

Cvičení 4

- Polovodičové rovnice
 - Poissonova rovnice
 - rovnice kontinuity
 - rovnice proudových hustot
- Přejchod p – n v rovnováze
 - pásový diagram
 - difúzní (vestavěný) potenciál
- Přejchod p – n s vnějším napětím
 - polarizace v závěrném směru, průraz
 - polarizace v propustném směru

Polovodičové rovnice

Poissonova rovnice

$$\text{grad div } \phi = \Delta \phi = -\frac{e}{\epsilon} (p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

Rovnice kontinuity pro elektrony a pro díry

$$\text{div } j_n - e \frac{\partial n}{\partial t} = e (G - R)$$

$$\text{div } j_p + e \frac{\partial p}{\partial t} = e (R - G)$$

Drift-difúzní aproximace

- rovnice proudových hustot:

$$j_n = e n \mu_n E + e D_n \text{grad } n$$

$$j_p = e p \mu_p E - e D_p \text{grad } p$$

- driftová složka + difúzní složka :

rovnice proudových hustot

- **driftová rychlost** elektronů je pro slabá elektrická pole přímo úměrná intenzitě

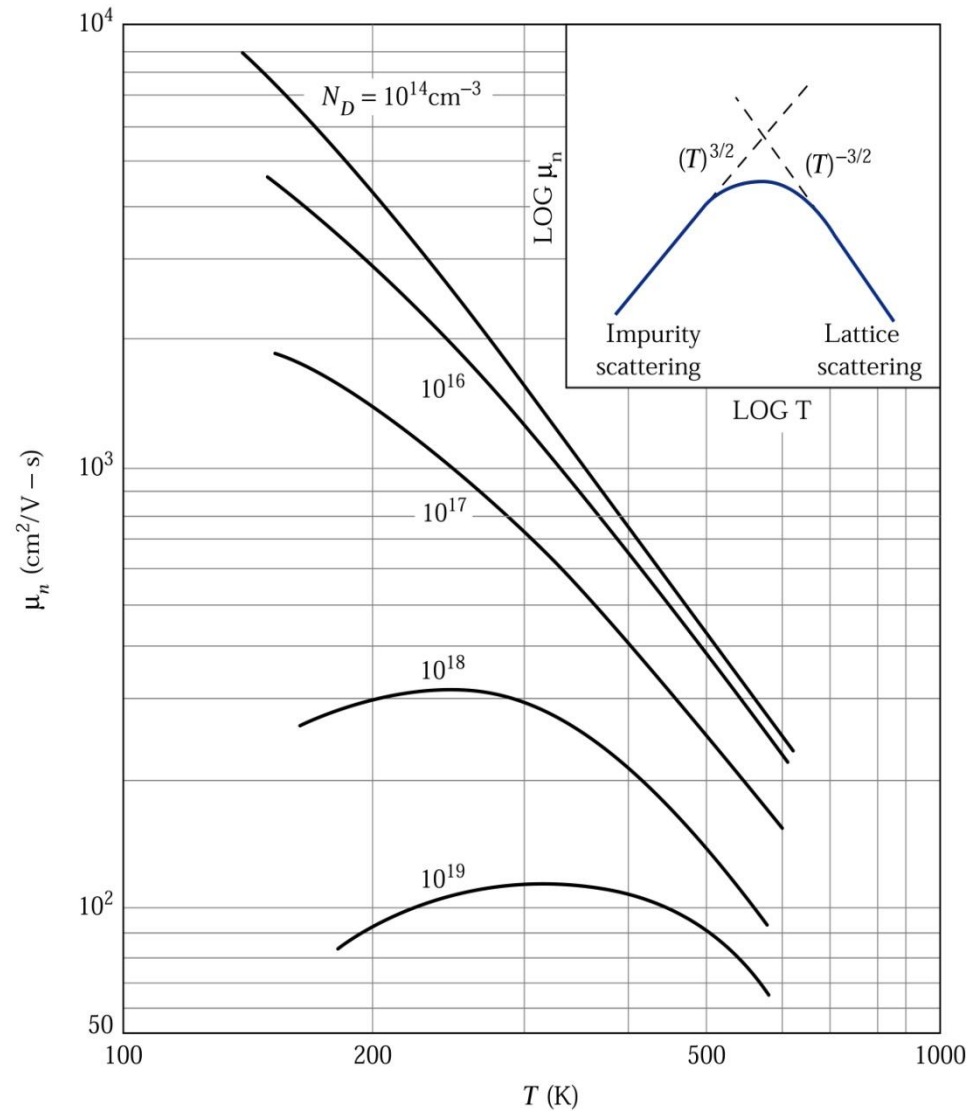
$$v_n = -\mu_n E$$

$$j_p = e \cdot p \cdot v_p \quad j_n = -e \cdot n \cdot v_n$$

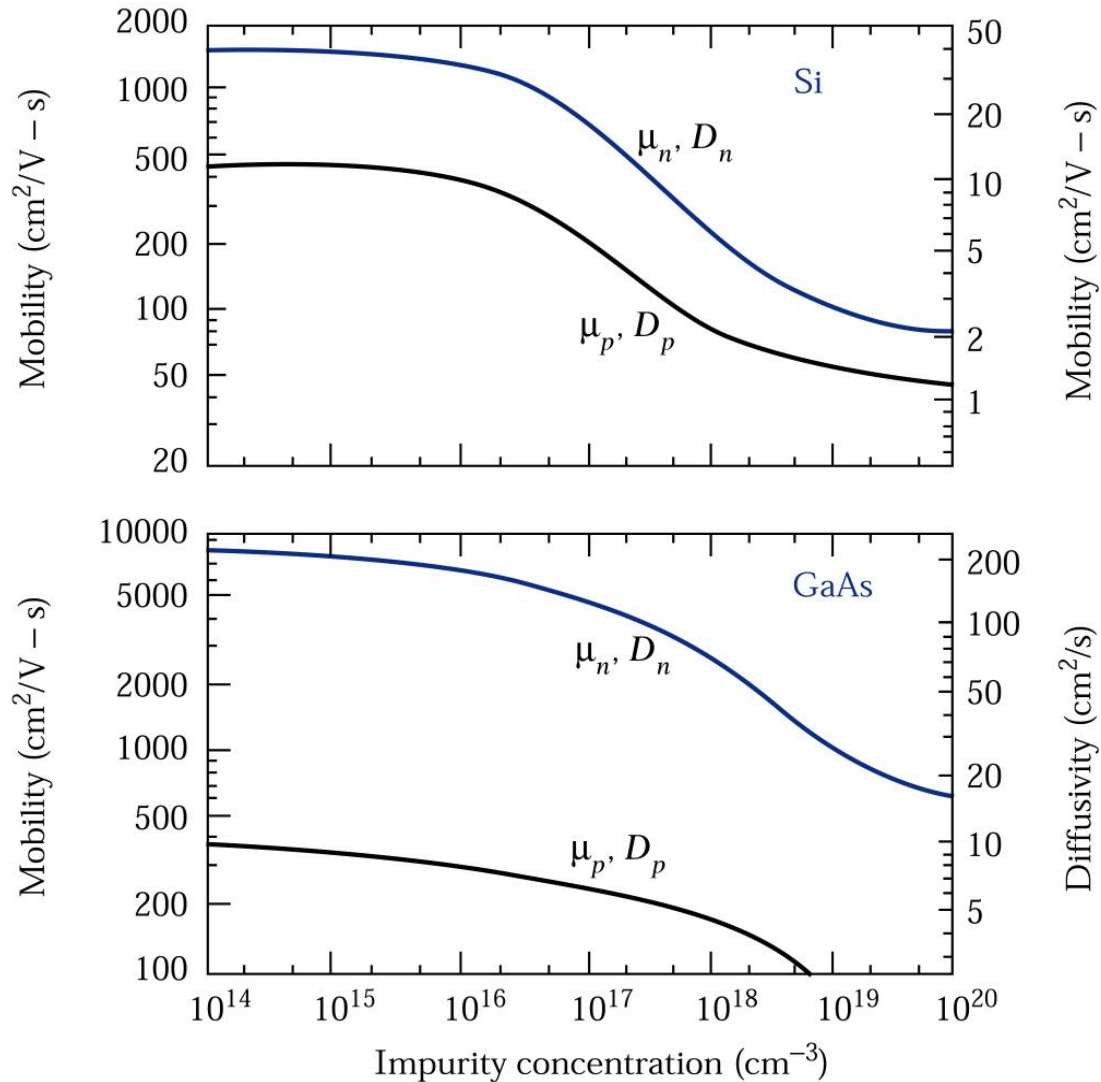
- driftový proud (diferenciální Ohmův zákon)

$$j_{drift} = e(\mu_n n + \mu_p p)E = \sigma E$$

Závislost pohyblivosti na teplotě



Závislost pohyblivosti na dotaci



PŘÍKLAD 1:

Určete proud protékající integrovaným odporem v křemíkovém IO o délce 1 mm a o průřezu $100 \mu\text{m}^2$ s dotací fosforem na koncentraci 10^{17}cm^{-3} při teplotě 300 K a úbytku napětí na odporu 10V.

Vodivost křemíku (pohyblivost odečteme z předchozího grafu):

$$\sigma = q\mu_n n_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 700 \cdot 10^{17} = 11,2(\Omega\text{cm})^{-1} = \rho^{-1}$$

$$\rho = 0,0893\Omega\text{cm}$$

Odpor vodiče o průřezu A a délce L:

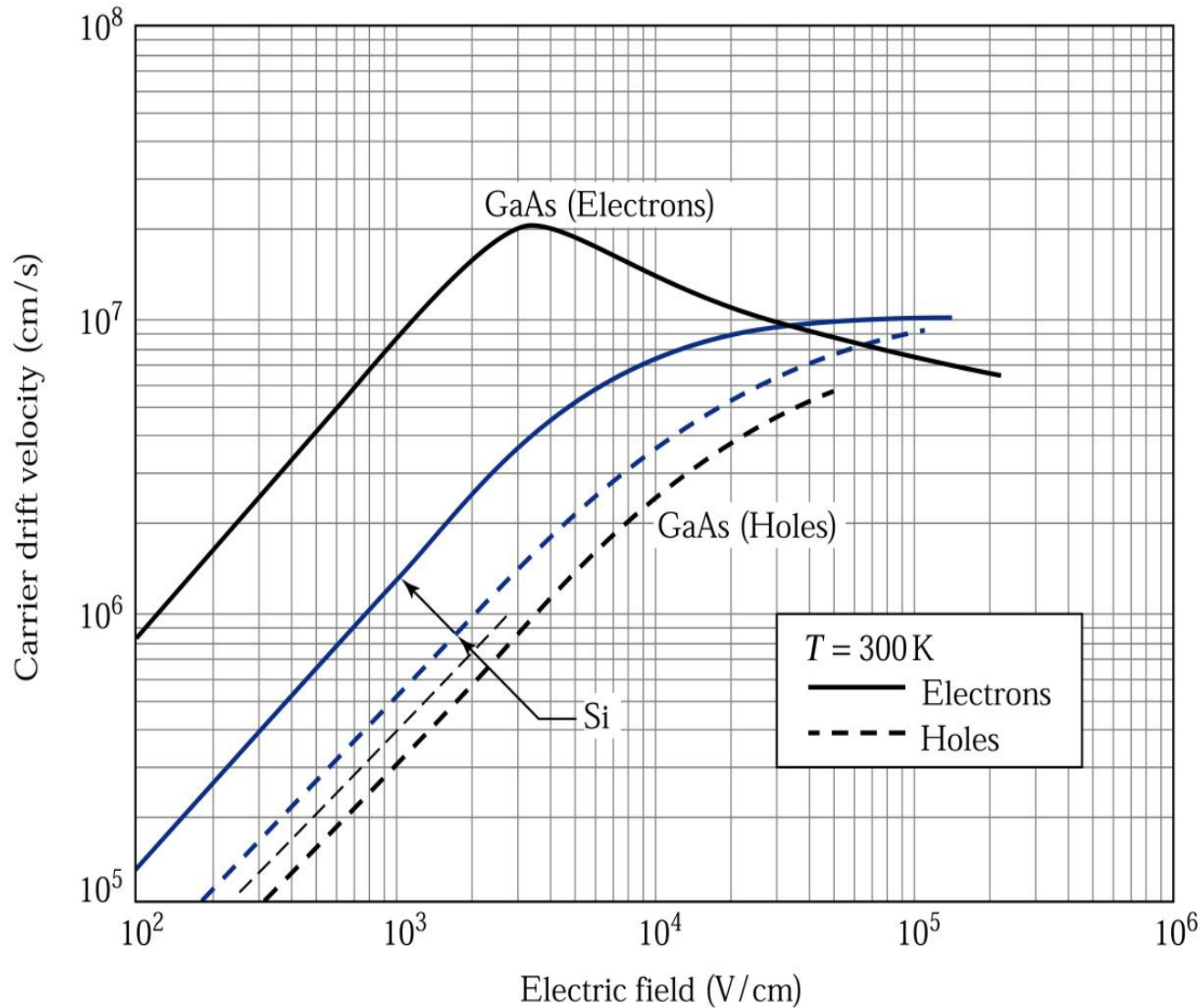
$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{0,0893 \cdot 0,1}{10^{-6}} = 8,93 \cdot 10^3 \Omega$$

Ohmův zákon:

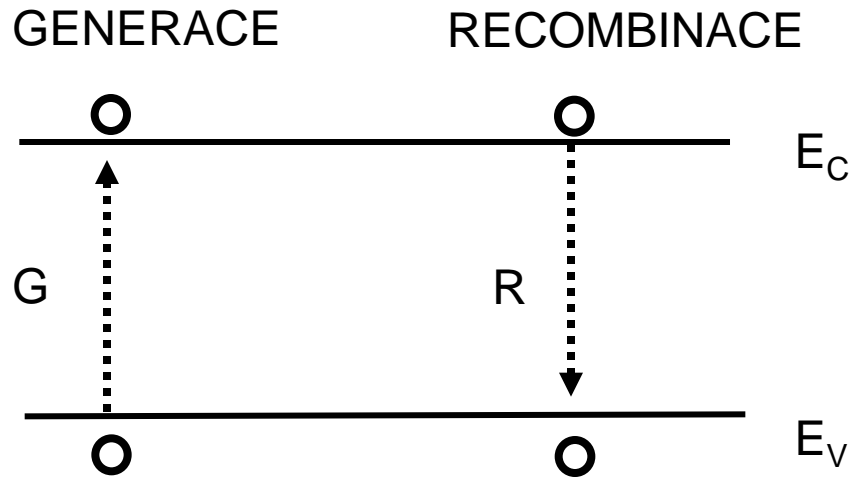
$$I = \frac{U}{R} = \frac{10}{8930} = 0,00112\text{A} = 1,12\text{mA}$$

Hodnoty přepočítejte pro dotaci 10^{14}cm^{-3}

Model saturace rychlosti



Generace a rekombinace



G – rychlost generace: počet párů elektron-díra vytvořených v 1 cm^3 za 1 sekundu

R – rychlost rekombinace: počet párů elektron-díra zaniklých v 1 cm^3 za 1 sekundu

Rychlost mezipásové rekombinace

$$R = r np \quad r - \text{koeficient úměrnosti}$$

rychlost rekombinace je úměrná počtu elektronů ve vodivostním pásu a počtu neobsazených míst ve valenčním pásu

v rovnováze:

$$G_{th} = R_{th} = r n_0 p_0 = r n_i^2$$

při injekci (osvětlení) se koncentrace nosičů zvýší na hodnoty n a p :

$$R = rnp = r(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p)$$

Časová změna koncentrace nosičů je dána rozdílem mezi G a R :

$$\frac{d \Delta n}{dt} = G_{th} - R = r n_0 p_0 - r np = r (n_i^2 - np)$$

Doba života minoritních nosičů

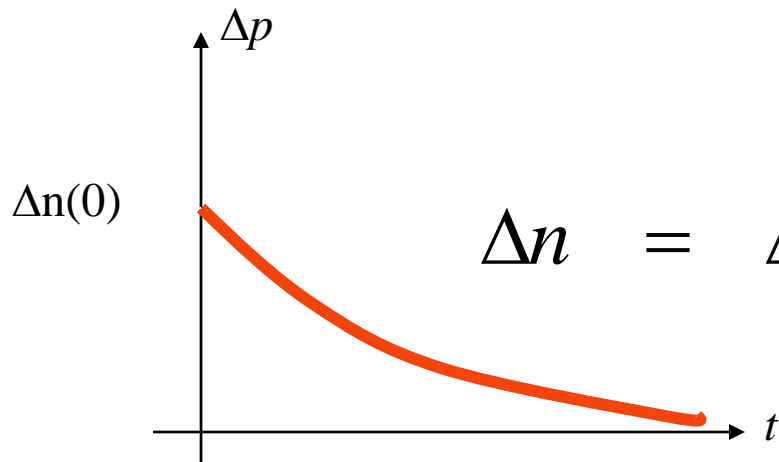
možno zanedbat

$$R = rnp = r(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p) = rn_0 p_0 + \Delta n(p_0 + n_0) + \Delta n^2$$

polovodič typu P:
 $p_0 \gg n_0 > \Delta n = \Delta p$
(slabá injekce)

$$\frac{d \Delta n}{dt} = -r p_0 \Delta n = -\frac{\Delta n}{\tau_n} = R - G$$

Doba života minoritních nosičů



Difúzní rovnice

$$D_p \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + G_p - R_p = D_p \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} = - \frac{\Delta n}{D_p \tau_p}$$

Řešení lineární diferenciální rovnice 2. řádu:

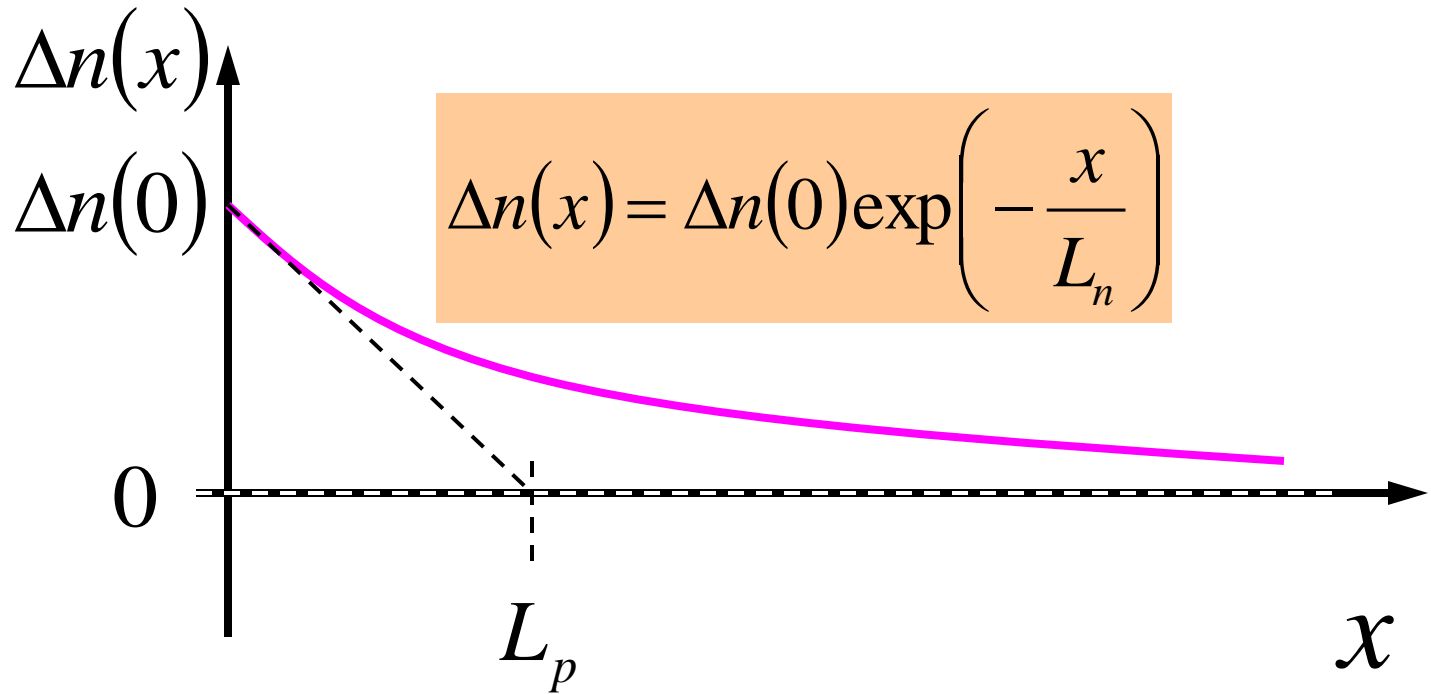
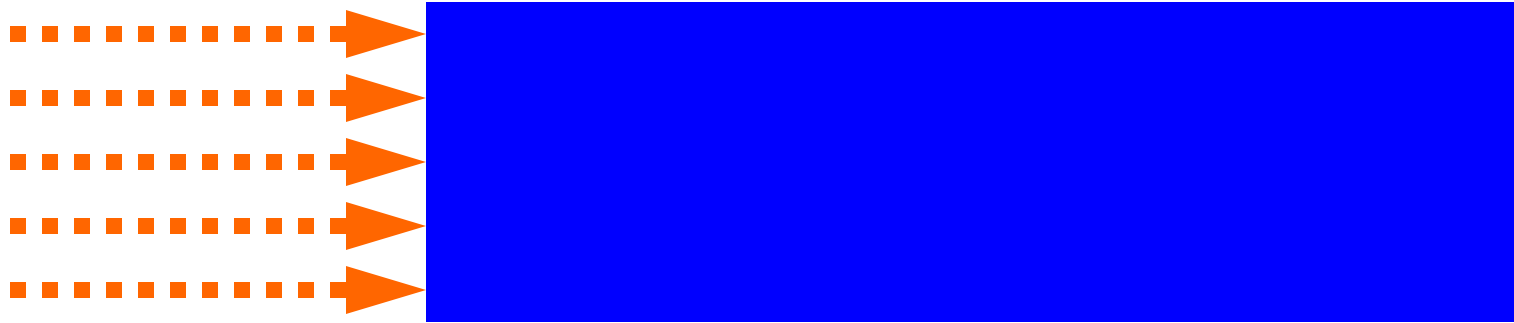
$$\Delta n(x) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right)$$

Difúzní délka minoritních nosičů náboje:

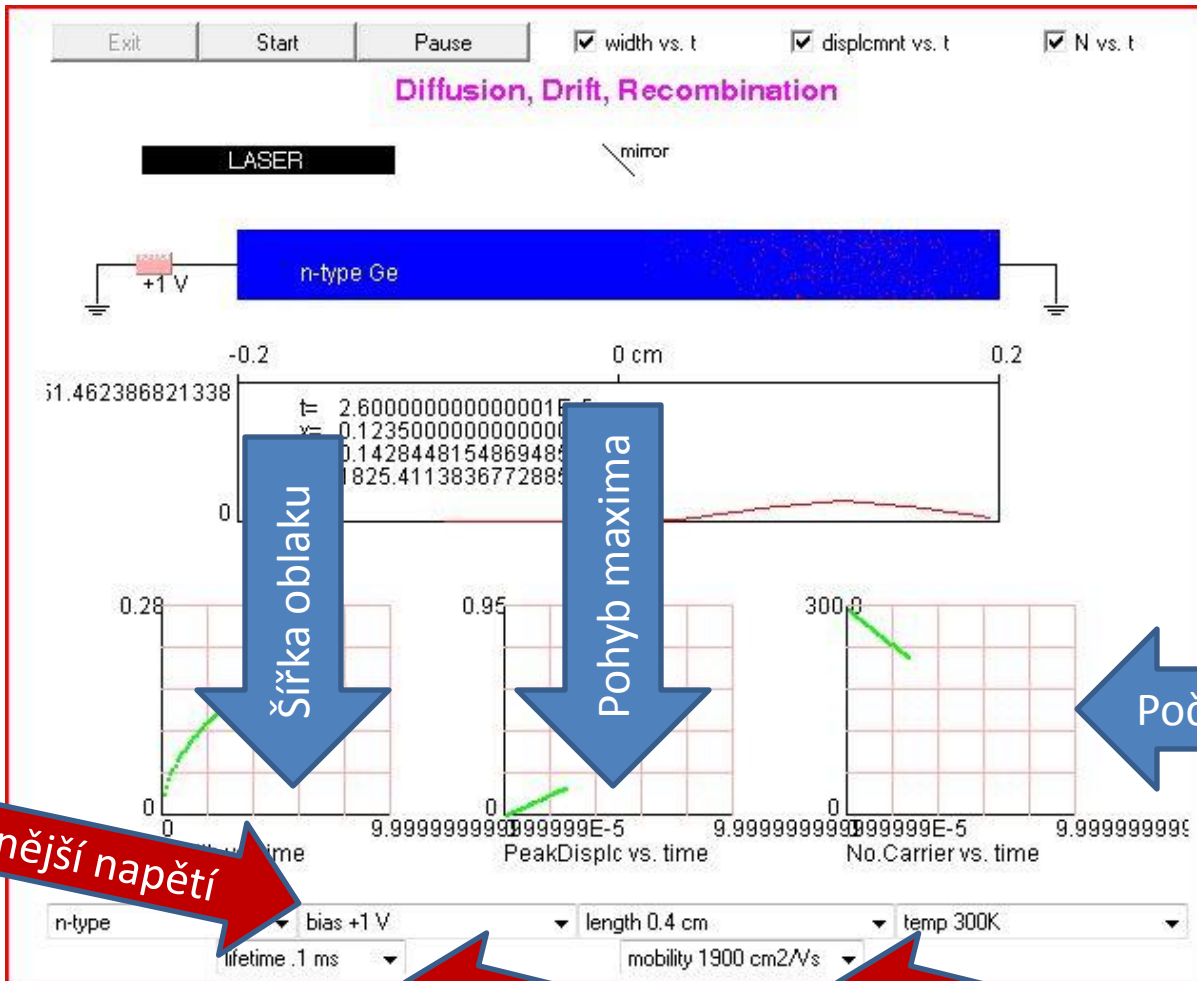
$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

Difúzní rovnice - řešení



Haynesův - Shockeýho experiment (applet)



vnější napětí

Šírka oblaku

Pohyb maxima

Počet nosičů v čase

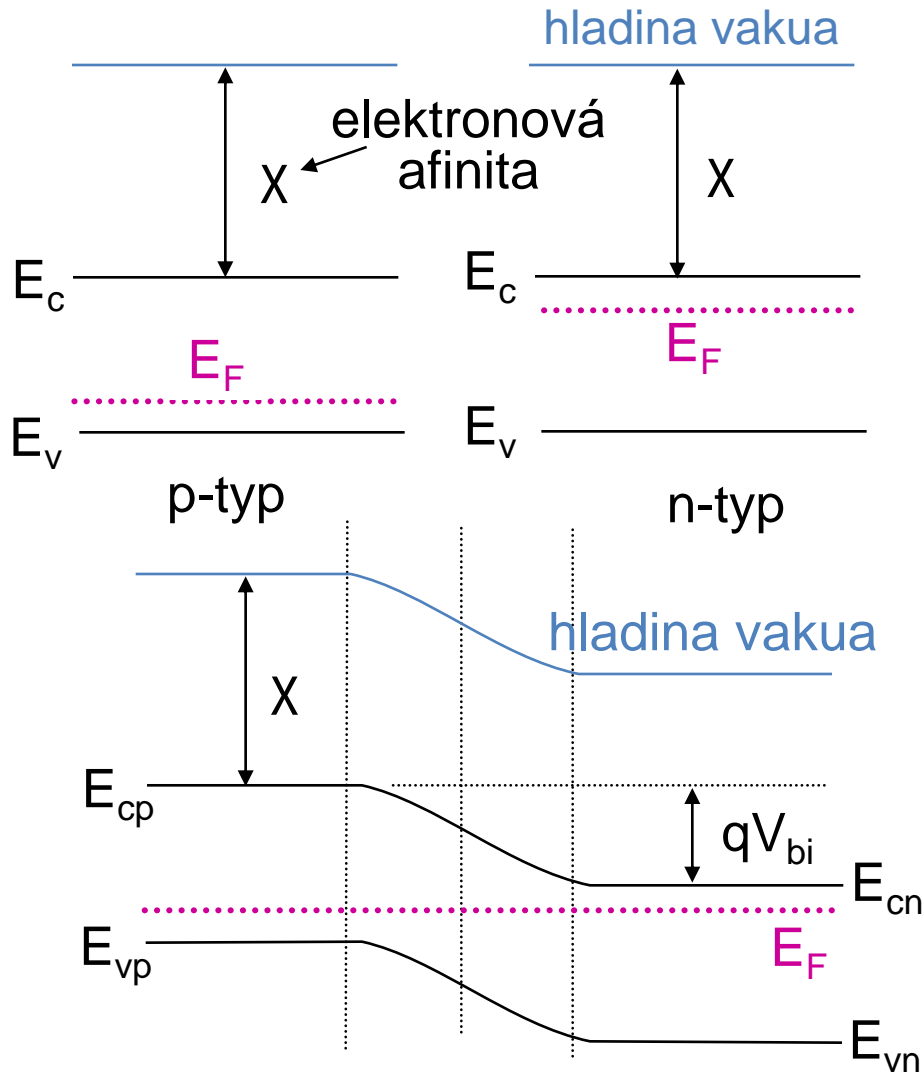
doba života

pohyblivost

PN-přechod

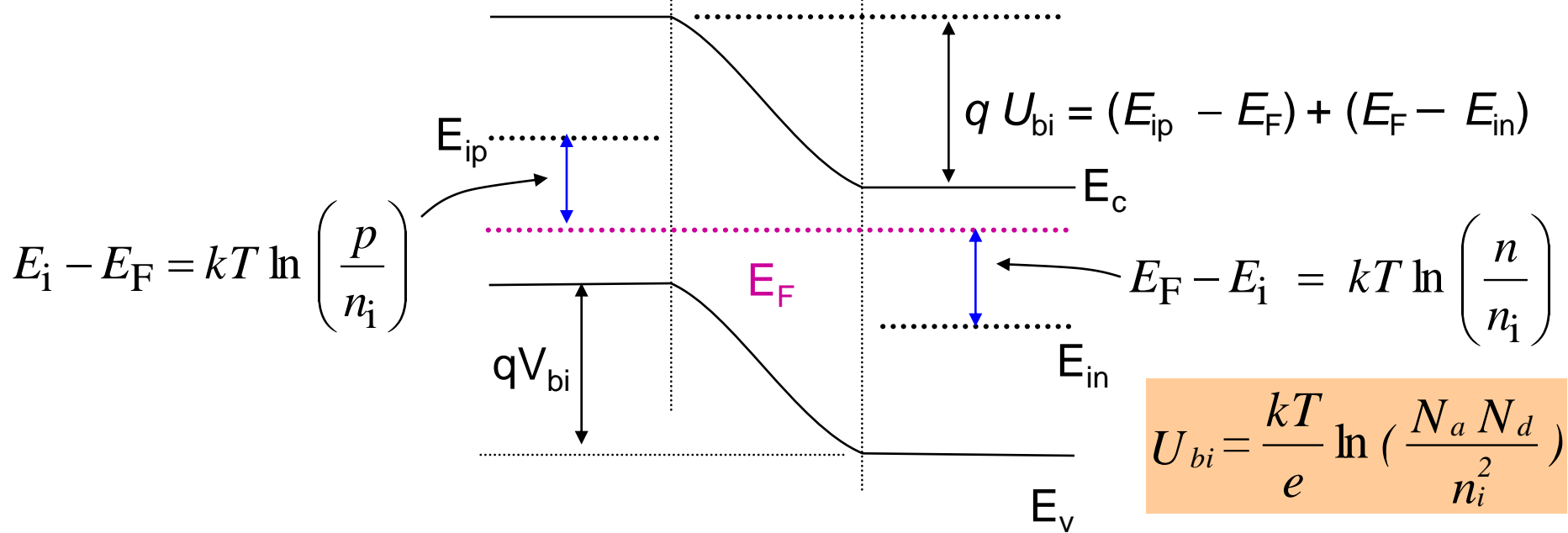
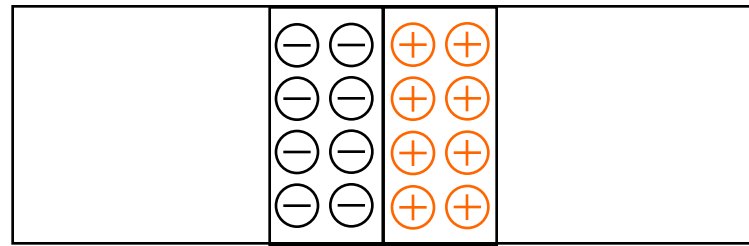
- Difúzní potenciál
- Poissonova rovnice
- „Depletion approximation“
- IV charakteristika
- PN přechod v závěrném směru

Difúzní (built-in) potenciál

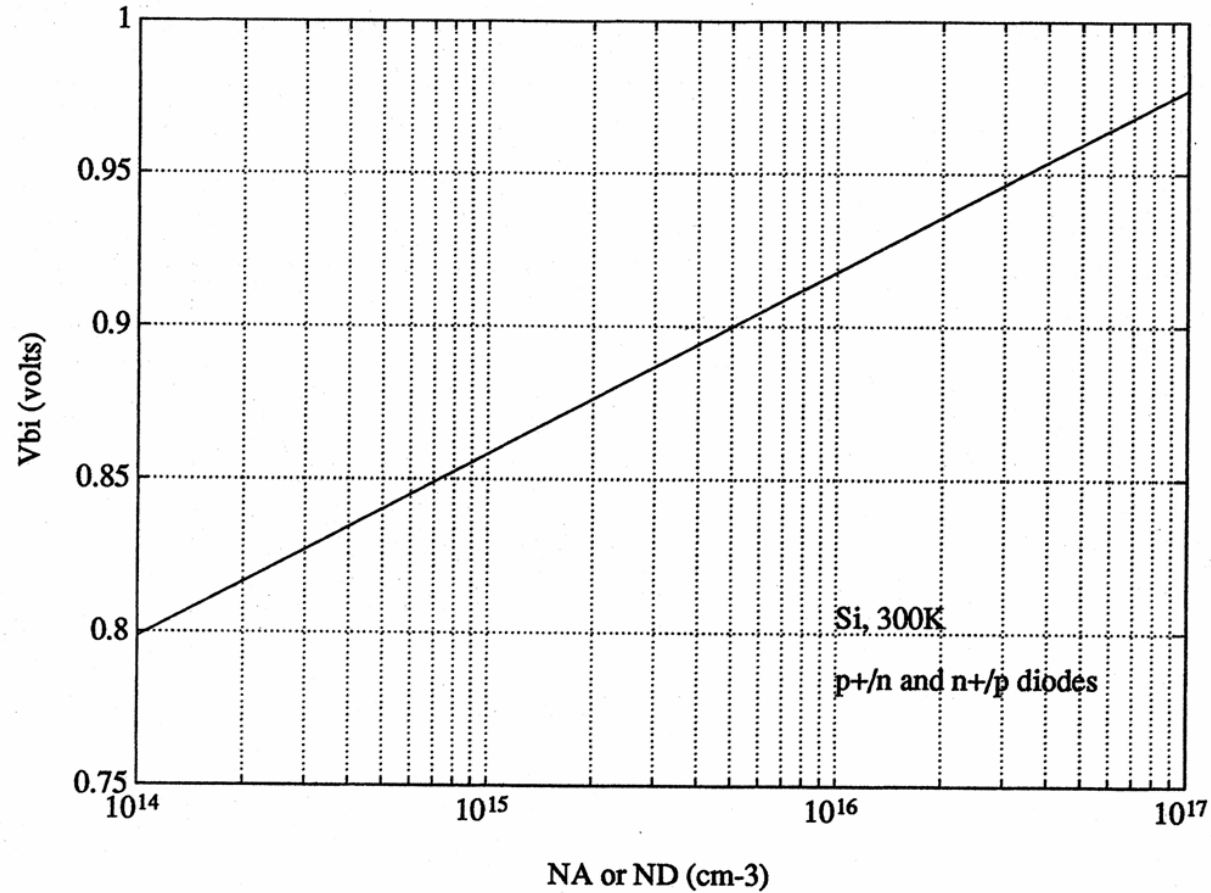


Difúzní potenciál

p-typ n-typ



Difúzní potenciál pro p⁺n a n⁺p přechod



Průběh intenzity pole (bez napětí)

Poissonova rovnice

$$\frac{dE}{dx} = \frac{q}{\varepsilon} (p + N_d^+ - n - N_a^-)$$

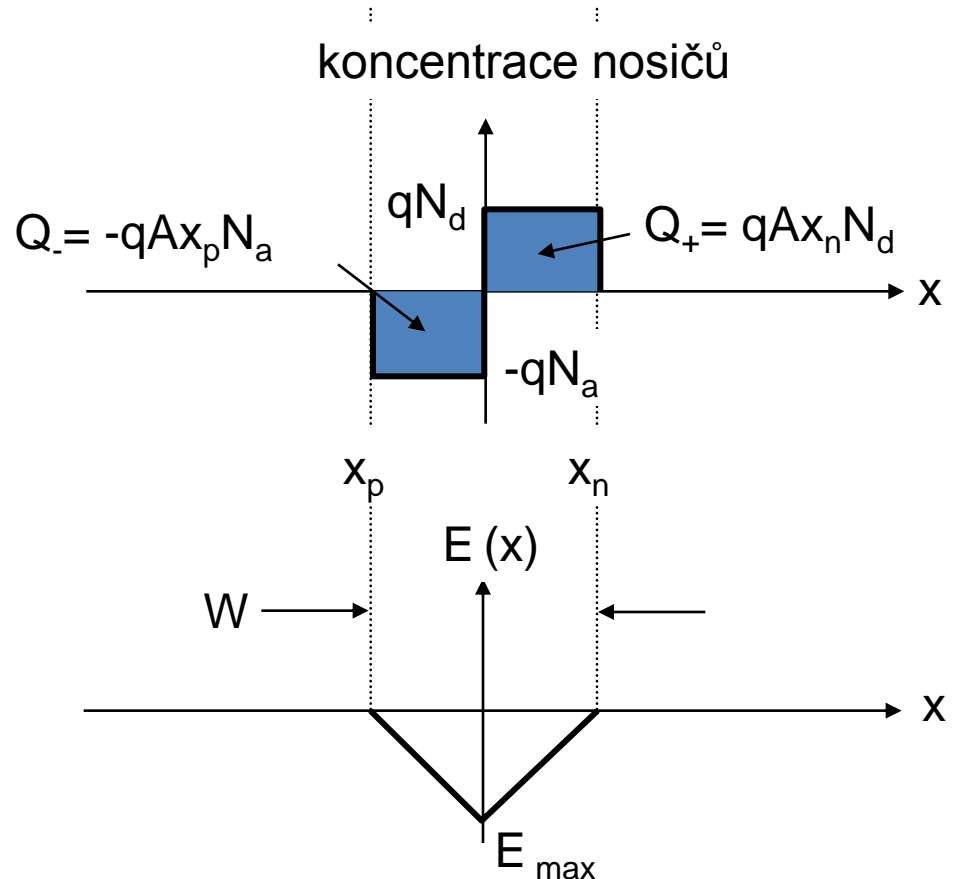
„depletion approximation“

$$\rho(x) = -e N_a, \quad -x_p < x < 0$$

$$\rho(x) = e N_d, \quad 0 < x < x_n$$

$$E(x) = -\frac{e N_a}{\varepsilon_s} (x + x_p), \quad -x_p \leq x \leq 0$$

$$E(x) = -\frac{e N_d}{\varepsilon_s} (x_n - x), \quad 0 \leq x \leq x_n$$



$$E_{\max} = -q N_A x_p / \varepsilon = -q N_D x_n / \varepsilon$$

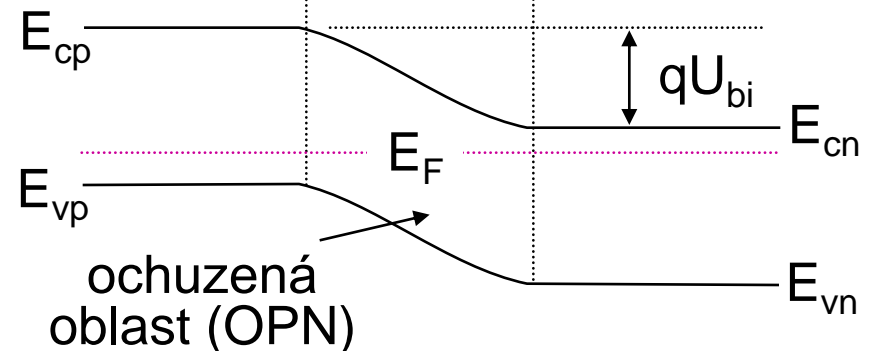
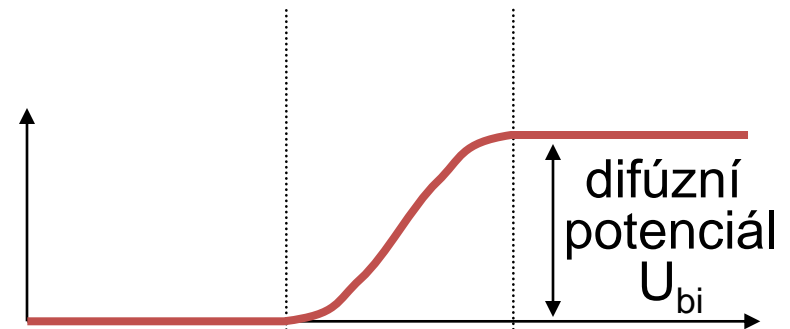
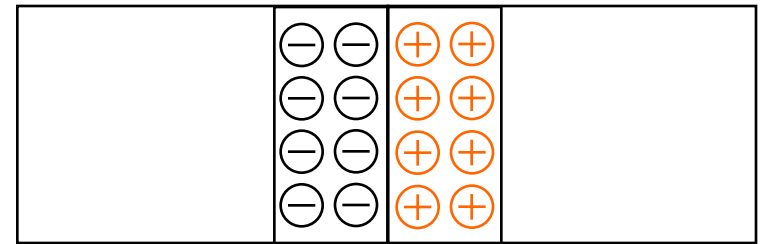
Průběh potenciálu (bez napětí)

$$\phi(x) = - \int E(x) dx$$

$$\phi(x) = \frac{e N_a}{2 \epsilon_s} (x + x_p)^2, \quad -x_p \leq x \leq 0$$

$$\phi(x) = \frac{e N_d}{\epsilon_s} \left(x_n \cdot x - \frac{x^2}{2} \right) + \frac{e N_a}{2 \epsilon_s} x_p^2, \quad 0 \leq x \leq x_n$$

$$U_{bi} = |\phi(x_n)| = \frac{e}{2 \epsilon_s} (N_d x_n^2 + N_a x_p^2)$$



Šířka oblasti prostorového náboje W

$$U_{bi} = |\phi(x_n)| = \frac{e}{2\epsilon_s} (N_d x_n^2 + N_a x_p^2)$$

použitím podmínky neutrality
dostaneme:

$$N_a x_p = N_d x_n$$

$$x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s U_{bi}}{e} \frac{N_a}{N_d} \frac{1}{N_a + N_d}} \quad x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s U_{bi}}{e} \frac{N_d}{N_a} \frac{1}{N_a + N_d}}$$

$$W = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s U_{bi}}{e} \left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right)}$$

Pro jednostranný přechod p+n $N_a \gg N_d$, $x_p \ll x_n$
dostaneme:

$$W = x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_s U_{bi}}{e N_d}}$$

PŘÍKLAD 2:

Určete difúzní napětí strmého přechodu PN, kde $N_a = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ a $N_d = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ při teplotě 300 K. Určete šířku OPN v rovnováze.

Poloha Fermiho hladiny v části P:

$$E_{ip} - E_F = kT \ln \frac{p_p}{n_i} = 0.0259 \ln \frac{10^{18}}{1,5 \cdot 10^{10}} = 0,467 \text{ eV}$$

Poloha Fermiho hladiny v části N:

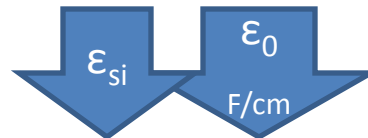
$$E_F - E_{in} = kT \ln \frac{n_n}{n_i} = 0.0259 \ln \frac{5 \cdot 10^{15}}{1,5 \cdot 10^{10}} = 0,329 \text{ eV}$$

Difúzní napětí:

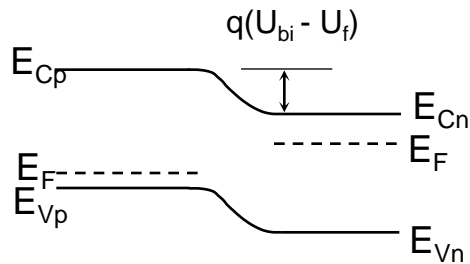
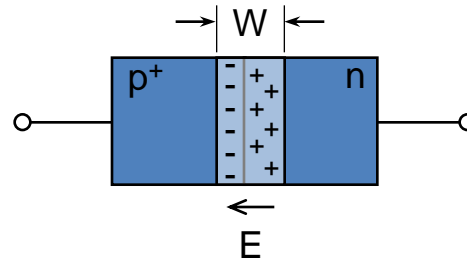
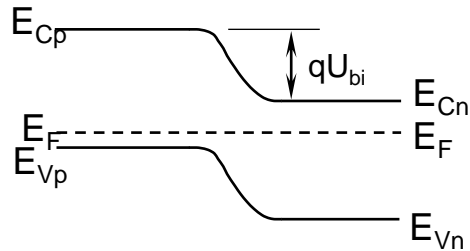
$$U_{bi} = \frac{E_F - E_{in} + E_{ip} - E_F}{q} = 0,329 + 0,467 = 0,796 \text{ V}$$

Šířka OPN pro $N_a \gg N_d$:

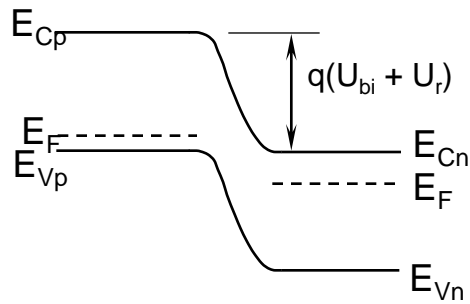
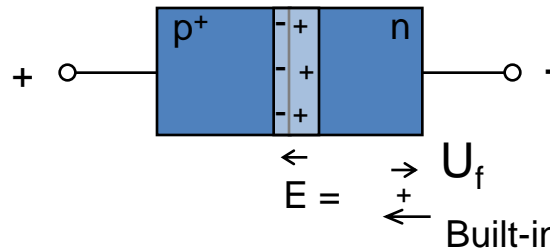
$$W \cong x_n = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s U_{bi}}{e N_d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11,8,885 \cdot 10^{-14} \cdot 0,796}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{15}}} = 455 \text{ nm}$$



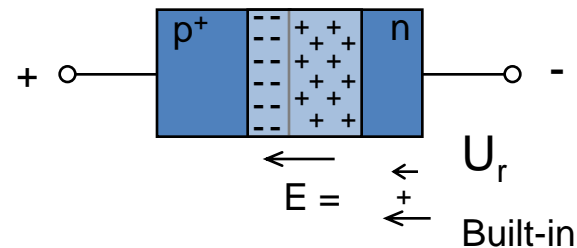
PN-přechod s napětím



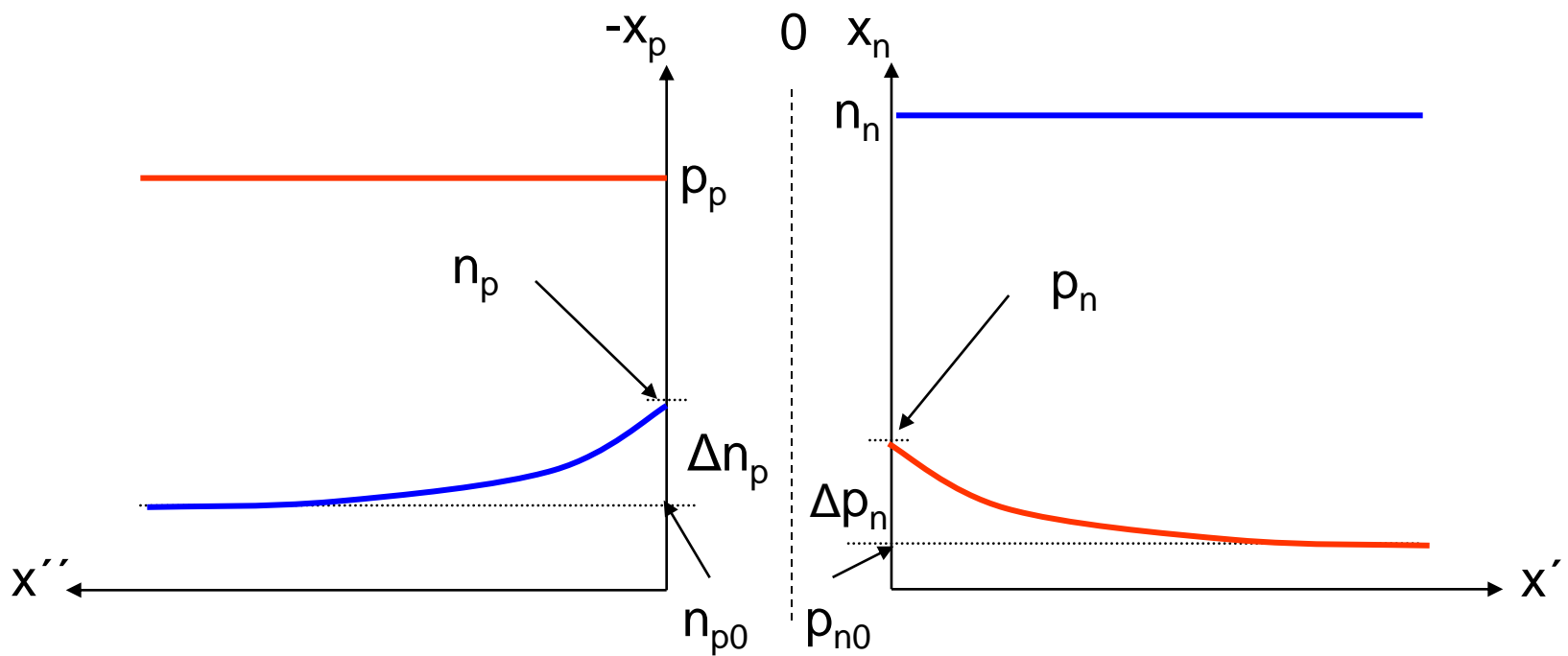
napětí v propustném směru



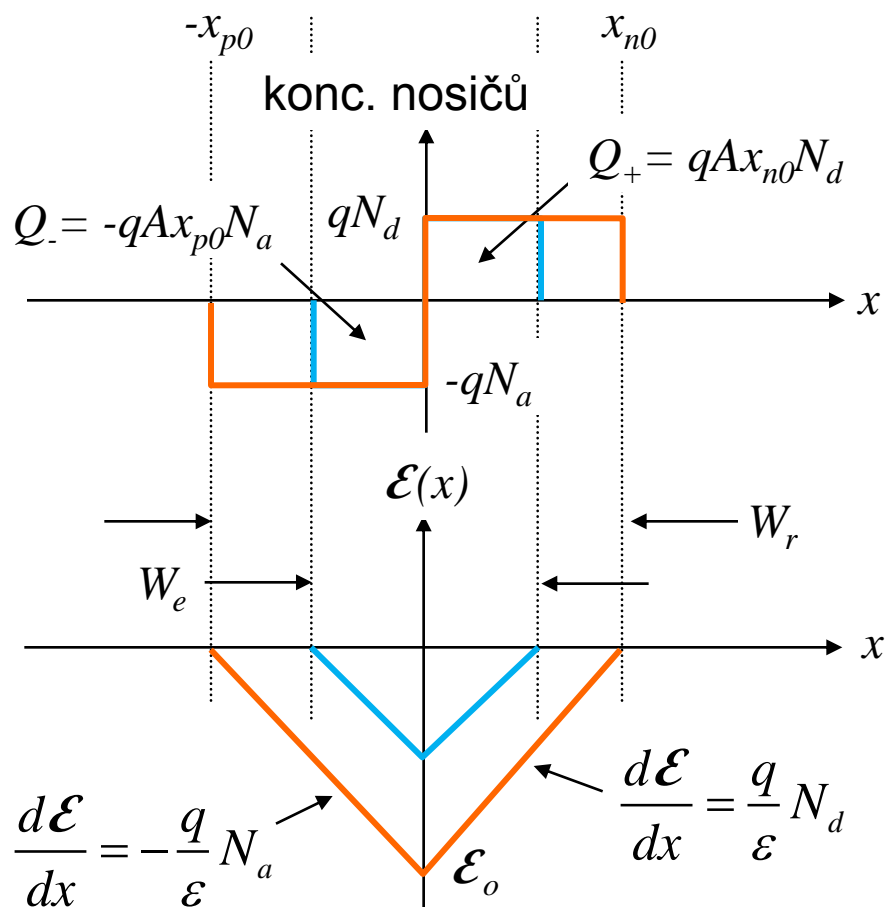
napětí v závěrném směru



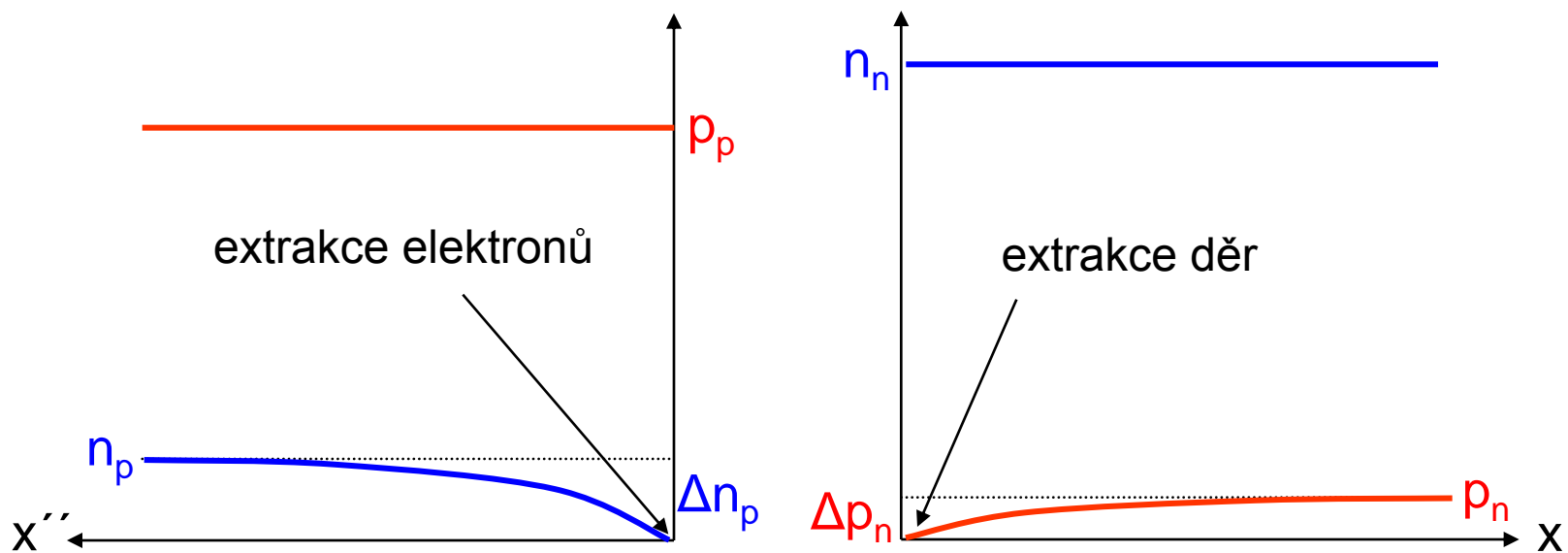
Injekce minoritních nosičů náboje



PN-přechod závěrně polarizovaný



PN-přechod závěrně polarizovaný



Bariérová kapacita

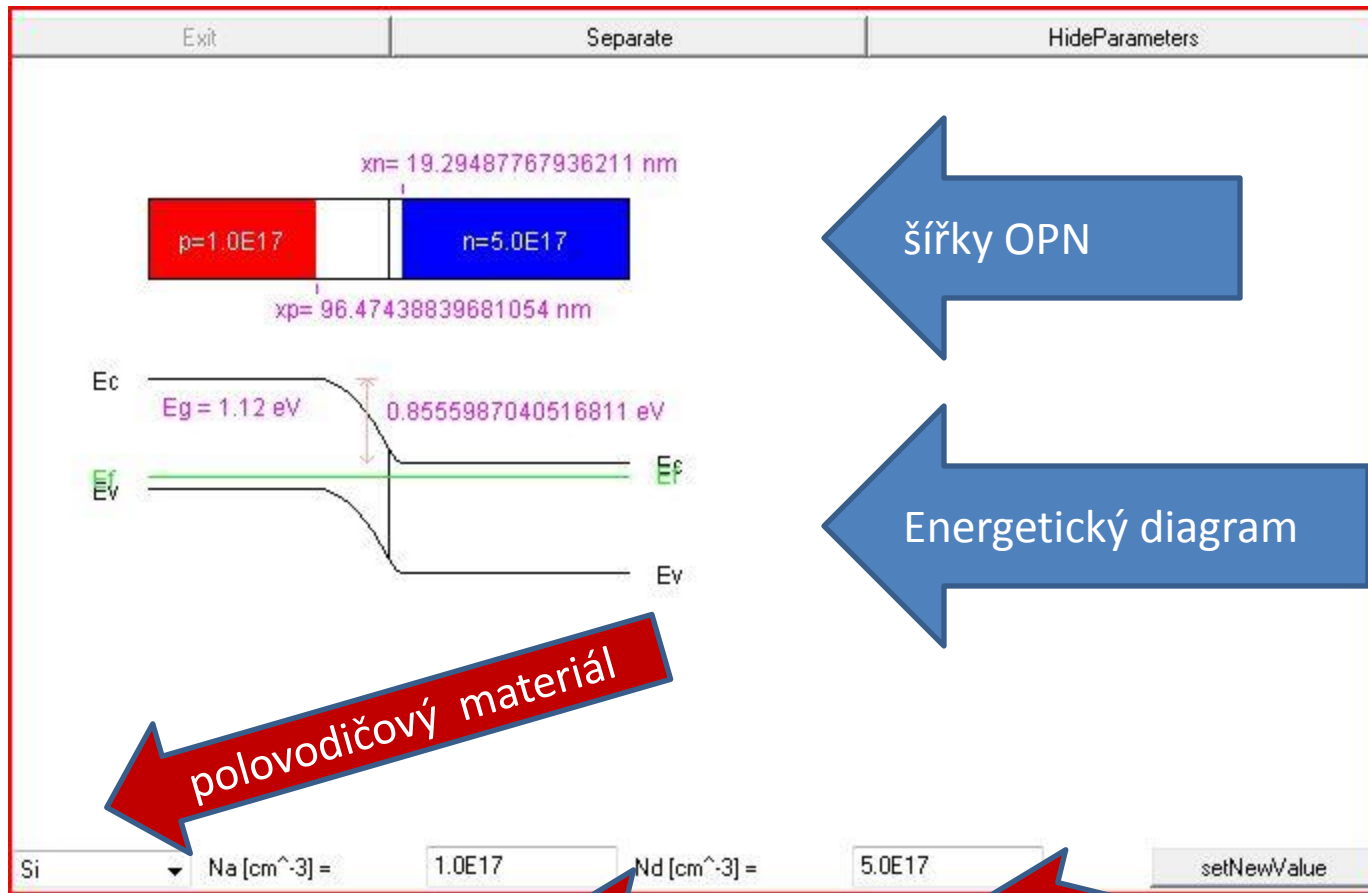
Při závěrné polarizaci se zvyšuje rozdíl potenciálů na přechodu o hodnotu aplikovaného napětí U_A

$$W = \left[\frac{2\varepsilon_{Si}}{qN_B} (U_{bi} - U_A) \right]^{1/2} \quad N_B \text{ je dotace méně dotované strany přechodu}$$

Hrany oblasti prostorového náboje tvoří „desky“ kondenzátoru:

$$C_J = \frac{\varepsilon A}{W} = A \left(\frac{\varepsilon_{Si} q N_B}{2(U_{bi} - U_A)} \right)^{1/2}$$

PN přechod v rovnováze (applet)



šírky OPN

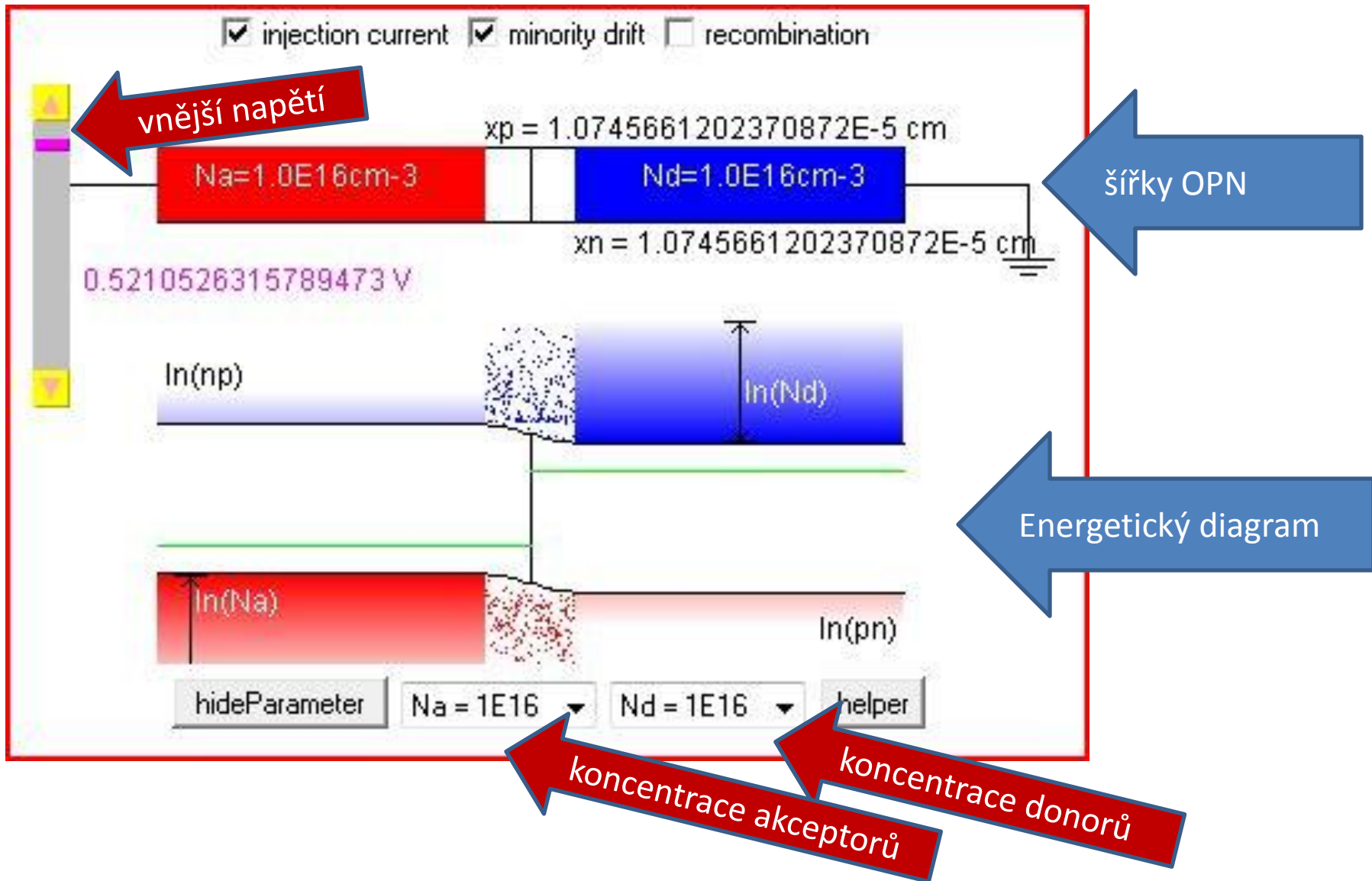
Energetický diagram

polovodičový materiál

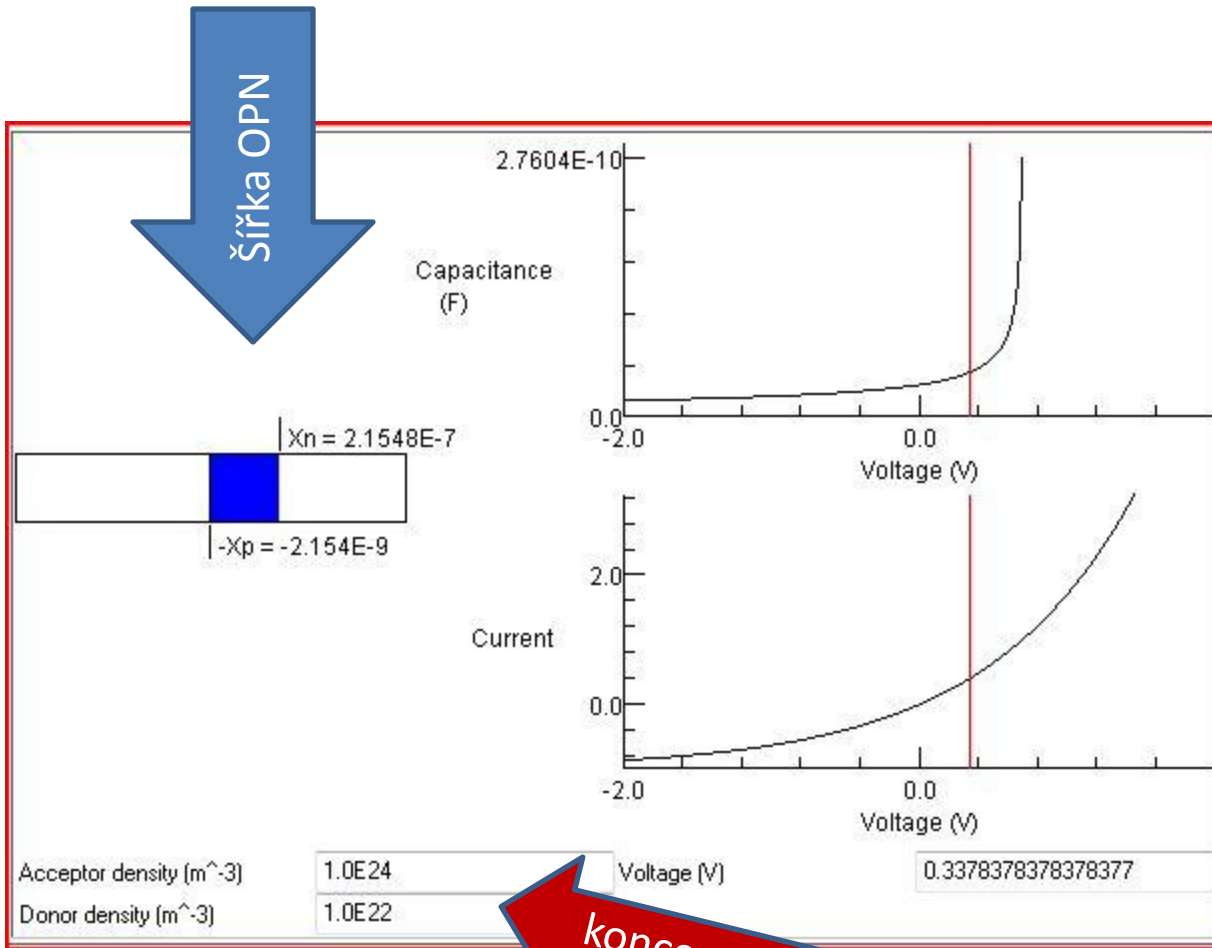
koncentrace akceptorů

koncentrace donorů

PN přechod s vnějším napětím (applet)



Šířka oblast prostorového náboje (OPN) (applet)



Šířka OPN

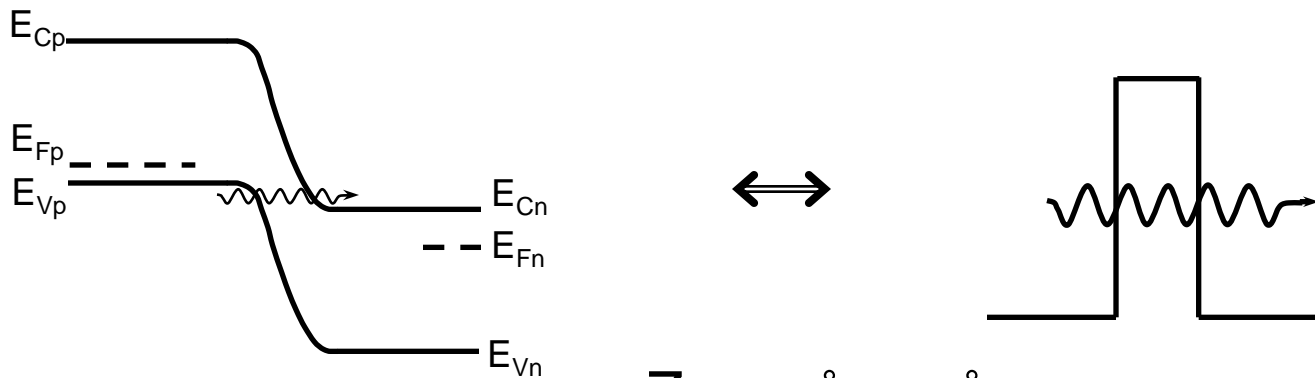
Kapacita OPN

Proud PN přechodem

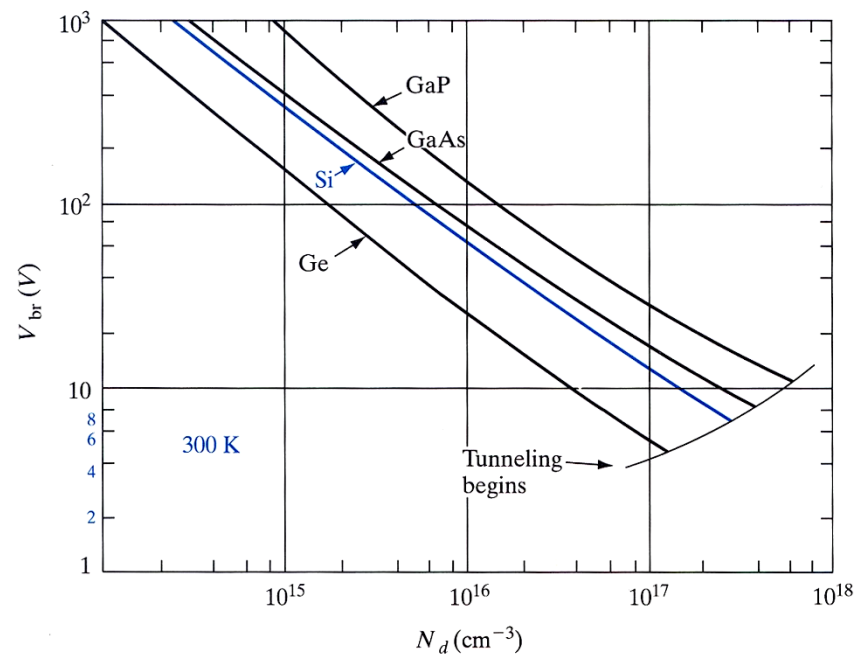
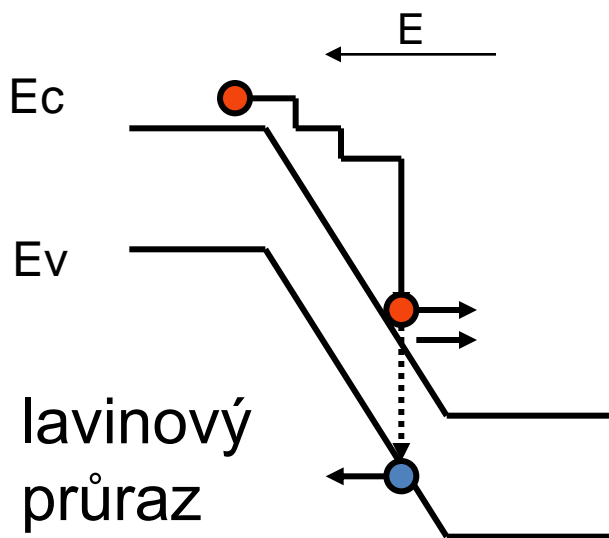
vnější napětí

koncentrace příměsí

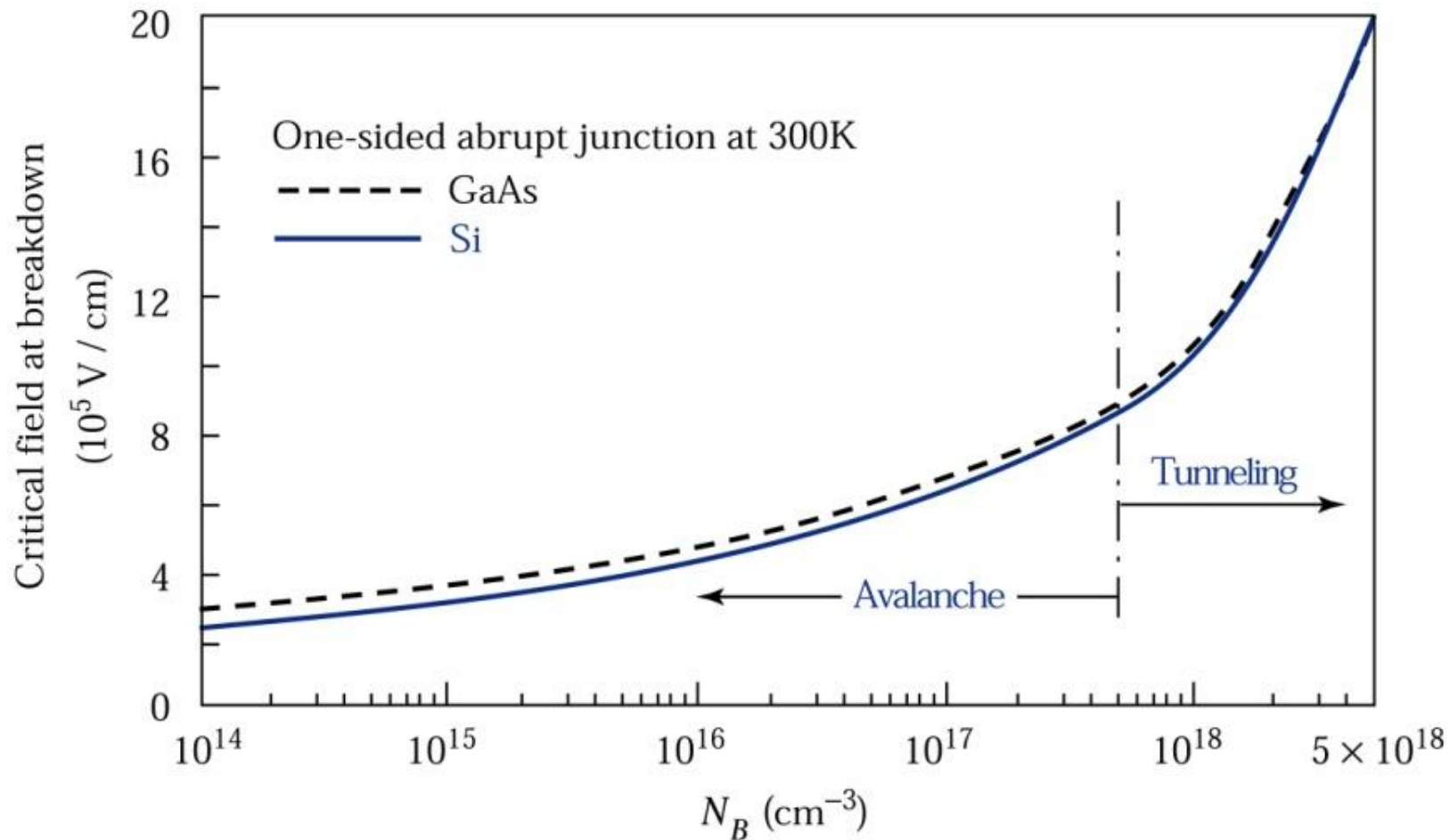
Průraz diody v závěrném směru



Zenerův průraz



Průraz diody v závěrném směru



PŘÍKLAD 3:

Určete průrazné napětí strmého přechodu PN⁺, kde N_a = 5.10¹⁵ cm⁻³ a N_d = 5.10¹⁷ cm⁻³ při teplotě 300 K.

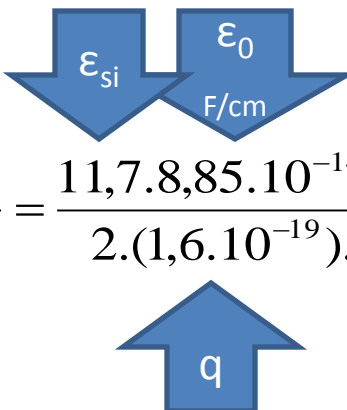
Šířka OPN v části N⁺:

$$x_n = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_s (U_{bi} + U_R)}{e N_d}} \approx \sqrt{\frac{2 \varepsilon_s U_R}{e N_d}}$$

Maximum intenzity elektrického pole:

$$E_{\max} = e N_d x_n / \varepsilon$$

Kombinací dvou předchozích rovnic a odečtením kritického pole z předchozího grafu:


$$U_{BR} = U_R (E_{crit}) = \frac{\varepsilon E_{crit}^2}{2eN_d} = \frac{11,7.8,85.10^{-14} \cdot (4.10^5)^2}{2 \cdot (1,6.10^{-19}) \cdot (5.10^{15})} = 104V$$