™	8
Εικόνα 2.13: Προσθήκη του τρόπου χρονοπρογραμματισμού στο SchedulePro™	8
Εικόνα 2.14: Αποτελέσματα χρονοπρογραμματισμού στο SchedulePro™	9

Εισαγωγή

1. Εισαγωγή

Στη σύγχρονη εποχή, υπάρχει μεγάλος ανταγωνισμός ανάμεσα στις βιομηχανίες σε παγκόσμιο επίπεδο. Κρίνεται αναγκαίο για τις εταιρίες να ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις των πελατών, παρέχοντάς τους τα επιθυμητά προϊόντα όσο το δυνατόν συντομότερα και οικονομικότερα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μειώνονται τα περιθώρια κέρδους και η γραμμή παραγωγής να λειτουργεί με βέλτιστο τρόπο προκειμένου η μονάδα να παραμένει βιώσιμη. Η ιδιαίτερη πολυπλοκότητα των προβλημάτων καθιστά αναγκαία τη χρήση υπολογιστικών εργαλείων και μαθηματικής μοντελοποίησης για τη λήψη των αποφάσεων που θα οδηγήσουν στη βέλτιστη λειτουργία της μονάδας.

Ένα πρόβλημα μείζονος σημασίας που αντιμετωπίζει μία βιομηχανική μονάδα είναι το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Η ακαδημαϊκή κοινότητα, όπως θα παρουσιαστεί και παρακάτω, έχει ασχοληθεί ενδελεχώς με το πεδίο της βελτιστοποίησης. Παρόλα αυτά, υπάρχουν ακόμη ερωτήματα που παραμένουν αναπάντητα.

Ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής αποτελεί την κατανομή περιορισμένων πόρων για την παραγωγή ενός ή περισσότερων προϊόντων, ακολουθώντας ένα συγκεκριμένο διάγραμμα ροής, σε ένα βραχυπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα (ώρες, μέρες, εβδομάδες). Για να πραγματοποιηθεί η βελτιστοποίησή του αρκεί να καθοριστούν: η αναπαράσταση του χρόνου, τα ισοζύγια μάζας, η παρουσίαση των γεγονότων που λαμβάνουν χώρα στη βιομηχανία και η αντικειμενική συνάρτηση (Mendez, C., et al., 2006). Αντίθετα ο σχεδιασμός παραγωγής αποτελεί τη διαδικασία καθορισμού του συνολικού πλάνου παραγωγής για την ικανοποίηση της ζήτησης, σε ένα μακροχρόνιο ορίζοντα (εβδομάδες, μήνες, χρόνο) (Fargher & Smith, 1992).

Ο Kallrath (2002) αναφέρει πως τα δύο προβλήματα του σχεδιασμού και του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής είναι άρρηκτα συνδεδεμένα. Εξηγεί πως ο σχεδιασμός παραγωγής πραγματεύεται τη δημιουργία πλάνων παραγωγής, διανομής, πωλήσεων και αποθέματος, σύμφωνα με τις προβλέψεις και ενδείξεις της οικονομίας. Σύμφωνα με το πλάνο που προκύπτει από το σχεδιασμό παραγωγής δημιουργείται ο αναλυτικότερος χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, όπου προσδιορίζονται ακριβώς οι ημερομηνίες και ο χρόνος παραγωγής, καθώς και η σειρά παραγωγής προϊόντων και η κατανομή τους στον μηχανολογικό εξοπλισμό.

Εισαγωγή

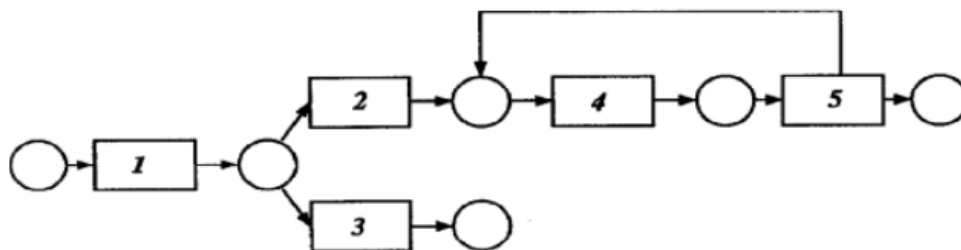
Όπως αναφέρθηκε, κατά τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής κατανέμονται ορθά ο εξοπλισμός και οι πόροι στον επιλεγμένο χρονικό ορίζοντα. Στους πόρους συγκαταλέγονται οι βοηθητικές παροχές και το ανθρώπινο δυναμικό. Στόχος είναι η πραγματοποίηση όλων των αναγκαίων διεργασιών για την παραγωγή των επιθυμητών προϊόντων και την ικανοποίηση της ζήτησης. Λόγω της σπουδαιότητας του αποτελεσματικού προγραμματισμού παραγωγής, η ακαδημαϊκή κοινότητα έχει προτείνει πολυάριθμες στρατηγικές για την αντιμετώπιση προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής τις τελευταίες δεκαετίες. Προβλήματα σχεδιασμού και χρονοπρογραμματισμού παραγωγής εμφανίζονται σε όλων των ειδών βιομηχανίες (χαρτί, χημικά, τρόφιμα, ποτά, μεταλλουργία, επεξεργασία πετρελαίου, φάρμακα κ.α.). Στόχος του χρονοπρογραμματισμού είναι να απαντήσει στο τι (ποιο προϊόν) θα παραχθεί, πού (σε ποιον εξοπλισμό), πώς (με ποια σειρά) και πότε (ποια χρονική στιγμή) (Harjunkoski I., et al., 2014).

Η πλειοψηφία των στρατηγικών περιέχουν μεθόδους και μαθηματικά μοντέλα, σκοπός των οποίων είναι η εξαγωγή βέλτιστων προγραμμάτων παραγωγής, έτσι ώστε η εκάστοτε βιομηχανία να εξασφαλίζει σημαντικά οικονομικά οφέλη και να εξοικονομεί πόρους και χρόνο. Η δημιουργία όμως ενός προγράμματος παραγωγής συνιστά μια πολυσύνθετη διαδικασία για την αντιμετώπιση της οποίας αναπτύσσονται διαρκώς νέα μαθηματικά μοντέλα βελτιστοποίησης και τεχνικές με ευρεία ή εξατομικευμένη χρήση, έτσι ώστε να ικανοποιείται ο τελικός στόχος της κάθε βιομηχανίας. Όσον αφορά τους στόχους (αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου) που θέτει η εκάστοτε μονάδα, αυτοί μπορούν να εναλλάσσονται ανάλογα με τις ανάγκες που προκύπτουν κάθε φορά. Ορισμένα συνήθη παραδείγματα αποτελούν η μεγιστοποίηση του κέρδους, η ελαχιστοποίηση του κόστους, η ελαχιστοποίηση του χρόνου εναλλαγής μεταξύ προϊόντων στην ίδια συσκευή (changeovers), η ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης παραγωγής (makespan), η ελαχιστοποίηση της πρωιμότητας (earliness) ή των καθυστερήσεων (tardiness), καθώς και η ελαχιστοποίηση του αποθέματος (backlog), η ελαχιστοποίηση του παραπροϊόντος ή ανακύκλωσης, η μεγιστοποίηση του κέρδους ή άλλα. Παράλληλα, η λύση πρέπει να ικανοποιεί λογικούς, λειτουργικούς και σχεδιαστικούς περιορισμούς όπως ισοζύγιο μάζας, κάλυψη της ζήτησης, δυναμικότητες εξοπλισμού, απαιτήσεις αποθέματος κ.α. (Castro et al., 2004).

Εισαγωγή

1.1 Ιστορική ανασκόπηση

Η ανάπτυξη μοντέλων για προβλήματα χρονοπρογραμματισμού έγινε αισθητά απλούστερη με την έννοια της αναπαράστασης διεργασιών μέσω του δικτύου STN (State Task Network), η οποία εισήχθη για πρώτη φορά από τους Kondili et al., (1993). Πρώτοι ανέπτυξαν ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού χρονοπρογραμματισμού χρησιμοποιώντας την απεικόνιση STN (State-Task Network), η οποία δύναται να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση γενικευμένων προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με διεργασίες διαλείπουσας λειτουργίας. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται ένα μοντέλο μεικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) που βασίζεται στη διακριτοποίηση του χρόνου, για την λύση βραχυπρόθεσμων προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής διαλείπουσας λειτουργίας. Η καινοτομία της αναπαράστασης αυτής είναι ότι τόσο οι διεργασίες όσο οι πρώτες ύλες, τα ενδιάμεσα και τα τελικά προϊόντα απεικονίζονται ως κόμβοι δικτύου. Η πρώτη ύλη, τα ενδιάμεσα και τελικά προϊόντα απεικονίζονται ως “καταστάσεις” (States) μέσα σε κυκλικό σχήμα, ενώ οι διεργασίες απεικονίζονται ως “διεργασίες” (Tasks) μέσα σε ορθογώνιο σχήμα. Παράλληλα είναι εμφανής η απεικόνιση διεργασιών στις οποίες συμβαίνει διαμοιρασμός, διαχωρισμός παρτίδων, ανάμιξη και ανακύκλωση των πρώτων υλών και των ενδιάμεσων προϊόντων.



Σχήμα 1.1: Σχηματική αναπαράσταση διαγράμματος STN (Kondili et al, 1993)

Την ακόλουθη χρονιά ο Pantelides (1994) πρότεινε την διατύπωση RTN (Resource Task Network), σύμφωνα με την οποία στην κατηγορία “πόροι” (Resource) περιλαμβάνονται οι πρώτες ύλες, τα ενδιάμεσα και τελικά προϊόντα, οι βοηθητικές παροχές, οι συσκευές καθώς και οι καταστάσεις των συσκευών, ενώ στην κατηγορία “διεργασία” (Task) περιλαμβάνεται η διαδικασία κατά την οποία από ένα σετ πόρων προκύπτει ένα άλλο

Εισαγωγή

σετ. Τα είδη των περιορισμών του μοντέλου ήταν: ισοζύγια μάζας, περιορισμοί χωρητικότητας καθώς και λειτουργικοί περιορισμοί (Dimitriadis, 1997). Ο Pantelides κατόρθωσε ακόμα να δείξει ότι με χρήση της διατύπωσης RTN παρέχονται πάντα πιο αξιόπιστα και ασφαλή αποτελέσματα και πως υπάρχει η δυνατότητα να υιοθετηθούν επιπρόσθετα στοιχεία του προβλήματος με πιο ξεκάθαρο τρόπο συγκριτικά με την αντίστοιχη διατύπωση STN.

Ο Meyr (2000) πρότεινε ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού που αφορούσε βιομηχανίες με μία μόνο γραμμή παραγωγής όπου ο χρόνος αλλαγών από την παραγωγή ενός προϊόντος σε ένα άλλο εξαρτώνταν μόνο από την αλληλουχία. Σκοπός της αντικειμενικής συνάρτησης ήταν η ελαχιστοποίηση του κόστους αποθέματος και του κόστους των μεταβάσεων της παραγωγής. Ο χρονικός ορίζοντας χωρίστηκε σε μικρές και μεγάλες περιόδους. Για την επίλυση του μοντέλου είναι αναγκαίο να οριστεί από πριν ο αριθμός των μικρών περιόδων που αποτελούν μία μεγάλη περίοδο. Μάλιστα, ο Meyr (2002) πρόσθεσε έναν αλγόριθμο «επαναβελτιστοποίησης» στο μοντέλο, το οποίο ανέπτυξε περαιτέρω αργότερα προσθέτοντας περισσότερες και παράλληλες, ετερογενείς γραμμές παραγωγής, ελέγχοντας ταυτόχρονα την αποτελεσματικότητά του με αληθινά βιομηχανικά δεδομένα.

Οι Clark A. & Clark S. (2000) πρότειναν ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού σε μία μονάδα με παράλληλες γραμμές παραγωγής, όπου ο σκοπός της αντικειμενικής συνάρτησης ήταν η εύρεση του βέλτιστου μεγέθους παρτίδας. Στο μοντέλο υπάρχουν περιορισμοί για τις αλλαγές από την παραγωγή ενός προϊόντος σε ένα άλλο, καθώς η αλληλουχία με την οποία παράγονται επιδρά στην αποδοτικότητα της παραγωγής. Το μοντέλο αυτό, αν και αποδοτικό, είναι αρκετά μεγάλο, με συνέπεια η επίλυσή του να είναι αδύνατη σε λογικό υπολογιστικό χρόνο. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του Κυλιόμενου Ορίζοντα, κατά την οποία ο χρονικός ορίζοντας διακριτοποιείται σε δύο επιμέρους χρονικά διαστήματα: το πρώτο, που λύνεται με την αναλυτική περιγραφή της παραγωγής και το δεύτερο, όπου υπολογίζονται κατά βάση τα ισοζύγια μάζας και το επίπεδο του αποθέματος. Παραδείγματα βιομηχανιών όπου μπορεί να εφαρμοστεί το μοντέλο είναι αυτοκινητοβιομηχανίες, βιομηχανίες πλαστικών και βιομηχανίες συσκευασίας.

Οι Giannelos & Georgiadis (2002) πρότειναν ένα νέο μαθηματικό μοντέλο για τον προγραμματισμό συνεχών διεργασιών. Συγκεκριμένα, παρουσίασαν ένα μοντέλο μεικτού

Εισαγωγή

ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού βασιζόμενο στην απεικόνιση STN, που περιέχει διεργασίες συνεχούς λειτουργίας και επιτρέπει συγκεκριμένη αποθήκευση των ενδιάμεσων προϊόντων. Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης ήταν η μεγιστοποίηση του κέρδους της μονάδας. Οι Maravelias και Grossmann (2003) επίσης πρότειναν μοντέλο βασισμένο στην απεικόνιση STN προσθέτοντας περιορισμούς που αφορούσαν τις βοηθητικές παροχές.

Οι Méndez & Cerdá (2002) παρουσίασαν ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού για μονάδες με πολλά τελικά προϊόντα όπου συμβαίνουν συνεχείς διεργασίες παραγωγής ενδιάμεσων και τελικών προϊόντων. Αντικειμενική συνάρτηση ήταν η μεγιστοποίηση του κέρδους. Οι περιορισμοί αφορούσαν τα ελάχιστα αποθέματα ενώ ήταν δυνατή η χρήση δεξαμενών αποθήκευσης. Ο χρονικός ορίζοντας ήταν συνεχής. Στόχος κατά τη μοντελοποίηση ήταν οι δυαδικές μεταβλητές να είναι όσο το δυνατόν λιγότερες, διότι αυξάνουν σημαντικά το υπολογιστικό κόστος. Με το μοντέλο έλυσαν επιτυχώς 3 μεγάλα παραδείγματα προβλημάτων.

Την ίδια χρονιά (2002), οι Lin et al πρότειναν ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου προγραμματισμού με συνεχή αναπαράσταση του χρόνου. Για την επίλυση μάλιστα του μοντέλου, πρότειναν μία μέθοδο διάσπασης. Μάλιστα, αξίζει να αναφερθεί ότι μέθοδος διάσπασης αναλύεται και στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Στόχος των Lin et al ήταν ο χρονοπρογραμματισμός μεγάλων προβλημάτων χημικής βιομηχανίας με πληθώρα προϊόντων. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα που μελέτησαν, αποτελείτο από 3 στάδια, 10 συσκευές εξοπλισμού και 35 τελικά προϊόντα. Η επίλυση του μοντέλου διαρκούσε από δεκαπέντε λεπτά έως και επτά ώρες αναλόγως το σενάριο που μελετούσαν.

Ο Clark (2005) ανέπτυξε ένα μοντέλο για σχεδιασμό αλλά και χρονοπρογραμματισμό παραγωγής. Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους του αποθέματος και του κόστους της αδυναμίας κάλυψης της ζήτησης. Ο χρονικός ορίζοντας είναι διακριτοποιημένος σε περιόδους μήκους T . Ο σχεδιασμός παραγωγής γίνεται για όλο τον χρονικό ορίζοντα, ενώ ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής γίνεται μόνο για την πρώτη περίοδο. Επιπλέον χρησιμοποιείται η μέθοδος «Backward-Forward». Ως επιλυτής χρησιμοποιήθηκε ο CPLEX. Εξέτασε το μοντέλο σε πρόβλημα κονσερβοποίησης υγρών προϊόντων.

Εισαγωγή

Οι Toledo et al., (2007) παρουσίασαν ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού. Το πρόβλημα αφορούσε βιομηχανίες ανθρακούχων ποτών και περιλάμβανε παράλληλες γραμμές παραγωγής και πολλά στάδια. Σε αυτές τις βιομηχανίες υπάρχουν 2 στάδια παραγωγής, όπου το προϊόν που προκύπτει από το πρώτο στάδιο εισάγεται ως πρώτη ύλη στο δεύτερο στάδιο. Στόχος του προβλήματος αυτού ήταν να προσδιοριστεί ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής καθώς επίσης και το μέγεθος της παρτίδας σε κάθε στάδιο. Το πρόβλημα επιλύθηκε με χρήση του προγράμματος GAMS.

Οι Ferreira et al., (2009) έκαναν χρήση του παραπάνω μοντέλου για την επίλυση ενός προβλήματος χρονοπρογραμματισμού σε εταιρεία παραγωγής ανθρακούχων ποτών διαφορετικών γεύσεων και μεγεθών στη Βραζιλία. Η παραγωγή περιλάμβανε δύο στάδια: στο πρώτο στάδιο προετοιμαζόταν το υγρό, ενώ στο δεύτερο εμφιαλωνόταν σε δοχεία. Επιπλέον, ασχολήθηκαν με το σημείο συμφόρησης ανάμεσα στα δύο στάδια και προσπάθησαν να συγχρονίσουν την παραγωγή. Κατά την επίλυση χρησιμοποίησαν τη μέθοδο χαλάρωσης και ορισμού (relax-and-fix).

Οι Koranos et al., (2010), ασχολήθηκαν με την παραγωγή γαλακτοκομικών προϊόντων (γιαούρτι). Πρότειναν ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), συνεχούς και διακριτού χρόνου, για την βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής. Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης ήταν η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους παραγωγής. Η συνάρτηση κόστους αποτελείτο από το κόστος αποθέματος, το κόστος λειτουργίας της γραμμής συσκευασίας, το κόστος προετοιμασίας της συνταγής, το κόστος λειτουργίας της μονάδας και το κόστος εναλλαγών από ένα προϊόν σε ένα άλλο. Επειδή το πρόβλημα ήταν περίπλοκο και υπήρχαν πολλά προϊόντα, τα κατηγοριοποίησαν σε οικογένειες προϊόντων ώστε να επιτευχθεί η πιο ομαλή επίλυσή του. Το μοντέλο εστιάζει στο στάδιο της συσκευασίας διότι αποτελεί το πιο σημαντικό τμήμα της παραγωγής. Παρόλα αυτά, οι περιορισμοί αφορούν τον χρόνο (timing constraints) και την χωρητικότητα (capacity constraints) και στα υπόλοιπα στάδια παραγωγής (όπως στην παστερίωση και στη ζύμωση), έτσι ώστε να επιβεβαιωθεί πως το πρόγραμμα παραγωγής που προκύπτει είναι κατάλληλο στην πράξη. Τέλος, λαμβάνονται υπόψιν οι χρόνοι λειτουργίας (έναρξης και ολοκλήρωσης) του εργοστασίου.

Εισαγωγή

Την επόμενη χρονιά οι Koranos, et al., (2011) παρουσίασαν ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού με στόχο τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε όλα τα στάδια μιας βιομηχανικής μονάδας παγωτού. Η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση σε όλα τα στάδια συμβάλει στην αύξηση της δυναμικότητας της παραγωγής, τη μειωθεί του κόστους παραγωγής των τελικών προϊόντων και την εύρυθμη επικοινωνία ανάμεσα στα τμήματα του εργοστασίου. Το εν λόγω μοντέλο δύναται επίσης να χρησιμοποιηθεί και σε άλλες βιομηχανίες τροφίμων αφότου γίνουν μερικές τροποποιήσεις. Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης πλέον είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου παραγωγής της βιομηχανικής μονάδας (makespan).

Οι Shim et al., (2011) μελέτησαν το πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής και μεγέθους παρτίδας μίας μόνο γραμμής παραγωγής. Στόχος του μοντέλου ήταν να βρεθεί το κατάλληλο μέγεθος παρτίδας καθώς και η σειρά με την οποία θα παραχθούν τα τελικά προϊόντα. Και σε αυτήν την περίπτωση ο χρόνος διακριτοποιήθηκε σε περιόδους. Η αντικειμενική συνάρτηση περιλάμβανε την ελαχιστοποίηση του κόστους αποθήκευσης και του κόστους εναλλαγών των προϊόντων. Οι περιορισμοί αφορούσαν στην κάλυψη της ζήτησης και τη δυναμικότητα του εξοπλισμού. Λόγω πολυπλοκότητας η επίλυση γίνεται σε δύο στάδια. Στο πρώτο προκύπτει απλώς μια εφικτή λύση, ενώ στο δεύτερο στάδιο βελτιώνεται χρησιμοποιώντας την τεχνική «Backward-Forward».

Την ίδια χρονιά (2011), ένα πρόβλημα της φαρμακευτικής βιομηχανίας μελετήθηκε από τους Stefansson et al., Τα μοντέλα που πρότειναν χρησιμοποιούσαν είτε συνεχή είτε διακριτή αναπαράσταση του χρόνου. Το πρόβλημα αποτελείται από 73 προϊόντα, 35 οικογένειες προϊόντων και χωρίζεται σε δύο στάδια. Ο χρονοπρογραμματισμός πραγματοποιείται πρώτα στο στάδιο με την περισσότερη συμφόρηση. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως με τη συνεχή αναπαράσταση του χρόνου προκύπτουν καλύτερες λύσεις και μάλιστα, ταχύτερα συγκριτικά με τη διακριτή αναπαράσταση του χρόνου. Επιπλέον, μπορούν να επιλυθούν μεγαλύτερα προβλήματα.

Οι Liu et al., (2014) μελέτησαν τη βιοφαρμακευτική βιομηχανία. Το πρόβλημα αποτελείται από 2 στάδια: ζύμωση και εξευγενισμό. Στο πρόβλημα λήφθηκαν υπόψιν οι διαδικασίες συντήρησης (αναγέννηση) της ρητινικής στήλης του σταδίου του εξευγενισμού. Με το μοντέλο μελετήθηκαν δύο σενάρια. Η διάρκεια της επίλυσης δεν υπερέβη τη μία ώρα.

Εισαγωγή

Οι Baldo et al., (2014) χρησιμοποίησαν το μοντέλο των Toledo et al., (2007) και το προσαρμόσαν σε μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού. Το πρόβλημα που μελέτησαν αφορούσε τη βιομηχανία ζύθου και τα προϊόντα διέφεραν ως προς την σύσταση και το μέγεθος. Η διαφορά με άλλα προβλήματα είναι ο μεγάλος χρόνος που χρειάζεται για να πραγματοποιηθούν οι χημικές διεργασίες (ζύμωση) και το ότι ο ζύθος έχει τη δυνατότητα να παραμένει αρκετά στις δεξαμενές χωρίς να αλλοιώνεται. Αναλυτικότερα, στόχος τους ήταν ο προσδιορισμός προγράμματος παραγωγής και το μεγέθους παρτίδας σε παράλληλες συσκευές. Το πρόβλημα αποτελείται από δύο στάδια. Στο πρώτο γίνεται η παραγωγή του υγρού, που περιλαμβάνει τη ζύμωση και την ωρίμανση. Ακολούθως λαμβάνει χώρα το δεύτερο στάδιο, όπου πραγματοποιείται η συσκευασία των διαφόρων ζύθων στο τελικό δοχείο. Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης ήταν η ελαχιστοποίηση του κόστους αποθήκευσης, της μη ικανοποίησης της ζήτησης και του κόστους των εναλλαγών της παραγωγής (changeovers). Κατά τη βελτιστοποίηση αποφεύγεται η συμφόρηση ανάμεσα στα 2 στάδια. Οι εξισώσεις του μοντέλου περιλαμβάνουν περιορισμούς σχετικά με τη χωρητικότητα των δεξαμενών ζύμωσης, τη δυναμικότητα των γραμμών εμφιάλωσης, το χρόνο μετάβασης παραγωγής και την αποθηκευτική δυναμικότητα των ενδιάμεσων προϊόντων. Ο χρονικός ορίζοντας χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο γίνεται ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής και για αυτό ο χρόνος είναι διακριτοποιημένος σε μικρές περιόδους. Ενώ στο δεύτερο μέρος γίνεται ο σχεδιασμός παραγωγής και για αυτό ο χρόνος είναι διακριτοποιημένος σε μεγάλες περιόδους. Στην πράξη, το πρώτο μέρος του χρονικού ορίζοντα μελετάται αναλυτικά λόγω εγγύτητας, ενώ για το δεύτερο μέρος του χρονικού ορίζοντα γίνεται απλώς σχεδιασμός της παραγωγής και αποφασίζεται το επίπεδο του αποθέματος.

Εν συνεχεία, οι Baldo et al., (2017) μελέτησαν δύο διαφορετικά προβλήματα στη βιομηχανία ζύθου, τα οποία αφορούσαν στη λειτουργία των δεξαμενών ζύμωσης. Συγκεκριμένα, χρησιμοποίησαν το μοντέλο που είχαν αναπτύξει οι Baldo et al., (2014) για τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής σε ζυθοποιία προσθέτοντας επιπλέον περιορισμούς για την εύρεση του χρόνου μετάβασης από την κένωση μιας δεξαμενής σε μια άλλη (1^ο πρόβλημα) ή τη βελτιωμένη λύση του μοντέλου χωρίς την εύρεση του χρόνου μετάβασης (2^ο πρόβλημα), κάτι που συμβαδίζει με τα δεδομένα στις πιο σύγχρονες, αυτοματοποιημένες ζυθοποιίες.

Τέλος, το 2019 οι Elekidis et al., πρότειναν ένα μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού για τη βελτιστοποίηση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Εισαγωγή

μεγάλης πολυεθνικής εταιρίας. Συγκεκριμένα, μελέτησαν το στάδιο συσκευασίας της συνεχούς μονάδας παραγωγής απορριπαντικών. Τα δεδομένα της έρευνάς τους χρησιμοποιήθηκαν και για την διεξαγωγή αυτής της διπλωματικής θέσης.

Αξίζει να σημειωθεί ότι παράλληλα με τα μοντέλα επίλυσης η ερευνητική κοινότητα έχει αναπτύξει διάφορες τεχνικές επίλυσης όπως η μέθοδος Relax & Fix. Η μέθοδος αυτή έχει χρησιμοποιηθεί σε πληθώρα προβλημάτων: βιομηχανία υφασμάτων (P. Beraldi et al, 2008), βιομηχανία ζωοτροφών (Toso et al., 2009), βιομηχανία αναψυκτικών (Ferreira et al., 2010) κ.α.

Περιεκτική ανασκόπηση της έρευνας που αναδύχθηκε τα τελευταία 30 χρόνια στο χώρο της βελτιστοποίησης πραγματοποιήθηκε το 2019 από τους Georgiadis et al., .

Παρά τα πολυάριθμα μαθηματικά μοντέλα, ακόμα υπάρχει μεγάλο χάσμα ανάμεσα στην ακαδημαϊκή έρευνα και τις πραγματικές βιομηχανικές εφαρμογές στον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής (Harjunkoski, 2016). Η αιτία είναι ότι παρότι τα μοντέλα είναι ικανά να περιγράψουν περίπλοκες διεργασίες, οι υπάρχουσες υπολογιστικές δυνατότητες δεν επαρκούν για την αποτελεσματική τους αξιοποίηση (Baumann & Trautmann, 2014).

1.2 Ορισμός του προβλήματος

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται το πρόβλημα της βελτιστοποίησης του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής σε συνεχείς διεργασίες, χρησιμοποιώντας μοντέλο μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Η συγκεκριμένη διεργασία αφορά μια μεγάλη πολυεθνική βιομηχανία παραγωγής απορριπαντικών (Elekidis et al., 2019). Για την κάλυψη της ζήτησης παράγονται εβδομαδιαίως περισσότερα από 300 διαφορετικά είδη υγρών απορρυπαντικών. Αρχικά οι πρώτες ύλες μετατρέπονται σε ενδιάμεσα προϊόντα μέσω συνεχούς διεργασίας, τα οποία στη συνέχεια συσκευάζονται σε διάφορα μεγέθη και είδη. Η πληθώρα των πρώτων υλών επιτρέπει την παραγωγή μεγάλης ποικιλίας προϊόντων.

Εισαγωγή



Σχήμα 1.2: Διάγραμμα ροής της παραγωγικής διαδικασίας των απορριπτικών

Στο στάδιο της παραγωγής τα ενδιάμεσα προϊόντα μπορούν να παραχθούν σε οποιαδήποτε από τις παραγωγικές μονάδες. Αφού λοιπόν αυτό το στάδιο είναι υπερασχεδιασμένο (overdesigned), ο χρονοπρογραμματισμός δεν χρειάζεται να γίνει με λεπτομέρεια. Αντίθετα, λόγω τεχνικών περιορισμών ή συγκεκριμένων πολιτικών που έχει υιοθετήσει η βιομηχανία, συγκεκριμένα προϊόντα παράγονται σε συγκεκριμένες γραμμές συσκευασίας. Το υπό μελέτη πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής επικεντρώνεται κυρίως στο βραδύτερο στάδιο της συσκευασίας, όπου και παρουσιάζεται συμφόρηση.

Η συσκευασία επίσης αποτελεί διεργασία συνεχούς λειτουργίας. Ο εξοπλισμός που παρέχεται είναι 4 γραμμές συσκευασίας που λειτουργούν παράλληλα. Ο πρώτος περιορισμός που συναντάται στο πρόβλημα είναι ότι η παρασκευή κάθε προϊόντος πρέπει να έχει ολοκληρωθεί πριν από ένα συγκεκριμένο χρονικό όριο (due time). Μάλιστα υπάρχει και η περίπτωση κάποιο προϊόν να πρέπει να συσκευαστεί μόνο μετά από κάποια χρονική στιγμή. Αφότου η γραμμή ολοκληρώσει την συσκευασία ενός προϊόντος απαιτείται ένα χρονικό διάστημα ώστε να ξεκινήσει να συσκευάζει το επόμενο προϊόν λόγω της μεγάλης ποικιλίας των πρώτων υλών, των διαφορετικών ειδών και μεγέθους συσκευασίας, των διαφορετικών ετικετών και άλλων χαρακτηριστικών του προϊόντος. Αυτός ο χρόνος εναλλαγής (changeover time) εξαρτάται από την αλληλουχία των προς συσκευασία προϊόντων. Μεγάλος χρόνος εναλλαγών συνεπάγεται μεγάλη διάρκεια παραγωγής, αυξημένη χρήση ανθρώπινου δυναμικού και σπατάλη ενέργειας. Στόχος της αντικειμενικής συνάρτησης είναι λοιπόν η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών. Με αυτόν τον τρόπο βελτιώνεται η παραγωγικότητα της μονάδας και μειώνεται ο χρόνος που οι γραμμές παραμένουν ανενεργές (Elekidis et al, 2019).

Στις επόμενες ενότητες πραγματοποιείται αναλυτική περιγραφή του μαθηματικού μοντέλου και των τεχνικών επίλυσης που προτείνονται για την επίλυση του προβλήματος. Στην τέταρτη ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, όπως αυτά

Εισαγωγή

προέκυψαν από την επίλυση των μοντέλων με τη βοήθεια του εργαλείου βελτιστοποίησης GAMS (General Algebraic Modeling System) και του επιλυτή ILOG CPLEX, και γίνεται μελέτη 7 ρεαλιστικών περιπτώσεων. Ακόμη, παρουσιάζονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την χρήση του εργαλείου SchedulePro™ και συγκρίνονται με αυτά της μαθηματικής μοντελοποίησης. Επιπρόσθετα, γίνεται ανάλυση ευαισθησίας των παραμέτρων του μοντέλου προκειμένου να εξεταστεί η επιρροή τους στις λύσεις. Τέλος, παρατίθενται τα συμπεράσματα της έρευνας και γίνονται προτάσεις για την περαιτέρω βελτίωση του μοντέλου και των τεχνικών που προτάθηκαν.

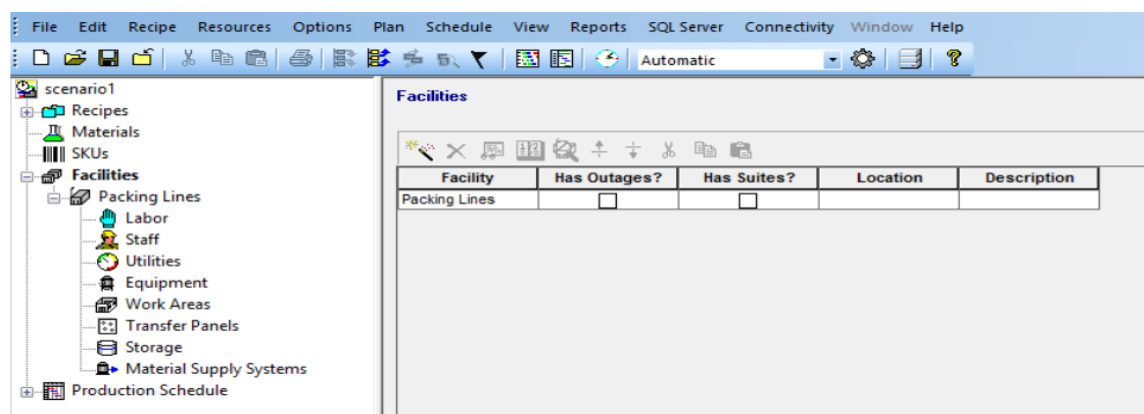
Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

2. Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Εκτός από μαθηματικές τεχνικές βελτιστοποίησης, οι βιομηχανίες συχνά στρέφονται στη χρήση εμπορικού λογισμικού ή άλλων εργαλείων προσομοίωσης προκειμένου να ανταπεξέλθουν στα προβλήματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής που αντιμετωπίζουν. Το SchedulePro™ αποτελεί ένα σύγχρονο εργαλείο, το οποίο προσομοιώνει βιομηχανικές διεργασίες και αναπτύσσει προγράμματα παραγωγής σε σύντομο χρονικό διάστημα. Σημαντικό πλεονέκτημα αποτελεί το γεγονός ότι δεν απαιτούνται γνώσεις μαθηματικής μοντελοποίησης και βελτιστοποίησης για τη χρήση του. Το λογισμικό παρέχει ένα φιλικό προς τον υπάλληλο περιβάλλον. Το μόνο που απαιτείται είναι η εισαγωγή των δεδομένων και η περιγραφή της συνταγής, δηλαδή του διαγράμματος ροής της διεργασίας. Παρά τα φανερά πλεονεκτήματα που παρουσιάζει έναντι της μαθηματικής μοντελοποίησης, το λογισμικό SchedulePro™ δεν οδηγεί σε βέλτιστες λύσεις όπως θα φανεί παρακάτω.

Παρακάτω περιγράφεται πώς δημιουργήθηκε το αρχείο SchedulePro™ που εξάγει τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής των προς μελέτη Σεναρίων. Για την εκμάθηση του λογισμικού μελετήθηκε το εγχειρίδιο SchedulePro (2017).

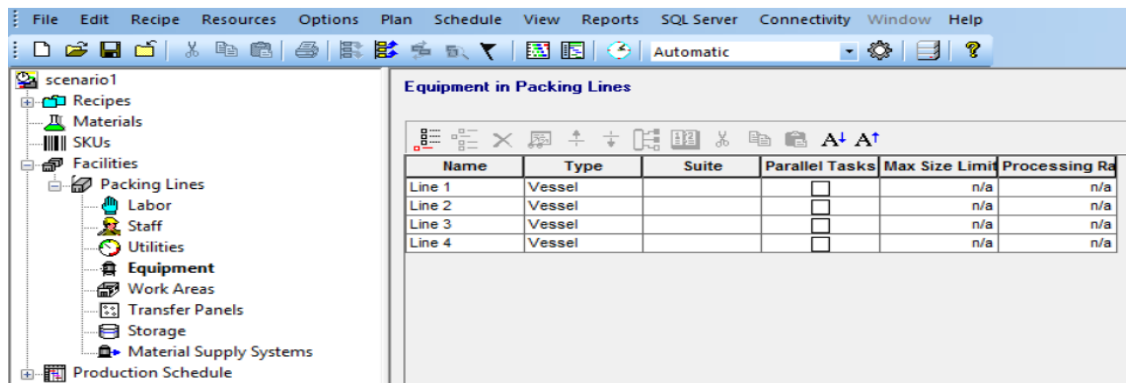
Αρχικά προστίθενται οι εγκαταστάσεις της βιομηχανίας επιλέγοντας από το δένδρο στα αριστερά το κουμπί “facilities”.



Εικόνα 2.1: Προσθήκη των εγκαταστάσεων στο SchedulePro™

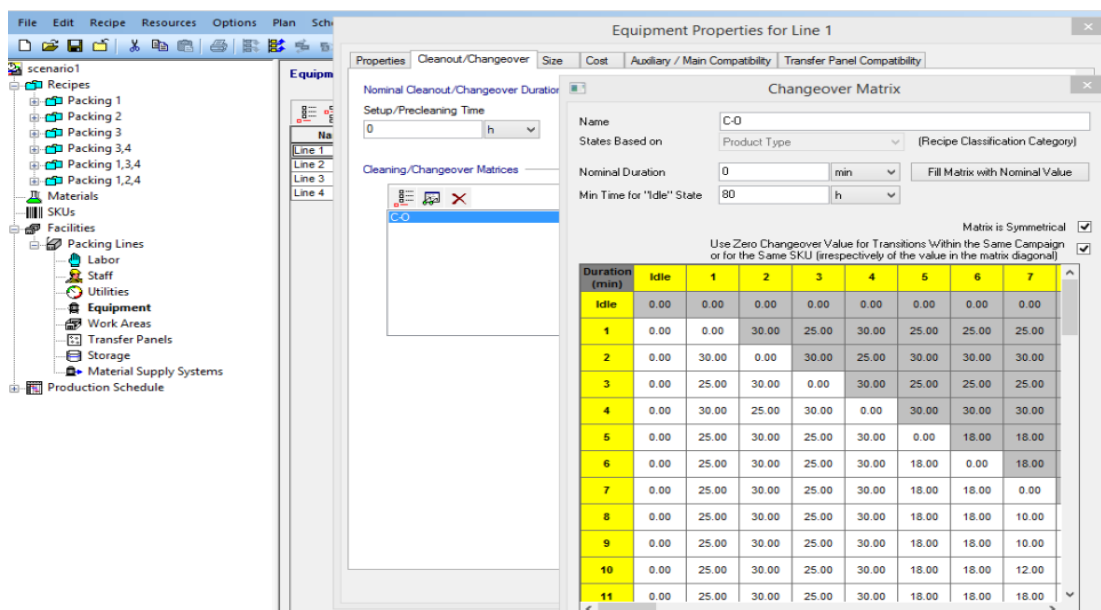
Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

Στη συνέχεια προστίθεται ο μηχανολογικός εξοπλισμός που υπάρχει στην εγκατάσταση επιλέγοντας το κουμπί “Equipment”.



Εικόνα 2.2: Προσθήκη του μηχανολογικού εξοπλισμού στο SchedulePro™

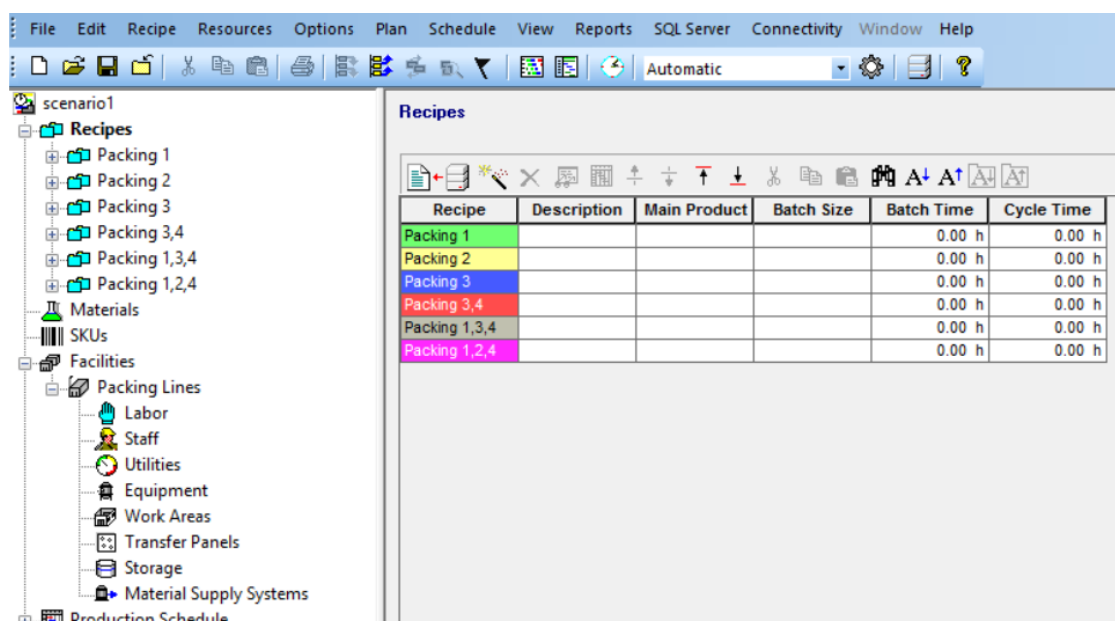
Σε κάθε γραμμή συσκευασίας προστίθεται ο χρόνος εναλλαγής από ένα προϊόν σε ένα άλλο που χρειάζεται η γραμμή για να συσκευάσει το επόμενο προϊόν. Συγκεκριμένα, επιλέγεται ο εκάστοτε εξοπλισμός. Από το παράθυρο που ανοίγει, στο tab “Cleanout/Changeover” δημιουργείται ο πίνακας “C-O”. Επιλέγοντας αυτόν τον πίνακα ανοίγει νέο παράθυρο όπου συμπληρώνονται οι χρόνοι εναλλαγής ανάμεσα στα προϊόντα. Αντίστοιχα συμπληρώνονται όλες οι συσκευές του εξοπλισμού.



Εικόνα 2.3: Προσθήκη χρόνων εναλλαγής στο SchedulePro™

Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

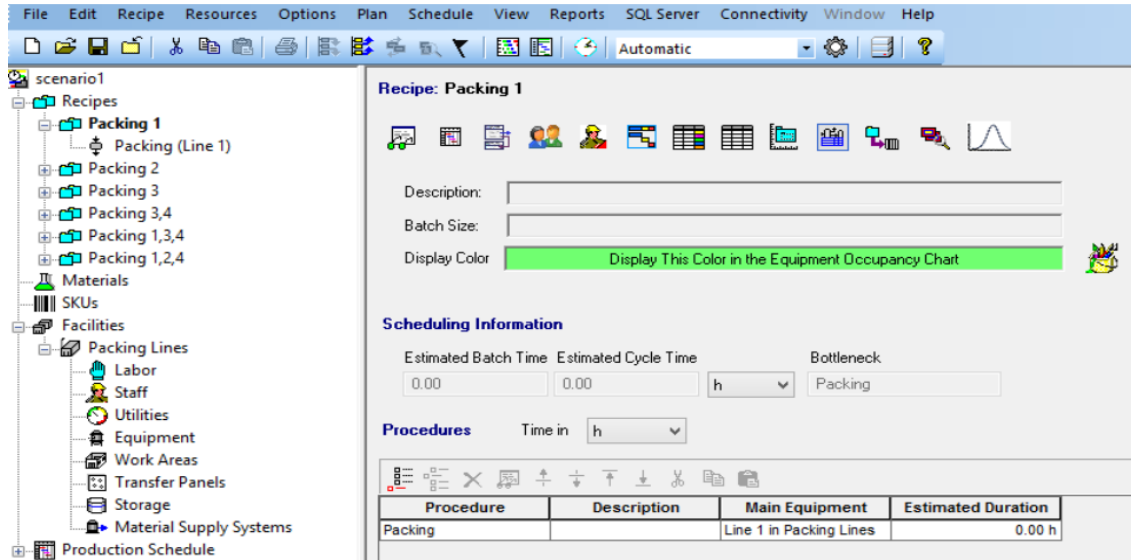
Έπειτα ορίζεται η συνταγή (το διάγραμμα ροής) της διεργασίας. Επειδή κάθε προϊόν μπορεί να συσκευαστεί σε πάνω από μία γραμμή, δημιουργούνται τόσες συνταγές όσοι και οι διαφορετικοί συνδυασμοί γραμμών σύμφωνα με τους οποίους μπορούν να συσκευαστούν τα προϊόντα. Η προσθήκη των συνταγών γίνεται επιλέγοντας από το δένδρο το κουμπί “Recipes”.



Εικόνα 2.4: Προσθήκη συνταγών στο SchedulePro™

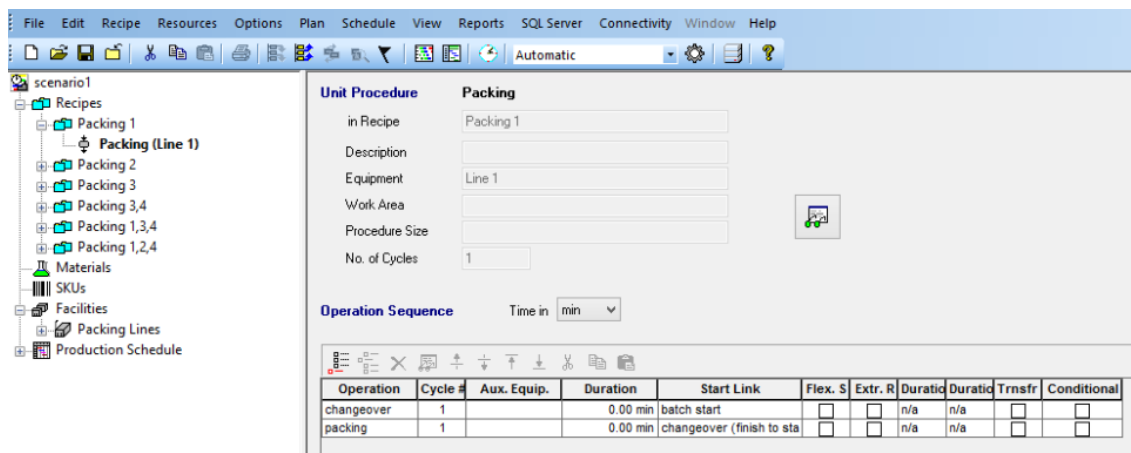
Στην συνέχεια περιγράφεται πώς συμπληρώνονται οι συνταγές. Αρχικά προστίθενται οι διαδικασίες που απαρτίζουν το προκείμενο στάδιο της παραγωγής.

Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής



Εικόνα 2.5: Προσθήκη διαδικασιών στο SchedulePro™

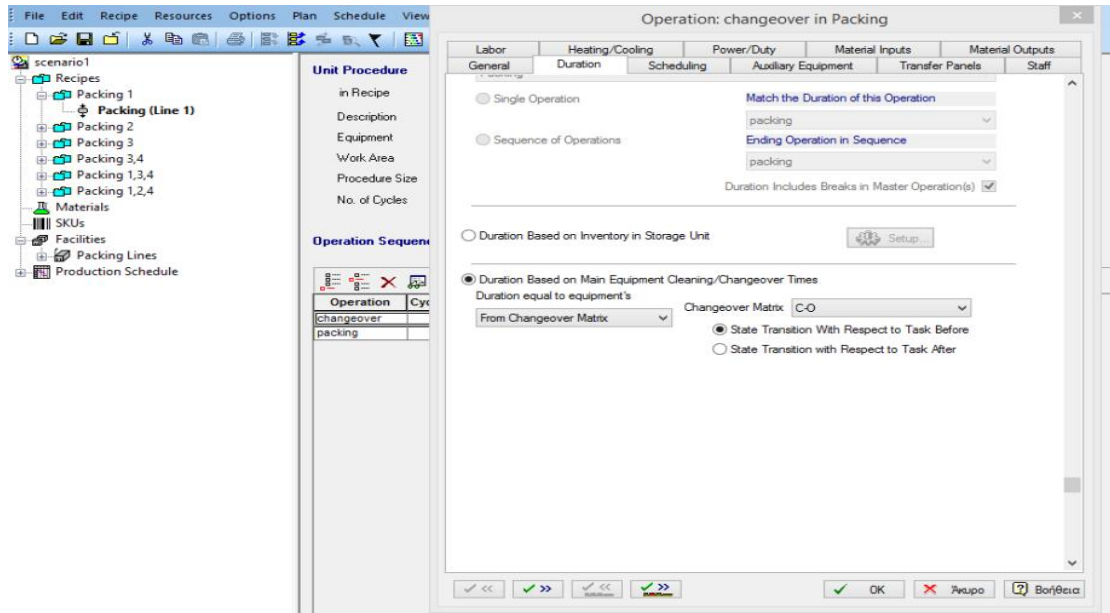
Έπειτα περιγράφονται οι λειτουργίες που πραγματοποιούνται σε κάθε διαδικασία.



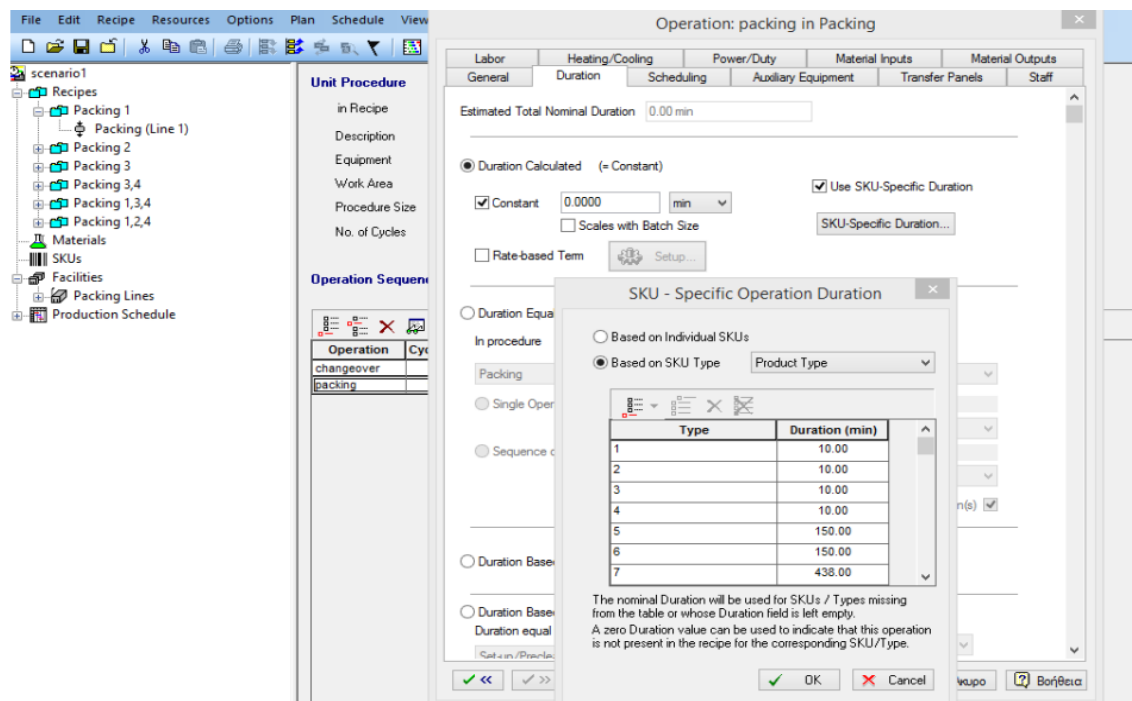
Εικόνα 2.6: Προσθήκη λειτουργιών στο SchedulePro™

Για κάθε λειτουργία πρέπει να προστεθεί ο απαιτούμενος χρόνος. Κάνοντας διπλό κλικ στην εκάστοτε λειτουργία ανοίγει νέο παράθυρο και επιλέγοντας το tab “Duration” συμπληρώνεται η απαραίτητη πληροφορία.

Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής



Εικόνα 2.7: Προσθήκη διάρκειας χρόνου εναλλαγής στο SchedulePro™

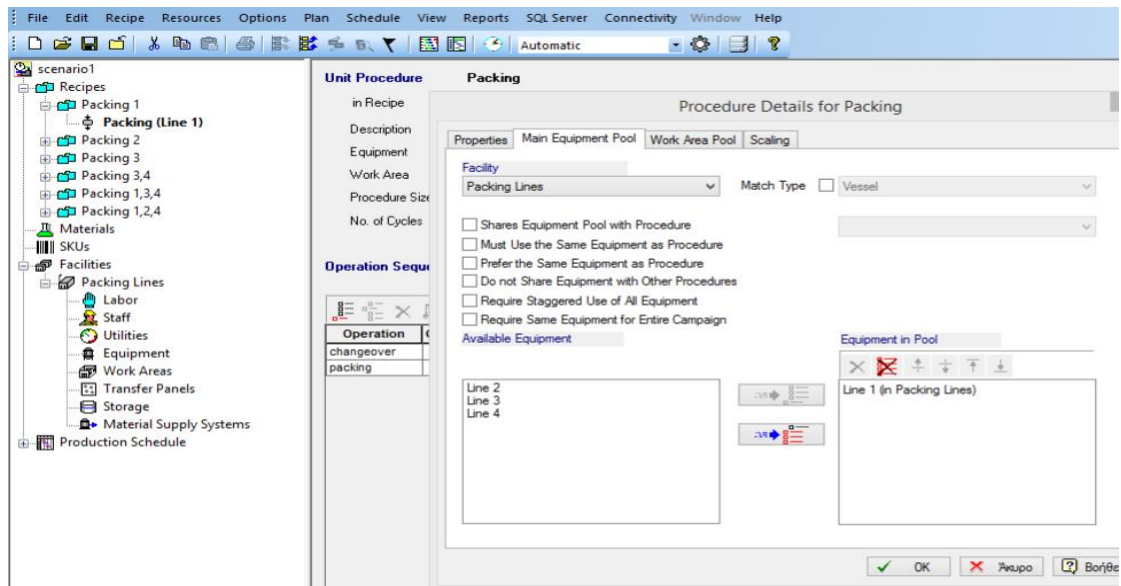


Εικόνα 2.8: Προσθήκη διάρκειας συσκευασίας στο SchedulePro™

Έχοντας προσθέσει το χρόνο διάρκειας κάθε λειτουργείας, πρέπει να καθοριστεί ποιος εξοπλισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κάθε συνταγή. Έτσι, από τη συνταγή γίνεται

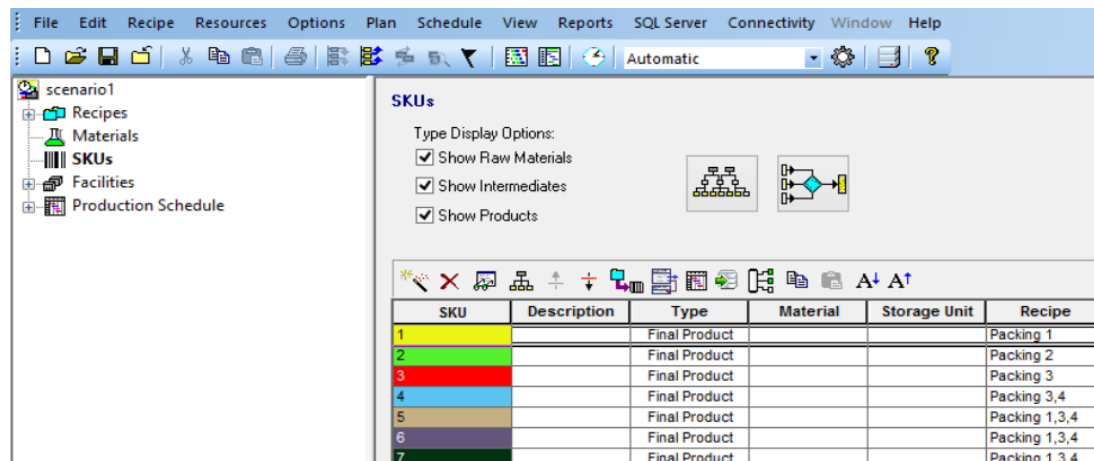
Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής

διπλό κλικ στη διαδικασία και ανοίγει νέο παράθυρο. Στο tab “Main Equipment Pool” επιλέγεται μόνο ο εξοπλισμός που δύναται να χρησιμοποιηθεί.



Εικόνα 2.9: Επιλογή του εξοπλισμού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κάθε διαδικασία στο SchedulePro™

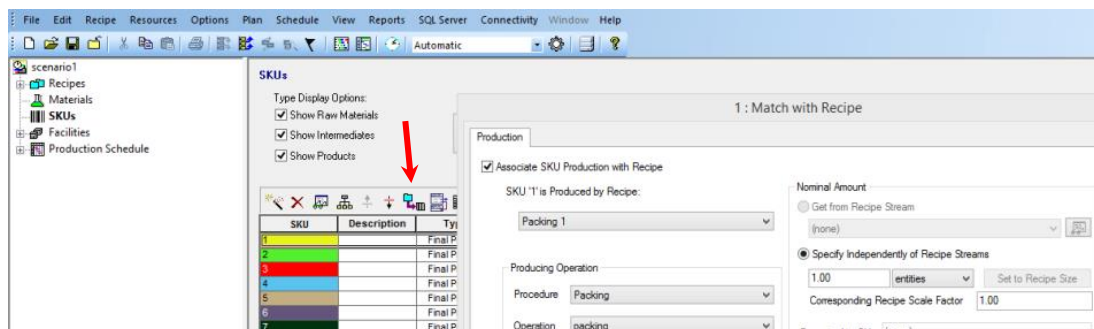
Από το κουμπί “SKUs” του δένδρου προστίθενται όλα τα προϊόντα.



Εικόνα 2.10: Προσθήκη προϊόντων στο SchedulePro™

Για κάθε προϊόν από την εργαλειοθήκη επιλέγεται το κουμπί “Assign SKU Production Recipe” και ανοίγει νέο παράθυρο. Σε αυτό επιλέγεται η συνταγή σύμφωνα με την οποία θα παραχθεί το εκάστοτε προϊόν.

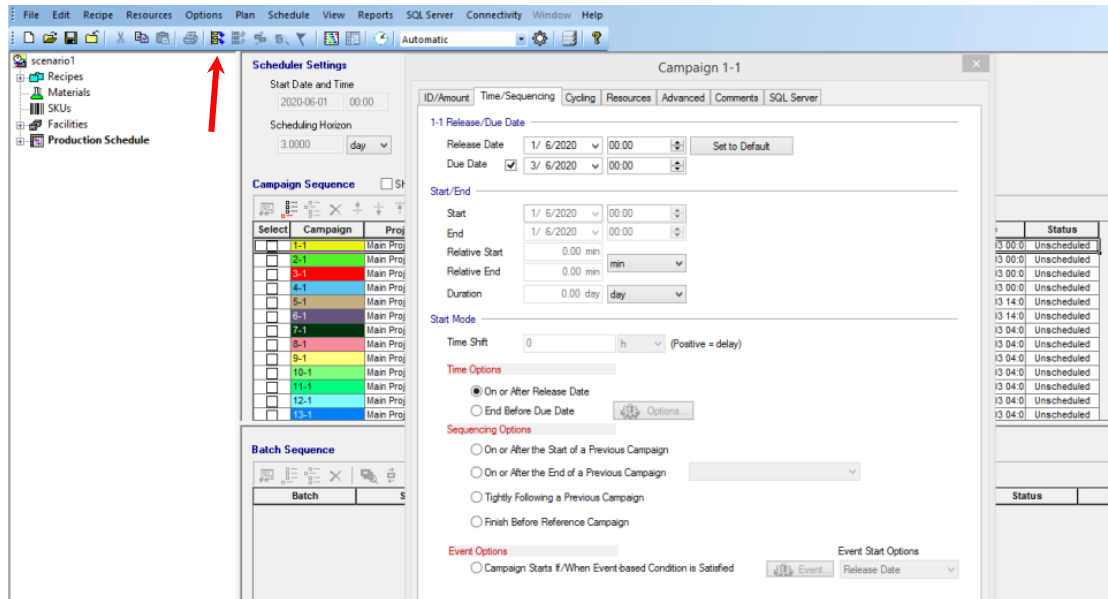
Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής



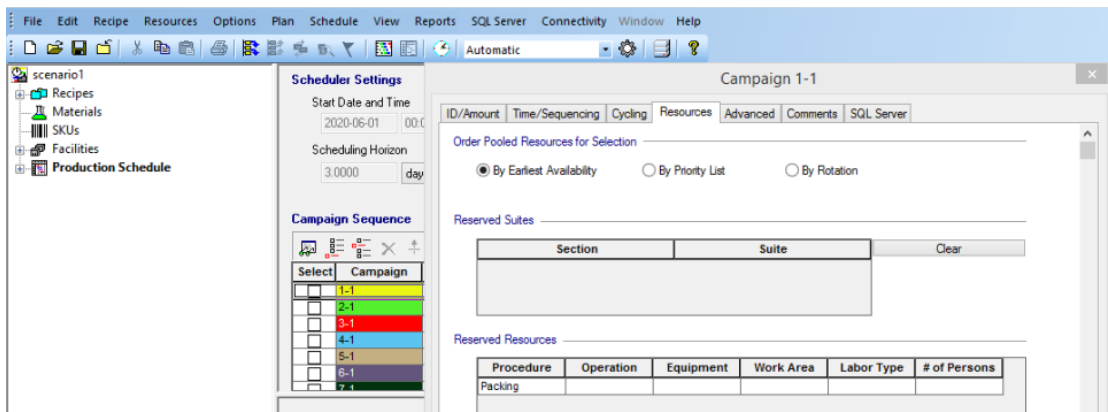
Εικόνα 2.11: Αντιστοίχιση των προϊόντων με τις συνταγές στο SchedulePro™

Τέλος, έχοντας επιλέξει από το δένδρο το κουμπί “Production Schedule” επιλέγονται όλα τα προϊόντα για τα οποία ζητείται να γίνει χρονοπρογραμματισμός. Με διπλό κλικ σε κάθε προϊόν ανοίγει νέο παράθυρο στο οποίο καθορίζονται ο χρόνος από τον οποίο μπορεί το προϊόν να ξεκινήσει να συσκευάζεται (εφόσον υπάρχει τέτοιος περιορισμός) και ο χρόνος προθεσμίας της συσκευασίας του προϊόντος. Επιπλέον, από το tab “Resources” επιλέγεται ο τρόπος που θα πραγματοποιηθεί ο χρονοπρογραμματισμός. Υπάρχουν 3 επιλογές: “By earliest availability”, “By priority list” και “By rotation”. Σύμφωνα με την πρώτη επιλογή, το προϊόν κατανέμεται στη συσκευή που είναι πρώτη διαθέσιμη, σύμφωνα με τη δεύτερη επιλογή το προϊόν κατανέμεται εφόσον είναι δυνατόν στην συσκευή που έχει χαρακτηριστεί με προτεραιότητα, ενώ κατά την τρίτη επιλογή τα προϊόντα κατανέμονται κυκλικά στις γραμμές συσκευασίας. Για το πρόβλημα που μελετάται τα προϊόντα κατανέμονται “By earliest availability”. Πατώντας το κουμπί “Schedule All Campaigns” από τη γραμμή εργαλείων εξάγονται τα αποτελέσματα.

Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής



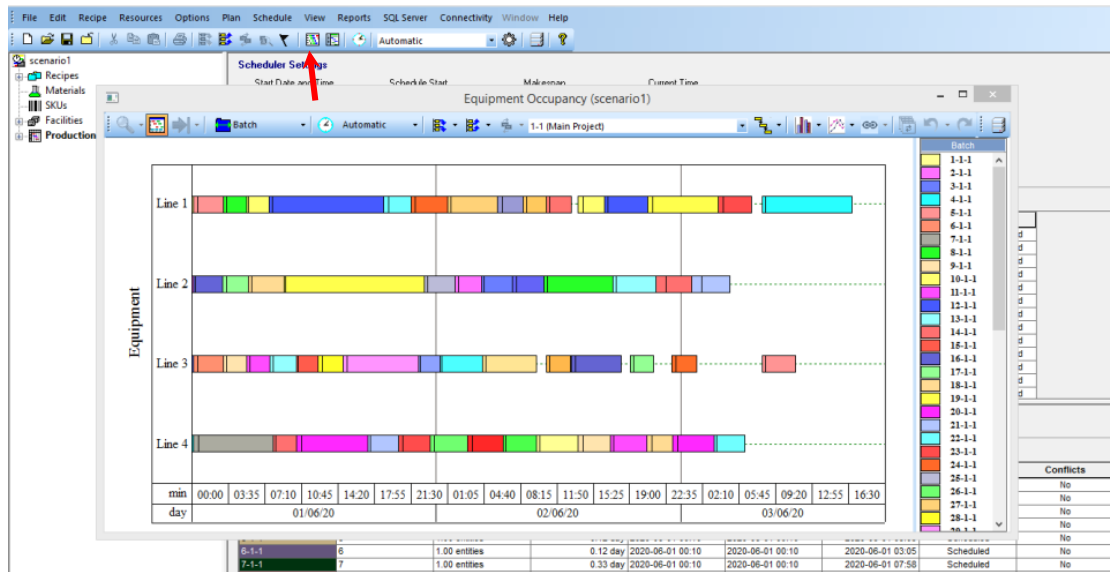
Εικόνα 2.12: Επιλογή των προϊόντων για τα οποία ζητείται ο χρονοπρογραμματισμός τους στο SchedulePro™



Εικόνα 2.13: Προσθήκη του τρόπου χρονοπρογραμματισμού στο SchedulePro™

Πατώντας από τη γραμμή εργαλείων το κουμπί “Show Occupancy Chart” εμφανίζεται το διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής.

Το λογισμικό SchedulePro™ για προσομοίωση του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής



Εικόνα 2.14: Αποτελέσματα χρονοπρογραμματισμού στο SchedulePro™

Οι εικόνες που συμπεριλαμβάνονται αφορούν το Σενάριο 1. Αντίστοιχα δημιουργήθηκαν τα αρχεία και για τα υπόλοιπα Σενάρια.

Μαθηματικό μοντέλο

3. Μαθηματικό μοντέλο

Για την επίλυση του προβλήματος που περιγράφηκε στην ενότητα 1.3 προτείνεται ένα μαθηματικό μοντέλο μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού με χρήση δύο διαφορετικών αντικειμενικών συναρτήσεων. Το μοντέλο αφορά διεργασίες συνεχούς λειτουργίας ενός σταδίου όπου χρησιμοποιείται εξοπλισμός που λειτουργεί παράλληλα και παράγονται πληθώρα τελικών προϊόντων.

Στόχος της βελτιστοποίησης είναι να εξαχθεί ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής του παραπάνω προβλήματος ελαχιστοποιώντας:

- α) Τον συνολικό χρόνο εναλλαγών (changeover)
- β) Τον συνολικό χρόνο εναλλαγών (changeover) και τον χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας (makespan)

Ο χρονικός ορίζοντας είναι μικρότερος από μία εβδομάδα. Εξαρτάται από το μέγεθος του σεναρίου που μελετάται.

Οι παράμετροι που απαιτούνται για την επίλυση του μοντέλου είναι οι εξής (Elekidis et al, 2019):

1. Ο χρονικός ορίζοντας (<βδομάδα)
2. Το σύνολο των προϊόντων
3. Το σύνολο των γραμμών συσκευασίας
4. Πίνακας που να καθορίζει αν το προϊόν i μπορεί να συσκευαστεί στην γραμμή συσκευασίας j
5. Οι προθεσμίες συσκευασίας των προϊόντων
6. Η διάρκεια επεξεργασίας κάθε προϊόντος
7. Ο χρόνος εναλλαγής μεταξύ της συσκευασίας δύο προϊόντων
8. Ο χρόνος από τον οποίο μπορεί να ξεκινήσει να συσκευάζεται ένα προϊόν

Οι τιμές των παραπάνω παραμέτρων για κάθε σενάριο βρίσκονται στα Παραρτήματα.

Οι περιορισμοί που περιγράφουν το μοντέλο είναι οι εξής (Elekidis et al, 2019):

1. Λογικοί περιορισμοί
2. Περιορισμοί αλληλουχίας
3. Λειτουργικοί περιορισμοί

Μαθηματικό μοντέλο

4. Χρονικοί περιορισμοί

3.1 Ονοματολογία

Σύνολα

$i \in I$	Σύνολο τελικών προϊόντων της μονάδας
$j \in J$	Σύνολο γραμμών συσκευασίας
I_j	Προϊόντα που μπορούν να παραχθούν από τη γραμμή j

Παράμετροι

$DDATE_i$	Προθεσμία παραγωγής του προϊόντος i
$Lower_i$	Χρόνος από τον οποίο μπορεί το προϊόν i να ξεκινήσει να συσκευάζεται
T_i	Διάρκεια συσκευασίας του προϊόντος i
$changeover_{i,i'}$	Χρόνος εναλλαγής από το προϊόν i στο προϊόν i'
C	Συντελεστής βαρύτητας του χρόνου ολοκλήρωσης στην αντικειμενική συνάρτηση. Λαμβάνει τιμές 0.01 – 0.1
$window_i$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν το προϊόν πρέπει να παραχθεί μέσα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα

Συνεχείς μεταβλητές

C_i	Χρόνος ολοκλήρωσης παραγωγής του προϊόντος i
CT	Συνολικός χρόνος εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων
MS	Συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας (Makespan)
CT'	Άθροισμα του συνολικού χρόνου εναλλαγών μεταξύ των προϊόντων και του ποσοστού C του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας

Μαθηματικό μοντέλο

Διαδικές μεταβλητές

Y_{ij}	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν το προϊόν i συσκευαστεί στην γραμμή συσκευασίας j , διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0
$XX_{i'ij}$	Λαμβάνει την τιμή 1 εάν το προϊόν i' συσκευαστεί ακριβώς πριν το προν i στην γραμμή συσκευασίας j , διαφορετικά λαμβάνει την τιμή 0

3.2 Περιορισμοί και αντικειμενικές συναρτήσεις

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το μοντέλο είναι οι εξής (Elekidis et al, 2019):

1. Λογικοί περιορισμοί

Σύμφωνα με την εξίσωση (3.1) το κάθε προϊόν θα συσκευαστεί από μόνο μία γραμμή συσκευασίας.

$$\sum_{j \in I_j} Y_{i,j} = 1 \quad \forall i \quad (3.1)$$

2. Περιορισμοί αλληλουχίας

Ο περιορισμός (3.2) εξασφαλίζει ότι σε κάθε γραμμή συσκευασίας ακριβώς πριν την συσκευασία ενός προϊόντος μπορεί να συσκευαστεί μόνο ένα άλλο προϊόν. Αντίστοιχα, ο περιορισμός (3.3) εξασφαλίζει ότι σε κάθε γραμμή συσκευασίας ακριβώς μετά την συσκευασία ενός προϊόντος μπορεί να συσκευαστεί μόνο ένα άλλο προϊόν.

$$\sum_{i', i' \neq i} XX_{i'ij} \leq Y_{ij} \quad \forall i, j \in J_i \quad (3.2)$$

$$\sum_{i', i' \neq i} XX_{iij'} \leq Y_{ij} \quad \forall i, j \in J_i \quad (3.3)$$

Σύμφωνα με τη λογική της αλληλουχίας, ότι δηλαδή το ένα προϊόν διαδέχεται το επόμενο, ισχύει πως το άθροισμα των εναλλαγών που θα πραγματοποιηθούν ανάμεσα

Μαθηματικό μοντέλο

στα προϊόντα σε κάθε γραμμή συσκευασίας, θα ισούται με τον αριθμό των προϊόντων που συσκευάστηκαν στην εκάστοτε γραμμή μείον ένα. Αυτό εκφράζει ο περιορισμός (3.4).

$$\sum_{i,i \in J_i} \sum_{i',i' \neq i,i' \in J_i} XX_{i'ij} + 1 = \sum_{i,i \in J_i} Y_{i,j} \quad \forall j \quad (3.4)$$

3. Λειτουργικοί περιορισμοί

Λόγω αναγκών της βιομηχανίας, υπάρχουν περιπτώσεις προϊόντων τα οποία απαιτείται να ξεκινήσουν να συσκευάζονται μετά από μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή ($Lower_i$). Η απαίτηση αυτή εξασφαλίζεται από την εξίσωση (3.5).

$$C_i - T_i \geq Lower_i \quad \forall i, window_i = 1 \quad (3.5)$$

Αντίστοιχα, υπάρχει η απαίτηση τα προϊόντα να έχουν συσκευαστεί πριν από κάποια χρονική προθεσμία, ώστε να ικανοποιείται η ζήτηση των πελατών. Η απαίτηση αυτή εξασφαλίζεται από την εξίσωση (2.6).

$$C_i \leq DDATE_i \quad \forall i \quad (3.6)$$

4. Χρονικοί περιορισμοί

Σύμφωνα με τον περιορισμό (3.7) ο χρόνος ολοκλήρωσης ενός προϊόντος είναι μεγαλύτερος από αυτόν άλλου προϊόντος που συσκευάστηκε προηγουμένως συν τη διάρκεια συσκευασίας του καθώς και τη διάρκεια εναλλαγής μεταξύ των δύο αυτών προϊόντων ($changeover_{ii'}$). Ο τελευταίος όρος της εξίσωσης ενεργοποιείται όταν η αλληλουχία μεταξύ των προϊόντων i και i' δεν επιλέγεται ($XX_{ii'}=0$) και έτσι ο συγκεκριμένος περιορισμός γίνεται ανενεργός.

$$C_{i'} \geq C_i + T_{i'} + XX_{ii'} * changeover_{ii'} - DDATE_i * (1 - XX_{ii'}) \quad \forall i, i' \neq i, j \in (i_j \cap i'_j) \quad (3.7)$$

Μαθηματικό μοντέλο

Επιπλέον, σύμφωνα με την εξίσωση (3.8) ο χρόνος ολοκλήρωσης ενός προϊόντος είναι μικρότερος από τον χρόνο ολοκλήρωσης του προϊόντος που συσκευάστηκε προηγουμένως, συν τη διάρκεια συσκευασίας του καθώς και του χρόνου εναλλαγής μεταξύ τους. Πάλι ο τελευταίος όρος εξασφαλίζει ότι ο περιορισμός θα γίνεται ανενεργός όταν δεν υπάρχει αλληλουχία όπως και στον περιορισμό (3.7).

$$C_{i'} \leq C_i + T_{i'} + XX_{ii',j} * changeover_{ii'} + (DDATE_{i'} - T_{i'}) * (1 - XX_{ii',j})$$
$$\forall i, i' \neq i, j \in (i_j \cap i'_j), window_i \neq 1 \quad (3.8)$$

5. Makespan

Η εξίσωση (3.9) δεν αποτελεί περιορισμό. Είναι ο ορισμός της μεταβλητής του χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας (MS). Οτι δηλαδή ο χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας είναι αυτός στον οποίο έχουν συσκευαστεί όλα τα προϊόντα.

$$MS \geq C_i \quad \forall i \quad (3.9)$$

6. Αντικειμενικές συναρτήσεις

Ο στόχος της βελτιστοποίησης του προβλήματος είναι αρχικά η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου εναλλαγών (CT). Αυτό εκφράζεται από την αντικειμενική συνάρτηση (3.10).

$$\min CT = \sum_{i,i \in J_i} \sum_{i', i' \neq i, i' \in J_i} \sum_j XX_{ii',j} * changeover_{ii'} \quad (3.10)$$

Έπειτα, για τη δημιουργία πιο ομαλών και πιο λειτουργικών προγραμμάτων παραγωγής, προστίθεται στην αντικειμενική συνάρτηση η μεταβλητή του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης (MS). Επειδή η μεταβλητή αυτή λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές (το makespan αντιστοιχεί σε μέρες ενώ το changeover σε ώρες), πολλαπλασιάζεται με την σταθμισμένη παράμετρο C ($C < 1$) έτσι ώστε να επιδρά το ίδιο σημαντικά με τη μεταβλητή του συνολικού χρόνου εναλλαγών.

$$\min CT' = \sum_{i,i \in J_i} \sum_{i', i' \neq i, i' \in J_i} \sum_j XX_{ii',j} * changeover_{ii'} + C * MS \quad (3.11)$$

Τεχνικές επίλυσης του μοντέλου

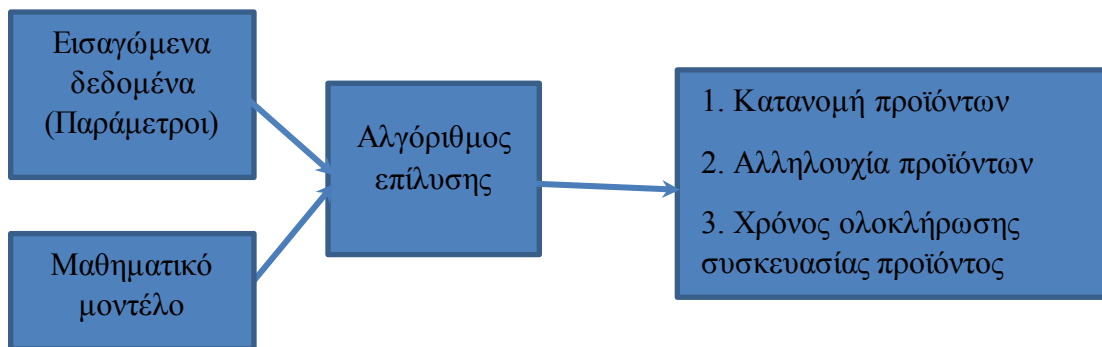
4. Τεχνικές επίλυσης του μοντέλου

4.1 Μέθοδος διάσπασης (Decomposition strategy)

Λόγω του μεγάλου αριθμού τελικών προϊόντων, πολύ συχνά απαιτείται η επίλυση προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής μεγάλης κλίμακας. Συγκεκριμένα, όσο αυξάνεται ο αριθμός των προϊόντων, εκθετικά αυξάνονται οι μεταβλητές του μοντέλου επίλυσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να καθίσταται αδύνατη η εξαγωγή λύσεων με την απευθείας επίλυση του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου.

Για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, προτείνεται μια στρατηγική επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου η οποία βασίζεται στην τεχνική διάσπασης. Σύμφωνα με αυτή, το συνολικό πρόβλημα χωρίζεται σε μικρότερα υποπροβλήματα τα οποία μπορούν να λυθούν επαναληπτικά με τη χρήση του παραπάνου μοντέλου. Το μέγεθος των υποπροβλημάτων, δηλαδή ο αριθμός προϊόντων που θα περιέχει κάθε υποπρόβλημα, ορίζεται από την παράμετρο *step*. Στην επόμενη ενότητα ακολουθεί ανάλυση ευαισθησίας για αυτήν την παράμετρο.

Η μέθοδος διάσπασης έχει χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν από την επιστημονική κοινότητα σε πλήθος προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού παραγωγής από διαφορετικούς κλάδους της βιομηχανίας όπως η βιομηχανία φαρμάκων, διυλιστήρια πετρελαίου, βιομηχανία χημικών (Georgiadis et al., 2019)

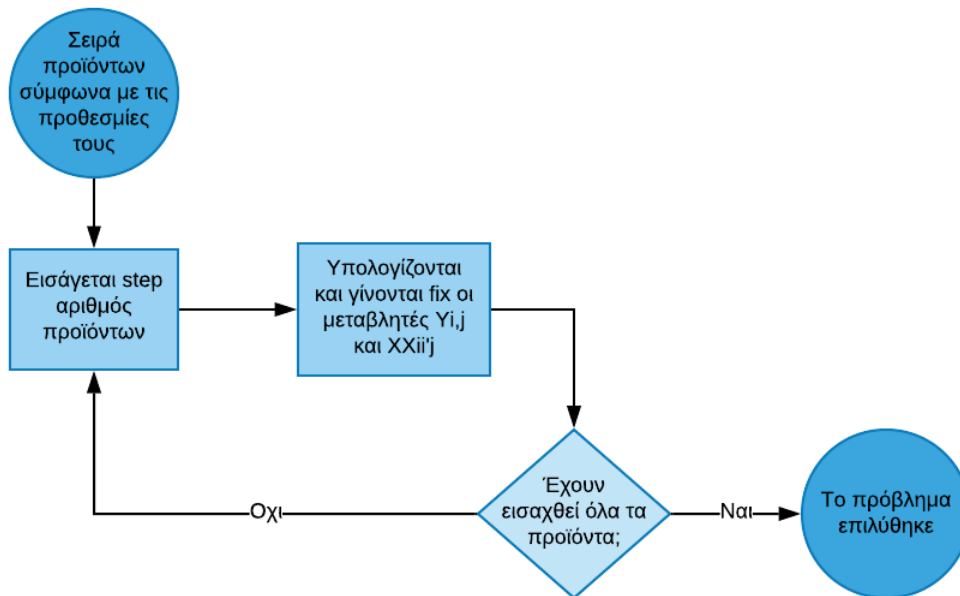


Σχήμα 4.1: Σχηματική αναπαράσταση της χρήσης της μεθόδου διάσπασης

Συγκεκριμένα, σύμφωνα με την τιμή της παραμέτρου *step*, εισάγεται συγκεκριμένος αριθμός προϊόντων $i \in P(i)$ σε κάθε επανάληψη. Για κάθε επιμέρους υποπρόβλημα εξάγεται η βέλτιστη λύση μέσω της επίλυσης του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου.

Τεχνικές επίλυσης του μοντέλου

Δηλαδή καθορίζεται σε ποια γραμμή συσκευασίας ($Y(i,j)$) και με ποια αλληλουχία ($X(i',j)$) θα συσκευαστεί το κάθε προϊόν. Οι δυαδικές αυτές μεταβλητές γίνονται fix μετά από κάθε επανάληψη. Αφού ολοκληρωθεί αυτό, εισάγεται η επόμενη ομάδα προϊόντων και πραγματοποιείται η ίδια διαδικασία. Τα προϊόντα της δεύτερης ομάδας προγραμματίζονται να συσκευαστούν ακριβώς μετά από τα προϊόντα της πρώτης ομάδας και ούτω καθεξής. Η επίλυση τελειώνει όταν θα έχουν εισαχθεί όλα τα προϊόντα. Η σειρά με την οποία εισάγονται τα προϊόντα βασίζεται στις προθεσμίες συσκευασίας τους, δηλαδή εισάγονται πρώτα αυτά που θα πρέπει να συσκευαστούν νωρίτερα.



Σχήμα 4.2 Σχηματική αναπαράσταση της στρατηγικής επίλυσης

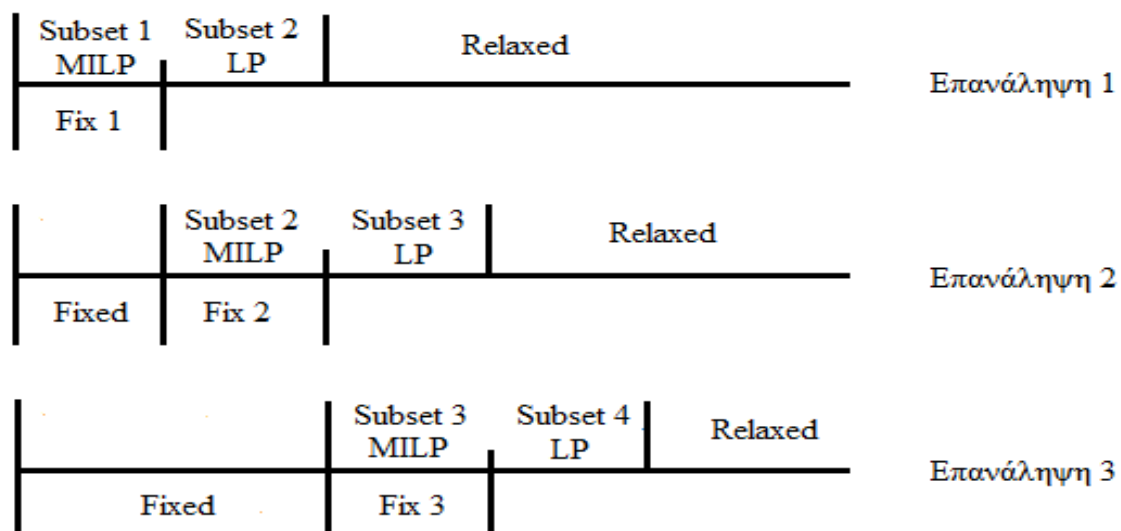
Στόχος κάθε επανάληψης είναι να πετυχαίνει 0% χάσμα από τη βέλτιστη λύση. Για πρακτικούς λόγους όμως χρησιμοποιείται χρονικός περιορισμός κατα τον οποίο μπορεί να διαρκέσει μια επανάληψη (συνήθως 3-5λεπτά). Είναι φανερό, πως η τελική λύση δεν αποτελεί τη βέλτιστη, καθώς η λύση είναι άμεσα συνδεδεμένη με τη σειρά που εισέρχονται τα προϊόντα. Παρόλα αυτά, μέσω του αλγορίθμου γίνεται εφικτή η επίλυση μεγάλων προβλημάτων για τα οποία δε θα ήταν δυνατή η απευθείας επίλυσή τους,

Τεχνικές επίλυσης του μοντέλου

4.2 Relax & Fix

Ο αλγόριθμος που περιγράφηκε στην ενότητα 3.1 μπορεί να επέκταθεί με τη χρήση της τεχνικής relax and fix. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, στο μοντέλο εισέρχονται κάθε φορά δύο ομάδες προϊόντων (subsets) με αριθμό προϊόντων της κάθε ομάδας ίσο με την τιμή της παραμέτρου *step*. Λύνεται το πρόβλημα μεικτού-ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) για το πρώτο subset και το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (LP) για το δεύτερο subset. Στο πρώτο subset γίνεται fix όλων των δυαδικών μεταβλητών. Η διαφορά με πριν είναι ότι πλέον ο επιλυτής γνωρίζει ποια θα είναι τα προϊόντα που θα εισαχθούν στη συνέχεια. Έτσι λοιπόν, η λύση που προκύπτει είναι διαφορετική από το εάν δεν χρησιμοποιούταν η μέθοδος relax and fix, αφού πλέον ο χρονοπρογραμματισμός της πρώτης ομάδας θα γίνει με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε σε συνδυασμό με τον χρονοπρογραμματισμό της δεύτερης ομάδας να προκύψει συνολικά καλύτερο αποτέλεσμα.

Συγκεκριμένα αυτό που συμβαίνει είναι ότι οι δυαδικές μεταβλητές ($Y(i,j)$ & $X(i',j)$) που εισάγονται αρχικά είναι «χαλαρές (relaxed)» το οποίο σημαίνει ότι μπορούν να πάρουν τιμές από 0 έως 1 (Toledo et al, 2015). Από το σύνολο των δυαδικών μεταβλητών που εισάγονται σε κάθε επανάληψη οι μισές λαμβάνουν την τελική τους τιμή, γίνονται δηλαδή «fixed» ενώ οι υπόλοιπες παραμένουν «relaxed». Οι επαναλήψεις συνεχίζονται με βήμα ίσο με την παράμετρο *step* έως ότου υπολογιστούν όλες οι μεταβλητες.



Σχήμα 4.3: Σχηματική αναπαράσταση της μεθόδου Relax & Fix

Τεχνικές επίλυσης του μοντέλου

Στο επόμενο κεφάλαιο συγκρίνονται τα αποτελέσματα του μοντέλου με και χωρίς την χρήση της τεχνικής Relax & Fix.

Εφαρμογές και αποτελέσματα

5. Εφαρμογές και αποτελέσματα

5.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των 7 διαφορετικών σεναρίων ζήτησης που προέκυψαν από τη χρήση του μαθηματικού μοντέλου και της αντικειμενικής συνάρτησης (2.10) που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2. Τα δεδομένα των σεναρίων αυτών βρίσκονται στα παραρτήματα. Στο 7^ο από τα σενάρια που θα εξεταστούν οι γραμμές συσκευασίας θα είναι 3 (αντί 4) για να μελετηθεί η περίπτωση που κάποια έχει βλάβη ή βρίσκεται σε διαδικασία συντήρησης. Παράλληλα παρουσιάζονται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα των ίδιων σεναρίων που εξήχθησαν με τη χρήση του εργαλείου SchedulePro™. Τα δεδομένα των σεναρίων βρίσκονται στα Παραρτήματα και αποτελούν πραγματικά δεδομένα βιομηχανικής μονάδας.

Για τη λύση του μαθηματικού μοντέλου χρησιμοποιήθηκε το υπολογιστικό εργαλείο GAMS (General Algebraic Modeling System) το οποίο ενδύκνεται για προβλήματα μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού (Mixed-Integer Linear Programming) καθώς και ο επιλυτής ILOG Cplex (GAMS, 2018).

Τα αποτελέσματα του χρονοπρογραμματισμού παραγωγής παρουσιάζονται με τη μορφή διαγραμμάτων Gantt Charts τα οποία κατασκευάστηκαν με χρήση του λογισμικού SchedulePro™. Τα διαγράμματα αυτά προτάθηκαν το 1917 από τον Henry Gantt για τον έλεγχο της παραγωγής (Herrmann, 2006). Στον οριζόντιο άξονα βρίσκεται ο χρόνος σε μέρες και ώρες. Στον κατακόρυφο άξονα βρίσκεται ο μηχανολογικός εξοπλισμός. Το χρώμα σε κάθε ορθογώνιο κουτάκι αντιπροσωπεύει το προϊόν σύμφωνα με το υπόμνημα που βρίσκεται στα δεξιά του διαγράμματος. Κάθε ορθογώνιο χωρίζεται σε δύο μικρότερα ίδιου χρώματος. Το μήκος του πρώτου ορθογωνίου δείχνει τη διάρκεια εναλλαγής ενώ το μήκος του δεύτερου ορθογωνίου εκφράζει τη διάρκεια συσκευασίας του προϊόντος. Η γενική θέση του ορθογωνίου στο διάγραμμα φανερώνει σε ποιά γραμμή συσκευασίας θα συσκευαστεί το προϊόν, ποια χρονική στιγμή και με ποια αλληλουχία με τα υπόλοιπα προϊόντα.

Στην συνέχεια με χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης (2.11) πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου C του μαθηματικού μοντέλου. Συγκεκριμένα, μελετάται πώς η τιμή της παραμέτρου C επηρεάζει τον συνολικό χρόνο εναλλαγών καθώς και τον χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας. Για την ανάλυση χρησιμοποιούνται

Εφαρμογές και αποτελέσματα

πάλι τα δεδομένα των 7 σεναρίων. Επειδή, όπως φαίνεται στην υποενότητα 4.3, τα αποτελέσματα της ανάλυσης δεν είναι τα αναμενόμενα, μελετάται εκ νέου η επίδραση της παραμέτρου C σε μικρότερα προβλήματα.

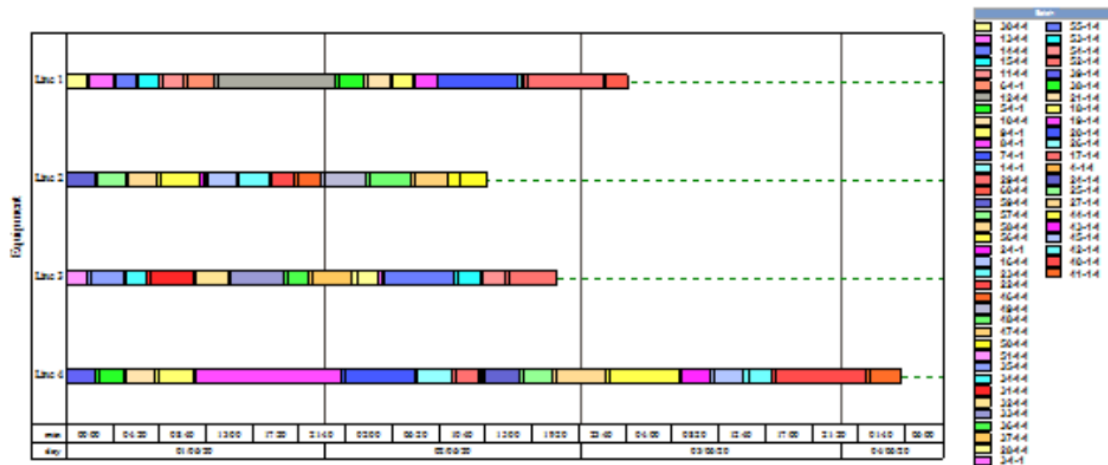
Στην ενότητα 4.4 πραγματοποιείται ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου step η οποία χρησιμοποιείται στη μέθοδο διάσπασης όπως αυτή περιγράφηκε στην ενότητα 3.1. Ερευνάται πώς η παράμετρος step επιδρά στον συνολικό χρόνο εναλλαγών, στον χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας καθώς και στον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται από το πρόγραμμα GAMS για να λύσει το μοντέλο. Και σε αυτήν την περίπτωση για την ανάλυση χρησιμοποιούνται τα δεδομένα των 7 σεναρίων.

Τέλος, στην ενότητα 4.5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της χρήσης της μεθόδου Relax & Fix και στα 7 σεναρία μελέτης. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με τα αποτελέσματα της ενότητας 4.4 για να αποφανθεί η χρησιμότητα αυτής της τεχνικής στο μαθηματικό μοντέλο αυτού του προβλήματος.

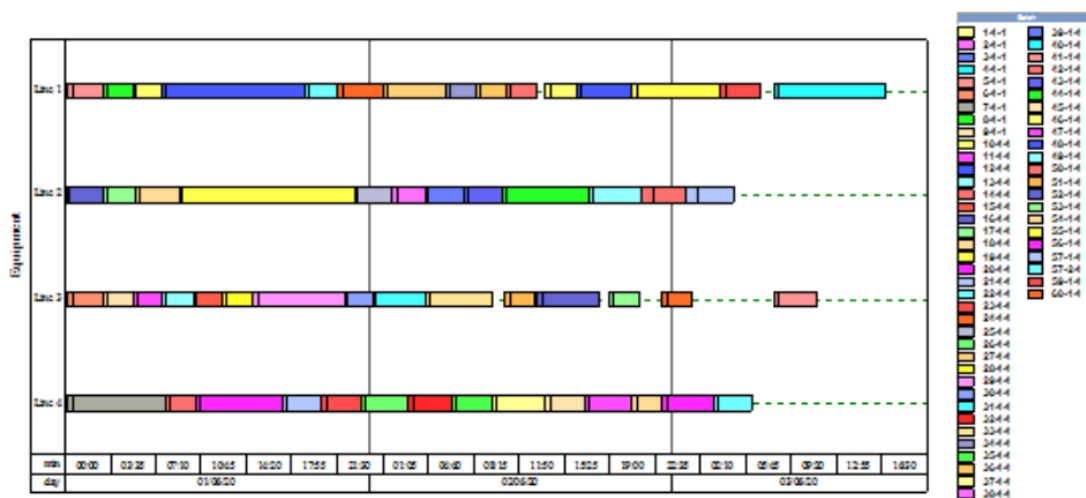
5.2 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με μαθηματική βελτιστοποίηση & με τη χρήση του εργαλείου SchedulePro™

Παρακάτω ακολουθούν τα διαγράμματα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής που προέκυψαν από τη μαθηματική βελτιστοποίηση και τη χρήση του προγράμματος GAMS καθώς και αυτά που προέκυψαν με χρήση του εργαλείου SchedulePro™ και πραγματοποιείται σύγκρισή τους.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.1: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 1

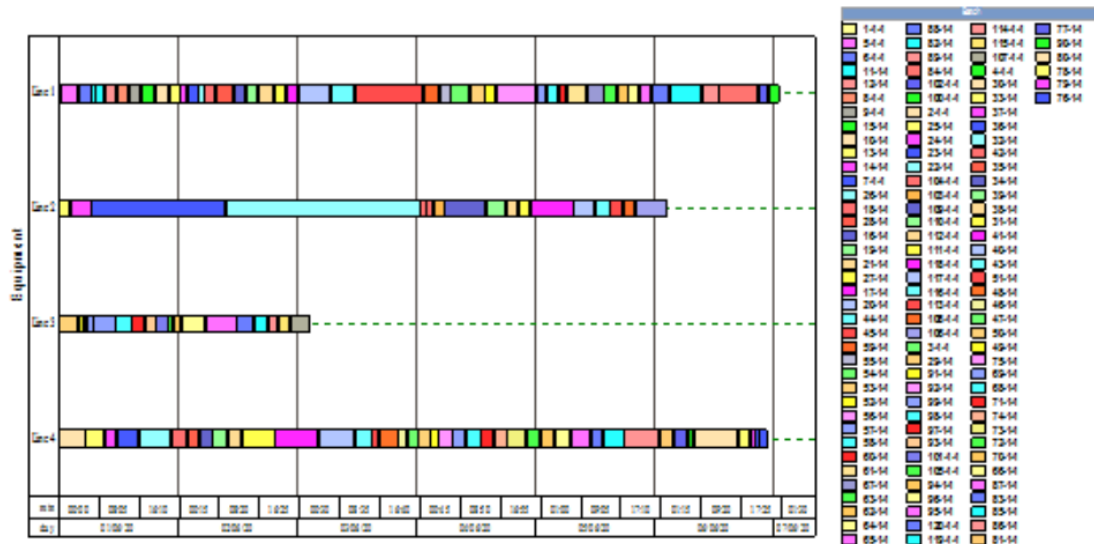


Σχήμα 5.2: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 1

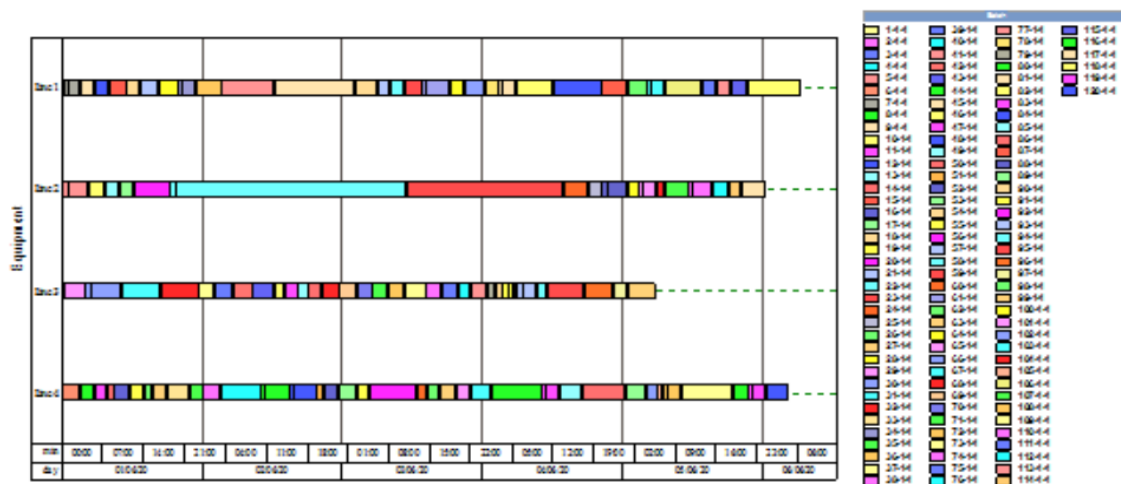
Στην περίπτωση του Σεναρίου 1 υπάρχει χρονικός περιορισμός για τα προϊόντα 40 και 41 σύμφωνα με τον οποίο μπορούν να συσκευαστούν μετά τη χρονική στιγμή 3360min. Η χρήση της μαθηματικής βελτιστοποίησης οδηγεί σε συνεχές πρόγραμμα συσκευασίας. Αντίθετα, το εργαλείο SchedulePro™ εξάγει πρόγραμμα με κενά κατά τα οποία οι γραμμές συσκευασίας παραμένουν αδρανείς.

Εφαρμογές και αποτελέσματα

Ο συνολικός χρόνος εναλλαγών με χρήση του GAMS είναι 953min ενώ με χρήση του SchedulePro™ είναι 1275min. Τα αποτελέσματα συνεπώς του βελτιστοποιημένου προγραμματισμού παραγωγής είναι σημαντικά πιο βελτιωμένα κατά 34%.



Σχήμα 5.3: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 2



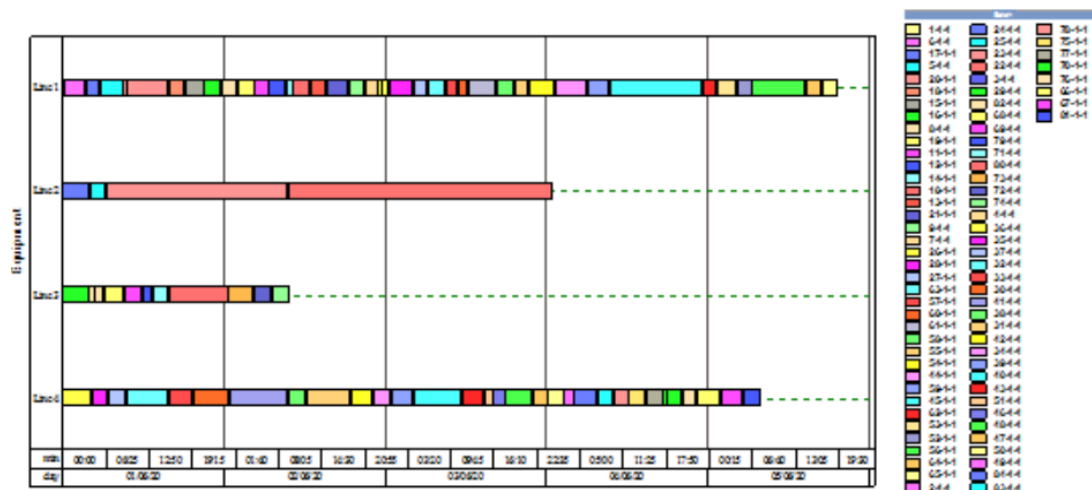
Σχήμα 5.4: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 2

Για το 2^ο Σενάριο ο χρόνος εναλλαγών που προκύπτει από τη μαθηματική μοντελοποίηση είναι 2094min ενώ από το SchedulePro™ είναι 2827min. Και σε αυτή

Εφαρμογές και αποτελέσματα

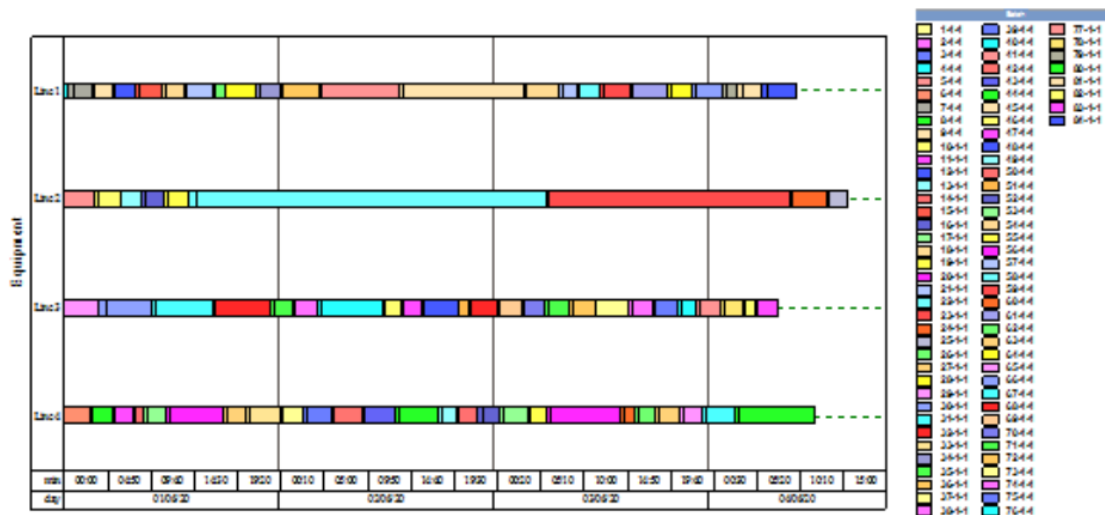
την περίπτωση τα αποτελέσματα ως προς τον συνολικό χρόνο εναλλαγών είναι καλύτερα με χρήση της μαθηματικής βελτιστοποίησης κατά 35%.

Από την άλλη μεριά όμως, στο χρονοπρόγραμμα που προκύπτει από τη μαθηματική βελτιστοποίηση, η γραμμή συσκευασίας 3 δε λειτουργεί καθόλη τη διάρκεια της παραγωγής, με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας. Έτσι, αναδύκεται η ανάγκη για επιλογή της πιο ολοκληρωμένης αντικειμενικής συνάρτησης (3.11).



Σχήμα 5.5: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 3

Εφαρμογές και αποτελέσματα

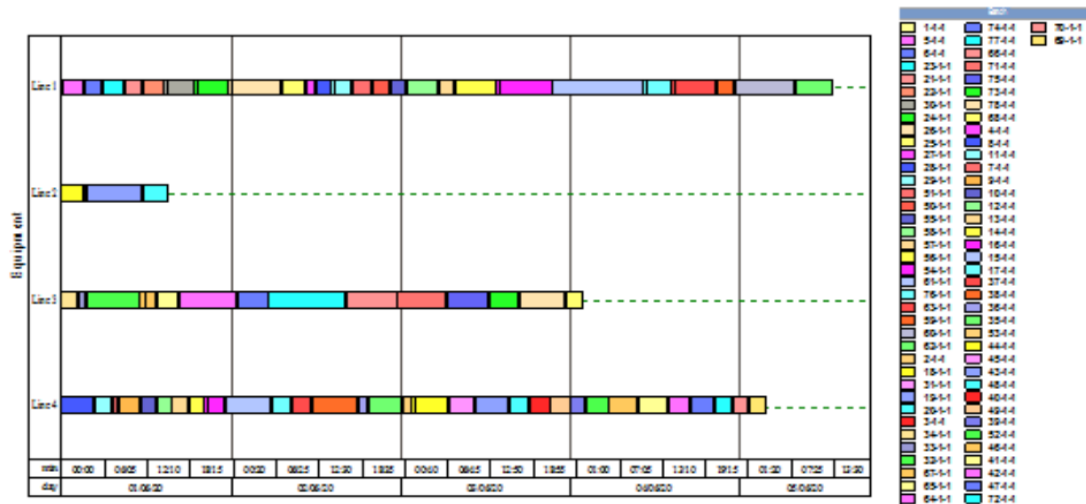


Σχήμα 5.6: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 3

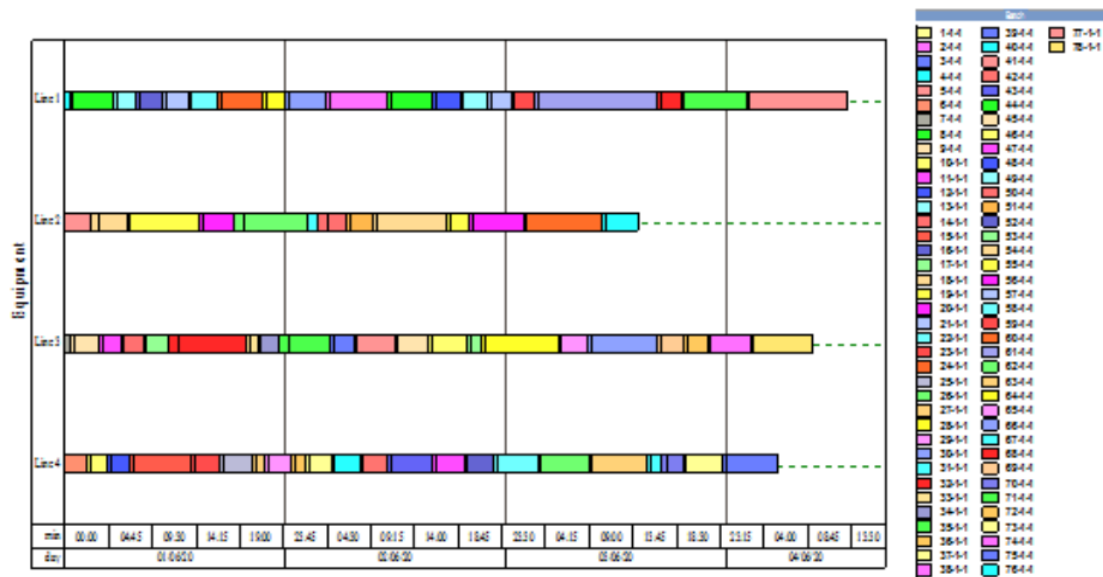
Οι χρόνοι εναλλαγών του Σενάριου 3 που προκύπτουν από τη μαθηματική βελτιστοποίηση και την προσομοίωση (SchedulePro™) είναι αντίστοιχα 1338min και 1749min. Και σε αυτό το σενάριο διαφαίνεται το πλεονέκτημα της βελτιστοποίησης όπου ο χρόνος εναλλαγών είναι μικρότερος κατά 31%.

Πρέπει όμως και εδώ να αναφερθεί, ότι οι γραμμές συσκευασίας 2 και 3 του χρονοπρογράμματος που εξάγεται από τη μαθηματική μοντελοποίηση επίσης δεν λειτουργούν καθόλη τη διάρκεια της συσκευασίας με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας κατά 1 μέρα.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.7: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 4

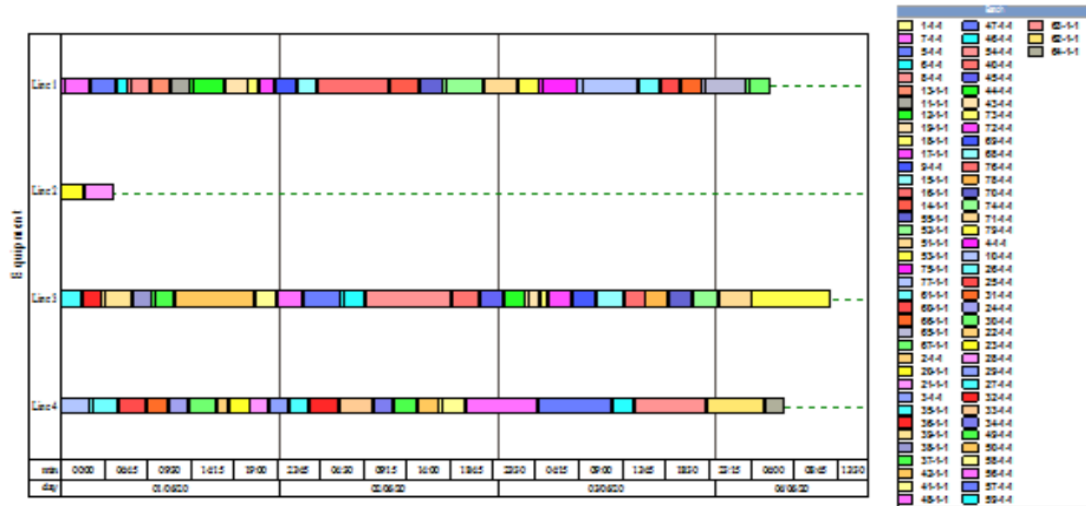


Σχήμα 5.8: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 4

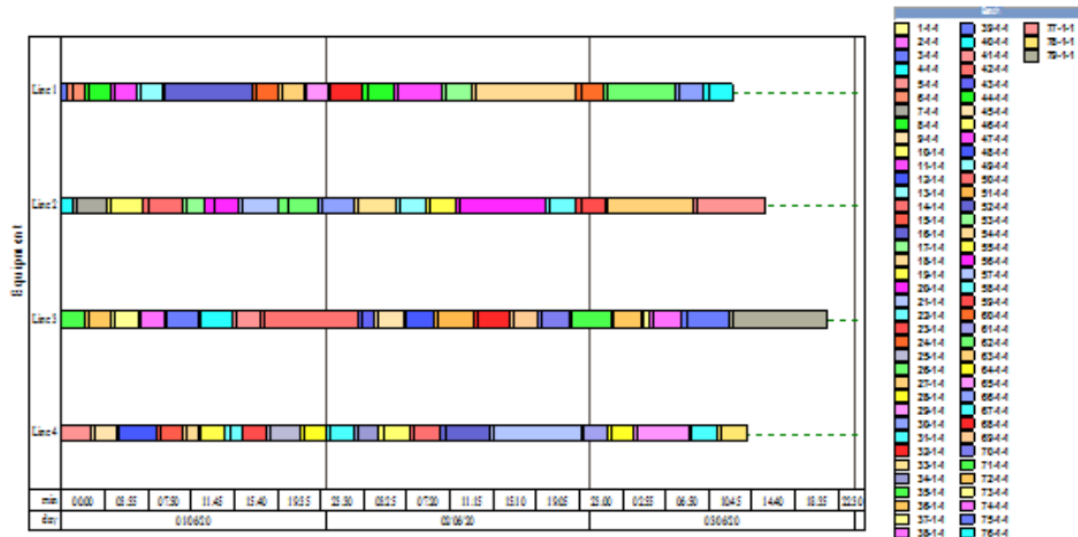
Συγκρίνοντας την περίπτωση του Σεναρίου 4, ο χρόνος των συνολικών εναλλαγών που προκύπτει από τη μαθηματική βελτιστοποίηση είναι 1364min, σημαντικά μικρότερος (κατά 42%) από αυτόν που προκύπτει από το εργαλείο SchedulePro™ ο οποίος είναι 1930min.

Εφαρμογές και αποτελέσματα

Το μόνο μειονέκτημα του χρονοπρογράμματος που εξήχθησε με τη μαθηματική μοντελοποίηση είναι ότι η γραμμή συσκευασίας 2 είναι ανενεργή σχεδόν σε ολόκληρη τη διαδικασία συσκευασίας.



Σχήμα 5.9: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 5

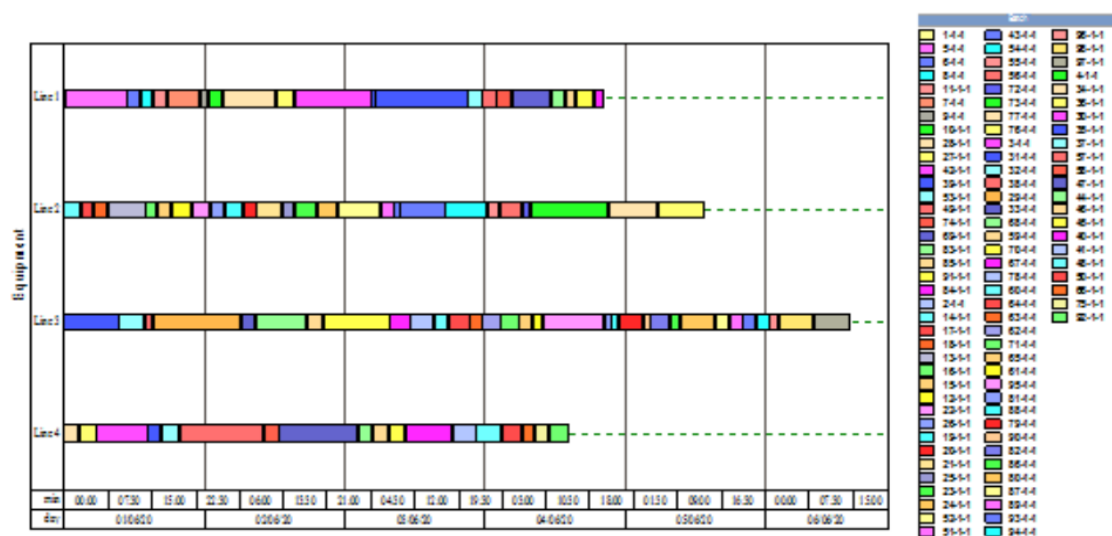


Σχήμα 5.10: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 5

Εφαρμογές και αποτελέσματα

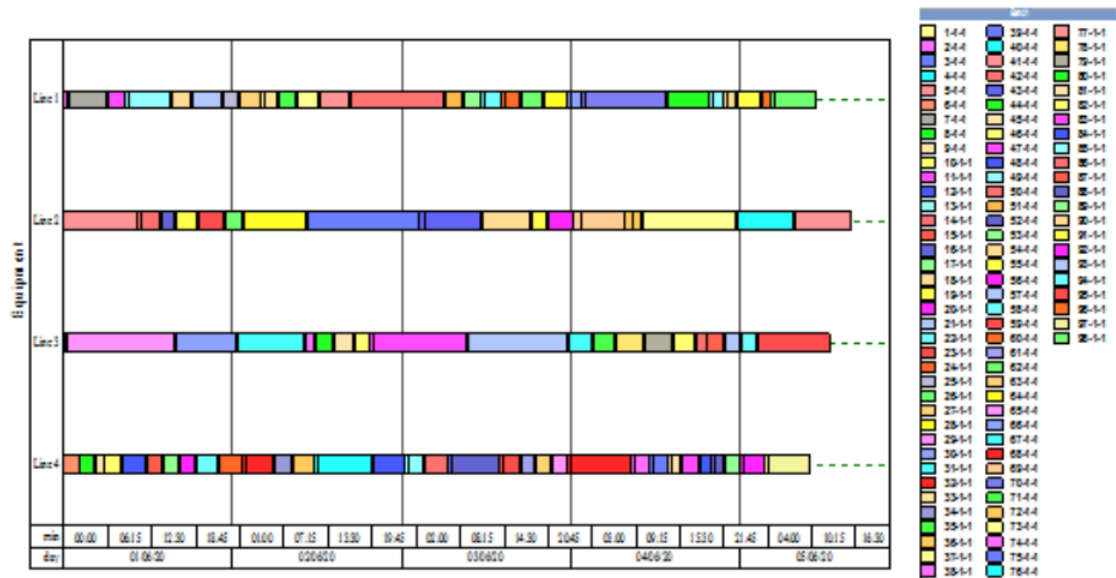
Τα αποτελέσματα του Σεναρίου 5 είναι αντίστοιχα με αυτά του Σεναρίου 4. Εδώ ο συνολικός χρόνος εναλλαγών από την μαθηματική βελτιστοποίηση είναι 1220min, αρκετά μικρότερος (κατά 37%) από αυτόν που προκύπτει από την προσομοίωση ο οποίος είναι 1675min.

Παρόλαυτα υπάρχει το πρόβλημα με την γραμμή συσκευασίας 2, η οποία κατά την μαθηματική βελτιστοποίηση επιλέγεται να συσκευάσει μόνο 2 προϊόντα. Και εδώ αυτό έχει ως συνέπεια ο χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας να διαρκεί 1 παραπάνω ημέρα. Βέβαια, αυτό οφείλεται στη χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης (3.10) η οποία δε λαμβάνει υπόψιν τον συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας.



Σχήμα 5.11: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 6

Εφαρμογές και αποτελέσματα

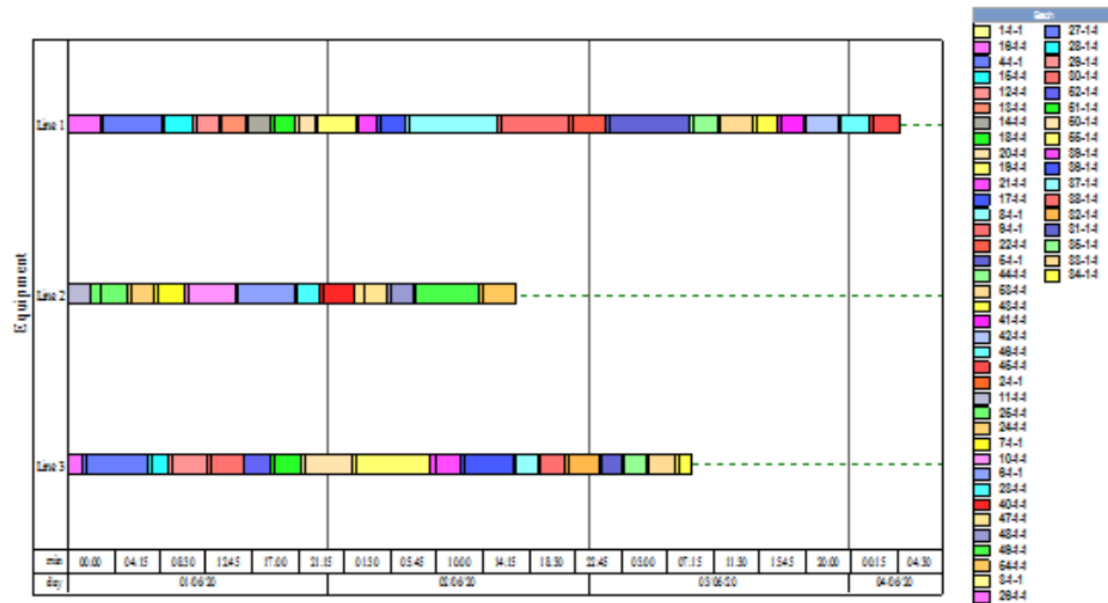


Σχήμα 5.12: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 6

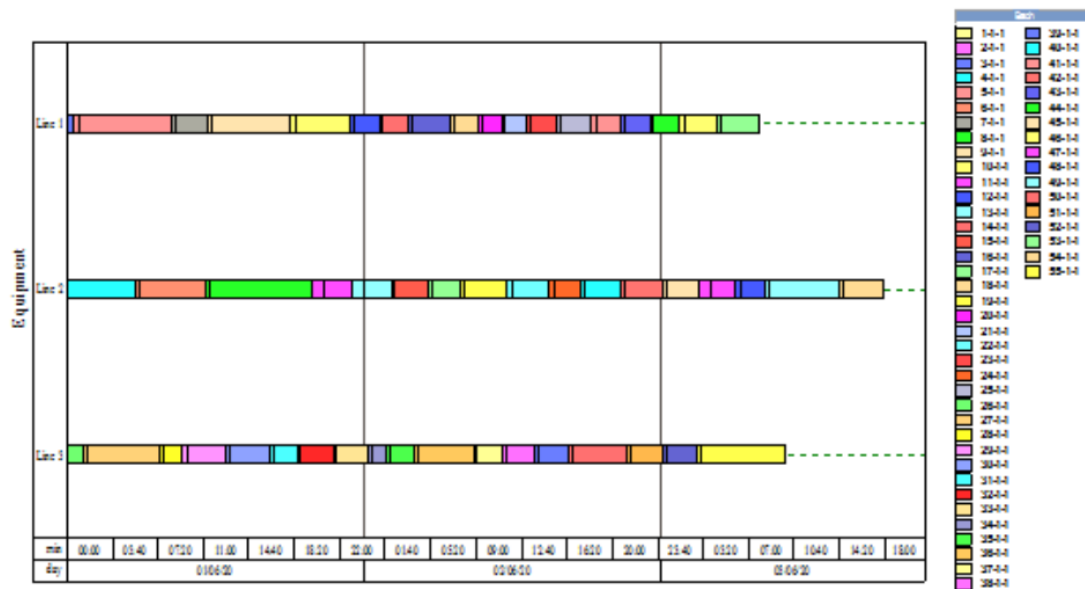
Σύμφωνα με τα αποτελέσματα για το 6^ο Σενάριο, ο συνολικός χρόνος εναλλαγών που προκύπτει με χρήση της μαθηματικής βελτιστοποίησης είναι 1502min, σε αντιδιαστολή με τον χρόνο που εξάγεται από το εργαλείο SchedulePro™ που είναι 2109min. Δηλαδή ο χρόνος εναλλαγών που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση είναι κατά 40% μικρότερος.

Στο 6^ο Σενάριο δεν παρατηρείται εξίσου έντονα με τα προηγούμενα το πρόβλημα της κατανομής των προϊόντων στις γραμμές συσκευασίας.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.13: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής βελτιστοποίησης για το Σενάριο 7



Σχήμα 5.14: Διάγραμμα χρονοπρογραμματισμού παραγωγής με χρήση του SchedulePro™ για το Σενάριο 7

Η περίπτωση του Σεναρίου 7 είναι διαφορετική διότι σε αυτήν λειτουργούν μόνο 3 από τις γραμμές συσκευασίας. Αυτό μπορεί να συμβεί όπως προαναφέρθηκε αν κάποια

Εφαρμογές και αποτελέσματα

παρουσιάσει βλάβη ή βρίσκεται σε διαδικασία συντήρησης. Επιπλέον, το πρόβλημα είναι μικρότερο αφού ο αριθμός των προϊόντων είναι μόλις 55 σε σύγκριση με τα υπόλοιπα σενάρια που ο αριθμός των προϊόντων υπερβαίνει τα 80. Συνολικά δηλαδή το πρόβλημα είναι λιγότερο περίπλοκο από τα προηγούμενα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η διαφορά των αποτελεσμάτων ανάμεσα στη χρήση μαθηματικής μοντελοποίησης και SchedulePro™ να είναι μικρότερη (22%). Συγκεκριμένα, οι τιμές των χρόνων εναλλαγών που υπολογίζονται είναι αντίστοιχα 928min και 1131min.

Στον Πίνακα 5.1 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα για κάθε σενάριο.

Πίνακας 5.1: Σύγκριση του συνολικού χρόνου εναλλαγής που προκύπτει από τη μαθηματική βελτιστοποίηση και τεχνικών βελτιστοποίησης και του SchedulePro™

Σενάριο	Αριθμός προϊόντων	Βελτιστοποίηση (min)	SchedulePro™ (min)	Διαφορά (min)	Διαφορά (%)
1	60	953	1275	322	34
2	120	2094	2827	733	35
3	84	1338	1749	411	31
4	78	1364	1930	566	42
5	79	1220	1675	455	37
6	98	1502	2109	607	40
7	55	928	1131	203	22

Παρατηρείται πως σε όλα τα σενάρια η χρήση του μοντέλου μεικτού ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού οδηγεί σε καλύτερη λύση η οποία μπορεί να βελτιωθεί έως και 42%.

Ως διαφορά (%) ορίζεται το ποσοστό κατά το οποίο ο συνολικός χρόνος εναλλαγών που εξάγεται με χρήση του SchedulePro™ είναι μεγαλύτερος από αυτόν που προκύπτει από τη μαθηματική βελτιστοποίηση:

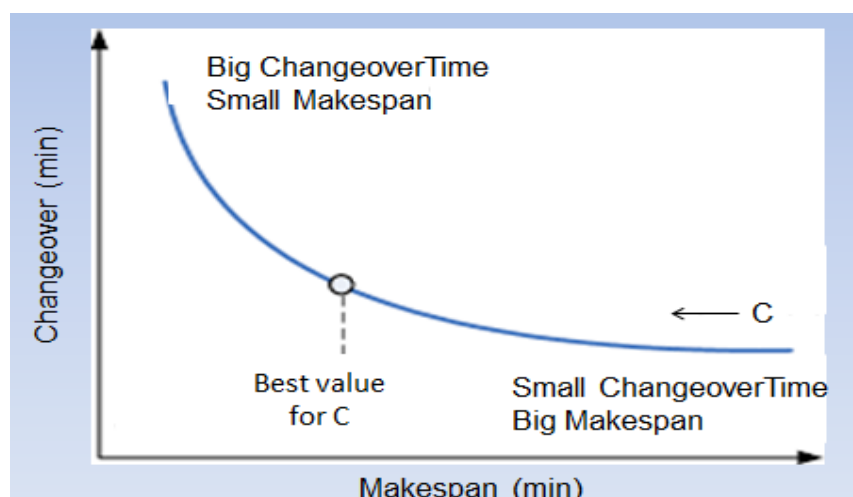
$$\text{Διαφορά (\%)} = \frac{\text{SchedulePro} - \text{Μοντελοποίηση}}{\text{Μοντελοποίηση}} \cdot 100$$

Εφαρμογές και αποτελέσματα

5.3 Ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου C

Από τα αποτελέσματα της προηγούμενης ενότητας αναδύκνείται η ανάγκη για επιλογή στο μοντέλο της αντικειμενικής συνάρτησης (3.11). Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το Σενάριο 5 στο οποίο η γραμμή συσκευασίας 2 είχε μόνο 2 προϊόντα. Όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 2, η επιλογή της δεύτερης αντικειμενικής συνάρτησης απαιτεί και τη χρήση της παραμέτρου C . Παρακάτω μελετάται η επίδραση της τιμής της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών καθώς και στον συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας.

Αυτό που αναμένεται είναι μία καμπύλη trade-off κατά την οποία όσο θα αυξάνεται η παράμετρος C ο χρόνος ολοκλήρωσης θα μειώνεται ενώ ο συνολικός χρόνος εναλλαγών θα αυξάνεται.



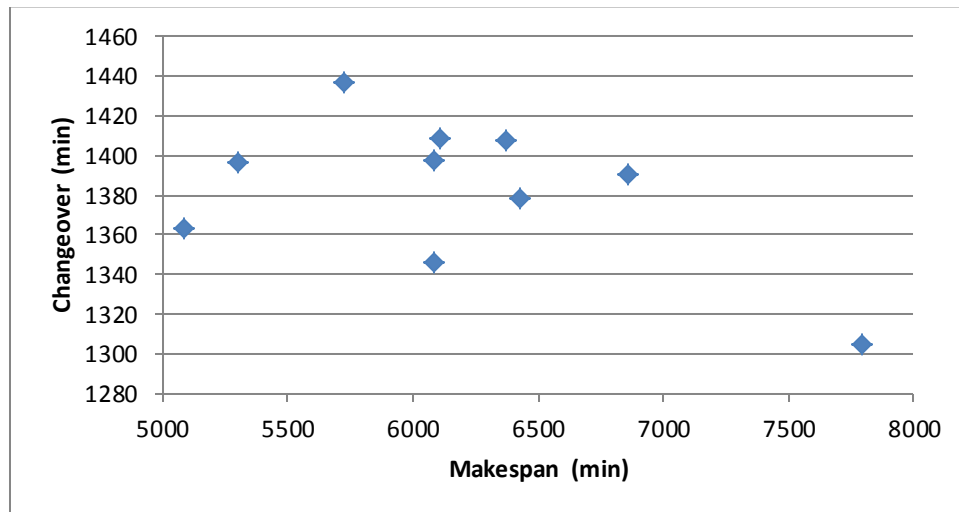
Σχήμα 5.15: Διάγραμμα χρόνου εναλλαγής συναρτήσει χρόνου ολοκλήρωσης που αναμένεται

Πρέπει να σχολιαστεί ότι με την παρακάτω μελέτη δε θα προκύψουν συνεχή διαγράμματα αλλά μεμονωμένα σημεία. Αυτό σημαίνει ότι για μικρές αλλαγές τις τιμής της παραμέτρου C προκύπτει η ίδια λύση δηλαδή το ίδιο σημείο πάνω στο διάγραμμα. Αυτό οφείλεται στο ότι τα μεγέθη: συνολικός χρόνος εναλλαγών και χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας δεν αποτελούν συνεχείς μεταβλητές. Το πρώτο μέγεθος είναι το άθροισμα των χρόνων εναλλαγής ανάμεσα στα προϊόντα που αποτελεί

Εφαρμογές και αποτελέσματα

παράμετρο και ομοίως το δεύτερο μέγεθος είναι το άθροισμα χρόνων εναλλαγής καθώς και χρόνων συσκευασίας κάθε προϊόντος που επίσης αποτελούν παράμετρο.

Συνέπεια των παραπάνω είναι για τα Σενάρια 1 και 2 να μην προκύπτουν αρκετά σημεία για να εξαχθεί συμπέρασμα για αυτό και δεν παρουσιάζονται.

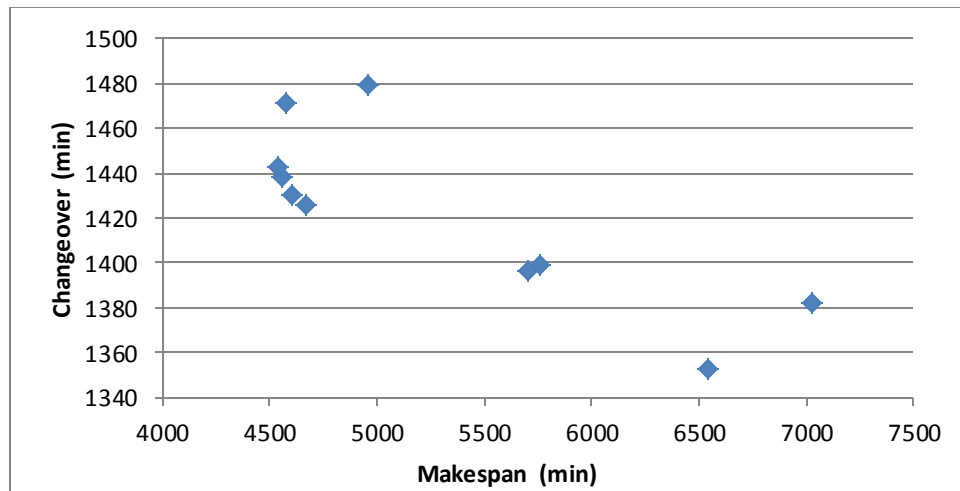


Σχήμα 5.16: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για το Σενάριο 3

Λαμβάνοντας υπόψιν το σχήμα 17, το διάγραμμα που προκύπτει δε φαίνεται να ακολουθεί κάποια συγκεκριμένη ακολουθία ή μοτίβο. Μια πρώτη πιθανή αιτία είναι ότι ίσως αυτό οφείλεται στα δεδομένα του Σεναρίου 3. Οπότε η μελέτη συνεχίζεται και για τα επόμενα σενάρια.

Άξιο αναφοράς είναι ότι για $C=0.01$ ο χρόνος εναλλαγών είναι 1304 λεπτά δηλαδή μικρότερος από τον χρόνο εναλλαγών 1338 λεπτά που προέκυψε στην ενότητα 5.2 με χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης (3.10)

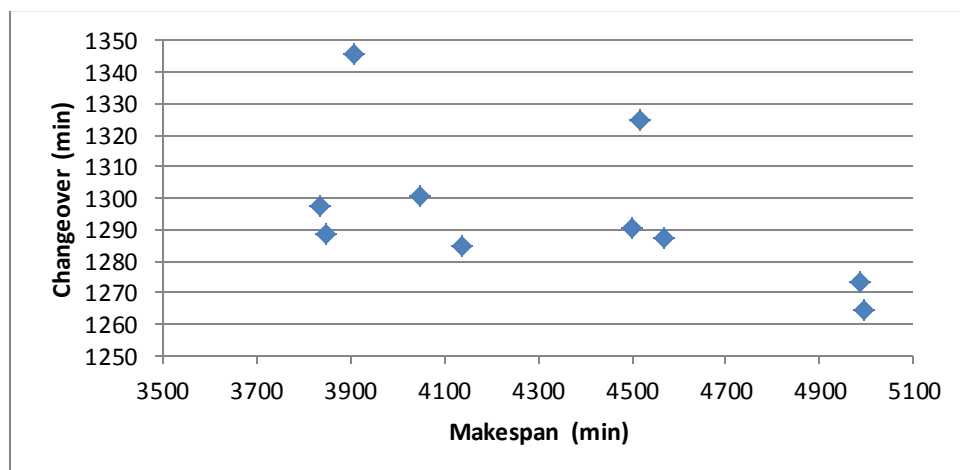
Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.17: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για το Σενάριο 4

Τα σημεία που προκύπτουν από τη μελέτη του Σεναρίου 4 δεν είναι το ίδιο διάσπαρτα με αυτά του Σεναρίου 3. Πάλι όμως δεν έχει σχηματιστεί επακριβώς το αναμενόμενο διάγραμμα.

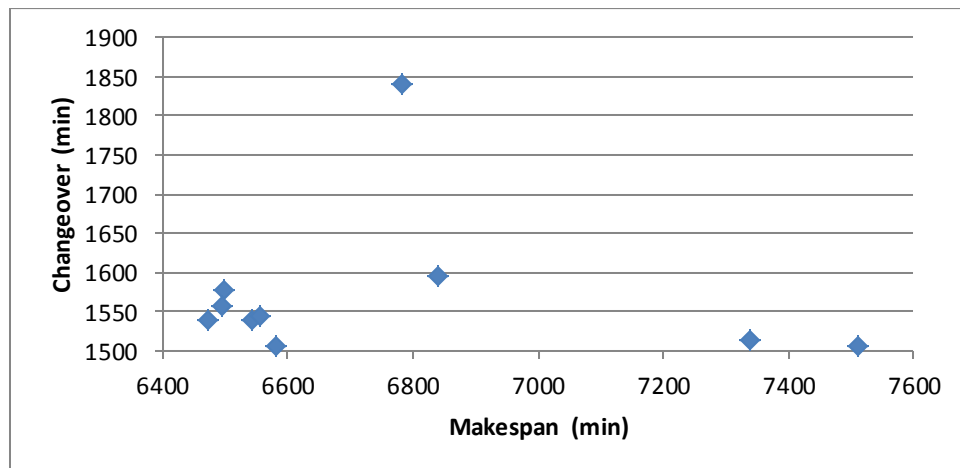
Αντίστοιχα, και εδώ για $C=0.01$ ο χρόνος εναλλαγών είναι 1352 λεπτά, δηλαδή μικρότερος από αυτόν που προέκυψε από την αντικειμενική συνάρτηση (3.10): 1364 λεπτά.



Σχήμα 5.18: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για το Σενάριο 5

Εφαρμογές και αποτελέσματα

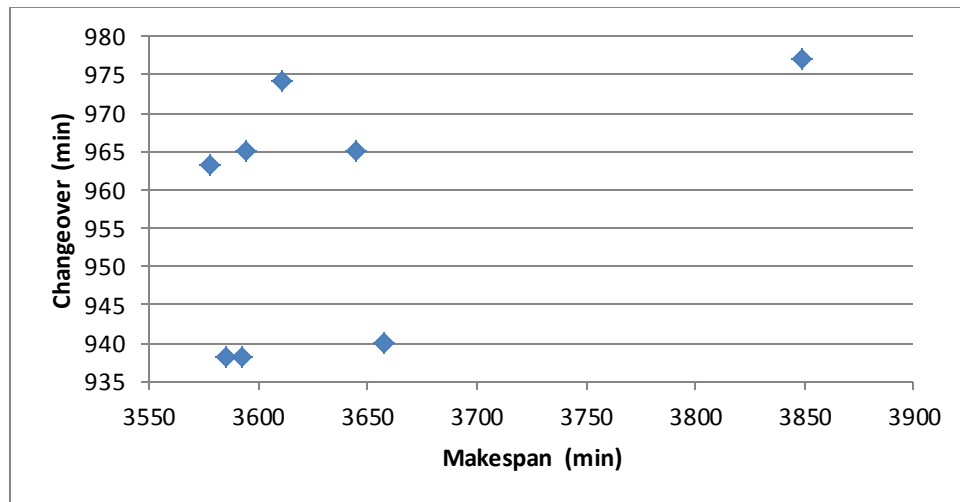
Τα αποτελέσματα του Σεναρίου 5 παρεκκλίνουν και αυτά σημαντικά από τη θεωρία. Αυτό οφείλεται στο μεγάλο χάσμα (gap) της λύσης από την ολική βέλτιστη λύση με χρήση του προγράμματος GAMS για αυτό στη συνέχεια της μελέτης αυξάνεται ο διαθέσιμος υπολογιστικός χρόνος ώστε να μειωθεί αυτό το χάσμα.



Σχήμα 5.19: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για το Σενάριο 6

Παρά την αύξηση του υπολογιστικού χρόνου ούτε στο Σενάριο 6 τα αποτελέσματα συμφωνούν με τη θεωρία. Για λόγους πληρότητας μελετάται και παρουσιάζεται και το Σενάριο 7.

Εφαρμογές και αποτελέσματα

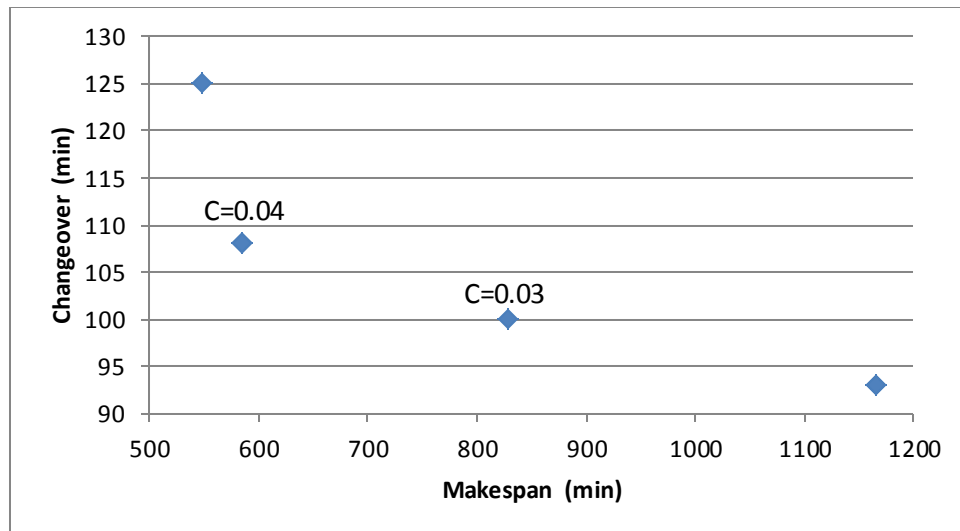


Σχήμα 5.20: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για το Σενάριο 7

Τα διαγράμματα που προκύπτουν δεν είναι αυτά που αναμένονταν. Γίνεται τρίτη υπόθεση πώς η αιτία είναι η μέθοδος διάσπασης. Καθώς η λύση που προκύπτει δεν είναι η βέλτιστη του συνολικού προβλήματος, αλλά ο συνδυασμός των βέλτιστων λύσεων των επιμέρους υποπροβλημάτων.

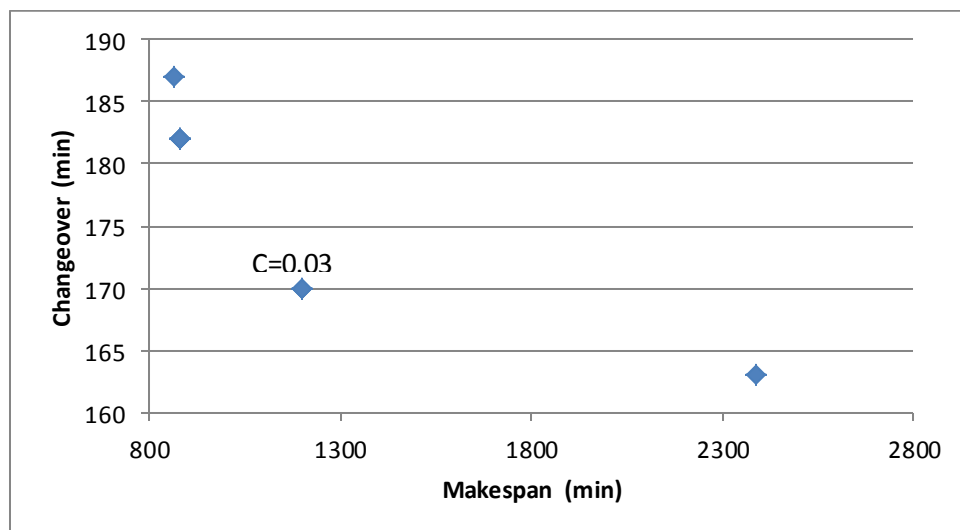
Στη συνέχεια μελετάται ξανά η επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης αλλά αυτά τη φορά σε μικρότερα προβλήματα όπου δεν απαιτείται η χρήση της μεθόδου διάσπασης. Για τα μικρότερα προβλήματα χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα των προϊόντων από το Σενάριο 1.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.21: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για 10 προϊόντα

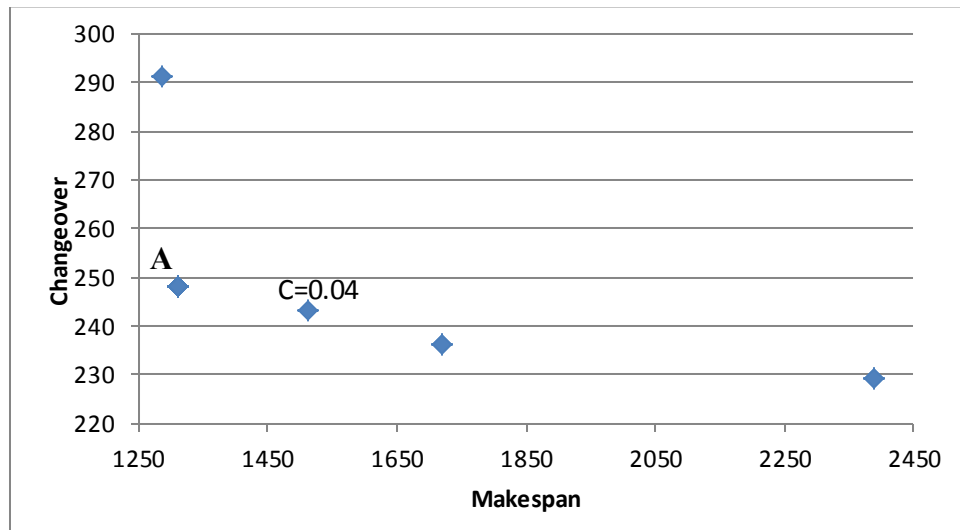
Πλέον το διάγραμμα που προκύπτει συμφωνεί με τη θεωρία. Η μελέτη συνεχίζεται παρακάτω με μεγαλύτερα προβλήματα για να επιβεβαιωθεί η υπόθεση που έγινε σχετικά με τη μέθοδο διάσπασης.



Σχήμα 5.22: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για 15 προϊόντα

Εφαρμογές και αποτελέσματα

Και στο διάγραμμα του Σχήματος 23 τα αποτελέσματα είναι αυτά που αναμένονταν θεωρητικά. Η μελέτη συνεχίζεται με μεγαλύτερα προβλήματα έως ότου γίνει αναγκαία η χρήση της μεθόδου διάσπασης.

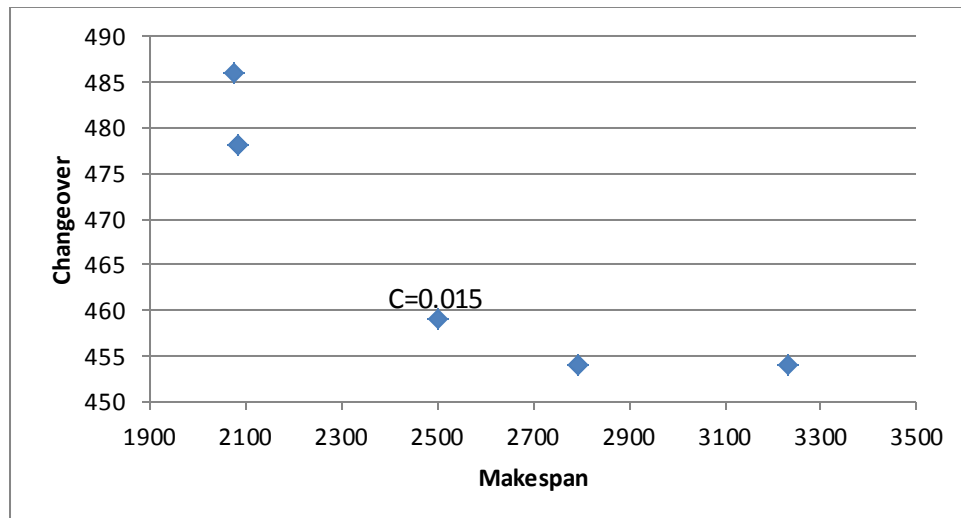


Σχήμα 5.23: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για 20 προϊόντα

Τα αποτελέσματα του Σχήματος 24 που αντιστοιχούν σε πρόβλημα 20 προϊόντων συμφωνούν επίσης με τη θεωρία. Εξάιρεση αποτελεί το σημείο A(1314,248) που απέχει λίγο από τη νοητή καμπύλη.

Όπως και με τα Σενάρια 1 και 2, η ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου C για προβλήματα με αριθμό προϊόντων 25 και 30 δεν οδηγεί σε αρκετά σημεία για την εξαγωγή συμπεράσματος και επιλέγεται να μην παρουσιαστούν.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.24: Επίδραση της παραμέτρου C στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και ολοκλήρωσης για 35 προϊόντα

Και για την περίπτωση των 35 προϊόντων τα σημεία βρίσκονται σε νοητή καμπύλη που συμφωνεί με αυτήν που αναμένεται θεωρητικά. Αποδείχθηκε λοιπόν, πως η αιτία των αποτελεσμάτων για τα Σενάρια 3-7 είναι η μέθοδος διάσπασης.

Όσον αφορά τη βέλτιστη τιμή της παραμέτρου C για το ως προς μελέτη πρόβλημα, αυτή κυμαίνεται στις τιμές 0.03-0.04 για μικρό αριθμό προϊόντων. Ενώ για την περίπτωση των 35 προϊόντων η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου είναι $C=0.015$.

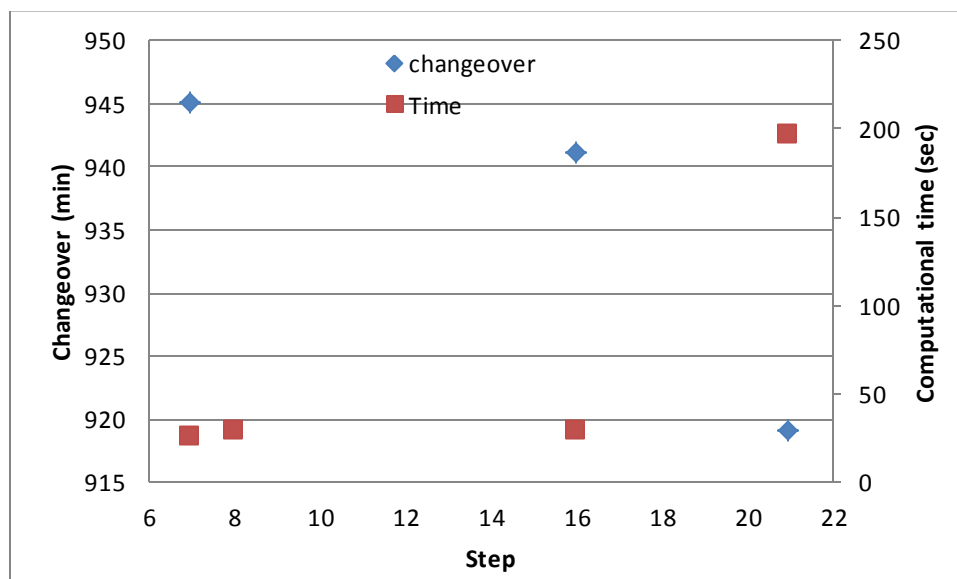
Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι ήδη στην περίπτωση των 35 προϊόντων, αν και δεν ήταν ακόμη αναγκαία η χρήση της τεχνικής διάσπασης, το χάσμα από τη βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης άρχισε να αυξάνεται σημαντικά. Για να εξαχθούν πλήρως συμπεράσματα για την παράμετρο C θα πρέπει να μελετηθούν λιγότερο πολύπλοκα προβλήματα ώστε να μπορεί ο επιλυτής να ανταπεξέλθει ικανοποιητικά.

Εφαρμογές και αποτελέσματα

5.4 Ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου *step*

Όπως περιγράφηκε στην ενότητα 4.1 η μέθοδος διάσπασης πραγματοποιείται με χρήση της παραμέτρου *step*. Παρακάτω ερευνάται πως επιδρά η τιμή αυτής της παραμέτρου στον συνολικό χρόνο εναλλαγών, στο συνολικό χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας, αλλά και στον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για να επιλυθεί το μοντέλο. Αυτό που αναμένεται λογικά είναι ότι όσο μεγαλύτερη η τιμή της παραμέτρου *step* τόσο καλύτερα θα είναι τα αποτελέσματα (μικρότερος χρόνος εναλλαγών και ολοκλήρωσης της διεργασίας), αφού αυτό σημαίνει ότι το υποπρόβλημα θα είναι μεγαλύτερο και θα καλύπτει άρα μεγαλύτερο μέρος του αρχικού προβλήματος. Αντίθετα, αναμένεται ο υπολογιστικός χρόνος να αυξηθεί καθώς είναι δυσκολότερο να λυθούν τα μεγαλύτερα υποπροβλήματα.

Σε όλους τους υπολογισμούς επιλέγεται τιμή παραμέτρου $C=0.01$ ενώ πάλι ο στόχος της βελτιστοποίησης είναι απόκλιση 0% από τη βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.



Σχήμα 5.25: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 1

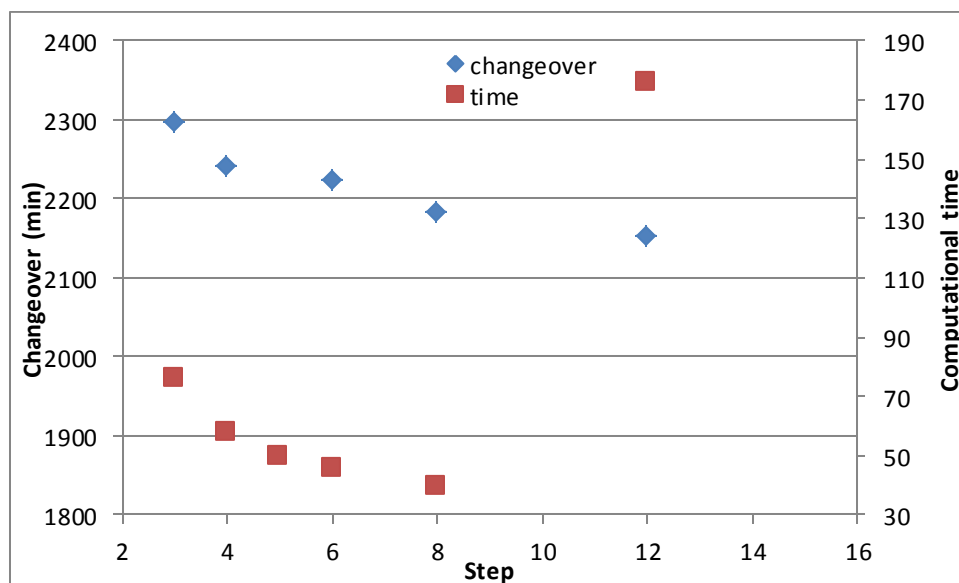
Αυτό που παρατηρείται εκ πρώτης όψεως είναι ότι δεν εμφανίζονται αποτελέσματα για όλες τις τιμές της παραμέτρου *step*. Λόγω της φύσεως του προβλήματος υπάρχουν τιμές *step* για τις οποίες το πρόβλημα δεν μπορεί να λυθεί. Αναλυτικότερα, αυτό που

Εφαρμογές και αποτελέσματα

συμβαίνει είναι ότι στις πρώτες επαναλήψεις επιλέγεται τέτοια κατανομή των προϊόντων που έχει ως αποτέλεσμα να υπάρξουν προϊόντα των επόμενων επαναλήψεων που να είναι αδύνατο να κατανεμηθούν χωρίς να παραβιάσουν κάποιον από τους περιορισμούς. Δηλαδή το μοντελο μπορεί να τοποθετήσει ένα μεγάλο ποσοστό προϊόντων σε μία μόνο γραμμή, με αποτέλεσμα στις επόμενες επαναλήψεις αν κάποιο προϊόν μπορεί να παρασκευασθεί μόνο από αυτή τη συγκεκριμένη γραμμή να μην υπάρχει αρκετός χώρος

Όσον αφορά τα αποτελέσματα του Σεναρίου 1, όπως ήταν αναμενόμενο, καθώς η παράμετρος *step* αυξάνεται, ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μειώνεται ενώ ο υπολογιστικός χρόνος αυξάνεται εκθετικά.

Όπως θα παρατηρηθεί παρακάτω, ο τρόπος που μειώνονται ο συνολικός χρόνος εναλλαγών και ο χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας δεν είναι συγκεκριμένος. Άλλοτε μειώνονται γραμμικά και άλλοτε υπάρχουν απότομες κλίσεις στο διάγραμμα.

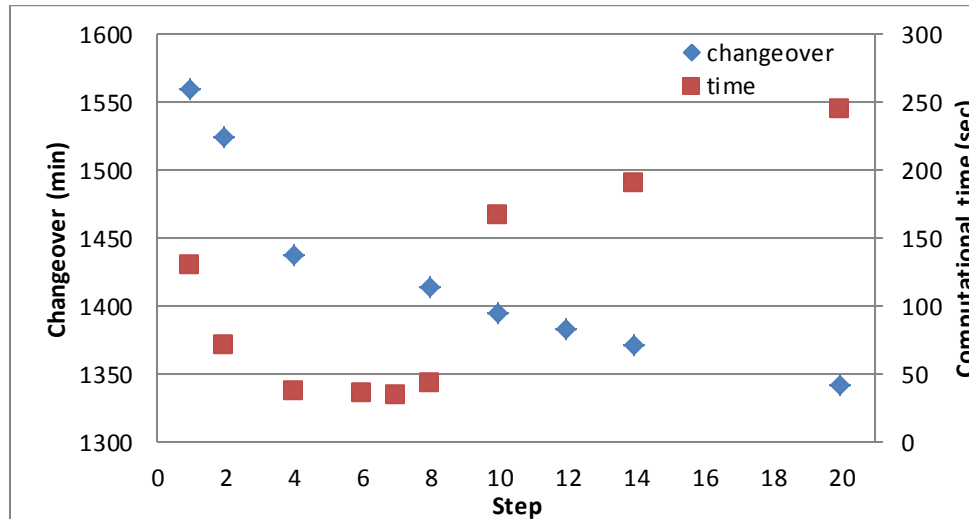


Σχήμα 5.26: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 2

Στο σενάριο 2 ο χρόνος εναλλαγών μειώνεται γραμμικά σε αντίθεση με το Σενάριο 1. Ο υπολογιστικός χρόνος είναι αρχικά μεγάλος λόγω του πλήθους των υποπροβλημάτων. Στη συνέχεια μειώνεται έως την τιμή *step*=8 και έπειτα αυξάνεται εκθετικά. Η συμπεριφορά του υπολογιστικού χρόνου, ότι δηλαδή πρώτα μειώνεται και έπειτα

Εφαρμογές και αποτελέσματα

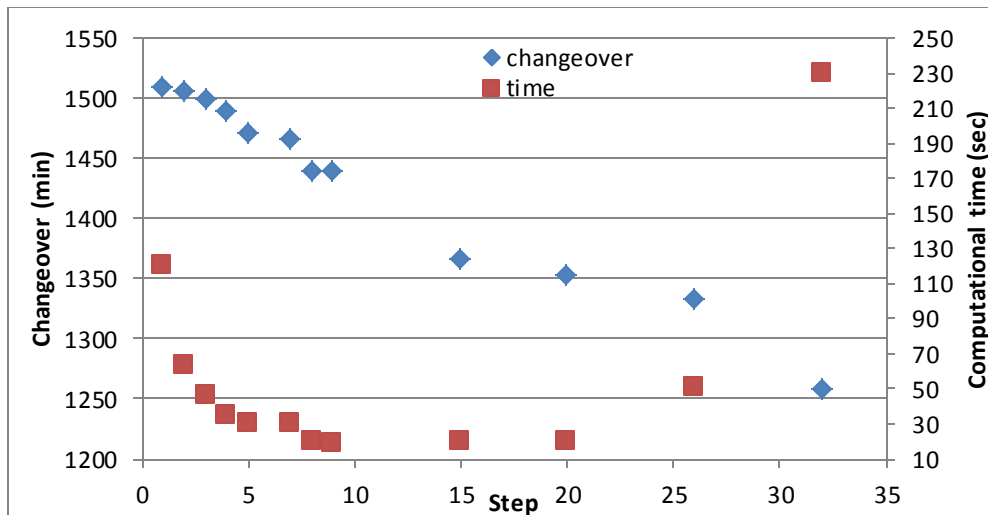
αυξάνεται, δεν ήταν εμφανής στο Σενάριο 1 διότι δεν υπήρχαν αποτελέσματα για μικρές τιμές της παραμέτρου *step*.



Σχήμα 5.27: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 3

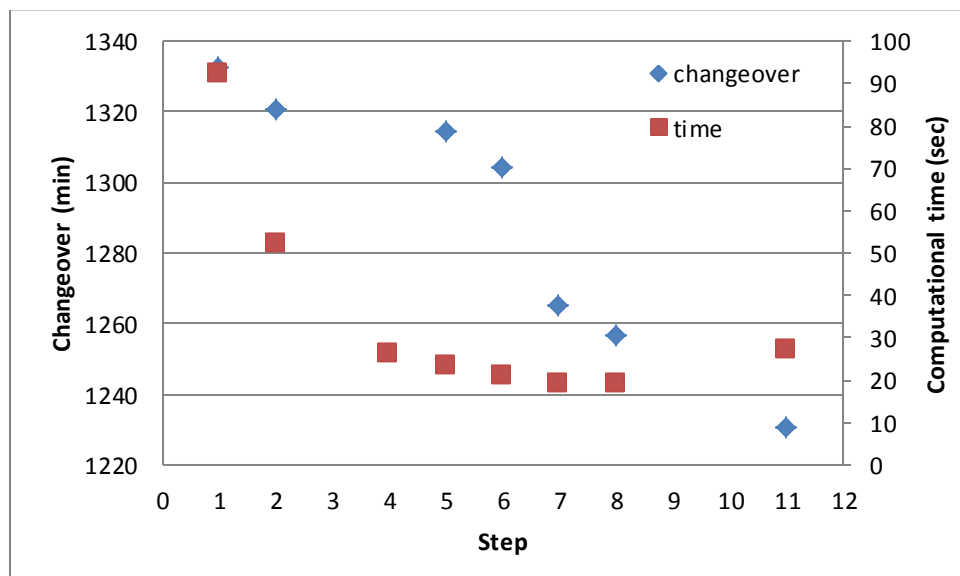
Στο σενάριο 3 ο συνολικός χρόνος εναλλαγών μειώνεται αρχικά γραμμικά, ενώ στη συνέχεια φαίνεται να καταλήγει σε μία μόνιμη τιμή. Ο υπολογιστικός χρόνος ξεκινάει από μεγάλες τιμές, μειώνεται πάλι έως την τιμή *step*=8 και έπειτα αυξάνεται απότομα όπως και στο Σενάριο 2 (Σχήμα 5.26).

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.28: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 4

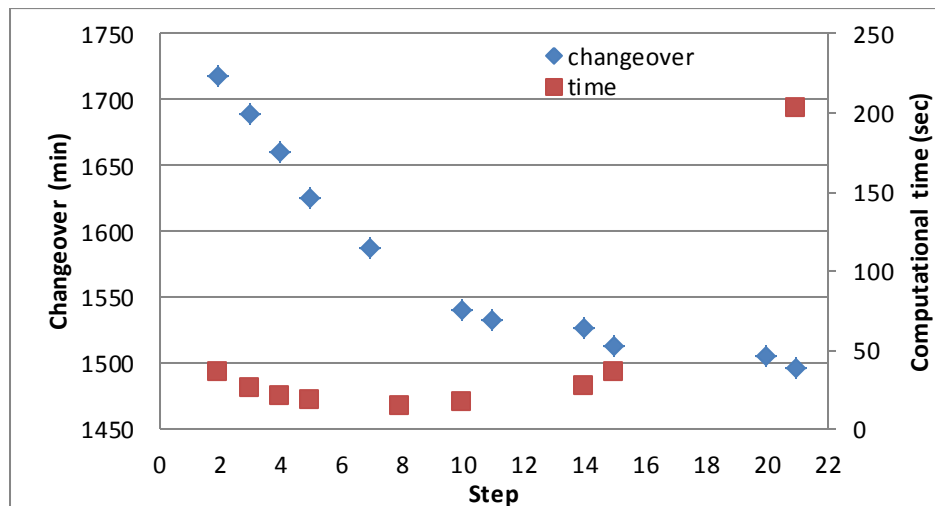
Στο 4^ο Σενάριο παρατηρείται γραμμική τάση της μείωσης του συνολικού χρόνου εναλλαγών με αύξηση της παραμέτρου *step*. Όσον αφορά τον υπολογιστικό χρόνο, η συμπεριφορά είναι αντίστοιχη με τα Σενάρια 2 και 3 με διαφορά ότι η απότομη αύξηση συμβαίνει μετά από *step*=25.



Σχήμα 5.29: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 5

Εφαρμογές και αποτελέσματα

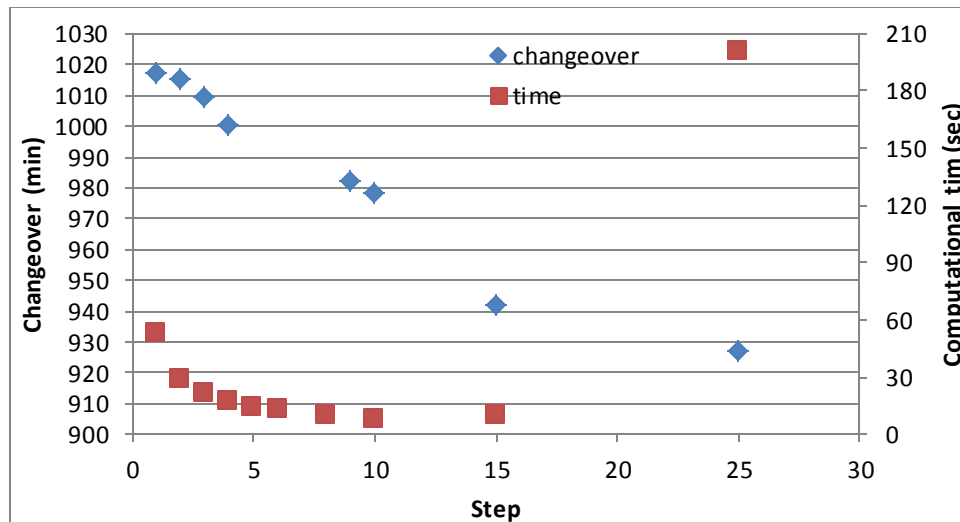
Στο Σενάριο 5 η μείωση του συνολικού χρόνου εναλλαγών έχει ακανόνιστη μορφή. Όσον αφορά τον υπολογιστικό χρόνο, η συμπεριφορά του είναι παρόμοια με προηγουμένως, μόνο που δεν υπάρχουν δεδομένα για μεγάλες τιμές *step* για να ελεγχθεί αν η αύξηση στο τέλος συνεχιστεί απότομα.



Σχήμα 5.30: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 6

Η μείωση του χρόνου εναλλαγών στο Σενάριο 6 είναι αντίστοιχη με αυτήν στο Σενάριο 3. Αρχικά υπάρχει γραμμική μείωση ενώ στην συνέχεια δε μεταβάλεται σημαντικά ο χρόνος εναλλαγών καθώς αυξάνεται η παράμετρος *step*. Ο υπολογιστικός χρόνος έχει τη γνωστή μορφή με την απότομη αύξηση να συμβαίνει μετά από την τιμή *step*=15.

Εφαρμογές και αποτελέσματα

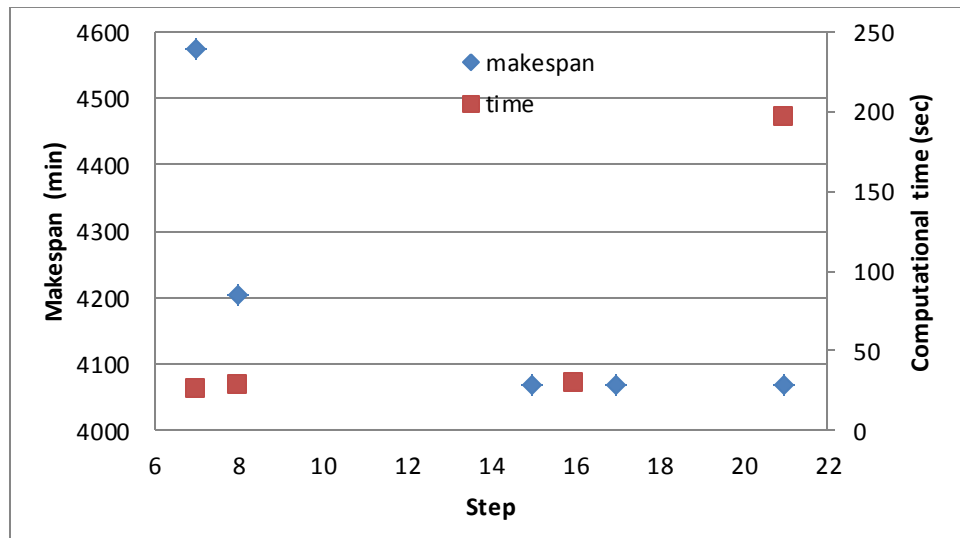


Σχήμα 5.31: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 7

Τέλος, στο 7^ο Σενάριο η μείωση του συνολικού χρόνου εναλλαγών είναι γραμμική έως την τιμή $step=15$ από όπου επιπλέον συμβαίνει και η απότομη αύξηση του υπολογιστικού χρόνου. Δηλαδή αυτή η τιμή αποτελεί και τη βέλτιστη για το Σενάριο 7.

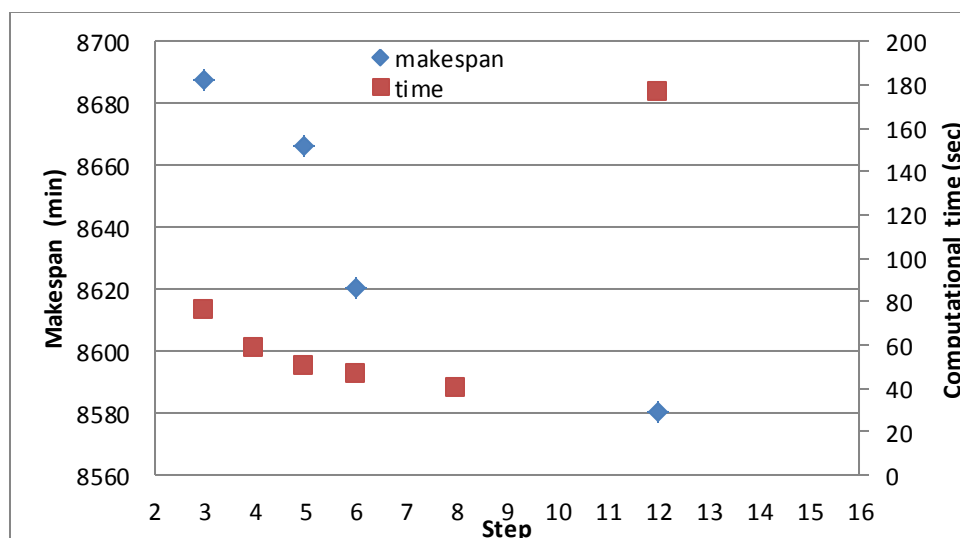
Από το Σχήμα 33 ξεκινάνε τα διαγράμματα του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας ως προς την παράμετρο *step*. Ο υπολογιστικός χρόνος για όλες τις περιπτώσεις είναι ο ίδιος με τα αντίστοιχα διαγράμματα του συνολικού χρόνου εναλλαγών οπότε δε θα επαναληφθεί ο σχολιασμός τους.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.32: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 1

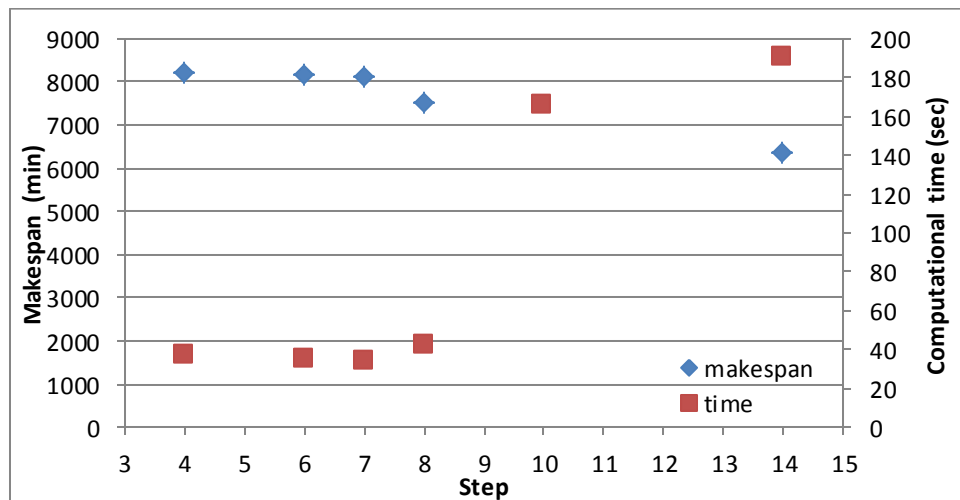
Σε αντίθεση με τον συνολικό χρόνο εναλλαγών στο Σενάριο 1, ο χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας αρχικά μειώνεται απότομα ενώ για $step=14$ λαμβάνει μόνιμη τιμή. Μάλιστα μετά από αυτήν την τιμή αυξάνεται εκθετικά ο υπολογιστικός χρόνος άρα αποτελεί και τη βέλτιστη για αυτήν την περίπτωση.



Σχήμα 5.33: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 2

Εφαρμογές και αποτελέσματα

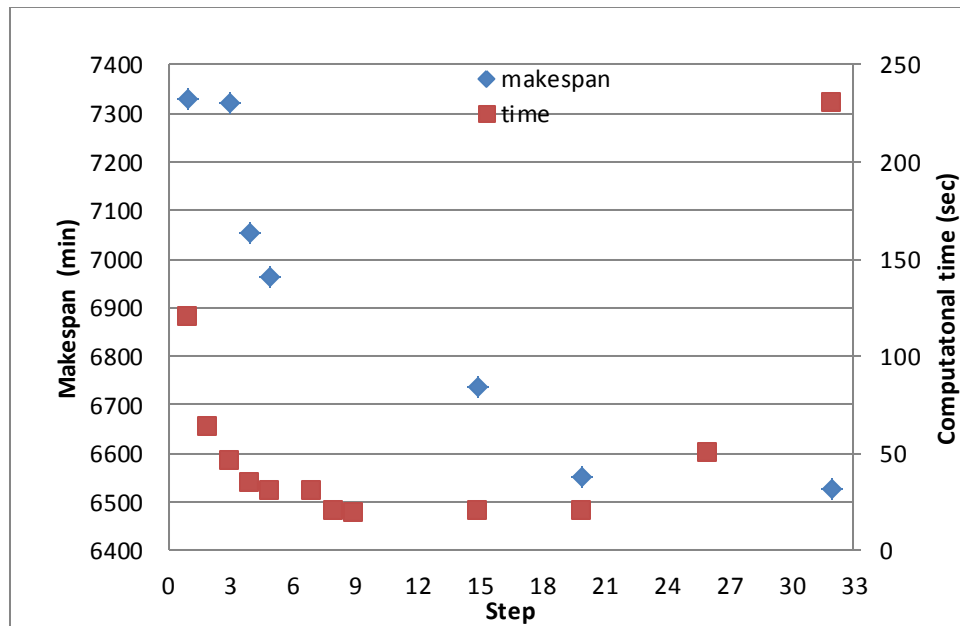
Στο Σενάριο 2 ο χρόνος ολοκλήρωσης αρχικά μειώνεται πιο απότομα από ότι στη συνέχεια. Γενικά, το γεγονός ότι οι μειώσεις και στο συνολικό χρόνο εναλλαγών και στον χρόνο ολοκλήρωσης είναι κατά βάση πιο έντονες στην αρχή ενώ μετά δεν αλλάζουν σημαντικά είναι λογικό αφού η βελτιστοποίηση φτάνει σε ένα σημείο «κορεσμού».



Σχήμα 5.34: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 3

Στο 3^ο Σενάριο, σε αντίθεση με την προηγούμενη παρατήρηση, κατά εξαίρεση, ο χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας δεν αλλάζει σημαντικά στις αρχικές μεταβολές της παραμέτρου *step*. Σε αυτό ίσως να οφείλεται και η τιμή της παραμέτρου *C*.

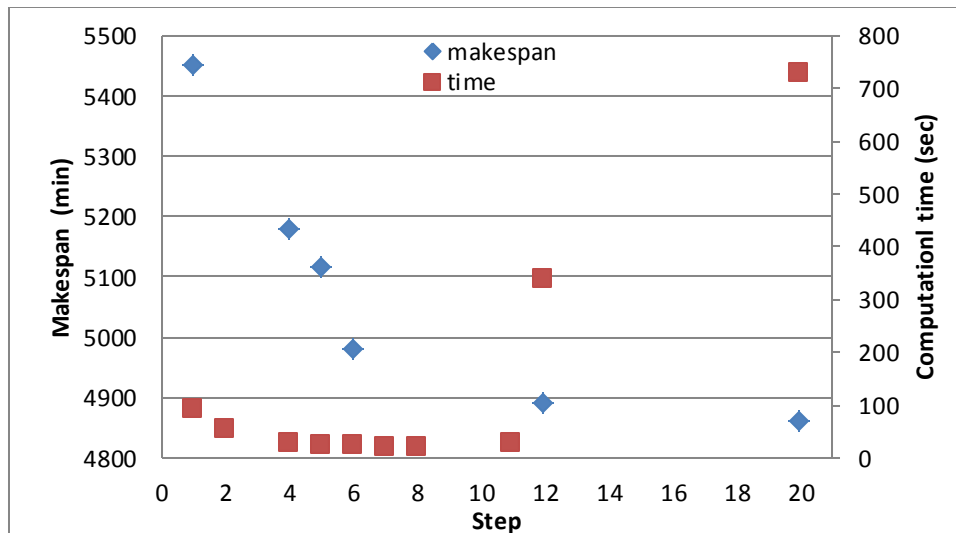
Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.35: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 4

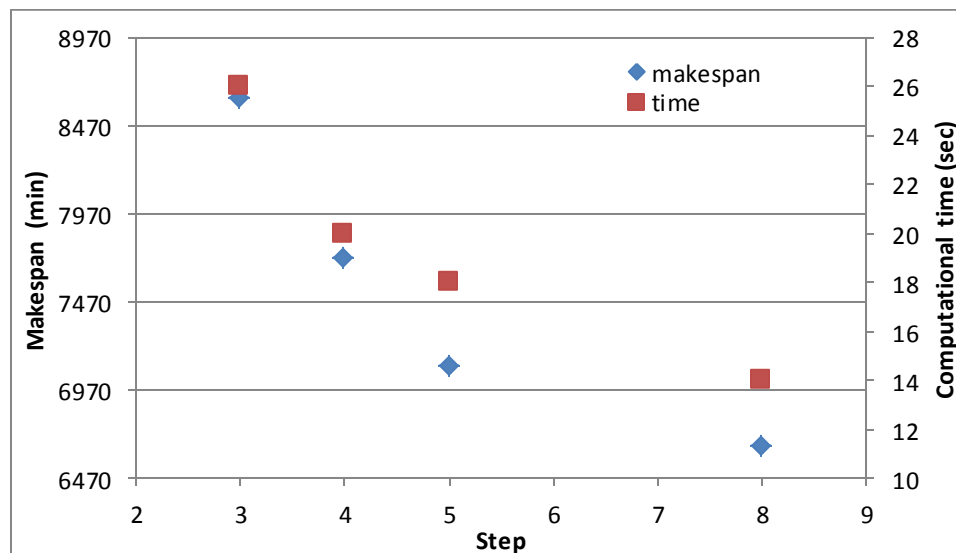
Στο 4^ο Σενάριο ο χρόνος ολοκλήρωσης μειώνεται σημαντικά μέχρι την τιμή *step*=20. Μάλιστα μετά από αυτή την τιμή ξεκινά η άύξηση τη υπολογιστικού χρόνου, άρα αποτελεί τη βέλτιστη για αυτή την περίπτωση.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.36: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 5

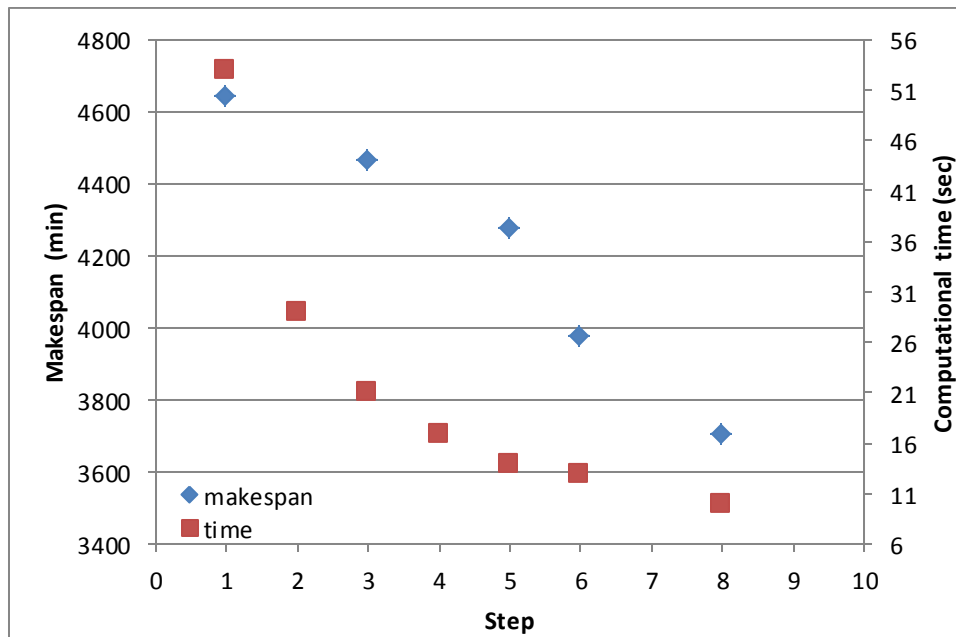
Στο Σενάριο 5 ο χρόνος ολοκλήρωσης ακολουθεί την ίδια λογική που αναφέρθηκε προηγουμένως, αρχικά μειώνεται απότομα ενώ από την τιμή $step=12$ δεν αλλάζει σημαντικά.



Σχήμα 5.37: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 6

Εφαρμογές και αποτελέσματα

Στο Σενάριο 6 επαναλαμβάνεται η λογική συμπεριφορά που έχει αναφερθεί. Δηλαδή η μείωση του χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας είναι αρχικά πιο έντονη σε αντίθεση με τη συνέχεια.



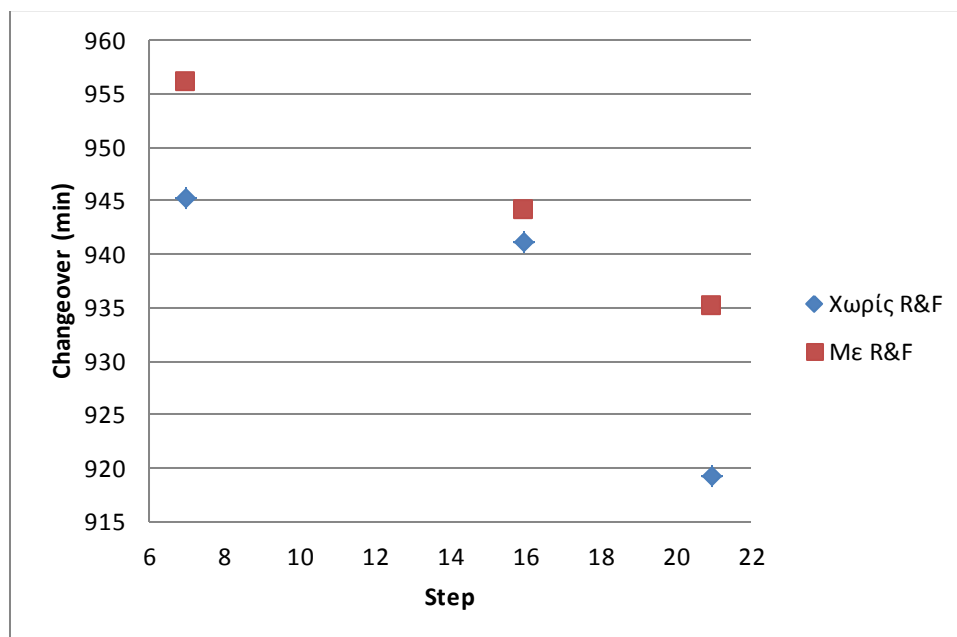
Σχήμα 5.38: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας και υπολογιστικού χρόνου συναρτήσει της παραμέτρου *step* για το Σενάριο 7

Τέλος, για το Σενάριο 7 δεν υπάρχουν αποτελέσματα για μεγάλες τιμές της παραμέτρου *step* (ο επιλυτής δεν μπόρεσε να υπολογίσει τη λύση) οπότε δεν φαίνεται η συνολική συμπεριφορά του χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας που παρατηρήθηκε και στα προηγούμενα σενάρια. Είναι εμφανής μόνο η σταθερή γραμμική μείωση του μεγέθους.

Εφαρμογές και αποτελέσματα

5.5 Τεχνική Relax & Fix

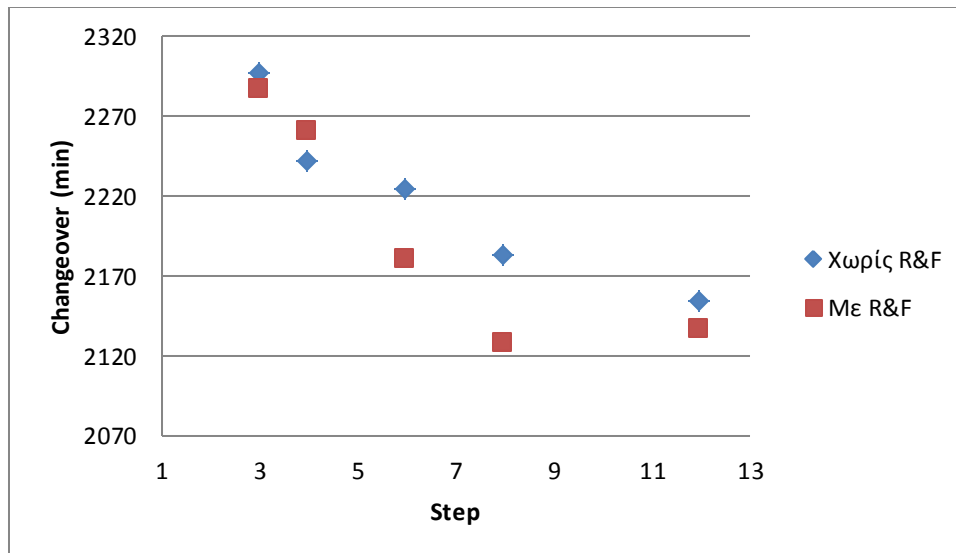
Σε αυτήν την υποενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της χρήσης της τεχνικής relax & fix όσον αφορά τον συνολικό χρόνο εναλλαγών και τον χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας συναρτήσει της παραμέτρου *step*. Ταυτόχρονα συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα χωρίς τη χρήση της μεθόδου relax & fix ώστε να αποφανθεί η χρησιμότητά της.



Σχήμα 5.39: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 1

Η χρήση της τεχνικής Relax & Fix στο 1^ο σενάριο επιφέρει χειρότερα αποτελέσματα, αυξημένες τιμές δηλαδή για τον συνολικό χρόνο εναλλαγών.

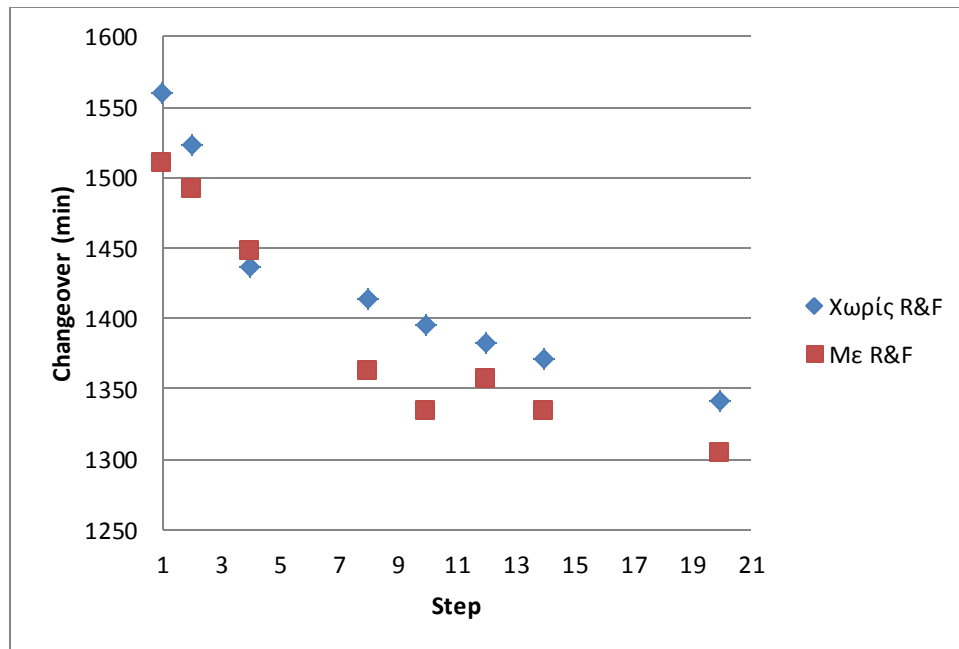
Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.40: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 2

Στο 2^ο Σενάριο όμως η επίδραση είναι θετική. Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι υπάρχει μέτρηση (*step*=4) για την οποία η επίδραση είναι αρνητική.

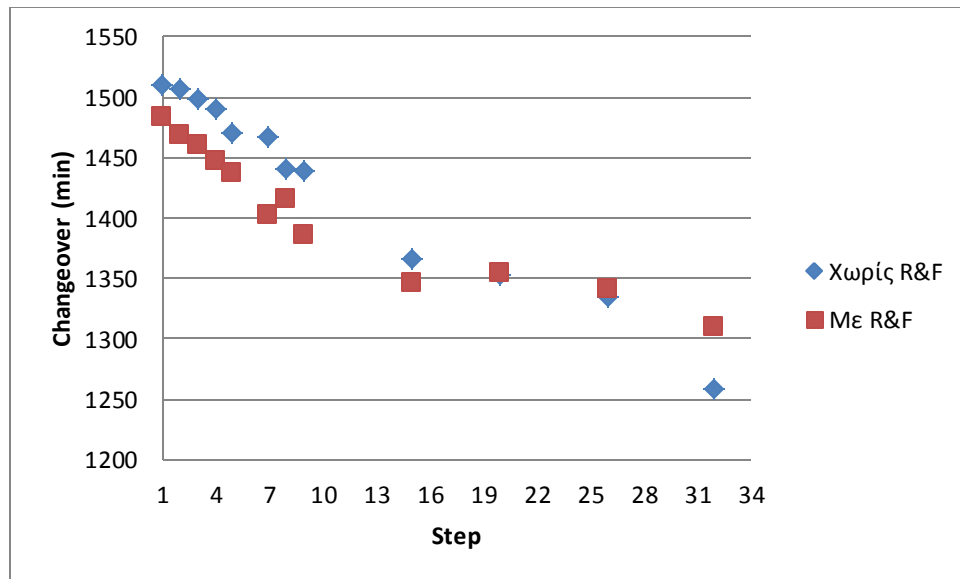
Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.41: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 3

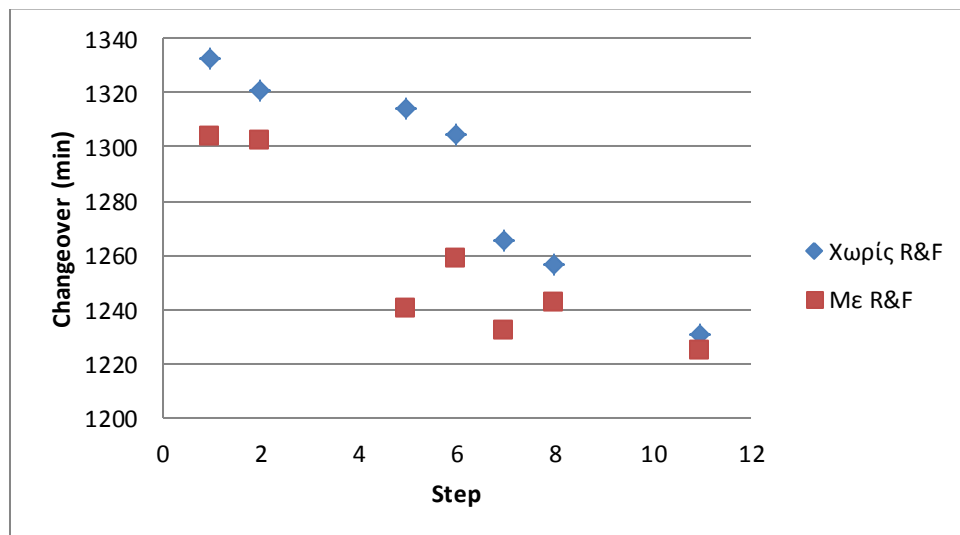
Στο Σενάριο 3 υπάρχουν περισσότερες μετρήσεις οι οποίες βοηθούν να εξαχθούν σαφέστερα συμπεράσματα. Σε αυτήν την περίπτωση λοιπόν, η χρήση της μεθόδου Relax and Fix είναι θετική με εξαίρεση πάλι ένα μόνο σημείο (*step*=4).

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.42: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 4

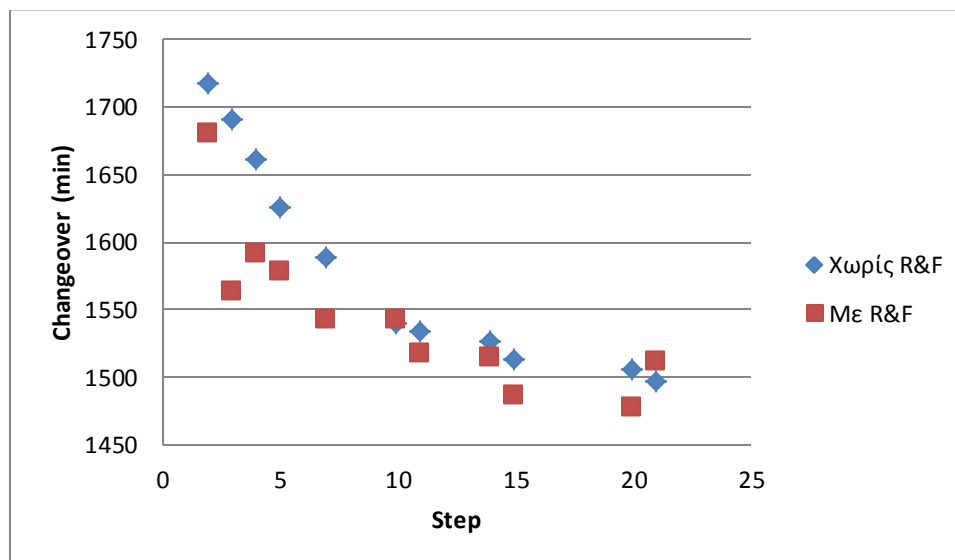
Στο Σενάριο 4, αν και αρχικά η μελετούμενη μέθοδος βοηθά να μειωθεί ο συνολικός χρόνος εναλλαγών από την τιμή $step=20$ και έπειτα τον αυξάνει τον χρόνο εναλλαγών.



Σχήμα 5.43: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 5

Εφαρμογές και αποτελέσματα

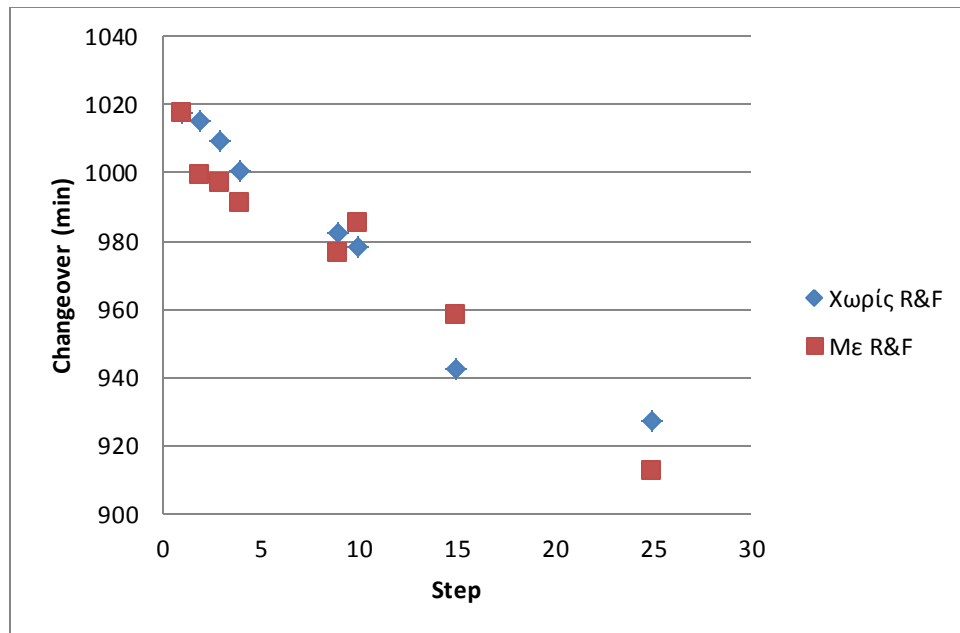
Στο Σενάριο 4, πέρα από το ότι η επίδραση της τεχνικής Relax and Fix είναι συνολικά θετική, παρατηρείται πρώτη φορά και σημαντική μείωση του χρόνου εναλλαγών. Συγκεκριμένα, για $step=5$ ο χρόνος εναλλαγών από 1314min μειώνεται στα 1240min.



Σχήμα 5.44: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών συναρτήσει της παραμέτρου $step$ με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 6

Στο Σενάριο 6 επίσης η επίδραση της μεθόδου Relax & Fix είναι θετική με εξαίρεση μόνο 2 σημεία ($step=10$ και $step=21$) στα οποία όμως ο συνολικός χρόνος εναλλαγών δεν αυξάνεται σημαντικά. Και εδώ υπάρχει ένα σημείο ($step=3$) για το οποίο η επιρροή της μεθόδου βοηθά να μειωθεί ο χρόνος εναλλαγών σημαντικά (από 1689min σε 1563min).

Εφαρμογές και αποτελέσματα



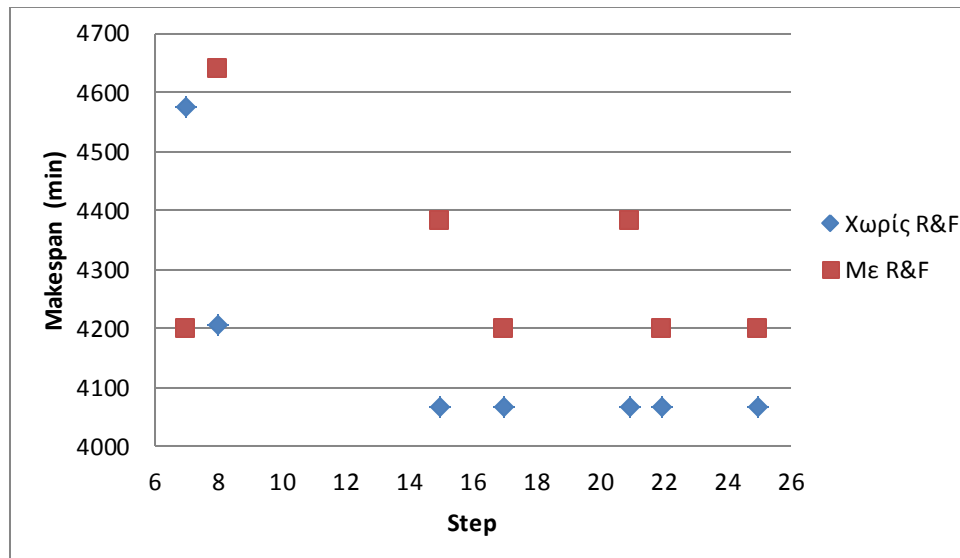
Σχήμα 5.45: Διάγραμμα συνολικού χρόνου εναλλαγών συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 7

Στο Σενάριο 7 η τεχνική Relax & Fix έχει αμείωτη επίδραση. Οι αλλαγές όμως, είτε θετικές είτε αρνητικές, είναι μικρές.

Αξίζει να σημειωθεί, ότι μέχρι στιγμής οι μετρήσεις στις οποίες η τεχνική Relax & Fix μείωνε σημαντικά τον συνολικό χρόνο εναλλαγών, αφορούσαν μικρές τιμές της παραμέτρου *step*, δηλαδή τιμές *step* που δε θα επιλέγονταν πρακτικά κατά τη βελτιστοποίηση.

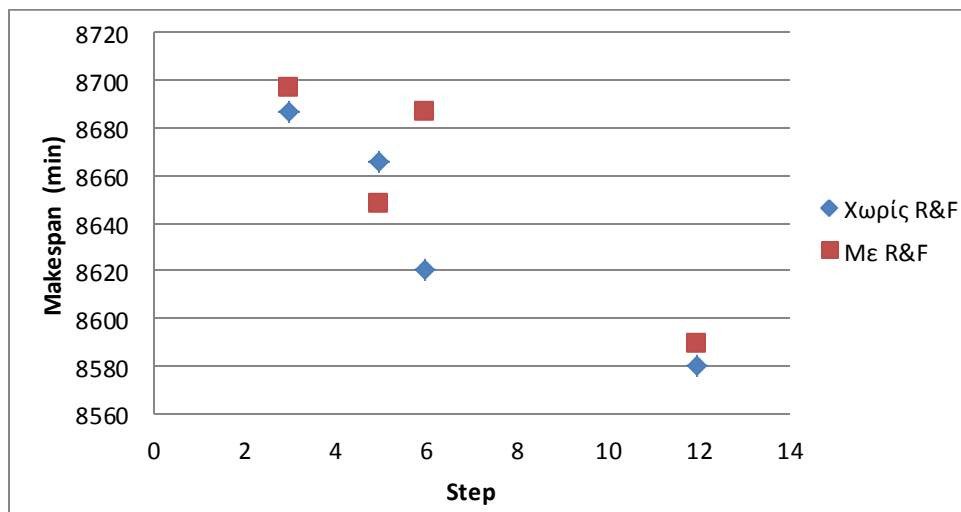
Παρακάτω μελετάται η επίδραση της τεχνικής και στο μέγεθος του χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.46: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 1

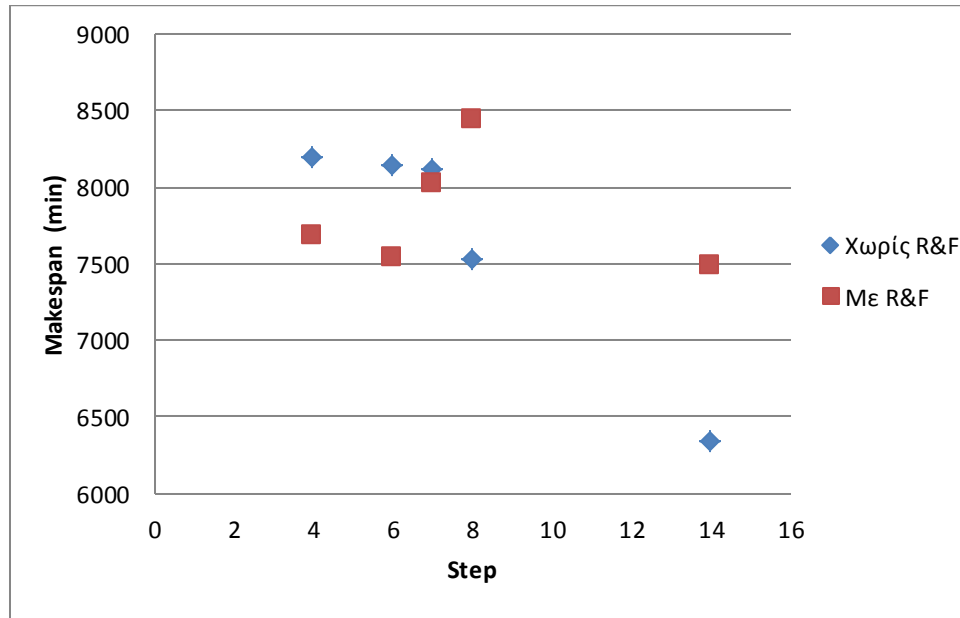
Στο Σενάριο 1, όπως και στον συνολικό χρόνο εναλλαγών (Σχήμα 40), η μέθοδος έχει αρνητική επίδραση, αυξάνει δηλαδή τον χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας και μάλιστα σε 3 περιπτώσεις πολύ σημαντικά (*step*=8, *step*=15, *step*=21).



Σχήμα 5.47: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 2

Εφαρμογές και αποτελέσματα

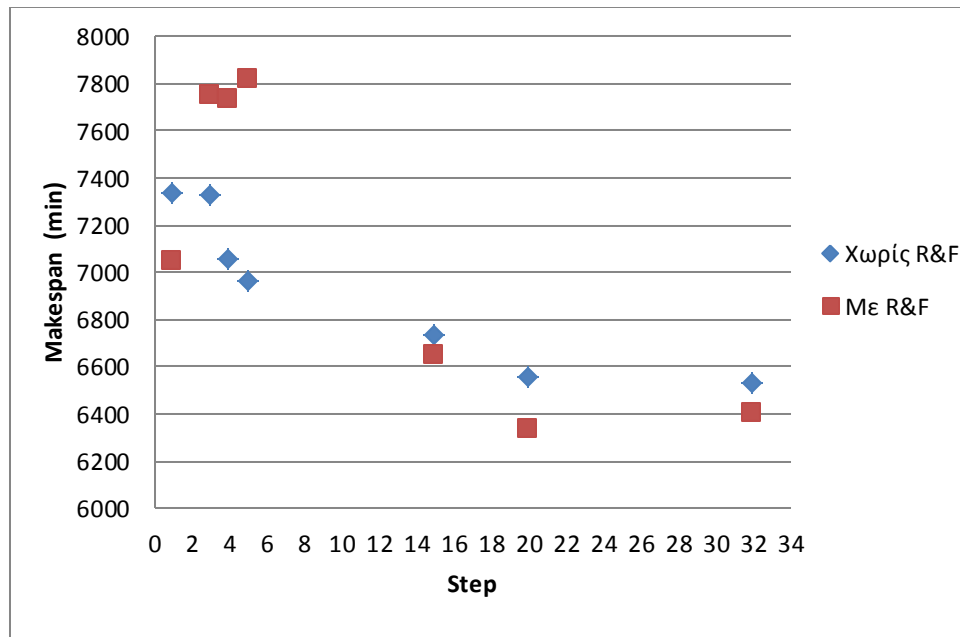
Στο Σενάριο 2, σε αντίθεση με τον χρόνο εναλλαγών, η επίδραση της τεχνικής είναι αρνητική με εξαίρεση μόνο ένα σημείο.



Σχήμα 5.48: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 3

Στό 3^ο Σενάριο, αν και η επίδραση στον χρόνο εναλλαγών ήταν θετική, στον χρόνο ολοκλήρωσης είναι πάλι αρνητική. Το γεγονός αυτό ίσως οφείλεται στην τιμή της παραμέτρου *C*. Εικάζεται, ότι η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου *C* είναι μεγαλύτερη όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος Relax & Fix από όταν δεν χρησιμοποιείται.

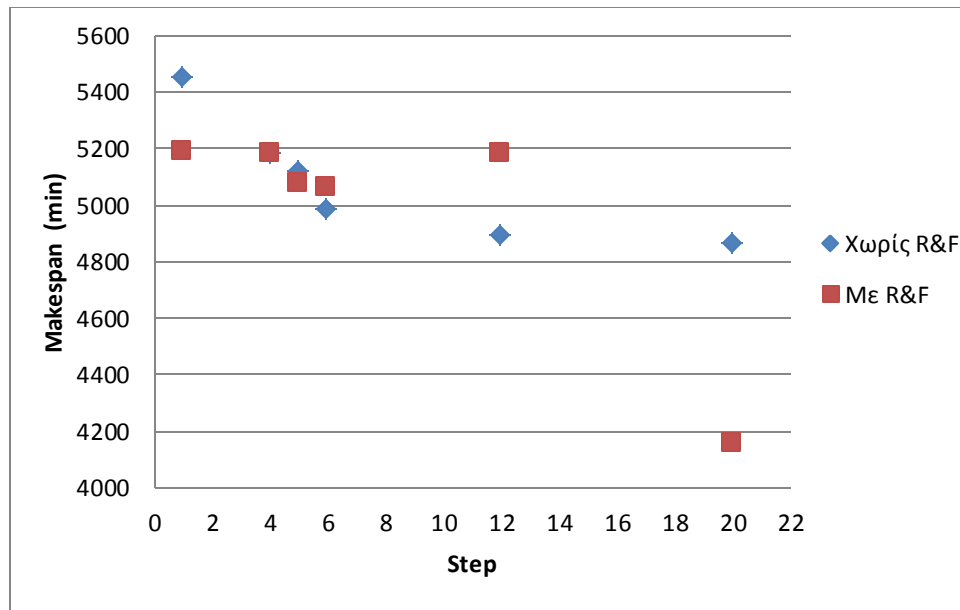
Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.49: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 4

Στο 4^ο σενάριο, σε αντιδιαστολή με την επίδραση στον χρόνο εναλλαγών, η μέθοδος Relax & Fix αρχικά επιδρά αρνητικά στον χρόνο ολοκλήρωσης (με εξαίρεση το σημείο *step*=1) και στη συνέχεια επιδρά θετικά. Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι η αρνητική επίδραση είναι πιο έντονη από την θετική.

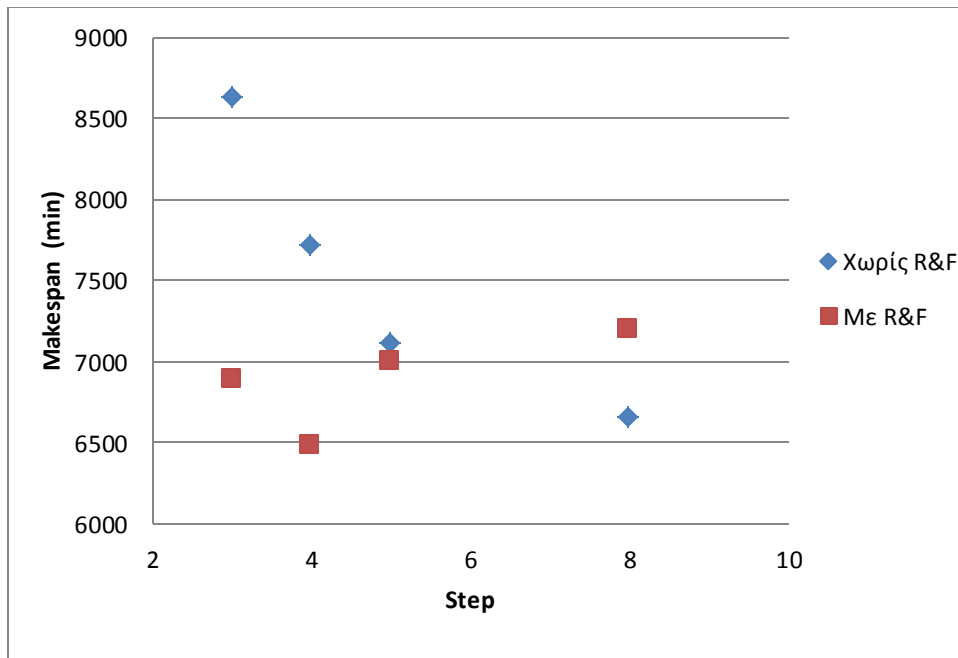
Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.50: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 5

Στο Σενάριο 5, αν και η τεχνική επιδρούσε μόνο θετικά στον συνολικό χρόνο εναλλαγών, στον χρόνο ολοκλήρωσης οι επιδράσεις είναι μεικτές. Αναλυτικότερα, για $step=4,5,6$ ο χρόνος ολοκλήρωσης σχεδόν παραμένει σταθερός, για $step=1,20$ ο χρόνος μειώνεται και μάλιστα στην δεύτερη περίπτωση σημαντικά και για $step=12$ η τεχνική αυξάνει τον χρόνο ολοκλήρωσης.

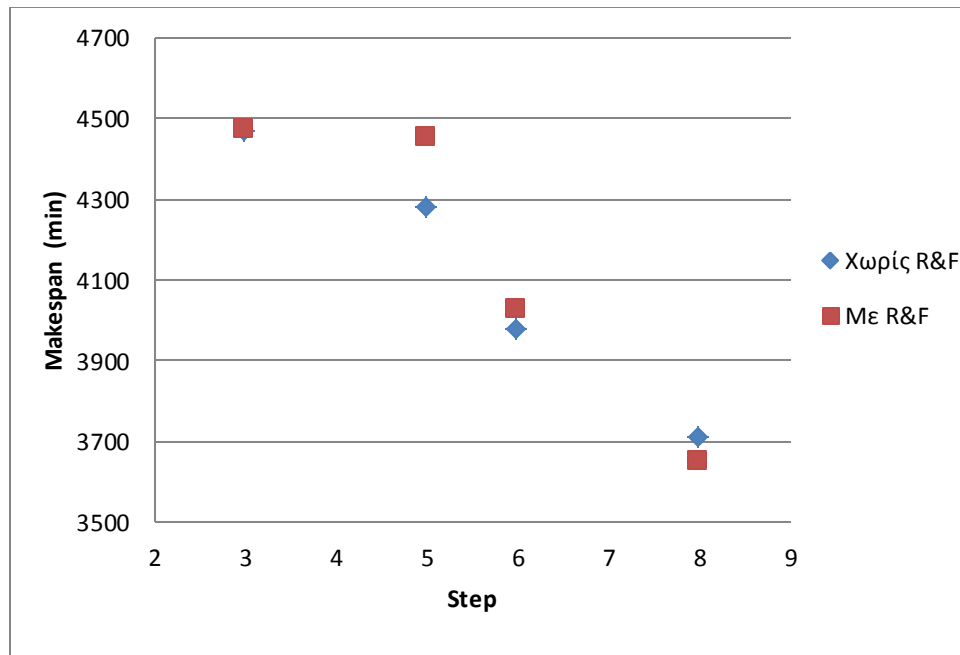
Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.51: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 6

Στο Σενάριο 6, η τεχνική Relax & Fix βοηθά να μειωθεί ο χρόνος ολοκλήρωσης με εξαίρεση μόνο ένα σημείο (*step*=8). Μάλιστα οι μειώσεις για *step*=3,4 είναι εξαιρετικά σημαντικές. Πρέπει όμως και εδώ να αναφερθεί όπως προηγουμένως, ότι μικρές τιμές *step* δεν προτείνεται να επιλεγθούν για βελτιστοποίηση, σύμφωνα με όσα εξήχθησαν στην προηγούμενη υποενότητα.

Εφαρμογές και αποτελέσματα



Σχήμα 5.52: Διάγραμμα συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης της διεργασίας συναρτήσει της παραμέτρου *step* με και χωρίς τη χρήση της τεχνικής Relax & Fix για το Σενάριο 7

Τέλος, η επίδραση της τεχνικής στον χρόνο ολοκλήρωσης του Σεναρίου 7 είναι κατά βάση αρνητική αυξάνοντάς τον σε μικρό βαθμό.

Συνολικά, η μέθοδος Relax and Fix βοηθάει στη μείωση του συνολικού χρόνου εναλλαγών ενώ αυξάνει τον χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας. Η θετική επίδραση όμως στον χρόνο εναλλαγών δεν είναι σημαντική, ειδικά για μεγάλες τιμές της παραμέτρου *step*. Ένα ακόμη μειονέκτημα είναι ότι η χρήση της τεχνικής Relax & Fix αυξάνει τον υπολογιστικό χρόνο καθώς για τιμή παραμέτρου $step=a$ ο υπολογιστικός χρόνος είναι αυτός που αντιστοιχούσε για τιμή παραμέτρου $step=2*a$ χωρίς την χρήση της τεχνικής.

6. Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Από τον πίνακα 5.1 καθίσταται εμφανές ότι ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με τεχνικές μαθηματικής βελτιστοποίησης οδηγεί σε σημαντικά καλύτερα αποτελέσματα σε σύγκριση με τη χρήση τεχνικής προσομοίωσης όπως το εργαλείο SchedulePro™, αφού σημειώθηκε μείωση συνολικού χρόνου εναλλαγών έως και 42%. Μάλιστα, παρατηρώντας τη διαφορά που προέκυψε για το 7^ο σενάριο (20%), το οποίο αποτελείται από μόνο 3 γραμμές συσκευασίας, σε αντίθεση με τις 4 γραμμές που χρησιμοποιήθηκαν στα υπόλοιπα σενάρια, συμπεραίνεται ότι όσο πολυπλοκότερη είναι η βιομηχανική μονάδα (περισσότερα προϊόντα, εξοπλισμός κλπ), τόσο σημαντικότερα αποτελέσματα επιφέρει η χρήση της μαθηματικής μοντελοποίησης.

Στο σενάριο 1, η ανάγκη συσκευασίας των προϊόντων μετά από συγκεκριμένη χρονική στιγμή (lower) οδηγεί σε αδρανή χρονικά διαστήματα στον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής με χρήση του εργαλείου SchedulePro™. Το ανωτέρω πρόβλημα εξαλείφεται επιλύοντας το μαθηματικό μοντέλο της βελτιστοποίησης και εξάγοντας τα προγράμματα παραγωγής, τα οποία είναι καταλληλότερα για την εύρυθμη λειτουργία του εργοστασίου.

Επιπλέον, η χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης (2.10), στην οποία δε λαμβάνεται υπόψιν ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας (makespan), σε αρκετές περιπτώσεις οδηγεί σε προγράμματα όπου τα προϊόντα δεν κατανέμονται ισόβαθμα σε όλες τις γραμμές συσκευασίας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα κάποιες γραμμές να παραμένουν σχεδόν ανενεργές, όπως η γραμμή 3 στα σενάρια 2 και 3 ή η γραμμή 4 στα σενάρια 4 και 5, ενώ παράλληλα αυξάνεται ο συνολικός χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας. Για τον λόγο αυτό είναι προτιμότερη η χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης (2.11), η οποία λαμβάνει υπόψιν και τον χρόνο ολοκλήρωσης, καθώς οδηγεί σε πιο ισορροπημένα προγράμματα παραγωγής με εξίσου σημαντική μείωση του συνολικού χρόνου εναλλαγών.

Ένα βασικό μειονέκτημα της μαθηματικής βελτιστοποίησης είναι ότι απαιτεί περισσότερο υπολογιστικό χρόνο εν συγκρίσει με εργαλεία όπως το SchedulePro. Συγκεκριμένα, η επίλυση του παραπάνω μαθηματικού μοντέλου για το πρόβλημα που μελετήθηκε διαρκούσε από 20 έως 30 λεπτά ανάλογα με το σενάριο και τις παραμέτρους. Αντίθετα, ο χρονοπρογραμματισμός παραγωγής με το SchedulePro™ και εισαγωγή των

5. Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

δεδομένων από τον χρήστη διαρκεί μόλις κάποια δευτερόλεπτα (2-3 sec). Παρά ταύτα, ο χρόνος επίλυσης που απαιτείται από τον αλγόριθμο δεν ξεπερνάει τα αποδεκτά πλαίσια της βιομηχανίας και αντισταθμίζεται από τα πλεονεκτήματα που αναφέρθηκαν ανωτέρω.

Όσον αφορά την ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου C στα 7 σενάρια που μελετήθηκαν, το γεγονός ότι η παράμετρος δεν παρουσιάζει συγκεκριμένη ακολουθία ή μοτίβο καθιστά δυσχερή την επιλογή μιας βέλτιστης τιμής. Μάλιστα, η βέλτιστη τιμή της παραμέτρου διαφέρει σε κάθε πρόβλημα, κάτι που - όπως προαναφέρθηκε - οφείλεται στη χρήση της τεχνικής διάσπασης.

Από την ανάλυση ευαισθησίας σε μικρότερα προβλήματα με αριθμό προϊόντων 5-35, όπου δεν είναι αναγκαία η τεχνική διάσπασης, προκύπτουν διαγράμματα trade off τα οποία συνάδουν με τις θεωρητικές προβλέψεις. Για τις περιπτώσεις που μελετήθηκαν, η τιμή 0.04 για την παράμετρο C οδηγεί σε προγράμματα παραγωγής με “ισορροπημένο” αποτέλεσμα (Σχήμα 4.15, σημείο “Best value for C ”) όσον αφορά τον συνολικό χρόνο εναλλαγών και τον χρόνο ολοκλήρωσης της διεργασίας.

Η παράμετρος $step$ επηρεάζει τη διεργασία σύμφωνα με τις προβλέψεις: όσο αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου, τόσο μειώνονται ο συνολικός χρόνος εναλλαγών και ο χρόνος ολοκλήρωσης της διεργασίας. Συγκεκριμένα, για μικρές τιμές $step$ η αύξηση της παραμέτρου οδηγεί σε απότομη/εκθετική μείωση των χρόνων, ενώ, για μεγάλες τιμές οι μεταβολές που παρατηρούνται είναι μικρότερης έκτασης.

Η παράμετρος $step$ διαδραματίζει εξίσου σημαντικό ρόλο στην τιμή του υπολογιστικού χρόνου. Σε χαμηλές περιοχές τιμών της παραμέτρου, τα υποπροβλήματα είναι μικρά, εύκολα και μεγάλα σε αριθμό, με αποτέλεσμα ο υπολογιστικός χρόνος να είναι μεγάλος. Για μεγαλύτερες τιμές της παραμέτρου $step$, ο αριθμός των υποπροβλημάτων μειώνεται, ενώ ο βαθμός πολυπλοκότητάς τους παραμένει χαμηλός, μειώνοντας τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο. Τελικά, για πολύ μεγάλες τιμές $step$, ο αριθμός των υποπροβλημάτων είναι μεν μικρός, αλλά επίλυσή τους είναι ιδιαίτερα δύσκολη λόγω του πλήθους των μεταβλητών, αφού έχουν αυξηθεί σημαντικά οι μεταβλητές, ώστε ο υπολογιστικός χρόνος να αυξάνεται εκθετικά.

Με γνώμονα τα ανωτέρω, προτείνεται η επιλογή της παραμέτρου $step$ να γίνεται σε περιοχές τιμών όσο το δυνατόν μεγαλύτερες έτσι ώστε να επιτυγχάνονται καλύτερες λύσεις, ενώ παράλληλα να επιλέγεται τιμή μικρότερη της κρίσιμης τιμής όπου πλέον τα

5. Συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

υποπροβλήματα γίνονται πολύ μεγάλα. Αυτό αποσκοπεί στη μείωση του υπολογιστικού χρόνου αλλά και της απόκλισης από τη βέλτιστη λύση που επιτυγχάνει ο επιλυτής.

Τα αποτελέσματα δείχνουν πως η τεχνική Relax and Fix οδηγεί στη μείωση του συνολικού χρόνου εναλλαγής (changeover time). Βέβαια, το παραπάνω πόρισμα δεν είναι απόλυτο, αφού υπάρχουν ορισμένες μετρήσεις για τις οποίες ο συνολικός χρόνος εναλλαγών αυξήθηκε. Από την άλλη μεριά, η τεχνική αυτή οδήγησε σε μεγαλύτερες τιμές του συνολικού χρόνου ολοκλήρωσης. Φυσικά, ούτε αυτή η παρατήρηση δεν είναι απόλυτα ακριβής, καθώς υπάρχουν αντίστοιχα μετρήσεις για τις οποίες ο χρόνος ολοκλήρωσης μειώθηκε. Η διαφορά στην επίδραση στον συνολικό χρόνο εναλλαγών και στον χρόνο ολοκλήρωσης ενδέχεται να οφείλεται στην τιμή της παραμέτρου C που έγιναν οι υπολογισμοί ($C=0.01$). Παράλληλα, όπως ήταν αναμενόμενο, ο υπολογιστικός χρόνος αυξήθηκε, αφού για δεδομένη τιμή παραμέτρου $step$ ο υπολογιστικός χρόνος που χρειάζεται είναι αυτός που αντιστοιχεί σε τιμή παραμέτρου $2*step$ χωρίς τη χρήση Relax & Fix.

Προτείνεται να μελετηθούν πλήθος προβλημάτων διαφορετικής πολυπλοκότητας (πχ διαφορετικός αριθμός εξοπλισμού) ώστε να βρεθεί η εξάρτηση του περιθωρίου βελτιστοποίησης από την πολυπλοκότητα του προβλήματος. Στο πρόβλημα που μελετήθηκε μία επιπλέον γραμμή συσκευασίας οδήγησε σε βελτιστοποίηση από 20% σε 40%. Λογικά, βιομηχανικές μονάδες με περισσότερες γραμμές συσκευασίας θα έχουν ακόμη μεγαλύτερα περιθώρια βελτιστοποίησης.

Προτείνεται ακόμη, να μελετηθεί εκ νέου η επίδραση της παραμέτρου C , σε εξίσου μεγάλα προβλήματα, αλλά διαφορετικής φύσεως. Συγκεκριμένα, ωφέλιμο θα είναι τα υπό μελέτη προβλήματα να περιγράφονται από λιγότερες μεταβλητές, έτσι ώστε να μην απαιτείται η μέθοδος διάσπασης για την επίλυσή τους.

Τέλος, καθώς τα αποτελέσματα της χρήσης της μεθόδου Relax & Fix περιείχαν και πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, προτείνεται να πραγματοποιηθεί περαιτέρω ανάλυση προκειμένου να εξαχθούν συμπεράσματα για τη χρησιμότητά της σε αυτό το είδος μαθηματικού μοντέλου.

Βιβλιογραφία

Βιβλιογραφία

Baldo, T. A., Santos, M. O., Almada-Lobo, B. & Morabito, R., 2014. An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. *Computers & Industrial Engineering*, Volume 72, pp. 58-71

Baldo, T. A., Morabito, R., Santos, M. O. & Guimarães, L., 2017. Alternative Mathematical Models and Solution Approaches for Lot-Sizing and Scheduling Problems in the Brewery Industry: Analyzing Two Different Situations. *Mathematical Problems in Engineering*, 6754970, pp. 1-18.

Baumann, P.; Trautmann, N., 2014, A hybrid method for large-scale short-term scheduling of make-and-pack production processes, *European Journal of Operational Research*, 236 (2), pp 718–735.

Beraldi P., Ghiani G., Grieco A., Guerriero E., 2008, Rolling-horizon and fix-and-relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs. *Computers & Operations Research*, 35(11), pp. 3644-3656

Cafaro V.G., Cafaro D.C., Mendez C. A. Cerda J., 2012, Detailed Scheduling of Single-Source Pipelines with Simultaneous Deliveries to Multiple Offtake Stations. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 51(17), pp. 6145-6165

Cafaro D.C., Cerda J., 2008, Efficient Tool for the Scheduling of Multiproduct Pipelines and Terminal Operations. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 47(24), pp. 9941-9956

Castro P.M., Mostafaei H, 2019, Batch-centric scheduling formulation for treelike pipeline systems with forbidden product sequences. *Computers & Chemical Engineering*, Volume 122, pp. 2-18

Castro, P.M., Ana P Barbosa-Póvoa, A.P., Matos, H.A. and Novais, A.Q. (2004). Simple Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling of Batch and Continuous Processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 43, pp.105-118

Clark, A. R. & Clark, S. J., 2000. Rolling-horizon lot-sizing when set-up times are sequence-dependent. *International Journal of Production Research*, 38(10), pp. 2287-2307

Clark, A. R., 2005. Rolling horizon heuristics for production planning and set-up scheduling with backlogs and error-prone demand forecasts. *Production Planning & Control*, 16(1), pp. 81-97

Claudio Fabiano Motta Toledo, Márcio da Silva Arantes, Marcelo Yukio Bressan Hossomi, Paulo Morelato França & Kerem Akartunali, 2015. A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems, pp 695

Dimitriadis, A.D., Shah, N. & Pantelides, C.C., 1997, RTN-based rolling horizon algorithms for medium term scheduling of multipurpose plants, *Computers & Chemical Engineering*, Volume 21, pp S1061-S1066

Βιβλιογραφία

- Elekidis, A. P., Corominas, F., & Georgiadis, M. C. (2019). Production scheduling of consumer goods industries. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 58(51), 23261-23275
- Fargher, H. & Smith, R., 1992. Method and system for production planning. *United States of America*, Patent No. US55826040A
- Ferreira, D., Morabito, R. & Rangel, S., 2010. Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers & Operations Research*, 37(4), pp. 684-691
- Ferreira, D., Morabito, R. & Rangel, S., 2009. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 196(2), pp. 697-706
- GAMS Development Corporation. General Algebraic Modeling System (GAMS) Release 24.1.3, Fairfax, VA, USA, 2013
- Georgiadis G. P., Elekidis A. P., Georgiadis M. C., 2019, Optimization-Based Scheduling for the Process Industries: From Theory to Real-Life Industrial Applications, *Processes*, 7(7), 438
- Giannelos, N. F. & Georgiadis, M. C., 2002. A Novel Event-Driven Formulation for Short-Term Scheduling of Multipurpose Continuous Processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 41(10), pp. 2431-2439
- Harjunkski, I., 2016, Deploying Scheduling Solutions in an Industrial Environment, *Computers & Chemical Engineering*, 91, pp 127–135.
- Herrmann, J. W. (2006). A history of production scheduling. In Handbook of production scheduling (pp. 5-8). *Springer*, Boston, MA
- Intelligen, Inc. SchedulePro™, Version 9
- Intelligen, Inc. (2017) SchedulePro™ user guide for Version 8
- Kallrath, J., 2002. Planning and scheduling in the process industry. *OR Spectrum*, Volume 24, pp. 219-250
- Kondili, E., Pantelides, C. & Sargent, R., 1993. A general algorithm for short-term scheduling of batch operations- MILP formulation. *Computers & Chemical Engineering*, 17(2), pp. 211-227
- Kopanos, G. M., Puigjaner, L. & Georgiadis, M. C., 2010. Optimal Production Scheduling and Lot-Sizing in Dairy Plants: The Yogurt Production Line. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 49(2), pp. 701-718
- Kopanos, G. M., Puigjaner, L. & Georgiadis, M. C., 2011. Production Scheduling in Multiproduct Multistage Semicontinuous Food Processes. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 50(10), pp. 6316-6324

Βιβλιογραφία

- Lin X., Floudas C. A., Modi S., Juhasz N. M., 2002, Continuous-Time Optimization Approach for Medium-Range Production Scheduling of a Multiproduct Batch Plant. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 41(16) pp. 3884-3906
- Liu S., Yahia A., Papageorgiou L. G., 2014, Optimal Production and Maintenance Planning of Biopharmaceutical Manufacturing under Performance Decay. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 53(44) pp. 17075-07091
- Maravelias, C. T. & Grossmann, I. E., 2003. A General Continuous State Task Network Formulation for Short Term Scheduling of Multipurpose Batch Plants with Due Dates. *Computer Aided Chemical Engineering*, Volume 15, pp. 274-279
- Méndez, C. & Cerdá, J., 2002. Dynamic scheduling in multiproduct batch plants. *Computers & Chemical Engineering*, 26(4-5), pp. 687-695
- Mendez, C.; Cerda, J.; Grossmann, I.; Harjunkski, I.; Fahl, M., 2006. State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes. *Computers and Chemical Engineering*, 30(6-7), pp. 913-946
- Meyr, H., 2000. Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization. *European Journal of Operational Research*, 120(2), pp. 311-326.
- Meyr, H., 2002. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 139(2), pp. 277-292
- Pantelides, C.C., 1994. Unified frameworks for optimal process planning and scheduling. *Proceedings of the Second conference on FOCAPO*. pp.253-274
- Shim, I.-S., Kim, H.-C., Doh, H.-H. & Lee, D.-H., 2011. A two-stage heuristic for single machine capacitated lot-sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs. *Computers & Industrial Engineering*, 61(4), pp. 920-929.
- Stefansson H., Sigmarsdottir S., Jensson P., Shah N., 2011, Discrete and continuous time representations and mathematical models for large production scheduling problems: A case study from the pharmaceutical industry. *European Journal of Operational Research*, 215(2) pp. 383-392
- Toledo, C., França, P. M., Morabito, R. & Kimms, A., 2007. Um modelo de otimização para o problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de refrigerantes. *Pesquisa Operacional*, 27(1), pp. 155-186.
- Toso E.A.V., Morabito R., Clark A. R., 2009, Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers & Industrial Engineering*, 57(3), pp. 813-821

Παραρτήματα

Παράρτημα Α

Παρακάτω παρατίθενται οι τιμές των παραμέτρων για κάθε σενάριο. Απουσιάζουν οι πίνακες της παραμέτρου *changeover* λόγω έκτασης. Η μονάδα μέτρησης παντού είναι τα λεπτά (min).

Χρόνος από τον οποίο μπορεί ένα προϊόν να ξεκινήσει να συσκευάζεται σε λεπτά (Lower_i)

Για το Σενάριο 1 η τιμή της παραμέτρου Lower_i ισούται με 0 $\forall i$ εκτός από $i=40, 41$ όπου Lower₄₀= Lower₄₁ =3360 min

Για τα υπόλοιπα Σενάρια 2-7 επίσης ισχύει πως Lower_i=0 $\forall i$

Παραρτήματα

Παράρτημα Β

Χρόνος προθεσμίας που θα πρέπει να έχει παραχθεί το προϊόν i σε λεπτά ($DDATE_i$)

Πίνακας Β.1: Χρόνος προθεσμίας ($DDATE$) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 1

i	$DDATE$	i	$DDATE$	i	$DDATE$
1	2880	21	3120	41	4680
2	2880	22	3120	42	4680
3	2880	23	3120	43	4680
4	2880	24	3120	44	4680
5	3720	25	3120	45	4680
6	3720	26	3120	46	4680
7	3120	27	3120	47	4680
8	3120	28	3120	48	4680
9	3120	29	3120	49	4680
10	3120	30	3120	50	4680
11	3120	31	3120	51	4680
12	3120	32	3120	52	4680
13	3120	33	3120	53	4680
14	3120	34	3120	54	4680
15	3120	35	3120	55	4680
16	3120	36	3120	56	4680
17	3120	37	3120	57	4680
18	3120	38	3120	58	4680
19	3120	39	3120	59	4680
20	3120	40	4680	60	4680

Παράρτημα

Πίνακας Β.2: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 2

i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE
1	0	21	4320	41	5760
2	0	22	5760	42	7200
3	0	23	5760	43	7200
4	0	24	5760	44	7200
5	3000	25	5760	45	7200
6	3000	26	5760	46	7200
7	3000	27	5760	47	7200
8	3000	28	5760	48	7200
9	3000	29	5760	49	7200
10	3000	30	5760	50	7200
11	3000	31	5760	51	7200
12	3000	32	5760	52	7200
13	3000	33	5760	53	7200
14	3000	34	5760	54	7200
15	3000	35	5760	55	7200
16	3000	36	5760	56	7200
17	3000	37	5760	57	7200
18	3000	38	5760	58	7200
19	4320	39	5760	59	7200
20	4320	40	5760	60	7200

Παράρτημα

Πίνακας Β.2(συνέχεια): Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 2

i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE
61	7200	81	8700	101	8700
62	7200	82	8700	102	8700
63	7200	83	8700	103	8700
64	7200	84	8700	104	8700
65	7200	85	8700	105	8700
66	7200	86	8700	106	8700
67	7200	87	8700	107	8700
68	7200	88	8700	108	8700
69	7200	89	8700	109	8700
70	7200	90	8700	110	8700
71	7200	91	8700	111	8700
72	7200	92	8700	112	8700
73	7200	93	8700	113	8700
74	7200	94	8700	114	8700
75	8700	95	8700	115	8700
76	8700	96	8700	116	8700
77	8700	97	8700	117	8700
78	8700	98	8700	118	8700
79	8700	99	8700	119	8700
80	8700	100	8700	120	8700

Παράρτηματα

Πίνακας Β.3: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 3

i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE
1	0	21	4320	41	5760	61	7200	81	8700
2	0	22	5760	42	7200	62	7200	82	8700
3	0	23	5760	43	7200	63	7200	83	8700
4	0	24	5760	44	7200	64	7200	84	8700
5	3000	25	5760	45	7200	65	7200		
6	3000	26	5760	46	7200	66	7200		
7	3000	27	5760	47	7200	67	7200		
8	3000	28	5760	48	7200	68	7200		
9	3000	29	5760	49	7200	69	7200		
10	3000	30	5760	50	7200	70	7200		
11	3000	31	5760	51	7200	71	7200		
12	3000	32	5760	52	7200	72	7200		
13	3000	33	5760	53	7200	73	7200		
14	3000	34	5760	54	7200	74	7200		
15	3000	35	5760	55	7200	75	8700		
16	3000	36	5760	56	7200	76	8700		
17	3000	37	5760	57	7200	77	8700		
18	3000	38	5760	58	7200	78	8700		
19	4320	39	5760	59	7200	79	8700		
20	4320	40	5760	60	7200	80	8700		

Παραρτήματα

Πίνακας Β.4: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 4

i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE
1	0	21	4320	41	5760	61	7200
2	0	22	4320	42	7200	62	7200
3	0	23	4320	43	7200	63	7200
4	0	24	5760	44	7200	64	7200
5	3000	25	5760	45	7200	65	7200
6	3000	26	5760	46	7200	66	7200
7	3000	27	5760	47	7200	67	7200
8	3000	28	5760	48	7200	68	7200
9	3000	29	5760	49	7200	69	7200
10	3000	30	5760	50	7200	70	7200
11	3000	31	5760	51	7200	71	7200
12	3000	32	5760	52	7200	72	7200
13	3000	33	5760	53	7200	73	7200
14	3000	34	5760	54	7200	74	7200
15	3000	35	5760	55	7200	75	8700
16	3000	36	5760	56	7200	76	8700
17	3000	37	5760	57	7200	77	8700
18	3000	38	5760	58	7200	78	8700
19	4320	39	5760	59	7200		
20	4320	40	5760	60	7200		

Παραρτήματα

Πίνακας Β.5: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 5

i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE
1	0	21	3240	41	3240	61	4860
2	0	22	3240	42	3240	62	4860
3	0	23	3240	43	3240	63	4860
4	0	24	3240	44	3240	64	4860
5	3240	25	3240	45	3240	65	4860
6	3240	26	3240	46	3240	66	4860
7	3240	27	3240	47	3240	67	4860
8	3240	28	3240	48	3240	68	4860
9	3240	29	3240	49	3240	69	4860
10	3240	30	3240	50	3240	70	4860
11	3240	31	3240	51	3240	71	4860
12	3240	32	3240	52	3240	72	4860
13	3240	33	3240	53	3240	73	4860
14	3240	34	3240	54	3240	74	4860
15	3240	35	3240	55	4860	75	4860
16	3240	36	3240	56	4860	76	4860
17	3240	37	3240	57	4860	77	6480
18	3240	38	3240	58	4860	78	6480
19	3240	39	3240	59	4860	79	6480
20	3240	40	3240	60	4860		

Παράρτημα

Πίνακας Β.6: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 6

i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE
1	0	21	3000	41	4500	61	6000	81	7500
2	0	22	3000	42	4500	62	6000	82	7500
3	0	23	3000	43	4500	63	6000	83	7500
4	0	24	3000	44	4500	64	6000	84	7500
5	3000	25	3000	45	4500	65	6000	85	7500
6	3000	26	3000	46	4500	66	7500	86	7500
7	3000	27	3000	47	4500	67	7500	87	7500
8	3000	28	3000	48	6000	68	7500	88	7500
9	3000	29	3000	49	6000	69	7500	89	7500
10	3000	30	3000	50	6000	70	7500	90	7500
11	3000	31	3000	51	6000	71	7500	91	7500
12	3000	32	3000	52	6000	72	7500	92	9000
13	3000	33	3000	53	6000	73	7500	93	10500
14	3000	34	3000	54	6000	74	7500	94	10500
15	3000	35	3000	55	6000	75	7500	95	10500
16	3000	36	3000	56	6000	76	7500	96	10500
17	3000	37	3000	57	6000	77	7500	97	10500
18	3000	38	3000	58	6000	78	7500	98	10500
19	3000	39	4500	59	6000	79	7500		
20	3000	40	4500	60	6000	80	7500		

Παραρτήματα

Πίνακας Β.7: Χρόνος προθεσμίας (DDATE) για την παραγωγή των προϊόντων για το Σενάριο 7

i	DDATE	i	DDATE	i	DDATE
1	0	21	3480	41	6960
2	0	22	3480	42	6960
3	0	23	3480	43	6960
4	3480	24	3480	44	6960
5	3480	25	3480	45	6960
6	3480	26	3480	46	6960
7	3480	27	3480	47	6960
8	3480	28	3480	48	6960
9	3480	29	3480	49	6960
10	3480	30	3480	50	6960
11	3480	31	3480	51	6960
12	3480	32	3480	52	6960
13	3480	33	3480	53	8700
14	3480	34	3480	54	8700
15	3480	35	3480	55	8700
16	3480	36	3480		
17	3480	37	3480		
18	3480	38	3480		
19	3480	39	3480		
20	3480	40	6960		

Παραρτήματα

Παράρτημα Γ

Διάρκεια συσκευασίας των προϊόντων σε λεπτά (T_i)

Πίνακας Γ.8: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 1

i	T	i	T	i	T
1	10	21	163	41	179
2	10	22	128	42	126
3	10	23	163	43	162
4	10	24	194	44	389
5	150	25	163	45	162
6	150	26	194	46	126
7	438	27	272	47	194
8	120	28	120	48	233
9	120	29	419	49	233
10	120	30	120	50	150
11	120	31	239	51	120
12	658	32	179	52	269
13	135	33	299	53	120
14	120	34	120	54	120
15	120	35	179	55	389
16	162	36	120	56	214
17	126	37	225	57	163
18	194	38	136	58	163
19	816	39	163	59	163
20	389	40	509	60	120

Παράρτημα

Πίνακας Γ.9: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 2

i	T	i	T	i	T
1	0	21	176	41	512
2	0	22	2349	42	184
3	0	23	1604	43	194
4	0	24	230	44	270
5	205	25	122	45	810
6	165	26	66	46	96
7	122	27	118	47	126
8	132	28	193	48	229
9	123	29	220	49	94
10	146	30	307	50	132
11	114	31	388	51	66
12	132	32	373	52	122
13	132	33	205	53	163
14	58	34	137	54	212
15	163	35	124	55	114
16	137	36	245	56	472
17	122	37	136	57	95
18	122	38	154	58	137
19	133	39	171	59	175
20	367	40	414	60	69

Παραρτήματα

Πίνακας Γ.9(συνέχεια): Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 2

i	T	i	T	i	T
61	233	81	137	101	124
62	114	82	364	102	108
63	140	83	122	103	122
64	132	84	472	104	69
65	122	85	230	105	36
66	182	86	420	106	364
67	189	87	233	107	224
68	172	88	201	108	132
69	148	89	189	109	496
70	140	90	65	110	211
71	136	91	40	111	122
72	151	92	39	112	130
73	218	93	124	113	132
74	140	94	70	114	104
75	151	95	360	115	137
76	102	96	279	116	163
77	136	97	132	117	234
78	126	98	198	118	516
79	72	99	273	119	137
80	512	100	113	120	205

Παράρτημα

Πίνακας Γ.10: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 3

i	T	i	T	i	T	i	T	i	T
1	0	21	176	41	512	61	233	81	137
2	0	22	2349	42	184	62	114	82	65
3	0	23	1604	43	194	63	140	83	132
4	0	24	230	44	270	64	132	84	198
5	205	25	122	45	810	65	122		
6	165	26	66	46	96	66	182		
7	122	27	118	47	126	67	189		
8	132	28	193	48	229	68	172		
9	123	29	220	49	94	69	148		
10	146	30	307	50	132	70	140		
11	114	31	388	51	66	71	136		
12	132	32	373	52	122	72	151		
13	132	33	205	53	163	73	218		
14	58	34	137	54	212	74	140		
15	163	35	124	55	114	75	151		
16	137	36	245	56	472	76	102		
17	122	37	136	57	95	77	136		
18	122	38	154	58	137	78	126		
19	133	39	171	59	175	79	72		
20	367	40	414	60	69	80	512		

Παράρτημα

Πίνακας Γ.11: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 4

i	T	i	T	i	T	i	T
1	0	21	146	41	251	61	777
2	0	22	175	42	162	62	315
3	0	23	163	43	273	63	356
4	0	24	270	44	273	64	471
5	163	25	189	45	205	65	171
6	137	26	420	46	232	66	436
7	36	27	65	47	188	67	75
8	273	28	124	48	162	68	130
9	171	29	141	49	162	69	136
10	115	30	235	50	122	70	115
11	124	31	11	51	155	71	409
12	126	32	440	52	171	72	140
13	124	33	56	53	66	73	239
14	126	34	126	54	450	74	258
15	369	35	273	55	122	75	341
16	148	36	63	56	338	76	212
17	147	37	155	57	122	77	646
18	183	38	375	58	261	78	386
19	454	39	126	59	131		
20	204	40	162	60	490		

Παράρτημα

Πίνακας Γ.12: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 5

i	T	i	T	i	T	i	T
1	0	21	192	41	137	61	122
2	0	22	66	42	512	62	367
3	0	23	125	43	65	63	472
4	0	24	122	44	140	64	122
5	154	25	170	45	140	65	273
6	64	26	163	46	136	66	132
7	163	27	118	47	245	67	132
8	122	28	122	48	145	68	172
9	118	29	108	49	135	69	136
10	182	30	175	50	135	70	151
11	118	31	132	51	205	71	218
12	204	32	176	52	239	72	151
13	117	33	212	53	136	73	36
14	189	34	114	54	553	74	154
15	122	35	124	55	137	75	229
16	472	36	124	56	472	76	124
17	95	37	129	57	472	77	364
18	69	38	129	58	146	78	137
19	137	39	171	59	132	79	512
20	135	40	171	60	114		

Παράρτημα

Πίνακας Γ.13: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 6

i	T	i	T	i	T	i	T	i	T
1	0	21	252	41	233	61	101	81	63
2	0	22	176	42	787	62	177	82	181
3	0	23	212	43	466	63	132	83	137
4	0	24	190	44	140	64	198	84	87
5	630	25	114	45	140	65	126	85	87
6	122	26	122	46	136	66	95	86	94
7	315	27	172	47	785	67	193	87	132
8	118	28	524	48	270	68	517	88	66
9	69	29	898	49	132	69	384	89	126
10	137	30	512	50	196	70	682	90	72
11	137	31	562	51	127	71	174	91	180
12	182	32	232	52	418	72	66	92	189
13	364	33	115	53	144	73	785	93	115
14	159	34	140	54	405	74	132	94	129
15	132	35	129	55	109	75	132	95	614
16	108	36	171	56	218	76	472	96	68
17	111	37	178	57	853	77	480	97	356
18	146	38	65	58	151	78	229	98	356
19	175	39	944	59	136	79	231		
20	129	40	459	60	136	80	356		

Παράρτημα

Πίνακας Γ.14: Διάρκεια συσκευασίας (T) των προϊόντων για το Σενάριο 7

i	T	i	T	i	T
1	0	21	108	41	120
2	0	22	182	42	180
3	0	23	122	43	122
4	327	24	124	44	128
5	441	25	146	45	152
6	315	26	77	46	157
7	151	27	341	47	122
8	495	28	94	48	126
9	379	29	188	49	350
10	262	30	188	50	262
11	126	31	113	51	153
12	126	32	171	52	145
13	136	33	154	53	185
14	126	34	77	54	192
15	164	35	126	55	409
16	180	36	271		
17	136	37	126		
18	122	38	136		
19	210	39	140		
20	94	40	175		

Παράρτημα

Παράρτημα Δ

Κατανομή προϊόντων στις γραμμές συσκευασίας

Πίνακας Δ.15: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 1

i	j	1	2	3	4
1		1	0	0	0
2		0	1	0	0
3		0	0	1	0
4		0	0	1	1
5		1	0	1	1
6		1	0	1	1
7		1	0	1	1
8		1	0	1	1
9		1	0	1	1
10		1	0	1	1
11		1	0	1	1
12		1	0	1	1
13		1	0	1	1
14		1	0	1	1
15		1	0	1	1
16		1	1	0	1
17		1	1	0	1
18		1	1	0	1
19		1	1	0	1
20		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.15(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 1

i	j	1	2	3	4
21		1	1	0	1
22		1	1	0	1
23		1	1	0	1
24		1	1	0	1
25		1	1	0	1
26		1	1	0	1
27		1	1	0	1
28		1	0	1	1
29		1	0	1	1
30		1	0	1	1
31		1	0	1	1
32		1	0	1	1
33		1	0	1	1
34		1	0	1	1
35		1	0	1	1
36		1	0	1	1
37		1	0	1	1
38		1	1	0	1
39		1	1	0	1
40		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.15(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 1

i	j	1	2	3	4
41		1	0	1	1
42		1	0	1	1
43		1	1	0	1
44		1	1	0	1
45		1	1	0	1
46		1	1	0	1
47		1	1	0	1
48		1	1	0	1
49		1	1	0	1
50		0	1	0	0
51		1	0	1	1
52		1	0	1	1
53		1	0	1	1
54		1	0	1	1
55		1	0	1	1
56		1	1	0	1
57		1	1	0	1
58		1	1	0	1
59		1	1	0	1
60		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.16: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 2

i	j	1	2	3	4
1		1	1	0	1
2		0	1	0	0
3		0	0	1	0
4		1	0	1	1
5		1	1	0	1
6		1	1	0	1
7		1	1	0	1
8		1	1	0	1
9		1	1	0	1
10		1	1	0	1
11		1	1	0	1
12		1	1	0	1
13		1	1	0	1
14		1	1	0	1
15		1	1	0	1
16		1	1	0	1
17		1	1	0	1
18		1	1	0	1
19		1	1	0	1
20		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.16(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 2

i	j	1	2	3	4
21		1	1	0	1
22		0	1	0	0
23		0	1	0	0
24		0	1	0	0
25		0	1	0	0
26		1	1	0	1
27		1	1	0	1
28		1	1	0	1
29		0	0	1	0
30		1	0	1	1
31		1	0	1	1
32		1	0	1	1
33		1	0	1	1
34		1	0	1	1
35		1	0	1	1
36		1	0	1	1
37		1	0	1	1
38		1	0	1	1
39		1	0	1	1
40		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.16(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 2

i	j	1	2	3	4
41		1	0	1	1
42		1	0	1	1
43		1	0	1	1
44		1	1	0	1
45		1	1	0	1
46		1	0	1	1
47		1	0	1	1
48		1	0	1	1
49		1	0	1	1
50		1	0	1	1
51		1	0	1	1
52		1	1	0	1
53		1	1	0	1
54		1	1	0	1
55		1	1	0	1
56		1	1	0	1
57		1	1	0	1
58		1	1	0	1
59		1	1	0	1
60		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.16(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 2

i	j	1	2	3	4
61		1	1	0	1
62		1	1	0	1
63		1	1	0	1
64		1	1	0	1
65		1	1	0	1
66		1	1	0	1
67		1	1	0	1
68		1	0	1	1
69		1	0	1	1
70		1	0	1	1
71		1	0	1	1
72		1	0	1	1
73		1	0	1	1
74		1	0	1	1
75		1	0	1	1
76		1	0	1	1
77		1	0	1	1
78		1	0	1	1
79		1	0	1	1
80		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.16(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 2

i	j	1	2	3	4
81		1	1	0	1
82		1	1	0	1
83		1	1	0	1
84		1	1	0	1
85		1	1	0	1
86		1	1	0	1
87		1	1	0	1
88		1	1	0	1
89		1	1	0	1
90		1	0	1	1
91		0	0	1	0
92		0	0	1	0
93		1	0	1	1
94		1	0	1	1
95		1	0	1	1
96		1	0	1	1
97		1	0	1	1
98		1	0	1	1
99		1	0	1	1
100		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.16(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 2

i	j	1	2	3	4
101		1	0	1	1
102		1	1	0	1
103		1	1	0	1
104		1	1	0	1
105		1	0	1	1
106		1	1	0	1
107		1	0	1	1
108		1	1	0	1
109		1	1	0	1
110		1	1	0	1
111		1	1	0	1
112		1	1	0	1
113		1	1	0	1
114		1	0	1	1
115		1	0	1	1
116		1	1	0	1
117		1	1	0	1
118		1	1	0	1
119		1	0	1	1
120		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.17: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 3

i	j	1	2	3	4
1		1	1	0	1
2		0	1	0	0
3		0	0	1	0
4		1	0	1	1
5		1	1	0	1
6		1	1	0	1
7		1	1	0	1
8		1	1	0	1
9		1	1	0	1
10		1	1	0	1
11		1	1	0	1
12		1	1	0	1
13		1	1	0	1
14		1	1	0	1
15		1	1	0	1
16		1	1	0	1
17		1	1	0	1
18		1	1	0	1
19		1	1	0	1
20		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.17(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 3

i	j	1	2	3	4
21		1	1	0	1
22		0	1	0	0
23		0	1	0	0
24		0	1	0	0
25		0	1	0	0
26		1	1	0	1
27		1	1	0	1
28		1	1	0	1
29		0	0	1	0
30		1	0	1	1
31		1	0	1	1
32		1	0	1	1
33		1	0	1	1
34		1	0	1	1
35		1	0	1	1
36		1	0	1	1
37		1	0	1	1
38		1	0	1	1
39		1	0	1	1
40		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.17(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 3

i	j	1	2	3	4
41		1	0	1	1
42		1	0	1	1
43		1	0	1	1
44		1	1	0	1
45		1	1	0	1
46		1	0	1	1
47		1	0	1	1
48		1	0	1	1
49		1	0	1	1
50		1	0	1	1
51		1	0	1	1
52		1	1	0	1
53		1	1	0	1
54		1	1	0	1
55		1	1	0	1
56		1	1	0	1
57		1	1	0	1
58		1	1	0	1
59		1	1	0	1
60		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.17(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 3

i	j	1	2	3	4
61		1	1	0	1
62		1	1	0	1
63		1	1	0	1
64		1	1	0	1
65		1	1	0	1
66		1	1	0	1
67		1	1	0	1
68		1	0	1	1
69		1	0	1	1
70		1	0	1	1
71		1	0	1	1
72		1	0	1	1
73		1	0	1	1
74		1	0	1	1
75		1	0	1	1
76		1	0	1	1
77		1	0	1	1
78		1	0	1	1
79		1	0	1	1
80		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.17(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 3

i	j	1	2	3	4
81		1	1	0	1
82		1	0	1	1
83		1	0	1	1
84		1	0	1	1

Πίνακας Δ.18: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 4

i	j	1	2	3	4
1		1	1	0	1
2		0	1	0	0
3		0	0	1	0
4		1	0	1	1
5		1	1	0	1
6		1	1	0	1
7		1	0	1	1
8		1	0	1	1
9		1	0	1	1
10		1	0	1	1
11		1	0	1	1
12		1	0	1	1
13		1	0	1	1
14		1	0	1	1
15		1	0	1	1
16		1	0	1	1
17		1	0	1	1
18		0	1	0	0
19		0	1	0	0
20		0	1	0	0

Παράρτημα

Πίνακας Δ.18(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 4

i	j	1	2	3	4
21		1	1	0	1
22		1	1	0	1
23		1	1	0	1
24		1	1	0	1
25		1	1	0	1
26		1	1	0	1
27		1	1	0	1
28		1	1	0	1
29		1	1	0	1
30		1	1	0	1
31		0	1	0	0
32		0	0	1	0
33		0	0	1	0
34		0	0	1	0
35		1	0	1	1
36		1	0	1	1
37		1	0	1	1
38		1	0	1	1
39		1	0	1	1
40		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.18(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 4

i	j	1	2	3	4
41		1	0	1	1
42		1	0	1	1
43		1	0	1	1
44		1	0	1	1
45		1	0	1	1
46		1	0	1	1
47		1	0	1	1
48		1	0	1	1
49		1	0	1	1
50		1	1	0	1
51		1	1	0	1
52		1	0	1	1
53		1	0	1	1
54		1	1	0	1
55		1	1	0	1
56		1	1	0	1
57		1	1	0	1
58		1	1	0	1
59		1	1	0	1
60		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.18(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 4

i	j	1	2	3	4
61		1	1	0	1
62		1	1	0	1
63		1	1	0	1
64		1	0	1	1
65		1	0	1	1
66		1	0	1	1
67		1	0	1	1
68		1	0	1	1
69		1	0	1	1
70		1	0	1	1
71		1	0	1	1
72		1	0	1	1
73		1	0	1	1
74		1	0	1	1
75		1	0	1	1
76		1	1	0	1
77		1	0	1	1
78		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.19: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 5

i	j	1	2	3	4
1		1	1	0	1
2		0	1	0	0
3		1	0	1	1
4		1	1	0	1
5		1	1	0	1
6		1	1	0	1
7		1	1	0	1
8		1	1	0	1
9		1	1	0	1
10		1	1	0	1
11		1	1	0	1
12		1	1	0	1
13		1	1	0	1
14		1	1	0	1
15		1	1	0	1
16		1	1	0	1
17		1	1	0	1
18		1	1	0	1
19		1	1	0	1
20		0	1	0	0

Παράρτημα

Πίνακας Δ.19(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 5

i	j	1	2	3	4
21		0	1	0	0
22		1	1	0	1
23		1	1	0	1
24		1	1	0	1
25		1	1	0	1
26		1	1	0	1
27		1	1	0	1
28		1	1	0	1
29		1	1	0	1
30		1	1	0	1
31		1	1	0	1
32		1	1	0	1
33		1	1	0	1
34		1	1	0	1
35		1	0	1	1
36		1	0	1	1
37		1	0	1	1
38		1	0	1	1
39		1	0	1	1
40		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.19(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 5

i	j	1	2	3	4
41		1	0	1	1
42		1	0	1	1
43		1	0	1	1
44		1	0	1	1
45		1	0	1	1
46		1	0	1	1
47		1	0	1	1
48		1	0	1	1
49		1	1	0	1
50		1	1	0	1
51		1	0	1	1
52		1	0	1	1
53		1	0	1	1
54		1	0	1	1
55		1	1	0	1
56		1	1	0	1
57		1	1	0	1
58		1	1	0	1
59		1	1	0	1
60		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.19(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 5

i	j	1	2	3	4
61		1	1	0	1
62		1	1	0	1
63		1	1	0	1
64		1	1	0	1
65		1	1	0	1
66		1	1	0	1
67		1	1	0	1
68		1	0	1	1
69		1	0	1	1
70		1	0	1	1
71		1	0	1	1
72		1	0	1	1
73		1	0	1	1
74		1	0	1	1
75		1	0	1	1
76		1	0	1	1
77		1	1	0	1
78		1	0	1	1
79		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.20: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 6

i	j	1	2	3	4
1		1	1	0	1
2		1	1	0	1
3		1	0	1	1
4		1	0	1	1
5		1	1	0	1
6		1	1	0	1
7		1	1	0	1
8		1	1	0	1
9		1	1	0	1
10		1	1	0	1
11		1	1	0	1
12		1	1	0	1
13		1	1	0	1
14		1	1	0	1
15		1	1	0	1
16		1	1	0	1
17		1	1	0	1
18		1	1	0	1
19		1	1	0	1
20		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.20(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 6

i	j	1	2	3	4
21		1	1	0	1
22		1	1	0	1
23		1	1	0	1
24		1	1	0	1
25		1	1	0	1
26		1	1	0	1
27		1	1	0	1
28		1	1	0	1
29		1	0	1	1
30		1	0	1	1
31		1	0	1	1
32		1	0	1	1
33		1	0	1	1
34		1	0	1	1
35		1	0	1	1
36		1	0	1	1
37		1	0	1	1
38		1	0	1	1
39		1	1	0	1
40		1	1	0	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.20(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 6

i	j	1	2	3	4
41		1	1	0	1
42		1	1	0	1
43		0	1	0	0
44		1	0	1	1
45		1	0	1	1
46		1	0	1	1
47		1	0	1	1
48		1	1	0	1
49		1	1	0	1
50		1	1	0	1
51		1	1	0	1
52		1	1	0	1
53		1	1	0	1
54		0	1	0	0
55		0	1	0	0
56		0	1	0	0
57		1	0	1	1
58		1	0	1	1
59		1	0	1	1
60		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.20(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 6

i	j	1	2	3	4
61		1	0	1	1
62		1	0	1	1
63		1	0	1	1
64		1	0	1	1
65		1	0	1	1
66		1	1	0	1
67		1	0	1	1
68		1	0	1	1
69		1	1	0	1
70		1	0	1	1
71		1	0	1	1
72		0	1	0	0
73		0	1	0	0
74		1	1	0	1
75		1	1	0	1
76		0	1	0	0
77		0	1	0	0
78		1	0	1	1
79		1	0	1	1
80		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.20(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 6

i	j	1	2	3	4
81		1	0	1	1
82		1	0	1	1
83		1	1	0	1
84		1	1	0	1
85		1	1	0	1
86		1	0	1	1
87		1	0	1	1
88		1	0	1	1
89		1	0	1	1
90		1	0	1	1
91		1	1	0	1
92		1	1	0	1
93		1	0	1	1
94		1	0	1	1
95		1	0	1	1
96		1	0	1	1
97		1	0	1	1
98		1	0	1	1

Παράρτημα

Πίνακας Δ.21: Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 7

i	j	1	2	3
1		1	1	0
2		0	1	0
3		1	0	1
4		1	1	0
5		1	1	0
6		1	1	0
7		1	1	0
8		1	1	0
9		1	1	0
10		1	1	0
11		0	1	0
12		1	1	0
13		1	1	0
14		1	1	0
15		1	1	0
16		1	1	0
17		1	1	0
18		1	1	0
19		1	1	0
20		1	1	0

Παράρτημα

Πίνακας Δ.21(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 7

i	j	1	2	3
21		1	1	0
22		1	1	0
23		1	1	0
24		1	1	0
25		1	1	0
26		1	0	1
27		1	0	1
28		1	0	1
29		1	0	1
30		1	0	1
31		1	0	1
32		1	0	1
33		1	0	1
34		1	0	1
35		1	0	1
36		1	0	1
37		1	0	1
38		1	0	1
39		1	0	1
40		1	1	0

Παράρτημα

Πίνακας Δ.21(συνέχεια): Γραμμές j όπου μπορεί να συσκευαστεί το προϊόν i για το Σενάριο 7

i	j	1	2	3
41		1	1	0
42		1	1	0
43		1	1	0
44		1	1	0
45		1	1	0
46		1	1	0
47		0	1	0
48		0	1	0
49		0	1	0
50		1	0	1
51		1	0	1
52		1	0	1
53		1	1	0
54		0	1	0
55		1	0	1