HOMOTECIA

Tiraje: *100* ejemplares

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN - UNIVERSIDAD DE CARABOBO

PUBLICACIÓN PERIODICA Nº 1 - AÑO 3 e-mail: homotecia@hotmail.com Valencia, 10 de Enero de 2005

EDITORIAL

Entra HOMOTECIA en su tercer año. El que esto ocurra, bajo nuestro punto de vista, es un éxito.

También significa dos cosas: en primer lugar, hemos podido contar con colaboradores que nos proporcionan continuamente material para publicar; y en segundo lugar, el contenido de la revista es de interés para nuestros asiduos lectores.

Esperamos contar por mucho tiempo con este apoyo para seguir con nuestro propósito de informar a la comunidad más cercana a nuestro entorno y en general, a quienes se interesen en este trabajo.

REFLEXIONES

"Hay dos clases de hombres: quienes hacen la historia y quienes la padecen."

Camilo José Cela

HISTORIA DEL CÁLCULO:
De cómo se gestó y vino al mundo el cálculo infinitesimal.-

Newton (1 642 - 1 727)

Leibniz (1 646 - 1 716)

Del legado de las matemáticas, el cálculo infinitesimal es, sin duda, la herramienta más potente y eficaz para el estudio de la naturaleza. El cálculo infinitesimal tiene dos caras: diferencial e integral; y un oscuro interior donde, como demonios, moran los infinitos: grandes y pequeños. Los orígenes del cálculo integral se remontan, como no, al mundo griego; concretamente a los cálculos de áreas y volúmenes que Arquímedes realizó en el siglo III a.C.

Aunque hubo que esperar mucho tiempo hasta el siglo XVII -¡2000 años! para que apareciera -o mejor, como Platón afirmaría, para que se descubriera- el cálculo. Varias son las causas de semejante retraso. Entre ellas debemos destacar la inexistencia de un sistema de numeración adecuado - en este caso el decimal- así como del desarrollo del álgebra simbólica y la geometría analítica que permitieron el tratamiento algebraico -y no geométrico- de las curvas posibilitando enormemente los cálculos de tangentes, cuadraturas, máximos y mínimos, entre otros. Todo ello ocurrió principalmente en el siglo XVII.

Ya los griegos se habían preocupado de como tratar ese ente tan curioso -como difícil- que es el infinito. Para los griegos el infinito aparece de dos maneras distintas: lo infinitamente pequeño y lo infinitamente grande. Ya se vislumbra de algún modo en la inconmensurabilidad de la diagonal del cuadrado; también, claro está, lo tenemos en la famosa paradoja de Zenón sobre Aquiles y la tortuga, por ello no es de extrañar que alguien intentara regularlos. Ese alguien fue Aristóteles. Lo que hizo fue prohibir el infinito en acto "no es posible que el infinito exista como ser en acto o como una sustancia y un principio", escribió, pero añadió "es claro que la negación absoluta del infinito es una hipótesis que conduce a consecuencias imposibles" de manera que el infinito "existe potencialmente [...] es por adición o división". Así, la regulación aristotélica del infinito no permite considerar un segmento como una colección de puntos alineados pero sí permite dividir este segmento por la mitad tantas veces como queramos. Fue Eudoxio, discípulo de Platón y contemporáneo de Aristóteles quien hizo el primer uso "racional" del infinito en las matemáticas. Eudoxio postuló que "toda magnitud finita puede ser agotada mediante la substracción de una cantidad determinada". Es el famoso principio de Arquímedes que éste toma prestado a Eudoxio y que sirvió a aquél para superar la primera crisis de las Matemáticas -debida al descubrimiento de los irracionales-.

No obstante, fue Arquímedes el precursor del cálculo integral aunque desgraciadamente su método se perdió y por tanto no tuvo ninguna repercusión en el descubrimiento del cálculo -recordemos que su original método "mecánico" donde además se saltaba la prohibición aristotélica de usar el infinito in acto se perdió y solo fue recuperado en 1906... La genial idea del siracusano fue considerar las áreas como una colección -necesariamente infinita- de segmentos. Habrá que esperar 2000 años hasta que otro matemático -en este caso Cavalieri- volviera a usar de esa manera los infinitos. De hecho Leibniz descubrió la clave de su cálculo al ver un trabajo de Pascal donde éste usaba un método semejante.

La necesidad de entender obras griegas difíciles como las de Arquímedes tuvo gran influencia en el nacimiento del cálculo. -ya en el siglo XVII se habían recuperado y se dominaban la mayoría de las obras griegas.

(continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

También ayudó al surgimiento del cálculo los cambios de actitudes en la matemática del siglo XVII quizá influenciada por los grandes descubrimientos de todo tipo -geográfico, científico, médico y tecnológico- que fue el interés de los matemáticos por descubrir más que por dar pruebas rigurosas. Ello potenció sin duda el uso del infinito sin las limitaciones aristotélicas. Y finalmente, el descubrimiento de la Geometría analítica de Descartes y Fermat.

La primera parte del siglo XVII vio el nacimiento de la geometría analítica de Fermat y Descartes. La importancia de este descubrimiento consiste en que la geometría analítica permite el tratamiento algebraico de problemas geométricos, al asignar a las curvas, superficies, etc. fórmulas algebraicas que las describen y permiten su manipulación analítica. De esta forma encontrar tangentes, por ejemplo, se hacía extremadamente sencillo -basta saber calcular las derivadas como ahora sabemos- frente a los engorrosos, y específicos para cada curva, procedimientos geométricos.

Como ya mencionamos, en el siglo XVII los matemáticos perdieron el miedo a los infinitos que los griegos les habían tenido: Kepler y Cavalieri fueron los primeros en usarlos, empezaron a andar un camino que llevaría en medio siglo al descubrimiento del cálculo infinitesimal. El primer paso importante se debe a Cavalieri -discípulo de Galileo-. Cavalieri considera áreas formadas por segmentos y volúmenes formados por trozos de áreas planas redescubriendo las bases metodológicas del método mecánico -y desconocido en aquella época- de Arquímedes. Cavalieri incluso fue más allá intentando construir una teoría de indivisibles que le permitiera, evitando los infinitos, demostrar rigurosamente sus resultados -cosa que no consiguió ya que el infinito en acto siempre acababa apareciendo en alguna parte-. Las desventajas de su método de indivisibles -poca generalidad, debilidad lógica, excesivos razonamientos y procedimientos geométricos- fueron rápidamente superados por Torricelli, Fermat, Pascal, Wallis y Roberval. Otro de los protagonistas de nuestra historia es, sin duda, Grégoire de Saint-Vicent, jesuita discípulo de Clavius. Sus principales aportaciones las publicó en su Opus geometricum. En ella desarrolla un método de integración geométrico, estudia las series geométricas incluyendo diversas aplicaciones de las mismas discutiendo, como no, la conocida aporía de Zenón sobre Aquiles y la tortuga que además resolvía magistralmente argumentando que Zenón no consideró en la persecución de Aquiles que el tiempo formaba una progresión geométrica de razón 1/2 y por tanto tardaba un tiempo finito en alcanzar a la tortuga. Una de las aportaciones más valiosas de Saint-Vicent consistió en su hallazgo de que el área encerrada bajo una hipérbola se expresaba mediante los logaritmos.

Nuestro próximo personaje es John Wallis, miembro fundador de la Royal Society de Londres y editor de obras de Arquímedes que además escribió una Gramática inglesa. Wallis aritmetizó los indivisibles de Cavalieri asignándoles valores numéricos convirtiendo de esta forma el cálculo de áreas -hasta el momento algo meramente geométrico- en cálculos aritméticos más un primitivo proceso de límite haciendo además un uso "descarado" del infinito -a él debemos también el símbolo que usamos actualmente, ese 8 acostado-. Es curiosa la opinión que él mismo profesaba de sus métodos: "Este procedimiento es altamente heterodoxo, pero puede verificarse mediante el bien conocido método de figuras inscritas y circunscritas, lo que es superfluo, porque la frecuente iteración produce náuseas al lector. Cualquier ducho en la materia puede realizar la prueba", escribió en su Arithmetica infinitorum. Usando su método aritmético, la inducción incompleta, y su intuición llegó a calcular el área de todas las parábolas generalizadas x^r con r racional excluyendo al -1, además de una bellísima fórmula para calcular Pi.

El trabajo de Wallis influyó enormemente en Newton quien aseguró que el desarrollo del binomio y otras ideas iniciales sobre el cálculo se originaron en su estudio del libro de Wallis en la época de estudiante en Cambridge.

El mismo Wallis propone una genealogía del cálculo:

- Método de Exhausión (Arquímedes)
- Método de los indivisibles (Cavalieri)
- Aritmética de los infinitos (Wallis)
- Métodos de las series infinitas (Newton)

Dediquemos algún tiempo a comentar los métodos infinitesimales relacionados con el cálculo de tangentes, que junto al de áreas constituyeron la base del cálculo. En la parte central del siglo XVII, las cantidades infinitesimales, los fantasmas de cantidades desaparecidas, como alguien las llamó en el siglo XVIII, fueron cada vez más usadas para resolver problemas de cálculos de tangentes, áreas, volúmenes, etc.; los primeros darían origen al cálculo diferencial, los otros al integral. Como hemos mencionado Saint Vincent, Pascal, Wallis,... siguieron los pasos de Kepler y Cavalieri; además de los infinitésimos cada vez se usaban más fórmulas y menos dibujos: la geometría analítica cumplía su función de puente entre la geometría y el análisis. Si Isaac Barrow, el maestro de Newton en Cambridge la hubiera estudiado bien, podría haber arrebatado a su discípulo el descubrimiento del cálculo. En efecto, la geometría analítica amplió considerablemente el horizonte de las curvas geométricas. Este incremento de nuevas curvas hizo imprescindible el desarrollar nuevos métodos para calcular tangentes. Uno de ellos fue el método de adigualdades de Pierre Fermat que servía además para calcular máximos y mínimos. Esto unido a sus trabajos sobre cuadraturas le hace merecedor a un puesto de honor como precursor del cálculo. Newton, en una carta descubierta en 1934, escribió en relación con sus ideas para el desarrollo del cálculo: "La indicación me la dio el método de Fermat para las tangentes. Aplicándolo a las ecuaciones abstractas directa e inversamente, yo lo hice general".

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Relacionado con los problemas de tangentes surgió a mediados del XVII el llamado problema inverso de tangentes, es decir, deducir una curva a partir de las propiedades de sus tangentes. El primero en plantear un problema de este tipo fue Florimond de Beaune, discípulo de Descartes, quien planteó, entre otros, el problema de encontrar la curva con subtangente constante. El propio Descartes lo intentó sin éxito siendo Leibniz el primero en resolverlo en la primera publicación de la "historia sobre el cálculo infinitesimal". De hecho un elemento esencial para el descubrimiento del cálculo fue el reconocimiento de que el problema de las tangentes y las cuadraturas eran problemas inversos; es por eso que la relación inversa entre la derivación y la integración es lo que hoy llamamos Teorema fundamental del cálculo.

Newton en su célebre frase "Si he llegado a ver más lejos que otros es por que me subí en hombros de gigantes" se refiere entre otros a su maestro y mentor Isaac Barrow. Barrow fue probablemente el científico que estuvo más cerca de descubrir el cálculo. Llegó a las matemáticas en su afán de comprender la teología -de hecho se marchó de su cátedra en Cambridge, cediéndosela a Newton para continuar sus estudios teológicos-. En la lección X de su obra Letiones opticae & geometricae Barrow demuestra su versión geométrica del Teorema fundamental del cálculo.

En el último cuarto del siglo XVII, Newton y Leibniz, de manera independiente, sintetizaron de la maraña de métodos infinitesimales usados por sus predecesores dos conceptos, los que hoy llamamos la derivada y la integral, desarrollaron unas reglas para manipular la derivada -reglas de derivación-y mostraron que ambos conceptos eran inversos- Teorema fundamental del cálculo-: acababa de nacer el cálculo infinitesimal. Para resolver todos los problemas de cuadraturas, máximos y mínimos, tangentes, centros de gravedad, etc. que habían ocupado a sus predecesores bastaba echar a andar estos dos conceptos mediante sus correspondientes reglas de cálculo.

El primero en descubrirlo fue Newton, pero su fobia por publicar le hizo guardar casi en secreto su descubrimiento. Newton gestó el cálculo en sus anni mirabilis (1665-1666) cuando se refugiaba en su casa materna de la epidemia de peste que asolaba Inglaterra. De hecho su primera obra sobre el cálculo, De analyse per aequationes numero terminorum infinitas -que le valió la cátedra lucasiana que dejó su maestro Barrow- fue finalizada en 1669 aunque sólo la publicó en 1711. La segunda obra de Newton sobre el cálculo fue escrita dos años más tarde en 1671 pero esperaría hasta 1737 para ver la luz ¡diez años después de su muerte y 66 después de escrita! Se trata de De methodis serierum et fluxionum. En ella Newton describe sus conceptos de fluente -es una variable en función del tiempo- y fluxión de la fluente -la derivada respecto al tiempo de la fluente- como entidades propias, con unas reglas algorítmicas de fácil uso que luego usará para resolver distintos problemas de máximos y mínimos, tangentes, cuadraturas -en relación a este último, estableció el ya mencionado Teorema fundamental del cálculo-. Para demostrar la potencia de su cálculo Newton se dedica en unas "pocas" páginas a resolver todos los problemas de cálculo de tangentes, áreas, etc. que habían ocupado a sus predecesores. Una pregunta que casi inmediatamente aflora en la mente es ¿por qué Newton tardó tanto en publicar sus resultados? Aparte de su peculiar personalidad y las distintas disputas que tuvo con muchos de sus contemporáneos, Newton era consciente de la débil fundamentación lógica de su método de cálculo de fluxiones -no obstante siempre hubo copias de sus trabajos circulando entre sus amigos-. Este temor también está patente en su obra cumbre: Los Principia, donde optó por un lenguaje geométrico más riguroso -y oscuro- eliminando todo indicio de su cálculo que probablemente usó -se puede encontrar una única mención del mismo en el lema II de la sección II del libro II: la regla para derivar productos-.

Leibniz, más conocido como filósofo, fue el otro inventor del cálculo. Su descubrimiento fue posterior al de Newton, aunque Leibniz fue el primero en publicar el invento. Lo hizo además usando una vía ciertamente novedosa en aquella época: para facilitar la difusión de sus resultados los publicó en una de las recién creadas revistas científico filosóficas, el Acta Eroditorum, que el mismo había ayudado a fundar -eran ciertamente momentos importantes para la ciencia donde empezaron a aparecer las revistas científicas que permitirían luego y hasta nuestro días la difusión del conocimiento y los descubrimientos científicos-. Durante una estancia en París -ya que era un afamado diplomático- Leibniz conoce a Huygens quien le induce a estudiar matemáticas. En 1673, luego de estudiar los tratados de Pascal, Leibniz se convence que los problemas inversos de tangentes y los de cuadraturas eran equivalentes. Alejándose de estos problemas, a partir de sumas y diferencias de sucesiones comienza a desarrollar toda una teoría de sumas y diferencias infinitesimales que acabarían en la gestación de su cálculo por el año 1680 y a diferencia de Newton si lo publica en las mencionadas Actas con el título "Un nuevo método para los máximos y los mínimos, así como para las tangentes, que no se detiene ante cantidades fraccionarias o irracionales, y es un singular género de cálculo para estos problemas". En este artículo de 6 páginas -e incomprensible como él mismo luego reconoce- Leibniz recoge de manera esquemática sin demostraciones y sin ejemplos su cálculo diferencial -"un enigma más que una explicación" dijeron de él los hermanos Bernoulli. También Leibniz resuelve el ya mencionado problema de De Beaune encontrando que la solución era el logaritmo. El siguiente artículo de Leibniz se llamó "Sobre una geometría altamente oculta y el análisis de los indivisibles e infinitos", también publicado en las Actas Eroditorum en 1686. En él aparece por primera vez la notación para la integral que todavía hoy usamos -en el primero introduce la notación "dx" para la diferencial-.

Como colofón a estas páginas dedicaremos unas líneas a tratar la mayor de todas las disputas que ha conocido la ciencia: la prioridad de la invención del cálculo. Las suspicacias entre Newton y Leibniz y sus respectivos seguidores, primero sobre quién había descubierto antes el cálculo y, después, sobre si uno lo había copiado del otro, acabaron estallando en un conflicto de prioridad que amargó los últimos años de ambos genios. Para comenzar diremos que la disputa fue evitable pues los métodos de ambos genios tienen importantes diferencias conceptuales que indican claramente la génesis independiente de los mismos. Newton consideraba las curvas generadas por el movimiento continuo de un punto basándose su cálculo diferencial en la medida de la variación de la misma -de su fluir- mientras que Leibniz consideraba una curva como formada por segmentos de longitud infinitesimal cuya prolongación generaba la tangente en cada punto y de cuya geometría se obtiene la correspondiente relación entre las diferenciales.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Incluso la fundamentación de ambos métodos es totalmente distinta. Si el de Newton fue resuelto totalmente mediante el concepto de límite, el de Leibniz tuvo que esperar hasta la década 1960-70 hasta la aparición del Análisis no estándar de Abraham Robinson.

La polémica en cuestión se fraguó a finales del siglo XVII: por un lado Leibniz no había hecho ninguna alusión al cálculo infinitesimal de Newton -que el mismo Newton le había indicado que existía en sus Epistolae: Epístola prior y posterior, sendas cartas dirigidas a Leibniz. En ambas Newton explica muy someramente -básicamente se centra en el teorema del binomio- su método de cálculo.- Además en Holanda -como le aseguró Wallis a Newton- se atribuía el cálculo a Leibniz, eso sin contar que los discípulos de Leibniz habían publicado el primer libro sobre el cálculo: el Analyse des infiniment petits que redactó el Marqués de L'Hospital a partir de las clases particulares que le dio Juan Bernoulli.

La respuesta de los seguidores de Newton no se hace esperar. Primero el propio Newton hace publicar en el tercer volumen de las obras matemáticas de Wallis la correspondencia cursada con Leibniz, las Epístolas prior y posterior donde éste pedía a Newton le enviase resultados sobre series, luego Fatio de Duillier, amigo de Newton, acusa a Leibniz de haber plagiado a Newton y como no, en su ya mencionada De quadratura curvarum, Newton alega "En una carta escrita al Sr. Leibniz en 1676 y publicada por Wallis, mencionaba un método por el cual había encontrado algunos teoremas generales acerca de la cuadratura de figuras curvilíneas [...] Hace años presté un manuscrito conteniendo tales teoremas; y habiéndome encontrado desde entonces con varias cosas copiadas de él, lo hago público en esta ocasión ". La respuesta de Leibniz no se hizo esperar.

En una reseña del De quadratura curvarum, publicada anónimamente -aunque era fácil reconocer a su autor: Leibniz - en 1705 en las Actas se dice "Para entender mejor este libro los siguientes hechos deben ser conocidos. Cuando una cantidad varía continuamente como, por ejemplo, una línea varía por el fluir de un punto que la describe, aquellos incrementos momentáneos son llamados diferencias [...] Y por tanto ha aparecido el cálculo diferencial y su converso, el cálculo sumatorio. Los elementos de este cálculo han sido publicados por su inventor el Dr. Gottfried Wilhelm Leibniz en estas Actas, y sus varios usos han sido mostrados por él y por los Drs. y hermanos Bernoulli y por el Dr. Marqués de L'Hospital. En vez de las diferencias leibnizianas, el Dr. Newton empleó, y ha empleado siempre, fluxiones". Esta reseña fue el detonante del mayor ataque contra Leibniz desde las Philosophical Transactions firmado por John Keill quien acusa abiertamente a Leibniz de plagio. Tras la protesta de Leibniz la Royal Society nombra una comisión -que resultó estar plagada de amigos de Newton - que luego de varias deliberaciones dictaminó que Newton fue el primero y no acusó a Leibniz - aunque tampoco rectificó las duras palabras de Keill-. Esta absurda guerra duró hasta principios del siglo XIX cuando finalmente los matemáticos ingleses deciden adoptar la notación leibniziana, que hasta el momento habían ignorado.

Como apéndice a nuestra exposición vamos a relatar, a modo de realzar la gran potencia del cálculo, uno de los problemas que se resolvió gracias a la nueva herramienta descubierta por Newton y Leibniz: el problema de la braquistocrona. El problema consistía en determinar la curva por la que un cuerpo desciende en el menor tiempo posible entre dos puntos que no estén en posición vertical u horizontal. Este problema ya interesó en su día a Galileo aunque éste fue incapaz de resolverlo -lo cual no es raro pues para ello se precisaba del cálculo-. La historia es como sigue. En el número de junio de 1696 de las Actas Eroditorum, Juan Bernoulli lanzó un reto a los mejores matemáticos del mundo. En realidad era un reto encubierto a Newton. Al cabo del año -el plazo original fue de seis meses pero a petición de Leibniz se amplió para que tuvieran tiempo los matemáticos franceses e italianos que se habían enterado tarde- aparecieron cinco soluciones: una de Leibniz, una del mismo Juan Bernoulli, otra de su hermano Jacobo Bernoulli, una del Marqués de L'Hospital y una anónima. Todas, excepto la de L'Hospital daban con la solución: la cicloide. ¿Quién era ese autor anónimo que escogió las Philosophical Transactions para publicar su genial solución que sólo contenía 67 palabras? Un vistazo a la solución fue suficiente para que Juan Bernoulli exclamara "tanquam ex ungue leonen", algo así como "¡reconozco al león por sus garras!" pues claro está que era Newton. Años más tarde se aclaró toda la historia. Como ya dijimos el reto estaba dirigido a los matemáticos ingleses y a Newton en particular justo en el momento en que comenzaba la polémica sobre la prioridad para ver si el cálculo de Newton era tan bueno y poderoso para resolverlo. Además, en una carta de Leibniz a Juan Bernoulli éste conjetura que sólo quien conozca el cálculo podrá resolverlo -Newton entre ellos claro está-.

Como no podía ser de otra forma el reto llegó a Newton aunque por aquel entonces ya no "hacía ciencia" sino que trabajaba en la Casa de la Moneda inglesa. Según cuenta la sobrina de Newton, este recibió el problema a las 4 de la tarde cuando regresó cansado de la Casa de la Moneda y tenía lista su solución 12 horas después -aunque lo que probablemente no sabía la sobrina era que Newton ya había pensado en ese problema unos años antes y que casi seguro lo había resuelto por lo que sólo tuvo que refrescar la memoria ese día-. Nuevamente aparece la misma pregunta: Si Newton ya había resuelto el problema ¿por qué no lo publicó? Como respuesta final a esta pregunta tomaremos la que dio Augusto de Morgan "Cada descubrimiento de Newton tenía dos aspectos. Newton tuvo que hacerlo y, luego, los demás teníamos que descubrir que él lo había hecho".

Renato Álvarez Nodarse

Nota final: Este artículo ha sido elaborado utilizando la información contenida en el Catálogo de la Exposición "*El legado de las matemáticas*: De Euclides a Newton, los genios a través de sus libros". Editado por Antonio J. Durán Guardeño.

MEDALLAS FIELDS

La Medalla Fields es el premio de mayor importancia que puede recibir un matemático vivo. Como ocurre con los Premios Nóbel, representa para los galardonados el pasar a la Historia de la Ciencia.

Fields

Procede el nombre de John Charles Fields (1863-1932), que en 1924 presidió el Congreso Internacional de Matemáticas, en el cual se hizo la propuesta de concesión a los descubrimientos matemáticos más destacados.

Se otorga el premio cada 4 años, y en total pueden recibir la medalla Fields hasta seis matemáticos en cada edición del mismo. Los galardonados han de ser menores de 40 años de edad.

Aunque en algunas ocasiones se han concedido hasta un total de cuatro medallas Fields, en la última ocasión, agosto de 2002, solo han sido premiados dos de los posibles candidatos de todo el mundo. Han sido el ruso Vladimir Voevodsky y el francés Laurent Lafforgue. En lo que respecta a la cuantía económica, digamos que es irrisoria comparada con la de los Premios Nóbel.

Las medallas Fields.-

Mittang-Leffer

Se cuenta que Alfred Nóbel se negó, al establecer los premios que habrían de concederse con la fortuna que legaba para ello, a que hubiera un Premio Nóbel de Matemática, pues el más firme candidato a recibirlo en su primera edición sería un científico con el que él, ciertamente, tenía problemas personales. Se trataría del matemático sueco Gösta Mittang-Leffer (1846-1927), que, por consiguiente, hubiera podido ser el primer galardonado con el Nóbel de Matemática.

Las Medallas Fields surgieron, pues, como una alternativa necesaria para suplir el vacío que la Fundación Nóbel dejaba al no contemplar la posibilidad de galardonar con estos premios a los descubrimientos en el campo de la Matemática. En este sentido, y considerando que fuera cierta la anécdota que se cuenta, podríamos considerar a Mittang-Leffer como la primera Medalla Fields de la historia. Lo cierto es que las Medallas se entregan durante la celebración de un Congreso Mundial de Matemáticas, hasta ahora celebrado en lugares distintos de todo el mundo, siguiendo al pie de la letra la frase en latín que figura en el reverso de la medalla: *"Congregati ex toto orbe mathematici ob scriptia insignia tribuere"* ("Los matemáticos de todo el mundo aquí reunidos rinden tributo por un trabajo extraordinario").

En el anverso de la medalla figura la frase, también en latín, *"Transire svvm pectus mvndoque potiere"* (sobrepasar su propio entendimiento y apoderarse del mundo), adornada con la imagen del gran Arquímedes. Las medallas fueron diseñadas por el escultor canadiense Dr. Robert Tait McKenzie y las inscripciones se deben al profesor G. Norwood de la Universidad de Toronto.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

La lista de galardonados.-

La primera concesión de medallas tuvo lugar en 1936, interrumpiéndose inmediatamente a causa del conflicto bélico mundial (se suspendieron los premios en 1940 y 1944, no reanudándose hasta el año 1950, por motivos de organización). A partir de 1950 ya se han concedido los premios, ininterrumpidamente, cada cuatro años, hasta completar, con las medallas del año 2002 un total de 42 galardonados. Por países de procedencia de los premiados, aparece en primer lugar EE.UU. con once premios, siguiéndole a continuación Francia con 6 medallas y Reino Unido con 5. A continuación aparecen Alemania, Japón y Rusia con 3 Medallas Fields, Bélgica y Unión Soviética con 2, y, finalmente, con una sola Medalla Fields figuran Finlandia, China, Noruega, Italia, Nueva Zelanda, Suecia y Sudáfrica.

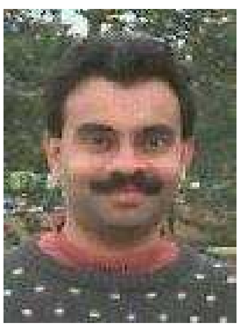
AÑO 1936:		
Lars Ahlfors	29 AÑOS	Finlandia
Jesse Douglas	39 AÑOS	Estados Unidos
AÑO 1950:		
Laurent Schwartz	35 AÑOS	Francia
Atle Selber	33 AÑOS	Noruega
AÑO 1954:		
Kunihiko Kodaira	39 AÑOS	Japon
Jean-Pierre Sere	27 AÑOS	Francia
AÑO 1958:		
Klaus Roth	32 AÑOS	Alemania
René Thom	35 AÑOS	Francia
AÑO 1962:		
Lars Hormander	31 AÑOS	Suecia
John Milnor	31 AÑOS	Estados Unidos
AÑO 1966:		
Michael Atiyah	37 AÑOS	Reino Unido
Paul Cohen	32 AÑOS	Estados Unidos
Alexander Grothendieck	38 AÑOS	Alemania
Stephen Smale	36 AÑOS	Estados Unidos
AÑO 1970:		
Alan Baker	31 AÑOS	Reino Unido
Heisuke Hironaka	39 AÑOS	Japón
Serge Novikov	32 AÑOS	Rusia
John Thompson	36 AÑOS	Estados Unidos
AÑO 1974:		
Enrico Bombieri	33 AÑOS	Italia
David Mumford	37 AÑOS	Reino Unido
AÑO 1978:		
Pierre Deligne	33 AÑOS	Bélgica
Charles Fefferman	29 AÑOS	Estados Unidos
Gregori Margulis	32 AÑOS	Unión Soviética
Daniel Quillen	38 AÑOS	Estados Unidos
AÑO 1982:		
Alain Connes	35 AÑOS	Francia
William Thurston	35 AÑOS	Estados Unidos
Shing-Tung Yau	33 AÑOS	China
AÑO 1986:		
Simon Donaldson	27 AÑOS	Reino Unido
Gerd Faltings	32 AÑOS	Alemania
Michael Freedman	35 AÑOS	Estados Unidos
AÑO 1990:		
Vladimir Drinfeld	36 AÑOS	Unión Soviética
Vaughan Jones	38 AÑOS	Nueva Zelanda
Shigefumi Mori	39 AÑOS	Japón
Edward Witten	38 AÑOS	Estados Unidos
AÑO 1994:		
Pierre Louis Lions	38 AÑOS	Francia
Jean Christophe Yoccoz	36 AÑOS	Francia
Jean Bourgain	40 AÑOS	Bélgica
Efim Zelmanov	39 AÑOS	Rusia
AÑO 1998:		
Maxim Kontsevich	34 AÑOS	Rusia
Richard E. Borcherds	39 AÑOS	Sudáfrica
William Timothy Gowers	33 AÑOS	Reino Unido
Curtis T. McMullen	38 AÑOS	Estados Unidos
AÑO 2002:		
Vladimir Voevodsky	36 AÑOS	Rusia
Laurent Lafforgue	35 AÑOS	Francia

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)


Vladimir Voevodsky


Laurent Lafforgue


Madhu Sudan

Las medallas del 2002: El Congreso de China.

Con la asistencia de más de 4000 matemáticos procedentes de todos los lugares del mundo, se desarrolló en los días 20 al 28 de agosto de 2002 el Congreso Internacional de Matemáticos, auspiciado por la UMI (Unión Matemática Internacional) y con la asistencia de las máximas autoridades del país anfitrión. Se celebró este magno acontecimiento en el Palacio del Pueblo de Pekín, en la tristemente famosa plaza de Tiananmen, estando presente Jiang Zemin, presidente de la República de China y varios de sus ministros. Sin embargo, la máxima expectación estaba en la asistencia de algunos científicos punteros en el quehacer reciente de la Matemática, como el Premio Nóbel de Economía, John Forbes Nash, creador de la Teoría de Juegos no contributivos y cuya vida fue llevada al cine en "Una mente maravillosa", o el gran geómetra chino, maestro de nuestra actual generación de geómetras, S. S. Chern. El momento culminante de la ceremonia inicial, el día 20 de agosto, fue cuando el presidente de la UMI, en este caso el brasileño Jacob Palis, dio a conocer los dos nombres a los que se concedía la Medalla Fields 2002: Vladimir Voevodsky y Laurent Lafforgue. Se concedió también, en el transcurso de la ceremonia, el llamado Premio Nevanlinna, destinado a los más importantes avances en la estructura matemática de la Teoría de la Información y de la Computación Teórica. Este premio, que honra la memoria del matemático finlandés Rolf Nevanlinna, se concede desde el congreso de Varsovia de 1982, representando el reconocimiento por parte de la Unión Matemática Internacional a la importancia creciente de la Computación en las nuevas Matemáticas. En esta ocasión el premio recayó en el Hindú Madhu Sudan, que en la actualidad trabaja en el Massachussets Institute of Technology.

Vladimir Voevodsky: Matemático nacido en Rusia, el día 4 de junio de 1966. Obtuvo la licenciatura en la Universidad Estatal de Moscú en el año 1989, y el doctorado en la Universidad de Harvard, EE.UU., en el año 1992. En los años sesenta había sido descubierto un eslabón entre la cohomología singular y las estructuras grupales que se denominaron K-Teoría, pero no fue hasta los años noventa cuando se pudieron definir los grupos adecuados para construir lo hoy se conoce como Cohomología Motívica. Vladimir Voevodsky ha realizado importantes progresos, con la colaboración de Andrej Suslin y de E.M. Friedlander entre otros, al establecer relaciones entre la topología y las construcciones algebraicas. En los años noventa se tenía, en realidad, la esperanza de encontrar isomorfismos entre los grupos de la Cohomología Motívica y los de la k-teoría algebraica.

Aunque la comparación antedicha entraña grandes dificultades, sin embargo, para una variedad algebraica cualquiera V hay siempre un espacio topológico asociado V(C) constituido por los complejos soluciones de las ecuaciones que definen la variedad V. El objetivo de Voevodsky, fue, en definitiva, establecer la comparación de la cohomología motítiva de V con la cohomología singular de V(C) y la K-Teoría algebraica de V con la K-Teoría topológica de V(C). El logro básico, pues, ha sido probar que al modificar la cohomología motívica de V y la cohomología singular de V(C) ambas han resultado ser isomorfas. Voevodsky, al desarrollar la cohomologia y las variedades algebraicas, ha proporcionado por tanto nuevos campos de actuación en donde se esperan adelantos y novedades en los próximos años. Trabaja en la actualidad en el Instituto de Estudios Avanzados en Princeton.

Laurent Lafforgue: Nació en Hauts-de-Seine, Francia, el 6 noviembre de 1966, entrando en el Centro Nacional de Investigación Superior (CNRS-Centre National Recherche Sup.) como ayudante de investigación en el año 1990. Perteneciente al equipo "Aritmética y Geometría Algebraica" del Laboratorio de Matemáticas de la Universidad de París sur (Orsay), defendió en 1994 una tesis titulada "D-chtoukas de Drinfeld", bajo la supervisión del profesor Gérard Laumon. Laurent Lafforgue es un matemático de una gran capacidad de trabajo. Impartió el famoso curso Peccot del Colegio de Francia en 1996, y fue conferenciante en el Congreso internacional de Matemáticos de Berlin, en 1998, congreso en el que obtuvieron la medalla Fields cuatro extraordinarios matemáticos: Maxim Kontsevich, Richard E. Borcherds, William Timothy Gowers y Curtis T. McMullen. Lafforgue ha logrado demostrar la Conjetura de Langlands para GL(r) sobre cuerpos de funciones.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Esta conjetura liga propiedades aritméticas con representaciones automórficas y había sido formulada por Robert Langlands a finales de los años sesenta. Para el rango r=1 la conjetura es simplemente la teoría clásica de cuerpos de clases abelianas creada por Emil Artin. En el rango r=2, y sobre cuerpos numéricos, las primeras grandes confirmaciones de esta conjetura han resultado ser la prueba de la conjetura de Ramanujan, por Pierre Deligne, y la prueba por el mismo Langlands, de la conjetura de Artin en un caso precedente. A comienzos de los años setenta, el joven matemático Vladimir Drinfeld había trabajado el caso de los cuerpos de funciones. Al principio construyendo variedades análogas a las curvas modulares logró demostrar ciertos casos de la conjetura de Langlands en el rango r=2. Luego, y como esta situación no permitía tratar todas las variedades automórficas introdujo ciertos objetos ("chtoukas") con variaciones procedimentales que le permitieron probar la conjetura de Langlands en el rango r=2. El caso general, sin embargo, permanecía inaccesible, ante las grandes dificultades a remontar. La aportación crucial de Laurent Lafforgue para resolver esta cuestión es la construcción de compactificaciones de ciertas variedades de módulos. La monumental prueba lograda por Lafforgue fue el resultado de más de seis años de esfuerzo.

El próximo Congreso Internacional de matemáticos del 2006 será en España.-

Unos días antes del Congreso Mundial de Pekín, el día 17 de agosto de 2002, se había reunido en Shanghai, China, la Asamblea General de la Unión Matemática Internacional, dándose a conocer la fecha y lugar del siguiente Congreso Internacional de Matemáticos. Transcribimos la nota de prensa del Comité Español:

Nota de prensa del Comité Español de IMU:

"La Asamblea General de la Unión Matemática Internacional (IMU) en su reunión de Shanghai el día 17 de Agosto ha seleccionado por unanimidad la candidatura española para la celebración del próximo Congreso Internacional de Matemáticos en Madrid en Agosto del 2006. Previo al ICM se celebrará también la correspondiente sesión de la Asamblea General de la IMU en Santiago de Compostela. La candidatura española ha sido defendida por la delegación española en la IMU, constituida por los representantes de las sociedades matemáticas de nuestro país (Real Sociedad Matemática Española, Sociedad Española de Matemática Aplicada, Societat Catalana de Matemàtiques y Sociedad de Estadística e Investigación Operativa) y ha supuesto la culminación de un proceso iniciado hace más de dos años. En la sesión de la Asamblea, en la que también participó como observador el Decano de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Santiago de Compostela, las otras candidaturas presentadas (Italia e India) se retiraron finalmente, declarando públicamente su apoyo a nuestra candidatura. Los ICM cuentan con más de 100 años de historia y constituyen el mayor acontecimiento mundial en el ámbito de las matemáticas, no habiéndose celebrado nunca en España hasta este momento. En ellos se entregan, por ejemplo, las conocidas medallas Fields, máxima distinción en el campo de las Matemáticas, similares en prestigio a los premios Nóbel. La designación de España como sede de la Asamblea General y del ICM del 2006 supone un reconocimiento por parte de la IMU del alto nivel investigador de las matemáticas españolas, y su impacto a nivel internacional, y es una ocasión única para el desarrollo de las mismas, ya que, además de estos eventos, se celebrarán, en torno a ellos, conferencias satélites en numerosas ciudades españolas".

TRABAJANDO EN CÁLCULO

DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

Aplicando la Regla de L´Hôpital.-

En esta oportunidad vamos a resolver algunos límites de funciones utilizando esta regla planteada en el artículo anterior:

1) Determinar: $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(Sec\, x - Tgx \right)$.

Solución:

Evaluemos el límite:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(Secx - Tgx \right) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} Secx - \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} Tgx = Sec\,\tfrac{\pi}{2} - Tg\,\tfrac{\pi}{2} = \infty - \infty \rightarrow Indeterminación$$

Transformando en fracciones y evaluando nuevamente el límite:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(Secx - Tgx \right) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{Cosx} - \frac{Senx}{Cosx} \right) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 - Senx}{Cosx} \right) = \frac{1 - Sen\,\frac{\pi}{2}}{Cos\,\frac{\pi}{2}} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} \rightarrow Indeterminación$$

Aplicando la Regla de L´Hôpital:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 - Senx}{Cosx} \right) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{-Cosx}{-Senx} \right) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} Cotgx = Cotg\,\tfrac{\pi}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(Secx - Tgx \right) = 0}$$

2) Obtenga: $\lim\limits_{x \to 0} \left[x \cdot Ln\,(Senx) \right]$.

Solución:

Evaluando el límite:

$$\lim_{x \to 0} \left[x \cdot Ln\,(Senx) \right] = 0 \cdot Ln\,(Sen\,0) = 0 \cdot Ln\,0 = 0 \cdot \infty \rightarrow Indeterminación$$

Transformando en fracción y evaluando nuevamente el límite:

$$\lim_{x \to 0} \left[x \cdot Ln(Senx) \right] = \lim_{x \to 0} \frac{Ln(Senx)}{\frac{1}{x}} = \frac{Ln\,0}{\infty} = \frac{\infty}{\infty} \rightarrow Indeterminación$$

Resolviendo la regla de por L´Hôpital:

$$\lim_{x \to 0} \frac{Ln\,(Senx)}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{Cosx}{Senx}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0} \left[-\frac{x^2 \cdot Cosx}{Senx} \right] = -\lim_{x \to 0} \frac{x \cdot Cosx}{\frac{Sen}{x}} = -\frac{\lim\limits_{x \to 0} (x \cdot Cosx)}{\lim\limits_{x \to 0} \frac{Senx}{x}} = -\frac{0 \cdot Cos\,0}{1} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to 0} \left[x \cdot Ln\,(Senx) \right] = 0}$$

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

3) Determine: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2}{x}+1\right)^{x}$.

<u>Solución</u>:

Evaluando el límite:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{x}+1\right)^{x}=1^{\infty}\rightarrow Indeterminación$$

Eliminando la indeterminación:

Hagamos $y=\left(\frac{2}{x}+1\right)^{x}$

Aplicando logaritmos:

$$Ln\,y=Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)^{x}\qquad\Rightarrow\qquad Ln\,y=x\,Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)$$

Tomando límite en ambos miembros de la igualdad:

$$\lim_{x\to\infty}Ln\,y=\lim_{x\to\infty}\left[x\,Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)\right]=\infty\cdot Ln1=\infty\cdot 0\rightarrow Indeterminación$$

Transformando en fracción y evaluando nuevamente el límite:

$$\lim_{x\to\infty}\left[x\,Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)\right]=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)}{\frac{1}{x}}\right]=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}}=\frac{Ln1}{0}=\frac{0}{0}\rightarrow Indeterminación$$

Aplicando la Regla de L´Hôpital:

$$\lim_{x\to\infty}\left[x\,Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)\right]=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)}{\frac{1}{x}}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{\frac{2}{x}+1}\cdot\left(-\frac{2}{x^2}\right)}{-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2}{x^2\left(\frac{2}{x}+1\right)}}{\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2\left(\frac{2}{x}+1\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{\frac{2}{x}+1}=2$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to\infty}\left[x\,Ln\left(\frac{2}{x}+1\right)\right]=2\quad\Rightarrow\lim_{x\to\infty}Ln\,y=2\quad\Rightarrow Ln\,y=2\quad\Rightarrow Ln\,y=2Ln\,e\Rightarrow Ln\,y=Ln\,e^{2}\Rightarrow y=e^{2}$$

Volviendo a tomar límite en ambos miembros de la igualdad:

$$\lim_{x\to\infty}y=\lim_{x\to\infty}e^{2}\qquad\Rightarrow\qquad\boxed{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{x}+1\right)^{x}=e^{2}}$$

Prof. Rafael Ascanio H.

ÍNDICE CRONOLÓGICO DE LA MATEMÁTICA (Parte VIII)

La cronología entre 1600 DC y 1625 DC

1603: *Cataldi* encuentra los números perfectos sexto y séptimo, 216· (217 - 1) =8589869056 y 218· (219 - 1) = 137438691328.

1603: Se funda en Roma la Academia Lincei.

1606: *Snell* hace el primer esfuerzo por medir un grado del arco meridiano de la superficie de la Tierra, con la finalidad de determinar el tamaño de ésta. Publica el *Hypomnemata mathematica* (Memoranda Matemático) que es una traducción latina del trabajo de *Stevin* sobre mecánica.

1609: *Kepler* publica *Astronomia nova* (la Nueva Astronomía). El trabajo contiene la primera y segunda leyes de Kepler sobre órbitas elípticas, pero sólo verificadas para el planeta Marte.

1610: *Galileo* publica *Sidereus Nuncius* (el Mensaje de las estrellas) qué describe los descubrimientos astronómicos que él ha hecho con su telescopio. *Harriot* también hace observaciones de las lunas de Júpiter pero no publica su trabajo.

1612: *Bachet* publica un trabajo sobre enigmas y trucos matemáticos que formarán más tarde la base para casi todos los libros dedicados a matemática recreativa. Inventó un método para construir los cuadrados mágicos.

1613: *Cataldi* publica *Trattato del modo brevissimo di trovar la radice quadra delli numeri* (*Ensayo sobre la manera más breve de obtener la raíz cuadrada de un número*) encontrando raíces cuadradas utilizando las fracciones continuas.

1614: *Napier* publica su trabajo en los logaritmos en el *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Descripción de la Regla Maravillosa de los Logaritmos).

1615: *Kepler* publica el *Nova stereometria doliorum vinarorum* (la Geometría Sólida de un Barril de Vino), una investigación sobre la capacidad de cascos, área de superficie y secciones cónicas. La primera idea sobre esto la había tenido en 1613 antes de casarse. Sus métodos son considerados como parte del uso inicial del cálculo.

1615: *Mersenne* anima a los matemáticos para que estudien la famosa curva llamada *Cicloide*.

1617: *Snell* publica su técnica de triangulación trigonométrica que mejora la exactitud de las dimensiones cartográficas.

1617: *Briggs* publica *Logarithmorum chilias prima* (Logaritmos de los números del 1 al 1000) qué introduce los logaritmos de base 10 también llamados *decimales*.

1617: *Napier* inventa *Los huesos de Napier*, que consiste en ramitas numeradas, utilizable como una calculadora mecánica. En *Rabdologiae* (Estudio de las Varas Divinas) publicado en el año de su muerte, explica como funciona.

1620: *Bürgi* publica *Arithmetische und geometrische progress-tabulen* que contiene su versión sobre logaritmos, descubierta independientemente de *Napier.*

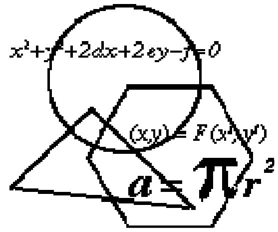
1620: *Gunter* construye un dispositivo mecánico, la *Balanza de Gunter*, utilizable para multiplicar números basados en logaritmos utilizando una escala simple y un par de divisores.

1620: *Guldin* enuncia el *Teorema del Centroide de Guldin*, el cual *Pappus* ya había dado a conocer.

1621: *Bachet* publica su traducción latina del texto griego de la *Aritmética de Diofanto*.

1623: *Schickard* construye un "reloj mecánico", una máquina calculadora en madera que adiciona y substrae, y ayuda en la multiplicación y división. Le escribe a *Kepler* para sugerirle el cálculo de las efemérides por medios mecánicos.

1624: *Briggs* publica *Arithmetica logarithmica* (La Aritmética de los Logaritmos) introduciendo los términos "mantisa" y "característica". Muestra los logaritmos de los números naturales del 1 al 20000 y del 90000 al 100000 calculados hasta con 14 lugares decimales así como tablas donde presenta los valores de la función seno hasta con 15 lugares decimales, y los valores de las funciones tangente y secante con hasta 10 lugares decimales.



HISTORIA DE π

Por: **Profesor Juan Saba S**.
Facultad de Ingeniería
Núcleo de Cagua U.C.V.

Se indica con la letra π la relación constante entre la longitud de una circunferencia y su diámetro "d" o entre el área "S" de un círculo y el cuadrado de su radio "r".

(1) $$\ell = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r \ldots \qquad S = \pi \cdot r^2$$

Entre los números célebres, π es el más célebre de todos, éste interviene en la matemática elemental en todas las cuestiones de medidas relativas a círculos, esferas, conos y cilindros, etc.

π está ligado con dos problemas fundamentales:

a) Dado el radio de una circunferencia, construir un segmento de longitud "l", (problema de rectificación de la circunferencia).

b) Dado el radio de un círculo, construir un cuadrado equivalente al círculo (problema de la cuadratura del círculo).

De estos dos problemas el más célebre es el segundo: por su cuadrimilenaria antigüedad, por la dificultad que ha presentado su solución a pesar de la sencillez de su enunciado, por los innumerables intentos infructuosos que fueron los hechos para su resolución, éste se hizo también ante los matemáticos.

En la historia de π, se pueden distinguir varios períodos, el primeros de ellos va desde la más remota antigüedad hasta los inicios del cálculo infinitesimal.

La más antigua de todas se encuentra en el papiro egipciano **Rhind,** escrito por **Ahmes**, 1800 a.C. y afirma que el área de un círculo es como la de un cuadrado cuyo lado es igual al diámetro del círculo disminuido en 1/9, o sea igual a los 8/9 del diámetro.

(2) $$S = \pi \cdot r^2 = \left(\frac{8}{9} \cdot d\right)^2 = \frac{64}{81} \cdot d^2 = \frac{64}{81}\left(4 \cdot r^2\right)$$

y se encuentra que:

(3) $$\pi = \frac{256}{81} = 3{,}1404\ldots\ldots$$

Una buena aproximación.

O. Neugebaver, dio la siguiente explicación a la regla egipciana. Construido el cuadrado, de lado "d" de un círculo.

(4)

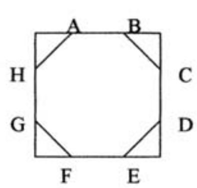


Fig. I

Se divide cada uno de sus lados en 3 partes iguales, y se construye el octágono ABCDEFGH, cuya área es:

(5) $$d^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{d}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}d^2 = \frac{63}{81}d^2$$

Sustituyendo 63 por 64 se encuentra precisamente el cuadrado de los 8/9 del diámetro.

Los Babiloneses en cambio, basados en el hecho de que, el lado del hexágono regular inscrito en un círculo es igual al radio, asumían la longitud de la circunferencia igual a 6 veces el radio lo que equivale a tomar π=3, aproximación bastante tosca.

Viniendo a la antigua Grecia, las primeras huellas del problema de la cuadratura del círculo se encuentran sólo en el siglo V a.C., según testimonio de **Plutarco.** En el 420 a.C. **Ippía de Elide** inventó la curva trascendente "cuadratriz" usada luego por **Dinostrato** en el siglo sucesivo para rectificar una circunferencia.

Antífone contemporáneo de **Sócrates**, afirma que si se inscribe en un círculo un cuadrado, y luego doblando sucesivamente el número de lados, se construyen los polígonos regulares inscritos de 8, 16, 32,... lados, etc. Y se llega a un polígono que por la pequeñez de sus lados coincide con el círculo.

(Continúa en la siguiente página)

(Viene de la página anterior)

Transformándolo en un cuadrado equivalente a un círculo, su contemporáneo **Brisone** agregó la construcción de los polígonos regulares circunscritos, **Hipócrates de Chío** en la segunda mitad del siglo V a.C.; demostró que el área de un círculo es proporcional al cuadrado de su diámetro, uno se puede imaginar que en esta fecha nace el símbolo π con el teorema de **Hipócrates de Chío**, no fue así, realmente se espero 22 siglos más tarde, en el siglo XVIII, Euler utiliza el símbolo π (primero escribía la letra "p" inicial de la palabra "periferia", luego utiliza el símbolo π).

En el siglo III a.C. **Arquímedes** en el tratado de la medida del círculo demuestra los siguientes teoremas:

a) Todo círculo es equivalente a un triángulo rectángulo, teniendo un cateto igual al radio del círculo y el otro igual a la circunferencia rectificada.
b) Un círculo es el cuadrado de su diámetro aproximadamente como 11:14.
c) La longitud de la circunferencia de todo círculo es menor que 3 veces el diámetro más 1/7 del mismo diámetro y es mayor que 3 veces el diámetro de más 10/71 del diámetro. En símbolos:

6) $$3{,}1408\ldots = \frac{223}{71} = 3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7} = 3{,}1429\ldots$$

El método que él sigue es el mismo que usó **Antífone,** aplicado a los polígonos regulares inscritos y circunscritos que tengan 6, 12, 32, 48,96,..... lados. Después de **Arquímedes** la fracción 22/7 es de uso corriente en las medidas relativas al círculo, y por muchos siglos la historia registra solo algunos perfeccionamientos al método de **Arquímedes** que dan una mejor aproximación de π.

Tolomeo, en el siglo II, da para π el siguiente valor:

(7) $$\pi = \frac{377}{120} = 3{,}1416\ldots$$

A partir del Siglo XII, la introducción en los cálculos del uso de las cifras indoarábicas facilitó también mejores cálculos para π. **Leonardo Pisano,** en la "Practica Geometriae" amplifica el método de Arquímedes y da para π los siguientes límites.

$\left(\frac{1400}{452}\right)\frac{4}{9} = 3{,}1410\ldots$ y $\left(\frac{1400}{456}\right)\frac{1}{5} = 3{,}1427$ y adopta para π el valor de 3,1418......., mientras que Oronzo Fineo, en la primera mitad del 500, afirma que π es exactamente igual a $\frac{245}{78} = 3{,}1410\ldots$. El holandés **Metius** da para **π** el valor aproximado $\frac{355}{113} = 3{,}1415929\ldots$ con 6 cifras decimales exactas (su hijo **Adrianus Metius II,** cuenta que él encontró ese valor haciendo la media aritmética de los numeradores y denominadores de las fracciones $\frac{377}{120}$ y $\frac{333}{106}$, valores aproximados de **π** encontrados con el método de **Arquímedes**).

F. Viete da nueve cifras decimales exactos usando el método de **Arquímedes** hasta los polígonos de $6 \cdot 2^{16}$ lados; **Adriano Romano,** en 1597, obtiene 15 cifras decimales exactas con polígonos de 2^{30} lados; finalmente **Ludolf** de Colonia calcula 20 cifras decimales exactas llegando hasta los polígonos de $60 \cdot 2^{29}$ lados y después calculó 35 cifras decimales exactas, que fueron esculpidas sobre su tumba (la tumba se perdió). En Alemania el número **π** fue llamado el número de **Ludolf**, aunque éste no haya llevado en estos cálculos ningún aporte de métodos nuevos.

Huygeus perfeccionó sensiblemente el método de **Arquímedes**, demostrando entre otras cosas, la fórmula siguiente:

(8) $$s_{2n} + \frac{1}{3}\left(s_{2n} - s_n\right) < C < \frac{2}{3}S_n + \frac{1}{3}s_n$$

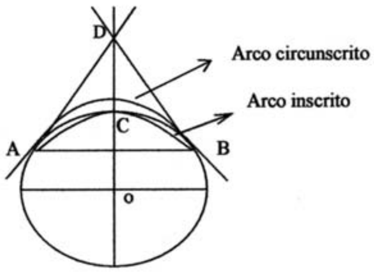
Donde C indica el área de un círculo, s_n y S_n son las áreas de los polígonos inscritos y circunscritos con n lados. Mediante esta fórmula él deduce 9 cifras decimales exactas con el polígono de 60 lados.

Una simple demostración de la fórmula de **Huygeus.** Se sustituye el lado AB del polígono por arcos parabólicos, uno inscrito y otro circunscrito; se traza la perpendicular a la cuerda AB, esta recta pasa por los puntos O (origen del círculo), C (punto de corte entre dicha recta y el círculo).

El arco parabólico inscrito pasa por los puntos A, B y C y el arco circunscrito por AB y el punto medio del segmento DO. Y los polígonos de lados parabólicos inscritos y circunscritos que así se obtienen aproximan al círculo mucho mejor que los polígonos con el mismo número de lados rectilíneos.

(Continúa en la siguiente página)

(9)



Un **segundo período** en la historia de π va desde la segunda mitad del siglo XVII hasta 1767. En este período fueron usados para el cálculo aproximado de π, métodos potenciales como lo es el desarrollo del análisis, los matemáticos tenían a su disposición el desarrollo en serie, fracciones continuas, productos infinitos, etc. y estos métodos se usaron con toda eficiencia y desenvoltura. El primer desarrollo de π en producto infinito lo da **F-Viete** en 1579.

(10) $$\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\ldots\ldots$$

Convirtiéndose el producto de **Viete** en la primera definición analítica de **π**.

En este trabajo recordaremos solamente los más notables desarrollos infinitos de **π.** Fórmula de **Jhon Wallis:**

(11) $$\frac{\pi}{2}=\frac{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6\ldots}{1\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 5\ldots}$$

Fórmula de **Gregory y Leibniz** (1556):

(12) $$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\cdots$$

La fórmula de **Euler**:

$$e^{ix} = \cos\ (x) + i\cdot \text{sen}\ (x)\ ;$$

al sustituir $x=\pi$ se obtiene:

(13) $$e^{i\pi}=-1$$

Esta fórmula relaciona el número π con *e*, base de los logaritmos.

La fórmula de **Machin** (1706).

(14) $$\frac{\pi}{4}=4\cdot arctg\left(\frac{1}{5}\right)-arctg\left(\frac{1}{239}\right)$$

Se demuestra usando el desarrollo en serie de la función *arctg(x),* **Machin** calculó 100 cifras decimales exactas de **π**.

Conviene cerrar este período en 1767, año en que **H. Lambert,** luego de largos estudios logra demostrar el primer resultado sobre la naturaleza de π.

En el tercer período de nuestra historia, la irracionalidad de π fue de nuevo demostrada por **Legendre** (1794) junto con la irracionalidad de π^2, una nueva y más simple demostración de la irracionalidad de π fue dada 1947 por **I. Niven.** En 1844, **Liouville,** demostró la existencia de números trascendentes, o sea de números reales que no son raíces de ninguna ecuación algebraica de coeficientes racionales. Finalmente en 1862 **F. Lindemann** demostró que π es un número trascendente.

Un cuarto período en la historia de π, son los tiempos muy recientes, con la invención de las computadoras. Después de la demostración de la irracionalidad y de la trascendencia de π, toma interés, con el fin de estudiar estadísticamente la frecuencia de las cifras en la expresión de π.

Se trata de saber si π es un número normal, según la definición de **E. Borel**, un número cuyas cifras decimales del 0 al 9 aparezcan en media una vez sobre10, hay que conocer un gran número de cifras decimales de π.

El profesor Francisco Duarte de Venezuela en su trabajo titulado “Monografía de los números π y *e*”, desarrolla π y *e,* con más de cien decimales exactos.

En 1962 se calcularon 100.000 cifras en el desarrollo de π (Shawks y Wrench). Hoy en día se calcula el número de cifras que uno quiera con las computadoras super modernas.

J. S.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA: Actualidad 2005

Para orgullo de quienes laboramos como personal docente adscrito al Departamento de Matemática, en los días finales del año 2004 las profesoras Elda Rosa Talavera de Vallejo (Jefe del Departamento de Matemática), Irene Zile (Jefe de la Cátedra de Álgebra) y Madelein Piña (Adscrita a la Unidad de Computación) defendieron sus Tesis Doctorales para hacerse acreedoras del título de Doctor en Educación. Aprovechamos la oportunidad para felicitar a estas destacadas profesoras. ¡Enhorabuena!

También aprovechamos la oportunidad para felicitar a la Licenciada María Ferreira de Bravo, quien durante la realización de su acto de grado el día 15 de diciembre pasado en el Anfiteatro de Bárbula "Alfredo Celis Pérez", recibió de manos de la Rectora de nuestra Alma Máter, Profesora María Luisa Aguilar de Maldonado, el reconocimiento Magna Cum Laude, enaltecedor lauro al que se hace merecedor todo egresado con máximas calificaciones.

Este logro de María, que nos llena de orgullo, es fruto de un constante esfuerzo porque todos conocemos su papel de madre, esposa y trabajadora; aun así, le quedó tiempo para otras actividades como ser preparadora, colaboradora de HOMOTECIA, y además mantener su excelente promedio.

María, serás siempre un vivo ejemplo para todos los estudiantes que participan de la Mención Matemática y un motivo de eterno orgullo para quienes fuimos tus profesores. ¡Felicidades!

LECCIONES DE VIDA

MEJOR...

Al triste, no le preguntes la historia de su desgracia...

Mejor dile que en ti tiene un amigo.

Al que llora, no le escudriñes el origen de su llanto...

Mejor dile que tú tienes un hombro, un pañuelo, una sonrisa.

Al que anda tambaleante por la vida no le analices por qué no ha llegado nunca a ninguna parte...

Mejor dile que tú tienes una luz, un consejo, y un bastón por si llegara a necesitarlos.

Al que anda sin templo, y sin oración no le preguntes por qué es un descreído...

Mejor enséñale a Dios, y mételo en el secreto de tu plegaria.

A esos que hacen un caos de su vida no les preguntes que causa su confusión...

Mejor enséñales el rastro sosegado de la fe, y el fluir constante de tu

Serenidad.

Al que anda dolido y agotado con su cruz, no le preguntes por qué le pesa tanto...

Mejor ponlo en posición de que Dios se irradie sobre él...Y poco a poco le irá llegando Su luz.

Al que se resiste a seguir, y se siente vencido, no le andes por las normas, las deducciones y los raciocinios...

Mejor dale la mano, y dile: "¡Voy contigo!"

No le preguntes a cada uno su necesidad...

Mejor demuéstrales que siempre hay un sueño más asombroso que su mala suerte.

Autor: Anónimo.
Enviado por:
Adabel Disilvestre
Mención Matemática-FACE-UC.

AMENIDADES: ¿Cuál es la respuesta?

Aquí las tienen:

1) ¿Cuál es la moneda de Suiza? El franco suizo.

2) ¿Cuál de los cinco sentidos se desarrolla primero? El olfato.

3) ¿Cuántas pirámides hay en Egipto: 10, 1.000, o 10.000? Hay 10.000.

4) ¿Es la araña un insecto? No.

5) ¿Cuál es el único mamífero con cuatro rodillas? El elefante.

6) ¿Cuántos jugadores se pueden sustituir en un partido de fútbol amistoso? Generalmente los acordados por los dos equipos.

7) ¿Cuál es, en extensión, el quinto país más grande del mundo? Brasil.

8) ¿De qué color es la pelota de hockey sobre hierba? Blanca.

9) ¿En qué árbol crecen los dátiles? En la palmera.

10) ¿Qué tienen las ranas en la boca que no tienen los sapos? Dientes.

Otras preguntas:

1. **¿Con qué título eclesiástico se conoce vulgarmente un hematoma?**
2. **¿Cuál es la causa de cada muerte humana?**
3. **¿Pueden nadar los gorilas?**
4. **¿Cuál es el primer día de la Cuaresma?**
5. **¿Qué hace una persona alrededor de 295 veces durante la comida?**
6. **¿Qué diferencia existe entre un asno y un burro?**
7. **¿Cómo se dice vino en italiano?**
8. **¿Cuál es el ojo defectuoso de Popeye?**
9. **¿Cuántas personas se refugiaron en el Arca de Noé?**
10. **¿Qué pie puso primero Neil Amstrong sobre la Luna?**

GALERÍA

Heinrich Rudolf Hertz **(Físico)**
1857 – 1894

De origen alemán, nació en Hamburgo el 22 de febrero de 1857.

Hizo originalmente estudios de ingeniería pero al final prosiguió con la física. Tuvo relación con dos grandes científicos: Herman Helmholtz, de quien fue gran amigo y Gustav Kirchoff.

Colaboró para la Universidad de Kiel en 1883 y por entonces comenzó a estudiar las ecuaciones de Maxwell respecto a la teoría electromagnética. En 1885 lo nombraron catedrático de física en la Escuela Superior Técnica de Karlsruhe y más tarde, en 1889 se ocupó de la cátedra de Clausius en Bonn.

Por 1883, la Academia de Ciencias de Berlín hizo una convocatoria orientada a que se presentaran estudios sobre el campo magnético; a instancias de Helmholtz, Hertz comenzó a hacer algunos experimentos al respecto.

Construyó un circuito eléctrico que, de acuerdo a las ecuaciones de Maxwell podía producir ondas magnéticas. Cada oscilación produciría únicamente una onda, por lo que la radiación generada constaría de una longitud de onda grande.

Para establecer la presencia de la mencionada radiación, Hertz fabricó un dispositivo conformado de dos espiras entre las cuales existía un pequeño espacio de aire; Hertz se dio cuenta de que al pasar corriente por la primera espira, se originaba corriente en la segunda.

La explicación que dio a este fenómeno fue que la transmisión de ondas electromagnéticas se generaba a través del espacio existente entre las dos espiras. Por medio de un detector, Hertz determinó la longitud de onda que era de 66 centímetros o 2.2 pies y su velocidad.

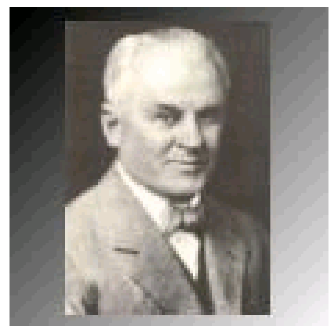
También el científico demostró que la naturaleza de estas ondas y la susceptibilidad hacia la reflexión y la refracción eran igual que la de las ondas de luz.

Cuando Hertz trabajaba como profesor de física en la Universidad de Bonn se dedicó al estudio de los rayos catódicos y logró determinar su carácter ondulatorio; además demostró que el calor proporciona una forma de radiación electromagnética.

Escribió una sola obra llamada "**Gesammelte Werke**" que consta de tres tomos, el primero incluye algunos trabajos y la conferencia dictada en Heidelberg en la Asamblea de los naturistas: "Sobre las ondas eléctricas"; el tomo dos es "Trabajos Varios" y el tomo tres es "Principios de mecánica".

Siendo muy joven, de treinta y siete años, Hertz murió en Bonn el 1 de enero de 1894, dejando inconclusos varios de sus proyectos.

Su obra fue publicada en Leipzig en el mismo año de su muerte, posteriormente a ella.



Robert Andrews Millikan **(Físico)**
1868-1953

Físico estadounidense, conocido por su trabajo en física atómica. Millikan nació en Morrison (Illinois) y estudió en las universidades de Columbia, Berlín y Gotinga. Se incorporó al cuerpo docente de la Universidad de Chicago en 1896, y en 1910 fue profesor de física. Abandonó la universidad en 1921 al convertirse en director del laboratorio Norman Bridge de física en el Instituto de Tecnología de California. En 1923 le fue concedido el Premio Nóbel de Física por los experimentos que le permitieron medir la carga de un electrón, comprobando que la carga eléctrica solamente existe como múltiplo de esa carga elemental. Otras aportaciones de Millikan a la ciencia son una importante investigación de los rayos cósmicos (como él los denominó) y los rayos X, y la determinación experimental de la constante de Planck. Escribió estudios técnicos y diversos libros sobre la relación entre la ciencia y la religión.

Realizado por: **Yorman Andrade.**
yorman_andrade@hotmail.com
Monografías.com Newsletter #175